

Analysen von Wahlergebnissen in Deutschland 1924 – 1933
Räumlich – zeitliche Analyse und ökologische Inferenz

Masterarbeit

an der
Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik
Institut für Statistik

Ludwig-Maximilians-Universität München

Referent:
Prof. Dr. Helmut Küchenhoff

vorgelegt von:
André Klima

Abgabetermin:
14.01.2011

Danksagung

Prof. Dr. Helmut Küchenhoff danke ich herzlich für die Akzeptanz des Themas, Prof. Dr. Paul W. Thurner für die interessante Forschungsfrage. Beiden gebührt auch Dank für den wertvollen fachlichen Rat und die selbstverständliche und zuverlässige Betreuung.

Weiterhin möchte ich mich bei Dipl.-Statistiker Fabian Scheipl bedanken, der ein immer bereitwilliger Ansprechpartner war, wenn es Fragen zu den Modellen gab.

Ich bedanke mich auch recht herzlich bei Frau Bärbel Philipp für das Korrektorat der Arbeit.

Dank gebührt auch allen Entwicklern der verwendeten Softwarepakete und Libraries, ohne deren Arbeit die durchgeführten Analysen, und damit auch diese Arbeit, nicht möglich gewesen wäre.

Als letztes möchte ich denen Dank aussprechen, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben und bisher nicht aufgeführt worden sind.

Analysen von Wahlergebnissen in Deutschland 1924 – 1933

Räumlich – zeitliche Analyse und ökologische Inferenz

Masterarbeit

an der
Fakultät für Mathematik, Informatik und Statistik
Institut für Statistik

Referent:
Prof. Dr. Helmut Küchenhoff

vorgelegt von:
André Klima

14.01.2011

Zusammenfassung

Bei Analysen der Wahlen in der Weimarer Republik ist einer der untersuchten Aspekte die Frage nach den Wählern der NSDAP. Die Forschungsthese, der in dieser Arbeit nachgegangen wird, beschäftigt sich mit Mittelbauern und ihren Wahlverhalten. Die Theorie besagt, dass die Mittelbauern nach Verschärfung der Krise radikaler gewählt haben.

Zur Beantwortung der Forschungsfrage wurden zwei unterschiedliche Ansätze verfolgt. Der erste Ansatz stellte die Modellierung der Wahlergebnisse auf Kreisebene in einen zeitlich räumlichen Modell mit glatt geschätzten Effekten dar. Da zuvor bereits eine vergleichbare Analyse im Rahmen des Consulting gerechnet wurde, dient dieser Teil auch der Überprüfung der dort erhaltenen Ergebnisse.

Der zweite Ansatz versucht sich dem Verhalten der Mittelbauern auf der Individualebene anzunähern. Dazu werden die Methoden der ökologischen Inferenz benötigt. Im ersten Teil des Blocks werden daher die bekanntesten Methoden ausführlich vorgestellt. Dabei erfolgt auch die Betrachtung ihrer Erweiterungen und Schwächen. Im zweiten Teil des Blocks werden dann mit diesen Methoden ökologische Analysen durchgeführt. Datengrundlage bildeten dafür erneut die Wahldaten der Weimarer Republik.

Themen verbindendes Ziel blieb aber die Frage nach den Wahlverhalten der Mittelbauern. Mit den gerechneten Modellen konnte gezeigt werden, dass es Indizien für ein extremeres Wahlverhalten der Mittelbauern auf Individualebene nach Verschärfung der Krise gibt. Auf Kreisebene konnte eine der Theorie entsprechende Entwicklung des Effektes der Mittelbauernanteils festgestellt werden.

Gliederung:

| | | |
|------|--|----|
| I. | Einleitung..... | 3 |
| II. | Grundlegende Information zum Auswertungsteil..... | 7 |
| 1. | Fragestellung und Problematik..... | 7 |
| 2. | Datengrundlage..... | 10 |
| 3. | Zusammenfassung der Ergebnisse des Consultings..... | 13 |
| III. | Regressionsmodell auf Kreisebene..... | 16 |
| 1. | Veränderungen im Vergleich zum Consultingmodell..... | 16 |
| 1. | Daten..... | 16 |
| 2. | Modell und Modellierungsansatz..... | 19 |
| 3. | Software und Schätzverfahren..... | 21 |
| 4. | Modellformeln der Modelle..... | 22 |
| 2. | Ergebnisse der gerechneten Modelle..... | 24 |
| 1. | Kontrollmodelle..... | 24 |
| 2. | Modell mit regionaler Indikatorvariable..... | 27 |
| 3. | Modell mit glatter räumlicher Komponente..... | 38 |
| 4. | Modell mit Bauernkategorie null bis 20 Hektar..... | 45 |
| 5. | Modelldiagnostik..... | 47 |
| 3. | Zusammenfassung der Ergebnisse..... | 51 |
| IV. | Ökologische Inferenz..... | 53 |
| 1. | Grundlagen der ökologischen Inferenz..... | 53 |
| 1. | Namensgebung und Geschichte..... | 53 |
| 2. | Formalisierung des Problems..... | 57 |
| 2. | Methoden für 2-x-2-Tabellen..... | 61 |
| 1. | Methode der Ränder..... | 61 |
| 1. | Grundlegendes Prinzip..... | 61 |
| 2. | Erweiterungen der Methode der Ränder..... | 63 |
| 3. | Grafische Anwendungen..... | 65 |
| 2. | Goodmans ökologische Regression..... | 71 |
| 1. | Einfache Goodman-Regression..... | 71 |
| 2. | Erweiterungen der Goodman-Regression..... | 75 |
| 3. | Kritik am Modell..... | 82 |
| 3. | Kings ökologische Inferenz..... | 88 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 1. | Modell und Modellannahmen..... | 88 |
| 2. | Schätzung des Modells..... | 90 |
| 3. | Simulation der Parameter..... | 92 |
| 4. | Erweiterungen des einfachen Modells..... | 95 |
| 5. | Anwendungsbeispiel..... | 96 |
| 6. | Kritik am Modell..... | 104 |
| 4. | Hierarchische Modelle..... | 110 |
| 1. | Binomial-Beta-Modell..... | 110 |
| 2. | Erweiterungen des Binomial-Beta-Modells..... | 113 |
| 3. | Kritische Diskussion der Modellaspekte..... | 115 |
| 4. | Verbindung von Befragungsdaten mit aggregierten Daten in einem hierarchischen Modell..... | 117 |
| 5. | Modelle mit latenten Variablen..... | 120 |
| 3. | Ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen..... | 122 |
| 1. | Formalisierung des Problems..... | 122 |
| 2. | Mehrfaches/Mehrstufiges Anwenden von Methoden für 2-x-2-Tabellen..... | 123 |
| 3. | Goodman-Regression für R-x-C-Tabellen..... | 127 |
| 4. | Hierarchisches R-x-C-Modell..... | 128 |
| 4. | Ergebnisse der ökologischen Analysen..... | 131 |
| 1. | Verwendete Verfahren..... | 131 |
| 2. | Betrachte Fragestellungen und Daten..... | 131 |
| 3. | 2-x-2-Wählerwanderungsanalysen..... | 133 |
| 4. | Protestanten und NSDAP..... | 141 |
| 5. | Mittelbauern und NSDAP..... | 150 |
| 6. | 7-x-7-Wählerwanderungsanalyse..... | 162 |
| 5. | Zusammenfassung der Ergebnisse..... | 168 |
| V. | Schluss..... | 170 |
| VI. | Literatur- und Softwareverzeichnis..... | 173 |
| VII. | Abbildungsverzeichnis..... | 176 |
| VIII. | Tabellenverzeichnis..... | 181 |
| IX. | Korrekturen bei Daten und Karte..... | 186 |
| X. | Anhang..... | 187 |

I. Einleitung

Die Niederlage Deutschlands im Ersten Weltkrieg bedeutete auch das Ende des Deutschen Kaiserreichs. Damit war der Weg für die erste Demokratie auf deutschem Boden bereitet, die Weimarer Republik entstand. Die Konsequenzen des verlorenen Krieges und die Nachkriegssituation stellten die junge Republik jedoch von Anfang an vor enorme Herausforderungen. Auch gab es die ganze Zeit über innerhalb Deutschlands demokratiefeindliche Bewegungen und Gruppierungen. Eine dieser Gruppierungen stellte die Nationalsozialistische Arbeiterpartei Deutschlands dar.

Der NSDAP gelang es, innerhalb kürzester Zeit, von einer Randpartei zur führenden Kraft in der Weimarer Republik zu werden. Mit der Regierungsübernahme Adolf Hitlers war das Ende der Weimarer Republik eingeleitet. Das Ende der ersten deutschen Demokratie wurde von einer Partei besiegelt, die bei demokratischen Wahlen als stärkste Fraktion im Reichstag hervorging.

Aufgrund der katastrophalen Konsequenzen für Welt, stellt die Machtergreifung der NSDAP wohl ein häufig analysiertes Ereignis in der Forschung dar. Wie konnte es der klar demokratiefeindlichen NSDAP gelingen, von einer Kleinstpartei 1928 zu einer Massenbewegung 1932 zu werden? Ein Teilaspekt dieses Forschungskontextes ist die Frage nach der Wählerschaft der NSDAP. Wurde die NSDAP von allen gesellschaftlichen Gruppierungen in ähnlichem Maße gewählt, oder gab es Gruppierungen, die aufgrund ihrer Situation besonders anfällig der NSDAP gegenüber waren?

Die Untersuchung des Wahlverhaltens einer besonderen gesellschaftlichen Gruppe, den Mittelbauern, stellt einen Teil dieser Arbeit dar. Paul W. Thurner vertritt die These, dass Mittelbauern bei der Verschärfung der Weltwirtschaftskrise ein radikaleres Wahlverhalten zeigten. Dieser These wurde zuvor bereits im Rahmen des statistischen Consultings nachgegangen und die dort erhaltenen Ergebnisse sollen in dieser Arbeit überprüft und weiter vertieft werden. Da diese Modelle aber auf Kreisebene gerechnet werden, sind direkte Aussagen über Individuen mit den Modellen nicht möglich. Für solche Schlüsse sind andere Methoden notwendig.

Der zweite, größere Teil dieser Arbeit widmet sich daher den statistischen Verfahren der ökologischen Inferenz. Mit der ökologischen Inferenz soll es möglich sein, von den Daten auf Kreisebene Rückschlüsse auf das Verhalten von Individuen im Kreis zu erhalten. Mit ihr wäre somit eine direkte Beantwortung der Frage des

Wahlverhaltens der Mittelbauern möglich.

Diese Arbeit teilt sich daher in zwei große methodische Blöcke, die aber über die gemeinsame Fragestellung miteinander verbunden sind. Vor diesen beiden Hauptblöcken ist eine kurze Einleitung eingefügt. Begonnen wird mit der Erläuterung von zwei populären Ansätzen zur Erklärung der Wählerschaft der NSDAP, um danach die Forschungsthese genauer vorzustellen und innerhalb dieser beiden Ansätze einzuordnen. Nach dieser kurzen theoretischen Einleitung werden die für die Analysen verwendeten Daten und ihre Herkunft beleuchtet. Den Abschluss dieses Einleitungskapitels stellt eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse des Consulting dar.

Der erste Hauptblock widmet sich der Überprüfung des Hauptmodells des Consulting. Der erste Abschnitt des Kapitels widmet sich vor allen den Unterschieden zwischen den hier vorgestellten Modellen und dem Modell des Consulting. Diese betreffen mehrere Aspekte des Modells: Es gibt Veränderungen bei den Daten, beim Modell, beim Modellierungsansatz, bei der Software und beim verwendeten Schätzverfahren. Eine dieser Veränderungen stellt die Verwendung einer alternativen Methode zur Modellierung der räumlichen Komponente dar. Den Abschluss dieses Abschnitts bildet die formale Aufstellung der Modellformel des hier vorgestellten Modells.

Im nächsten Abschnitt dieses Blockes werden die Ergebnisse der Modelle untersucht. Nach einer kurzen Vorstellung der Hauptergebnisse der gerechneten Kontrollmodelle, werden die Hauptmodelle im Detail vorgestellt. Dabei erfolgt zuerst eine Diskussion der Modellkomponenten und geschätzten glatten Funktionen der Modelle, die in ihrer räumlichen Komponente mit dem Modell aus dem Consulting vergleichbar sind. Anschließend werden aber auch die Ergebnisse des Modells mit alternativer räumlicher Modellierung vorgestellt. Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Analyse der Unterschiede. Die letzten vorgestellten Modelle dienen der Überprüfung, ob eine gröbere Zusammenlegung zu anderen Ergebnissen führt. Beendet wird der Abschnitt von einer kurzen Modelldiagnostik.

Das Ende des Kapitels markiert eine Zusammenfassung, in der nochmals die wichtigsten Ergebnisse präsentiert werden. Ein Teil der Zusammenfassung stellt die Interpretation der Modellergebnisse mit Blick auf die These über das Wahlverhalten der Mittelbauern dar.

Der zweite große Block widmet sich der ökologischen Inferenz. Begonnen

wird auch dieser Teil mit einem kurzen Einleitungskapitel. In diesem werden die Namensgebung und Geschichte der ökologischen Inferenz vorgestellt. Gefolgt wird dies von der formalen Beschreibung des zu lösenden Problems.

Im Anschluss daran werden mehrere Methoden der ökologischen Inferenz in 2-x-2-Tabellen vorgestellt. Betrachtete werden die älteren Ansätze der Methode der Ränder und der Goodman-Regression. Gefolgt werden diese von zwei neueren Ansätzen, Kings ökologischer Inferenz und einem hierarchischen Modell.

Die Methode der Ränder und die Goodman-Regression datieren beide auf das Jahr 1953, stellten aber lange Zeit mit ihren Erweiterungen die Standardmethoden für die ökologischen Inferenz dar. Kings ökologische Inferenz wurde 1997 vorgestellt und fand aufgrund der Innovationen schnell in der Praxis Anwendung. Gleichzeitig wurde sie aber auch stark kritisiert. Der hierarchische Modellansatz wurde 1999 vorgestellt und ist somit das jüngste der hier vorgestellten Modelle für 2-x-2-Tabellen.

Alle diese Verfahren werden im Detail besprochen, es werden mögliche Erweiterungen, aber auch mögliche Problem skizziert. Die Anwendung von drei dieser Methoden, die Ausnahme bildet das hierarchische Modell, an einem Datenbeispiel aus der Weimarer Republik, hinsichtlich des Anteils der Mittelbauern und Religion, ist Teil des jeweiligen Kapitel. Als Letztes werden kurz Modelle mit latenten Variablen besprochen, die sich in ihrer Sicht auf die Daten von den vorherigen Modellen unterscheiden.

Gefolgt wird das Kapitel der Methoden für 2-x-2-Tabellen von einem Abschnitt, der sich allgemeineren Tabellen widmet, den R-x-C-Tabellen. Begonnen wird erneut mit einer formalen Beschreibung des Problems. Anschließend werden drei Methoden für die ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen vorgestellt. Der erste Ansatz nutzt die Methoden für 2-x-2-Tabellen und wendet diese mehrfach auf die größere R-x-C-Tabelle an. Die zweite Methode ist die Verallgemeinerung der Goodman-Regression auf den R-x-C Fall. Die letzte vorgestellte Methode, zugleich die neueste in dieser Arbeit, ist ein Erweiterung des hierarchischen Modells auf den R-x-C Fall.

Nach den Kapiteln, die sich der Vorstellung und Diskussion der Methoden widmen, werden die Ergebnisse der durchgeführten ökologischen Analysen vorgestellt. Insgesamt wurden dabei vier Fragestellungen betrachtet. Die erste Fragestellung überprüft die Loyalität der NSDAP-Wähler mithilfe einer 2-x-2-

Wählerwanderungsanalyse. Anschließend richtet sich der Fokus auf den Anteil der NSDAP Wählern in zwei soziodemografischen Gruppen, die Protestanten und die Mittelbauern. Letztere Analyse dient vor allem der Überprüfung der These, ob ein radikaleres Wahlverhalten bei den Mittelbauern auftrat. Abgeschlossen wird der Auswertungsteil von einer 7-x-7-Wählernwanderungsanalyse für die Wahl im September 1930 auf Juli 1932.

Den Abschluss der Kapitels über die ökologische Inferenz bildet erneut eine Zusammenfassung, in der vor allem die Bedeutung der Ergebnisse für die These des radikaleren Wahlverhaltens der Mittelbauern erläutert wird. Daneben erfolgt aber auch eine kurze subjektive Bewertung der Methoden.

II. Grundlegende Information zum Auswertungsteil

II. 1. Fragestellung und Problematik

Die Wahlen in der Weimarer Republik werden von vielen als Wendepunkt in der Geschichte betrachtet. Obwohl es zur Etablierung eines demokratischen Staates auf deutschem Boden im Anschluss an den Ersten Weltkrieg kam, gab es in dieser Demokratie von Beginn an demokratiefeindliche Bewegungen. Aufgrund ihres besonderen Erfolges bei den Wahlen und der Konsequenzen ihres Erfolges für Europa – und die Welt – ist die Nationalsozialistische Arbeiterpartei Deutschland (NSDAP) sicherlich die bekannteste unter diesen demokratiefeindlichen Parteien.

Der NSDAP gelang es innerhalb von nur wenigen Jahren, von einer Kleinpartei, 1924 erreichte sie nur knapp über fünf Prozent und 1928 lag sie deutlich unter fünf Prozent, zur stärksten Fraktion im Reichstag zu werden: bei der Wahl im März 1933 erreichte sie über 30 Prozent der Stimmen. Die Frage, die sich die Forschung seitdem stellt, ist, wie es geschehen konnte, dass in einer demokratischen Wahl eine klar antidemokratische Partei stärkste Kraft wird und die Demokratie von innen heraus beseitigen kann. Dabei ist von Interesse, ob es für diese Entwicklung treibende Kräfte in der Republik gab. Und wenn es diese gab, sind diese zu identifizieren.

In der einschlägigen Forschung gibt es zwei populäre Hauptmeinungen, und in deren Spannungsverhältnis sind auch die Ergebnisse der hier vorgestellten Analysen zu sehen. Eine Sicht auf die NSDAP ist deren Betrachtung als „Catchall“-Partei. Eine Sicht, die z. B. von Falter vertreten wird. Darin wird die NSDAP als Partei gesehen, deren Erfolg von der gesamten Bevölkerung getragen wurde, als eine Art gesamtgesellschaftliche Bewegung. Diese Betrachtung ist nicht notwendigerweise gleichbedeutend mit der Aussage, dass die NSDAP von allen Teilen der Bevölkerung in identischem Maße getragen wurde. So geht Falter durchaus davon aus, dass die Kernunterstützer der NSDAP in der Mittelschicht zu finden waren, sie aber eben auch viele Unterstützer in der Oberschicht und bei den Arbeitern hatte. Falter bezeichnet die NSDAP daher als „Volkspartei des Protestes“.¹

Ein Nachteil dieser Sichtweise ist, dass nur schwer Besonderheiten bei der Entwicklung ausfindig gemacht werden können. Bei den meisten großen Verlagerungen in der Politik finden die Veränderungen in allen Schichten der

¹ King Gary / Rosen, Ori / Tanner Martin A./ Wagner Alexander F.: Ordinary Economic Voting Behavior in the Extraordinary Election of Adolf Hitler, in: The Journal of Economic History, Volumen 68, Nummer 4, Dezember 2008, S. 956.

Bevölkerung statt. Daher ist dieser Ansatz nur bedingt dazu geeignet, besondere Strukturen und Entwicklungen in der Weimarer Republik, die den Erfolg der NSDAP erst ermöglichten, ausfindig zu machen. Vor allem sagt dieser Ansatz aber nichts darüber aus, welche Individuen für die NSDAP gestimmt haben. Interessanter wäre, das Wahlverhalten innerhalb von bestimmten gesellschaftlichen Gruppen zu ermitteln und deren Abweichung vom nationalen Mittel zu bestimmen.²

Diesen Ansatz verfolgt Gary King. Er geht davon aus, dass die NSDAP als Partei von bestimmten Interessengruppen gesehen werden kann. Sie wurde zwar von Wählern aus allen gesellschaftlichen Schichten gewählt, aber es gab auch gesellschaftliche Gruppen, die stärker als der Rest für die NSDAP gestimmt haben, da sie ihre Interessen durch die NSDAP am besten vertreten sahen. Ein Kernelement dieses Ansatzes ist, dass das persönliche Wahlverhalten von persönlichen Interessen geprägt und gesteuert ist. Über ein solches Modell ist es dann auch möglich, Strukturen innerhalb des Wahlverhaltens der Gesellschaft zu erkennen. Und solche Strukturen bieten die Möglichkeit, Hypothesen zu überprüfen und die Wahlen zumindest teilweise zu erklären.³

King analysierte verschiedene Gruppen und kommt zum Schluss, dass bestimmte Gruppen verstärkt für die NSDAP gestimmt haben. Er bezeichnet eine besonders auffällige Gruppe als die arbeitenden Armen⁴. Diese Gruppe setzt sich aus den Selbstständigen, freien Künstlern, Ladenbesitzern, Kleinbauern und Anwälten⁵, häuslich Beschäftigten und mitarbeitenden Familienangehörigen⁶ zusammen. Einen Teil dieser Gruppe stellen auch die Beschäftigten in der Landwirtschaft dar, eine Gruppe die bei späteren Wahlen gezielt von der NSDAP umworben wurde⁷.

Neben dieser Gruppe konnte auch der Wissenschaftler einen deutlichen Einfluss der Religion auf den Erfolg der NSDAP feststellen. Die Religion wird auch allgemein als eine der wichtigsten Größen betrachtet. Die NSDAP hatte es in katholischen Kreisen deutlich schwerer als in protestantischen. Weiter stellt er fest, dass die Religion auch auf das Verhalten der arbeitenden Armen einen Einfluss hatte, wobei es sich teilweise um regionale Eigenheiten handelte, die nur im katholischen

2 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 956 – 957.

3 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 957 – 966.

4 Im englischen Original: „the working poor“. - King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 961.

5 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 961.

6 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 962 – 963.

7 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 963.

Süden zu finden waren⁸. Seinem Modell entsprechend waren weder Arbeitslose noch Arbeiter die tragende Kraft des Erfolges der NSDAP.⁹

Diese beiden Erklärungsansätze stellen nur einen Teil der aufgestellten Theorien dar. Es gibt z. B. auch gruppenbasierende Theorien bezüglich des Wahlverhaltens. Eine Theorie innerhalb dieses Kontextes vermutet z. B., dass extremistische Parteien eher von Personen an den Rändern der Gesellschaft gewählt werden und diese Personen in der Weimarer Republik eher bei den Nichtwählern zu finden waren. Unter den Begriff gruppenbasierende Theorien fallen aber auch alle klassenbezogenen Theorien.¹⁰

Die „Catchall–Theorie“ und der von King vertretenen Interessen basierende Ansatz symbolisieren aber einen gewissen Rahmen für die Analysen der Wahldaten der Weimarer Republik. Bei Ersteren geht man von einer gesamtgesellschaftlichen Bewegung aus, bei Letzteren gibt es innerhalb dieser gesamtgesellschaftlichen Bewegung besonders auffällige Schichten, deren Auffinden und Analyse von Interesse sind.

Im Auswertungsteil der Arbeit soll das Verhalten einer speziellen gesellschaftlichen Gruppierung, der Mittelbauern mit einer landwirtschaftlichen Fläche von fünf bis 20 Hektar, genauer untersucht werden. Die zu überprüfende These von Paul W. Thurner besagt, dass sich diese Gruppe in einer besonders schwierigen Situation bei der Verschärfung der Weltwirtschaftskrise befand und daher eher geneigt war, extrem zu wählen. Obwohl sie nicht direkt von Arbeitslosigkeit betroffen waren, gefährdete die Situation ihre wirtschaftliche Existenz. Ein Teil dieser Bauern soll in den besseren Jahren vor der Krise Investitionen getätigt haben und fand sich so, nachdem der Agrarsektor von der Krise betroffen wurde, in einer besonders schwierigen Situation wieder. Die Verpflichtungen aufgrund der Investitionen blieben bestehen, während die Einkünfte einbrachen. Aber auch die Reduzierung der Einnahmen dürfte zu einer deutlichen Verschlechterung der wirtschaftlichen Lage geführt haben. King ordnete bei seiner Studie einen Teil der landwirtschaftlichen Bevölkerung der von ihm identifizierten und besonders stark NSDAP-wählenden Gruppe der arbeitenden Armen zu.

Im Gegensatz zu den anderen Analysen liegt der Schwerpunkt dieser Analysen aber speziell auf der Gruppe der Mittelbauern. Diese werden gesondert und

8 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 963 – 965.

9 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 966.

10 King, / Rosen / Tanner / Wagner, 2008, S. 953 – 956.

nicht als Teil einer größeren Gruppierung betrachtet. Zum Beispiel scheinen bei King die Mittelbauern, zumindest mehrheitlich, Teil der Gruppe der arbeitenden Armen gewesen zu sein. Bei anderen Analysen, wie z. B. bei Falter, wurden die Mittelbauern mit anderen Bauernkategorien zusammengefasst. Vor allem die von Falter verwendete Gruppierung der Bauern von null bis 20 Hektar zu einer Kategorie wird von Thurner kritisch gesehen, da er deutlich unterschiedliche Situationen bei den Parzellenbauern, null bis zwei Hektar, und den Mittelbauern sieht. Die durchgeführten und hier vorgestellten Auswertungen sind eine Fortführung der zuvor bereits im Rahmen des statistischen Consultings gerechneten Analysen.

II. 2. Datengrundlage

Wie bei den meisten neueren Analysen der Wahlen zur Weimarer Republik basiert diese Arbeit auch zum Teil auf den von der Arbeitsgruppe Falter zur Verfügung gestellten Daten. Dabei handelt es sich um digital verfügbar gemachte Daten auf Gemeinde- und Kreisebene aus Statistiken des Deutschen Reiches. Bei den soziodemografischen Variablen handelt es sich primär um die Daten der Volks- und Berufszählungen vom 16.06.1925 und vom 16.06.1933. Ergänzend zu diesen bereits umfangreichen Informationen wurden auch Daten anderer Erhebungen, wie z. B. der Reichswohnzählung vom 16.05.1927, mit berücksichtigt.

Die verfügbaren Daten der Volks- und Berufszählungen vom 16.06.1925 beschreiben die Berufszugehörigkeiten. Es handelt sich um die Anzahl der Selbstständigen, der Arbeiter, der Beamten und Angestellten und der Mithelfenden, welche getrennt nach Wirtschaftsbereichen, z. B. Landwirtschaft, Industrie und Handwerk, Handel und Verkehr und Verwaltung und Heer, angegeben werden¹¹. Bei der Volks- und Berufszählung vom 16.06.1933 liegen die Daten in weniger differenzierter Form vor. Es wird nur noch die Gesamtzahl der Arbeiter, Angestellten und Beamten, Selbstständigen und Mithelfenden sowie Beschäftigten in den Wirtschaftsbereichen angegeben, aber z. B. nicht mehr die Zahl der Arbeiter in Industrie und Handwerk. Dafür beinhalten diese Daten die einzigen Arbeitslosenzahlen, die für die gesamte Weimarer Republik erhoben wurden.¹² Primär basierend auf den Daten der Volks- und Berufszählung von 1925, aber ergänzt

11 Hänisch, Dirk: Inhalt und Struktur der Datenbank „Wahl- und Sozialdaten der Kreise und Gemeinden des Deutschen Reiches von 1920 bis 1933“, in: Historical Social Research, Volumen 14, Nummer 1, 1989, S. 65.

12 Hänisch, 1989, S. 66.

um die Informationen aus anderen Datenquellen um ein vollständigeres Bild zu gewinnen, ist auch die konfessionelle Gliederung in den drei Kategorien Protestanten, Katholiken und Juden Teil der Daten.¹³ Tabelle 1 zeigt einen Teil der Variablen und ihre Gesamtgröße auf Reichsebene.

| Variable | Quelle | Größe im Deutschen Reich |
|---|---|--------------------------|
| Angehörige evangelischer Landeskirchen | Konfessionelle Gliederung | 39.555.300 |
| Arbeiter insgesamt und Berufszugehörige | Hauptergebnisse der Volks- und Berufszählung vom 16.06.1925 | 26.574.062 |
| Arbeiter in Industrie und Handwerk und Berufszugehörige | Hauptergebnisse der Volks- und Berufszählung vom 16.06.1925 | 18.414.148 |
| Erwerbslose unter den Erwerbstätigen | Hauptergebnisse der Volks- und Berufszählung vom 16.06.1933 | 5.855.018 |

Tabelle 1: Datengrundlage: Auszug aus den Variablen der Daten der Arbeitsgruppe Falter, mit Angabe der Quelle und Größe im Deutschen Reich (Quelle: Benutzerhandbuch: Wahl- und Sozialdaten der Kreise und Gemeinden des Deutschen Reiches 1920 bis 1933).¹⁴

Aus den Daten der Reichswohnzählung vom 16.05.1927 und der Gesamtbevölkerung der Volks- und Berufszählung vom 16.05.1925, beides Teil der Falter-Daten, wurde die Variable Urbanisierungsgrad, Anteil der in Städten und Gemeinden über 5.000 Einwohner Lebenden, berechnet.¹⁵

Neben diesen soziodemografischen Größen beinhalten die Daten auch die Ergebnisse der acht Wahlen im Zeitraum von 1920 bis 1933. Im Rahmen dieser Analysen werden jedoch nur die sieben Wahlen ab 1924 betrachtet. Für jede Wahl werden die Zahl der Wahlberechtigten, die Anzahl der abgegebenen und gültigen Stimmen und die Stimmen für die wichtigsten Parteien angegeben. Teilweise kam es dabei aber zu Zusammenlegungen, so liegen z. B. ab 1928 die Ergebnisse des Zentrums nur zusammengefasst mit den Ergebnissen der Bayerischen Volkspartei vor. Kleinere Parteien wurden allgemein zu einer Kategorie Sonstiges zusammengefasst.¹⁶

¹³ Hänisch, 1989, S. 66.

¹⁴ Übernommen aus: Klima, André: Agrarstruktur und Wahlerfolge der NSDAP 1924 – 1933, München, 2010, unveröffentlicht, S. 6.

¹⁵ Aufgrund von zwischenzeitlicher Bevölkerungsveränderungen kam es teilweise in Regionen mit hohem Urbanisierungsgrad zu Werten von über 100 %.

¹⁶ Hänisch, 1989, S. 61 – 64.

Bei diesen Daten erfolgte aber keine Unterscheidung der landwirtschaftlich tätigen Personen in einzelne Hofkategorien. In der Weimarer Republik war die Unterscheidung der Höfe in fünf Kategorien gebräuchlich. Die Kategorien waren die Parzellenbauern, welche die Landwirtschaft wohl eher als Nebenerwerb ausübten und mit null bis zwei Hektar landwirtschaftlicher Nutzfläche charakterisiert wurden, die Kleinbauern, die im Bereich von zwei bis fünf Hektar zu finden waren, die hier schwerpunktmäßig betrachteten Mittelbauern mit fünf bis 20 Hektar, die Großbauern mit 20 bis 100 Hektar und die Großgrundbauern mit mehr als 100 Hektar landwirtschaftliche Nutzfläche.¹⁷ Tabelle 2 stellt eine Übersicht über alle Kategorien dar. Gleichzeitig werden die Gesamtzahl der in den jeweiligen Kategorien tätigen Personen und die Zuordnung der einzelnen Kategorien bei der Analyse von Falter angegeben.

| Landwirtschaftliche Nutzfläche | Beschäftigte in Kategorie | Kategorie Falter | Kategorie Weimarer Republik |
|--------------------------------|---------------------------|------------------|-----------------------------|
| 0 – 2 ha | 4.622.146 | Mittelbauern | Parzellenbauern |
| 2 – 5 ha | 2.761.405 | | Kleinbauern |
| 5 – 20 ha | 4.242.147 | | Mittelbauern |
| 20 bis 100 ha | 1.682.664 | Großbauern | Großbauern |
| über 100 ha | 1.050.714 | Großgrundbauern | Großgrundbauern |

Tabelle 2: Datengrundlage: Übersicht über die Einteilung der landwirtschaftlichen Betriebe und die Gesamtzahl der in den Kategorien tätigen Personen im Deutschen Reich.¹⁸

Die Quelle für diese differenzierten landwirtschaftlichen Daten stellt die Statistik des Deutschen Reichs, Band 412 I, Landwirtschaftliche Betriebszählung, Tabelle 20 dar. Im Rahmen des Consultings wurden die Angaben der Spalte 9, die Zahl der in den einzelnen Kategorien tätigen Personen, den Daten der Arbeitsgruppe Falter hinzugefügt.¹⁹ Für die hier gerechneten Modelle wurden neu berechnete Variablen für die Bauernkategorien verwendet. Dieser Schritt erwies sich als notwendig, da sich im Rahmen der Vorbereitung für die Modelle gezeigt hatte, dass

17 Vgl.: Thurner, Paul W.: Agrarstruktur und der Aufstieg der NSDAP in Bayern. Die Rolle der Betriebsgrößenstruktur, in: Immerfall, Stefan: Parteien, Kulturen und Konflikte. Beiträge zur multikulturellen Gegenwartsgesellschaft. (Festschrift für Alf Mintzel), Opladen, 2000, S. 103.

18 Statistik des Deutschen Reichs – Volks-, Berufs- und Betriebszählung vom 16. Juni 1925: Landwirtschaftliche Betriebszählung – Die Hauptergebnisse in den kleineren Verwaltungsbezirken der Länder des Deutschen Reichs, Band 412 I, Berlin, 1929, Tabelle 20.

19 Klima, 2010, S. 7.

es bei der alten Zusammenlegung der Daten zu einem Fehler gekommen wart und die Kategorie der Mittelbauern im Consulting nicht wie gewollt den Bereich von fünf bis 20 Hektar abdeckte, sondern den Klein- und Mittelbauern entsprach, während die Kleinbauern mit der jetzigen Kategorie Parzellenbauern identisch waren. Dieser Datenfehler schränkt leider auch die direkte Vergleichbarkeit der gerechneten Modelle ein. Auch wird daher von einer Verwendung der alten Variablen abgeraten.

Da die landwirtschaftlichen Strukturdaten auf Kreisebene vorliegen, waren die Kreise die natürliche Aggregationsebene der Daten und stellen die Beobachtungseinheiten dar. Aufgrund von Veränderung bei den Kreisen im Verlauf der Zeit, z. B. aufgrund von Auflösungen und Grenzverschiebungen, war eine Nachbearbeitung erforderlich, um über die Zeit homogene Kreisregionen²⁰ zu erhalten. Eine genaue Beschreibung der Zusammenlegung findet sich im Consultingbericht.²¹

Für die räumliche Komponente wurde beim Consultingmodell eine regionale Indikatorvariable erstellt und verwendet. Diese basiert großteils auf den Ländern der Weimarer Republik und den Provinzen des Landes Preußens. Eine genaue Auflistung findet sich im Consultingbericht.²² Für erweiterende räumliche Analysen wurden für diese Arbeit die Zentroiden der Kreise berechnet und eine Nachbarschaftsmatrix erstellt. Als Nachbarschaftskriterium wurde bei Landkreisen eine gemeinsame Grenze verwendet, während Stadtkreise nur Nachbarn des sie umgebenden Landkreises sind. Grundlage für beides war die im Rahmen des Consultings erstellte Karte der Weimarer Republik²³. Städte, die auf der Karte nicht dargestellt sind, wurde der Zentroid des umgebenden Landkreises zugeordnet.

Im Rahmen dieser Ergänzungen konnten zusätzlich einiger weitere kleine Fehler in den Daten und der Karte festgestellt und korrigiert werden. Eine Auflistung befindet sich im Anhang.

II. 3. Zusammenfassung der Ergebnisse des Consultings

Im Rahmen des Consultings erfolgte eine ersten Annäherung an die Fragestellung, ob Mittelbauern nach Verschärfung der Krise radikaler gewählt haben. Leider kam es aber zu einem Zusammenlegungsfehler bei der Berechnung der

20 Auch die zusammengelegten Kreisregionen werden im folgenden nur Kreise genannt.

21 Klima, 2010, S. 8 – 9 und S. 63 – 65.

22 Klima, 2010, S. 67.

23 siehe.: Klima, 2010, S. 9 – 10.

Kategorien, sodass sich alle Aussagen über Mittelbauern im Consultingbericht auf die Kategorie der Klein- und Mittelbauern, zwei bis 20 Hektar, beziehen. Diese Kategorie wird im Folgenden, zur deutlichen Unterscheidung von den Mittelbauern, als C-K-M-Bauern bezeichnet.

Vor den komplexeren Analysen erfolgte eine deskriptive Analyse der Wahlergebnisse und eines Teils der soziodemografischen Größen. Dazu wurden die Werte aus den Datentabellen mit der erstellten Karte visualisiert. Neben dem starken Zusammenhang zwischen der Religion und den Wahlergebnissen, zeigten sich in den Karten bereits erste Zusammenhänge zwischen der Agrarstruktur und den Wahlergebnissen.²⁴ Eine explorative Analyse stellte die Gewinne der NSDAP und den Anteil der C-K-M-Bauern der dominanten Religion gegenüber. Bei den Gewinnen bei der Wahl von 1930 ist erkennbar, dass es in katholischen Kreisen mit höherem C-K-M-Bauernanteil geringere Gewinne für die NSDAP gab. In protestantischen und den als nicht eindeutig bezeichneten Kreisen waren geringere Gewinne nur bei der Kategorie mit dem höchsten C-K-M-Bauernanteil erkennbar. Bei den Gewinnen der Wahl im Juli 1932 zeigte sich bei allen drei Religionskategorien ein klares Bild. In Kreise mit höherem C-K-M-Bauernanteil konnte die NSDAP deutlichere Zugewinne erreichen.²⁵

Anschließend erfolgte eine Archypenanalyse der Wahlergebnisse der NSDAP von allen sieben betrachteten Wahlen. Es stellte sich heraus, dass der Archetyp mit dem größten Anstieg von der Wahl 1930 auf die im Juli 1932 und den anschließend höchsten Werten die höchsten Ladungen bei höheren C-K-M-Bauernanteil innerhalb jeder Religionskategorie hatte. Die höchsten Werte waren bei protestantischen Kreisen feststellbar. In vielen der protestantischen Kreise mit hohem C-K-M-Bauernanteil handelte es sich dabei um den primären Archetypen, in den katholischen Kreisen war es meistens der sekundäre Archetyp.²⁶

Die letzte Analyse im Consulting stellte ein generalisiertes additives gemischtes Modell mit den Daten dar. Dabei wurden neben dem C-K-M-Bauernanteil weitere Variablen mit ins Modell aufgenommen. Die sieben Wahlen wurden vier Wahltermingruppen, den beiden Wahlen 1924, der Wahl 1928, der Wahl 1930 und den Wahlen ab 1932, zugeordnet. Für jede Wahltermingruppe wurden einzelne glatte Funktionen ermittelt. Die Modelle zeigten erneut den deutlichen

24 Klima, 2010, S. 11 – 25.

25 Klima, 2010, S. 25 – 27.

26 Klima, 2010, S. 28 – 34.

Einfluss der Religion auf den Wahlerfolg der NSDAP. Der Effekt, der deutlich der stärkste war, blieb über alle vier Wahltermingruppen ähnlich. Bei den C-K-M-Bauern war eine Strukturveränderung über die Zeit feststellbar. Bei den ersten beiden Wahlen war bei höherem C-K-M-Bauernanteil ein deutlich schlechteres Wahlergebnis für die NSDAP zu erwarten, bei dem Wahltermin 1930 schwächte sich dieser Effekt deutlich ab, um bei der Wahltermingruppe 1932 bis 1933 die Richtung zu ändern. Ein höherer C-K-M-Bauernanteil führte zu besseren Wahlergebnissen für die NSDAP.²⁷

Bei dem Modell, bei dem ähnlich zu Falter eine Zusammenfassung der Bauern von null bis 20 Hektar zu einer Kategorie erfolgte, zeigte sich im Vergleich zur getrennten Betrachtung keine klar erkennbare Struktur. Vor allem die geschätzten glatten Funktionen für 1930 und 1932 und 1933 sind fast Nulllinien.²⁸

Da die Modellberechnungen aber problembehaftet waren, erfolgte z. B. keine numerische Konvergenz, und bei Betrachtung der Residuen war trotz der regionalen Indikatorvariable eine räumliche Korrelation erkennbar²⁹, sollten die Ergebnisse der ersten Regressionen im Rahmen dieser Arbeit überprüft werden. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die Analyse mit den korrigierten Bauernkategorien durchzuführen.

27 Klima, 2010, S. 39 – 54.

28 Klima, 2010, S. 54 – 55.

29 Klima, 2010, S. 55 – 59.

III. Regressionsmodell auf Kreisebene

III. 1. Veränderungen im Vergleich zum Consultingmodell

Die in dieser Arbeit vorgestellten Modelle auf Kreisebene sind nicht identisch mit den im Consulting gerechneten Modelle. Diese Unterschiede betreffen mehrere Aspekte des Modells und sollen im Detail vorgestellt werden.

III. 1.1. Daten

Ein Unterschied zwischen beiden Modellen findet sich bei den Daten. Wie zuvor bereits geschrieben, wurde bei der Arbeit an den Modellen ein Fehler bei der Zusammenlegung der Daten beim Consulting festgestellt. Für die hier betrachteten Modelle wurde der Datenfehler korrigiert. Gleichzeitig erfolgte die Aufteilung der landwirtschaftlich tätigen Personen in die fünf in der Weimarer Republik verwendeten Kategorien. Effektiv bedeutet dies, dass die Kategorie C-K-M-Bauern des Consultingmodells in die Kleinbauern, zwei bis fünf Hektar, und die Mittelbauern., fünf bis 20 Hektar, aufgeteilt wurden.

Tabelle 2 kann man entnehmen, dass es deutlich weniger Kleinbauern als Mittelbauern gab. Zwischen beiden Größen gibt es auf Kreisebene eine mittlere Korrelation von 0,610. Dieser Wert stellt gleichzeitig die höchste Korrelation zwischen zwei Bauernkategorien dar. Tabelle 3 zeigt die vollständige Korrelationsmatrix der fünf Kategorien. Dabei fällt auf, dass die höchsten Korrelationen immer zwischen den benachbarten Kategorien bestehen.

| | 0 – 2 ha | 2 – 5 ha | 5 – 20 ha | 20 – 100 ha | 100+ ha |
|-------------|----------|----------|-----------|-------------|---------|
| 0 – 2 ha | 1,000 | 0,479 | 0,073 | 0,021 | 0,116 |
| 2 – 5 ha | | 1,000 | 0,610 | -0,003 | -0,199 |
| 5 – 20 ha | | | 1,000 | 0,450 | 0,015 |
| 20 – 100 ha | | | | 1,000 | 0,380 |
| 100+ ha | | | | | 1,000 |

Tabelle 3: Daten: Pearson - Korrelation zwischen den Bauernkategorien.

Abbildung 1 zeigt den Kleinbauernanteil und Abbildung 2 den Mittelbauernanteil in den Kreisen der Weimarer Republik. Hohe Kleinbauernanteile findet man verstärkt in den westlichen und südwestlichen Kreisen. Eine Ausnahme mit niedrigen Anteilen stellen die Kreise des Ruhrgebiets dar. Im Nordosten und

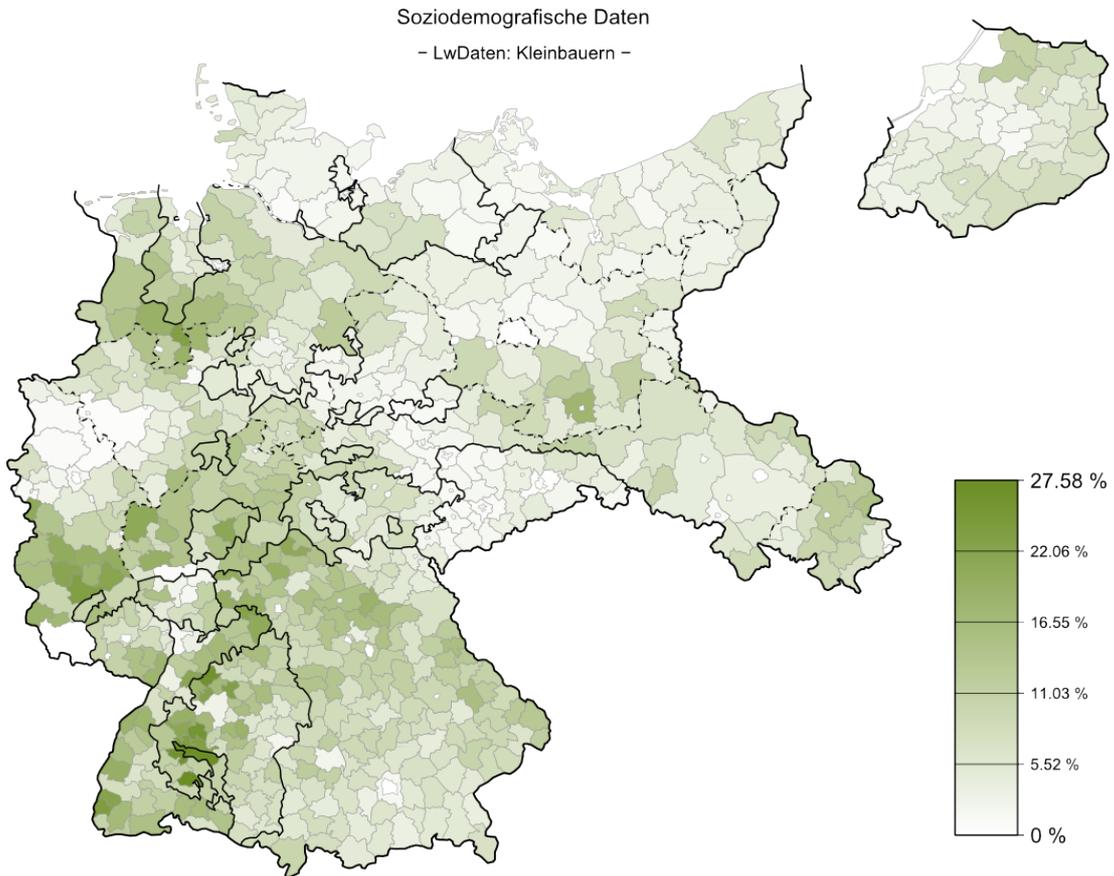


Abbildung 1: Daten: Kleinbauernanteil, zwei bis fünf Hektar, in den Kreisen der Weimarer Republik.

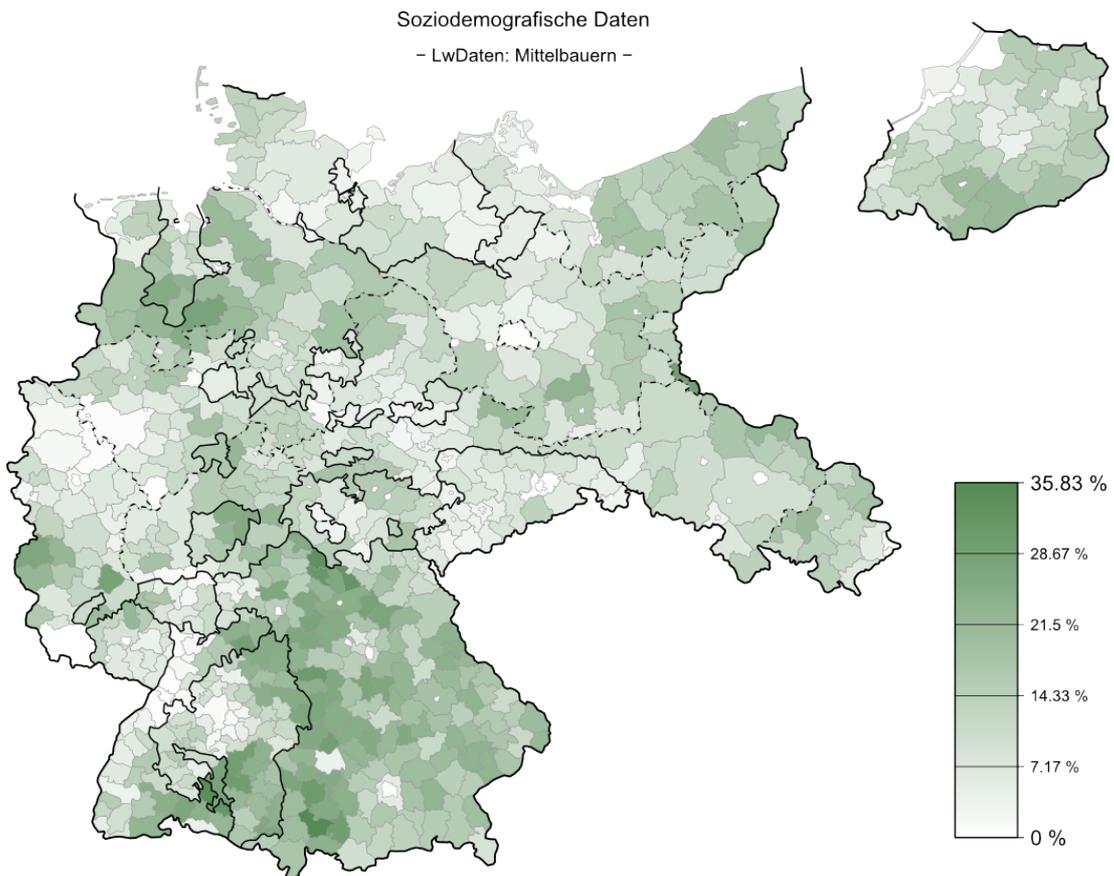


Abbildung 2: Daten: Mittelbauernanteil, fünf bis 20 Hektar, in den Kreisen der Weimarer Republik.

Osten sind, bis auf Ausnahmen nur niedrige Anteile zu finden.

Bei den Mittelbauern sind höhere Werte in der gesamten Weimarer Republik zu finden, z. B. fast im gesamten Grenzgebiet zu Polen. Im Nordosten haben Kreise mit höheren Kleinbauernanteil auch einen höherem Mittelbauernanteil, während es im Südwesten scheint, dass Kreise mit hohem Kleinbauernanteil eher einen niedrigen Mittelbauernanteil aufweisen und in Kreisen mit niedrigem Kleinbauernanteil höhere Mittelbauernanteile zu finden sind. Im Land Bayern sieht man flächendeckend einen höheren Mittelbauernanteil, wobei die höchsten Werte an der Grenze zu Württemberg zu erkennen sind. Der festgestellte höchste Anteil lag bei knapp über 35 %. Karten der anderen Bauernkategorien finden sich im Consultingbericht.³⁰

Von den fünf Bauernkategorien wurden die unteren vier Kategorien in den Modellen verwendet. Damit erhöht sich im Modell die Zahl der Bauernvariablen von drei auf vier. Analog zum Consulting wurde die Variable Großgrundbauern in kein Modell mit aufgenommen.

Auch wurde ein Teil der noch beim Consulting berücksichtigten Variablen nicht länger in den finalen Modellen verwendet. Komplette nicht mehr berücksichtigt wurden die Variablen Anteil der Juden, Anteil der Hausgewerbetreibenden und Anteil der Arbeiter in Handel und Gewerbe. Durch die Entfernung im finalen Modell konnte die Modellkomplexität reduziert werden und das Verhältnis Beobachtungen – zu schätzende Parameter verbessert werden. Um aber die Auswirkung dieser Modellreduktion auf die interessierende Größe Anteil der Mittelbauern zu überprüfen, wurden vor der endgültigen Entscheidung noch Kontrollmodelle gerechnet. Mit diesen Modellen konnte festgestellt werden, dass es zwischen den vollen und den reduzierten Modellen keine relevanten Unterschiede beim geschätzten Effekt der Mittelbauern gibt.

Auch bei der Variable Arbeitslosigkeit kam es zu Änderungen. Da es sich um die Arbeitslosenzahlen aus der Volks- und Berufszählung vom 16.06.1933 handelt und sich gerade die Arbeitslosenzahlen drastisch im Verlauf der Weltwirtschaftskrise erhöhten, erscheint die Verwendung dieser Größe für alle Wahlen besonders problematisch.³¹ Daher wurde aus inhaltlichen Gründen der Effekt der Arbeitslosenzahlen nur noch für die Wahlen ab einschließlich 1932 geschätzt. Für die Wahlen vor 1932 wurde kein Arbeitslosigkeitseffekt geschätzt.

30 Klima, 2010, S. 19 – 23 – Wobei abweichend zu Benennung Abbildung 12 die Werte für die Parzellenbauern und Abbildung 13 die Werte für die C-K-M-Bauern zeigt.

31 Klima, 2010, S. 60.

III. 1.2. Modell und Modellierungsansatz

Neben den im Modell berücksichtigten Variablen kam es auch bei der Modellierung zu Veränderungen. Die glatte Modellierung des Einflusses der metrischen Kovariablen im Rahmen eines generalisierten additiven Modells als Kernelement der Analyse wurde aber beibehalten. Eine kurze Beschreibung von generalisierten additiven Modellen findet sich im Consultingbericht.³²

Eine der Veränderung betrifft die Anzahl der Modelle. Während beim Consulting ein Modell für alle Wahlen mit glatten Effekten für vier Wahltermingruppen gerechnet wurde, erfolgte jetzt eine getrennte Berechnung von Modellen für jede der Wahltermingruppe. Die Zusammenfassung von einzelnen Wahlen zu Wahltermingruppen wurde aus dem Consulting übernommen. Aufgrund der geänderten Datenstruktur wurde zur Absicherung die Zusammenlegung für die wichtige Wahltermingruppe 1932 und 1933 erneut überprüft. Dafür wurde für jede Wahl ein einzelnes Modell gerechnet und wurden die geschätzten Effekte miteinander verglichen. Da es bei den interessierenden Variablen³³ zu keinen relevanten Veränderungen zwischen den drei Modellen kam, wurden für die finalen Modelle die Wahltermingruppen vom Consulting erneut verwendet.

Der Grund für den Wechsel von einem Gesamtmodell zu vier Einzelmodellen für die Wahltermingruppen ist praktischer Natur. Bei der zur Berechnung der Modelle verwendeten Software konnte in der aktuellen Version nicht die für ein Gesamtmodell notwendige Anzahl an glatten Effekten ins Modell aufgenommen werden. So bestand zum einen die Möglichkeit, die Anzahl der Kovariablen, deren Einfluss glatt geschätzt werden sollte, deutlich zu reduzieren oder vier getrennte Modelle zu rechnen. Die Entscheidung fiel zugunsten der Einzelmodelle aus.

Eine Konsequenz dieser Entscheidung ist auch, dass keine gemischten Modelle mehr gerechnet wurden. Da es bei den einzelnen Modellen nur eine bis drei Beobachtungen für einen Kreis gab, ist die Berechnung eines Random Intercepts für die einzelnen Kreise nicht mehr sinnvoll. Zur Veranschaulichung des Problems stelle man sich nur die Situation für das Modell der Wahl von 1930 vor: Man schätzt 849 Random Intercepts und hat 849 unterschiedliche Beobachtungen.

Eine der Gründe für die Verwendung des Random-Intercepts-Modells beim

32 Klima, 2010, S. 35 – 37.

33 Die stärksten Veränderungen zwischen den Modellen wurden bei der regionalen Indikatorvariablen festgestellt. Bei dieser Variable handelt es sich aber um keine der interessanten Bauernvariablen.

Consulting war eine festgestellte Autokorrelation der Fehler der Kreise über die Zeit. Durch den Wegfall des Random Intercepts könnte das Problem daher bei den Modellen für Wahltermingruppen mit mehreren Wahlen wieder auftreten. Auch ist eine Konsequenz der getrennten Betrachtung, dass es nicht möglich ist, eine echte zeitliche Analyse über alle sieben Wahlen durchzuführen.

Eine Änderung betrifft des Weiteren die räumliche Komponente. Diese bestand beim Consultingmodell aus einer regionalen Indikatorvariable und dem Random Intercept. Aufgrund des Wegfalls des Random Intercepts wird im ersten verwendeten Modellierungsansatz die räumliche Komponente alleinig durch die regionale Indikatorvariable abgedeckt. Da aber bereits beim Consultingmodell eine räumliche Korrelation der Fehler festgestellt wurde, wird zusätzlich auch ein zweiter Modellierungsansatz verwendet.

Anstelle die Kreise zu Regionen zusammenzufassen und für jede Region einen räumlichen Effekt zu schätzen, besteht alternativ auch die Möglichkeit, über die einzelnen Kreise eine glatte Funktion zu legen. Anstelle der regionalen Indikatorvariable verwendet man bei diesem Ansatz die Koordinaten der betrachteten Objekte im Raum. Da aber ein Kreis, im Gegensatz z. B. zu einem Baum, nicht durch ein einziges Koordinatenpaar im zweidimensionalen Raum dargestellt werden kann, ist eine Approximation der Kreise durch einen Punkt notwendig. Eine der verwendeten Approximationen stellen die Zentroiden, die geografischen



Abbildung 3: Daten: Zentroiden für räumliche Komponente – Kreise Ostpreußens und die berechneten Zentroiden.

Mittelpunkte, der Kreise dar.³⁴ Da diese für die einzelnen Kreise nicht vorlagen, mussten sie mit der für die Visualisierung der Ergebnisse erstellten Karte berechnet werden. Abbildung 3 zeigt die Kreise Ostpreußens und die berechneten Zentroiden.

Mit diesen Punkten als Orte der Beobachtungen erfolgt die Modellierung der räumlichen Komponenten mit einer glatten Funktion. Die verwendete Methode stellt eine zweidimensionale Erweiterung der Methodik zur glatten Modellierung der Kovariablen dar und wird auch als Oberflächenschätzung bezeichnet. Eine Möglichkeit stellt z. B. die Verwendung des Tensor-Produkts zweier eindimensionaler glatter Funktionen dar.³⁵

Die Modellformel ergänzt sich dabei um einen weiteren funktionalen Term.

$$y_i = \beta_0 + f_{B0-20ha}(x_{B0-20ha,i}) + \dots + f_{urban,i}(x_{urban,i}) + f(z_{1,i}, z_{2,i})$$

$f(z_1, z_2)$ entspricht der zu schätzenden Funktion der Oberfläche, wobei z_1 und z_2 in dieser Darstellung die Koordinaten des i -ten Kreises darstellen. Die glatte Funktion ersetzt die regionale Indikatorvariable im Modell. Dieser Modellierungsansatz ist flexibler, und es ist möglich, unterschiedliche Effekte innerhalb einer Region darzustellen. Auch ist kein Definieren von Regionen notwendig.

III. 1.3. Software und Schätzverfahren

Eine weiterer geänderter Aspekt stellt die verwendete Software dar. Während die Berechnungen für das Modell beim Consulting mit R³⁶ durchgeführt wurden, erfolgten diese Berechnungen mit BayesX³⁷. Bei BayesX handelt es sich um Software für Bayesianische Inferenz in strukturierten additiven Regressionsmodellen. Der Begriff „StAR-Modell“ deckt eine Vielzahl von Modelltypen, darunter z. B. generalisierte additive (gemischte) Modelle und geoadditve Modelle, ab.³⁸ Insgesamt stellt BayesX drei unterschiedliche

34 Belitz, Christine / Brezger Andreas / Kneib Thomas / Lang Stefan: BayesX. Software for Bayesian Inference in Structured Additive Regressions Models. Methodology Manual, München, 2009, S. 9.

35 Belitz / Brezger / Kneib / Lang: BayesX:Methodology Manual, 2009, S. 7.

36 R Development Core Team (2009). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Wien, Österreich. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.

37 Belitz, Christine / Brezger Andreas / Kneib Thomas / Lang Stefan: BayesX. Software for Bayesian Inference in Structured Additive Regressions Models, Version 2.0.1, 2009, URL <http://www.stat.uni-muenchen.de/~bayesx/bayesx.html>.

38 Belitz / Brezger / Kneib / Lang: BayesX:Methodology Manual, 2009, S. 3.

Schätzverfahren zur Verfügung, ein voll bayesianischer, ein empirisch bayesianischer und ein Likelihood-basierendes Verfahren. Für die Modelle wurde das empirisch bayesianische Verfahren gewählt.

Bei der empirisch bayesianischer Schätzung erfolgt eine Kombination von Aspekten aus frequentistischer Likelihood-Schätzung und bayesianischer Modellbildung und bedient sich der Gemischten-Modelle-Darstellung der StAR-Modelle. Dazu wird im ersten Schritt das spezifizierte StAR-Modell als generalisiertes lineares gemischtes Modell dargestellt. Dies erfolgt über eine Zerlegung der Regressionskoeffizienten in eine nichtpenalisierte und penalisierte Komponente. Die nichtpenalisierte Komponente bildet die festen Effekte und die penalisierte Komponente die zufälligen Effekte im generalisierten linearen gemischten Modell.³⁹

Im Gegensatz zum voll bayesianischen Ansatz werden beim empirisch bayesianischen Ansatz die zu bestimmenden Varianzkomponenten als unbekannte Konstanten betrachtet, die über ihre marginale Likelihood geschätzt werden. Die Schätzung erfolgt dann iterativ. Im ersten Schritt wird die Schätzung der Regressionsparameter, gegeben den aktuellen Werten für die Varianzen, aktualisiert. Im zweiten Schritt werden die Varianzen aktualisiert. Diese abwechselnde Schätzung erfolgt bis zur Konvergenz.⁴⁰

III. 1.4. Modellformeln der Modelle

Aufgrund dieser Änderungen kam es zu Änderungen bei der Modellformel. Das finale Modell beinhaltet vier Bauernvariablen: den Anteil der Parzellen-, der Klein-, der Mittel- und der Großbauern. Weitere kontrollierende Kovariablen sind die Wahlen, bei Modellen für Wahltermingruppen mit mehreren Wahlen, und als weitere soziodemografische Größen der Anteil der Protestanten, der Arbeiter, der Arbeiter in Industrie und Handwerk und der Urbanisierungsgrad des Kreises. Der Anteil der Arbeitslosen wurde nur bei Modellen, die für die Wahlen ab einschließlich 1932 berechnet wurden, berücksichtigt. Bei allen Modellen wurde auch eine räumliche Komponente verwendet.

Das finale Modell hat dann folgende Struktur für Kreis i und eine Wahltermingruppe. π_i steht, wie bereits im Consulting, für den Stimmanteil der

39 Belitz / Brezger / Kneib / Lang: BayesX:Methodology Manual, 2009, S. 17 – 19.

40 Belitz / Brezger / Kneib / Lang: BayesX:Methodology Manual, 2009, S. 26 – 27.

NSDAP im i -ten Kreis. Terme die nicht in allen Modellen vorkommen, stehen in Klammern:

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right) &= \beta_0 + (\beta_{Wahl\ t} x_{Wahl\ t, i}) \\ &+ f_{B0-2ha}(x_{B0-2ha, i}) + \dots + f_{urb}(x_{urb, i}) + (f_{al, i}(x_{al, i})) \\ &+ f_{spat}(z_i) \end{aligned}$$

Abhängig von der Wahltermingruppe gibt es einen zusätzlichen Koeffizienten für die weiteren Wahlen innerhalb der Wahltermingruppe. Referenz ist die jeweils erste Wahl innerhalb der Wahltermingruppe. Mit Ausnahme der Arbeitslosigkeit (al) sind die glatt geschätzten Variablen bei allen Modellen identisch. Die räumliche Funktion f_{spat} steht für einen der beiden beschriebenen Modellierungsansätze.

$$f_{spat}(z_i) = \beta_{R1}(z_{R1, i}) + \dots + \beta_{R26}(z_{R26, i}), \quad z_i = (z_{R1, i}, \dots, z_{R26, i})'$$

Dies stellt die räumliche Funktion bei Verwendung der regionalen Indikatorvariable dar. Der z_i -Vektor hat dabei an der Stelle, die der zugeordneten Region des Kreises entspricht, eine Eins und ist ansonsten überall null. Beim zweiten Modellierungsansatz entspricht f_{spat} :

$$f_{spat}(z_i) = f(z_{i,1}, z_{i,2}), \quad z_i = (z_{i,1}, z_{i,2})$$

einer glatten Funktion. In diesen Fall entspricht z_i den Koordinaten des Zentroiden des Kreises.

Es wurden für beide räumlichen Modellierungen Modelle für alle vier Wahltermingruppen berechnet, also insgesamt acht Modelle. Erneut erfolgte auch eine Zusammenlegung der Bauern mit null bis 20 Hektar zu einer Kategorie, um die Auswirkung dieser Zusammenlegung zu überprüfen. Für diese Modelle wurde als räumliche Komponente der Ansatz über die regionale Indikatorvariable verwendet. Analog zum Consulting erfolgte eine restriktive Kontrolle der maximalen Komplexität bei den glatten Funktionen, um die Modellkomplexität zu kontrollieren.

III. 2. Ergebnisse der gerechneten Modelle

Im Folgenden sollen die Ergebnisse der gerechneten Modelle vorgestellt werden. Beginnend werden die Ergebnisse eines Teils der Kontrollmodelle vorgestellt. Anschließend erfolgt die Vorstellung der geschätzten Effekte aller Kovariablen für die Modelle mit regionaler Indikatorvariable. Bei den Modellen mit Oberflächenschätzung konzentriert sich die Betrachtung auf die geschätzten glatten Funktionen für die Mittelbauern und die räumliche Funktion. Nur deutliche Unterschiede bei den anderen Kovariablen werden erwähnt und dargestellt. Danach erfolgt die Vorstellung der geschätzten Funktionen, die für die zusammengelegte Kategorie Bauern mit einer landwirtschaftlichen Nutzfläche von null bis 20 Hektar ermittelt wurde. Nach der Vorstellung der Ergebnisse erfolgt noch eine kurze vergleichende Modelldiagnostik.

Im Gegensatz zu den im Consultingbericht gezeigten Grafiken wird aber bei der Darstellung der glatten geschätzten Funktionen nicht mehr $\exp(\beta)$, sondern nur β , gezeigt. Alle vorgestellten Modelle konvergierten.

III. 2.1. Kontrollmodelle

Vor den eigentlichen Modellen erfolgte eine umfangreiche Berechnung von Kontrollmodellen, deren Ergebnisse aber nicht im Detail vorgestellt werden sollen. Nur die Hauptergebnisse dieser Modelle sollen vor der Vorstellung der Hauptmodelle kurz erwähnt werden.

Die ersten Kontrollmodelle sollten die Auswirkung der geänderten Modellierungsmethode und Software überprüfen. Zur Überprüfung dieser Auswirkungen wurde daher für alle vier Wahltermingruppen ein Modell mit den beim Consulting verwendeten Kovariablen gerechnet. Die bei diesen Modellen verwendeten Bauernvariablen sind identisch mit den aus dem Consulting. Der Fokus beim Vergleich zwischen den Kontrollmodellen und dem Consultingmodell lag dabei auf der Struktur der geschätzten glatten Funktionen. Auch wenn nicht alle Funktionen identisch waren, konnte über alle Kovariablen kein deutlicher Widerspruch zwischen beiden Modellen entdeckt werden. Beim C-K-M Anteil waren die Verläufe der Funktionen bei beiden Modellen fast identisch. Als Ergebnis kann man festhalten, dass das geänderte Verfahren keine großen Auswirkungen auf die festgestellte Struktur der glatten Funktionen hatte. Die Modelle bestätigten zugleich die Ergebnisse des Consultings. Dies stellten zugleich die letzten Modelle dar, die die

alte Bauernkategorien verwendeten. Alle folgenden Modelle nutzten die neuen, korrigierten Kategorien.

Als Nächstes erfolgte eine erneute Überprüfung der Zusammenlegung von Wahlen zu Wahltermingruppen. Da neue Bauernvariablen verwendet werden, sollte überprüft werden, dass es auch bei diesen Größen keine großen Unterschiede zwischen den glatt geschätzten Effekten für die einzelnen Wahlen innerhalb einer Wahltermingruppe gibt. Dies erfolgte beispielhaft für die Wahltermingruppe 1932 und 1933. Bei der Berechnung der Modelle wurden das reduzierte Variablen­set und die regionale Indikatorvariable für die räumliche Komponente verwendet. Abbildung 4 zeigt die glatt geschätzten Funktionen für die Bauern mit fünf bis 20 Hektar landwirtschaftlich genutzter Fläche und die Wahltermingruppe 1932 und 1933.

Die oberen beiden Grafiken zeigen den geschätzten Effekt für die beiden Wahlen 1932, links Juli 1932, recht Dezember 1932. Links unten wird der Effekt für die Wahl im März 1933 gezeigt, rechts unten der Effekt für die gesamte Wahltermingruppe. Zwischen den vier geschätzten Funktionen sind keine deutlichen Unterschiede erkennbar. Einzig scheint die Effekt bei der Wahl im Dezember 1932 bei höheren Mittelbauernwerten etwas höher zu liegen, während das Maximum bei der Wahl vom März 1933 etwas niedriger als bei den Wahlen im Jahr 1932 ist.

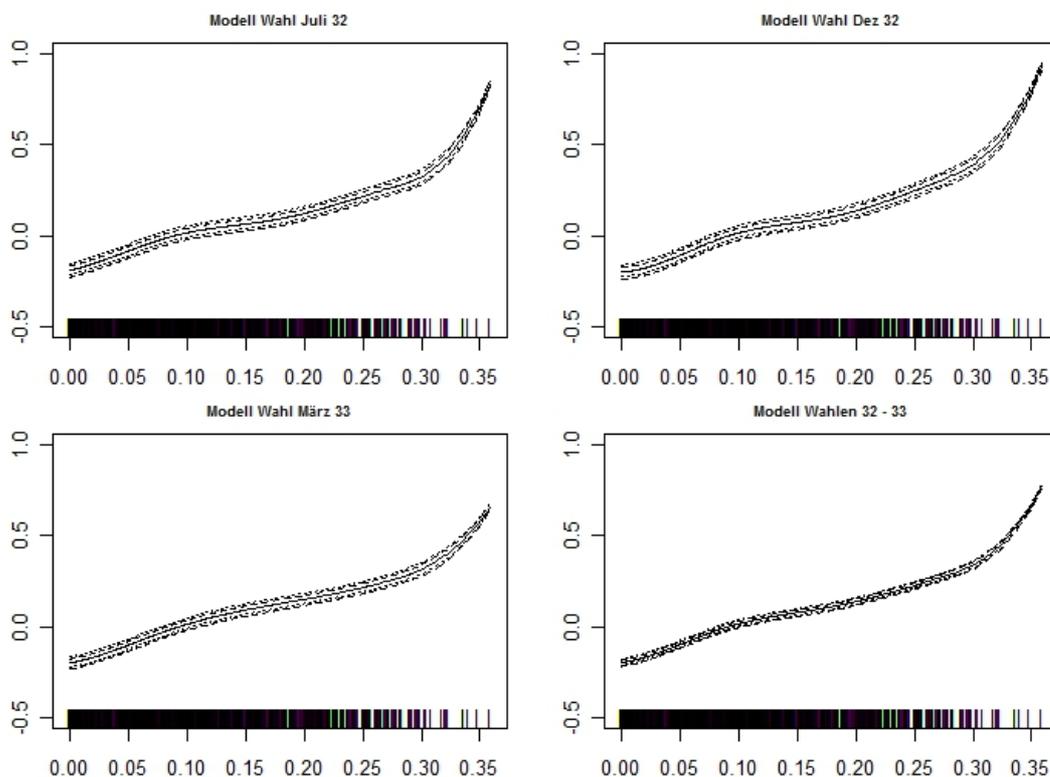


Abbildung 4: Kontrollmodelle für Wahltermingruppe 1932 und 1933: Auswirkung der Zusammenlegung der Wahlen, Variable: Mittelbauernanteil.

Eine große Ähnlichkeit konnte auch bei den anderen metrischen Kovariablen festgestellt werden. Etwas deutlicher fallen diese bei der geschätzten Funktion für den Anteil der Protestanten aus. Beim Einzelmodell für die Wahl im März 1933 ist der negative Effekt geringer Protestantenanteile auf das Wahlergebnis der NSDAP deutlich schwächer, als bei den beiden Wahlen von 1932 ausgeprägt. Die größten Unterschiede zwischen den Modellen bestehen in der räumlichen Komponente. Da der Schwerpunkt der Analyse aber bei den Mittelbauern liegt und bei diesen keine nennenswerten Unterschiede beobachtet werden konnten, wurde die Zusammenlegung zu Wahltermingruppen beibehalten.

Die letzte Überprüfung bezog sich auf die Bauernvariablen selbst. Um auszuschließen, dass die Berücksichtigung der vier Kategorien größere Probleme bei der Schätzung verursacht, wurden alle Modelle auch nur mit den Mittelbauern gerechnet. Beim Vergleich der ermittelten Effekte zeigten sich aber fast keine Unterschiede. Abbildung 5 stellt, als Beispiel, die beiden geschätzten Funktionen für die Wahltermingruppe 1932 und 1933 gegenüber, links ist die geschätzte Funktion, wenn von den Bauernvariablen nur die Mittelbauern im Modell berücksichtigt wurden, rechts, wenn die Anteile aller vier Kategorien aufgenommen wurden. Erkennbar ist nur ein leichtes Abflachen der Funktion, wenn nicht auf die anderen Bauernkategorien kontrolliert wird.

Da gerade die geschätzten Effekte der verschiedenen Kategorien, vor allem im Hinblick auf mögliche Unterschiede, von Interesse sind, wurde bei der finalen

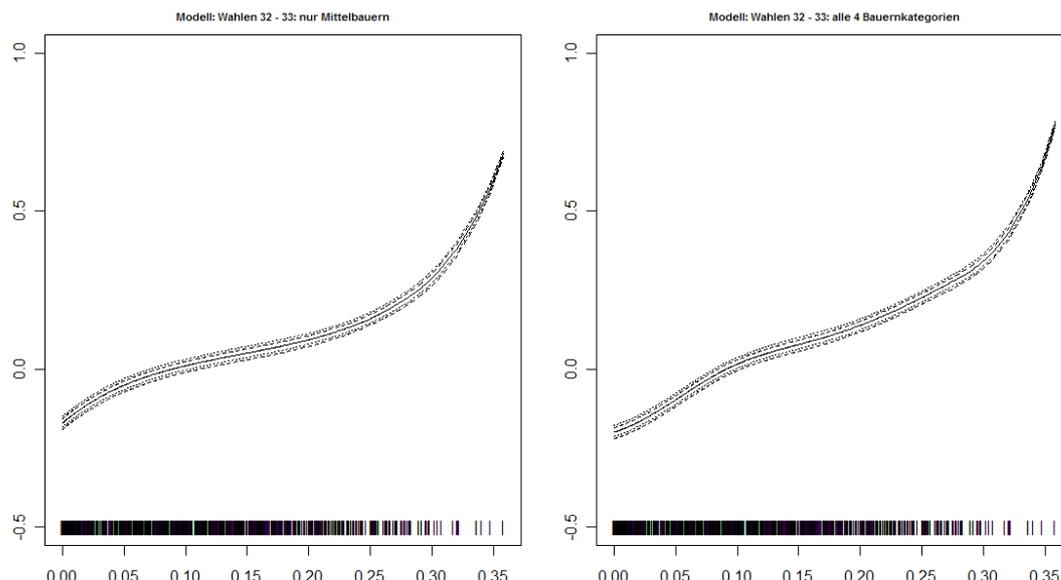


Abbildung 5: Kontrollmodelle für Wahltermingruppe 1932 und 1933: Auswirkung der gemeinsamen Berücksichtigung der vier Bauernkategorien im Modell, Variable: Mittelbauernanteil.

Modellierung das größere Modell mit allen vier Bauernkategorien verwendet.

III. 2.2. Modell mit regionaler Indikatorvariable

Die ersten vier Modelle, deren Ergebnisse im Folgenden vorgestellt werden, nutzten für die räumliche Komponente eine regionale Indikatorvariable. Wie schon beim Consulting, wird, da es sich bei der Analyse um eine Vollerhebung der Wahlergebnisse handelt, auf eine echte Diskussion der Konfidenzintervalle verzichtet. Da sie aber bei erweiterten Interpretationen von Interesse sein könnten, werden sie diesmal mit angegeben.

Tabelle 4 fasst die Intercepts und die Wahlkoeffizienten der einzelnen Modelle zusammen. Zusätzlich wird das 95-Prozent Konfidenzintervall für die Parameter mit angegeben. Die letzten beiden Spalten dienen der besseren Veranschaulichung der Koeffizienten.

| Parameter | Wahl | β_j | Konfidenzint. | | $\exp(\beta_0) * \exp(\beta_w)$ | „mittlere“ Vorhersage |
|--------------|-----------|-----------|---------------|--------|---------------------------------|--------------------------|
| | | | Unt. | ob | | |
| Intercept M1 | (Mai 24) | -3,107 | -3,346 | -2,867 | 0,045 | 0,043 |
| Wahl 2 (M1) | (Dez 24) | -0,811 | -0,814 | -0,809 | 0,020 | 0,019 |
| Intercept M2 | (Mai 28) | -5,605 | -5,979 | -5,232 | 0,003 | 0,004 |
| Intercept M3 | (Sept 30) | -2,070 | -2,221 | -1,920 | 0,126 | 0,110 |
| Intercept M4 | (Jul 32) | -0,945 | -1,012 | -0,878 | 0,389 | 0,280 |
| Wahl 6 (M4) | (Nov 32) | -0,230 | -0,231 | -0,229 | 0,309 | 0,236 |
| Wahl 7 (M4) | (Mär 33) | 0,355 | 0,354 | 0,355 | 0,554 | 0,357 |

Tabelle 4: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Übersicht über Intercepts und Wahlkoeffizienten der Modelle.

In der dritten Spalte wird der $\exp(\beta)$ für die einzelnen Wahlen angegeben. Dieser Wert entspricht entweder direkt dem Intercept oder dem Produkt des Intercepts mit den Wahlkoeffizienten. Die letzte Spalte zeigt den „mittleren“ Vorhersagewert des Modells für die Wahlen. Mittlere in der Hinsicht, dass alle anderen Komponenten des Modells als null angenommen werden. Damit bezieht sich dieser Wert direkt auf die Provinz Ostpreußen, die die Referenzkategorie der regionalen Komponente ist. So wird für einen Kreis in Ostpreußen, bei dem alle anderen Funktionen den Wert null haben, ein Wert von 28 % für die NSDAP bei der Wahl im Juli 1932 vorhergesagt.

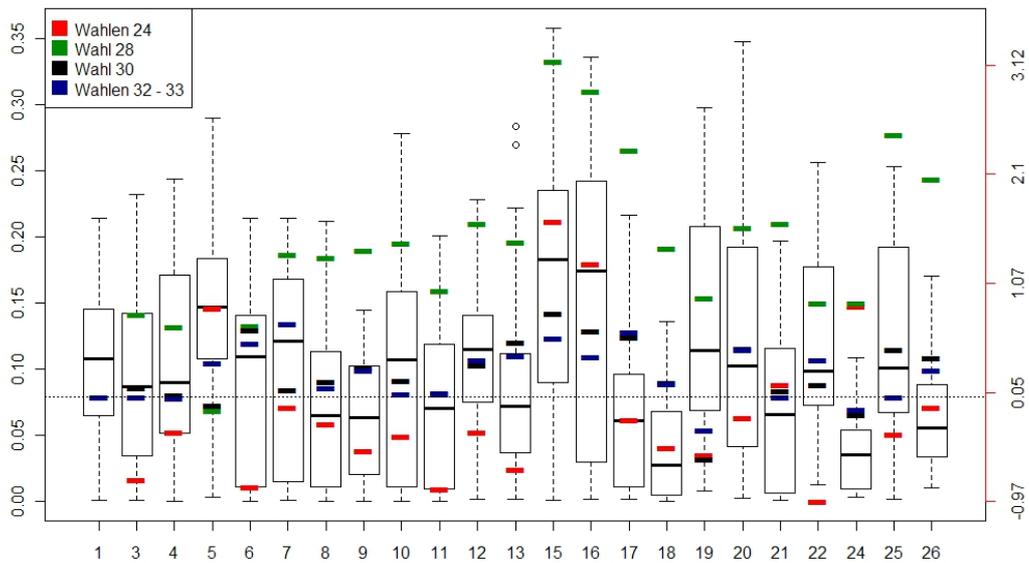


Abbildung 6: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Regionenkoeffizienten der vier Modelle und Mittelbauernanteil.

Abbildung 6 zeigt die räumlichen Komponenten. Für jede Region sind über einen Boxplot des Mittelbauernanteils die vier ermittelten Koeffizienten dargestellt. Rot steht für die Koeffizienten des Modells für die Wahlen 1924, Grün für die Wahl 1928, Schwarz für 1930 und Blau für die Wahlen 1932 bis 1933. Die Skala für den Mittelbauernanteil befindet sich auf der linken Seite, die für die Koeffizienten auf der rechten Seite. Die Referenzkategorie Ostpreußen ist Region 1. Gut erkennbar an dieser Grafik sind auch die regional stark unterschiedlichen Mittelbauernanteile in der Weimarer Republik. Besonders niedrige Mediane haben die Regionen 18 und 24, während besonders hohe Mediane in den Regionen 15 und 16 feststellbar sind. Die Nulllinie der Koeffizienten zeigt die gepunktete Linie.

Die ermittelten Regionenkoeffizienten für die Wahlen 1924 liegen fast alle unter null, Ausnahmen sind nur die Regionen 5, 15, 16 und 24, deren Koeffizienten deutlich größer als null sind. Der Wert für die Region 21 liegt nahe null. Im Vergleich mit der Referenzregion wurde also für die meisten Regionen ein negativer Regioneneffekt bestimmt, wobei die Regionen 3, 6, 11 und 22 die größten negativen Koeffizienten aufweisen. Bei der Wahl 1928 ist das Bild umgekehrt, die meisten Werte sind größer als null. Bei den Koeffizienten der Regionen 15, 16, 17, 25 und 26 handelt es sich dabei um die größten Werte, sie liegen oberhalb zwei. Bei den meisten anderen Regionen haben die Koeffizienten Werte um eins. Einzig der

Koeffizienten der Region 5 ist kleiner als null. Dieser Wert ist besonders interessant, da bei den Wahlen zuvor die Region noch den drittgrößten Wert hatte. Es scheint, dass die Referenzkategorie und die Region 5 bei der Wahl Mai im 1928 besonders schlechte Regionen für die NSDAP gewesen waren. Für die ersten drei Wahlen konnten also deutliche regionale Unterschiede festgestellt werden.

Bei der Wahl 1930 sind die Werte deutlich ausgeglichener und es gibt keine so deutlichen Unterschiede mehr zwischen den Koeffizienten. Die ermittelten Koeffizienten liegen zwischen -0,6 und 0,8, sodass aber immer noch deutliche regionale Unterschiede bestehen. Die höchsten Werte haben die Regionen 5, 15 und 16. Den mit Abstand kleinsten Wert die Region 19. Bei der Wahlen 1932 bis 1933 ist ein ähnliches Bild zu erkennen. Die Werte der meisten Koeffizienten liegen nahe den Wert der Wahl von 1930. Es ist aber eine Tendenz der Werte zu null feststellbar, sodass sich die räumlichen Unterschiede weiter abgeschwächt haben. Den größten Unterschied zwischen den Werten der beiden Modelle weist die Region 7 auf.

Es gab also vor allem bei den ersten drei Wahlen ein starke räumliche Komponenten, die sich bei den letzten vier Wahlen abschwächte. Über alle Wahlen

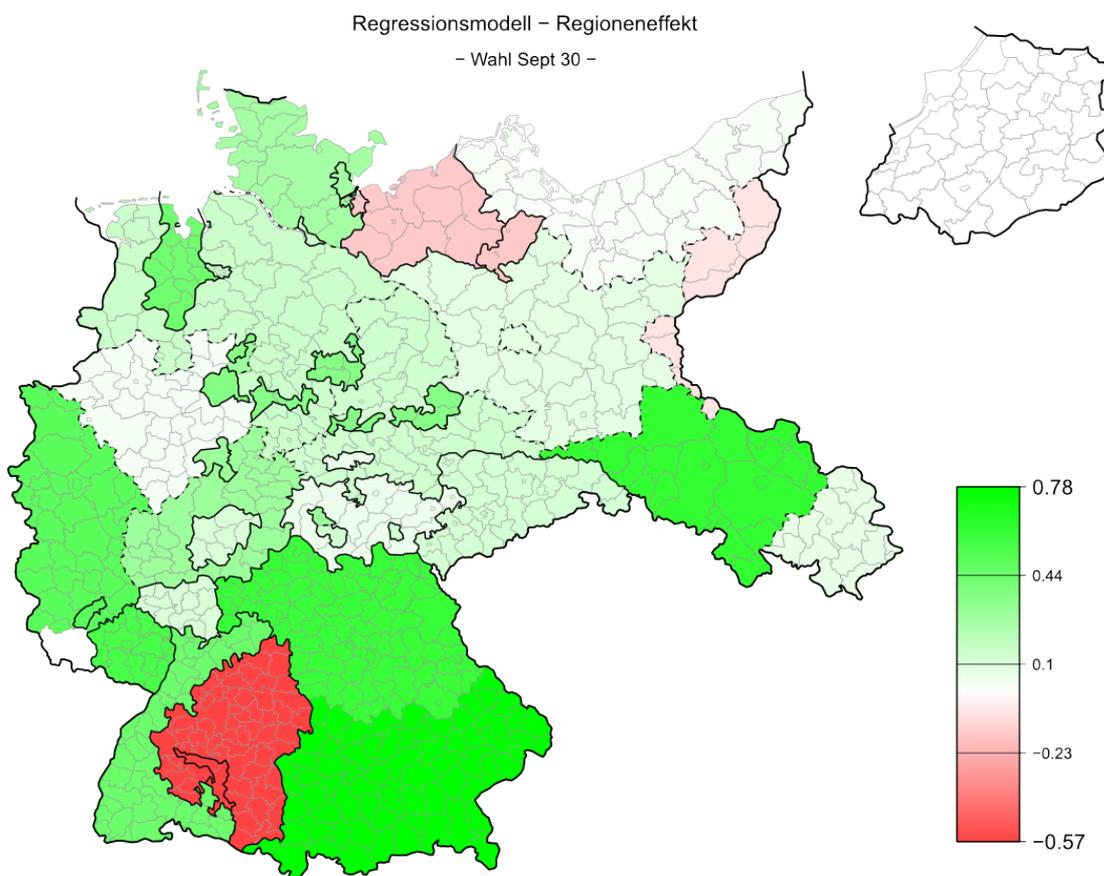


Abbildung 7: Modell mit regionaler Indikatorvariable: räumliche Komponente – Modell September 1930.

hatten die Regionen 15 und 16 mit die größten Werte. Die Region 19 zeigt, mit Ausnahme der Wahl 1928, die niedrigsten Werte. Auch wenn teilweise ein Zusammenhang mit dem Median des Mittelbauernanteils in den Kreisen und den Koeffizienten für die letzten vier Wahlen besteht, z. B. haben die Regionen 15 und 16 auch die höchsten Mediane und mit die höchsten Werte, kann zumindest keine eindeutige Struktur identifiziert werden. Zum Beispiel liegt der Median der Region 19, die die niedrigsten Koeffizienten hat, auch im oberen Bereich. Abbildung 7 zeigt die ermittelte räumliche Komponente des Modells für die Wahl im September 1930. Aufgrund des Wegfalls des Random Intercepts wird kein Vergleich mit den Parametern des Consultingmodells versucht.

Die folgenden Grafiken zeigen die glatt geschätzten Effekte der Modelle. Oben links ist jeweils die Funktion für die Wahlen 1924, oben rechts für die Wahl 1928, unten links für die Wahl 1930 und unten rechts für die Wahlen 1932 bis 1933 zu sehen. Für alle Grafiken wurde eine identische Skala von -2 bis 1,5 für die y-Achse verwendet. Die beobachteten Anteile der jeweiligen Größe in den Kreisen sind durch kleine Markierungen oberhalb der x-Achse gekennzeichnet. Bei der Interpretation ist zu berücksichtigen, dass es sich um die Effekte der Größen, gegeben den anderen im Modell berücksichtigten Kovariablen, handelt.

Abbildung 8 zeigt die Funktionen für den Anteil der Protestanten. Die

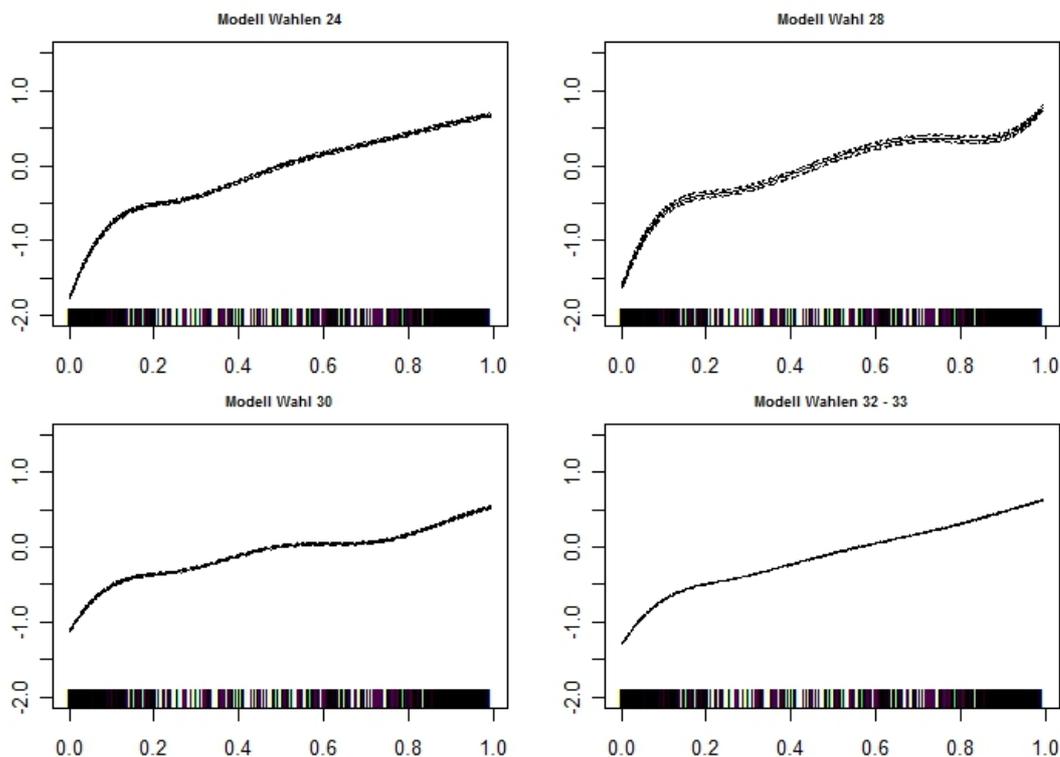


Abbildung 8: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Protestanten.

Religion wird generell als eine der wichtigsten Variablen bei Modellierungen bezüglich der Wahlen zur Weimarer Republik betrachtet. Eine große Bedeutung der Variablen zeigt sich auch beim Consultingmodell. Die mit den Modellen ermittelten Funktionen bestätigen erneut die Wichtigkeit der Religion. Ein niedriger Protestantenanteil führte zu einem deutlich schlechteren Ergebnis für die NSDAP, ein hoher Anteil zu besseren Ergebnissen. Eine Art Bruchpunkt der Funktion stellt ein Protestantenanteil von 10 % dar, unterhalb des Wertes ist die Funktion deutlich steiler als im Bereich oberhalb des Wertes. Erkennbar ist auch eine leichte Abflachung der Funktionen der späteren Wahlen, was einer leichten Angleichung der Wahlresultate in protestantischen und nichtprotestantischen Kreisen entspricht.

In Abbildung 9 werden die Ergebnisse für die Parzellenbauern dargestellt. In den meisten Kreisen lag der Parzellenbauernanteil unter 25 %. Für diese Kreise wurde bei den ersten drei Modellen ein schwacher positiver Zusammenhang zwischen Parzellenbauernanteil und NSDAP-Ergebnis ermittelt. Beim letzten Modell für die Wahlen 1932 bis 1933 ist dieser positive Zusammenhang nicht mehr erkennbar, die Funktion entspricht fast der Nulllinie. Alle geschätzten Funktionen haben im Bereich der sehr hohen Parzellenbauernanteile einen deutlichen Knick nach unten, in dem betroffenen Bereich liegen aber auch nur sehr wenige Kreise. Eine

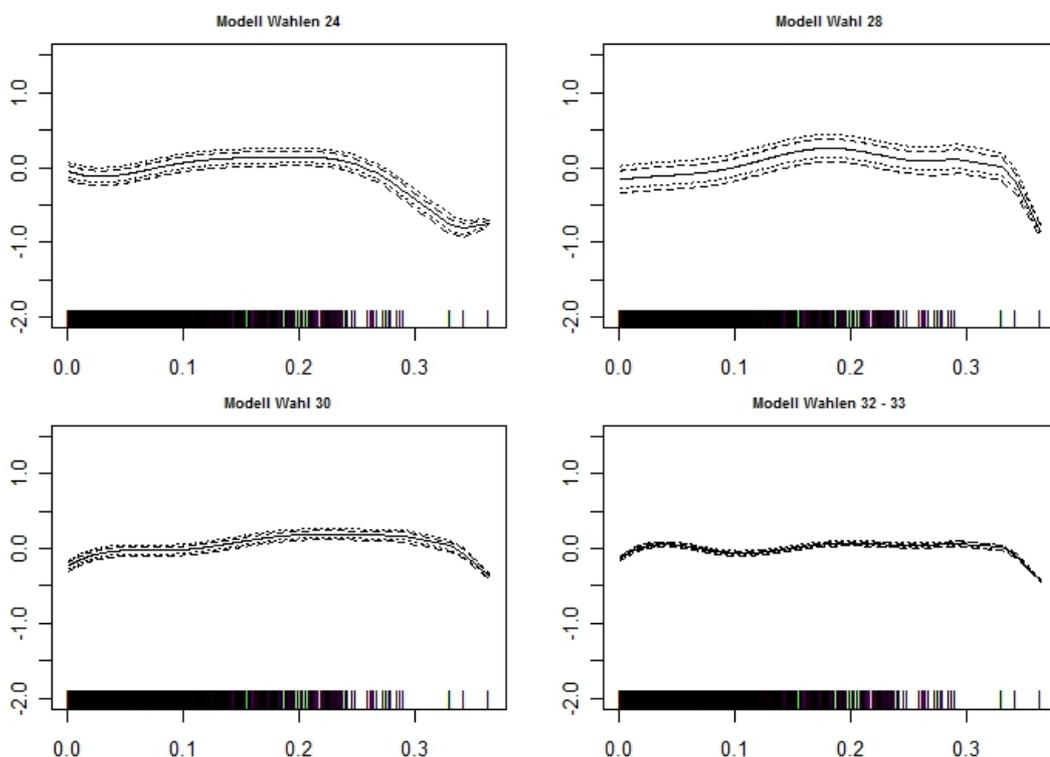


Abbildung 9: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Parzellenbauern (null bis zwei Hektar).

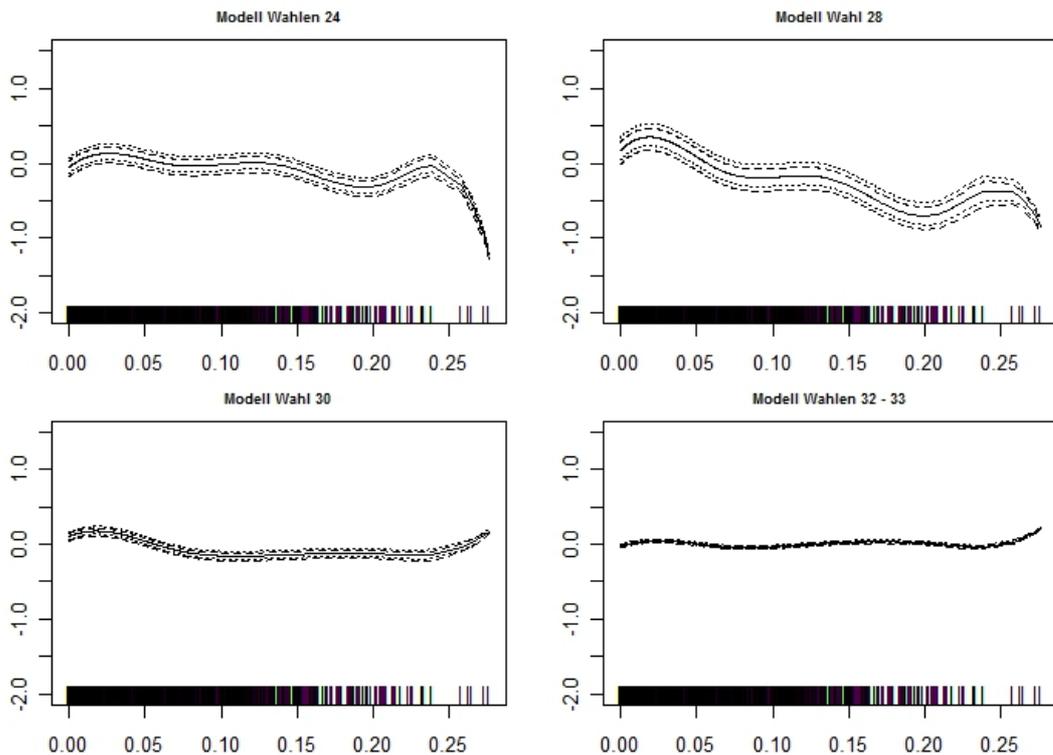


Abbildung 10: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Kleinbauern (zwei bis fünf Hektar).

Ausnahme stellt das Modell für die Wahlen 1924 dar, wo der Knick bereits bei 25 % beginnt und mehr Kreise diesen Abfall der Funktion stützen. Bei allen Wahlen ist der Effekt deutlich schwächer als der für die Religion ermittelte Effekt.

Bei den Kleinbauern zeigt sich eine andere Struktur. Bei den in Abbildung 10 gezeigten Funktionen ist bei den ersten drei Wahlen ein negativer Zusammenhang zwischen Kleinbauernanteil und Ergebnis der NSDAP erkennbar. Dieser, bei den Wahlen 1924 nur schwach ausgeprägter Zusammenhang, verstärkt sich bei der Wahl 1928 deutlich. Beim Modell für die Wahl 1930 ist immer noch ein schwacher negativer Zusammenhang vorhanden. Kreise mit einem Kleinbauernanteil von unter 5 % haben höhere Werte. Aber bereits bei dieser Wahl entspricht die geschätzte Funktion im Bereich von sieben bis 25 % fast der Nulllinie. Bei den Wahlen 1932 und 1933 entspricht die Funktion fast im gesamten Bereich der Nulllinie, und es ist keine Wirkung des Kleinbauernanteils auf das Ergebnis der NSDAP erkennbar. Wie aber auch bei den Parzellenbauern ist ein Effekt am Rand der Daten zu erkennen. Bei hohen Kleinbauernanteilen von über 25 %, geht die Funktion nach oben. Ein solcher Randeffekt, mit zwischenzeitlich wechselnder Richtung, ist bei allen vier Modellen erkennbar.

Abbildung 11 zeigt die Funktionen für die Mittelbauern. Bei den ersten drei

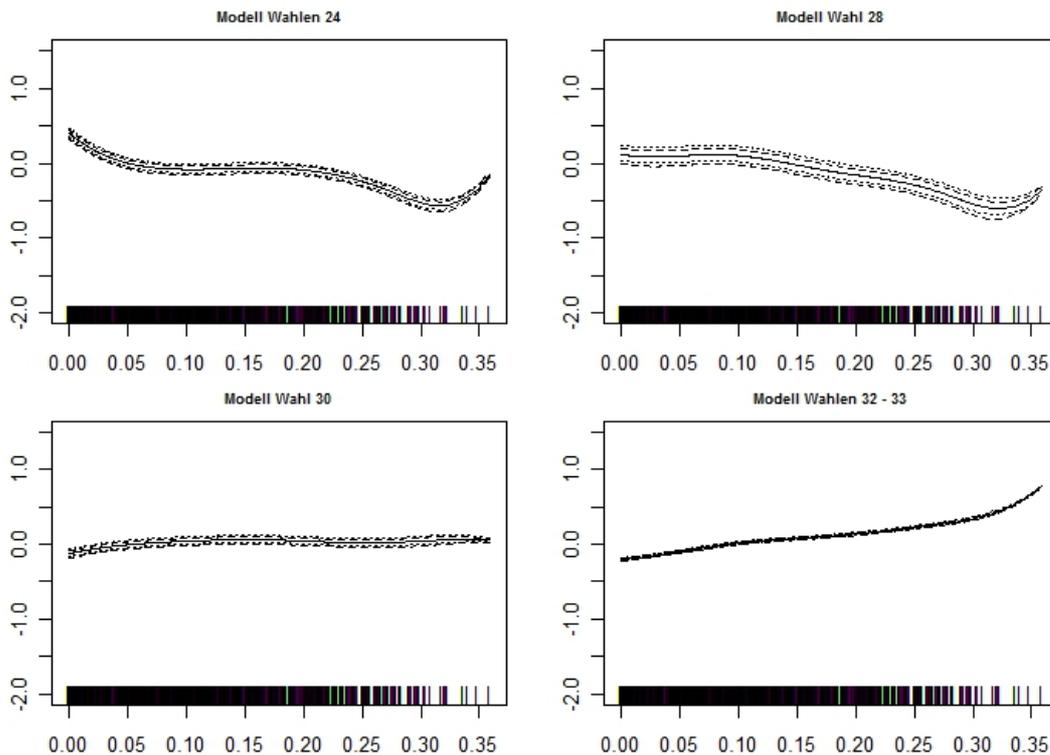


Abbildung 11: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Mittelbauern (fünf bis 20 Hektar).

Wahlen zeigt sich wie bei den Kleinbauern ein negativer Zusammenhang zwischen Mittelbauernanteil und NSDAP-Ergebnis. Bei den Wahlen 1924 ist der für niedrige Mittelbauernanteile positive Effekt für die NSDAP noch stärker ausgeprägt, als bei der Wahl 1928, wo die Funktion am Anfang deutlich flacher ist. Bei beiden Funktionen ist für sehr hohe Werte ein leichter Anstieg der Funktion erkennbar. Für die Wahl 1930 ähnelt die Funktion einer Nulllinie, wobei aber im unteren Bereich, unter 10 %, ein sehr schwacher positiver Zusammenhang besteht. Bei den Wahlen 1932 und 1933 zeigt die Funktion einen positiven Zusammenhang, die Funktion steigt von -0,2 bei 0 % auf 0,3 bei 30 %. Im Bereich oberhalb von 30 % Mittelbauernanteil ist die Funktion deutlich steiler, es gibt aber auch nur zwölf Kreise in diesem Bereich.

Für die Mittelbauern kann man somit Ähnliches wie für die C-K-M-Bauern beim Consulting feststellen. Bei den ersten beiden Wahlen sorgte ein hoher Mittelbauernanteil für schlechtere Ergebnisse für die NSDAP. Bei der Wahl 1930, nach Beginn der Weltwirtschaftskrise, ist diese negative Struktur verschwunden. Im unteren Bereich der Funktion ist ein sehr schwacher positiver Zusammenhang feststellbar. Bei den Wahlen 1932 und 1933, nach Verschärfung der Krise, kippte der Zusammenhang. Ein hoher Mittelbauernanteil führte dann zu besseren Ergebnissen für die NSDAP. Dieser positive Zusammenhang bei den letzten drei Wahlen

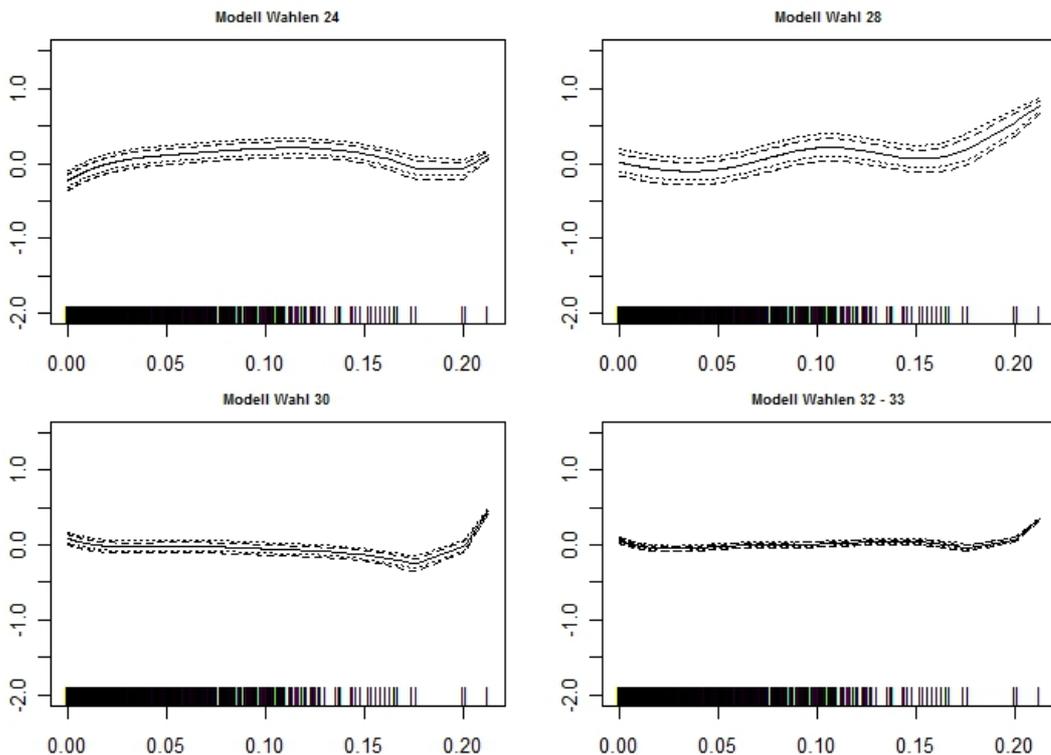


Abbildung 12: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Großbauern (20 bis 100 Hektar).

unterscheidet die Mittelbauern auch von den Kleinbauern, bei denen kein Zusammenhang mehr feststellbar war.

Als letzte Bauernkategorie werden die Großbauern betrachtet. Die geschätzten Funktionen für die Kategorie sind in Abbildung 12 gezeigt. Der Anteil der Großbauern lag in den meisten Kreisen unter 15 %, und war damit deutlich niedriger als die Werte der drei bisher betrachteten Kategorien. Bei den Wahlen 1924 zeigt sich bis 12 % Großbauernanteil ein positiver Zusammenhang, für größere Werte fällt die Funktion aber. Bei der Wahl 1928 ist diese Struktur wieder erkennbar, wobei aber die Funktion für Kreise mit viel niedrigeren Anteilen größer ist. Auch steigt die Funktion für Kreise mit sehr hohen Anteilen nochmals deutlich an. Dieser deutliche Anstieg am Rand ist auch bei der Wahl 1930 und bei den Wahlen 1932 und 1933 erkennbar. Im restlichen Bereich ist aber beim Modell für die Wahl 1930 ein negativer Zusammenhang zu erkennen. Dieser Zusammenhang ist 1932 und 1933 nicht mehr erkennbar und die Funktion entspricht im Bereich von null bis 17 % fast der Nulllinie.

In Abbildung 13 werden die Ergebnisse für den Arbeiteranteil gezeigt. Bei dieser Größe zeigt sich vor allem bei den ersten beiden Modellen ein sehr deutlicher negativer Zusammenhang. Bei der Wahl 1928, wo der negative Zusammenhang

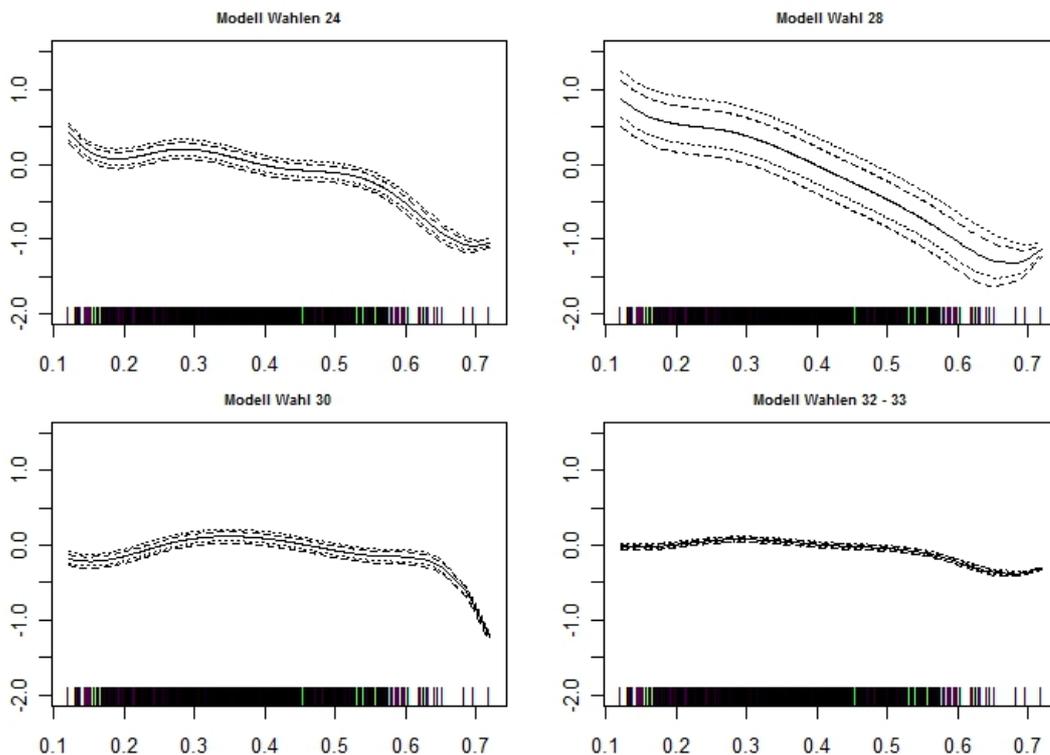


Abbildung 13: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Arbeiter.

noch stärker ist, erreicht er die Größenordnung der Religion. Die Werte fallen von 0,9 auf -1,5. Bei den ersten drei Wahlen waren die Ergebnisse der NSDAP in Kreisen mit hohen Arbeiteranteilen deutlich schwächer. Bei der Wahl 1930 ist kein so klarer negativer Zusammenhang mehr erkennbar. Bis 35 % Arbeiteranteil steigt die Funktion, um anschließend wieder zu fallen. Am Rand, für Kreise mit mehr als 60 % Arbeiteranteil, fällt die Funktion sehr stark ab. Bei der Funktion für die Wahlen 1932 und 1933 fällt der Anstieg bis 35 % deutlich schwächer aus, bei größeren Werten fällt die Funktion erneut, wobei kein so starker Abfall am Rand mehr festgestellt werden kann. Abgesehen vom Effekt am Rand, sind bei den letzten beiden Modellen die festgestellten Unterschiede durch den Arbeiteranteil deutlich schwächer als bei den ersten beiden Modellen, aber immer noch deutlich erkennbar.

Die Funktionen für die Arbeiter, die in Industrie und Handwerk gearbeitet haben, sind in Abbildung 14 dargestellt. Die meisten Werte liegen im Bereich unter 50 %, mit einigen Kreisen mit höheren Werten bei 1924 und 1928 ist im Bereich von 10 bis 50 % ein schwacher positiver Zusammenhang erkennbar, für Kreise mit weniger als 10 % Arbeiter in Industrie und Handwerk wird hingegen ein schwacher negativer Zusammenhang angenommen. Im Bereich der Werte über 50 % steigt die Funktion stark an. Bei der Wahl 1930 besteht im Bereich bis 35 % ein negativer Zusammenhang, anschließend steigen die Werte bis 60 % leicht, um am Rand erneut

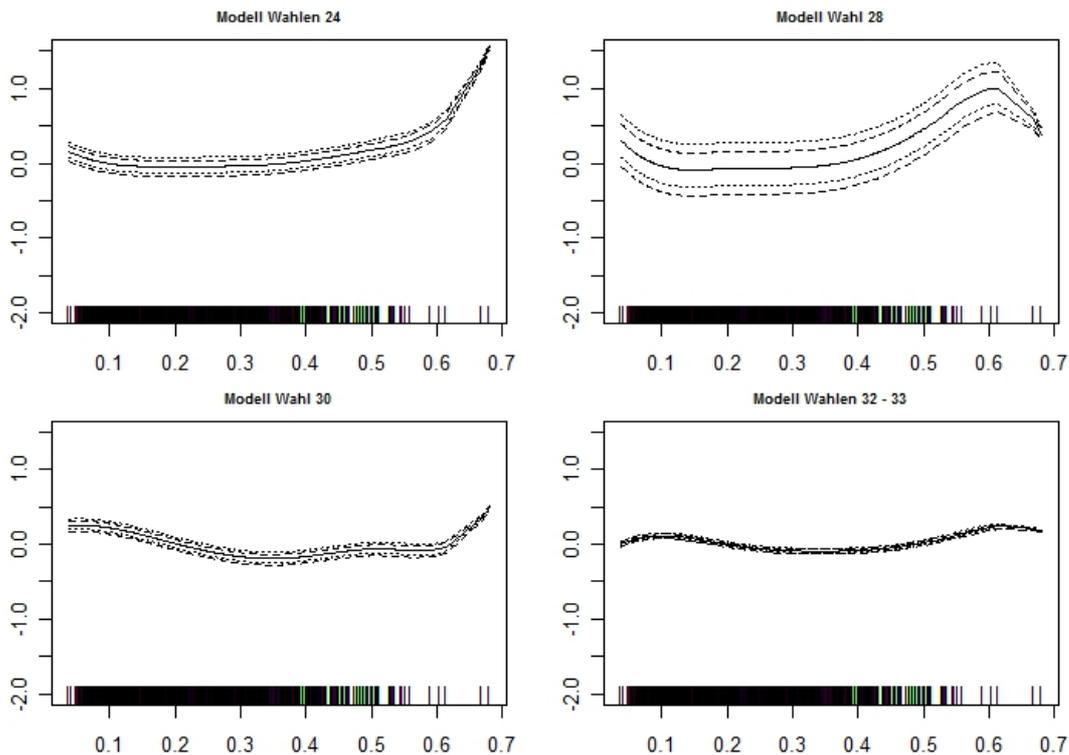


Abbildung 14: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Arbeiter Industrie und Handwerk.

deutlich anzusteigen. Ähnlich sieht auch die Funktion für die Wahlen 1932 und 1933 aus, der Anstieg im Bereich über 35 % bis 60 % ist aber stärker, sodass die Funktion bei 60 % über dem Wert von 10 % liegt. Am Rand kommt es zu keinem deutlichen

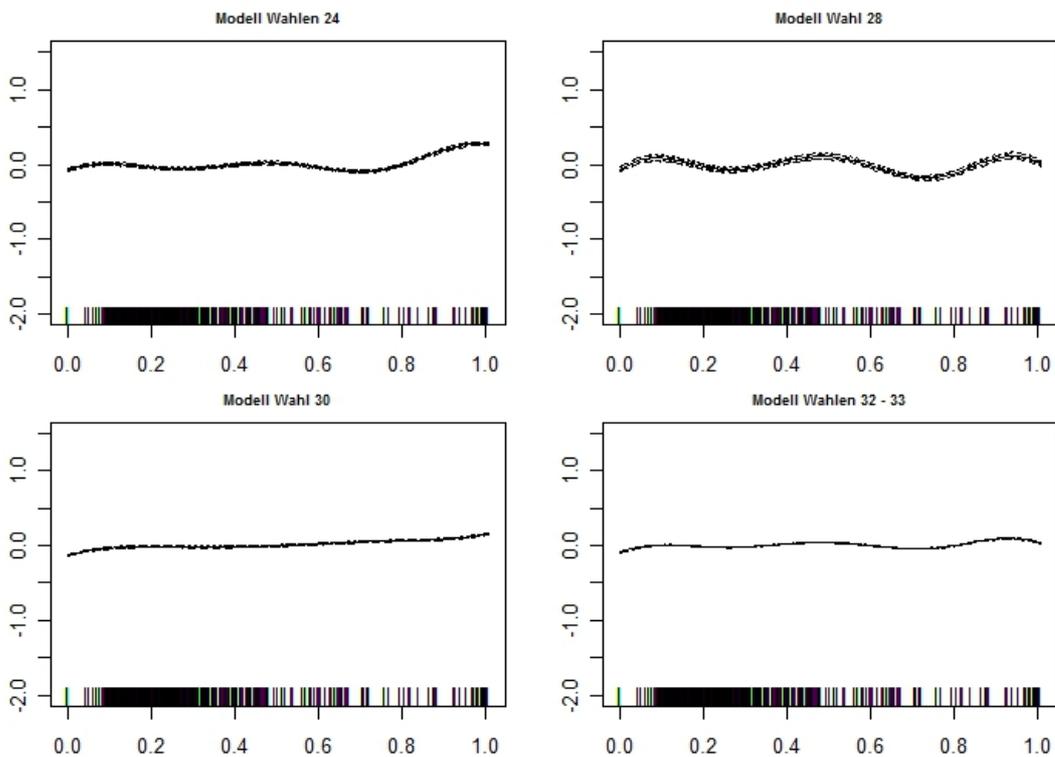


Abbildung 15: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Urbanisierungsgrad.

Anstieg der Funktion. Wenn man nur den Bereich von fünf bis 55 % betrachtet, liegen alle Funktionen in einer ähnlichen Größenordnung.

Die letzte bei allen Wahlen berücksichtigte Variable ist der Urbanisierungsgrad der Kreise. Die mit den Modellen geschätzten Funktionen sind in Abbildung 15 dargestellt. Für die Wahlen 1924 entspricht die geschätzte Funktion im Bereich bis 80 % fast der Nulllinie. Im Bereich von 80 bis 100 % steigt die Funktion dann von 0 auf fast 0,3 an. Die Funktion für die Wahl 1928 besitzt drei lokale Maxima, nahe 0 %, 50 % und 100 %, und zwei Minima zwischen den Maxima. Bei der Wahl 1930 ist nur ein sehr schwacher positiver Zusammenhang erkennbar. Die Funktion ist aber überall nahe der Nulllinie. Die Funktion für die Wahlen 1932 und 1933 besitzt wiederum mehrere Maxima und Minima, nimmt aber nur einen sehr geringen Wert an, sodass auch sie fast der Nulllinie entspricht. Abgesehen von den ersten beiden Wahlen, bei der die NSDAP in Kreisen mit hohem Urbanisierungsgrad bessere Ergebnisse erreichte, sind die anderen drei Funktionen aufgrund ihrer Struktur oder ihrer Funktionswerte nur schwer zu interpretieren.

Abbildung 16 zeigt die geschätzte Funktion für die Arbeitslosigkeit von 1933, welche nur für die Wahlen 1932 und 1933 berücksichtigt wurde. Erkennbar ist nur ein sehr schwacher negativer Zusammenhang im Bereich von null bis 30 %. Im

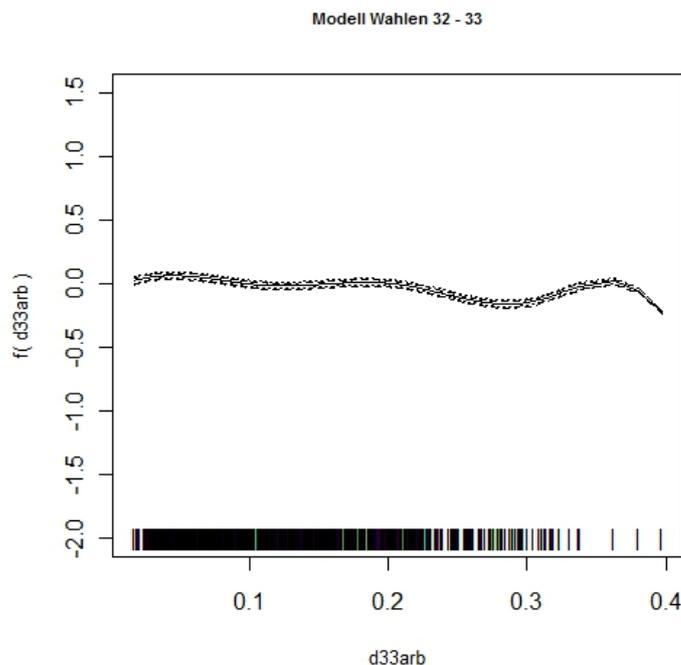


Abbildung 16: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzung Arbeitslosigkeit 1933.

Bereich bis 20 % fällt die Funktion aber nur um 0,05. Ähnlich wie der Urbanisierungsgrad wird nur ein äußerst schwacher Einfluss der Arbeitslosenquote vom Modell geschätzt.

Zusammenfassend kann man sagen, dass es eine räumliche Komponente bei den Wahlen der Weimarer Republik gab. Auch hatte die Religion einen deutlichen und gleichbleibenden Einfluss auf die Ergebnisse bei allen sieben Wahlen. Bei den ersten drei Wahlen konnten der Arbeiteranteil und etwas schwächer auch der Kleinbauern- und Mittelbauernanteil als Größen identifiziert werden, die negativ auf das Wahlergebnis der NSDAP wirkten. Bei den vier Wahlen im Zeitraum vom 1930 bis 1932 stellt der Protestantenanteil die einzige Variable mit weiterhin starken Effekten dar. Schwächere Effekte konnten bei den Parzellenbauern bei der Wahl 1930, den Mittelbauern 1932 und 1933, den Arbeiteranteil und den Arbeitern in Industrie und Handwerk für beide Modelle festgestellt werden. Bei den Wahlen 1932 und 1933 stellte der Mittelbauernanteil nach der Religion den zweitstärksten glatten Effekt dar.

Bei den Mittelbauern zeigte sich die aus der Theorie erwartete Struktur. Bei den ersten beiden Wahlen führte ein höherer Mittelbauernanteil zu schlechteren Ergebnissen für die NSDAP. Bei der Wahl 1930, nach Beginn der Krise, war dieser negative Zusammenhang nicht mehr feststellbar. Bei den Wahlen 1932 und 1933, nach Verschärfung der Krise, veränderte sich der Zusammenhang und es war ein positiver Zusammenhang feststellbar. Auch war dieser positive Zusammenhang bei den Wahlen 1932 und 1933 von allen vier betrachteten Bauernkategorien nur bei den Mittelbauern feststellbar.

III. 2.3. Modell mit glatter räumlicher Komponente

Im Folgenden werden die Hauptergebnisse der vier Modelle vorgestellt, bei denen die räumliche Komponente über die Oberflächenschätzung bestimmt wurde. Es werden aber nicht alle Ergebnisse vorgestellt, sondern nur die wichtigsten Variablen und die Größen, bei den größere Unterschiede festgestellt wurden.

Bei den über diese Modelle ermittelten Intercepts gibt es erwartungsgemäß deutlichere Unterschiede zu denen des Modells mit regionaler Indikatorvariable. Es besteht keine feste Referenzregion in diesem Modell, auf die sich die Werte beziehen könnten. Die jeweilige „Referenzregion“ für die Koeffizienten stellen die Kreise dar, deren räumliche Komponente im Modell auf null geschätzt wird. Die

Konfidenzintervalle der Intercepts sind bei diesen Modellen deutlich erhöht. Bei den Wahlkoeffizienten gibt es zwischen beiden Modellen keine relevanten Unterschiede.

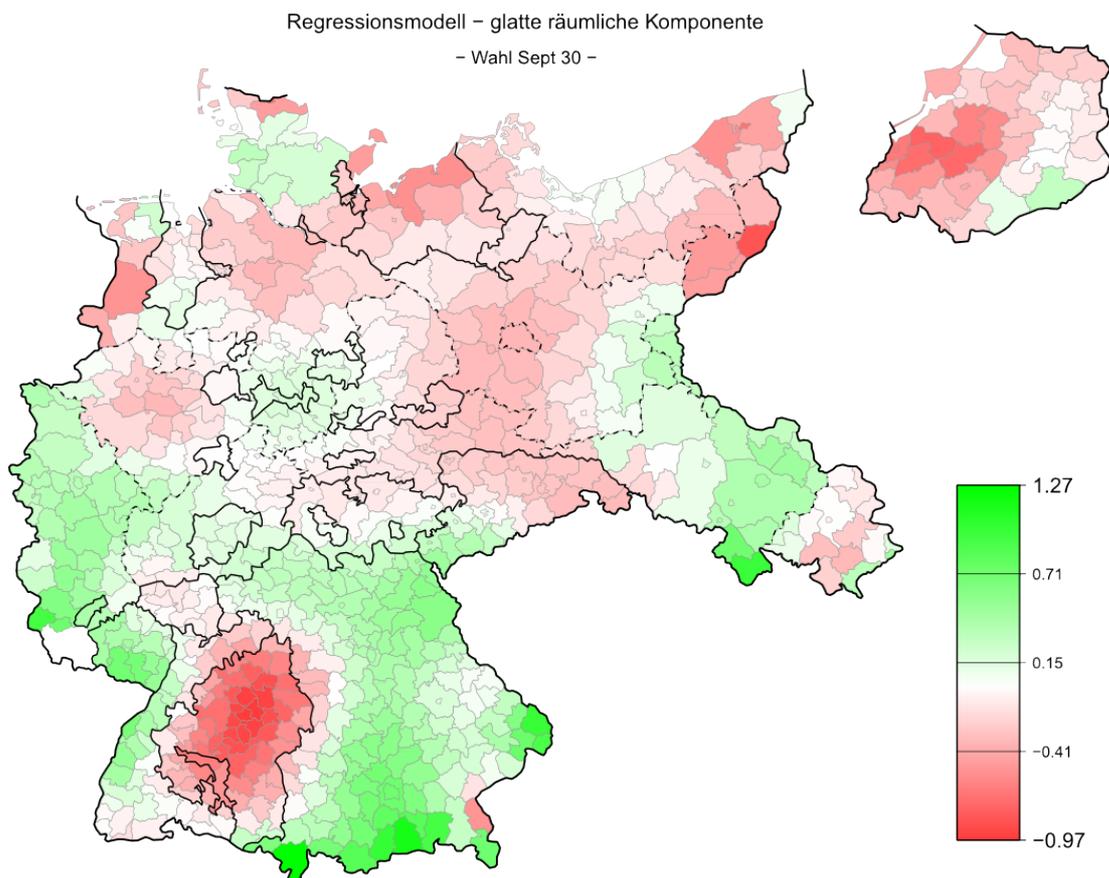
Der größte Unterschied zwischen beiden Modellen besteht in der räumlichen Modellierung. Für alle Koordinaten ermittelt das Modell aus der geschätzten Oberfläche den zugehörigen Wert. Daher haben nur Kreise, die demselben Koordinaten zugeordnet wurden⁴¹, denselben räumlichen Koeffizienten. Für die Analyse wurden diese in der Karte der Weimarer Republik eingezeichnet. Als Beispiel wird in Abbildung 17 die geschätzte Oberfläche für die Wahl im September 1930 gezeigt. Die Oberflächen der anderen drei Modelle sind Teil des digitalen Anhangs. Gezeigt werden nur die Punktschätzer für die Kreise.

Wie bereits bei den Intercepts der Modelle, sind auch bei der Oberflächenschätzung die Konfidenzintervalle der Punktschätzer sehr groß. Daher stellte sich die Suche nach signifikant von null verschiedenen Regionen auf der Karte als nicht sinnvoll heraus. Auf dem 95 Prozent-Niveau gibt es bei kein Modell mit einem signifikanten Wert, auf dem 80 Prozent-Niveau waren maximal fünf Kreise in einem Modell signifikant.

Die ermittelte Oberfläche für die Wahlen 1924 zeigt ein starke räumliche Komponente bei der Wahl. Vor allem Bayern, die beiden Schwerins und der nördliche Teil der Grenzmark Posen sind Gebiete mit positiven Werten. Ostpreußen hat in Grenzkreisen positive Werte, während das katholische Ermland deutlich anhand der negativen Werte erkennbar ist. Teile Schlesiens und der Rheinprovinz stellen die Gebiete mit den niedrigsten Werten dar. Die Werte der Koeffizienten reichen von -2,22 bis 2,02. Die Wahl 1928 zeigt eine ähnlich starke räumliche Komponente. Bayerische Kreise weisen erneut die höchsten Werte auf, hinzugekommen sind zwei Regionen im Nordwesten der Weimarer Republik. Die Kreise in den beiden Schwerins haben jetzt Koeffizienten nahe null oder sogar negative Werte. Der gesamte Osten der Weimarer Republik, einschließlich Ostpreußen, weist negative Werte auf. Die Werte reichen von -2,98 bis 2,1.

Bei der Wahl 1930, Abbildung 17, reichen die Werte nur noch von -0.97 bis 1,27. Auch wenn dies eine deutliche Reduktion zur vorhergehenden Wahl darstellt, sind es relativ große Werte im Modell. Wie auch zuvor sind in Bayern positive Werte zu sehen, wobei Bayern aber nicht mehr so deutlich hervorsteht und sich im Osten Bayerns eine Region mit Koeffizienten nahe null gebildet hat. Die meisten

41 Zum Beispiel Städte ohne eigene Kartendarstellung und die sie umgebenden Landkreise.



*Abbildung 17: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: räumliche Komponente –
Wahl September 1930.*

katholischen Regionen haben positive, einzig Württemberg fällt durch deutliche negative Werte auf. In den protestantischen Regionen zeigen sich die positiven Zentren in Schlesien und Schleswig. In Ostpreußen zeichnet sich wieder schwach die konfessionelle Gliederung ab.

Wenn man die geschätzte Oberfläche mit den in Abbildung 7 gezeigten Regioneneffekten vergleicht, sind Übereinstimmungen auf den ersten Blick erkennbar. Bis auf Württemberg haben in beiden Karten die katholischen Regionen positive Koeffizienten, Württemberg ist in beiden Karten tiefrot. Auch die positive Region bei Oldenburg findet ihre Entsprechung. Beim regionalen Indikatormodell hat die Region Oldenburg einen positiven Koeffizienten. Ein großer Unterschied besteht aber bei Ostpreußen, im Indikatormodell eine Region, zeigt sich hier innerhalb der Region eine deutliche Struktur.

Die räumliche Komponente der Wahlen 1932 und 1933 zeigt eine starke Ähnlichkeit zur Oberfläche der Wahl 1930. Größere Unterschiede gibt es im Nordwesten, wo das positive Zentrum bei Oldenburg verschwindet, im nördlichen Teil der Grenzmark Posen, wo die Koeffizienten einen leicht positiven Wert haben

und in Ostpreußen, wo die konfessionelle Gliederung nicht mehr erkennbar ist, sondern ein Nord–Süd Unterschied besteht. Die Werte liegen zwischen -0.62 und 1,25, wobei die höchsten Werte am Rand der Oberfläche liegen.

Bei der Betrachtung der geschätzten Funktionen fallen auch Unterschiede zwischen den beiden Modellen auf. Nicht alle Variablen werden in den folgenden Grafiken gezeigt, aber alle Grafiken sind aber Teil des digitalen Anhangs.

Die erste Größe ist wieder der Anteil der Protestanten. Zwischen den geschätzten Funktionen der beiden Modellen sind keine wirklichen Unterschiede feststellbar. Bei den Parzellenbauern sind kleinere Differenzen erkennbar. Die Funktionen sind glatter und beim Modell für die Wahlen 1924 ist nur noch ein negativer Zusammenhang erkennbar. Die Funktionen für die Wahlen 1930 bis 1933 sind glatter und flacher, sodass auch der Zusammenhang bei der Wahl 1930 etwas schwächer ausfällt.

Bei den Kleinbauern, Abbildung 18, ist bei den Wahlen 1924 eine deutlicher Veränderung feststellbar. Aus dem negativen Zusammenhang ist ein positiver Zusammenhang geworden. Dies ist vor allem überraschend, da es sich bei beiden Modellen um einen moderaten Effekt handelt. Bei der Wahl 1928 ist die geschätzte Funktion flacher, der festgestellte negative Zusammenhang besteht aber weiterhin, ist

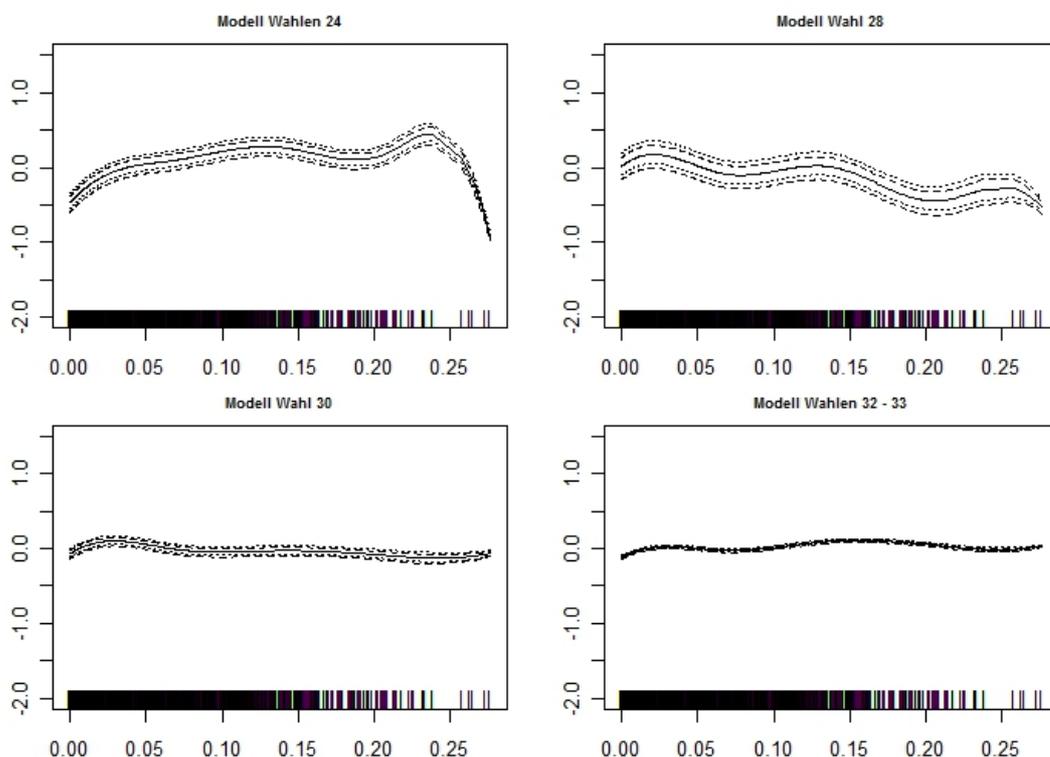


Abbildung 18: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen Kleinbauern (zwei bis fünf Hektar).

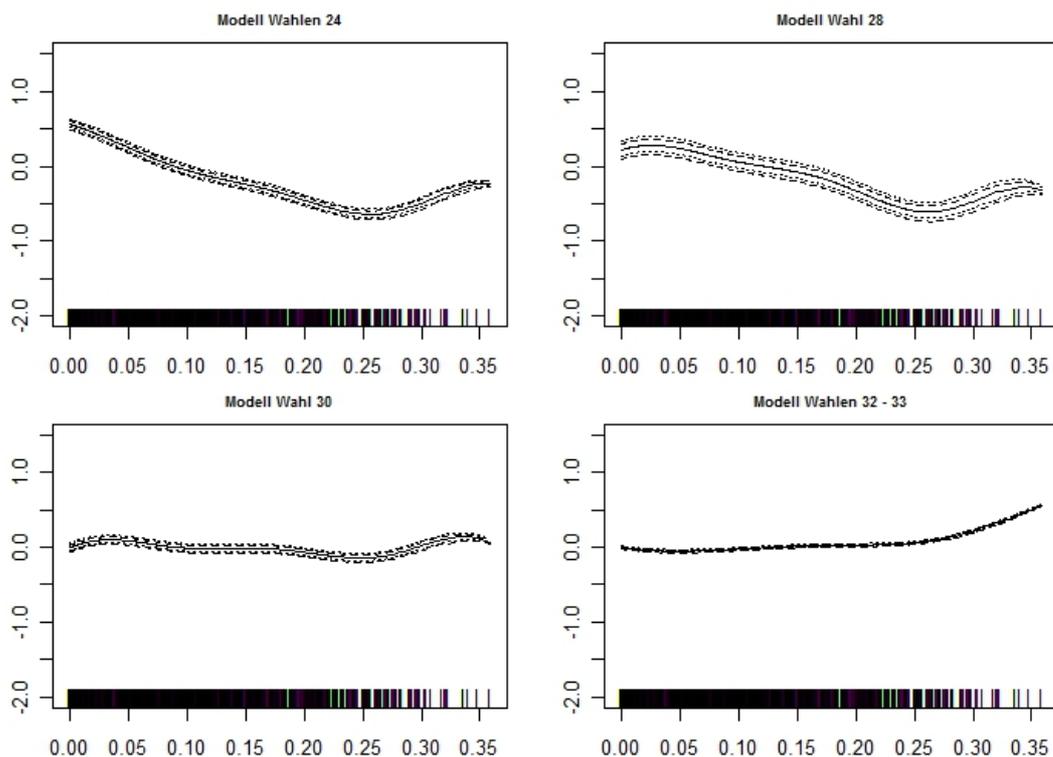


Abbildung 19: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen Mittelbauern (fünf bis 20 Hektar).

durch die Abflachung aber weniger stark ausgeprägt. Bei den Wahlen 1930, 1932 und 1933 ist diese Abflachung der Funktionen ebenfalls erkennbar, wobei es aber zu keinen Strukturänderungen kommt.

Auch bei den Mittelbauern, Abbildung 19, sind Veränderungen sichtbar. Während für einen Mittelbauernanteil bis 25 % bei den ersten beiden Modellen weiterhin der klar erkennbare negative Zusammenhang, welcher bei beiden Modellen sogar stärker ausgeprägt ist, besteht, gibt es ab 25 % einen positiven Zusammenhang. Kreise mit 30 % liegen wieder z. B. auf demselben Niveau wie Kreise mit 22 %. Bei der Wahl 1930 ist bis 25 % jetzt ein schwacher negativer Zusammenhang feststellbar, der positive Zusammenhang für größere Werte ist erneut erkennbar, sodass Kreise mit 30 % auf dem Niveau von 0 % liegen. Bei der Funktion für die Wahlen 1932 und 1933 ist im Bereich bis 25 % eine deutliche Abflachung zu erkennen, sodass nur noch ein sehr schwacher positiver Zusammenhang erkennbar ist. Erst bei Werten ab 25 % kommt es zu einem deutlichen und starken Anstieg der Funktion.

Dieses Ergebnis ist in Bezug auf die zu überprüfende Theorie schwächer. Zwar besteht im Bereich vom null bis 25 % weiterhin bis zur Wahl im Mai 1928 ein deutlicher negativer Zusammenhang, der sich bei der Wahl 1930 zu einem schwachen negativen Zusammenhang reduziert, um 1932 und 1933 zu einem sehr

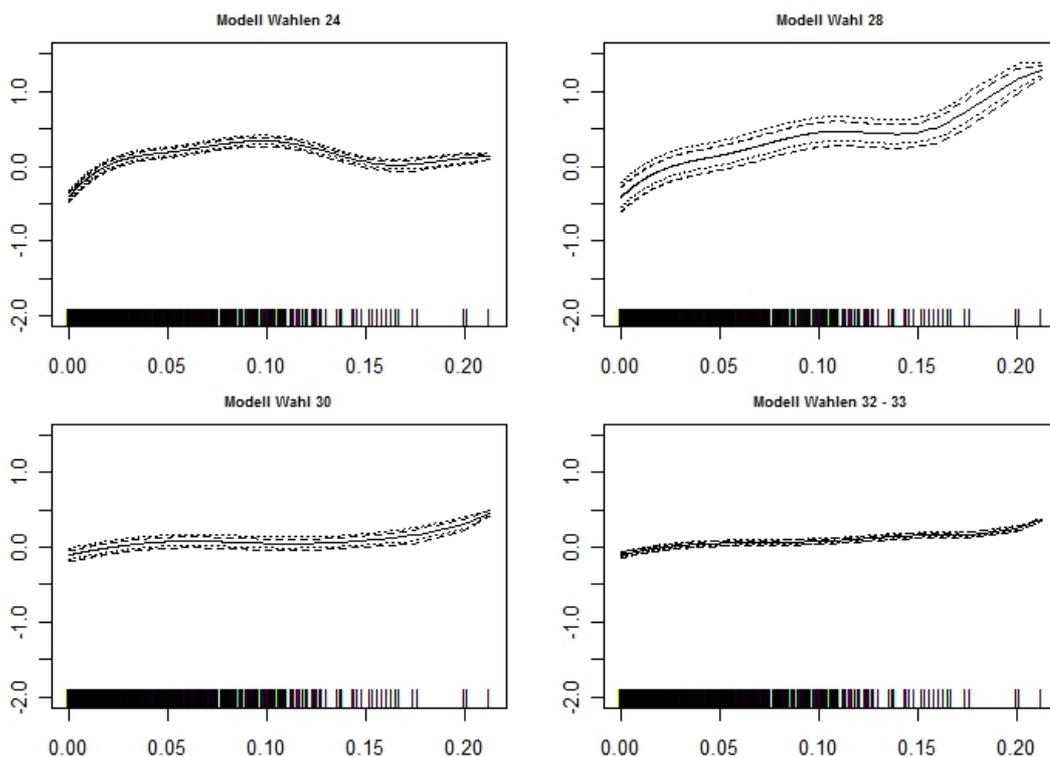


Abbildung 20: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen Großbauern (20 bis 100 Hektar).

schwachen positiven Zusammenhang zu werden, und damit folgen die Funktionen in diesem Bereich der Theorie. Jedoch fällt der Anstieg 1932 und 1933 deutlicher schwächer aus. Auch gilt für jede Wahl, dass es ab einem Mittelbauernanteil von über 25 % zu einem Anstieg der Funktionen kommt.

Für diese Kreise gilt, dass bei den ersten drei Wahlen der geschätzte Effekt trotz des Anstiegs niedriger ist als der für Kreise mit einem niedrigen Mittelbauernanteil von unter 10 %. Bei der Wahl 1930 liegen sie auf ähnlichem Niveau wie das der Kreise mit wenigen Mittelbauern, um bei dem Modell der Wahlen 1932 und 1933 die Region mit dem deutlichsten Anstieg darzustellen. Dieser Bereich folgt also auch noch der Theorie, nur ist bereits 1930 kein Unterschied mehr zu Kreisen mit wenigen Mittelbauern feststellbar, dafür fällt der Anstieg 1932 und 1933 umso stärker aus. Damit entsprechen die Funktionen zwar weiterhin der Theorie, aber der festgestellte Effekt ist schwächer.

Bei den Großbauern, Abbildung 20, sind ebenfalls Veränderungen feststellbar, nur bei der Funktion für die Wahlen 1924 sind keine großen Unterschiede erkennbar. Bei der Funktion für die Wahl 1928 ist hingegen jetzt ein klarer positiver Zusammenhang zwischen Großbauernanteil und Ergebnis der NSDAP zu erkennen. Dieser positive Zusammenhang bleibt bei den nächsten vier Wahlen bestehen, wobei

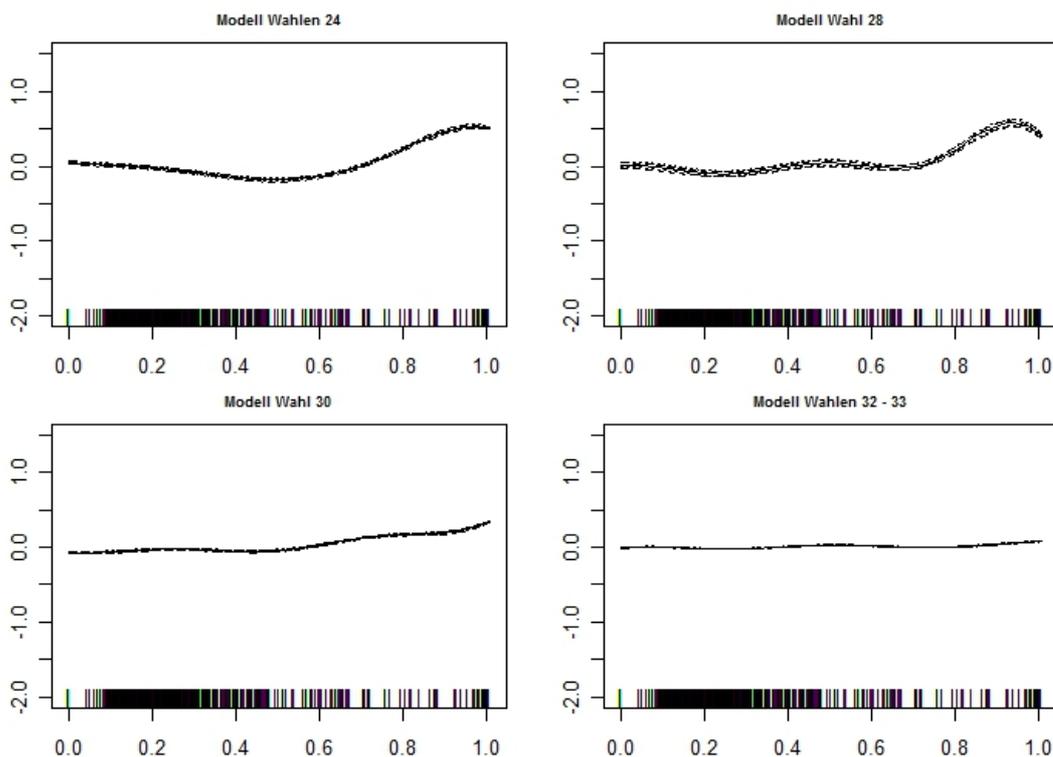


Abbildung 21: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen
Urbanisierungsgrad.

die Stärke sich aber immer weiter abschwächt. Damit unterscheiden sich auch die Funktionen der letzten beiden Modelle von den Ergebnissen der Modelle mit Indikatorvariable, bei denen 1930 ein schwacher negative Zusammenhang bestand und 1932 und 1933 die Funktion fast der Nulllinie folgte.

Bei den Funktionen für den Arbeiteranteil gibt es keine relevanten Unterschiede bei den ersten beiden Modellen im Bereich von 20 bis 60 %. An beiden Rändern ist aber jeweils ein starkes Absinken der Funktionen festzustellen. Die Funktion für die Wahl 1930 ist deutlich flacher und der negative Zusammenhang schwächer ausgeprägt. Die Funktionen für 1932 und 1933 ähneln sich jedoch wieder. Bei den Funktionen des Arbeiteranteils in Industrie und Handwerk gibt es nur Unterschiede bei dem Modell für die Wahlen 1924. Es besteht beim Modell mit glatter räumlicher Komponente nicht, wie zuvor, ein positiver, sondern ein negativer Zusammenhang bis zu einem Anteil von 55 %.

Etwas größere Unterschiede ergeben sich beim Urbanisierungsgrad, Abbildung 21. Vor allem bei den beiden Modellen für die ersten drei Wahlen ist ab 60 bis 70 % ein deutlicher Anstieg feststellbar. Dieser Zusammenhang zwischen Urbanisierung und Ergebnis der NSDAP ist noch bei der Wahl 1930 erkennbar, bei dem Modell für 1932 und 1933 aber fast völlig verschwunden. Im Vergleich zu den

Modellen mit regionaler Indikatorvariable ist die Struktur bei der Wahl 1928 beim Modell mit glatter räumlicher Oberflächenschätzung deutlich klarer und der Zusammenhang bei der Wahl 1930 etwas stärker ausgeprägt.

Bei der Arbeitslosigkeit verringert sich der schon schwache negative Zusammenhang weiter und ist fast nicht mehr zu erkennen.

Zusammenfassend und im Vergleich zum Modell mit regionaler Indikatorvariable kann man feststellen, dass sich auch bei diesem Modell eine starke räumliche Komponente zeigt. Diese entspricht zum Teil den Ländern und den Provinzen der Weimarer Republik. In Teilen konnten aber die flexible Modellierung auch Strukturen innerhalb einzelner Regionen, wie z. B. Ostpreußen, darstellen. Bei den glatt geschätzten Effekten gab es einige Änderungen und durchaus auch Änderungen des festgestellten Zusammenhangs. So besteht z. B. ab 1928 ein positiver Zusammenhang zwischen Großbauern und Ergebnis der NSDAP. Auch der Urbanisierungsgrad spielte eine größere Rolle. Bei den Mittelbauern wurden außerdem Veränderungen bei den geschätzten Funktionen festgestellt. Die Struktur der Funktionen folgt zwar weiterhin der Theorie, aber die Aussage ist deutlich schwächer, und es ergaben sich zwei Bereiche, mit leicht unterschiedlichen Zusammenhängen.

Problematisch an den Modell ist, dass die räumlichen Koeffizienten, die Intercepts der Modelle und die Werte der glatt geschätzten Funktionen enorme Konfidenzintervalle besitzen, sodass fast kein Wert signifikant ist. Da dieses Problem bei dem Modell mit regionaler Indikatorvariable nicht aufgetreten ist, scheint hier ein Problem bei dem Modell zu bestehen. Auch kann die glatte Modellierung zu Beeinflussungen bei der Schätzung des Modells geführt haben. So besteht z. B. bei den Ergebnissen der NSDAP eine klare Grenze zwischen Württemberg und Bayern. Die Kreise in Bayern mit den höchsten Stimmanteilen für die NSDAP befanden sich genau im Grenzbereich der beiden Länder. Bei einer glatten räumlichen Modellierung kann aber ohne weiteres Zutun nur schwerlich eine harte Grenze dargestellt werden. In Abbildung 17 ist möglicherweise genau ein solcher Effekt der Glättung in der Grenzregion zwischen Bayern und Württemberg zu sehen.

III. 2.4. Modell mit Bauernkategorie null bis 20 Hektar

Zur Überprüfung der Konsequenzen einer Zusammenlegung der Bauern von null bis 20 Hektar zu einer Kategorie wurden die letzten vier Modelle gerechnet.

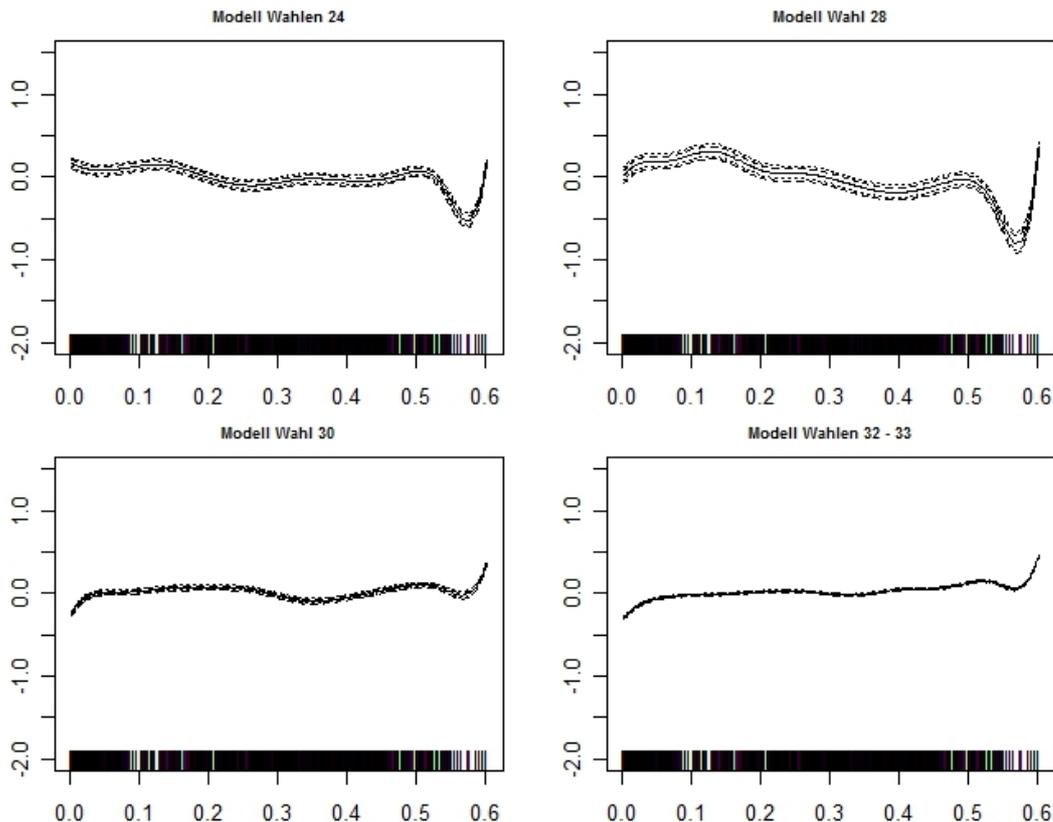


Abbildung 22: Modell mit Bauernkategorie null bis 20 Hektar: Funktionsschätzungen Klein-Mittel-Bauernanteil.

Anstelle die Parzellenbauern, Kleinbauern und Mittelbauern als getrennte Kategorien zu berücksichtigen, sind sie bei diesen Modellen in einer gemeinsamen Kategorie Klein-Mittelbauern im Modell vertreten. Für die regionale Modellierung wurde die regionale Indikatorvariable verwendet. Da diese Modelle alleinig der Überprüfung der Zusammenlegung der Bauernkategorien dient, werden von dem Modell nur die Ergebnisse für die Kategorie Klein-Mittelbauern gezeigt. Abbildung 22 zeigt die vier geschätzten Funktionen.

Bei den Funktionen für die Wahlen 1924 ist ein schwacher negativer Zusammenhang erkennbar. Werte unterhalb von 15 % liegen oberhalb von null, Werte über 15 % unter null. Bei 50 % überschreitet die Funktion erneut die Nulllinie, um anschließend abzufallen. Bei der Wahl 1928 ist der negative Zusammenhang deutlicher erkennbar und stärker ausgeprägt. Bei der Wahl 1930 gibt es bis 25 % einen sehr schwachen Anstieg, anschließend fällt die Funktion leicht bis 35 % um anschließend wieder zu steigen. Bei ungefähr 58 % fällt die Funktion wieder ab, um am Rand stark anzusteigen. Bei den Wahlen 1932 und 1933 ist die Funktion im Bereich von 10 bis 40 % fast exakt null. Anschließend steigt die Funktion auf 0,1 bei 55 %, fällt kurz ab und steigt am oberen Rand noch einmal stark. Am unteren Rand

fällt die Funktion auf -0,2.

Im Vergleich zur Abbildung 11 fällt der schwächere negative Zusammenhang bei den ersten beiden Modellen bei einer Zusammenlegung auf. Bei der Wahl 1930 gibt es nur leichte Unterschiede zwischen der Funktion für die Mittelbauern und der für die zusammengelegten Bauernkategorie. Bei der Funktion für die Wahlen 1932 und 1933 ist ein deutlicher Unterschied zu erkennen. Die Funktion der zusammengelegten Bauernkategorie weicht zwar von null an den Rändern ab, aber im mittleren Bereich entspricht sie der Nulllinie. Die Funktion bei einzelner Betrachtung der Mittelbauern hingegen steigt im gesamten Bereich moderat an, um am oberen Rand nochmals stark anzusteigen.

III. 2.5. Modelldiagnostik

Die Modelldiagnostik beschränkt sich erneut auf die Residuen. Beiden Modellen ist gemeinsam, dass der absolute Fehler bei den Modellen für die Wahlen 1924 und 1928 kleiner als bei den anderen beiden Modelle war. Bei 50 % der Kreise lag die betragsmäßige Abweichung unter 1,2 Prozentpunkten. Bei dem Modell für die Wahl 1930 liegt der Wert bei drei Prozentpunkte und bei den Wahlen 1932 und 1933 bei 3,7 Prozentpunkten. Die Werte für die Modelle mit glatter räumlicher Komponente liegen dabei leicht unter denen des Modells der regionaler Indikatorvariable. Bei den relativen Fehlern schneiden die beiden Modelle für die Wahlen 1930 bis 1933 besser ab. Vor allen bei den Modellen für die Wahlen 1924 und die Wahl 1928 sind sehr deutliche Abweichungen feststellbar, beim Modell für die Wahlen 1932 und 1933 hingegen liegt die Abweichung für 50 % der Kreise bei unter 15 %.

Die Standardabweichung der Modelle wird in Tabelle 5 gezeigt. Die Werte des Modells mit glatter Modellierung der räumlichen Komponente hatten jeweils die niedrigeren Werte.

| Modell | Wahlen 24 | Wahl 28 | Wahl 30 | Wahlen 32 - 33 |
|----------------------|-----------|---------|---------|----------------|
| Regionaler Indikator | 0,027 | 0,021 | 0,044 | 0,057 |
| Glatte Funktion | 0,024 | 0,017 | 0,041 | 0,053 |

Tabelle 5: Modelldiagnostik: Standardabweichung der Residuen bei den Modellen.

Wenn man die Fehler der Kreise bei den Modellen mit mehreren Wahlen betrachtet, stellt man eine unterschiedlich stark ausgeprägte Korrelation fest. Die Korrelation der Fehler eines Kreises bei den Modellen für die Wahlen 1924 lag um 0,7. Die Korrelation der Fehler für die Wahl Juli 1932 und November 1932 lag bei knapp unter 0,9, die von November 1932 und März 1933 um die 0,5. Es scheint daher eine durchaus relevante zeitliche Korrelation in den Daten zu geben. Dieses Ergebnis ist aber keine große Überraschung, da ein Grund für die Random-Intercept-Komponente des Consultingmodells diese zeitliche Korrelation war.

Der letzte Aspekt ist die räumliche Korrelation. Zur deren Analyse wurden die errechneten Residuen der Kreise in der Karte der Weimarer Republik dargestellt. Abbildung 23 zeigt die Residuen der Wahl November 1932 für das Modell mit regionaler Indikatorvariable, Abbildung 24 die Residuen dieser Wahl bei glatter räumlicher Komponente. Bei beiden Modellen ist der betragsmäßige maximale Fehler ähnlich, wobei bei dem Modell mit glatter Oberfläche ein Großteil der Regionen mattere Farben hat, was kleineren Fehlern entspricht. Dies deckt sich auch mit den kleineren Standardfehlern des Modells.

Auf beiden Karten sind ähnliche Strukturen zu erkennen. In Franken, im Grenzgebiet Bayern zu Württemberg, befindet sich auf beiden Karten ein Gebiet, bei dem die vorhergesagten Werte der Modelle zu klein sind. Insgesamt scheinen die Fehler im Großteil der Weimarer Republik bei beiden Modellen dieselbe Richtung zu haben. Die meisten Regionen, die beim regionalen Indikatormodell eher rot sind, sind dies auch beim Modell mit glatter räumlicher Komponente.

Eine der Ausnahme davon stellt Ostpreußen dar, das beim Modell mit regionalem Indikator eine klare Nord-Süd-Zweiteilung bei den Fehlern hat. Diese Struktur ist beim Modell mit glatter räumlicher Komponente nicht mehr zu sehen. Bei Überprüfung der geschätzten Oberfläche erkennt man, dass diese Struktur bereits in der räumlichen Komponenten berücksichtigt ist. Aber beim Modell mit räumlicher Komponente ist auch ein roter Rand um Württemberg zu erkennen, was, wie zuvor bereits kurz diskutiert, ein Indiz dafür ist, dass aufgrund der glatten Schätzung der Bruch zwischen den württembergischen Kreisen und den Kreisen in den Nachbarländern nicht modelliert werden konnte.

Bei der Wahl November 1932 scheint die glatte Oberfläche in Teilen der Weimarer Republik zu Verbesserungen bei der räumlichen Korrelation geführt und in anderen Teilen dafür Probleme verursacht zu haben. Viele Regionen zeigen aber bei

Regressionsmodell – Fehler

– Wahl Nov 32 –

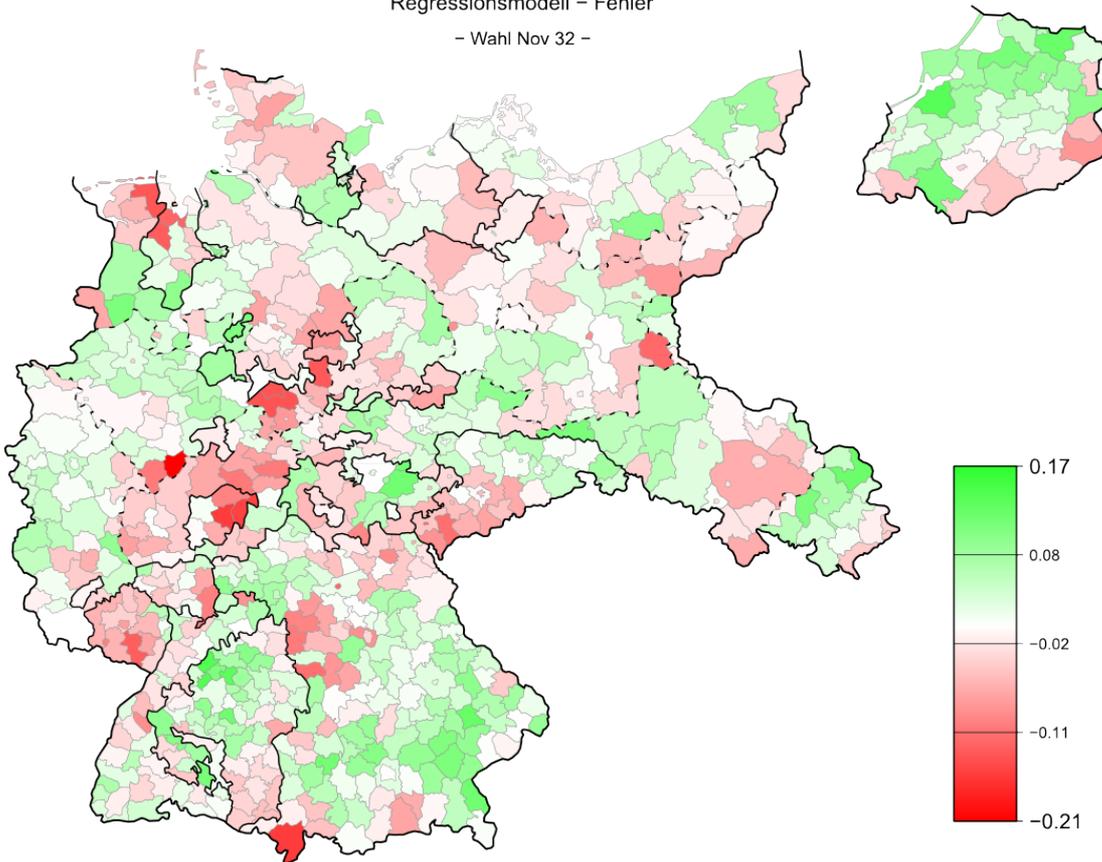


Abbildung 23: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Fehler bei der Wahl im November 1932.

Regressionsmodell mit glatter räumlicher Komponenten – Fehler

– Wahl Nov 32 –

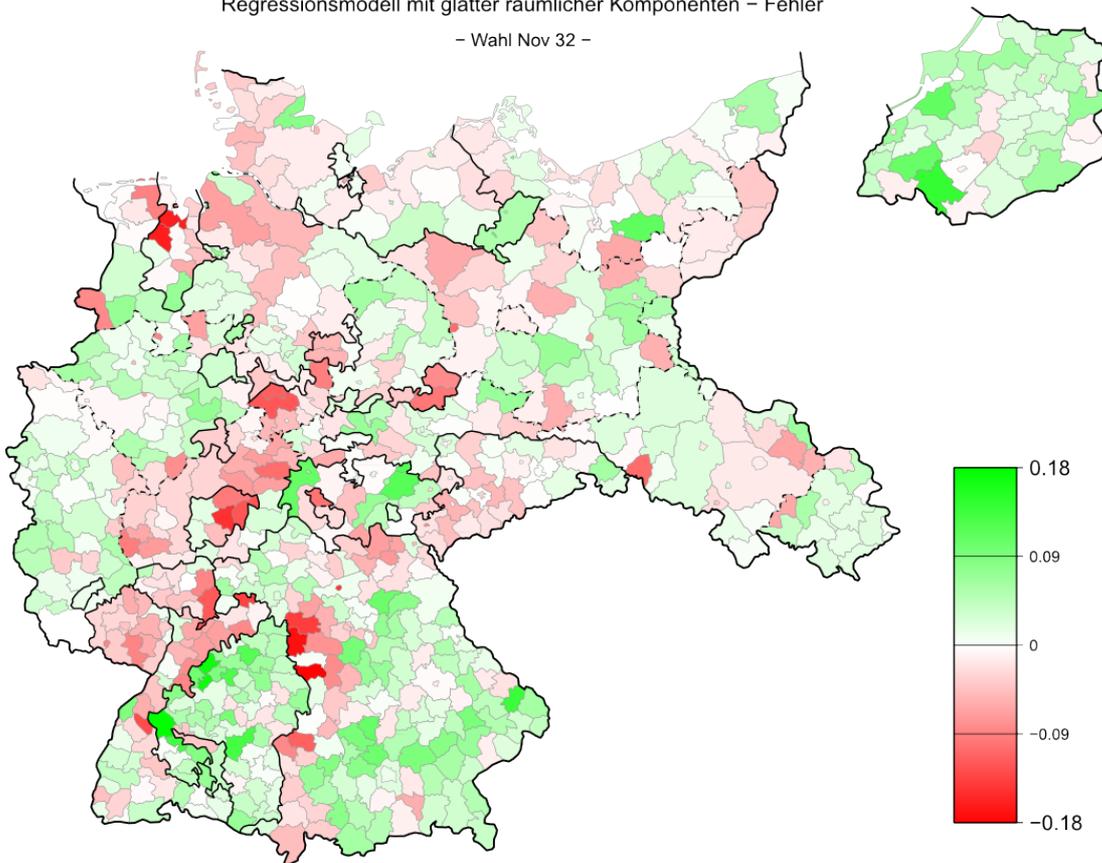


Abbildung 24: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Fehler bei der Wahl im November 1932.

den Fehlern in beiden Modellen eine ähnliche Struktur und wenn man unterstellt, dass räumliche Korrelation beim Modell mit Indikatorvariable erneut vorhanden ist, sollte sie auch beim Modell mit glatter Komponente vorhanden sein.

III. 3. Zusammenfassung der Ergebnisse

Zusammenfassend lässt sich konstatieren, dass das Modell mit der glatten räumlichen Komponente zwar zu einer leichten Modellverbesserung geführt hatte, die räumliche Korrelation in den Daten aber nicht wirklich beseitigen konnte. Auch scheint ein weiteres Modellproblem zu bestehen, da die Konfidenzintervalle im Vergleich zum Indikatormodell deutlich erhöht sind.

Aus diesem Grund werden die vier Modelle mit regionaler Indikatorvariable als Hauptmodelle betrachtet. Bei diesen zeigte sich in Kreisen mit hohem Mittelbauernanteil das Verhalten, was von den Mittelbauern bei Verschärfung der Krise von Thurner erwartet wird. Anfangs standen diese Kreise deutlich ablehnend der NSDAP gegenüber, bei der Wahl 1930 war diese Ablehnung dann bereits verschwunden, um bei den Wahlen 1932 und 1933 zu Zustimmung zu werden. In Kreisen mit hohem Mittelbauernanteil wurde dem Modell zufolge radikaler gewählt. Deutlich schwächer stellt auch das Modell mit glatter räumlicher Komponente diesen Zusammenhang. Das radikalere Wahlverhalten in den Kreisen könnte den Modellen zufolge also auch deutlich schwächer gewesen sein.

Weitere wichtige Variablen für alle Wahlen waren die Religion und der Arbeiteranteil, wobei die Religion von den glatt geschätzten Variablen über alle Modelle mit den höchsten Einfluss hat. Auch der Parzellenbauernanteil und die Arbeiter in Industrie und Handwerk führten teilweise zu relevanten Effekten. Auffallend ist aber, dass bei den Modellen für die Wahlen 1924 und die Wahl 1928 deutlich mehr und größere Effekte ermittelt werden können. Ähnlich große Effekte sind bei den späteren Wahlen deutlich seltener.

Damit kann man festhalten, dass die gerechneten Modelle eine grundlegende Bestätigung der These auf Kreisebene darstellen. Die Stärke des Effekts ist aber aufgrund der unterschiedlichen Ergebnisse in beiden Modellen etwas unsicher. Die Modelle bestätigen damit auch die Ergebnisse, die für die C-K-M-Bauern beim Consulting festgestellt wurden. Gleichzeitig gelang es aber auch, mit den Modellen zu zeigen, dass die treibende Kraft hinter dem festgestellten Effekt der Mittelbauernanteil war. Während bei den ersten beiden Wahlen noch ein ähnlicher Effekt bei Klein- und Mittelbauern festgestellt werden konnte, war bei den Wahlen ab 1930 kein relevanter Kleinbauerneffekt ermittelbar.

Diese Modelle konnten aber nur einen Zusammenhang auf Kreisebene feststellen. In Kreisen mit höherem Mittelbauernanteil wurde radikaler gewählt. Eine

direkte Anwendung dieser Ergebnisse auf Individuen ist aber nicht möglich und zulässig. Während die Modelle auf Kreisebene die These bestätigen, sind auf Ebene der Individuen als Indiz zu sehen.

Da sich aber die These auf die Individualebene bezieht, auf das Wahlverhalten der Mittelbauern, soll im weiteren Verlauf der Arbeit versucht werden, sich dem Verhalten der Mittelbauern auf der Individualebene anzunähern. Um von Daten auf Kreisebene auf das Verhalten von Individuen zu schließen, gibt es die Methoden der ökologischen Inferenz.

Im folgenden Kapitel sollen die bekanntesten und am weitesten verbreiteten Verfahren, ihre Methodologie, aber auch ihre Einschränkungen vorgestellt werden. Abschließend wird ein Teil der Methoden auf die Daten der Weimarer Republik angewandt, zum Teil um die vorgestellten Methoden zu veranschaulichen, zum Teil aber auch in der Hoffnung, über die Modelle zusätzliche Informationen über das Verhalten der Mittelbauern aus den Daten zu gewinnen.

IV. Ökologische Inferenz

IV. 1. Grundlagen der ökologischen Inferenz

IV. 1.1. Namensgebung und Geschichte

Um sich der mit den bisher gerechneten Modelle nicht beantwortbaren Fragestellung nach dem individuellen Verhalten annähern zu können, muss man sich mit der ökologischen Inferenz beschäftigen. Ökologische Inferenz ist der Versuch, über aggregierte Daten von Gebietseinheiten, z. B. Wahlkreisen, auf das individuelle Verhalten von Individuen innerhalb des Gebietes zu schließen. Etwas allgemeiner definiert kann man auch sagen, dass man versucht, aus Daten einer höheren Aggregationsebene, Makroebene, auf das Verhalten in einer niedrigeren Aggregationsebene, Mikroebene zu schließen. Synonym wird auch häufig der Begriff „ebenen-überschreitende“⁴² Inferenz für die ökologische Inferenz verwendet.⁴³

Der Begriff „ökologische Inferenz“ selber leitet sich von den ökologischen Daten ab. Ökologische Daten sind über geografische Gebiete aggregierte Daten. Der Begriff „ökologisch“ selbst wird seit mehr als hundert Jahren für die Wissenschaft der Beziehung zwischen Lebewesen und ihrer Umgebung verwendet. Ökologische Daten sind über Umgebungen aggregierte Informationen über diese Lebewesen.⁴⁴ Der Begriff „ökologische Inferenz“ hat also nichts mit Ökologie im Sinne von Umweltschutz zu tun.

Der Versuch, ökologische Fragestellungen zu beantworten, hat eine längere Tradition. Bereits Anfang des 20. Jahrhunderts erschienen die ersten Analysen. Eine der frühesten Arbeiten stammt von William Ogburn und Inez Goltra aus dem Jahr 1919, welche versuchten, über ökologische Korrelation und Regression die Gender Gap beim Wahlverhalten in Oregon zu ermitteln. Jedoch wurde die genaue Verbindung zwischen den Koeffizienten der aggregierten Daten und dem individuellen Verhalten erst nach dem Zweiten Weltkrieg beantwortet.⁴⁵ Weitere Autoren, die sich in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts mit dem Problem der

42 Im englischen Original: cross - level.

43 Cho, Wendy K. Tam / Manski, Charles F.: Cross – Level / Ecological Inference, in: Brady, Henry E. / Collier, David / Box-Steffensmeier, Janet M.: Oxford Handbook of Political Methodology, Oxford, 2008, S. 547.,
siehe auch: Achen, Christopher H. / Shively, Phillips W.: Cross level inference, Chicago, 1995, S. 3.

44 King, Gary: A Solution to the Ecological Inference Problem. Reconstructing Individual Behavior from Aggregate Data, Princeton, 1997, S. XV.,
siehe auch: Cho / Manski, 2008, S. 547.

45 Achen / Shively, 1995, S. 7.

ökologischen Inferenz beschäftigten, waren z. B. Bernstein, 1932, und Gehlke und Biehl, 1934.⁴⁶

Das Problem wurde 1950 von William Robinson „wiederentdeckt“.⁴⁷ Robinson Sicht war, dass mit den vorhandenen Methoden der damaligen Zeit keine ökologische Inferenz möglich sei. Er warnte ausdrücklich davor, ökologische Daten zu verwenden, um einen ökologischen Fehlschluss zu vermeiden.⁴⁸ Ein ökologischer Fehlschluss entsteht, wenn ein auf aggregierter Ebene festgestellter Zusammenhang auf individueller Ebene nicht vorhanden ist. Es ist auch möglich, dass auf aggregierter Ebene ein positiver Zusammenhang zwischen zwei Größen besteht, während auf individueller Ebene ein negativer Zusammenhang besteht.

Robinson berechnete in seiner Arbeit den Zusammenhang zwischen dem Anteil der Lese- und Schreibkundigen in Englisch und dem Anteil der im Ausland geborenen Einwohner in den 48 Staaten der USA von 1930. Das Ergebnis war auf aggregierter Ebene eine positive ökologische Korrelation von 0,53. In Regionen mit mehr im Ausland geborenen Einwohnern war also der Anteil der Lese- und Schreibkundigen höher. Dies legt den ökologischen Schluss nahe, dass im Ausland Geborene eher lese- und schreibkundig waren. In Wirklichkeit lag aber die beobachtete Korrelation auf individueller Ebene bei -0,11.⁴⁹ Das Ergebnis der ökologischen Korrelation für die Individuen nutzend, hätte man also einen falschen Schluss gezogen. Robinsons Arbeit führte dazu, dass es im Folgenden Wissenschaftler eher vermieden, ökologische Daten zu verwenden und ökologische Inferenz zu betreiben. Die auf Individuen basierte Befragung wurde das dominierende Verfahren in den Sozialwissenschaften.⁵⁰

Auch wenn die Verwendung von ökologischen Daten in den Sozialwissenschaften nach Robinsons Artikel zurückging, bedeutete er nicht das Ende der ökologischen Inferenz. 1953 entstanden zwei konkurrierende Ansätze. Duncan und Davis stellten ihre Methode der Ränder, Goodman seine ökologische Regression vor. Vor allen Letztere, Goodmans ökologische Regression, sollte mit verschiedenen Modifikationen lange Zeit das Standardinstrument der ökologischen

46 Aachen / Shively, 1995, S. 8.

47 Aachen / Shively, 1995, S. 8.

48 King, 1997, S. 4.

49 Freedman David A.: Ecological Inference and the Ecological Fallacy, Technical Report No. 549, Berkely, 1999, S. 1.

50 King, 1997, S. 5.

Inferenz werden⁵¹. Weitere Ansätze der ökologischen Inferenz, die nicht zur ökologischen Regression gehören, sind Modelle mit latenten Variablen. Eines der bekanntesten Modelle aus diese Gruppe ist das Modell von Thomsen aus dem Jahr 1987.⁵²

1997 veröffentlichte Gary King sein Buch „A Solution to the Ecological Inference Problem“, in dem er seine Methode der ökologischen Inferenz vorstellt. Dabei verbindet er die Methode der Ränder von Duncan und Davis mit einem Regressionsansatz. Auch wenn die Methode durchaus teilweise kritisch kommentiert wurde, konnte im Anschluss an die Veröffentlichung eine rege wissenschaftliche Diskussion zum Thema ökologische Regression festgestellt werden, in der auch neue methodischen Ansätze zur Lösung des Problems vorgestellt wurden. Es sind Lösungsansätze im bayesianischen Kontext, dreistufige hierarchische Modelle, vorgeschlagen wurden. Auch Methoden, die Befragungsdaten von Individuen innerhalb der Gebietseinheiten mit den ökologischen Daten der Gebietseinheiten verbinden, um die Qualität der Inferenz zu verbessern, wurden in Erwägung gezogen. Letzterer Ansatz kommt aus der Epidemiologie und umfasst neben einer Methode, die den Besonderheiten der Datenstruktur bei der ökologischen Inferenz im epidemiologischen Kontext geschuldet ist, auch eine allgemeinere Methode, die im klassischen Kontext der ökologischen Inferenz verwendet werden kann.

Aber nicht nur bei der Methodikentwicklung erlebt die ökologische Inferenz eine Renaissance. Auch in der Anwendung dieser Methoden werden verstärkt Ergebnisse ökologischer Inferenz vorgestellt, wie z. B. Wählerwanderungstabellen nach Wahlen, welche nicht nur auf Befragungsdaten basieren.⁵³

Die möglichen Anwendungsbereiche ökologischer Inferenz sind vielfältig. In den USA findet sich eine der Anwendungen im Wahlrecht. Der US. Voting Rights Act untersagt Diskriminierung aufgrund von Rasse, Hautfarbe und Sprache. Wenn eine solche Diskriminierung festgestellt wird, kann ein Gericht das Neuziehen von politischen Grenzen verlangen. Da in diesen Situationen häufig keine Befragungsdaten auf individueller Ebene vorhanden sind, müssen Ergebnisse, die über die ökologische Inferenz ermittelt werden, verwendet werden. Das dominante Beispiel in Gary Kings Buch stammt aus diesem Bereich.⁵⁴

51 Aachen / Shively, 1995, S. 29.

52 Aachen / Shively, 1995, S. 183.

53 Ambühl, Mathias: Methoden zur Rekonstruktion von Wählerströmen aus Aggregatdaten. Bundesamt für Statistik, Neuenburg, 2003, S. 5.

54 King, 1997, S. 8.

Ein weiteres Beispiel, mit dem man sich der Fragestellung mithilfe der ökologischen Inferenz annähern kann, ist das in der vorliegenden Abhandlung diskutierte Thema. Für die Wahlen in der Weimarer Republik liegen keine Individualdaten bezüglich des Wahlverhaltens vor. Aufgrund des großen Zeitraums ist es heute nicht mehr möglich, unabhängig von den Problemen bei einer nachträglicher Befragung, solche Individualdaten in ausreichendem Maße zu erheben. Daher kann man, wenn man Fragestellungen bezüglich des Zusammenhangs zwischen individuellen Größen und Verhalten, wie z. B. Wahlverhalten bezüglich der NSDAP und Angehörigkeit zu einer bestimmten gesellschaftlichen Gruppe, beantworten will, nur auf die Methoden der ökologischen Inferenz zurückgreifen.⁵⁵

Ähnlich verhält es sich mit vielen Fragestellungen, für die nicht im ausreichenden Maße Individualdaten oder nur aggregierte Daten vorhanden sind. Beispiele dazu finden sich in der Epidemiologie, im Marketing, der Geschichtswissenschaft und der Politikwissenschaft.⁵⁶

Ein Grund für die Renaissance der ökologischen Regression ist sicherlich die nur teilweise Verfügbarkeit von Befragungsdaten auf Individualebene. Während z. B. Wahlbefragungsdaten auf Länderebene in ausreichender Größe vorliegen können, ist für eine sinnvolle Inferenz in Unterregionen, z. B. ein Regierungsbezirk in Bayern bei einer Bundestagswahl, die Fallzahl nicht mehr notwendigerweise ausreichend. Noch problematischer kann es bei Wählerwanderungstabellen in Mehrparteiensystemen sein. Während die Zellen in der Diagonalen oft ausreichend besetzt sind, ist es durchaus möglich und nicht unwahrscheinlich, dass die Zellen abseits der Diagonalen auch auf nationaler Ebene für Inferenz zu geringe Fallzahlen aufweisen. Aggregierte Daten hingegen haben den Vorteil, dass sie z. B. bei Wahlen automatisch, als Teil des Prozesses, anfallen und daher günstig sind. Auch handelt es sich bei diesen Daten um die vollständigen Informationen auf aggregierter Ebene. Man weiß für jede Region die Anzahl der abgegebenen Stimmen und den Anteil der Stimmen, die davon auf eine bestimmte Parteien entfallen sind.⁵⁷

Neben dem Aspekt der Verfügbarkeit in ausreichendem Maße und den Kosten der Erhebung werden auch Befragungsdaten als nicht immer perfekt angesehen. Ein Beispiel für einen solchen Fall bringt Mathias Ambühl. Wenn Wahlbefragungen

55 King, 1997, S. 9.

56 King, 1997, S. 7 – 12.

57 Ambühl, 2003, S. 7 – 8.

durchgeführt werden, handelt es sich meistens um Querschnittsdaten der Wahl, und die Wahlentscheidung der letzten Wahl muss retrospektiv erhoben werden. Er stellt dann für diese retrospektiven Daten fest, dass Befragungsteilnehmer die Neigung haben, ihr berichtetes Wahlverhalten bei der letzten Wahl mit ihrer aktuellen Entscheidung in Einklang zu bringen und die Daten daher mit Unsicherheit belastet sind.⁵⁸

IV. 2. Formalisierung des Problems

Wie beschrieben stellt die ökologische Inferenz den Versuch dar, von Daten einer höheren Aggregatebene auf das Verhalten in einer niedrigeren Aggregatebene zu schließen. Oft handelt es sich bei der Makroebene um Gebietseinheiten, z. B. den Wahlkreisen bei Wahlen, und bei der Mikroebene um die Individualebene. Bei ökologischen Daten im engeren Sinne handelt es sich um aggregierte Daten von Variablen, die auf der Individualebene diskret sind.⁵⁹ Auch wird häufig zusätzlich verlangt, dass jede der Variablen die betrachtete Bevölkerung vollständig partitioniert.

Die aggregierten Daten lassen sich dann in einer Kreuztabelle zusammenfassen. Die vorhandenen Informationen sind aber nur die Randwerte der Kreuztabelle für jeden Kreis. Alle inneren Zellen sind unbekannt. Ziel ist es, die Werte der inneren Zellen zu bestimmen. Tabelle 6 zeigt genau die vorhandenen Informationen im 2-x-2 Fall. Die in diesem Kapitel als Beispiel betrachteten Variablen sind Mittelbauer und Protestanten auf Individualebene. Die über die ökologische Inferenz zu beantwortende Fragestellung ist der Anteil der Mittelbauern unter den Protestanten.

| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
|-----------------|-------------|------------------------|--------------------------|
| Protestant | ? | ? | $N_{i, Prot}$ |
| Kein Protestant | ? | ? | $N_{i, \overline{Prot}}$ |
| | $N_{i, MB}$ | $N_{i, \overline{MB}}$ | N_i |

Tabelle 6: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Darstellung der vorhandenen Daten (Anzahl) für Kreis i .

Jede der beiden Variablen hat genau zwei Ausprägungen. Entweder ist man

58 Ambühl, 2003, S. 7.

59 King, 1997, S. 13.

Protestant oder man ist kein Protestant. Genauso kann man nur Mittelbauer oder kein Mittelbauer sein. Auf Individualebene hätte jede Kreuztabelle eines Individuums in den inneren Zellen genau eine eins. Die Daten liegen aber nur auf aggregierter Ebene vor und als Information stehen nur die Randwerte der Tabelle zur Verfügung. Für jeden Kreis i weiß man die Anzahl der Protestanten, die Anzahl der Mittelbauern und auch die Gesamtbevölkerung. Wie viele Mittelbauern aber Protestanten waren, ist unbekannt. Bei den hier betrachteten Daten der Weimarer Republik haben wir 849 Kreise, das heißt 849 Kreuztabellen.

Häufig wird aber bei der ökologischen Inferenz nicht mit den absoluten Zahlen gearbeitet, sondern mit den Anteilen an der Gesamtbevölkerung.

| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
|-----------------|-------------|-------------------|---------------------|
| Protestant | ? | ? | $z_{i, Prot}$ |
| Kein Protestant | ? | ? | $(1 - z_{i, Prot})$ |
| | $y_{i, MB}$ | $(1 - y_{i, MB})$ | 1 |

Tabelle 7: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Darstellung der vorhandenen Daten (relative Häufigkeit) für Kreis i .

Da die beiden Variablen die Bevölkerung innerhalb eines Kreise partitionieren, kann man den Anteil der Personen, die keine Mittelbauern sind auch in Abhängigkeit des Anteils der Mittelbauern schreiben.

$$y_{i, \overline{MB}} = 1 - y_{i, MB}$$

Identisches ist bei den Protestanten und den Nichtprotestanten möglich. Damit lässt sich für jeden Kreis i eine Gleichung aufstellen, die erfüllt sein muss.

$$y_{i, MB} = \beta_{i,1} z_{i, Prot} + \beta_{i,2} (1 - z_{i, Prot}) \quad (\text{II. 1})$$

Die beiden Parameter der Gleichung sollen Anteilen entsprechen. $\beta_{i,1}$ entspricht z. B. dem Anteil der Protestanten im Kreis i die gleichzeitig auch Mittelbauern sind. Da es sich um Anteile handelt, müssen gültige Werte für $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ im Intervall $[0,1]$ liegen. Mit diesen Parametern lässt sich die Tabelle ergänzen.

| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
|-----------------|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------|
| Protestant | $\beta_{i,1} z_{i, Prot}$ | $(1 - \beta_{i,1}) z_{i, Prot}$ | $z_{i, Prot}$ |
| Kein Protestant | $\beta_{i,2} (1 - z_{i, Prot})$ | $(1 - \beta_{i,2}) (1 - z_{i, Prot})$ | $(1 - z_{i, Prot})$ |
| | $y_{i, MB}$ | $(1 - y_{i, MB})$ | 1 |

Tabelle 8: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Darstellung der vorhandenen Daten (relative Häufigkeit) für Kreis i mit inneren Zellen.

Das zu lösende Problem ist damit klar spezifiziert. Man muss $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ bestimmen, um alle inneren Zellen der Kreuztabelle berechnen zu können. Ziel der ökologischen Inferenz ist es daher, diese beiden Parameter zu bestimmen. Problematisch dabei ist die nur teilweise Identifizierbarkeit der Parameter. Es sind nicht genügend Informationen vorhanden, um sie genau bestimmen zu können, man kann nur einen Bereich für sie bestimmen. Dieses Problem wird auch als fundamentale Unbestimmtheit bezeichnet.⁶⁰

Für jeden Kreis sind genau zwei Parameter zu bestimmen, um alle inneren Zellen berechnen zu können. Für jeden Kreis gibt es aber nur eine Gleichung (II. 1). Gekennzeichnet sind solche Probleme mit fundamentaler Unbestimmtheit auch dadurch, dass selbst die Hinzunahmen neuer Informationen, von weiteren Kreisen, das Problem nicht lösbar machen. Jeder neue Kreis fügt eine neue zu lösende Gleichung hinzu, mit zwei neuen unbekanntem Parametern. Um das gesamte Problem beim hier betrachteten Beispiel zu lösen sind 1698 Parameter zu bestimmen, es stehen aber nur 849 Gleichungen zur Verfügung. Tabelle 9 und 10 sollen das Problem der nur teilweisen Bestimmtheit der Parameter veranschaulichen.

| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
|-----------------|-------------|------------------|------|
| Protestant | 0,16 | 0,34 | 0,50 |
| Kein Protestant | 0,00 | 0,50 | 0,50 |
| | 0,16 | 0,84 | 1,00 |

Tabelle 9: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Kreisnummer 189 (Namslau) – Ränder und eine mögliche Lösung A.

| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
|-----------------|-------------|------------------|------|
| Protestant | 0,00 | 0,50 | 0,50 |
| Kein Protestant | 0,16 | 0,34 | 0,50 |
| | 0,16 | 0,84 | 1,00 |

Tabelle 10: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Kreisnummer 189 (Namslau) - Ränder und eine mögliche Lösung B.

60 Cho / Manski, 2008, S. 549.

Bei Tabelle 9 ist $\beta_{189,1} = 0,32$ und $\beta_{189,2} = 0$, bei Tabelle 10 ist $\beta_{189,1} = 0$ und $\beta_{189,2} = 0,32$. Beides sind gültige Lösungen und ohne weitere Annahmen ist es nicht möglich zu sagen, welche Lösung näher an der Wahrheit liegt. Auch erkennbar ist das Problem der nur teilweisen Identifizierbarkeit, bei $\beta_{189,1}$ und $\beta_{189,2}$ sind jeweils 0 und 0,32 mögliche Werte, und es gibt ohne weitere Annahmen keine Möglichkeit diesen Bereich weiter einzuschränken.

Im Folgenden werden einige der Methoden der ökologischen Inferenz vorgestellt. Diese versuchen, entweder die nur teilweise Identifizierbarkeit über Annahmen zu mindern oder ermitteln das Maximum an Information aus den Daten über die Parameter. Das Beispiel, an dem diese Verfahren erläutert werden, bleibt der hier bisher verwendete Zusammenhang zwischen der Variable Protestant und Mittelbauer. Nach diesem theoretischen Teil erfolgt die Anwendung einiger dieser Methoden auf die Wahldaten der Weimarer Republik.

IV. 2. Methoden für 2-x-2-Tabellen

IV. 2.1. Methode der Ränder

IV. 2.1.1. Grundlegendes Prinzip

Die Methode der Ränder wurde 1953 von Duncan und Davis vorgestellt.⁶¹ Bei dieser Methode sind in ihrer elementaren Form keine zusätzlichen Annahmen notwendig. Es wird versucht, über die vorhandenen Informationen in den Rändern, die daraus resultierende maximale Information über die Parameter zu bestimmen. Die Information in den Rändern kann dazu dienen, den möglichen Parameterbereich zu beschränken.

Um zum zuvor gezeigten Beispiel, Kreisnummer 189, zurückzukommen: Anhand der beiden vorgestellten Extreme sieht man, dass $\beta_{189,1}$ und $\beta_{189,2}$ auf identische Weise durch die Randinformationen eingeschränkt werden. Beide können minimal null und maximal 0,32 sein, was eine mittlere Reduzierung des Bereiches im Vergleich zum Einheitsintervall [0;1] darstellt. Das Intervall von [0;0,32] würde dann die Duncan-Davis-Ränder der beiden Parameter beschreiben. Diese Ränder für die Parameter kann man für jeden der 849 Kreise berechnen.

Je nach Datenlage bringt die Methode der Ränder keine zusätzliche Information über einen Parameter, eine mittlere Einschränkung für beide Parameter, wie beim gezeigten Beispiel, oder auch eine deutliche Eingrenzung des möglichen Bereiches. Unter Umständen sind die über diese Methode berechneten Ränder bereits ausreichend, um die gestellte Fragestellung zu beantworten. Formal lassen sich die Ränder folgendermaßen berechnen.⁶²

$$\beta_{i,1} \in \left[\max\left(0, \frac{y_{i,MB} - (1 - z_{i,Prot})}{z_{i,Prot}}\right), \min\left(\frac{y_{i,MB}}{z_{i,Prot}}, 1\right) \right]$$

$$\beta_{i,2} \in \left[\max\left(0, \frac{y_{i,MB} - z_{i,Prot}}{(1 - z_{i,Prot})}\right), \min\left(\frac{y_{i,MB}}{(1 - z_{i,Prot})}, 1\right) \right]$$

Exemplarisch sind in Tabelle 11 die berechneten Ränder für einige Kreise der Weimarer Republik dargestellt. Auf den ersten Blick erkennt man, dass die Parameter unterschiedlich stark beschränkt sind. Bei den Kreisen 12 und 115 kann $\beta_{i,2}$ noch

61 Ein früher Vorläufer soll R. Blank (1905) gewesen sein, siehe: Aachen / Shively, 1995, S. 191.

62 Formeln an Beispiel angepasst, übernommen von: Cho / Manski, 2008, S. 553.

Werte im gesamten Bereich von [0,1] annehmen, bei den Kreisen 837 und 1122 hingegen kann $\beta_{i,1}$ noch im gesamten Bereich des Einheitsintervalls liegen. Der jeweilige andere Parameter ist bei diesen vier Kreisen stärker beschränkt, bei Kreis 837 ist bei den auf zwei Nachkommastellen gerundeten Werten kein Unterschied zwischen oberem und unterem Rand feststellbar.⁶³ Erkennbar ist aber auch, dass der mögliche Wertebereich der beiden Parameter vom Einheitsquadrat [0,1] x [0,1] bei allen fünf Kreisen über die Ränder deutlich reduziert werden konnte.

| Kreisnr. | Name | min $\beta_{i,1}$ | max $\beta_{i,1}$ | min $\beta_{i,2}$ | max $\beta_{i,2}$ |
|----------|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 12 | Mohrungen | 0,082 | 0,137 | 0,000 | 1,000 |
| 115 | Landsberg/W | 0,153 | 0,189 | 0,000 | 1,000 |
| 189 | Namslau | 0,000 | 0,316 | 0,000 | 0,320 |
| 837 | Grafenau | 0,000 | 1,000 | 0,115 | 0,154 |
| 1122 | Wangen | 0,000 | 1,000 | 0,214 | 0,281 |

Tabelle 11: Methode der Ränder: Parameterränder, exemplarisch für fünf Kreise.

Um die globalen Parameter berechnen zu können, gibt es mehrere Möglichkeiten. Zum einen könnte man das Mittel der ermittelten Ränder berechnen. Ein Schritt, der aufgrund der teilweise stark unterschiedlichen Bevölkerungen und Bevölkerungsanteile aber nicht wirklich sinnvoll ist. Man könnte auch die Bevölkerungssummen bilden und mit der Methode der Ränder die Parameter für die gesamte Weimarer Republik berechnen. Sinnvoller ist es jedoch, das über die Bevölkerung der jeweiligen Gruppen gewichtete Mittel der Ränder zu berechnen.⁶⁴

$$\beta_1 \in \left[\frac{1}{N_{MB}} \sum_i N_{i,MB} \min(\beta_{i,1}), \frac{1}{N_{MB}} \sum_i N_{i,MB} \max(\beta_{i,1}) \right], \text{ mit } N_{MB} = \sum_i N_{i,MB}$$

Genau analog kann man die Ränder für β_2 berechnen. In Tabelle 12 sind einerseits die Ränder der auf Ebene der gesamten Weimarer Republik aggregierten Daten und die als gewichtetes Mittel der Kreisränder berechneten globalen Ränder gegenübergestellt. Mit diesem Verfahren lassen sich auch die Ränder anderer

63 Die Kreise 12 und 115 sind stark protestantisch geprägt, während bei den Kreisen 837 und 1122 der Anteil der Protestanten sehr niedrig ist. Zum Beispiel sind im Kreis 837 99,2 % alle Einwohner keine Protestanten. In allen fünf Kreisen lag der Anteil der Mittelbauern über 10 %.

64 King, 1997, S. 83 – 84.

Überregionen, z. B. einzelner Provinzen Preußens, berechnen.

| | min β_1 | max β_1 | min β_2 | max β_2 |
|--------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Ränder mit aggregierten Daten | 0,000 | 0,107 | 0,000 | 0,186 |
| Ränder über gewichtetes Mittel | 0,022 | 0,087 | 0,036 | 0,148 |

Tabelle 12: Methode der Ränder: Parameterränder für die gesamte Weimarer Republik.

Deutlich erkennbar ist der Informationsgewinn über die Berechnung der Ränder für die gesamte Weimarer Republik als gewichtetes Mittel der Ränder der einzelnen Kreise. Wenn man als Punktschätzer den Mittelpunkt der Ränder verwendet⁶⁵, sind 5,5 % aller Protestanten Mittelbauern und 9,5 % aller nichtprotestanten Mittelbauern.⁶⁶

IV. 2.1.2. Erweiterung der Methode der Ränder

Aachen und Shively stellen in ihrem Buch⁶⁷ Erweiterungen der Methode der Ränder vor. Während aber die einfachen Duncan-Davis-Ränder keine Annahmen verlangten, sind für diese Erweiterungen Annahmen, z.B über zusätzliches externes Wissen gewonnen, notwendig. Formal lässt sich das über die Ränder gegebene Wissen in vier Gleichungen zusammenfassen.⁶⁸

$$\begin{aligned}
 y_i &= \beta_{i,1} z_i + \beta_{i,2} (1 - z_i) \\
 z_i &= \rho_{i,1} y_i + \rho_{i,2} (1 - y_i) \quad 69 \\
 \beta_{i,1} z_i &= \rho_{i,1} y_i \\
 0 &\leq \beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \rho_{i,1}, \rho_{i,2} \leq 1
 \end{aligned}$$

Mit diesen vier Gleichung erhält man genau die Duncan-Davis-Ränder für die Parameter. Wenn man aber in der Lage ist, eine weitere Gleichung hinzuzufügen,

65 Vgl.: Aachen / Shively, 1995, S. 192.

66 Dass die mittleren Werte nicht zwangsweise gute Schätzer sein müssen, veranschaulicht gut die Grafik 13.2 (in: King, 1997, S. 238). In dieser Grafik sind die Ränder und die zugehörigen wahren Werte eingezeichnet. Die meisten wahren Werte liegen beim dem Beispiel eher an den Grenzen der Ränder als in deren mittlerem Bereich.

67 Aachen / Shively, 1995, S. 190 – 218.

68 Aachen / Shively, 1995, S. 194.

69 Bei den Parametern ρ handelt es sich um die Parameter der transponierten Tabelle.

kann man die Ränder weiter einschränken. Zum Beispiel könnte man vermuten, dass in jedem Kreis der Anteil der Nichtprotestanten, die Mittelbauern sind, mindestens genauso groß ist, wie der Anteil der Protestanten, die Mittelbauern sind. Formal würde dies bedeuten.

$$\beta_{i,1} \leq \beta_{i,2}$$

Daraus resultieren dann die folgenden Ränder für die beiden Parameter.

$$\beta_{i,1} \in \left[\max(0, y_{i,MB} - (1 - z_{i,Prot})), \min(y_{i,MB}, 1) \right]$$

$$\beta_{i,2} \in \left[\max(0, \max(\beta_{i,1})), \min\left(\frac{y_{i,MB} - \min(\beta_{i,1})}{(1 - z_{i,Prot})}, 1\right) \right]$$

Bei Kreis 189 würde diese zusätzliche Einschränkung den möglichen Parameterbereich von $\beta_{189,1}$ auf $[0;0,16]$ und von $\beta_{189,2}$ auf $[0,16;0,32]$ reduzieren. Tabelle 13 zeigt die neuen Ränder der fünf Beispielpreise unter der hinzugefügten Bedingung.

| Kreisnr. | Name | min $\beta_{i,1}$ | max $\beta_{i,1}$ | min $\beta_{i,2}$ | max $\beta_{i,2}$ |
|----------|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 12 | Mohrungen | 0,078 | 0,130 | 0,130 | 1,000 |
| 115 | Landsberg/W | 0,148 | 0,182 | 0,182 | 1,000 |
| 189 | Namslau | 0,000 | 0,159 | 0,159 | 0,320 |
| 837 | Grafenau | 0,000 | 0,153 | 0,153 | 0,154 |
| 1122 | Wangen | 0,000 | 0,264 | 0,264 | 0,281 |

Tabelle 13: Methode der Ränder: Parameterränder mit Annahme $\beta_{i,1} \leq \beta_{i,2}$, exemplarisch für fünf Kreise.

Im Vergleich zu Tabelle 11 sieht man durchaus deutliche Veränderungen. Während zuvor bei Kreis 837 und 1122 $\beta_{i,1}$ noch im Intervall $[0,1]$ liegen konnte, sind die neuen Ränder deutlich enger. Aber auch bei $\beta_{i,2}$ sind durchaus Veränderungen feststellbar. In stark protestantischen Kreisen wurden die unteren Ränder etwas nach oben geschoben. Ähnliches ist aber bei den nichtprotestantischen Regionen zu sagen: z. B. reduzierte sich der mögliche Bereich für $\beta_{1122,2}$ von

[0,21;0,28] auf [0,26;0,28]. Mit diesen neuen Rändern lassen sich dann auch neue Ränder für die gesamte Weimarer Republik berechnen.

| | min β_1 | max β_1 | min β_2 | max β_2 |
|--------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Ränder über gewichtetes Mittel | 0,021 | 0,062 | 0,078 | 0,148 |

Tabelle 14: Methode der Ränder: Parameterränder für die gesamte Weimarer Republik mit Annahme $\beta_{i,1} \leq \beta_{i,2}$.

Die Ränder haben sich durch die Hinzunahme der Vermutung im Vergleich zu Tabelle 12 vor allem bei β_2 deutlich verändert. Aus [0,04;0,15] ist [0,08;0,15] geworden. Wenn man wieder die Mittelwerte der Intervalle als Punkteschätzer verwenden will, sind 4 % aller Protestanten und 11,5 % aller Nichtprotestanten Mittelbauern. Dies zeigt, wie die Hinzunahme von Annahmen den Bereich, in dem die Parameterwerte liegen müssen, weiter einschränken kann. Problematisch daran ist, dass die Ergebnisse nur noch gelten, wenn auch die aufgestellte Bedingung korrekt ist.

Aachen und Shively stellen in ihrem Buch noch eine weitere mögliche Erweiterung der Duncan-Davis-Ränder vor: die Methode der Ränder mit einer approximierten informativen Priori, wie auch die Anwendung einer erweiterten Methode auf 3-x-3-Tabellen.⁷⁰

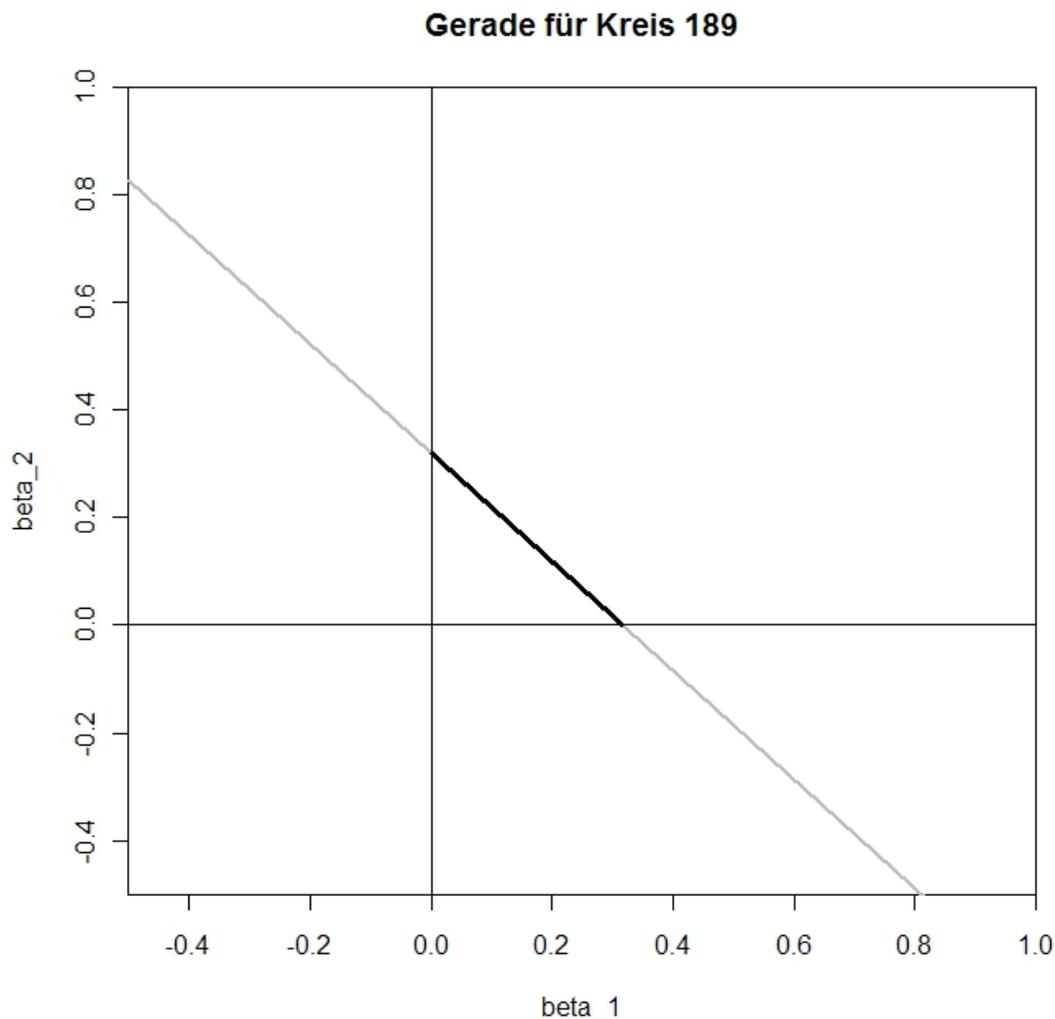
IV. 2.1.3. Grafische Anwendungen

Als eine weitere Erweiterung der klassischen Duncan-Davis-Ränder kann man deren Darstellung in funktionaler Form verstehen. Aachen und Shively stellten fest, dass sich der Zusammenhang zwischen den beiden Parametern eines Kreises als Gerade darstellen lässt. Über die Umstellung von Formel (II. 1) erhält man folgende Geradengleichung.

$$\beta_{i,1} = \frac{y_{i,MB}}{(1 - z_{i,Prot})} - \left(\frac{z_{i,Prot}}{(1 - z_{i,Prot})} \right) \beta_{i,2} \quad (\text{II. 2})$$

Der Bereich der Gerade, der im Einheitsquadrat [0,1] x [0,1] liegt, bestimmt die

⁷⁰ Aachen / Shively, 1995, S. 197 – 207.



*Abbildung 25: Methode der Ränder: Parametergerade für Kreis 189,
Variablen: Mittelbauern, Protestanten.*

Ränder der Parameter. Um genauer zu sein, entsprechen die Schnittpunkte der Gerade mit dem Einheitsquadrat den Duncan-Davis-Rändern. Gleichzeitig gilt aber auch, dass jede gültige Parameterkombination für einen Kreis i auf dessen Gerade liegen muss.⁷¹ Abbildung 25 zeigt die Gerade für den Kreis 189. Der schwarz markierte Teil der Geraden stellt den Bereich dar, in dem alle gültigen Kombinationen von $\beta_{189,1}$ und $\beta_{189,2}$ liegen müssen⁷². Aus Gleichung (II. 2) ist auch ersichtlich, dass jede dieser Geraden eine negative Steigung haben muss.

Doch erst King nutzte diesen Zusammenhang in verstärktem Maße und entwickelte damit eine Diagnosegrafik. Anstelle des einen Kreises, den Aachen und

⁷¹ Aachen / Shively, 1995, S. 207 – 209.

⁷² Exakt formuliert gilt, dass es sich sogar nur um eine Punktmenge auf der Gerade handeln kann, da aufgrund der diskreten Natur der Daten nur eine endliche Anzahl von Punkten auf der Gerade für jeden Kreis wirklich zulässig ist.

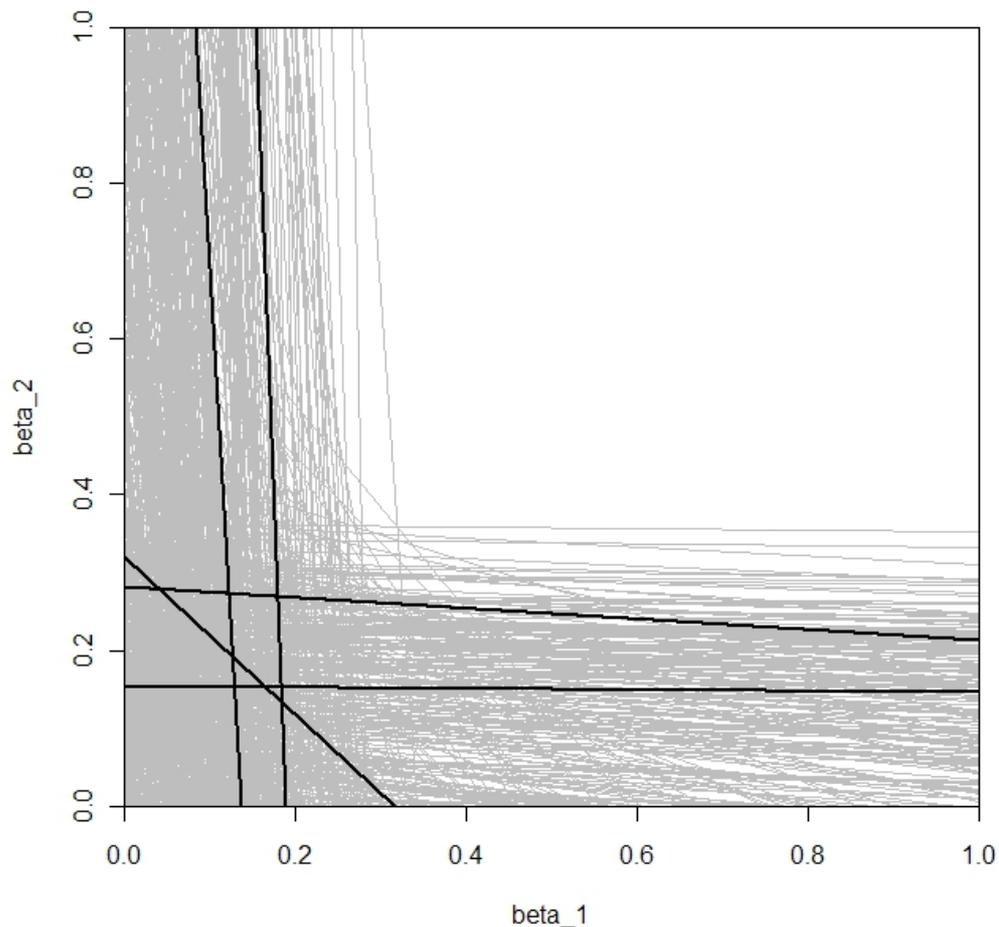


Abbildung 26: Methode der Ränder: Tomografieplot, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. Shively bei ihren Beispiel visualisierten, zeichnet King die Geraden aller Kreise in eine Grafik ein. Gleichzeitig reduziert er den Darstellungsbereich auf das Einheitsquadrat und damit auf die logischen Ränder der Parameter. King bezeichnet diese Grafik aufgrund eines Zusammenhangs zwischen ihr und der Computertomografie als Tomografieplot⁷³:

„ ... how the concepts used in this figure are mathematically equivalent to an idealized version of the tomography problem, such as exists in X-rays and CT scans used to reconstruct images of the insides of objects without invasive techniques. Because of the connection, I will usually refer to this type of data

⁷³ Gschwend verwendet nur den Begriff „Tomografie“ als Übersetzung, siehe: Gschwend Thomas, Ökologische Inferenz, in: Behnke, Joachim / Gschwend, Thomas / Schindler Delia, Schnapp, Kai-Uwe: Methoden der Politikwissenschaft. Neuere qualitative und quantitative Analyseverfahren, Baden-Baden, 2006, S. 229.

display as a *tomography plot*.⁷⁴

Abbildung 26 zeigt den Tomografieplot für den Zusammenhang Anteil der Mittelbauern und Protestanten in einem Kreis. Jede graue Linie zeigt den möglichen Parameterbereich eines Kreises und wird als Tomografielinie bezeichnet. Die fetten schwarzen Linien entsprechen den zuvor bereits exemplarisch betrachteten fünf Kreisen. Die Grafik wird für King zur Diagnostik, Visualisierung und Überprüfung verschiedener Annahmen verwendet. Gleichzeitig veranschaulicht die Grafik aber auch den gesamten Informationsgehalt der Daten.

Die Lage der Gerade im Einheitsquadrat sagt dabei viel über die Information, die die Ränder des Kreises über die Parameter beinhalten, aus. Relativ horizontale Linien sind Kreise, bei denen sich $\beta_{i,2}$ nur in engen Rändern bewegen kann, sie beinhalten also viel Information über diesen Parameter. Bei relativ vertikal verlaufenden Linien gilt Identisches für $\beta_{i,1}$. Dies resultiert aus der Tatsache, dass, wie man in Gleichung (II. 2) erkennen kann, die Steigung der Geraden alleinig vom z , im Beispiel der Anteil der Protestanten, abhängt. Bei sehr großen oder kleinen Anteilen lässt sich einer der beiden Parameter sehr stark einschränken. Es muss z. B. für einen Kreis mit 100 % Protestanten gelten, dass $\beta_{i,1}$ identisch mit dem Anteil der Mittelbauern in diesem Kreis ist. Geraden, wie die für Kreis 189, entsprechen Kreisen mit mittlerem Informationsgehalt über beide Parameter. Eine Gerade, die durch die Punkte (0,1) und (1,0) geht, steht für einen Kreis mit dem niedrigstem Informationsgehalt, da über die Methode der Ränder keinerlei weitere Einschränkung der Parameter möglich ist.

King stellte auch fest, dass im Tomografieplot erkennbar ist, dass die Lösung für die Parameter nicht mehr im gesamten Einheitsquadrat $[0,1] \times [0,1]$ und auch nicht in dem über die Methode der Ränder aufgespannten kleineren Quadrat zu suchen ist, sondern dass sich jede echte Lösung auf der Geraden befinden muss. Dies ist eine deutliche Einschränkung der Region, in der zu suchen ist.⁷⁵

Eine weitere Grafik die King aus dem Methode der Ränder herleitet, ist die Darstellung des Informationsgehalts eines Kreises über die beiden Parameter in einem Streudiagramm der Daten. Es ist relativ leicht, für jede mögliche Kombination von z und y die aus ihnen resultierende untere und obere Grenze für die beiden

74 King, 1997, S. 82.

75 King, 1997, S. 81.

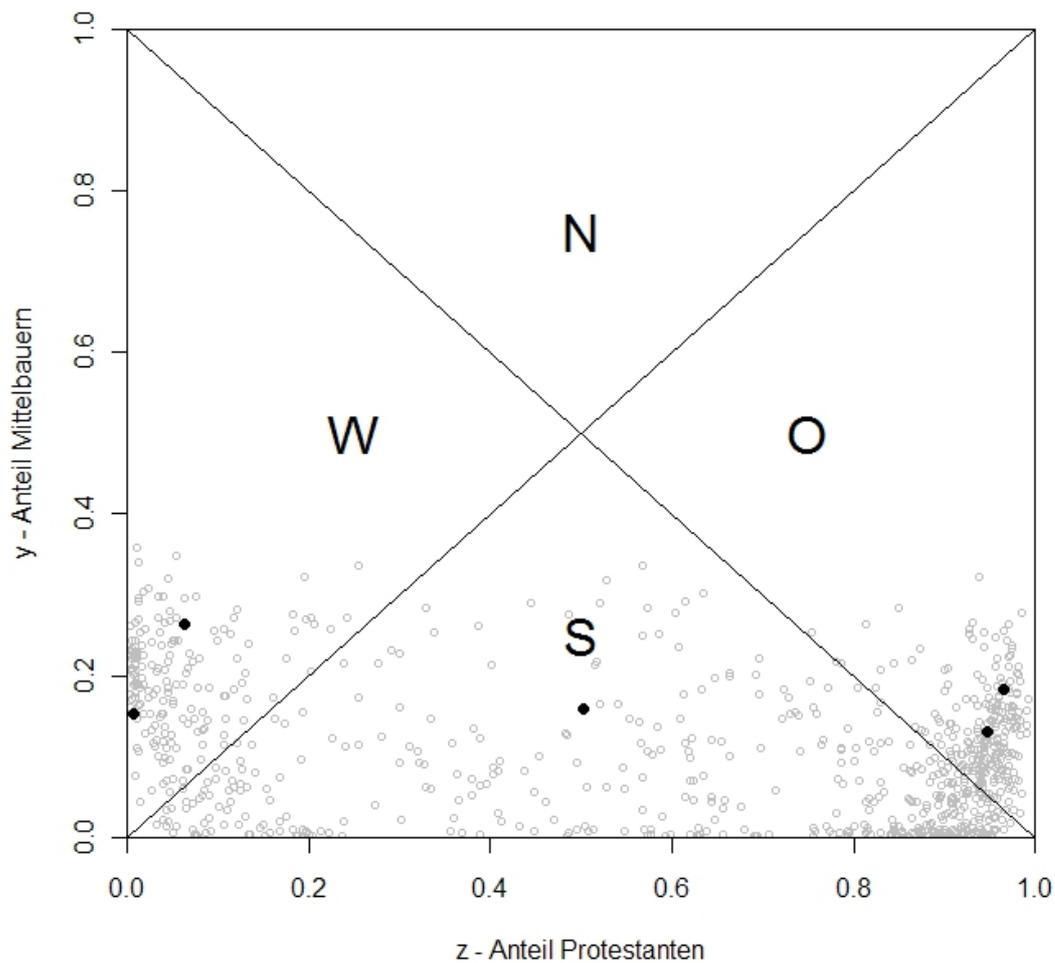


Abbildung 27: Methode der Ränder: Streu-Kreuz-Diagramm,
Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

Parameter zu berechnen. Die Information über beide Parameter eines einzelnen Punktes lässt sich auch mit den Informationen aller Punkte im Einheitsquadrat zusammenfassen und in einer Grafik darstellen. So lassen sich die informativen und nicht-informativen Bereiche im Einheitsquadrat finden. Die Ergebnisse für beide Parameter kann man zusammenfassen und in der Abwandlung eines klassischen Streudiagramms mit eine zusätzlich eingezeichneten „X“, das das Einheitsquadrat teilt, darstellen. Diese Grafik wird von King Streu-Kreuz-Diagramm genannt.⁷⁶

Abbildung 27 zeigt das Streu-Kreuz-Diagramm für die Daten. Die schwarzen Punkte stehen für die bisher betrachteten Beispielkreise. Auch die vier von King identifizierten Sektoren, in die das Einheitsquadrat durch das X geteilt wird, sind durch ihre Richtung gekennzeichnet. Kreise, die sich im westlichen Sektor befinden

⁷⁶ King, 1997, S. 88 – 89.

beinhalten viel Information über $\beta_{i,2}$, aber wenig Information über $\beta_{i,1}$. Für Kreise im östlichen Sektor gilt genau das Gegenteil. Kreise im südlichen Sektor haben von oben eingeschränkte Ränder, während Kreise im Norden von unten eingeschränkt werden.⁷⁷ Bei den Daten erkennt man, dass sich ein Großteil der Kreise im westlichen und östlichen Sektor befindet und daher ein Parameter jeweils stark eingeschränkt wird. Weniger Beobachtungen, dazu gehört z. B. auch Kreis 189, finden sich im südlichen Sektor und haben von oben eingeschränkte Parameterbereiche. Im nördlichen Sektor finden sich keine Beobachtungen.

⁷⁷ Gschwend, 2006, S. 231.

IV. 2.2. Goodmans ökologische Regression

IV. 2.2.1 Einfache Goodman-Regression

Auch im Jahr 1953, also in dem Jahr, in dem Duncan und Davis ihre Methode der Ränder veröffentlichten, erschien Goodmans Regressionsansatz als Lösungsvorschlag zur ökologischen Inferenz. Goodmans Arbeit trug maßgeblich dazu bei, die genaue Verbindung zwischen den Parametern auf aggregierter Ebene und dem Verhalten auf Individualebene zu verstehen⁷⁸. Während Duncans und Davis Methode der Ränder in ihren einfachen Form keine weiteren Informationen und Annahmen voraussetzt, ist für Goodmans Regression eine Annahme, die Konstanz-Annahme⁷⁹ über die Parameter, vonnöten. Diese Annahme ist notwendig, um das Problem der partiellen Identifizierbarkeit zu lösen. Wenn diese Annahme aber verletzt ist, wird eine sinnvolle Interpretation der gewonnenen Parameter erschwert oder gar unmöglich gemacht.

Auch wenn Goodmans Methode lange Zeit eine der am häufigsten verwendeten Methoden im Bereich der ökologischen Inferenz darstellte⁸⁰, war sich Goodman der Relevanz der Annahme auf die Ergebnisse im Klaren.

„[...] *in general* the study of the regression between ecological variables cannot be used as substitutes for the study of the behaviour of individuals“⁸¹

Gleichzeitig schrieb er aber auch:

„[...] *in very special circumstances* the study the study of regression between ecological variables may be used to make inference concerning the behaviour of individuals“⁸²

Diese sehr besonderen Umstände sind in seinem Modell die Gültigkeit der Konstanz-Annahme. Ausgehend von der Individualebene, lässt sich folgender Zusammenhang für die j -te Person im Kreis i aufstellen.⁸³

78 Aachen / Shively, 1995, S. 7.

79 Im englischen Original: constancy assumption.

80 King, 1997, S. 37 – 38.

81 Goodman, Leo: Ecological Regression and the Behaviour of Individuals, in: American Sociological Review, Volume 18, 1953, S. 663 – 664, zitiert nach Cho / Manski, 2008, S. 554.

82 Goodman, 1953, S. 663, zitiert nach Cho / Manski, 2008, S. 554.

83 Aachen / Shively, 1995, S. 31.

$$y_{i,MB,j} = \beta_1 z_{i,Prot,j} + \beta_2 (1 - z_{i,Prot,j}) + \epsilon_{i,j} \quad (\text{II. 3})$$

Da es sich um eine Betrachtung auf Individualebene handelt, können die einzelnen Variablen nur null oder eins annehmen. Der Fehlerterm $\epsilon_{i,j}$ entspricht dem Abstand von der eigentlichen Ausprägung und der dahinterstehenden Wahrscheinlichkeit, der sich über alle Individuen zu null aufaddieren muss.⁸⁴ Zu beachten ist auch, dass die beiden Parameter β_1 und β_2 unabhängig vom Kreis i und vom Individuum j sind. Sie werden für jedes Individuum in jedem Kreis als gleich angenommen. Dies ist die Konstanz-Annahme über die Parameter.

Die Gleichung (II. 3) lässt sich durch einfaches Umformen in das gewohnte Regressionsformat mit Intercept überleiten.

$$y_{i,MB,j} = \beta_2 + (\beta_1 - \beta_2) z_{i,Prot,j} + \epsilon_{i,j} \quad (\text{II. 4})$$

Bei einer ökologischen Regression stehen aber nicht diese Individualdaten, sondern nur die aggregierten Daten der Kreise zur Verfügung. Da aber die beiden Parameter für jedes Individuum identisch sein sollen, kann man einfach die Individualwerte in der Gleichung (II. 3) oder (II. 4) durch ihre Kreismittelwerte ersetzen, um den Zusammenhang auf Kreisebene darzustellen.⁸⁵

$$y_{i,MB} = + \beta_1 z_{i,Prot} + \beta_2 (1 - z_{i,Prot}) + \epsilon_i \quad (\text{II. 5})$$

oder

$$y_{i,MB} = \beta_2 + (\beta_1 - \beta_2) z_{i,Prot} + \epsilon_i \quad (\text{II. 6})$$

Dies stellt die Modellformel des einfachen Goodman-Modells dar. Die Gleichung (II. 5) wird von manchen Forschern bevorzugt, da die Parameter in dieser Form intuitiver zu interpretieren sind.⁸⁶

Aus den Formeln ist ersichtlich, dass die Parameter direkt interpretierbar sind.

⁸⁴ Aachen / Shively, 1995, S. 31.

⁸⁵ Aachen / Shively, 1995, S. 33.

⁸⁶ King, 1997, S. 38.

Sie stellen einerseits die individuelle Wahrscheinlichkeit und gleichzeitig die erwartete relative Häufigkeit in der Population eines Kreises dar. Wenn die Annahme richtig ist, kann also von den aggregierten Daten auf das individuelle Verhalten geschlossen werden. Es ist auch eine optische Interpretation der Konstanz-Annahme möglich. In einem Tomografieplot würden sich bei perfekter Gültigkeit der Annahme alle Geraden in einem Punkt schneiden⁸⁷. Dies ist jedoch etwas, was nur selten zu beobachten ist.

Da in den meisten Regionen die Fallzahl häufig im Bereich vom mehreren Tausend Beobachtungen liegt, kann man recht einfach, aufgrund der angenommenen Binomialverteilung auf der Individualebene, auf aggregierter Ebene über eine Normalverteilungsapproximation die theoretische Fehlervarianz des Modells berechnen. Der Fehler des i -ten Kreises lautet:⁸⁸

$$\sigma_i^2 = [z_{i,Prot} \beta_1 (1 - \beta_1) + (1 - z_{i,Prot}) \beta_2 (1 - \beta_2)] / N_i \quad (\text{II. 7})$$

Man erkennt, dass die Fehler bei der Goodman-Regression heteroskedastisch sind. Der Fehler für den Kreis i hängt von N_i und $z_{i,Prot}$ ab. Das bedeutet, dass die Schätzung zwar weiterhin unverzerrt ist, aber die geschätzten Standardfehler der Parameter falsch sind. Es gibt zwar eine Korrektur der Schätzalgorithmen, um mit der Heteroskedastizität umzugehen, diese wird aber in der Praxis fast nie verwendet. Der Grund ist, dass die Varianz maximal $0,25 / N_i$ sein kann. Bei einem N_i von 30.000 ⁸⁹ beträgt die maximale Varianz $0,00000833$, die Standardabweichung $0,0029$. Der Standardfehler wäre als nur $0,3$ Prozentpunkte. In praktischer Anwendung der Methode werden regelmäßig deutlich größere Standardfehler als die mit Formel (II. 7) theoretisch berechneten Werte festgestellt. Daher muss die beobachtete Heteroskedastizität andere Ursachen haben. Ein plausibler Grund ist, dass die Annahme, dass β_1 und β_2 für jedes Individuum in jedem Kreis identisch ist, oft nicht gegeben ist.

Abbildung 28 zeigt die Grafik der gerechneten Goodman-Regression zwischen Mittelbauernanteil und Anteil an Protestanten. Erneut sind die bisher betrachteten fünf Beispielkreise in der Grafik markiert. Die beiden bestimmten Parameter kann man Tabelle 15 entnehmen. Evident ist, dass die vom Modell

87 Ambühl, 2003, S. 28.

88 Aachen / Shively, 1995, S. 46 – 47.

89 Der Kreis 189 hat z. B. 30.786 Einwohner.

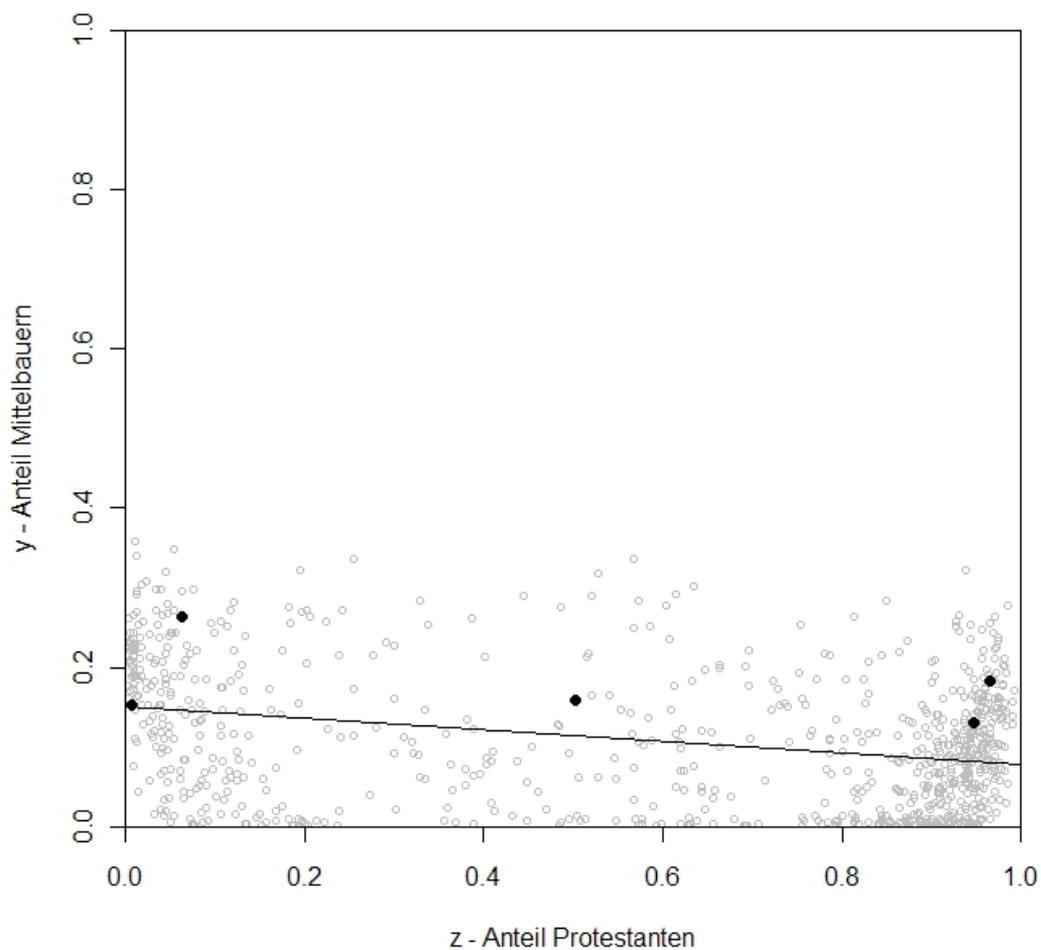


Abbildung 28: Goodman-Regression: Streudiagramm der Daten, mit Regressionsgerade des Goodman-Modells, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

berechnete Fehlervarianz deutlich größer als die theoretisch nach Modellannahme mögliche ist.

| | Schätzer | Standardfehler |
|---------------|----------|----------------|
| β_1 | 0,079 | 0,004 |
| β_2 | 0,150 | 0,005 |
| ε | | 0,08 |

Tabelle 15: Goodman-Regression: Zusammenfassung der Ergebnisse der Goodman-Regression.

Weitere Modellanalysen ergaben, dass die Verteilung der Fehler nicht der Normalverteilung entspricht. Ersichtlich ist dies bereits in Abbildung 28, vor allem

für hohe Werte für $z_{i,Prot}$ ist eine echte Normalverteilung der Fehler nicht mehr möglich. Auch ist eine Abweichung an den Rändern beim Q-Q-Plot erkennbar. Aber abgesehen von den beschriebenen Modellverletzungen ist keine starke Heteroskedastizität erkennbar. Die beiden Parameterschätzer liegen noch im durch die Methode der Ränder vorgegebenen Bereich. Wenn die Modellannahme gültig ist, würde dies bedeuten, dass 7,9 % aller Protestanten und 15 % aller Nichtprotestanten Mittelbauern waren.

Die Höhe der Fehlervarianz spricht aber eher für eine Verletzung der Konstanz-Annahme. Gegen die Richtigkeit der Parameter und der Annahme spricht auch, dass mit den Parametern die Anzahl der Mittelbauern um 50 %⁹⁰ überschätzt wird. Außerdem liegen beide Parameter über dem Anteil der Mittelbauern an der Gesamtbevölkerung, welcher 6,8 % betrug.

IV. 2.2.2. Erweiterungen der Goodman-Regression

Eine Erweiterung der einfachen Goodman-Regression⁹¹ ersetzt die festen Parameter β_1 und β_2 durch deterministisch bestimmte, aber heterogene Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$. Eines der einfachsten Beispiele dafür ist, die lineare Abhängigkeit der Parameter von einer weiteren Variablen anzunehmen, sie wurde von Goodman 1959 vorgeschlagen.⁹²

$$\begin{aligned}\beta_{i,1} &= \gamma_{0,1} + \gamma_{1,1} x_i \\ \beta_{i,2} &= \gamma_{0,2} + \gamma_{1,2} x_i\end{aligned}\tag{II. 8}$$

x_i kann z. B. der Anteil der Arbeiter in Industrie und Handwerk oder der Urbanisierungsgrad des Kreises sein. Es wird nicht länger angenommen, dass die Parameter in und über alle Kreise konstant sind, sondern, dass sie bei Kreisen mit identischer Variablenausprägung konstant sind und sie sich dem spezifizierten Parametermodell entsprechend verhalten. Dies führt zu folgender, erweiterter Modellformel.⁹³

$$y_{i,MB} = \gamma_{0,2} + \gamma_{1,2} x_i + (\gamma_{0,1} - \gamma_{0,2}) z_{i,Prot} + (\gamma_{1,1} - \gamma_{1,2}) x_i z_{i,Prot} + \epsilon_i$$

90 $0,079 \cdot N_{Prot} + 0,15 \cdot (1 - N_{Prot}) = 6558541$, insgesamt gab es 4242147 Mittelbauern in der Weimarer Republik. N_{Prot} entspricht der Anzahl der Protestanten in der Weimarer Republik.

91 Daher im Folgenden auch als erweiterte Goodman-Regression bezeichnet.

92 Aachen / Shively, 1995, S. 39.

93 Aachen / Shively, 1995, S. 39 – 40.

Die globalen Parameter β_1 und β_2 werden, wie zuvor schon bei der Methode der Ränder, nicht als Mittel der einzelnen $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ berechnet, sondern als gewichtetes Mittel.⁹⁴

$$\beta_1 = \frac{1}{N_{MB}} \sum_i N_{i,MB} \widehat{\beta}_{i,1}, \text{ mit } N_{MB} = \sum_i N_{i,MB} \text{ und } \widehat{\beta}_{i,1} = \widehat{y}_{0,1} + \widehat{y}_{1,1} x_i$$

Analog erfolgt die Berechnung von β_2 . Das Prinzip der erweiterten Goodman-Regression lässt sich problemlos auf komplexere Strukturen, wie z. B. zwei Variablen in den Gleichungen (II. 8) oder auch nichtlineare Zusammenhänge⁹⁵, erweitern. Es ist auch möglich, für jeden Parameter ein eigenes Variablenset zu verwenden.

Bei der Auswahl der Variablen ist aber zu berücksichtigen, dass ökologische Variablen häufig eine hohe Korrelation mit ihrer Entsprechung auf der individuellen Ebene haben. Es kann daher bei den Interaktionstermen zu erheblicher Kollinearität kommen. Dies führt zwar nicht zu verzerrten Schätzungen, kann aber zu großen Standardfehlern bei den Parametern führen. Dies kann im Extremfall bedeuten, dass es sinnvoller sein kann, eine Variable fallen zu lassen oder der Kollinearitätsproblematik auf anderem Weg zu begegnen. Aachen und Shively sagen aber auch, dass man, da die Parameter von Interesse β_1 und β_2 sind, unter Umständen auch die Kollinearität ignorieren kann.⁹⁶

Getrennt gerechnete Goodman-Regressionen für einzelne, als homogen betrachtete oder identifizierte, Unterregionen können als Spezialfall dieses erweiterten Goodman-Modells gesehen werden. $x_{i,k}$ entspricht dann einer Indikatorvariable für die Unterregionen k . Bei einem weiteren Sonderfall des erweiterten Modells, der Verwendung von $z_{i,Prot}$ als Variable in Gleichung (II. 8), besteht ein Identifikationsproblem. Die Modellgleichung hat in diesem Fall folgende Form.⁹⁷

$$\begin{aligned} y_{i,MB} &= y_{0,2} + (y_{0,1} - y_{0,2} + y_{1,2}) z_{i,Prot} + (y_{1,1} - y_{1,2}) z_{i,Prot}^2 + \epsilon_i \\ &= b_0 + b_1 z_{i,Prot} + b_2 z_{i,Prot}^2 + \epsilon_i \end{aligned}$$

94 Aachen / Shively, 1995, S. 40 – 41.

95 Aachen / Shively, 1995, S. 44.

96 Aachen / Shively, 1995, S. 42 – 43.

97 Aachen / Shively, 1995, S. 118.

Es handelt sich um ein quadratisches ökologisches Regressionsmodell. Problematisch an diesem Modell ist aber, dass es nicht möglich ist, alle vier Parameter der Gleichung (II. 8) eindeutig zu bestimmen.

$$\begin{aligned} b_0 &= \gamma_{0,2} \\ b_1 &= \gamma_{0,1} - \gamma_{0,2} + \gamma_{1,2} \\ b_2 &= \gamma_{1,1} - \gamma_{1,2} \end{aligned} \quad (\text{II. 9})$$

$\gamma_{0,2}$ ist eindeutig identifizierbar, was aber bei den anderen Parameter sind nicht der Fall ist. Ohne zusätzliche Annahmen können die Parameter nicht bestimmt werden. In der dritten Gleichung sieht man erneut die Konstanz-Annahme von Goodman. Wenn $\gamma_{1,1}$ und $\gamma_{1,2}$ null sind oder als null angenommen werden, entfällt der quadratische Teil der Modellformel, und die Modellformel verkürzt sich zu (II. 6).

Dies gilt aber auch, wenn $\gamma_{1,1}$ und $\gamma_{1,2}$ identisch sind. Der Unterschied ist dann, dass b_1 eine andere Bedeutung erhält und die Parameter $\gamma_{0,1}$ und $\gamma_{0,2}$ nicht länger identifizierbar sind. Auch ist es nicht möglich, die beiden Modelle anhand ihrer Modellgleichung zu unterscheiden. Wenn man aber einen der beiden Parameter $\gamma_{1,1}$ und $\gamma_{1,2}$ bestimmt oder auf einen Wert setzt, z. B. auf null, sind alle anderen Parameter identifizierbar. Anstelle von zwei Parametern, die auf null gesetzt werden müssen, wie bei der Konstanz-Annahme, reicht es bei diesem erweiterten Modell aus, einen der beiden Parameter auf null zu setzen.⁹⁸

Die theoretische Varianz beim erweiterten Goodman-Regressionsmodell ist fast identisch zur Gleichung (II. 7).

$$\sigma_i^2 = [z_{i,Prot} \beta_{i,1} (1 - \beta_{i,1}) + (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2} (1 - \beta_{i,2})] / N_i$$

Anstelle der beim einfachen Goodman-Modell global als konstant angenommenen Parameter β_1 und β_2 stehen hier die ermittelten Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ der einzelnen Kreise in der Gleichung. Weiterhin problematisch ist, dass neben der noch vorhandenen Heteroskedastizität, trotz Auflockerung der Annahme nur sehr kleine Varianzen theoretisch denkbar sind. Die häufig beobachtete Überdispersion in realen Daten wird, so vermuten Aachen und Shively, durch eine Varianz in den Parametern $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ verursacht, die nur unzureichend durch den deterministisch

⁹⁸ Aachen / Shively, 1995, S. 118 – 123.

formulierten Zusammenhang in Gleichung (II. 8) dargestellt wird.⁹⁹

Zur Demonstration wurde erneut eine Regression von Mittelbauernanteil auf den Anteil der Protestanten gerechnet. Deterministisch sollen die Parameter über den Urbanisierungsgrad bestimmt werden. Die Modellformel lautet dann:

$$y_{i,MB} = \gamma_{0,2} + \gamma_{1,2} x_{i,urban} + (\gamma_{0,1} - \gamma_{0,2}) z_{i,Prot} + (\gamma_{1,1} - \gamma_{1,2}) x_{i,urban} z_{i,Prot} + \epsilon_i$$

Tabelle 16 fasst die wichtigsten Ergebnisse zusammen. Auch wenn die Standardfehler der Residuen, im Vergleich zum einfachen Goodman-Modell, kleiner geworden sind, gilt weiterhin, dass sie deutlich größer, als die theoretisch für das erweiterte Goodman-Modell berechneten Werte, sind. Auffällig ist auch, dass es zu einer kleinen logischen Verletzung kommt. In zu fast 100 % protestantischen Kreisen ist der erwartete Anteil an Nichtprotestanten, die Mittelbauern sind, negativ.

| | Schätzer | Standardfehler |
|----------------|----------|----------------|
| $\gamma_{0,1}$ | 0,137 | 0,004 |
| $\gamma_{1,1}$ | -0,134 | 0,007 |
| $\gamma_{0,2}$ | 0,202 | 0,004 |
| $\gamma_{1,2}$ | -0,205 | 0,010 |
| ϵ | | 0,05 |

Tabelle 16: Goodman-Regression: Zusammenfassung der Ergebnisse der erweiterten Goodman-Regression – Variable: Urbanisierungsgrad.

Um die gesuchten globalen Parameter β_1 und β_2 zu erhalten, muss man mit den in der Regression berechneten Parametern und dem in Gleichung (II. 8) aufgestellten deterministischen Zusammenhang die Kreisparameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ berechnen und deren gewichtetes Mittel berechnen. Tabelle 17 zeigt die Werte für die fünf Beispielkreise, wie auch die berechneten Parameterwerte für die gesamte Weimarer Republik.¹⁰⁰

⁹⁹ Aachen / Shively, 1995, S. 48 – 50.

¹⁰⁰ Drei Kreise haben einen Urbanisierungsgrad von null, die anderen beiden Kreise haben einen Urbanisierungsgrad von ca. 21 %. Negative Werte sind bei der Berechnung auf null gesetzt wurden.

| Kreisnr. | Name | $\beta_{i,1}$ | $\beta_{i,2}$ |
|-------------------|-------------|---------------|---------------|
| 12 | Mohrungen | 0,137 | 0,202 |
| 115 | Landsberg/W | 0,137 | 0,202 |
| 189 | Namslau | 0,109 | 0,159 |
| 837 | Grafenau | 0,137 | 0,202 |
| 1122 | Wangen | 0,110 | 0,160 |
| Weimarer Republik | | 0,064 | 0,095 |

Tabelle 17: Goodman-Regression: Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ der erweiterten Goodman-Regression – Variable: Urbanisierungsgrad.

Auffällig bei den ermittelten Parametern auf Kreisebene ist, dass es zu mehreren Verletzungen mit der Methode der die Ränder bestimmenden Grenzen kommt. Von den fünf Kreisen hat nur Kreis 189 zwei gültige Werte. Unter diesen Umständen sind die Ergebnisse auf Kreisebene mit Skepsis zu betrachten, und die Gültigkeit des Modell kann angezweifelt werden. Die Parameterwerte für die Weimarer Republik liegen hingegen innerhalb der berechneten Grenzen: Auch ist der mit den Schätzwerten ermittelte Wert für die Mittelbauern näher an der Realität als der des einfachen Goodman-Modells. Bei der Modelldiagnostik zeigte sich diesmal eine deutlich ausgeprägte Heteroskedastizität bei den Residuen.

Ein zusätzliche Erweiterung des Goodman-Ansatzes ist das verfeinerte Goodman-Modell¹⁰¹. Anstelle eines deterministischen Zusammenhangs werden stochastische Parameter angenommen. Anstelle der Konstanz-Annahme des einfachen Modells gilt dann:¹⁰²

$$\begin{aligned}
 P(y_{i,MB,j} = 1 \mid z_{i,Prot,j} = 1) &= E(\beta_{i,1,j}) \\
 &= \int_0^1 \beta_{i,1} f_{\beta_{i,1}}(\beta_{i,1}) d(\beta_{i,1}) \\
 &= \beta_1
 \end{aligned}$$

$P(y_{i,MB,j} = 1 \mid z_{i,Prot,j} = 1)$ steht für die Wahrscheinlichkeit, dass das j-te Individuum im Kreis i, wenn er Protestant auch Mittelbauer ist. $f(\beta_{i,1})$ ist die Dichte von $\beta_{i,1}$. Alternativ ist es auch möglich, dass erweiterte Goodman-Modell zu ergänzen. Dann verändert sich der in Gleichung (II. 8) aufgestellte Zusammenhang zu:¹⁰³

101 Im englischen Original: sophisticated goodman regression.

102 Aachen / Shively, 1995, S. 51.

103 Aachen / Shively, 1995, S. 55.

$$\beta_{i,1} = \gamma_{0,1} + \gamma_{1,1} x_i + \epsilon_{\beta_{i,1}}$$

$$\beta_{i,2} = \gamma_{0,2} + \gamma_{1,2} x_i + \epsilon_{\beta_{i,2}}$$

Der Fehlerterm bei Gleichung (II. 5) bzw. (II. 6) hat dann folgende Form:¹⁰⁴

$$\delta_i = \beta_{i,2} - \beta_2 + (\beta_{i,1} - \beta_1 - \beta_{i,2} + \beta_2) z_{i,Prot} + \epsilon_i$$

ϵ_i steht weiterhin für den Teil des Fehlers, der aus der Binomialverteilung auf Individualebene kommt. Unter der Annahme, dass die Kreise weder klein, d.h. sie haben mehr 15.000 Einwohner, noch homogen, d.h. der Standardfehler der Regression liegt nicht unter zwei Prozentpunkten, sind, kann man die Varianz des Fehlerterms approximieren.¹⁰⁵

$$Var(\delta_i) = z_{i,Prot}^2 \sigma_{\beta_1}^2 + (1 - z_{i,Prot})^2 \sigma_{\beta_2}^2 + 2 z_{i,Prot} (1 - z_{i,Prot}) \sigma_{\beta_1, \beta_2}$$

Mit entsprechenden Abänderungen lässt sich auch die Varianz des Fehlerterms für das erweiterte verfeinerte Goodman-Modell aufstellen¹⁰⁶.

Primär dient bei Aachen und Shively dieser Ansatz dazu, Gewichte für die Regression zu bestimmen. Mit diesen können dann über Maximum-Likelihood-Schätzung oder generalisierten kleinsten-Quadrate-Schätzung konsistente Schätzer für die Standardfehler berechnet werden. In der Praxis soll, obwohl das Modell theoretisch gut fundiert ist, kein großer Unterschied zwischen gewöhnlichen kleinsten-Quadraten-Schätzern und den mit diesem Verfahren bestimmten Schätzern bestehen. Die Varianz, und damit auch die Gewichte, soll beinahe konstant im gewöhnlichen Bereich der Variation sein. Auch gilt, dass das verfeinerte Goodman-Modell erneut nur eine Approximation ist. Es ist leicht möglich, dass nicht erkennbare Fehlerquellen in den Annahmen dazu führen, dass auch dieser Zusammenhang nur ein mangelhafter Leitfaden zur richtigen Gewichtung darstellt. Erschwerend kommt hinzu, dass die Schätzung der zur Bestimmung der Varianz nötigen Varianzen zu ungenau sein kann, sodass im Extremfall gelten kann:¹⁰⁷

104 Aachen / Shively, 1995, S. 53.

105 Aachen / Shively, 1995, S. 53 – 54.

106 Aachen / Shively, 1995, S. 55.

107 Aachen / Shively, 1995, S. 55 – 56.

„[...] than estimating the weights may be more inaccurate than assuming them all equal, making the curse worse than the disease.“¹⁰⁸

Daher kommen Aachen und Shively zum Schluss, dass vor allem in 2-x-2-Tabellen, eine ungewichtete ökologische Regression häufig eine zufriedenstellende Lösung darstellt. Dann soll der gewöhnliche kleinste-Quadrate-Schätzer das korrekte Ergebnis liefern und unabhängig davon, welches Modell, das einfache oder das verfeinerte, auch immer das wahre ist, soll der Standardfehler approximativ richtig sein. Unter bestimmten Umständen soll die Nutzung der Maximum-Likelihood-Schätzung oder generalisierten kleinsten-Quadraten-Schätzung bei der Schätzung erstrebenswerter sein. Auch soll man, wenn man nicht länger die gewöhnliche kleinste-Quadrate-Methode zur Schätzung verwendet, das verfeinerte Goodman-Modell benutzen.¹⁰⁹

In der Praxis kommt es aber häufiger vor, dass anstelle von Gewichten zur Bereinigung von Heteroskedastizität die Gewichte der einzelnen Beobachtungen gleich der Population N_i des Kreises gesetzt werden. Dies geschieht hauptsächlich in der Hoffnung, die Heterogenität von $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ richtig zu gewichten. Aachen und Shively diskutieren diese Praxis in ihrem Buch und raten bei zwischen den Kreisen stark schwankender N_i zur Gewichtung mit der Bevölkerung. Erwähnenswert ist aber, dass sie, obwohl sie dazu raten, gleichzeitig auch feststellen, dass es keine ihnen bekannten echten theoretischen Gründe gibt, die dies rechtfertigen. Sie betrachten es als eine noch offene Frage.¹¹⁰

King stellt im Gegensatz dazu fest, dass:

„Using weighted least squares (with weights based on N_i) is often inappropriate even for the problem for which it was designed and can exacerbate other problems“¹¹¹

Weiter schreibt er, dass es nur einen Spezialfall gibt, bei dem die Gewichtung mit der Bevölkerung unverzerrte Schätzer erzeugt, wenn N_i irgendwie mit den Parametern

108 Aachen / Shively, 1995, S. 56.

109 Aachen / Shively, 1995, S. 56 – 57.

110 Aachen / Shively, 1995, S. 57 – 61.

111 King, 1997, S. 61.

$\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ zusammenhängt, aber unabhängig von $z_{i,Prot}$ ist. Nach King ist die Verwendung der Bevölkerung als Gewicht theoretisch nur dann gerechtfertigt, wenn die Varianz indirekt proportional zur Bevölkerung wäre. Dazu müssen zwei Bedingungen erfüllt sein: Die einzelnen Individuen müssen unabhängig voneinander sein und innerhalb eines Kreis muss die Vorabwahrscheinlichkeit identisch sein. Dies ist etwas, das er in realen Datensituation für unwahrscheinlich hält.¹¹² Die beiden zuvor gezeigten Modelle wurden jeweils ohne Gewichtung gerechnet.

IV. 2.2.3. Kritik am Modell

Die Goodman-Regression steht und fällt mit der Gültigkeit der Annahmen. Wenn die Annahmen erfüllt sind, erhält man interpretierbare Parameter, und die Inferenz von der aggregierten Ebene auf die Individualebene ist möglich. Da es aber ohne Daten auf Individualebene nicht möglich ist, die Gültigkeit der Annahme zu überprüfen, müssen diese theoretisch gerechtfertigt werden.

Häufig kommt es aber bei der Anwendung des Goodman-Modells zu ernsthaften Problemen. Obwohl es scheinbar eine hervorragende Anpassung an die Daten gibt, sind mit dem Modell berechneten Parameterschätzer unter der Annahme des Modells nicht möglich. Werte unterhalb von null und größer als eins sind keine Seltenheit. Trotz der teilweise unplausiblen Werte wurden die Ergebnisse von Goodman-Regressionen aber z. B. schon vor Gericht von Sachverständigen verwendet.¹¹³

Eine häufig vorgebrachte Erklärung für Parameterschätzer außerhalb des Einheitsquadrates ist das Vorliegen von Aggregationsbias. Aggregationsbias stellt eine Verletzung der Konstanz-Annahme dar, da bei vorliegenden Aggregationsbias ein Zusammenhang zwischen den Parametern $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ und der Kovariablen $z_{i,Prot}$ besteht. Es kann nicht länger von überall konstanten Parametern β_1 und β_2 ausgegangen werden. Beim verwendeten Beispiel könnte z. B. ein hoher Anteil von Protestanten an der Bevölkerung dazu geführt haben, dass $\beta_{i,2}$ in diesen Kreisen größer ist, als in Kreisen mit einem niedrigen Anteil. $\beta_{i,2}$ würde sich also als eine Funktion des Anteils der Protestanten darstellen lassen.¹¹⁴

Dies lässt sich gut anhand eines kleinen theoretischen Beispiels erläutern. Wenn man wissen möchte, inwieweit in einem zwei Parteiensystem die Loyalität

112 King, 1997, S. 61 – 62.

113 Aachen / Shively, 1995, S. 15 und S. 74 – 76; King, 1997, S. 15 – 16.

114 Ambühl, 2003, S. 18.

zwischen den Wahlen war, kann man auch folgenden Zusammenhang annehmen. Jeder Wähler, der loyal zur Partei P1 war, sie also zum Zeitpunkt eins und zwei gewählt hatte, überzeugte auch einen Wähler der Gegenpartei P2 bei der nächsten Wahl, Partei P1 zu wählen. Gleichzeitig wechselte auch ein Teil der restlichen Wähler von P2 bei der ersten Wahl zur Partei P1. Zur Vereinfachung wird weiter angenommen, dass die Wahrscheinlichkeit, P1 zu wählen, wenn man P1 bereits bei der ersten Wahl gewählt hatte, in allen Kreisen identisch ist. Auch die Wahrscheinlichkeit, P1 bei der zweiten Wahl zu wählen, wenn man nicht von einem P1-Wähler überzeugt wurde und P2 zuvor gewählt hatte, ist in allen Kreisen gleich. Formal würde die Modellformel dann lauten.

$$y_{i,P1} = 2 \beta_1 z_{i,P1} + \beta_2 (z_{i,P2} - \beta_1 z_{i,P1}) + \epsilon_i \quad (\text{II. 10})$$

$$y_{i,P1} = \gamma_1 z_{i,P1} + \gamma_2 (z_{i,P2}) + \epsilon_i, \text{ mit } \gamma_1 = (2 \beta_1 - \beta_2 \beta_1) \text{ und } \gamma_2 = \beta_2$$

Solange $\beta_1 z_{i,P1}$ kleiner als $z_{i,P2}$ ist, sind sinnvolle Lösungen zu erwarten. $(2\beta_1 - \beta_2 \beta_1)$ kann aber, ohne dass es inhaltlich ein Problem darstellt, größer als eins werden. Erkennbar an Gleichung (II. 10) ist aber auch, dass die Wahrscheinlichkeit, in der ersten Wahl P2 und in der zweiten Wahl P1 zu wählen, abhängig vom Wert von $z_{i,P1}$ ist.

$$P(y_{i,P1} = 1 | z_{i,P2} = 1) = \frac{\beta_2 z_{i,P2} + \beta_1 z_{i,P1} (1 - \beta_2)}{z_{i,P2}}$$

Eine Überprüfung auf Aggregationsbias ist aber anhand der Daten nur schwer möglich, da die wahren Parameterwerte der Kreise meist unbekannt sind. Eine mögliche deskriptive Analyse schlägt King vor. Erneut nutzt man für diese Überprüfung die Methode der Ränder. Anstelle die Beobachtungen gegeneinander darzustellen, zeichnet man für jeden Wert von z die Ränder des zugehörigen Parameters in ein Streudiagramm.¹¹⁵ Abbildung 29 zeigt diese Grafiken für den Anteil der Mittelbauern und den Anteil der Protestanten.

Anhand der Grafik liegt die Vermutung nahe, dass in den Daten Aggregationsbias vorhanden ist. Da aber der wahre Parameterwert überall innerhalb

¹¹⁵ King, 1997, S. 237 – 238.

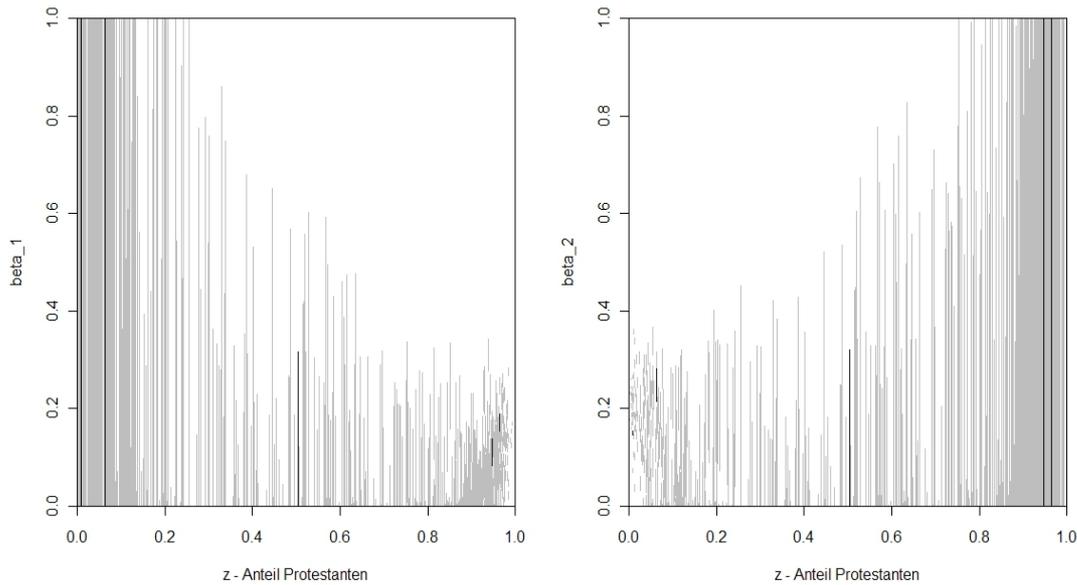


Abbildung 29: Goodmans Regression: Aggregationsbias – Darstellung der Ränder der Kreisparameter nach Anteil Protestanten, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

der durch die Methoden der Ränder gegebenen Grenzen liegen kann, ist dies nicht wirklich so eindeutig. Während es bei $\beta_{i,2}$ im unteren Bereich, bis 10 % Protestanten, nach einem negativen Zusammenhang zwischen $z_{i,Prot}$ und $\beta_{i,2}$ aussieht, ist bei den restlichen Kreisen aufgrund der recht weiten Ränder weiterhin ein konstanter Zusammenhang möglich. Anhand dieser Grafik kann hier weder auf die Anwesenheit noch auf die Abwesenheit von Aggregationsbias in den Daten geschlossen werden. Es ist zwar in beiden Fällen nicht möglich, eine einzige horizontale Linie durch alle Intervalle, die durch die Ränder gegeben sind, zu zeichnen, aber eine echte Struktur in Abhängigkeit von $z_{i,Prot}$ ist auch nicht erkennbar. Eher liegt die Vermutung nahe, dass zumindest eine weitere Variable ebenfalls die Parameter beeinflusst.

Ein weiteres Problem ist die Eindeutigkeit der Bedeutung der Parameter. Gleichung (II. 9) zeigte, dass selbst dann, wenn b_2 als null angenommen wird, dies nicht zwangsweise der Konstanz-Annahme beim Goodman-Modell entsprechen muss und die Bedeutung der beiden anderen Parameter nicht eindeutig ist. Ähnliches lässt sich auch über die Parameter der Modellgleichung (II. 10) sagen. Dieses Modell ist in der umgestellten Form nicht von einer einfachen Goodman-Regression zu unterscheiden, doch haben die Parameter eine deutlich andere Bedeutung. Ein weiteres Beispiel für diese Uneindeutigkeit und die Bedeutung der Annahmen stellt Freedmans Nachbarschaftsmodell dar.

Beim Nachbarschaftsmodell soll es sich nicht um einen ernsthaften

Lösungsversuch für die ökologische Inferenz handeln, sondern es soll hauptsächlich dazu dienen, das Vertrauen in Goodmans Regressionsmodell zu schwächen.¹¹⁶ Anstelle eine globale Konstanz der Parameter β_1 und β_2 anzunehmen, wird eine Gleichheit der Parameter innerhalb eines Kreises angenommen.

$$\beta_{i,1} = \beta_{i,2}$$

Der Grundgedanke ist, dass der Zusammenhang von der eigenen Nachbarschaft, der geografischen Region, beeinflusst wird und dieser nicht durch eigene vorherige Entscheidungen oder soziodemografische Größen erklärt wird. Von dieser Grundannahme leitet sich der Name Nachbarschaftsmodell ab. In der einfachen Version, auch nichtlineares Nachbarschaftsmodell genannt, sind die Parameter für die einzelnen Kreis direkt berechenbar. Dies gilt aber nicht zwangsweise für die Parameter für die gesamte Weimarer Republik, da diese wieder als gewichtetes Mittel berechnet werden. Dieses einfache Modell lässt sich wiederum erweitern.¹¹⁷

$$\beta_{i,1} = \beta_{i,2} = \gamma_0 + \gamma_1 z_{i,Prot}$$

Es handelt sich bei diesem Modell um einen Spezialfall des quadratischen erweiterten Goodman-Modells, mit der zusätzlichen Annahme, dass bei (II. 8) die Gleichheit der beiden Parameter innerhalb eines Kreises angenommen wird. Es ist auch unter dem Namen lineares Nachbarschaftsmodell bekannt. Eingesetzt in Gleichung (II. 5), ergibt sich folgende Modellgleichung.¹¹⁸

$$y_{i,MB} = \gamma_0 + \gamma_1 z_{i,Prot} + \epsilon_i$$

Zwischen der Modellgleichung des linearen Nachbarschaftsmodells und der Modellgleichung beim einfachen Goodman-Modell gibt es von der äußeren Form her keinen Unterschied. Während aber beim Goodman-Modell gelten würde, dass y_0 der Anteil der Nichtprotestanten ist, der auch Mittelbauer ist, entspricht y_0 beim Nachbarschaftsmodell dem Anteil der Mittelbauern in einem Kreis ohne

116 King, 1997, S. 43 und Cho / Manski, 2008, S. 556.

117 King, 1997, S. 43 – 44.

118 King, 1997, S. 43.

Protestanten. $y_0 + y_1$ entspricht beim Goodman-Modell dem Anteil der Protestanten die Mittelbauer sind. Beim Nachbarschaftsmodell hat nur y_1 eine Bedeutung. Der Parameter besagt, wie der Anteil der Protestanten den Anteil der Mittelbauern im Kreis verändert.¹¹⁹

$$\begin{aligned}\beta_{1, Goodman} &= \gamma_0 + \gamma_2 \\ \beta_{2, Goodman} &= \gamma_0 \\ \beta_{i,1, Nachbarschaftsmodell} &= \beta_{i,2, Nachbarschaftsmodell} = \gamma_0 + \gamma_1 z_{i, Prot}\end{aligned}$$

Die Parameter bei der Berechnung des Nachbarschaftsmodells sind daher identisch mit den in Tabelle 16 gezeigten Ergebnissen der einfachen Goodman-Regression. Tabelle 18 zeigt, wie sich die einzelnen Parameterschätzer der Kreise unter der Nachbarschaftsannahme verändern und stellt die Ergebnisse auf globaler Ebene denen des einfachen Goodman-Modells gegenüber. Zwar ist β_1 weiterhin niedriger als β_2 , aber der Unterschied zwischen beiden Parametern fällt deutlich geringer aus. Anzumerken ist, dass mit den Parametern auf Ebene der Weimarer Republik die Anzahl der Mittelbauern ähnlich schlecht abgebildet werden kann wie zuvor auch schon bei der Goodman-Regression. Das nichtlineare Nachbarschaftsmodell liefert Ergebnisse ähnlich denen des erweiterten Goodman-Modells und der Methode der Ränder.

| Kreisnr. | Name | $\beta_{i,1}$ | $\beta_{i,2}$ |
|------------------------------------|-------------|---------------|---------------|
| 12 | Mohrungen | 0,083 | |
| 115 | Landsberg/W | 0,081 | |
| 189 | Namslau | 0,114 | |
| 837 | Grafenau | 0,150 | |
| 1122 | Wangen | 0,146 | |
| Lineares Nachbarschaftsmodell | | 0,093 | 0,125 |
| Nichtlineares Nachbarschaftsmodell | | 0,062 | 0,078 |
| Goodman-Regression | | 0,079 | 0,150 |

Tabelle 18: Goodman-Regression: Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ im Nachbarschaftsmodell, Parameter für einzelne Kreise und die gesamte Weimarer Republik, zum Vergleich die Ergebnisse des nichtlinearen Nachbarschaftsmodells und der Goodman-Regression.

¹¹⁹ Aachen / Shively, 1995, S. 14.

Das Nachbarschaftsmodell zeigt sehr deutlich die Macht der Annahmen und deren Bedeutung bei der Goodman-Regression für die Interpretation der Regressionsparameter. Obwohl in den meisten Fällen das Nachbarschaftsmodell aus inhaltlichen Gründen verworfen wird, gibt es einige Fälle, bei denen es bessere Schätzer als das Goodman-Modell erzeugt.¹²⁰ Wahr ist aber auch, dass das Nachbarschaftsmodell, selbst wenn es auf einem Aggregationsniveau der Wahrheit entspricht, dies auf einem höheren Aggregationsniveau nicht mehr gelten muss. Es wäre nur weiterhin gültig, wenn $z_{i,Prot}$ oder $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ in allen Gebieten, die zusammengefasst werden sollen, den selben Wert hätten.

Ein weiteres Problem der ökologischen Regression nach Goodman kann sein, dass die über die Regression gewonnenen Parameter nicht die eigentlich gewünschten Werte sind. Das Ziel der Regression ist es, den Anteil an der Bevölkerung zu bestimmen. Bei unserem Beispiel wäre die Frage z. B., wie viele Protestanten Mittelbauern sind. Wenn man aber die Konstanz-Annahme etwas aufweicht und nicht länger von identischen Parametern in allen Kreisen ausgeht, sondern annimmt, dass die Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ zufällig schwanken, bestimmt eine Goodman-Regression im besten Fall das ungewichtete Mittel der Kreisparameter, aber nicht länger den Anteil an der Gesamtpopulation, den man als gewichtetes Mittel der Kreisparameter berechnen müsste.¹²¹

Es sollte aber auch erwähnt werden, dass sich Goodman der Probleme seiner Annahme durchaus bewusst war und empfahl, sein Modell nicht zu nutzen, solange die Annahmen nicht gegeben sind. Sein Modell war trotz dieser Empfehlung lange Zeit eines der Standardmodelle der ökologischen Inferenz und diese teilweise missbräuchlichen Anwendungen seiner Methode werden auch als Goodman-Regressionen bezeichnet. King schreibt daher, dass es wohl richtiger wäre, von

„[...] Goodman's regression when Goodman's assumptions are not met“¹²²

zu sprechen. Jonathan Wakefield verwendet aus diesen Gründen nur den Begriff „ökologische Regression“.¹²³

120 King, 1997, S. 44.

121 King, 1997, S. 60.

122 King, 1997, S. 38.

123 King, 1997, S. 38. und Wakefield, Jonathan C.: Ecological Inference for 2x2 Tables, in: Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Volumen 167, Nummer 3, 2004, S. 395.

IV. 2.3. Kings ökologische Inferenz

IV. 2.3.1. Modell und Modellannahmen

1997 stellte King seinen Lösungsvorschlag für die ökologische Inferenz vor. In seinem Verfahren wurden zum ersten Mal die beiden zuvor beschriebenen Methoden kombiniert. Es handelt sich also um eine Kombination der Methode der Ränder mit einem Regressionsansatz. Eine Besonderheit der Methode ist auch, dass sie Parameterschätzer mit zugehörigen Konfidenzintervallen auf Kreisebene angibt und es keine unlogischen Lösungen geben kann.

King geht bei seinem Modell vom Zusammenhang (II. 1), der innerhalb eines jeden Kreises besteht, aus. Bei der Gleichung handelt es sich aber nicht um die Annahme eines linearen Zusammenhangs, sondern um eine Beschreibung des wahren beobachteten Zusammenhangs.¹²⁴

$$y_{i,MB} = \beta_{i,1} z_{i,Prot} + \beta_{i,2} (1 - z_{i,Prot}) \quad (\text{II. 1})$$

Die Kernnahe, um die einzelnen Beobachtungen der Kreise zu verbinden, ist Kings Ähnlichkeitsannahme. Anstelle, wie bei der Goodman-Regression, von Gleichheit der Parameter über alle Kreise auszugehen, verlangt King nur, dass sie einer gemeinsamen Verteilung entspringen. Zwei weitere Annahmen gibt King an: Es darf kein Aggregationsbias vorliegen und auch keine räumliche Abhängigkeit zwischen den Kreisen bestehen.¹²⁵

Bei der Verteilung King nimmt an, dass es sich um eine auf das Einheitsquadrat $[0,1] \times [0,1]$ trunkeierte bivariate Normalverteilung handelt. Die Parameter dieser Verteilung sind:¹²⁶

$$E \begin{pmatrix} \beta_{i,1} \\ \beta_{i,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = B \quad \text{und} \quad V \begin{pmatrix} \beta_{i,1} \\ \beta_{i,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} = \Sigma \quad (\text{II. 11})$$

Damit gilt für jeden einzelnen Kreis, dass

$$\begin{aligned} \beta_{i,1} &= B_1 + \epsilon_{i,1} \\ \beta_{i,2} &= B_2 + \epsilon_{i,2} \end{aligned} \quad (\text{II. 12})$$

124 King, 1997, S. 93.

125 King, 1997, S. 93 – 94.

126 King, 1997, S. 96 – 98.

Eingesetzt in Gleichung (II. 1), führt dies zu folgender Modellgleichung:¹²⁷

$$\begin{aligned}
 y_{i,MB} &= \beta_{i,1} z_{i,Prot} + \beta_{i,2} (1 - z_{i,Prot}) \\
 &= (B_1 + \epsilon_{i,1}) z_{i,Prot} + (B_2 + \epsilon_{i,2}) (1 - z_{i,Prot}) \\
 &= B_1 z_{i,prot} + B_2 (1 - z_{i,Prot}) + \epsilon_i
 \end{aligned} \tag{II. 13}$$

mit den Fehlerterm:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_i &= \epsilon_{i,1} z_{i,Prot} + \epsilon_{i,2} (1 - z_{i,Prot}) \\
 V(\epsilon_i) &= \sigma_1^2 z_{i,Prot}^2 + \sigma_2^2 (1 - z_{i,Prot})^2 + 2 \sigma_{12} z_{i,Prot} (1 - z_{i,Prot}) \tag{II. 14}
 \end{aligned}$$

In Gleichung (II. 12) ist formal ausgedrückt, dass die wahren Parameter eines Kreises um den Erwartungswert über alle Kreise schwanken. Jeder Kreis hat dabei seine ihm eigenen Fehler um diesen Erwartungswert. Die Erwartungswerte B_1 und B_2 entsprechen dabei aber nicht den gesuchten Parametern β_1 und β_2 , sondern dem Mittel über die Kreise. Aufgrund des als zufällig angesehen Fehlers der Kreisparameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ vom Erwartungswert B handelt es sich bei Kings Modell um eine ökologischen Regression mit zufälligen Koeffizienten.¹²⁸

In Gleichung (II. 13) und (II. 14) sieht man aber auch, dass Kreise mit niedrigen $z_{i,Prot}$ viel Information über B_2 beinhalten. Die Gleichung würde sich im Extremfall $z_{i,Prot} = 0$ zu

$$y_{i,MB} = B_2 * 1 + \epsilon_i \quad , \quad V(\epsilon_i) = \sigma_2^2 * 1$$

vereinfachen. Ähnliches gilt für B_1 , wenn $z_{i,Prot} = 1$ ist. Daran erkennt man, dass unter den Modellprämissen mit Beobachtungen nahe der beiden Extreme beide Erwartungswerte und die zugehörigen Varianzen sehr gut geschätzt werden können. Heteroskedastische Fehler gibt es aber auch in diesem Modell und die Korrelation zwischen $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ ist schwerer zu bestimmen.¹²⁹

127 King, 1997, S. 97 – 98.

128 Freedman, 1999, S. 4.

129 King, 1997, S. 97 – 99.

IV. 2.3.2. Schätzung des Modells

King selber aber bestimmt die Parameter nicht aus der Gleichung (II. 12), sondern verwendet den Zusammenhang nur, um seinen Lesern die Parameter und seinen Ansatz näherzubringen. Er geht bei der Schätzung von der trunkierten bivariaten Normalverteilung, deren Parameter in (II. 11) angegeben sind, aus. Er stellt aber fest, dass diese Darstellung schwierig in den notwendigen mathematischen Ableitungen zu verwenden ist. Daher stellt er die trunkierte Normalverteilung in Abhängigkeit ihrer zugrundeliegenden Normalverteilung und deren Parametern dar:

130

$$TN(\beta_{i,1}, \beta_{i,2} | \hat{B}, \hat{\Sigma}) = \frac{N(\beta_{i,1}, \beta_{i,2} | \hat{B}, \hat{\Sigma}) 1_{[0,1]}(\beta_{i,1}) 1_{[0,1]}(\beta_{i,2})}{\int_0^1 \int_0^1 N(\beta_1, \beta_2 | \hat{B}, \hat{\Sigma}) d\beta_1 d\beta_2}$$

Die Parameter dieser nichttrunkierten Normalverteilung lauten:¹³¹

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{pmatrix} \text{ und } \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & \hat{\sigma}_{12} \\ \hat{\sigma}_{12} & \hat{\sigma}_2^2 \end{pmatrix}$$

Während die Parameter meistens¹³² keine direkte inhaltliche Interpretation mehr haben, so sind z. B. die beiden Erwartungswerte nicht mehr auf das Einheitsintervall beschränkt, dafür aber direkt in die Dichtefunktion einer bivariaten Normalverteilung einsetzbar.¹³³

$$N(\beta_{i,1}, \beta_{i,2} | \hat{B}, \hat{\Sigma}) = (2\pi)^{-1} |\hat{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} \beta_{i,1} \\ \beta_{i,2} \end{pmatrix} - \hat{B} \right)' \hat{\Sigma}^{-1} \left(\begin{pmatrix} \beta_{i,1} \\ \beta_{i,2} \end{pmatrix} - \hat{B} \right) \right]$$

King schreibt, dass im Allgemeinen der funktionelle Zusammenhang zwischen den Parametern der trunkierten und der nichttrunkierten Verteilung nicht

130 King, 1997, S. 102 – 103.

131 King, 1997, S. 103.

132 Zum Beispiel wenn fast die gesamte Wahrscheinlichkeitsmasse der nichttrunkierten Normalverteilung im Einheitsintervall liegt entsprechen die Parametern der nichttrunkierten fast denen der trunkierten Normalverteilung., siehe: King, 1997, S. 104.

133 King, 1997, S. 103 – 104.

analytisch bestimmt werden kann, die Parameter der trunkierten Normalverteilung aber leicht über eine Simulation berechnet werden können.¹³⁴

Zur genauen Schätzung der Parameter benutzt King einen Likelihood-basierten Ansatz. Erneut verwendet er dazu den Zusammenhang (II. 1). Formal stellt er folgende Likelihood auf:¹³⁵

$$\begin{aligned}
 L(\hat{B}, \hat{\Sigma} | z) &\propto \prod_{z_{i,Prot} \in (0,1)} P(z_{i,Prot} | \hat{B}, \hat{\Sigma}) \\
 &\propto \prod_{z_{i,Prot} \in (0,1)} N(z_{i,Prot} | \mu_i, \sigma_i^2) \frac{S(\hat{B}, \hat{\Sigma})}{R(\hat{B}, \hat{\Sigma})} \quad (\text{II. 15})
 \end{aligned}$$

mit den Parametern

$$\begin{aligned}
 \mu_i &= \hat{B}_1 z_{i,Prot} + \hat{B}_2 (1 - z_{i,Prot}) \\
 \sigma_i^2 &= (\hat{\sigma}_2^2) + (2 \hat{\sigma}_{12} - 2 \hat{\sigma}_2^2) z_{i,Prot} + (\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 - 2 \hat{\sigma}_{12}) z_{i,Prot}^2
 \end{aligned}$$

wobei sich der Erwartungswert aus Gleichung (II. 13) und die Varianzkomponente aus einer Umformung von Gleichung (II. 14) ergeben. Zu berücksichtigen ist, dass bei diesen Gleichungen aber die Parameter aus der Darstellung über die nichttrunkierten Normalverteilung verwendet werden.

Der Kern der Likelihood (II. 15) ist die nichttrunkierte Normalverteilung. Zusätzlich beinhaltet die Likelihood noch einen Skalierungsterm. Der Nenner entspricht der Normalisierungsgröße aus der Darstellung der trunkierten Verteilung über die nichttrunkierte Normalverteilung und entspricht den Integral der nichttrunkierten Normalverteilung im Einheitsquadrat. Der Zähler entspricht den Teil der nichttrunkierten Normalverteilung im Einheitsquadrat, der über der Tomografielinie des Kreises liegt.¹³⁶ Damit hat der Skalierungsterm für den i -ten Kreis folgende Form:

134 King, 1997, S. 105.

135 King, 1997, S. 133 – 134.

136 King, 1997, S. 134 – 135.

$$\frac{S(\hat{B}, \hat{\Sigma})}{R(\hat{B}, \hat{\Sigma})} = \frac{\int_{\min(\beta_{i,1})}^{\max(\beta_{i,2})} N\left(\beta_1 | \hat{B}_1 + \frac{\omega_i}{\sigma_i} \hat{\epsilon}_i, \sigma_1^2 - \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2}\right)}{\int_0^1 \int_0^1 N(\beta_1, \beta_2 | \hat{B}, \hat{\Sigma}) d\beta_1 d\beta_2}$$

mit

$$\begin{aligned}\omega_i &= \hat{\sigma}_{i,1}^2 z_{i,Prot} + \hat{\sigma}_{i,2}^2 (1 - z_{i,Prot}) \\ \hat{\epsilon}_i &= y_{i,MB} - \hat{B}_1 z_{i,Prot} - \hat{B}_2 (1 - z_{i,Prot})\end{aligned}$$

Der Skalierungsterm ist auch der Unterschied zwischen der Likelihood und einer Normalverteilung. Er wird fast eins, wenn die trunkierte Normalverteilung nicht stark durch ihre Ränder beeinflusst ist.

Die Formeln für die Likelihood von homogenen Kreisen ergeben sich aufgrund der dadurch entstehenden Vereinfachungen in (II. 13) direkt. In Kreisen mit eindeutigen Ergebnissen bei $y_{i,MB}$, d. h. $y_{i,MB} = 1$ oder $y_{i,MB} = 0$, gilt $\beta_{i,1} = \beta_{i,2} = y_{i,MB}$.¹³⁷ King verwendete dann zur Berechnung, um numerische Schwierigkeiten zu vermeiden, eine andere Parametrisierung, aber dieser Schritt:

„[...]... is not an essential step from a theoretial perspective, and has no effect on the ultimate estimates“¹³⁸

Nach der Schätzung der Parameter der nichttrunkierten Normalverteilung erfolgt in einem zweiten Schritt die Schätzung der Parameter der trunkierten Normalverteilung, der einzelnen Parameter der Kreise und der globalen Parameter. Dazu verwendet King keinen analytischen Lösungsweg, sondern berechnet die Werte über Simulation.

IV. 2.3.3. Simulation der Parameter

Um die Parameter der trunkierten Normalverteilung berechnen zu können, ist es ausreichend eine bestimmte Anzahl, z. B. 1.000, gültiger Zufallszahlen mit der Verwerfungsmethode aus der nichttrunkierten Normalverteilung zu erzeugen. Verwerfungsmethode bedeutet in diesem Fall, dass alle Werte innerhalb des

¹³⁷ King, 1997, S. 135.

¹³⁸ King, 1997, S. 137.

Einheitsquadrats verwendet, während alle Werte außerhalb des Einheitsquadrats verworfen werden. Ein Schätzer für den Erwartungswert ist dann das arithmetische Mittel der nicht verworfenen Werte. Analog kann man anschließend dann die Kovarianz Matrix berechnen. Da die Anzahl der simulierten Werte keinen echten Beschränkungen unterliegt, kann die Schätzung der Parameter mit jeder gewünschten Genauigkeit erfolgen.¹³⁹

Um die Werte der Parameter auf Kreisebene zu erhalten, verwendet King folgenden Algorithmus. In einem ersten Schritt werden die Parameter der nichttrunkierten Normalverteilung erzeugt. Dazu simuliert King Werte aus der Posteriori der Parameter. Als Posteriori-Verteilung der Parameter verwendet King eine Normalverteilung mit den Parametern, die die Likelihood maximieren¹⁴⁰. Um die Approximation zu verbessern, verwendet King zusätzlich noch Importance Sampling. Dafür berechnet er die Importance-Ratio, die den Quotienten der Likelihood und der approximierten Normalverteilung der Parameter, beide evaluiert an den simulierten Parameterwerte, entspricht. Sie ist normalisiert, sodass die Werte zwischen null und eins liegen, und entspricht der Akzeptanzwahrscheinlichkeit der simulierten Parameter.¹⁴¹

Mit diesen simulierten Parametern wird in einem zweiten Schritt der Parameter für einen Kreis simuliert. Da aber als zusätzliche Restriktion Gleichung (II. 1) bekannt ist, erfolgt die Ziehung nicht aus der trunkierten bivariaten Normalverteilung der Parameter, sondern aus der Posteriori für den entsprechenden Kreis.¹⁴²

$$\begin{aligned}
 P(\beta_{i,1} | z_{i,Prot}, \hat{B}, \hat{\Sigma}) &= TN\left(\beta_{i,1} | \hat{B}_1 + \frac{\omega_i}{\sigma_i^2} \hat{\epsilon}_i, \hat{\sigma}_1^2 - \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2}\right) \\
 &= N\left(\beta_{i,1} | \hat{B}_1 + \frac{\omega_i}{\sigma_i^2} \hat{\epsilon}_i, \hat{\sigma}_1^2 - \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2}\right) \frac{1_{[0,1]}(\beta_{i,1})}{S(\hat{B}, \hat{\Sigma})}
 \end{aligned}$$

Zuerst werden die notwendigen Parameter für die Posteriori berechnet, und für diese Berechnungsschritt sind die Ergebnisse des ersten Simulationsschrittes notwendig. Anschließend wird aus der Posteriori dann ein Wert für den $\beta_{i,1}$ simuliert.

139 King, 1997, S. 142 – 144.

140 King, 1997, S. 139.

141 King, 1997, S. 145 – 146.

142 King, 1997, S. 106 – 108. und King, 1997, S. 146.

$\beta_{i,2}$ wird in einem dritten Schritt über den deterministischen Zusammenhang in (II. 1), berechnet.¹⁴³

$$\beta_{i,2} = \frac{y_{i,MB} - \beta_{i,1} z_{i,Prot}}{1 - z_{i,Prot}}$$

Zur Berechnung von Punktschätzern für $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ und deren Unsicherheit verwendet King erneut eine Simulation. Es werden mit den beschriebenen Schritten k Werte aus der Posteriori der Parameter simuliert und aus diesen simulierten Parametern werden, z. B. über Mittelwertbildung¹⁴⁴, die gewünschten Werte berechnet. King hält für die meisten Anwendungen ein k von 100 für ausreichend. Ein weiterer Vorteil der Methode ist, dass man sich der geschätzten Dichte der Parameter beliebig exakt annähern und sie mit Dichteschätzern visuell darstellen kann. Zur Berechnung von Konfidenzintervallen verwendet King, da die aus dem Modell resultierenden Dichten auf Kreisebene nicht symmetrisch sein müssen, die Quantile der simulierten Werte. Bei einem k von 100 würden der fünfte und 95. Wert der nach ihrer Größe geordneten Daten die Ränder des 90 Prozent-Konfidenzintervalls bilden.¹⁴⁵

Die Werte von höheren Aggregatsebenen, z. B. β_1 und β_2 der gesamten Weimarer Republik, werden ebenfalls simuliert. Dazu wird für jeden Kreis ein Parameterpaar simuliert und die interessierende Größe als gewichtetes Mittel der simulierten Werte berechnet. Über Wiederholung dieses Simulationsschrittes kann man, ähnlich wie zuvor schon auf Kreisebene, die Dichte der globalen Parameter schätzen, gewünschte Lagemaße bestimmen und Konfidenzintervalle für die Parameter angeben.¹⁴⁶

King rät bei bestimmten schwierigen Fällen dazu, eine informative Priori-Verteilung für die einzelnen Parameter zu verwenden, um die Berechnung zu vereinfachen. Sinnvoll erscheint dies King primär bei den Komponenten der Kovarianzmatrix. Vor allem bei der Korrelation, über die die wenigsten Informationen in den Daten vorhanden ist, kann die Wahl der Priori einen Einfluss auf die Ergebnisse haben. Die Korrelation ist kritisch, da bei Werten nahe plus minus

143 King, 1997, S. 111.

144 King zeigt nur die Berechnung des Mittelwertes, erwähnt aber, dass bei schiefer Verteilung der Median der geeignetere Punktschätzer sein kann. - King, 1997, S. 148.

145 King, 1997, S. 146 – 149.

146 King, 1997, S. 149 – 151.

eins, die Konfidenzbänder unrealistisch klein werden und eine geeignete Priori zu realistischeren Varianzschätzern führen kann.¹⁴⁷

Zusammengefasst gilt also, dass ausgehend von einem Modell mit zufälligen Koeffizienten $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ und angenommener gemeinsamer Verteilung der Parameter in einen erstem Schritt die Parameter dieser Parameterverteilung geschätzt werden. Im zweiten Schritt erfolgt die Schätzung der Parameter auf Kreisebene. Mit den in den Daten vorhandenen Informationen über den Zusammenhang der Parameter innerhalb eines Kreises wird die Verteilung der Parameter für den Kreis unter der Modellannahme bestimmt. Aus dieser Verteilung werden abschließend über die Simulation die gewünschten Werte des Kreises berechnet.¹⁴⁸

IV. 2.3.4. Erweiterungen des einfachen Modells

Bei der Vorstellung seines Modell präsentiert King bereits einige Erweiterungen, um das Modell auch anwenden zu können, wenn die Annahmen nicht alle gegeben sind. Eine der Erweiterungen ist das Hinzufügen von Kovariablen bei der Bestimmung von B für einen Kreis. Anstelle ein einheitliches B über alle Kreise zu fordern, wird, ähnlich dem erweiterten Goodman-Modell, eine funktionale Abhängigkeit zwischen B und Variablen zugelassen. Direkt implementiert hat King nur lineare Abhängigkeitsstrukturen für B . Die Kovarianzmatrix wird für alle Kreise weiterhin als identisch angenommen. Dies stellt eine Möglichkeit dar, um mit Aggregationsbias umzugehen.¹⁴⁹

Auch hat King bereits eine Erweiterung für 2 x 3 Tabellen implementiert. Dazu verwendet er zur Schätzung ein zweistufiges Verfahren. Im Modell der ersten Stufe werden über die ökologische Inferenz die Parameter einer kollabierten 2-x-2-Tabelle bestimmt. Dazu werden zwei Kategorien zu einer Größe zusammengefasst. Beispielsweise kann man sich vorstellen, dass anstelle der bisher betrachteten Kategorien, Protestant und Nichtprotestant, drei Kategorien, Protestant, Katholik und andere, betrachtet werden sollen. Im Modell der ersten Stufe würden dann Katholik und andere zur Kategorie Nichtprotestant zusammengefasst und der Anteil dieser kollabierten Kategorie an den Mittelbauern über die ökologische Inferenz bestimmt.

Die mit diesem Modell bestimmten Schätzwerte für die einzelnen Kreise

147 King, 1997, S. 138 – 139.

148 King bietet auf seiner Internetseite die Software EI zur Durchführung seiner ökologischen Inferenz kostenlos an. - King, Gary: EI. A Program for Ecological Inference, Version 1.9, 2003, URL <http://gking.harvard.edu/ei>.

149 King, 1997, S. 169 – 179.

werden dann als Randwerte für das Modell der zweiten Stufe verwendet. Beim Beispiel ist zwar bekannt, wie viele Katholiken und andere es in einem Kreis gibt, aber nicht die Randsumme der Mittelbauern und Nichtmittelbauern für diese beiden Kategorien, sondern nur die Randsumme über alle drei Kategorien. Über das Modell der ersten Stufe erhält man Schätzwerte für die Randsummen der 2-x-2-Tabelle der zuvor kollabierten Kategorien. Mithilfe der ökologischen Inferenz lassen sich dann die Parameterschätzer für diese beiden Kategorie bestimmen. Um die Unsicherheit der Schätzwerte des Modells der ersten Stufe zu berücksichtigen, verwendet King wiederholtes Einsetzen von Schätzwerten. Anstelle der Punktschätzer des Modells der ersten Stufe werden mehrere Randsummen aus den Verteilungen der Kreisparameter simuliert und für jede dieser Randsummen eine ökologische Inferenz gerechnet. Die Ergebnisse dieser einzelnen ökologischen Inferenzen in der zweiten Stufe werden dann zusammengefasst.¹⁵⁰

Eine dritte Erweiterung ist ein nicht-parametrischer Modellansatz. Anstatt zu fordern, dass die Parameter der Kreise aus einer gemeinsamen trunkierten bivariaten Normalverteilung kommen, wird nur eine gemeinsame Verteilung angenommen. Diese gemeinsame Verteilung wird aber nicht mehr über das Berechnen ihrer Parameter bestimmt, sondern ist das Ergebnis einer Kerndichteschätzung über die Tomografielinien. Jede Tomografielinie wird durch eine bivariate Verteilung, um darzustellen, dass sie lokal auch Information über andere Kreise beinhaltet, ersetzt.

Zum Beispiel kann für jeden Punkt der Linie eine einfache univariate Normalverteilung angenommen werden, die senkrecht zur Tomografielinie des Kreises verläuft. Über alle Kreise aufsummiert und skaliert erhält man eine nicht-parametrische Schätzung einer gemeinsamen Dichte. King beschreibt das Verfahren, schreibt aber auch, dass er die über Kerndichteschätzung ermittelte gemeinsame Dichte meistens bei der Modellbildung und als Diagnoseinstrument, aber nicht als Ersatz für die gemeinsame Dichte der Parameter im Modell verwendet.¹⁵¹

IV. 2.3.5. Anwendungsbeispiel

Zur weiteren Veranschaulichung soll Kings ökologische Inferenz am Beispiel Mittelbauernanteil und Anteil der Protestanten angewandt werden. Zu Beginn der Auswertung bietet es sich an, das Streu-Kreuz-Diagramm und den Tomografieplot¹⁵²

150 King, 1997, S. 151 – 153.

151 King, 1997, S. 191 – 196.

152 Streu-Kreuz-Diagramm: Abbildung 27 (S. 68), Tomografieplot: Abbildung 26 (S. 67).

der Daten erneut zu betrachten. Im Streu-Kreuz-Diagramm sieht man, dass wir Beobachtungen im westlichen und östlichen Sektor haben. Dies sollte uns in die Lage versetzen, beide Parameter von B gut schätzen zu können. Im Tomografieplot erkennt man, dass links unten eine zentrale Region existiert, in der sich die Tomografielinien schneiden. Zumindest ist kein deutlicher Widerspruch zur trunkierten bivariaten Normalverteilung in diesen Daten erkennbar.

In einem ersten Schritt wurde Kings Modell mit den Standardwerten gerechnet. Da aber die geschätzte Korrelation von 0,9640 in der nichttrunkierten Darstellung unplausibel erschien, wurde ergänzend auch eine Modell mit Priori-Varianz für die Korrelation von 0,1 gerechnet. Die Ergebnisse der beiden Modelle werden im Folgenden parallel vorgestellt. Tabelle 19 zeigt die geschätzten Parameter der Verteilung der $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ jeweils für die trunkierte (t) und die nichttrunkierte (nt) Darstellung.

| | B_1 | B_2 | σ_1 | σ_2 | ρ_{12} |
|-----------------------|--------|--------|------------|------------|-------------|
| Einfaches Modell (nt) | 0,066 | 0,017 | 0,100 | 0,149 | 0,964 |
| Einfaches Modell (t) | 0,082 | 0,129 | 0,061 | 0,093 | 0,914 |
| Priori-Modell (nt) | -0,504 | -0,627 | 0,222 | 0,313 | 0,100 |
| Priori-Modell (t) | 0,082 | 0,117 | 0,074 | 0,106 | 0,002 |

Tabelle 19: King-Modell: Übersicht über die Parameter der Verteilungen des King-Modells, oben: einfaches Modell, unten: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

Erkennbar sind vor allem große Unterschiede bei den Parametern der nichttrunkierten Verteilung zwischen den beiden Modellen. Im Modell mit Priori ist nicht nur die Korrelation deutlich kleiner, auch liegen die B s deutlich außerhalb des Einheitsintervalls und beide Varianzen sind deutlich größer. Bei den Parametern der trunkierten Verteilung, gibt es abgesehen von der Korrelation, keine offensichtlichen Unterschiede.

Wenn man aber die Verteilungen der $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ der einzelnen Kreise zwischen den beiden Modellen vergleicht, sind deutliche Unterschiede erkennbar. Abbildung 30 zeigt die geschätzte Verteilung von Kreis 12. Die Bandweite wurde so

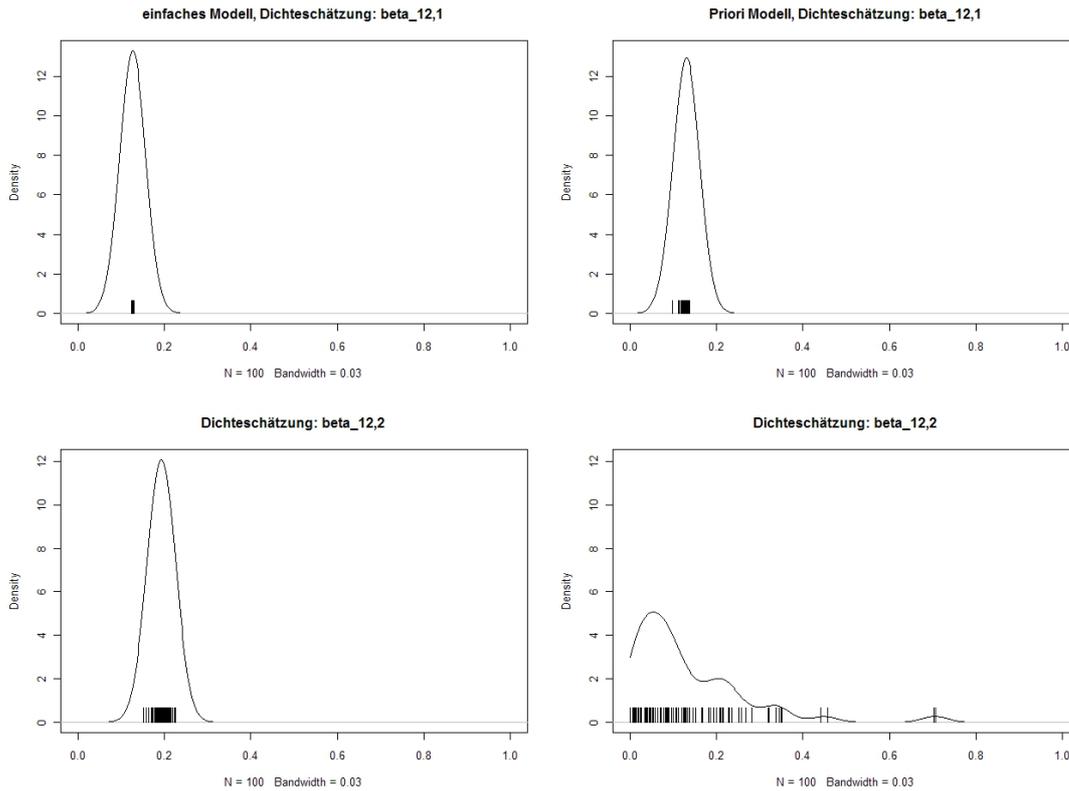


Abbildung 30: King-Modell: Gegenüberstellung der geschätzten Dichten der Parameter im Kreis 12, links: einfaches Modell, rechts: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

gewählt, dass die resultierenden Grafiken denen von des King Programms ähneln. Während sich bei $\beta_{10,1}$ die Grafiken noch ähneln, erkennt man aber bereits, dass die simulierten Daten beim Modell mit geänderter Priori deutlich weiter streuen. Die Ähnlichkeit zwischen beiden Grafiken ist eher der Bandweite als den Daten geschuldet. Bei $\beta_{10,2}$ ist ein noch deutlicherer Unterschied erkennbar. Beim einfachen Modell gibt es eine kleine Streuung bei den simulierten Daten, die geschätzte Dichte ähnelt aber, aufgrund der Bandweite, der von $\beta_{10,1}$. Die geschätzte Dichte des Modells mit Prior unterscheidet sich deutlich, die Beobachtungen sind deutlich weiter gestreut und die Dichte ist erkennbar schief. Tabelle 20 zeigt als Punktschätzer den Mittelwert und die 80 Prozent-Konfidenzintervalle für die bisher betrachteten Beispielkreise. Die oberen fünf Zeilen sind für das einfache Modell, die unteren fünf für das Modell mit Priori.

Während die Punktschätzer der Kreise für die dominante Religion¹⁵³ sich bei beiden Modellen ähneln, sind die Konfidenzintervalle beim Priori-Modell größer. So ist z. B. das Konfidenzintervall für $\beta_{8,1}$ fast acht Mal so groß wie beim Modell mit

¹⁵³ Zur Erinnerung, die: Kreise 12 und 115 waren stark protestantisch geprägt, Kreis 189 ist gemischt und die Kreise 837 und 1122 hatten einen nur sehr geringen Anteil an Protestanten.

geänderter Priori im Vergleich zum einfachen Modell. Auch deutlich größere Konfidenzintervalle sind bei den anderen Parametern feststellbar, bei denen aber zusätzlich auch deutliche Unterschiede zwischen den Punktschätzern zu erkennen sind.

| Kreisnr. | $\beta_{i,1}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | |
|----------|---------------|---------------------------|-------|---------------|---------------------------|-------|
| 12 | 0,127 | 0,126 | 0,128 | 0,193 | 0,174 | 0,211 |
| 115 | 0,179 | 0,178 | 0,180 | 0,277 | 0,257 | 0,295 |
| 189 | 0,124 | 0,117 | 0,131 | 0,194 | 0,187 | 0,202 |
| 837 | 0,099 | 0,086 | 0,111 | 0,153 | 0,153 | 0,153 |
| 1122 | 0,174 | 0,164 | 0,184 | 0,270 | 0,269 | 0,270 |
| 12 | 0,130 | 0,120 | 0,137 | 0,132 | 0,015 | 0,282 |
| 115 | 0,184 | 0,177 | 0,188 | 0,142 | 0,019 | 0,306 |
| 189 | 0,119 | 0,013 | 0,259 | 0,200 | 0,057 | 0,306 |
| 837 | 0,091 | 0,009 | 0,203 | 0,153 | 0,152 | 0,154 |
| 1122 | 0,092 | 0,010 | 0,221 | 0,275 | 0,266 | 0,281 |

Tabelle 20: King-Modell: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle für ausgewählte Kreise, oben: einfaches Modell, unten: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

Abbildung 31 zeigt erneut den Tomografieplot der Daten. Zusätzlich wurden aber für jeden Kreis die simulierten Werte mit eingezeichnet. Die zugehörige

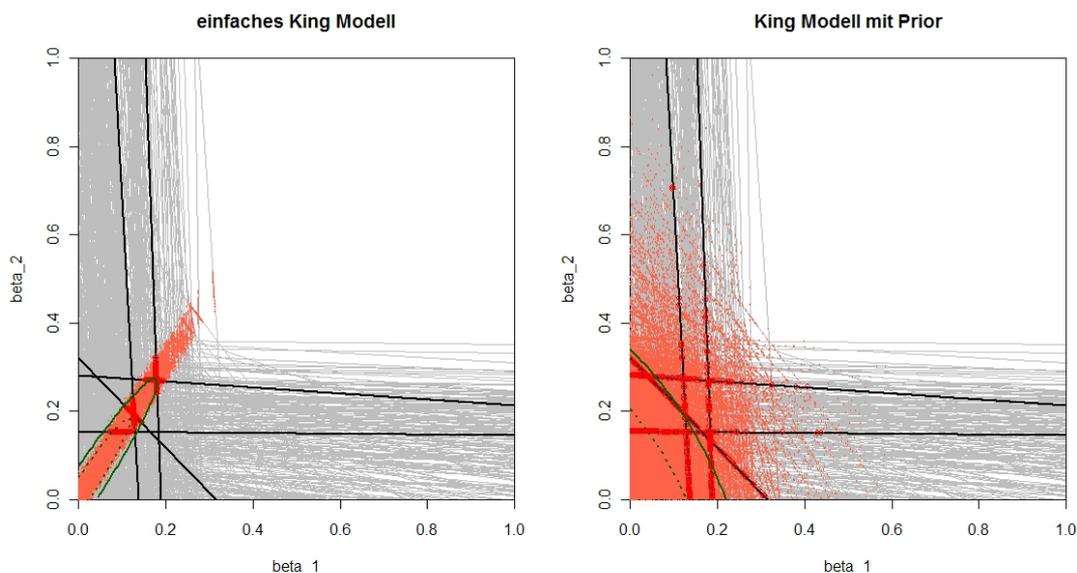


Abbildung 31: King-Modell: Tomografieplot mit simulierten Werten und angedeuterter Verteilung, links: einfaches Modell, rechts: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

Verteilung der trunkierten bivariaten Normalverteilung der Parameter wird über Konturlinien, die dem 50 Prozent-Quantil und dem Prozent-Quantil entsprechen, angedeutet. Deutlich erkennbar ist der dünne Schlauch beim einfachen Modell, auf dem alle simulierten Werte liegen. Auch sind die sehr kleinen Konfidenzintervalle an der nur sehr geringen Streuung der simulierten Werte zu erkennen. Beim Priori-Modell ist die Streuung deutlich größer, was sich auch in der höheren Unsicherheit bei den Parametern in den Konfidenzintervallen gezeigt hat. Ersichtlich ist auch, wie die geschätzte gemeinsame Verteilung der Parameter auf die Parameter der einzelnen Kreise wirkt.

Die nächste Grafik, Abbildung 32, zeigt den Anteil der Protestanten und den Anteil der Mittelbauern. Anstelle der einzelnen Kreise richtet sich der Schwerpunkt dabei aber auf die gesamte Weimarer Republik. Dargestellt wird die Regressionsgerade des King-Modells, hergeleitet aus dem Zusammenhang von Gleichung (II. 13), und ihre Konfidenzbändern¹⁵⁴. Diese wurden über die Varianzgleichung (II. 14) berechnet. Zum Vergleich ist ebenfalls die Regressionsgerade des einfachen Goodman-Modells mit eingezeichnet. Zwischen beiden Modellen und der Goodman-Regression gibt es keine deutlichen Unterschiede. Einzig die Konstante ist bei beiden King-Modellen kleiner als die

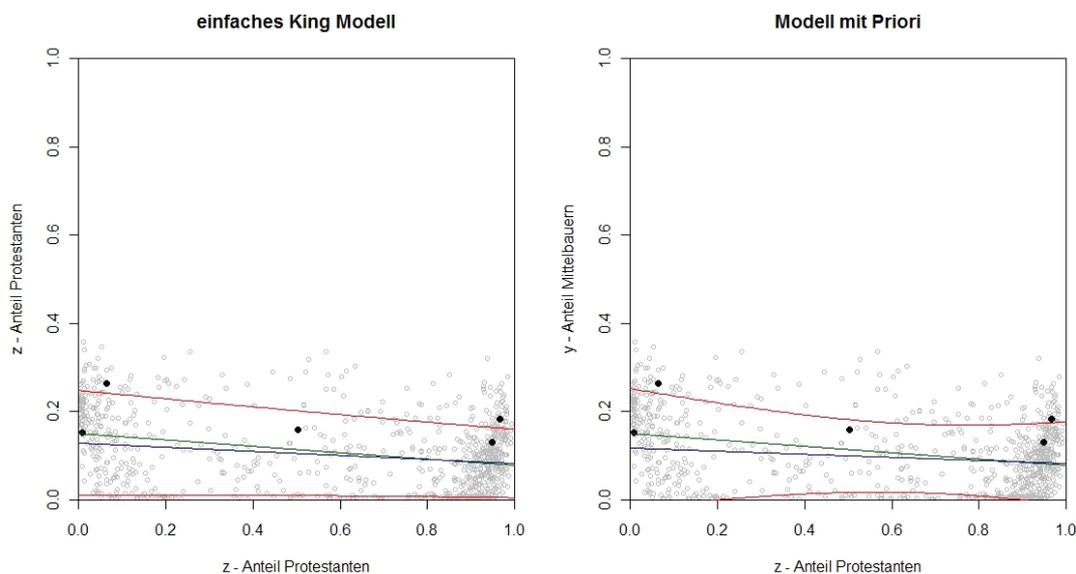


Abbildung 32: King-Modell: Streudiagramm der Daten, mit Kings Regressionsgerade (blau) und Goodmans Regressionsgerade (grün), zusätzlich 80 %-Konfidenzintervall für das King-Modell (rot), Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

¹⁵⁴ Exakt gesprochen handelt es sich um punktweise Konfidenzintervalle, charakterisiert durch die bedingte Varianz, gegeben bei einem bestimmten $z_{i,Prot}$. Diese wurden verbunden und bilden so ein „Konfidenzband“.

Konstante der Goodman-Regression. Die Varianz beim Priori-Modell ist an den Rändern etwas weiter als beim einfachen Modell, aufgrund der geringeren Korrelation kommt es aber zur Verengung des Konfidenzbandes in der Mitte beim Priori-Modell. Beide Modelle scheinen aber in der Mitte die Daten nicht besonders gut zu beschreiben, da relativ viele Werte nicht durch die Konfidenzbänder abgedeckt werden.

Diese Darstellung zeigt aber nicht die Parameterwerte β_1 und β_2 für die Weimarer Republik, welche auch von Interesse sind. Deren geschätzte Dichten sind in Abbildung 33 zu sehen. Zwischen beiden Modellen gibt es auf Ebene der Weimarer Republik keine großen Unterschiede zwischen den geschätzten Dichten. Beide Parameter weisen eine nur sehr geringe Unsicherheit auf. In Tabelle 21 werden die Punktschätzer und die zugehörigen 80 Prozent-Konfidenzintervalle gezeigt. Auch in der Tabelle sind keine großen Unterschiede feststellbar. Einzig sind etwas größere Konfidenzintervalle beim Priori-Modell zu erkennen.¹⁵⁵

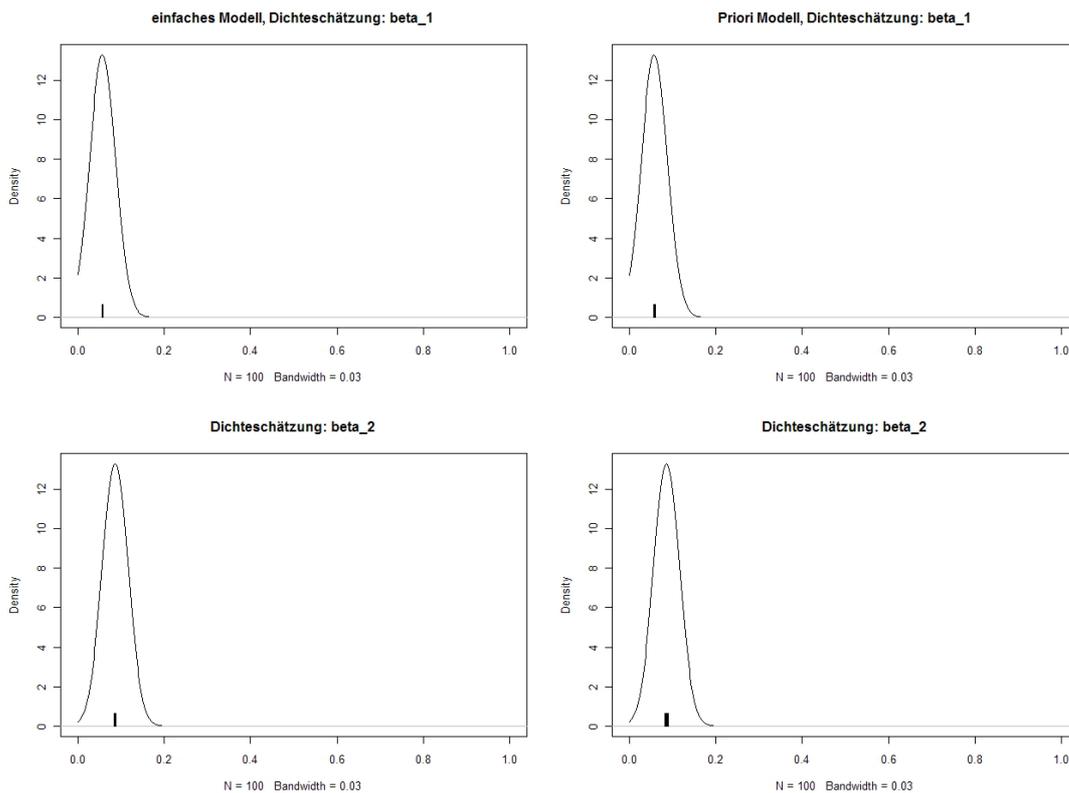


Abbildung 33: King-Modell: Gegenüberstellung der geschätzten Dichten der Parameter für das einfache Modell und das Modell mit geänderter Priori auf Ebene der Weimarer Republik, oben β_1 , unten β_2 , Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

¹⁵⁵ Die simulierten Werte für die Parameter auf Ebene der Weimarer Republik wurden aus den aus dem Programm extrahierten simulierten Werten auf Kreisebene selber berechnet. Dies gilt auch für alle folgenden Grafiken und Tabellen, die Aussagen über / oder Darstellungen von den globalen Parameter beim King-Modell beinhalten.

| Modell | β_1 | 80 %-KI für β_1 | | β_2 | 80 %-KI für β_1 | |
|---------|-----------|-----------------------|-------|-----------|-----------------------|-------|
| einfach | 0,057 | 0,057 | 0,058 | 0,086 | 0,086 | 0,087 |
| Priori | 0,058 | 0,057 | 0,059 | 0,086 | 0,084 | 0,087 |

Tabelle 21: King-Modell: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle für die globalen Parameter, oben: einfaches Modell, unten: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass, obwohl es durchaus Unterschiede auf Ebene der Kreise zwischen beiden Modellen gibt, diese auf Ebene der Weimarer Republik bei den Daten nicht länger feststellbar sind. Vergleichbar sind die Punktschätzer von den bisherigen Ergebnissen am ehesten mit den mittleren Punkten der einfachen Duncan-Davis-Ränder.

Da aber ein Mehrwert von diesem Modell die Interpretation der Parameter auf Kreisebene ist, und diese sich abhängig von der Priori durchaus deutlich unterscheiden, besteht ein kleines Interpretationsproblem. Die Abbildungen 34 bis 37 zeigen die einzelnen Punktschätzer der jeweiligen Modelle in der Kartendarstellung.

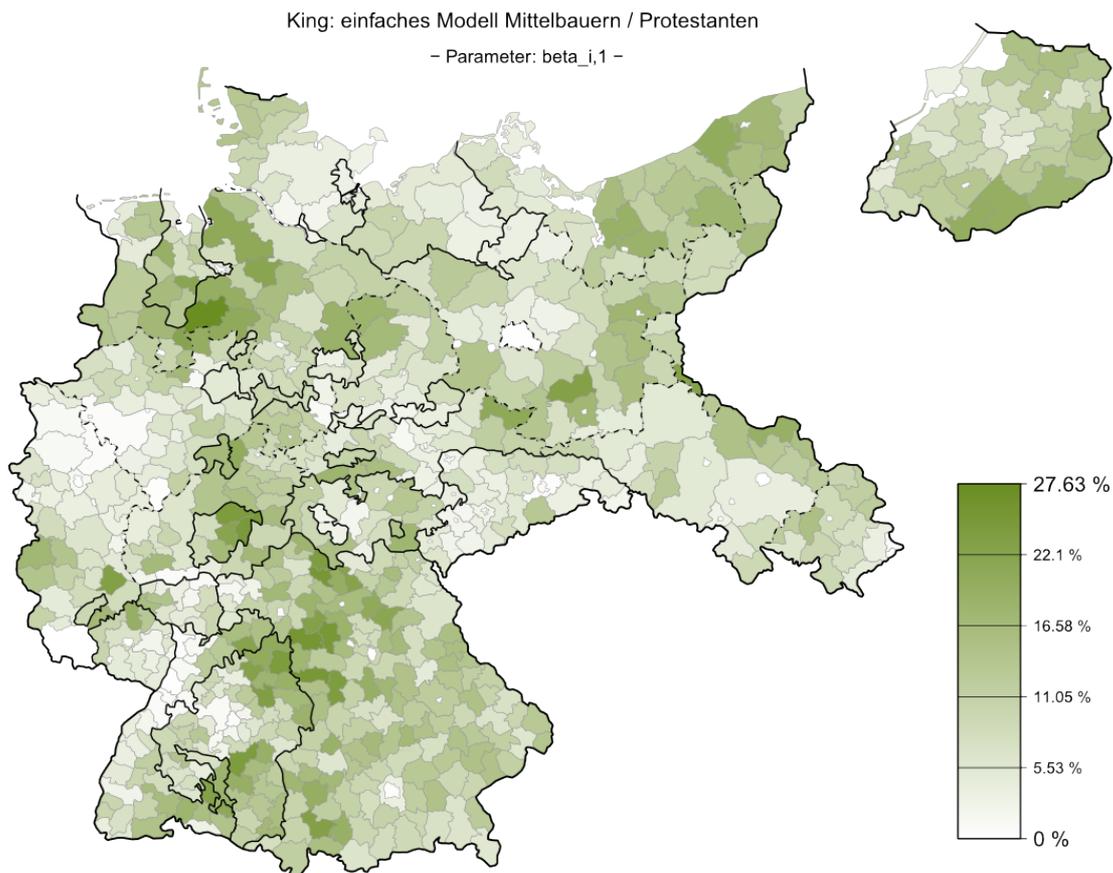


Abbildung 34: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,1}$ beim einfachen Modell, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

King: einfaches Modell Mittelbauern / Protestanten

- Parameter: $\beta_{i,2}$ -

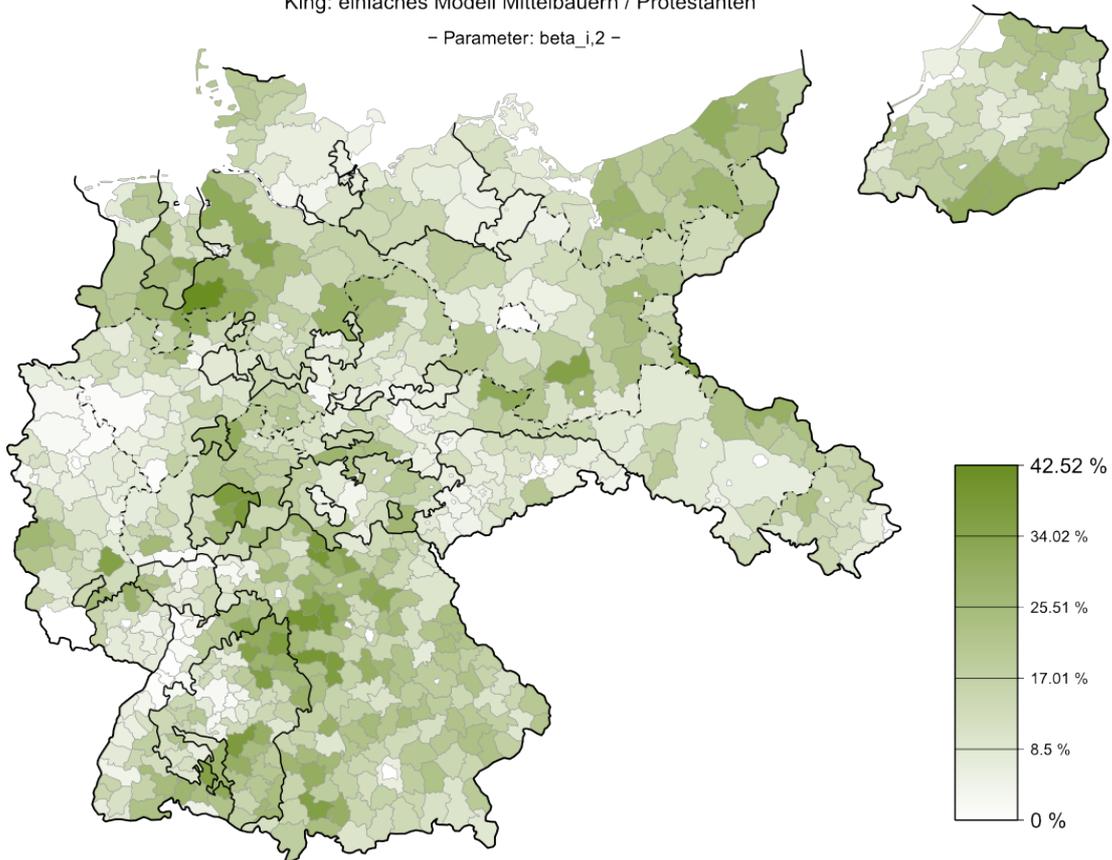


Abbildung 35: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,2}$ beim einfachen Modell, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

King: Modell mit Priori Mittelbauern / Protestanten

- Parameter: $\beta_{i,1}$ -

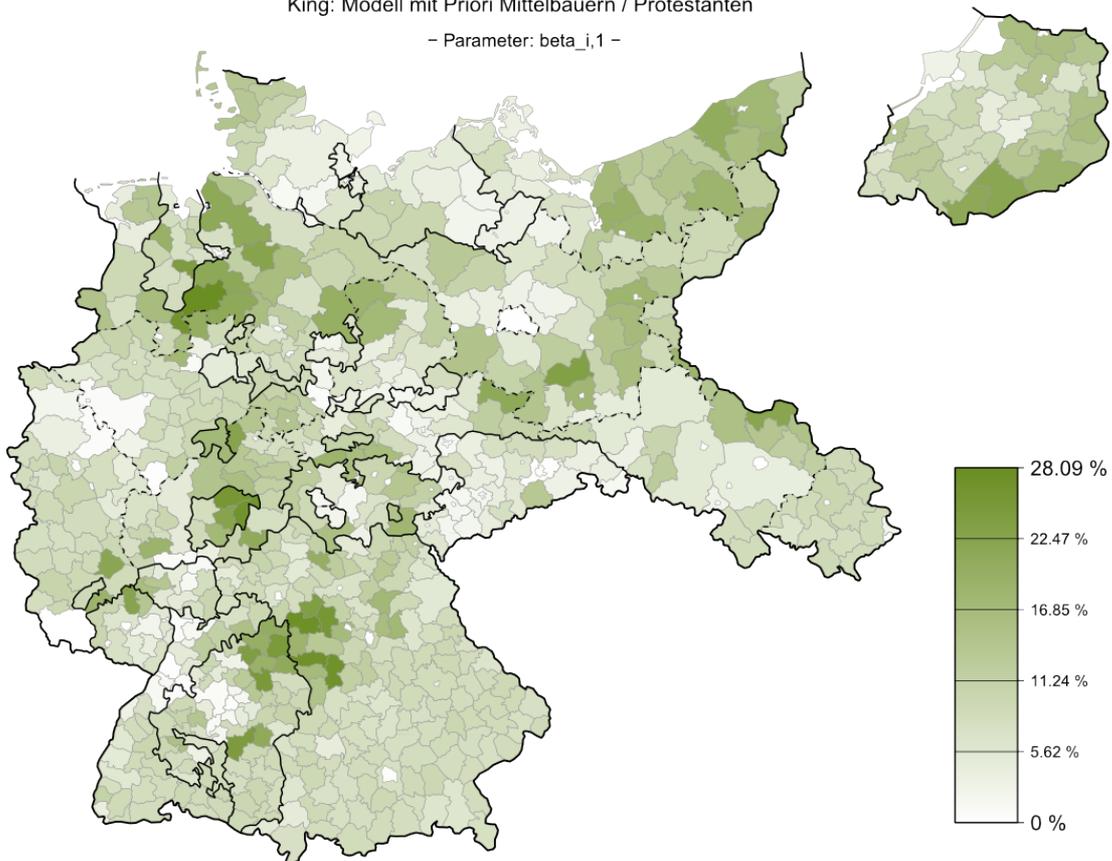


Abbildung 36: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,1}$ beim Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

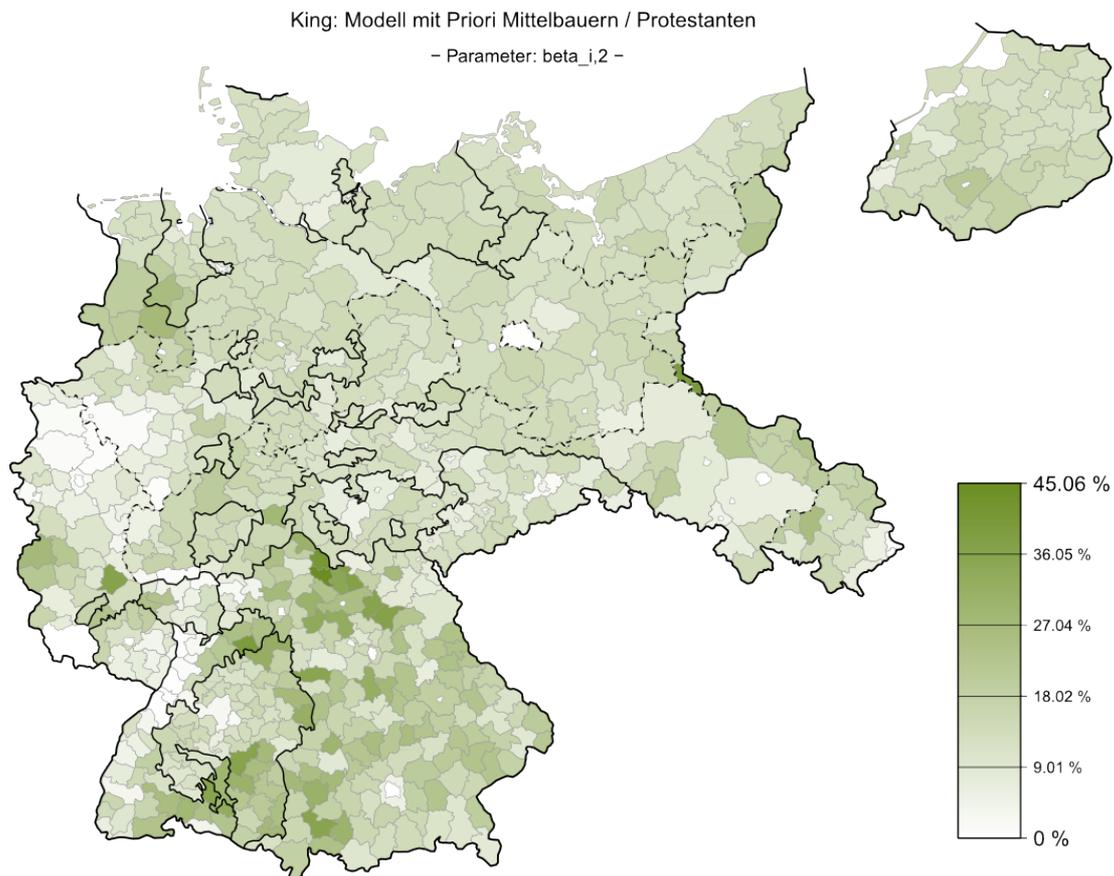


Abbildung 37: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,2}$ beim Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten.

Während es bis auf die Höhe keine Unterschiede¹⁵⁶ zwischen den Parametern $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ beim einfachen Modell gibt, man könnte fast von einer Art Freedman-Modell sprechen, sind bei den Parametern $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ im Priori-Modell regionale Schwerpunkte erkennbar. Die Aussage des einfachen Modells wäre also, dass der Kreis bestimmt, wie viele Protestanten Mittelbauern sind, und dass es einen festen Faktor zwischen beiden Parametern gibt. Die Aussage beim Priori-Modell im Gegensatz dazu wäre, dass es regionale Schwerpunktregionen gibt, in denen entweder sehr viele Protestanten Mittelbauern sind oder in denen ein großer Anteil der Nichtprotestanten Mittelbauern ist.

IV. 2.3.6. Kritik am Modell

Nach der Vorstellung der ökologischen Inferenz durch King kam es zu einer aktiven Diskussion über die Vorteile der Methode und deren Stabilität sowie Güte bei Verletzungen der Modellannahmen. King widmete ein Teil seines Buches dem Thema, was falsch laufen könnte und analysierte jede der drei Modellannahmen einzeln.

¹⁵⁶ Die Korrelation zwischen den Punktschätzern der Parameter beträgt 0,9997.

Die erste Modellannahme ist die Verteilungsannahme, die gemeinsame trunkierte bivariate Normalverteilung der Parameter. Beim Beispiel für den denkbar schlimmsten Fall einer Verletzung der Verteilungsannahme, zeigt King bei einem Tomografieplot zwei mögliche Verteilungen der realen Parameterwerte. Bei seinen Beispiel schneiden sich die Tomografielinien in der Region um (0,5;0,5), ein Teil der Tomografielinien ist fast horizontal, ein anderer Teil fast vertikal. Wenn die Modellannahme eingehalten wird, liegen die wahren Punkte nahe dem Mittelpunkt (0,5;0,5) und entspringen der geschätzten bivariaten Verteilung. Die Verteilung wird in der Grafik durch die 50 Prozent- und 80 Prozent-Quantillinie dargestellt.

Die wahren Werte, wenn die Verteilungsannahme gilt, liegen zum Großteil innerhalb der Quantillinien der Verteilung. Im schlimmsten Fall liegen alle wahren Werte an den Rändern des Einheitsintervalls, wobei zur Vermeidung von Aggregationsbias die Kreise zufällig einem Extrem ihrer Grenzen zugeordnet werden. Hier liegen alle wahren Werte außerhalb der Quantillinien der Verteilung. Abbildung 38 gibt qualitativ die Grafik aus Kings Buch wieder. Der über die Kreise gemittelte Wert der Parameter ist weiterhin annähernd korrekt, aber die Varianz wird deutlich zu niedrig geschätzt. Im dem Fall, dass die Abweichungen unabhängig von der Bevölkerung innerhalb der Kreise sind, oder die Bevölkerung in allen Kreisen fast identisch ist, werden auch die globalen Parameter β_1 und β_2 unverzerrt durch das Modell im schlimmsten Fall geschätzt.¹⁵⁷

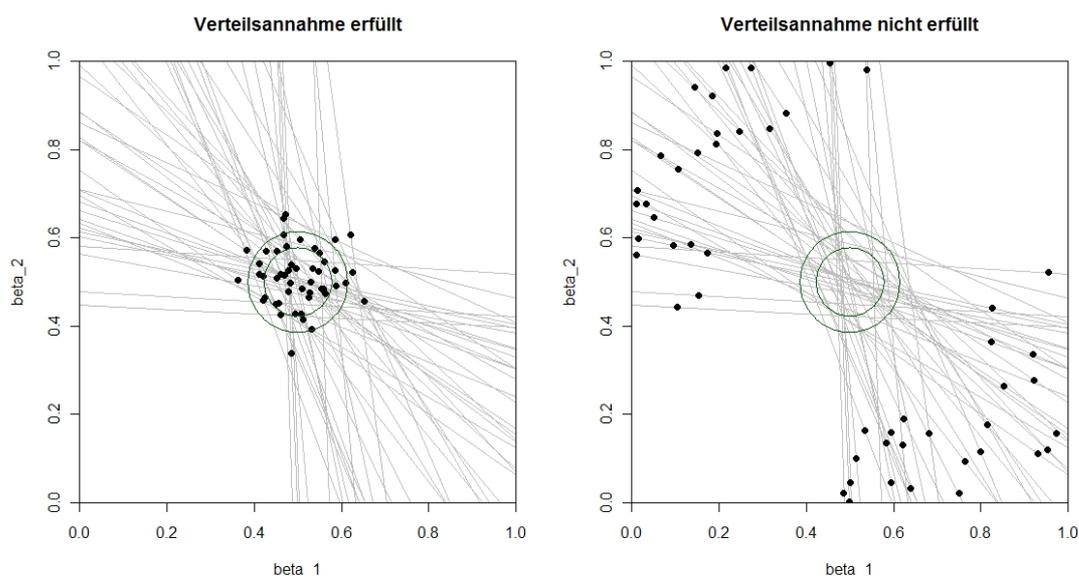


Abbildung 38: King-Modell: Verletzung der Verteilungsannahme, qualitative Wiedergabe King, 1997, S. 163.

¹⁵⁷ King, 1997, S. 161 – 164.

Wenn es aber unbekannte und nicht erwartete strukturelle Abweichungen gibt, z. B. die meisten Kreise mit hoher Bevölkerung liegen am unteren bzw. linken Rand des Einheitsintervalls und die Kreise mit niedriger Bevölkerung eher am oberen und rechten Rand, werden die Parameter β_1 und β_2 nicht mehr korrekt durch das Modell geschätzt. Und die aggregierten Daten alleine bieten auch keine Information, dass dieses Problem besteht.

Die zweite Annahme ist die Abwesenheit von Aggregationsbias. King zeigt erneut ein Beispiel für den schlimmsten Fall, bei dem die geschätzte Verteilung der Parameter bei Anwesenheit von Aggregationsbias fast keinen der wahren Werte beinhaltet.¹⁵⁸ Bei später im Buch vorgestellten Beispielauswertungen, bei denen die Parameterwerte auf Kreisebene bekannt sind, stellt King aber fest, dass sein Modell trotz vorhandenen Aggregationsbias vertrauenswürdige Schätzwerte liefert. Bereits die Überschrift eines dieser Kapitel lässt vermuten, dass Kings ökologische Inferenz robust gegen Aggregationsbias ist.¹⁵⁹ Auch bereits bei der Vorstellung der Annahmen schränkt King die Bedeutung von Aggregationsbias bei seinem Modell ein.¹⁶⁰ Als mögliche Lösung bei Vorhandensein von Aggregationsbias schlägt King das erweiterte Modell mit Kovariablen vor.¹⁶¹

Die Aussage von King, dass sein Modell auch bei Vorliegen von Aggregationsbias vertrauenswürdige Schätzer produziert, ist wohl die am stärksten kritisch gesehene Modelleigenschaft. So schreibt z. B. Cho:

„Though Kings claims that his method is 'robust' to violations of the aggregation bias assumption, the evidence strongly suggests otherwise. King's claim originates in (and holds only for) an unorthodox definition of 'robustness'. He contends that EI is robust because it will never produce estimates outside the $[0, 1]$ bounds.“¹⁶²

Als Hauptkritikpunkt kann man festhalten, dass die Kritiker bei eigenen Simulationen durchaus schwerwiegende Konsequenzen für die Genauigkeit der

158 King, 1997, S. 159 – 161.

159 Siehe z. B.: King, 1997, S. 217 – 225.

160 King, 1997, S. 94.

161 King, 1997, S. 168 – 184.

162 Cho, Wendy K. Tam / Gaines, Brian J.: The Limits of Ecological Inference. The Case of Split-Ticket Voting, in: American Journal of Political Science, Volumen 48, Nummer 1, 2004, S. 159.

Parameter bei Vorliegen von Aggregationsbias gefunden haben.¹⁶³ Auch wird vermutet, dass Kings Vertrauen in die Robustheit seiner Methode stark durch die Ergebnisse des einem Beispiels in seinen Buch geprägt sein könnte.¹⁶⁴

Ein weiteres mit Simulationsstudien festgestelltes Ergebnis ist, dass bei Abwesenheit von Aggregationsbias eine einfache Goodman-Regression in Bezug auf den Mittelwert über die Kreisparameter zu ähnlichen Ergebnissen wie Kings ökologische Inferenz kommt.¹⁶⁵ Ähnliches ist auch bei den hier im Kapitel betrachteten Beispieldaten zu bemerken, die „Regressionslinie“ von Kings Modell unterscheidet sich nur leicht von der Regressionslinie der Goodman-Regression.

Auch Kings Lösungsvorschlag, bei Vorliegen von Aggregationsbias das erweiterte Modell mit Kovariablen heranzuziehen, wird von Cho kritisch gesehen. Eine geeignete Modellspezifikation für eine ökologische Regression zu finden ist keine triviale Aufgabe, und King bietet keinen Test zur Wahl von Kovariablen, sondern rät, diese aufgrund des Wissens über das Problem zu wählen. Diese Wahl der geeigneten Variablen ist wichtig, da nach King schlecht gewählte Variablen bei Aggregationsbias nicht helfen. Cho hält dem entgegen, dass, wenn Forscher bei der Modellspezifikation ihren eigenen Glauben benutzen, sie selten zu gemeinsamen Ergebnissen kommen und hält daher einen formalen Test für notwendig.¹⁶⁶

Da auch jede Lösung einer ökologischen Inferenz mit Kings Methode eine logisch mögliche Lösung mit Parameterwerten im Einheitsquadrat ist, kann man sich schlecht über das Testen von verschiedener Kovariablen der richtigen Lösung annähern. Es gibt kein echtes Maß, nach dem man eine Lösung einer anderen vorziehen sollte, vor allem nicht, wenn beide theoretisch möglich sind.

Die dritte Bedingung ist das Fehlen von räumlicher Korrelation. Auch für diese Situation zeigt King in seinem Buch ein simuliertes Beispiel, bei dem sich seine Methode als relativ robust auch bei Vorliegen von räumlicher Korrelation in den Daten erwies. Außerdem stellte er eine Abhängigkeit von der Anzahl der Kreise und der Stärke der räumlichen Korrelation fest. Bei 100 Kreisen waren die beobachteten Fehler größer als bei 1.000 Kreisen.¹⁶⁷

Anselin und Cho kritisieren Kings Simulationsaufbau und stellen fest, dass

163 Ambühl, 2003, S. 35.

164 Ambühl, 2003, S. 38.

165 Cho / Gaines, 2004, S. 156 – 157.

166 Cho / Gaines, 2004, S. 165 – 166.

167 King, 1997, S. 164 – 168.

„[...] his Monte Carlo evidence is quite limited and characteristic of a time-series perspective towards spatial effects.“¹⁶⁸

und definieren eine eigene Simulationsstudie. Der Mangel an Kings Simulationsdesign, dass die von ihm verwendete Struktur nicht indikativ für einen räumlichen Prozess ist, wurde zuvor bereits von anderen Autoren festgestellt¹⁶⁹ und auch King veröffentlichte 2000 eine zweite Simulationsstudie zum Thema „räumliche Korrelation“, wo diese Mängel nicht mehr bestanden. Bei dieser Untersuchung kam er zu ähnlichen Ergebnissen wie bei der Simulationsstudie im Buch und stellte nur einen geringen Einfluss von räumlicher Korrelation auf die Qualität der Ergebnisse seiner ökologischen Inferenz fest.¹⁷⁰

Anselin und Cho kamen bei ihren Untersuchungen aber zu einem anderen Ergebnis und konstatieren, dass sich die Genauigkeit der Ergebnisse von den Ergebnissen der Studie von King unterscheidet, während sie seine Ergebnisse bezüglich des Fehlens von Bias bestätigen konnten. Aufgrund ihrer Ergebnisse kamen sie zum Schluss, dass die Vermutung, dass räumliche Korrelation einen nur geringen Effekt auf das Modell hat, zu optimistisch war und, dass für problemfreie Schätzer keine räumliche Korrelation in den Daten vorliegen sollte.¹⁷¹

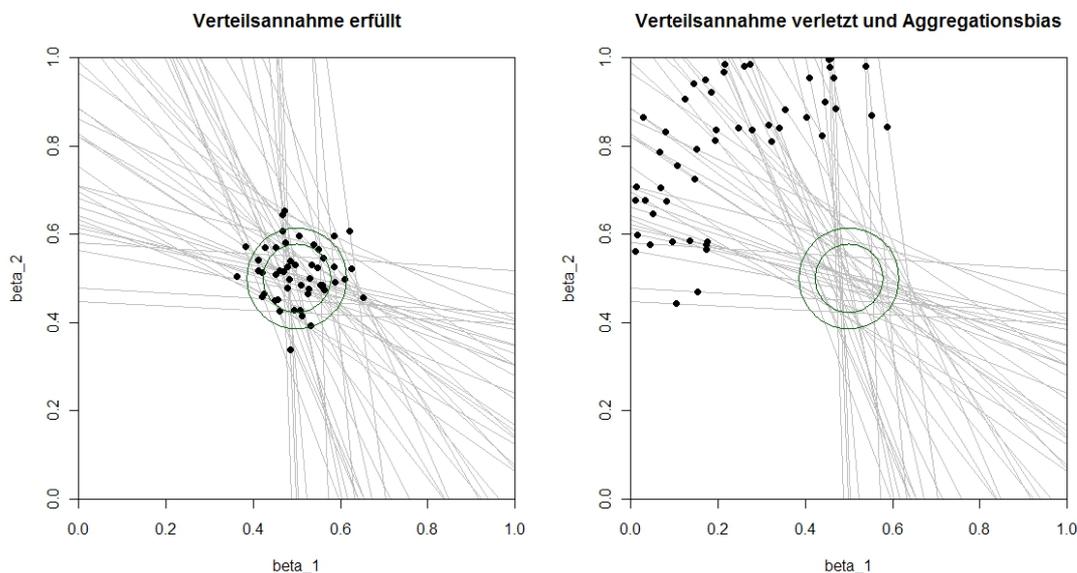


Abbildung 39: King-Modell: Extrembeispiel für eine Verletzung der Annahmen, qualitative Wiedergabe Ambühl, 2003, S. 38.

168 Anselin, Luc / Cho Wendy K. Tam: Spatial Effects and Ecological Inference, in: Political Analysis, Volumen 10, Nummer 3, 2002, S. 282.

169 Vgl.: Anselin, Luc / Cho Wendy K. Tam: Conceptualizing Space. Reply, in: Political Analysis, Volumen 10, Nummer 3, 2002, S. 302.

170 Anselin / Cho, 2002, S. 294 – 295.

171 Anselin / Cho, 2002, S. 294 – 296.

Während Kings Methode als eine Evolution im Vergleich zu den beiden zuvor für die ökologische Inferenz genutzten Methoden, den Duncan-Davis-Rändern und der Goodman-Regression, bezeichnet werden kann, ist sie nicht problemfrei. Kings Methode verbindet als erstes Modell die Informationen für die Parameter innerhalb der einzelnen Kreise, die in der Tomografielinien dargestellt sind, mit einem Regressionsmodell. Auch liefert sie anstelle von globalen Schätzern die Parameterschätzer auf Kreisebene.

Das Modell funktioniert aber nur problemfrei, wenn die drei Bedingungen gegeben sind. Es darf kein Aggregationsbias, keine räumliche Korrelation und keine schwerwiegende Verletzung der Verteilungsannahme vorliegen. Wenn dies gegeben ist und die grundlegende Vermutung der über die gemeinsame bivariate trunkierte Normalverteilung ausgedrückte Ähnlichkeit der Kreise bei den untersuchten Daten korrekt ist, erhält man gute Schätzwerte für die Parameter.

Wenn es aber Verletzungen der Modellannahmen gibt, und in realen Daten handelt es sich dann, im Gegensatz zu den hier betrachteten Simulationsergebnissen, meist um eine Kombinationen von Problemen¹⁷², ist die Güte der Parameterschätzer nur schwer zu bestimmen. Über alle Schätzer kann man zwar sagen, dass es sich um logisch mögliche Werte handelt, aber wie gut die Punktschätzer und die Konfidenzintervalle sind, ist nur schwer zu sagen. Es gibt, solange die wahren Werte unbekannt sind, auch keinen bestimmbar Modellfehler, da für jeden Kreis die gefundenen Lösungen auf dessen Tomografielinie liegen und das Modell einen perfekten Fit hat.

Eine Erweiterung des in Abbildung 38 gezeigten Beispiels soll als Extremfall für die Konsequenzen einer Verletzung der Modellannahmen dienen. Neben der Verletzung der Verteilungsannahme wird zusätzlich noch Aggregationsbias zugelassen. Die veränderte Struktur ist in Abbildung 39 gezeigt. Aus der Grafik wird deutlich klar, dass in diesem Fall die vom Modell bestimmten Parameterschätzer deutlich von den realen Werten abweichen. Auch bietet das Modell selber nur wenig Informationen, die auf dieses Problem hinweisen. Erschwerend kommt hinzu, dass diese extreme Situationen nur mit den aggregierten Daten nicht von der Situation unterschieden werden kann, bei der die Modellannahmen eingehalten worden sind.

172 King, 1997, S. 159.

IV. 2.4. Hierarchische Modelle

IV. 2.4.1. Binomial–Beta-Modell

Ein neuerer Ansatz für die ökologische Inferenz, der nach Kings ökologischer Inferenz veröffentlicht wurde, stellen hierarchische Modelle dar. 1999 stellte King, zusammen mit Rosen und Tanner, einen hierarchischen bayesianischen Ansatz zur Lösung der ökologischen Inferenz vor. Bei einem nicht hierarchischen Ansatz wird die volle Verteilung für die abhängige Variable aufgestellt und je nach Kontext wird entweder die Likelihood- oder die Posteriori-Verteilung bestimmt.

$$Y_i | \theta \sim p(y | \theta) \quad (\text{II. 16})$$

Bei diesen nicht-hierarchischen Modellen besteht aber die Schwierigkeit, eben diese Verteilung der abhängigen Variablen zu bestimmen oder anzugeben.¹⁷³

Hierarchische Modelle konstruieren diese benötigte Dichte nicht direkt, sondern über mehrere Schritte oder Ebenen. Auf der ersten Ebene kann eine Verteilung der abhängigen Variablen bedingt auf Parameter angegeben werden.

$$Y_i | \beta \sim p_1(y | \beta) \quad (\text{II. 17})$$

Nun kann man in einem zweiten Schritt annehmen, dass der Parameter β nicht über alle Kreise i konstant ist und selber eine Verteilung hat.

$$\beta \sim p_2(\beta | \theta) \quad (\text{II. 18})$$

Diese beiden Verteilungen lassen sich dann kombinieren, um die gewünschte Verteilung der abhängigen Variable anzugeben.

$$p(y | \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p_1(y | \beta) p_2(\beta | \theta) d\beta = \int_{-\infty}^{\infty} p(y, \beta | \theta) d\beta$$

In der Theorie ist die Idee, Verteilung hierarchisch auf mehrstufige Art zu definieren, bereits seit Längerem bekannt. Der Vorteil der hierarchischen

¹⁷³ King, Gary / Rosen, Ori / Tanner, Martin A.: Binomial-Beta Hierarchical Models for Ecological Inference, in: Sociological Methods & Research, Volumen 28, Nummer 1, 1999, S. 69.

Konstruktion ist, dass auch, wenn die Verteilung der abhängigen Variablen eine komplizierte Form hat, die nicht direkt zugänglich ist, diese trotzdem angebar ist, wenn sie sich in einfachere Verteilungen zerlegen lässt. Allerdings hat die Berechnung des Integrals die praktische Anwendung lange Zeit erschwert oder unmöglich gemacht.

Die Berechnung erfolgt über mehrere Schritte. In einem erstem Schritt wird auf Ebene der Parameter ein Wert für β aus der Verteilung (II. 18) über Simulation gezogen. Auf diesen Parameter bedingt wird im zweiten Schritt aus der Verteilung (II. 17) eine Zufallszahl erzeugt. Genügend oft wiederholt kann man mit diesen Zufallszahlen die Verteilung (II. 16) beliebig exakt bestimmen, auch wenn eine analytische Lösung des Integrals nicht möglich ist.¹⁷⁴

Dieses hierarchische Verfahren wurde von den Autoren verwendet, um zusätzlich zu Kings Modell ein alternatives Verfahren für die ökologische Inferenz zu haben. Wie bei Kings ökologischer Inferenz berücksichtigt es die Information der Methode der Ränder und liefert Parameterschätzer auf Kreisebene.

Auf der höchsten Ebene wird als Verteilung für $y_{i,MB}$ eine Binomialverteilung angenommen. Der Beitrag des i -ten Kreises zur Likelihood ist somit:

$$(z_{i,Prot} \beta_{i,1} + (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2})^{y_{i,MB}} (1 - z_{i,Prot} \beta_{i,1} - (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2})^{(N_i - y_{i,MB})}$$

Der Parameter der Binomialverteilung für Kreis i wird folgendermaßen definiert

$$\theta_i = z_{i,Prot} \beta_{i,1} + (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2}$$

und ist somit abhängig von den Parametern $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$. Wenn man den Beitrag des i -ten Kreises zur Likelihood logarithmiert und das Maximum bestimmt, ist die Lösung kein Punkt, sondern eine Geradengleichung, die Tomografielinie des i -ten Kreises.¹⁷⁵

Für die zweite Stufe des hierarchischen Modells, auf Ebene der Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$, nehmen King, Rosen und Tanner jeweils eine Beta-Verteilung an. Die beiden Verteilungen sollen unabhängig voneinander sein. Im Fall, dass keine weiteren Kovariablen berücksichtigt werden sollen, gilt:

174 King / Rosen / Tanner, 1999, S. 69 – 70.

175 King / Rosen / Tanner, 1999, S. 71.

$$p(\beta_{i,1}) \sim \text{Beta}(c_1, d_1), \forall i$$

$$p(\beta_{i,2}) \sim \text{Beta}(c_2, d_2), \forall i$$

Die Parameter der Beta-Verteilungen, aus der die Parameter gezogen werden, sind in diesem einfachen Fall ohne Kovariablen unabhängig vom Kreis. Die Autoren wählten die Beta-Verteilung für die Parameter, da diese einerseits auf den Bereich [0,1] beschränkt ist und es sich andererseits um eine flexible Verteilung handelt. Abhängig von den gewählten Parametern hat die Beta-Verteilung eine flache, eine U-förmige, eine Glocken- oder auch eine exponentielle Form.

Diese Flexibilität der Beta-Verteilung ermöglicht es, mehrere Cluster in den Daten darzustellen und verlangt dadurch eine deutlich schwächere Verteilungsannahme als Kings ökologische Inferenz mit der monomodalen trunkierten bivariaten Normalverteilung. Während die Parameter a priori als unabhängig angenommen werden, gilt diese Unabhängigkeit aber nicht notwendigerweise für die Posteriori-Verteilungen der Parameter.¹⁷⁶

Auf der dritten Ebene des Modells verwenden King, Rosen und Tanner für die vier Parameter der Beta-Verteilungen jeweils eine Exponentialverteilung mit großem Mittelwert. Für das Beispiel in ihrem Artikel verwendeten sie für alle vier Parameter der Beta-Verteilungen den Wert

$$\frac{1}{\lambda} = 2$$

was auf der finalen Stufe einer ziemlich informativen Annahme entsprechen soll.¹⁷⁷

Da die Posteriori, die proportional zum Produkt der Likelihood der Daten und den A-Priori-Dichten ist, analytisch nicht direkt bestimmt werden kann, schlagen die Autoren eine Verwendung des Gibbs-Samplers vor. Für den Gibbs-Sampler sind die vollbedingten Dichten notwendig, die die Autoren angeben:¹⁷⁸

$$p(\beta_{i,1} | \beta_{i,2}, c_1, d_1) \sim (z_{i,Prot} \beta_{i,1} + (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2})^{y_{i,MB}}$$

$$* (1 - z_{i,Prot} \beta_{i,1} - (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2})^{(N_i - y_{i,MB})}$$

$$* (\beta_{i,1})^{c_1 - 1} (1 - \beta_{i,1})^{d_1 - 1}$$

176 King / Rosen / Tanner, 1999, S. 71 – 72.

177 King / Rosen / Tanner, 1999, S. 72.

178 King / Rosen / Tanner, 1999, S. 72 – 73.

$$\begin{aligned}
p(\beta_{i,2} | \beta_{i,1}, c_2, d_2) &\sim (z_{i,Prot} \beta_{i,1} + (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2})^{y_{i,MB}} \\
&\quad * (1 - z_{i,Prot} \beta_{i,1} - (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2})^{(N_i - y_{i,MB})} \\
&\quad * (\beta_{i,2})^{c_2 - 1} (1 - \beta_{i,2})^{d_2 - 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(c_1 | \beta_{i,1}, i=1\dots k, d_1) &\sim \left(\frac{\Gamma(c_1 + d_1)}{\Gamma(c_1)} \right)^k \\
&\quad * \exp \left[\left(\sum_{i=1}^k \log(\beta_{i,1}) - \lambda \right) c_1 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(d_1 | \beta_{i,1}, i=1\dots k, c_1) &\sim \left(\frac{\Gamma(c_1 + d_1)}{\Gamma(d_1)} \right)^k \\
&\quad * \exp \left[\left(\sum_{i=1}^k \log(1 - \beta_{i,1}) - \lambda \right) d_1 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(c_2 | \beta_{i,2}, i=1\dots k, d_2) &\sim \left(\frac{\Gamma(c_2 + d_2)}{\Gamma(c_2)} \right)^k \\
&\quad * \exp \left[\left(\sum_{i=1}^k \log(\beta_{i,2}) - \lambda \right) c_2 \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p(d_2 | \beta_{i,2}, i=1\dots k, c_2) &\sim \left(\frac{\Gamma(c_2 + d_2)}{\Gamma(d_2)} \right)^k \\
&\quad * \exp \left[\left(\sum_{i=1}^k \log(1 - \beta_{i,2}) - \lambda \right) d_2 \right]
\end{aligned}$$

Da es sich aber bei keiner dieser vollbedingten Dichten um bekannte Standardverteilungen handelt, verwenden die Autoren den Metropolis-Algorithmus, um aus diesen Dichten Zufallszahlen zu ziehen. Als Konvergenzkriterium schlagen sie z. B. den Vergleich der Varianz innerhalb der Markov-Kette und der Varianz zwischen mehreren Ketten vor. Für das Beispiel im Artikel verglichen sie die Varianz von drei verschiedenen Markov-Ketten.¹⁷⁹

IV. 2.4.2. Erweiterungen des Binomial-Beta-Modells

Eine mögliche Erweiterung der Methode ist das Hinzufügen von Kovariablen auf Ebene der Parameter. Deren inhaltliche Auswahl soll, ähnlich dem erweiterten

¹⁷⁹ King / Rosen / Tanner, 1999, S. 73 – 74.

Modell von King, über das Wissen des Analysten erfolgen. Der Parameter der Binomialverteilung auf der ersten Stufe ändert sich dadurch zu¹⁸⁰

$$\theta_{i,x_i} = z_{i,Prot} \beta_{i,1,x_i} + (1 - z_{i,Prot}) \beta_{i,2,x_i}$$

Die einzelnen Parameter hängen, im Gegensatz zum einfachen Modell, von Kovariablen x ab. Über den Zusammenhang zwischen den Parametern $\beta_{i,1,x}$ und $\beta_{i,2,x}$ und den Parametern der Binomialverteilung hängt auch $\theta_{i,x}$ von den Kovariablen ab. Die eigentliche Modellierung des Einflusses der Kovariablen erfolgt aber erst auf der zweiten Ebene.¹⁸¹

$$p(\beta_{i,j}) \sim \text{Beta}(d_j \exp(\gamma_{0,j} + \gamma_{1,j} x_i), d_j), \quad j \in \{1,2\}$$

Damit gilt für den Erwartungswert von $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$.

$$\begin{aligned} E(\beta_{i,j}) &= \frac{d_j \exp(\gamma_{0,j} + \gamma_{1,j} x_i)}{d_j + d_j \exp(\gamma_{0,j} + \gamma_{1,j} x_i)} \\ &= \frac{\exp(\gamma_{0,j} + \gamma_{1,j} x_i)}{1 + \exp(\gamma_{0,j} + \gamma_{1,j} x_i)}, \quad j \in \{1,2\} \end{aligned}$$

was gleichbedeutend ist mit

$$\log\left(\frac{E(\beta_{i,j})}{1 - E(\beta_{i,j})}\right) = \gamma_{0,j} + \gamma_{1,j} x_i, \quad j \in \{1,2\}$$

Dadurch hängen die Log-odds der Erwartungswerte der einzelnen Parameter linear von den Kovariablen ab. Für die vier γ werden flache und unabhängige A-Priori-Verteilungen, für d_1 und d_2 werden erneut Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 0,5$ angenommen. Da die vollbedingten Dichten erneut keiner Standardverteilung entsprechen, wird zur Berechnung auch in diesem Fall der Metropolis Algorithmus

180 King / Rosen / Tanner, 1999, S. 80.

181 King / Rosen / Tanner, 1999, S. 81.

vorgeschlagen.¹⁸²

Obwohl dieses Modell nur zwei Jahre nach der ökologischen Inferenz von King vorgestellt wurde, war die Diskussion zu Kings ökologischer Inferenz deutlich aktiver. Einer der Gründe könnte sein, dass bei den Beispielen das hierarchische Modell mit Kings Modell verglichen wurde und keine deutlichen Unterschiede festgestellt wurden, wie auch, dass für Kings Verfahren eine frei verfügbare Softwarelösung auf Kings Internetseite erhältlich ist.

IV. 2.4.3. Kritische Diskussion der Modellaspekte

Eine kritische Diskussion des vorgestellten hierarchischen Modells erfolgte aber durch Wakefield. Er betrachtet verschiedene Aspekte des hierarchischen Modells und beschreibt mehrere mögliche Änderungen und Verbesserungen am Modellansatz. Auch zeigt er, welche Entscheidungen kritischer beim Modell sein können.

Er stellt z. B. fest, dass die Wahl des Modells der ersten Stufe nur eine mögliche Wahl ist. Anstelle der gewählten Binomialverteilung soll die wahre Likelihood eine Faltung von Binomialverteilungen sein. Wakefield gibt folgende Form dafür an

$$L(\beta_{i,1}, \beta_{i,2}) = \sum_{m_{i,MB} = l_i}^{u_i} \binom{N_{i,Prot}}{m_{i,MB}} \binom{N_{i,Prot} - m_{i,MB}}{N_{i,MB} - m_{i,MB}} \beta_{i,1}^{m_{i,MB}} (1 - \beta_{i,1})^{N_{i,Prot} - m_{i,MB}} \\ * \beta_{i,2}^{N_{i,MB} - m_{i,MB}} (1 - \beta_{i,2})^{N_{i,Prot} - N_{i,MB} + m_{i,MB}}$$

mit

$$l_i = \max(0, N_{i,MB} - N_{i,Prot})$$

$$u_i = \min(N_{i,Prot}, N_{i,MB})$$

Beide Likelihoods, die Faltung und die von King, Rosen und Tanner verwendete Binomialverteilung, haben den selben Erwartungswert, aber verschiedene Varianzen. Die Varianzen beider Ansätze sind ähnlich, wenn der Anteil der Protestanten entweder fast eins oder null ist oder bei ähnlichen Wahrscheinlichkeiten, dass ein

¹⁸² King / Rosen / Tanner, 1999, S. 80 – 83.

Protestant oder ein Nichtprotestant Mittelbauer ist. Im Allgemeinen gilt, dass die Varianz der Faltung kleiner, als die des Binomialmodells ist.¹⁸³

Ein weitere alternative Likelihood erhält man über Approximation der Faltung durch Normalverteilungen. Diese Approximation, wie auch die Faltung, unterscheidet sich in einem wichtigen Punkt von der Binomialverteilung. Letztere ist konstant über die gesamten Tomografielinie, die Approximation und die Faltung hingegen haben eine nicht-symmetrische U-Form mit einem Maximum an einem der Ränder und einen Sattelpunkt im Inneren des Einheitsquadrats.¹⁸⁴

Ein zweiter kritisch von Wakefield diskutierter Punkt stellt die Wahl der Parameter für die Exponentialverteilungen der dritten Ebene dar. Die gewählte Größe von 0,5 für λ soll eine nicht immer gut geeignete Wahl sein. Wakefield berechnet die marginale Priori-Verteilung und stellt fest, dass mit einem λ von 0,5 die marginale Priori-Verteilung der Parameter eine Verteilung mit deutlich ausgeprägter U-Form ist. Mit dem kleineren Wert von 0,01 für λ erhält man eine flache marginale Priori-Verteilung. Wakefield hält es auch für möglich, dass ein Teil der berichteten bimodalen Ergebnisse bei King, Rosen und Tanner deren Wahl für λ geschuldet ist. Er diskutiert zusätzlich noch weitere genutzte Priori-Verteilungen für die Parameter der Beta-Verteilung. Mit Beispielwerten zeigt er, dass auch bei diesen Verteilungen, abhängig von der Wahl der Parameter, informative marginale Priori-Verteilungen möglich sind. Für all diese Beispiele bietet er einen Wert an, bei dem eine nicht informative marginale Priori-Verteilung entsteht.¹⁸⁵

Wakefield diskutierte auch die Konsistenz der Ergebnisse beim hierarchischen Modell. Wenn Individualdaten vorliegen, wird bei einem hierarchischen Modell, je mehr Daten auf individueller Ebene vorliegen, die Bedeutung der hierarchischen Priori-Verteilungen, die die Parameter der verschiedenen Regionen verbinden, für die Schätzer auf der ersten Ebene immer unwichtiger, da die Information in den Daten auf der ersten Ebene beginnt, diese zu dominieren. Im Gegensatz dazu besteht bei ökologischen Daten das Problem, dass mit jeder neuen Beobachtung auf der ersten Ebene das Problem nicht vereinfacht wird. Wenn die Anzahl der verfügbaren Kreise erhöht wird, erhält man mehr Informationen für die Verteilung auf der zweiten Ebene des Modells, aber die wahren

183 Wakefield, 2004, S. 390 – 391.

184 Wakefield, 2004, S. 400 – 404.

185 Wakefield, 2004, S. 406 – 407.

Werte für die Parameter der ersten Ebene können nicht gewonnen werden, da¹⁸⁶

„[...] informally speaking, the posteriori tends to the product of a line and a density“¹⁸⁷

Auch stellt Wakefield verschiedene hierarchische Modelle im Rahmen einer Simulationsanalyse und eine Anwendungsbeispiels gegenüber. Ein Ergebnis dieser Analyse ist, dass die Spezifikation der Hyperprioris einen starken Einfluss auf die Ergebnisse der ökologischen Inferenz haben kann. Beim Anwendungsbeispiel zeigte Wakefields Wahl für λ bessere Ergebnisse als die Wahl von King, Rosen und Tanner. Er kommt daher zum Schluss, dass man sehr sorgfältig bei der Spezifizierung der Priori-Verteilungen sein muss und bei realen Daten den Einfluss dieser Wahl auf die Ergebnisse überprüfen sollte.¹⁸⁸

IV. 2.4.4. Verbindung von Befragungsdaten mit aggregierten Daten in einem hierarchischen Modell

Eine Erweiterung des Modells, die Wakefield vorstellt, ist die Kombination von Individualdaten und aggregierten Daten. Diese Individualdaten können z. B. durch Befragung eines Teiles der Bevölkerung in einem Kreis gewonnen werden. Die daraus resultierende Datenlage für einen Kreis wird in Tabelle 22 gezeigt.

| | Befragungsdaten | | | Aggregierte Daten | | |
|-----------|-----------------------------------|--|--------------------------|-------------------------|---|---|
| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
| Prot | $\alpha_{i, Prot, MB}$ | $\alpha_{i, Prot, \overline{MB}}$ | $M_{i, Prot}$ | ? | ? | $N_{i, Prot} - M_{i, Prot}$ |
| Kein Prot | $\alpha_{i, \overline{Prot}, MB}$ | $\alpha_{i, \overline{Prot}, \overline{MB}}$ | $M_{i, \overline{Prot}}$ | ? | ? | $N_{i, \overline{Prot}} - M_{i, \overline{Prot}}$ |
| | $M_{i, MB}$ | $M_{i, \overline{MB}}$ | M_i | $N_{i, MB} - M_{i, MB}$ | $N_{i, \overline{MB}} - M_{i, \overline{MB}}$ | $N_i - M_i$ |

Tabelle 22: Hierarchische Modelle: Darstellung der Datensituation (Anzahl) für Kreis i , Befragungsdaten und aggregierte Daten.

Die linke Hälfte der Tabelle fasst die Informationen der Befragung zusammen. Die inneren Zellen sind in diesem Fall aufgrund der Befragung bekannt. Da für einen

186 Wakefield, 2004, S. 411 – 412.

187 Wakefield, 2004, S. 412.

188 Wakefield, 2004, S. 412 – 417.

Teil der Bevölkerung die genauen Informationen bekannt sind, sind die Randsummen der Tabelle der aggregierten Daten auf der rechten Seite im Vergleich zur Tabelle 6 um die Randsummen der Tabelle der Befragungsdaten reduziert. Weiterhin sind aber die inneren Zellen der Teiltabelle der aggregierten Daten unbekannt.¹⁸⁹

In einem hierarchischen Modell lassen sich beide Informationen berücksichtigen. Den Teil, den der i -te Kreis zur Likelihood beiträgt, hat dann folgende Struktur:

$$L(\beta_{i,1}, \beta_{i,2}) = p(\alpha_{i,MB,Prot} | \beta_{i,1}) p(\alpha_{i,MB,Prot} | \beta_{i,2}) p(N_i - M_i | \beta_{i,1}, \beta_{i,2})$$

Die ersten beiden Terme sind Binomialverteilungen, die durch die Befragungsdaten gegeben sind. Der letzte Term stellt die Likelihood der aggregierten Teiltabelle, z. B. die Faltung oder deren Normalapproximation, dar. Alle Terme der Likelihood werden als unabhängig betrachtet.¹⁹⁰ Aus der Struktur der Likelihood für einen Kreis ist ersichtlich, dass es nicht notwendig ist, dass für alle Kreise Befragungsdaten vorliegen.

Wakefield testet diesen Ansatz an einem Beispieldatensatz. Bei diesem Beispiel konnte er durch die Kombination von Individual- und aggregierten Daten eine deutliche Verbesserung der Parameterschätzer in Bezug auf den Bias der Posteriorimediane erreichen. Er legte beim Beispiel den Anteil der Bevölkerung, für den Befragungsdaten vorliegen, auf 5 % der Gesamtbevölkerung fest. Ein interessantes Ergebnis ist auch, dass bereits die Hinzunahme von nur 5 % der Minderheitsbevölkerung, was gerade mal 1,6 % der Gesamtbevölkerung bei diesen Daten ausmacht, zu einer deutlichen Reduzierung des Bias führte.¹⁹¹

Einschränkend gilt aber, dass die Kombination von Befragungsdaten und aggregierten Daten nicht für alle Datensituationen in der ökologischen Inferenz geeignet ist. Da Befragungsdaten vorliegen müssen, ist bei historischen Auswertungen mit fehlenden Befragungsdaten diese Methode nicht nutzbar. Dies ist z. B. auch bei den Wahldaten der Weimarer Republik der Fall. Der Ansatz könnte aber für zukünftige Problemstellungen eine geeignete Weiterentwicklung der ökologischen Inferenz darstellen.

Nicht zu verwechseln ist dieser Ansatz aber mit einer anderen Methode zur

189 Wakefield, 2004, S. 418.

190 Wakefield, 2004, S. 418 – 420.

191 Wakefield, 2004, S. 418 – 421.

Berücksichtigung von Befragungsdaten und aggregierten Daten. In der Epidemiologie liegt bei ökologischen Inferenzanalysen oft eine andere Datenstruktur vor. Anstatt die Tabelle zweier kategorialer Variablen zu betrachten, hat ökologische Inferenz in der Epidemiologie oft das Ziel, die Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, an einer bestimmten Krankheit unter Berücksichtigung metrischer Kovariablen, wie Einkommen oder Luftverschmutzungsdaten, zu erkranken. Bei diesen ökologischen Inferenzen werden dann z. B. die Kreismittelwerte der metrischen Kovariablen verwendet. In diesem Fall können Befragungsdaten auch dazu dienen, die gemeinsame Verteilung der Kovariablen im Kreis zu schätzen und dies kann bereits die Modellgüte verbessern.

IV. 2.5. Modelle mit latenten Variablen

Die bisher vorgestellten vier Lösungsvorschläge zur ökologischen Inferenz stellen nur einen Teil der existierenden Methoden dar. Vor allem in letzter Zeit kam es zu einer regen Diskussion und auch zur Veröffentlichung von weiteren Lösungsansätzen. In diesem Abschnitt soll kurz einer dieser Ansätze vorgestellt werden. Dieser unterscheidet sich fundamental bei der Sicht auf die Daten von den bisher vorgestellten Methoden.

Es handelt sich um Modelle mit latenten Variablen. Diese stellen eine Alternative zu den Regressionsmodellen dar und nutzen einen faktoranalytischen Ansatz. Der Grund für die Vorstellung dieses Modelltyps ist eine interessante Eigenschaft der den Modellen zugrunde liegenden Sicht auf die Daten. Wenn eine latente Variable die Entscheidung/Ausprägung beeinflusst, können die Modelleigenschaften der Regressionsmodelle deutlich verletzt sein, und die Regressionsmodelle liefern falsche Ergebnisse. Ambühl zeigt z. B. mit einem Beispiel, wie eine latente Variable zu Aggregationsbias führen kann.¹⁹²

Bei Modellen mit latenten Variablen wird nicht mehr versucht, mit einer Einflussgröße eine Zielgröße, z. B. die Wahlentscheidung bei zwei aufeinanderfolgenden Wahlen durch die Wahlentscheidung bei der ersten Wahl, zu erklären, sondern beide Größen werden als Ergebnis einer latenten Variable angesehen. Bei Wahlen kann man z. B. unterstellen, dass das Wahlverhalten von der Nähe zu einer Partei, der Parteienpräferenz z , beeinflusst wird. Diese Parteienpräferenz beeinflusst dann die Stimmabgabe des Individuums und auf aggregierter Ebene den Anteil der Wähler für eine Partei. Zum Beispiel kann gelten:

$$y_{i,j} = p_{i,j} z_i - q_{i,j} (1 - z_i) + u_{i,j}, \quad j \in \{1,2\}$$

Der Anteil der Stimmen für die Partei Y ist der Anteil p der Wähler, die ihrer Parteienpräferenz gefolgt sind, und der Anteil q , die entgegen ihrer eigentlichen Parteienpräferenz für Partei Y gestimmt haben. Im Gegensatz zu den bisherigen Modellen hat bei diesem Ansatz auch die erste Wahl einen zufälligen Charakter, j steht in der obigen Gleichung für die beiden Wahltermine und nicht für zwei verschiedene Parteien. Nach Ambühl ist für diesen Modellansatz aber noch keine

¹⁹² Ambühl, 2003, S. 39, Beispiel: Ambühl, 2003, S. 31 und Achen / Shively, 1995, S. 76 – 79.

zufriedenstellende Lösung gefunden wurden.¹⁹³

Einen etwas anderen Zugang zum Modellierungsansatz mit latenten Variablen hat Søren Thomsens mit seinem Logit-/Probitmodell vorgelegt. Bei diesem Ansatz wird von k latenten metrischen Variablen, die die Einstellung eine Person messen, ausgegangen. Weiter wird angenommen, dass die Ausprägungen der Individuen innerhalb eines Kreises einer k -dimensionalen Normalverteilung entspringen und dass die Erwartungswerte der einzelnen latenten Variablen innerhalb der Kreise einer k -dimensionalen Standardnormalverteilung folgen. Ausgehend von diesen Verteilungen wird anschließend die Wahlentscheidung modelliert. Ambühl stellt aber fest, dass das Modell abstrakt ist und die Modellannahmen nicht überprüfbar sind. Auch findet er bei der Begründung des Schätzverfahrens ein Widerspruch und kommt zum Schluss, dass nicht genau gesagt werden kann, was geschätzt wird.¹⁹⁴

193 Ambühl, 2003, S. 39 – 40.

194 Ambühl, 2003, S. 40 – 44.

IV. 3. ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen

IV. 3.1. Formalisierung des Problems

Bei den bisherigen Modelltypen wurden nur 2-x-2-Tabellen betrachtet. Eine Ausnahme stellte Kings Erweiterung seines Modells für 2-x-3-Tabellen dar. In der Realität, vor allen bei Wahlanalysen, sind aber 2-x-2-Tabellen eher die Ausnahme. Auch bei den bisher betrachteten Beispiel Mittelbauern und Religion konnte die 2-x-2-Struktur nur über Zusammenlegung von mehreren Kategorien erreicht werden.

In den Daten selber ist die Religion in drei Kategorien angegeben. Protestanten, Katholiken und Juden waren diese drei Kategorien in der Weimarer Republik. Bei heutigen Daten wäre die Anzahl der Kategorien in Deutschland noch größer. Auch bei den Mittelbauern erfolgte eine Zusammenlegung. In der Weimarer Republik erfolgte eine Einteilung in fünf Kategorien, abhängig von der Hofgröße. Aber diese fünf Kategorien stellen nicht die Gesamtbevölkerung dar, daher wäre eine etwas willkürlich gewählte Restkategorie „kein Bauer“ notwendig, in der dann Arbeiter, Angestellte und Beamte in den anderen Wirtschaftsbereichen zusammengefasst werden.

Allgemein liegt folgende Datenstruktur bei R-x-C-Tabellen vor.

| | Kategorie 1 | Kategorie 2 | ... | Kategorie c | |
|-------------|-------------|-------------|-----|-------------|-----------|
| Kategorie 1 | ? | ? | ... | ? | $z_{i,1}$ |
| Kategorie 2 | ? | ? | ... | ? | $z_{i,2}$ |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Kategorie r | ? | ? | ... | ? | $z_{i,r}$ |
| | $y_{i,1}$ | $y_{i,2}$ | ... | $y_{i,c}$ | 1 |

Tabelle 23: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: Datensituation.

Gleichung (II. 1) erweitert sich bei R-x-C-Tabellen zu:

$$y_{i,j} = \beta_{i,j,1} z_{i,1} + \beta_{i,j,2} z_{i,2} + \dots + \beta_{i,j,r} z_{i,r} \quad , \quad j \in \{1, \dots, c\} \quad \text{(II. 19)}$$

Da es sich bei beiden Variablen erneut um Partitionen der Bevölkerungen handeln sollte, kann man, wie bereits bei 2-x-2-Tabellen, eine Spalte durch die anderen Spalten ausdrücken. Es gilt:

$$z_{i,r} = 1 - \sum_{l=1}^{r-1} z_{i,l} \quad \text{und} \quad y_{i,c} = 1 - \sum_{m=1}^{c-1} y_{i,m}$$

$$\beta_{i,j,l} = 1 - \sum_{k=1}^{c-1} \beta_{i,k,l}, \quad \forall l \in \{1, \dots, r\} \quad (\text{II. 20})$$

Während es aber bei einer 2-x-2-Tabelle ausreichte, einen der Parameter zu schätzen um alle inneren Zellen angeben zu können, benötigt man bei einer R-x-C-Tabelle $(r - 1) \times (c - 1)$ Parameter. So werden z. B. bei einer 3-x-3-Tabelle bereits vier, bei einer 5-x-5 16 Parameter benötigt. Die Komplexität des Problems im Bezug auf die Anzahl der zu schätzenden Parameter hat eine quadratische Form.

Daher ist es auch in diesem allgemeinen Fall meist nicht sinnvoll, oder möglich, Parameter für alle in den Daten vorhandene Kategorien zu schätzen, sondern es bietet sich eine Zusammenlegung der Kategorien mit den niedrigsten Fallzahlen an. Bei Wählerwanderungstabellen ist es z. B. oft gebräuchlich, Kleinst- und Kleinparteien zu einer Kategorie Sonstige zusammenfassen.

Auch für diese allgemeinen R-x-C-Tabellen gibt es Vorschläge zur Schätzung der Parameter. Davon sollen im Folgenden drei exemplarisch vorgestellt werden.

IV. 3.2. Mehrfaches/Mehrstufiges Anwenden von Methoden für 2-x-2-Tabellen

Eine Möglichkeit sich dem größeren Problem zu nähern ist, dieses größere Problem in viele kleinere Probleme, für die man etablierte Lösungsansätze hat, zu zerlegen. Diese Lösungsansätze kann z. B. eines der vorgestellten Verfahren für 2-x-2-Tabellen sein.

Das dahinterstehende Kernprinzip ist, dass über Zusammenlegung von Kategorien aus jeder R-x-C-Tabelle mehrere 2-x-2-Tabelle erzeugt werden können und ein Parameter der R-x-C-Tabelle direkt in dieser kleineren Tabelle geschätzt werden kann. Wenn man davon ausgeht, dass die Modellergebnisse valide sind, kann man, da die Randsummen bekannt sind und die Zusammenhänge von (II. 20) gelten, darauf verzichten einen Teil der Parameter direkt zu berechnen. Es genügt dann $(r-1) \times (c-1)$ Parameter über die Submodelle zu bestimmen. King schreibt zu seiner ökologischen Inferenz, dass es möglich ist, dass dieses Verfahren zu nicht plausiblen Ergebnissen führt und daher nicht für jede R-x-C-Tabelle geeignet ist.¹⁹⁵

Abweichend zum von King beschriebenen Verfahren ist es aber auch denkbar,

¹⁹⁵ King, 1997, S. 264 – 267.

jeden Zellwert der R-x-C-Tabelle direkt über eine 2-x-2-Tabelle zu ermitteln und die Werte anschließend so zu adjustieren, dass man eine gültige Gesamttabelle erhält. Wobei aber bei an sich inkonsistenten Parameterwerten, die auf eine problembehaftete Schätzung hinweisen, nicht klar ist, was genau über ein solches Modell ermittelt wird.

Um z. B. alle Zellen einer 3-x-3-Tabelle bei mehrfacher Anwendung eines 2-x-2-Verfahrens angeben zu können, ist die Bestimmung von mindestens vier Parametern notwendig. Tabelle 24 zeigt die Ausgangslage, die Tabellen 25 bis 28 vier mögliche Tabellen zur Schätzung der Parameter. Es ist offensichtlich, dass bei dieser Methode keine Eindeutigkeit im Ablauf besteht, da aus der 3-x-3-Tabelle neun 2-x-2-Tabellen gebildet werden können. Wenn die Lösungen aber valide sind, sollte jede denkbare Kombination zu ähnlichen Ergebnissen kommen.

| | Mittelbauer | Industriearbeiter | Sonstiges | |
|------------|-------------|-------------------|---------------|---------------|
| Protestant | Tabelle 25 | Tabelle 27 | | $z_{i, Prot}$ |
| Katholik | Tabelle 26 | Tabelle 28 | | $z_{i, Kath}$ |
| Sonstiges | | | | $z_{i, Sons}$ |
| | $y_{i, MB}$ | $y_{i, IA}$ | $y_{i, Sons}$ | |

Tabelle 24: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: ursprüngliche 3-x-3-Tabelle für Kreis i .

| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
|-----------------|---------------------------------|------------------|-------------------|
| Protestant | $y_{i, MB} \beta_{i, MB, Prot}$ | | $z_{i, Prot}$ |
| Kein Protestant | | | $1 - z_{i, Prot}$ |
| | $y_{i, MB}$ | $1 - y_{i, MB}$ | |

Tabelle 25: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Mittelbauer und Protestant.

| | Mittelbauer | Kein Mittelbauer | |
|---------------|---------------------------------|------------------|-------------------|
| Katholik | $y_{i, MB} \beta_{i, MB, Kath}$ | | $z_{i, Kath}$ |
| Kein Katholik | | | $1 - z_{i, Kath}$ |
| | $y_{i, MB}$ | $1 - y_{i, MB}$ | |

Tabelle 26: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Mittelbauer und Katholik.

| | Industriearbeiter | Kein Industriearbeiter | |
|-----------------|------------------------------|------------------------|------------------|
| Protestant | $y_{i,IA} \beta_{i,MB,Prot}$ | | $z_{i,Prot}$ |
| Kein Protestant | | | $1 - z_{i,Prot}$ |
| | $y_{i,IA}$ | $1 - y_{i,IA}$ | |

Tabelle 27: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Industriearbeiter und Protestant.

| | Industriearbeiter | Kein Industriearbeiter | |
|---------------|------------------------------|------------------------|------------------|
| Katholik | $y_{i,IA} \beta_{i,MB,Kath}$ | | $z_{i,Kath}$ |
| Kein Katholik | | | $1 - z_{i,Kath}$ |
| | $y_{i,IA}$ | $1 - y_{i,IA}$ | |

Tabelle 28: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Industriearbeiter und Katholik.

In Tabelle 24 ist zusätzlich auch angegeben, in welcher 2-x-2-Tabelle der Parameter berechnet wird. Der große Vorteil der wiederholten Schätzung ist, dass man auf die Vielzahl der Methoden für 2-x-2-Tabellen und auf zweidimensionale Diagnosegrafiken zurückgreifen kann.

Abweichend davon ist auch eine mehrstufige Schätzung, ähnlich dem von King beschriebenen Verfahren für 2-x-3-Tabellen¹⁹⁶, denkbar. Dabei werden die Ergebnisse der zuvor berechneten Tabellen verwendet um neue Randsummen für die folgenden Tabellen zu berechnen. Wenn man die Parameter in Tabelle 25 bestimmt hat, ist es auch möglich die geschätzten Werte der anderen Zelle zu verwenden. Ein Ergebnis dieser Tabelle ist ein Schätzer für die Summe der protestantischen Industriearbeiter und der Protestanten in der Kategorie Sonstige. Die zweite Tabelle würde dann diesen Schätzer verwenden und die Parameter der Teiltabelle Protestanten/Nichtprotestant – Industriearbeiter/Sonstiges schätzen. Beide Modelle zusammen liefern alle Parameter der ersten Zeile der 3-x-3-Tabelle.

Damit lassen sich Schätzer für die Randsummen der 2-x-3-Tabelle Katholiken/Juden – Mittelbauern/Industriearbeiter/Sonstiges angeben. Die Schätzung der Parameter in dieser Tabelle erfolgt dann analog mit beschriebenem Verfahren. Wie bei den von King beschriebenen 2 x 3 Verfahren, ist es mit wiederholtem Einsetzen möglich, die Unsicherheit über die berechneten Randsummen im Modell

¹⁹⁶ King, 1997, S. 151 – 153.

zu berücksichtigen. Der Vorteil dieser mehrstufigen Methode wäre, dass z. B. bei Verwendung der King-Methode keine nachträgliche Adjustierung der Parameter notwendig ist. Es ist aber zu vermuten, dass in Fällen, wo einzelne Kombinationen zu inkonsistenten Schätzern führen, die Reihenfolge eine erhebliche Bedeutung auf die Ergebnisse hat.

Da es beim gezeigten Beispiel neun mögliche 2-x-2-Tabellen gibt, aber nur vier davon zur Schätzung benötigt werden, stellt sich die Frage, ob die Wahl der 2-x-2-Tabellen Einfluss auf die Ergebnisse nehmen kann. Dieser Problematik widmete sich Karen E. Ferree in Bezug auf Kings ökologische Inferenz. Sie stellte fest, dass es durch die Zusammenlegung von Kategorien zu einer Verletzung von Modellannahmen kommen kann, selbst wenn die Modellannahmen in der zugrundeliegenden größeren Tabelle nicht verletzt werden. Kings ökologische Inferenz setzt z. B. eine monomodale Verteilung voraus. Es ist aber beim Zusammenlegen von Kategorien durchaus möglich, dass eine zusammengefasste Kategorie nicht mehr monomodal ist, selbst wenn beide ursprünglichen Kategorien an sich monomodal waren.¹⁹⁷

Ferree identifiziert insgesamt drei Bedingungen, die eingehalten werden müssen, um eine problemfreie Schätzung durchführen zu können. Zum einen darf es keine deutlichen Unterschiede bei den Anteilen der einzelnen zusammengefassten Kategorien bezüglich der zusammengefassten Bevölkerung geben. Wenn Kategorie *m* einzeln betrachtet wird, muss dann z. B. für die zusammengefasste Kategorie *I* gelten:

$$K_i = K_j, \forall \text{ Kreise } i \text{ und } j, \text{ mit } K_i = \frac{z_{i,l}}{(1 - z_{i,m})} \quad 198$$

Auch sollten der Erwartungswert und die Varianz der Kategorien, die zusammengefasst werden sollen, beinahe identisch sein. Als dritte Bedingung darf keine Korrelation zwischen dem Anteil der interessierenden Bevölkerung, der einzeln betrachteten Kategorie *m*, und dem Anteil *K_i* einer der zusammengelegten Kategorien bestehen. Während eine Verletzung der ersten beiden Bedingungen

197 Ferree, Karen E.: Iterative Approaches to R x C Ecological Inference Problems. Where They Can Go Wrong and One Quick Fix, in: Political Analysis, Volumen 12, Nummer 2, 2004, S. 145 – 147.

198 Ferree zeigt dies nur für 3 x 2 Tabellen, *l* entspricht hier einer der Kategorien, die zusammengefasst wird, *m* ist die Kategorie, die nicht zusammengefasst wird.

primär Multimodalität verursacht, kann zusätzlich eine Verletzung der dritten Bedingung zu Aggregationsbias führen. Die erste und die dritte Bedingung sollen aber anhand der aggregierten Daten überprüfbar sein. Weiterhin sagt Ferree, dass Forscher oft eine Intuition über das Verhalten der betrachteten Bevölkerungsschichten haben, sodass zumindest abgeschätzt werden kann, ob die zweite Bedingung eingehalten wird.¹⁹⁹

Ferree stellt abschließend mehrere Ansätze vor, wie die Probleme bei mehrfacher Schätzung reduziert werden können. Ein Vorschlag von ihr ist, dass eine intelligente Wahl der Schätzreihenfolge zur Verbesserung der Schätzer führen kann. Ein zweiter Vorschlag betrifft relativ kleine R-x-C-Tabellen. Die über die Zusammenfassung erzeugten Probleme, Aggregationsbias und/oder Multimodalität, wird mit einer Kovariablen, z. B. die K_i , korrigiert.²⁰⁰ Auch wenn sich Ferrees Analyse primär mit Kings ökologischer Inferenz beschäftigt, zeigen ihre Ergebnisse, dass bei der mehrfachen/mehrstufiger Lösung von R-x-C-Tabellen allein durch die Zusammenfassung von Kategorien zusätzliche Probleme entstehen können.

IV. 3.3. Goodman-Regression für R-x-C-Tabellen

Neben einer mehrfachen Anwendung der Goodman-Regression für 2-x-2-Tabellen, gibt es auch eine direkte Erweiterung des Regressionsprinzips auf R-x-C-Tabellen. Die zugrundeliegende Annahme ist erneut die Konstanz-Annahme über die Parameter. Auch sind alle beschriebenen Erweiterungen wie auch die Probleme fast direkt übertragbar.²⁰¹

Ausgehend von Gleichung (II. 19) lässt sich wie im 2-x-2-Fall eine Regressionsgleichung definieren. Anstatt einer einzigen zu lösenden Regressionsgleichung sind im allgemeinen Fall aber $(c - 1)$ Regressionen durchzuführen. Die letzte Spalte ergibt sich dann wie im 2-x-2-Fall aus den Werten der gerechneten Regressionen.²⁰²

Parallel zum 2-x-2-Fall besteht die Möglichkeit, jeden Koeffizienten direkt in einem Regressionsmodell ohne Intercept zu schätzen oder über Umformung einen der Koeffizienten zum Intercept werden zu lassen. Im folgenden Beispiel ist es $\beta_{i,j,r}$.

199 Ferree, 2004, S. 146 – 147.

200 Ferree, 2004, S. 154 – 158.

201 Ambühl, 2003, S. 52.

202 Ambühl, 2003, S. 52.

$$y_{i,j} = \beta_{i,j,1} z_{i,1} + \dots + \beta_{i,j,r} z_{i,r} + \epsilon_{i,j} , j \in \{1, \dots, c\}$$

$$y_{i,j} = \beta_{i,j,r} + (\beta_{i,j,1} - \beta_{i,j,r}) z_{i,1} + \dots + (\beta_{i,j,r-1} - \beta_{i,j,r}) z_{i,r-1} + \epsilon_{i,j} , j \in \{1, \dots, c-1\}$$

Beide Formen gelten erneut. In der oberen Form sind die Parameter direkt interpretierbar, in der unteren Form wird die Redundanz eines der $z_{i,r}$ berücksichtigt. In der Darstellung ohne Intercept sind bei dem in Tabelle 24 gezeigten Beispiel folgende zwei Regressionen zu rechnen.

$$y_{i,MB} = \beta_{i,MB,Prot} z_{i,Prot} + \beta_{i,MB,Kath} z_{i,Kath} + \beta_{i,MB,Sons} z_{i,Sons} + \epsilon_{i,MB}$$

$$y_{i,IA} = \beta_{i,IA,Prot} z_{i,Prot} + \beta_{i,IA,Kath} z_{i,Kath} + \beta_{i,IA,Sons} z_{i,Sons} + \epsilon_{i,IA}$$

Die Parameter für die dritte Spalte lassen sich dann über den in Gleichung (II. 20) beschriebenen Zusammenhang berechnen.

$$\beta_{i,Sons,j} = 1 - \beta_{i,MB,j} - \beta_{i,IA,j} , j \in \{Prot, Kath, Sons\}$$

Der Vorteil des Goodman-Modells ist, dass es keine Zusammenfassungen von Kategorien benötigt und die bei iterativen auftretenden Problemen vermeidet. Leider sind aber alle Probleme und Einschränkungen, die bereits beim 2-x-2-Fall beschrieben wurden, weiterhin gültig.

IV. 3.4. Hierarchisches R-x-C-Modell

2001 wurde von King, Rosen, Tanner und Jiang eine Erweiterung des hierarchischen Binomial-Beta-Modells für 2-x-2-Tabellen auf R-x-C-Tabellen vorgestellt. Sie stellten ein bayesianisches Modell vor, das wie beim 2-x-2-Binomial-Beta-Modell mit Monte-Carlo-Markov-Ketten arbeitet, und einen frequentistischen Ansatz, der auf den ersten Momenten basiert. Im Folgenden soll kurz die Erweiterung des bayesianischen Modells erläutert werden.

Der größte Unterschied zwischen dem Modell für 2-x-2-Tabellen und dem Modell für R-x-C-Tabellen liegt in den gewählten Verteilungen auf der ersten und zweiten Stufe. Anstelle der Binomialverteilung wird als Verteilung auf der obersten

Ebene eine Multinomialverteilung mit den Parametern:

$$\theta_i = (\theta_{i,1}, \theta_{i,2}, \dots, \theta_{i,c})^t \text{ und } N_i$$

angenommen. Wobei gelten soll, dass:

$$\theta_{i,l} = \sum_{m=1}^r \beta_{i,l,m} z_{i,m} \text{ und } \sum_{l=1}^c \theta_{i,l} = 1$$

Wie beim Binomial-Beta-Modell mit Kovariablen kann auch hier der Parametervektor θ über die Parameter β von Kovariablen abhängen. Dieser Zusammenhang wird aber auch beim erweiterten Modell erst auf der zweiten Stufe definiert.²⁰³

Der Beitrag zur Likelihood vom i -ten Kreis ist:

$$\theta_{i,1}^{N_i y_{i,1}} * \dots * \theta_{i,c-1}^{N_i y_{i,c-1}} * (1 - \sum_{l=1}^{c-1} \theta_{i,l})^{N_i (1 - \sum_{l=1}^{c-1} y_{i,l})}$$

Der Parametervektor $\beta_{i,m}$ für den i -ten Kreis und die m -te Zeile lautet dann:

$$\beta_{i,m} = (\beta_{1,m}, \beta_{2,m}, \dots, \beta_{c-1,m})^t, \forall m \in \{1, \dots, r\} \text{ und } \forall i$$

Auf der zweiten Ebene des hierarchischen Modells werden für die Parametervektoren $\beta_{i,m}$, analog zum Binomial-Beta-Modell, unabhängige Dirichletverteilung angenommen. Im Modell mit Kovariablen²⁰⁴ wird für die Parameter der Dirichletverteilungen folgender Zusammenhang spezifiziert.

$$(d_m \exp(\gamma_{0,1,m} + \gamma_{1,1,m} x_i), \dots, d_m \exp(\gamma_{0,c-1,m} + \gamma_{1,c-1,m} x_i), d_m)$$

Dieser Parametervektor ähnelt stark dem Parametervektor der Beta-Verteilung im hierarchischen 2-x-2-Modell mit Kovariablen. Auch hier wird über diese

203 King Gary / Rosen Ori / Tanner Martin A. / Jiang Wenxin: Bayesian and Frequentist Inference for Ecological Inference: the R x C Case, in: Statistica Neerlandica, Volumen 55, Nummer 2, 2001, S. 137.

204 King, / Rosen / Tanner / Jiang geben in dem Artikel nur die Form mit Kovariablen an.

Parametrisierung erreicht, dass die Log-odds

$$\log \frac{\beta_{i,l,m}}{\beta_{i,c,m}} = \gamma_{0,l,m} + \gamma_{1,l,m} x_i, \quad \forall l \in \{1, \dots, c-1\} \text{ und } m \in \{1, \dots, r\} \text{ und } \forall i$$

des Parameters der l -ten Spalte zum Parameter der Referenzkategorie c linear von den Kovariablen anhängen.²⁰⁵

Für die Parameter d_m , $m = 1, \dots, r$, wird völlig analog zum Binomial-Beta-Modell erneut eine Exponentialverteilung mit Parameter λ als Verteilung auf der dritten Ebene des Modells gewählt. Für die Parameter der Regressionen werden flache Prioris angenommen. Der gewählte Wert für λ wurde nicht angegeben.²⁰⁶

Die Schätzung erfolgt erneut über die vollbedingten Dichten. Da es sich auch beim erweiterten Modell nicht um bekannte Dichten handelt, wird wieder der Metropolis-Algorithmus für die Simulation der Werte verwendet. Die Autoren geben erneut die benötigten vollbedingten Dichten an.²⁰⁷

Die Vermutung liegt nahe, dass für dieses hierarchische R-x-C-Modell Ähnliches wie für das Binomial-Beta-Modell gilt. Vor allem dürfte weiterhin eine Abhängigkeit der Ergebnisse von der Wahl der Priori-Parameter auf der dritten Ebene des Modells bestehen. Da Wakefield vor allem Probleme bei der von King, Rosen und Tanner 1999 verwendeten Wahl von $\lambda = 0,5$ festgestellt hat und es aufgrund des Zeithorizonts plausibel erscheint, dass für diesen Artikel weiterhin dieser Wert für λ verwendet wurde, besteht die Gefahr, dass Ergebnisse dieses Modells²⁰⁸ auch durch diese Wahl beeinflusst wurden.

205 King, / Rosen / Tanner / Jiang, S. 137 – 138.

206 King, / Rosen / Tanner / Jiang, S. 138.

207 King, / Rosen / Tanner / Jiang, S. 138 – 139.

208 Im Artikel von King, / Rosen / Tanner / Jiang erfolgt eine Anwendung der Methode auf die Wahlen in der Weimarer Republik im Bezug auf gewählte Partei und Zugehörigkeit zu einer bestimmten Gesellschaftsschicht.

IV. 4. Ergebnisse der ökologischen Analysen

IV. 4.1. Verwendete Verfahren

Im folgenden Kapitel soll ein Teil der vorgestellten Methoden auf Wahldaten in der Weimarer Republik angewendet werden. Diese sollen zusätzlich zum bisher betrachteten Beispiel Anteil Protestanten und Mittelbauernanteil dazu dienen, die Methoden anhand von Beispielen zu veranschaulichen. Auch wird versucht, sich der noch offenen Fragestellung des individuellen Wahlverhaltens der Mittelbauern anzunähern.

Bei einem Großteil der betrachteten Datensituationen handelt es sich um einfachere 2-x-2-Tabellen, die durch Zusammenlegung von Kategorien entstanden sind. Zur Veranschaulichung soll aber auch eine Analyse einer R-x-C-Tabelle gerechnet werden. Für Ergebnisse auf Kreisebene werden exemplarisch die bisher betrachteten fünf Kreise vorgestellt.

Als erstes Verfahren bei den 2-x-2-Tabellen wurden die Duncan-Davis-Ränder gewählt, da diese keine Annahmen benötigen und damit die in den Daten alleinig vorhandene Information zusammenfassen. Anschließend wurden einfache, teilweise auch erweiterte, Goodman-Regressionen mit Gewichtung über die Bevölkerung berechnet und Kings Verfahren für die ökologische Inferenz angewandt. Bei der R-x-C-Tabelle erfolgte die Analyse über eine Goodman-Regression für den R-x-C Fall und eine mehrfache Anwendung von Kings ökologischer Inferenz auf kollabierte 2-x-2-Tabellen, wobei aber jede innere Zelle direkt geschätzt wurde.

Zur Berechnung der Duncan-Davis-Ränder und der Goodman-Regressionen wurde das statistische Programmpaket R verwendet. Die ökologischen Inferenzen nach King wurden mit der von King zur Verfügung gestellten Software EI durchgeführt. Die gezeigten Grafiken wurden alle mit R, teilweise die exportierten Ergebnisse der King-Modelle nutzend, erstellt.

IV. 4.2. Betrachtete Fragestellungen und Daten

Es werden vier Datensituationen betrachtet. Bei der ersten handelt es sich um eine 2-x-2-Wählerwanderungstabelle für die Wahl im Mai 1928 auf September 1930 und für die Wahl im September 1930 auf Juli 1932. Dabei wurde primär die Loyalität der NSDAP-Wähler bestimmt, da alle anderen Parteien und Kategorien, wie Nichtwähler, Erstwähler und ungültige Stimmen, zu einer Kategorie Nicht-NSDAP

zusammengefasst wurden. Als betrachtete Gesamtbevölkerung²⁰⁹ für die einzelnen Tabellen wurde das Maximum der angegebenen Wahlberechtigten für die beiden Wahlen verwendet. Differenzen zwischen den beiden Werten für die Wahlberechtigten wurde der Kategorie Nicht-NSDAP zugeschlagen. Es ist zu vermuten, dass zwar ein Teil der zeitlichen Schwankung²¹⁰ durch Erstwähler, verstorbene Wähler, hinzu- und weggezogene Wähler somit aufgefangen werden konnte, aber auch, dass die wirkliche Gesamtbevölkerung der beiden Wahlen nicht exakt abgebildet werden konnte.

Bei den nächsten beiden Analysen handelt es sich um Wahlanalysen in einer 2-x-2-Situation bezüglich der Zugehörigkeit zu einer bestimmten gesellschaftlichen Schicht und der Stimmabgabe für die NSDAP. Dafür wurde die beiden Wahlen September 1930 und Juli 1932 betrachtet. Die erste Betrachtung erfolgt bezüglich der Religion. Dazu wurden der Anteil der Protestanten verwendet. Die anderen beiden Kategorien, Katholiken und Juden, wurden zur Kategorie Nichtprotestanten zusammenfasst. Da der Anteil der Juden in der Weimarer Republik in den meisten Kreisen aber nahe null und im Maximum nur knapp über fünf Prozent lag, sollten es sich primär um die binäre Betrachtung Katholiken gegen Protestanten im Wahlverhalten handeln.

Die zweite Betrachtung erfolgt nach dem Anteil der Mittelbauern in den Kreisen und widmet sich daher der Fragestellung der Arbeit. Kam es zu einem radikaleren Wahlverhalten bei Verschärfung der Krise? Wenn die Methoden funktionieren, sollte es möglich sein, das Wahlverhalten der Mittelbauern auf Individualebene zu beschreiben. Bei den Modellen wurden alle anderen möglichen Beschäftigungskategorien zu einer Kategorie Nichtmittelbauer zusammengefasst.

Etwas problematisch stellte sich bei diesen beiden Datensituationen die Ermittlung der betrachteten Gesamtbevölkerungen dar. Die soziodemografischen Größen sind der Volks- und Berufszählung von 1925 entnommen, die Wahlen fünf beziehungsweise sieben Jahre nach dieser Erhebung. Auch müssen nicht alle (landwirtschaftlich) tätigen Personen Wahlberechtigte gewesen sein. Als Approximation der betrachteten Bevölkerung wurde die Zahl der Wahlberechtigten verwendet und angenommen, dass sich der Anteil der betrachteten soziodemografischen Kategorien zum einen über die Zeit nicht verändert hatte und

209 Damit ist hier die Zahl der Personen gemeint, die mindestens bei einer der beiden Wahlen hätten wählen dürfen.

210 Vgl.: Ambühl, 2003, S. 20.

zum anderen identisch mit den erhobenen Anteilen in der Wohnbevölkerung war.

Die letzte betrachtete Situation ist erneut eine Wählerwanderung zwischen den Wahlen September 1930 und Juli 1932. Anstelle einer 2-x-2-Tabelle wurde aber in diesem Fall eine größere 7-x-7-Tabelle betrachtet. Trotzdem war eine Zusammenlegung von mehreren Kategorien notwendig. Die SPD und die KPD wurden zu einer Kategorie linke Parteien (LINKS)²¹¹, die DVP, DSTP und die WP zu einer Kategorie liberale Parteien (LIB) und kleinere, eher ländlich orientierte Parteien, darunter vor allem die DLV, KVP²¹² und die CSVD, zu einer Kategorie christliche und Bauernparteien (CAP) zusammengefasst. Direkt mit ihren Ergebnissen wurden die NSDAP (NSDA), die DNVP und das Zentrum, zusammen mit der Bayrischen Volkspartei (ZX), betrachtet. Alle anderen Kategorien wurden unter Sonstiges (Sonst) zusammengefasst, darunter auch die über die Veränderung der Wahlberechtigten beobachtete zeitlichen Schwankungen bei der betrachteten Bevölkerung.

IV. 4.3. 2-x-2-Wählerwanderungsanalysen

In Abbildung 40 wird die Datenlage in einem Streu-Kreuz-Diagramm dargestellt. In der linken Grafik wird die Wählerwanderung²¹³ zwischen den Wahlen

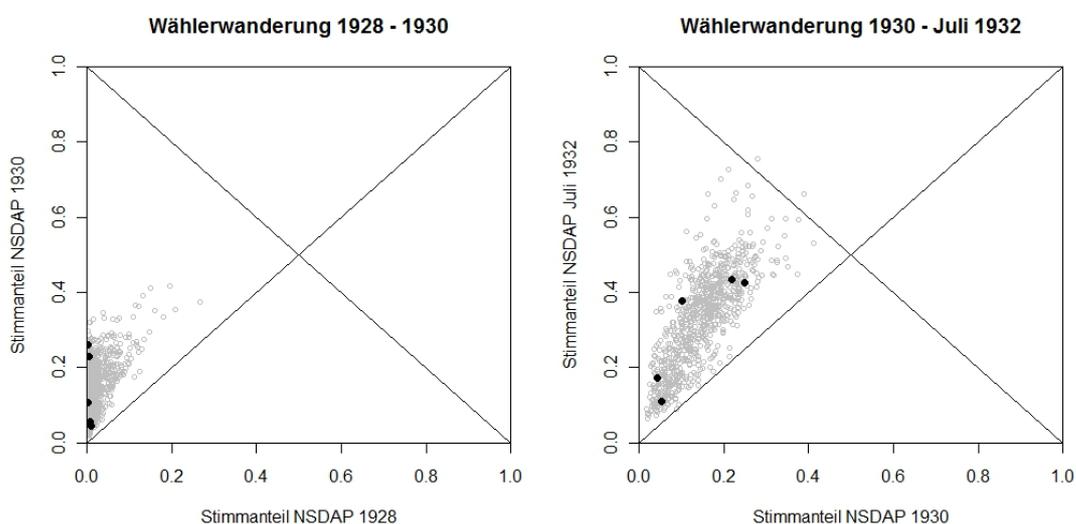


Abbildung 40: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Streu-Kreuz-Diagramm, links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932.

211 In Klammern stehen die verwendeten Kurzbezeichnungen, wenn diese vom Parteienkürzel abweichen sollten.

212 Die Berücksichtigung der KVP in dieser Kategorie kann kritisch gesehen werden. Sie stellt aber bei 75 % der Kreise weniger als 40 % der Gesamtstimmen der zusammengefassten Kategorie, bei 50 % der Kreise liegt ihr Anteil an den Gesamtstimmen der Kategorie bei unter 10 %.

213 Es wird der Begriff Wählerwanderung verwendet, obwohl der Begriff Loyalität der NSDAP-Wähler eine ebenso mögliche Bezeichnung für die Analyse wäre.

Mai 1928 und September 1930 dargestellt. Auf der rechten Seite ist der identische Sachverhalt für die beiden Wahlen September 1930 und Juli 1932 gezeigt.

Bei beiden Zeiträumen liegen fast alle Punkte im westlichen Sektor. In den Daten scheint daher viel Information über den Parameter β_2 vorhanden zu sein, der dem Anteil der Wähler entspricht, die zur NSDAP bei der zweiten Wahl gewechselt sind. Für den Parameter β_1 , der den Anteil Wähler beschreibt, die für die NSDAP bei der ersten Wahl und auch bei der zweiten Wahl stimmten, scheint nur wenig Information in den Daten vorzuliegen. Erkennbar ist auch, dass die NSDAP bei der zweiten Wahl immer ein besseres Ergebnis erreichen konnte, da alle Punkte oberhalb der Winkelhalbierenden des ersten Quadranten liegen.

Ähnliches zeigen auch die Ergebnisse der Methode der Ränder, die in Tabelle 29 dargestellt sind.

| | Wählerwanderung 28 und 30 | | | | Wählerwanderung 30 und Juli 32 | | | |
|--------|---------------------------|-------|---------------|-------|--------------------------------|-------|---------------|-------|
| | $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | | $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | |
| Kreis | untere | obere | untere | obere | untere | obere | untere | obere |
| 12 | 0,000 | 1,000 | 0,105 | 0,107 | 0,000 | 1,000 | 0,308 | 0,422 |
| 115 | 0,000 | 1,000 | 0,227 | 0,231 | 0,000 | 1,000 | 0,274 | 0,555 |
| 189 | 0,000 | 1,000 | 0,258 | 0,260 | 0,000 | 1,000 | 0,238 | 0,568 |
| 837 | 0,000 | 1,000 | 0,049 | 0,055 | 0,000 | 1,000 | 0,062 | 0,116 |
| 1122 | 0,000 | 1,000 | 0,037 | 0,046 | 0,000 | 1,000 | 0,133 | 0,179 |
| Gesamt | 0,000 | 1,000 | 0,132 | 0,151 | 0,000 | 1,000 | 0,194 | 0,362 |

Tabelle 29: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Duncan-Davis-Ränder.

Bei den betrachteten Kreisen ist der mögliche Bereich für $\beta_{i,1}$ das Intervall $[0,1]$. Für die Wählerwanderung von 1928 auf 1930 gilt dies sogar für alle 849 Kreise, bei den Rändern für September 1930 auf Juli 1932 gibt es nur drei Kreise mit engeren Rändern.

Auch auf Ebene der Weimarer Republik ergeben sich daher keine informativen Ränder für β_1 . $\beta_{i,2}$ kann hingegen sehr stark eingeschränkt werden, 1928 auf 1930 finden sich teilweise erst Unterschiede zwischen oberem und unterem Rand in der dritten Nachkommastelle. Auch die Ränder für β_2 sind für diese Wahlen daher sehr informativ. Für 1930 auf 1932 sind die Ränder für $\beta_{i,2}$ zwar informativer als für $\beta_{i,1}$, aber sie sind auch deutlich weiter als noch 1928 auf 1930. Ohne zusätzliche

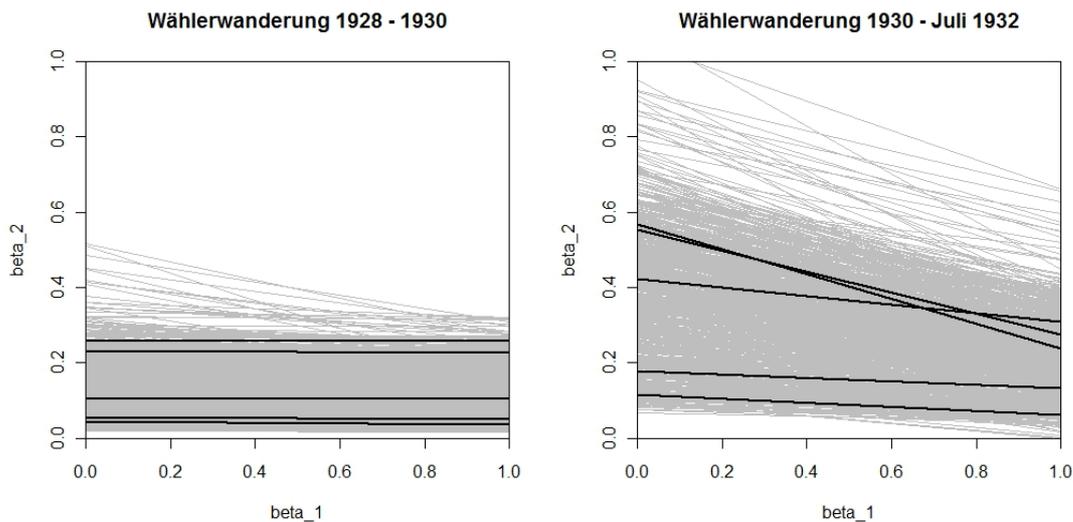


Abbildung 41: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Tomografieplot, links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932.

Annahmen ist es daher nicht möglich, genauere Aussagen über β_1 oder die einzelnen $\beta_{i,l}$ zu tätigen.

Abbildung 41 zeigt den Tomografieplot, der die Begrenzung der Parameter visuell für alle Kreise darstellt. Viele Linien sind vor allen 1928 auf 1930 fast waagrecht und zeigen die engen Ränder für $\beta_{i,2}$ und die weiten Ränder für $\beta_{i,1}$.

Daher wurde als Nächstes eine einfache Goodman-Regression mit den Daten gerechnet. Aber bereits aufgrund des Streu-Kreuz-Diagramms, Abbildung 40, lässt sich vermuten, dass die Parameterschätzer zumindest zum Teil außerhalb der logischen Grenzen liegen werden. Dies bestätigte sich dann auch in beiden Modellen. Beide geschätzten Parameter β_l liegen oberhalb der logischen Grenze. Beim Modell für die Wählerwanderung 1928 auf 1930 ergab sich ein Wert von 1,543 für β_1 und 0,122 für β_2 , für 1930 auf Juli 1932 1,587 für β_1 und 0,095 für β_2 . Diese Schätzwerte außerhalb der logischen Grenzen deuten auf ein Vorliegen von Aggregationsbias hin.

Daher wurden die Duncan-Davis-Ränder, wie King es vorgeschlagen hat, gegen ihre z -Werte geplottet. Dies wird in Abbildung 42 gezeigt. Bei beiden Wählerwanderungen ist für β_1 aufgrund der sehr weiten Ränder keine Struktur zu erkennen. Bei β_2 scheint bei beiden betrachteten Zeiträumen ein positiver Zusammenhang zwischen dem Stimmanteil der NSDAP bei der ersten Wahl und dem Parameterwert β_2 zu existieren. Da aber auch hier die Ränder für größere z -Werte weniger informativ werden, ist der optische Zusammenhang nicht eindeutig. Vor allem zeigen die schwarz eingezeichneten Beispielkreise, dass die möglichen Werte von β_2 scheinbar auch abhängig von weiteren Kreisgrößen sind. Eine nahe liegende

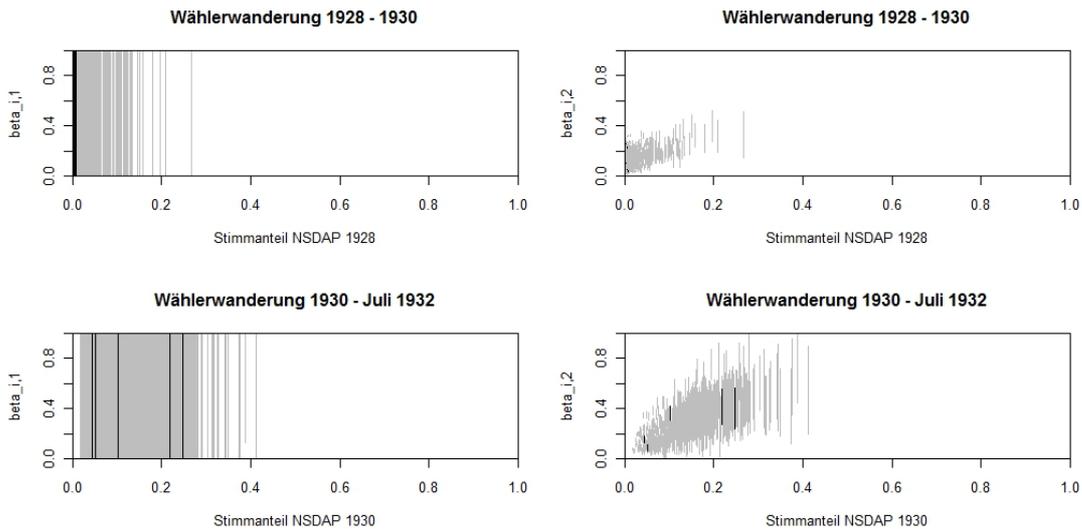


Abbildung 42: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Duncan-Davis-Ränder gegen Stimmanteil NSDAP bei der ersten Wahl, oben: 1928 und 1930, unten: 1930 und 1932.

Vermutung ist, dass eine der Größen die dominante Religion der Kreise ist.

Es wurden daher auch erweiterte Goodman-Regressionen gerechnet. Eines dieser erweiterten Modelle beinhaltet die getrennte Berechnung der Parameterschätzer für sechs Regionen, welche durch ihren Anteil an Mittelbauern und der Religion definiert wurden. Bei einem weiteren Ansatz wurden eine erweiterte Regression mit dem Anteil der Mittelbauern und den Anteil der Protestanten als Kovariablen gerechnet. Bei beiden Ansätzen gab es aber weiterhin Parameterschätzer außerhalb der logischen Grenzen. Unter den einfachen und erweiterten Goodman-Regressionen konnte kein wirklich zufriedenstellendes Modell gefunden werden, da bei allen Modellen ein Teil der Parameterschätzer außerhalb der logischen Grenzen von $[0,1]$ lag und dies ein starkes Indiz für eine Verletzung der Modellannahme ist.

Um das Goodman-Modell mit Kings-ökologischer Inferenz zu vergleichen, wurden für beide Wählerwanderungen auch die ökologischen Inferenzen nach King angewandt. Dafür wurden für beide betrachteten Zeiträume Modelle mit den Standardeinstellungen und ohne Kovariablen gerechnet. Somit sollten die Modelle am ehesten mit der einfachen Goodman-Regression vergleichbar sein. Da aber mindestens eine der Voraussetzungen von Kings Modell, die Abwesenheit von Aggregationsbias, wahrscheinlich nicht erfüllt ist, sind die Ergebnisse mit Vorsicht zu betrachten.

Abbildung 43 zeigt zuerst den Tomografieplot mit den eingezeichneten

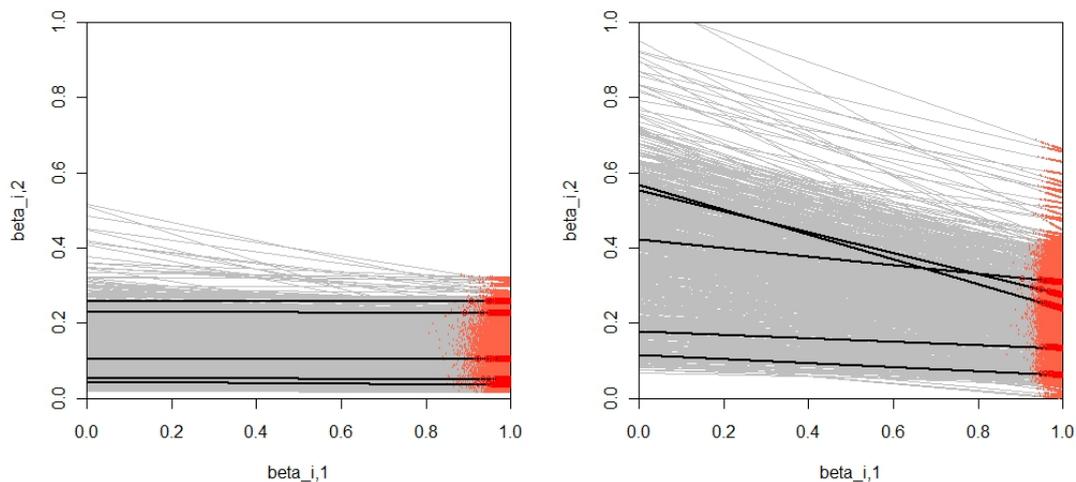


Abbildung 43: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des King-Modells, links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932.

simulierten Werten aus der Verteilung der Parameter auf Kreisebene. Für jeden Kreis wurden 100 Parameterwerte simuliert und jeder dieser roten Punkte entspricht einem simulierten Wert. Konturlinien für die gemeinsame Verteilung der Parameter sind nicht mehr eingezeichnet. Bei beiden betrachteten Wählerwanderungen finden sich die simulierten Werte am rechten Rand, was für sehr hohe Werte für $\beta_{i,1}$ spricht. Bei der Wählerwanderung 1930 auf 1932 ist die Streuung der Werte noch niedriger als beim Modell für 1928 auf 1930. Bei beiden Modellen liegen fast alle simulierten Werte jenseits von 0,9.

| Modell | B_1 | B_2 | σ_1 | σ_2 | ρ_{12} |
|----------------|-------|-------|------------|------------|-------------|
| 28 und 30 | 0,989 | 0,118 | 0,010 | 0,069 | -0,068 |
| 30 und Juli 32 | 0,989 | 0,166 | 0,011 | 0,099 | -0,011 |

Tabelle 30: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Parameter der trunkierten bivariaten Normalverteilungen im King-Modell.

Wenn man die Werte der trunkierten bivariaten Normalverteilungen betrachtet, wird dieser Zusammenhang noch deutlicher. Die Parameterschätzer für B_1 sind beide fast eins. Der Parameter B_2 ist beim Modell für 1930 und 1932 größer. Für die Interpretation bedeutet das, dass in einem Kreis, in dem bei der ersten Wahl 100 % für die NSDAP gestimmt haben, bei der zweiten Wahl B_1 für die NSDAP gestimmt haben und, dass in einem Kreis mit keinen Stimmen bei der ersten Wahl B_2

für die NSDAP gestimmt haben. Wobei es sich aber um die Erwartungswerte der Parameter über die Kreise und nicht die des Individuums handelt. Beide Standardabweichung sind klein, wobei σ_1 in beiden Fällen deutlich kleiner als σ_2 ist. Die Schätzer für die Korrelation sind in beiden Modellen Werte nahe null.

| Kreisnr. | $\beta_{i,1}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | |
|----------|---------------|---------------------------|-------|---------------|---------------------------|-------|
| 12 | 0,988 | 0,970 | 0,998 | 0,105 | 0,105 | 0,105 |
| 115 | 0,986 | 0,968 | 0,999 | 0,227 | 0,227 | 0,227 |
| 189 | 0,987 | 0,970 | 0,999 | 0,258 | 0,258 | 0,258 |
| 837 | 0,988 | 0,975 | 0,999 | 0,050 | 0,049 | 0,050 |
| 1122 | 0,988 | 0,972 | 0,999 | 0,037 | 0,037 | 0,037 |
| 12 | 0,987 | 0,971 | 0,999 | 0,309 | 0,308 | 0,311 |
| 115 | 0,989 | 0,978 | 0,998 | 0,277 | 0,274 | 0,280 |
| 189 | 0,989 | 0,973 | 0,999 | 0,242 | 0,239 | 0,246 |
| 837 | 0,988 | 0,975 | 0,998 | 0,062 | 0,062 | 0,063 |
| 1122 | 0,989 | 0,977 | 0,999 | 0,134 | 0,133 | 0,134 |

Tabelle 31: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im King-Modell, oben: 1928 und 1930, unten: 1930 und Juli 1932.

Der sich im Tomografieplot und in den Parameterwerten abgezeichnete Sachverhalt ist auch in den Parameterschätzern auf Kreisebene und ihren Konfidenzintervallen wieder zu erkennen. Die Werte für $\beta_{i,1}$ sind nahe bei eins und haben nur eine geringe Unsicherheit. Die Werte für $\beta_{i,2}$ schwanken stärker, aber ihre Konfidenzintervalle sind kleiner. Die vom Modell geschätzte sehr geringe Unsicherheit der Parameter $\beta_{i,1}$ scheint etwas wenig plausibel, vor allen, wenn man sie mit den in den Daten vorhandenen Information über diesen Parameter vergleicht.

Bei diesen Parameterschätzern auf Kreisebene ist zu erwarten, dass auch die globalen Parameterwerte nur eine sehr geringe Unsicherheit aufweisen. Abbildung 44 zeigt die geschätzten Verteilungen der globalen Parameter. Zu berücksichtigen ist, dass die erkennbaren weiten Verteilung erneut der Wahl der Bandweite²¹⁴ und nicht den Daten geschuldet ist. Mit Ausnahme von β_1 bei Modell für 1928 auf 1930 sind alle hundert simulierten Werte für die globalen Parameter fast auf einen Punkt konzentriert. Die Punktschätzer und die durch die Quantile der simulierten

²¹⁴ Es wurde für diese Grafiken erneut der geschätzte Wert von King verwendet, um eine möglichst exakte Nachbildung der Grafiken von seinem Programm zu erreichen.

Konfidenzintervalle sind in Tabelle 32 dargestellt.

| Modell | β_1 | 80 %-KI für β_1 | | β_2 | 80 %-KI für β_2 | |
|----------------|-----------|-----------------------|-------|-----------|-----------------------|-------|
| 28 und 30 | 0,987 | 0,978 | 0,995 | 0,132 | 0,132 | 0,133 |
| 30 und Juli 32 | 0,988 | 0,987 | 0,990 | 0,196 | 0,196 | 0,196 |

Tabelle 32: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen Parameter im King-Modell, oben: 1928 und 1930, unten: 1930 und Juli 1932.

Die vom King-Modell gebildete Regressionsgerade mit den zugehörigen Konfidenzintervallen findet sich in Abbildung 45. Auch wurde zum Vergleich der beiden Modelle die Regressionsgerade der Goodman-Regression mit in die Grafik eingezeichnet. Deutlich zu erkennen ist, dass bei beiden Goodman-Regressionen die Vertikale bei $z = 1$ nicht im Einheitsintervall schneidet und der Parameter β_1 daher größer als eins ist. Die Regressionsgerade des King-Modells erfüllt diese logische Restriktion.

Trotzdem scheint von der Anpassung an die Daten die Goodman-Regression besser zu sein. Beim King-Modell gibt es vor allen beim Modell 1930 auf 1932 eine klare Struktur. Kreise mit geringem Stimmanteil der NSDAP bei der ersten Wahl liegen unter der Regressionsgeraden, während Kreise mit hohem Stimmanteil über der Geraden liegen. Es scheint bei diesen Daten, dass es sich bei der Regressionsgeraden des King-Modells um eine den Schwerpunkt der Daten nach unten gedrückte Regressionsgeraden des Goodman-Modells handelt.

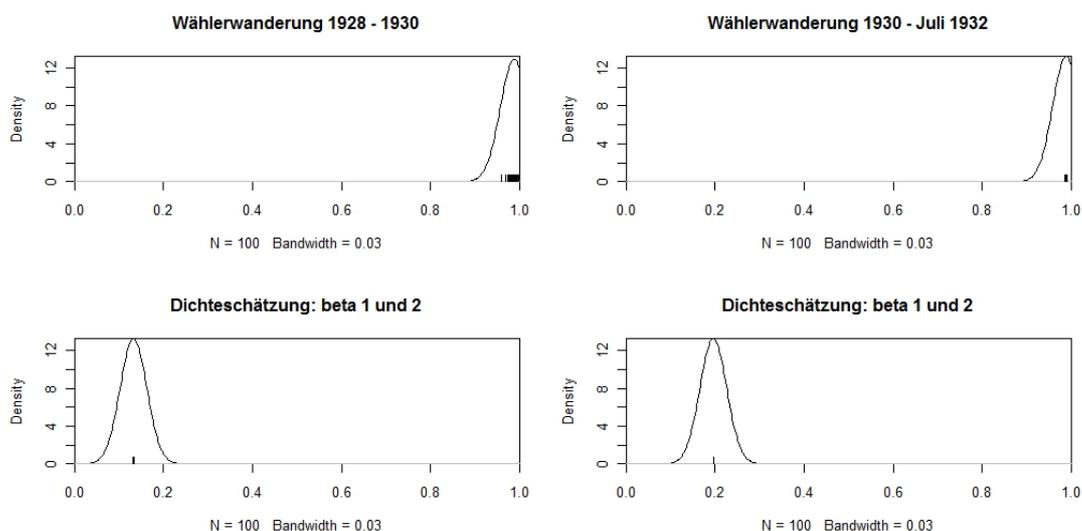


Abbildung 44: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Dichteschätzung für die globalen Parameter; oben β_1 , unten β_2 , links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932.

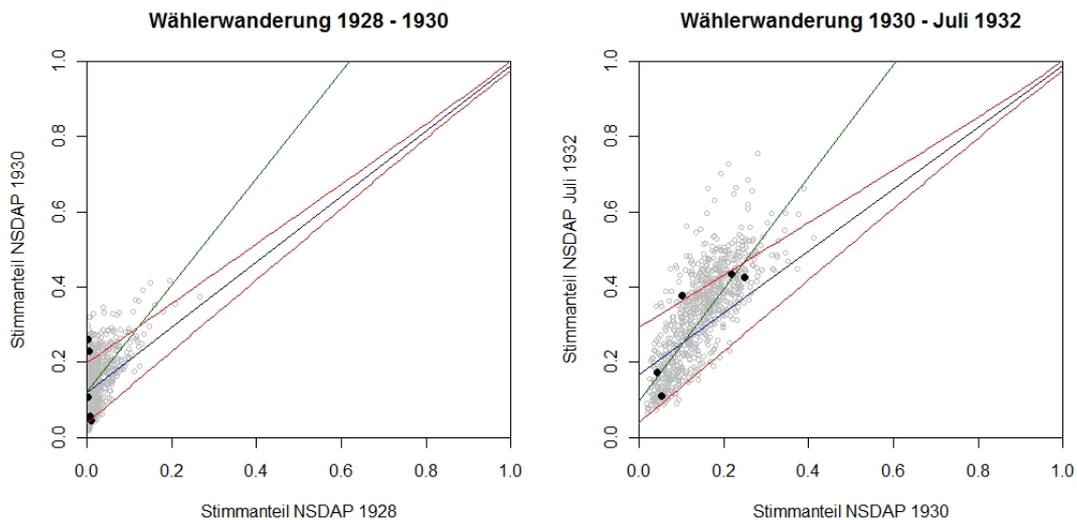


Abbildung 45: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Streudiagramm der Daten, mit Regressionsgerade des King-Modells (blau) und der einfachen Goodman-Regression (grün), mit Konfidenzintervall des King-Modells (rot), links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932.

Für diese Daten wurde kein erweitertes King-Modell gerechnet. Begründet werden soll dieser Schritt mit den Ergebnissen der erweiterten Goodman-Regressionen. Diese legen nahe, dass auch nach Berücksichtigung der betrachteten Kovariablen weiterhin Aggregationsbias vorhanden ist.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Schätzung der Parameter bei beiden Wählerwanderungen problembehaftet ist. Das Streu-Kreuz-Diagramm wie auch die Methode der Ränder zeigten, dass nur wenig Informationen in den Daten über die Parameter $\beta_{i,1}$ vorhanden sind. Beide verwendeten Modelle, die Goodman-Regression und Kings ökologische Inferenz, liefern problematische Lösungen. Beim Goodman-Modell sind es Parameter, die außerhalb des Einheitsintervalls liegen, beim King-Modell handelt es sich zwar durchgehend um mögliche Werte, aber die Regressionsgerade lässt auf Probleme beim Modell schließen.

Zwar legen beide Modelle nahe, dass $\beta_{i,1}$ hoch war, aber die hier betrachteten Modelle liefern keinen zufriedenstellenden Schätzwert für die genaue Höhe. Für die Parameter $\beta_{i,2}$ ist vor allen für 1928 auf 1930 kein komplizierteres Modell notwendig, da die Ränder ausreichend eng sind. Beim Modell für 1930 auf 1932 lieferten beide Modelle ähnliche Werte für β_2 , aber aufgrund der Probleme ist auch die Glaubwürdigkeit dieses Schätzers anzuzweifeln.

IV. 4.4. Protestanten und NSDAP

Abbildung 46 zeigt das Streu-Kreuz-Diagramm für diese Daten. Im Gegensatz zur 2-x-2-Wählerwanderung scheint in diesen Daten viel Information über beide Parameter vorhanden zu sein. Es gibt jeweils ausreichend viele Beobachtungen im östlichen und im westlichen Sektor. Bei beiden Wahlen waren die Stimmanteile für die NSDAP in Kreisen mit einem hohen Anteil an Protestanten höher als in Kreisen mit niedrigem Anteil an Protestanten an der Bevölkerung. Dieser Unterschied zwischen Protestanten und Nichtprotestanten scheint bei der Wahl im Juli 1932 sogar noch stärker ausgeprägt gewesen zu sein.

Die Methode der Ränder zeigt ein ähnliches Bild. In Kreisen, z. B. Kreis 12 und 115, mit einem hohen Anteil an Protestanten besteht viel Information bezüglich des Parameters $\beta_{i,1}$, in Kreisen mit wenig Protestanten, z. B. Kreis 837 und 1122, ist wiederum der Informationsgehalt bezüglich $\beta_{i,2}$ sehr hoch. Bei den jeweils anderen Parameter und bei den Parametern in Kreisen, z. B. 189, mit einer ausgeglichenen Bevölkerung liegen eher wenige Informationen in den Rändern. Bei dem Modell für 1930 sind die Ränder im Vergleich zum Modell für Juli 1932 enger und daher noch etwas informativer. Der Informationsgehalt der Ränder bezüglich der globalen Parameter ist in beiden Modellen eher als niedrig zu bewerten. Beide Ränder beginne bei fast null und gehen bis zu einen Wert in der Nähe des Wahlergebnis. Nur für die Wahl Juli 1932 gibt es bei den Protestanten eine informative untere Grenze.

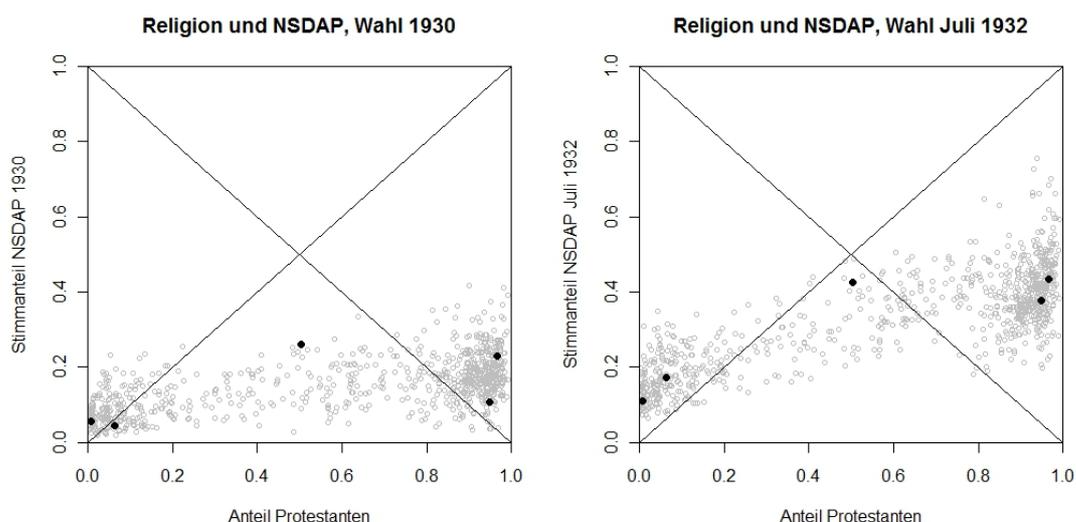


Abbildung 46: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Streu-Kreuz-Diagramm, links: September 1930, rechts: Juli 1932.

| | Protestanten – NSDAP 30 | | | | Protestanten – NSDAP Juli 32 | | | |
|--------|-------------------------|-------|---------------|-------|------------------------------|-------|---------------|-------|
| | $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | | $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | |
| Kreis | untere | obere | untere | obere | untere | obere | untere | obere |
| 12 | 0,057 | 0,113 | 0,000 | 1,000 | 0,344 | 0,400 | 0,000 | 1,000 |
| 115 | 0,203 | 0,238 | 0,000 | 1,000 | 0,413 | 0,449 | 0,000 | 1,000 |
| 189 | 0,000 | 0,516 | 0,000 | 0,523 | 0,000 | 0,849 | 0,000 | 0,860 |
| 837 | 0,000 | 1,000 | 0,048 | 0,056 | 0,000 | 1,000 | 0,104 | 0,111 |
| 1122 | 0,000 | 0,714 | 0,000 | 0,048 | 0,000 | 1,000 | 0,115 | 0,183 |
| Gesamt | 0,063 | 0,224 | 0,013 | 0,302 | 0,219 | 0,458 | 0,045 | 0,473 |

Tabelle 33: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Duncan-Davis-Ränder.

Im Tomografieplot, Abbildung 47, der Daten ist eine interessante Situation zu betrachten. Ein Teil der Tomografielinien verläuft fast waagrecht, ein andere Teil fast senkrecht. Diese Linien schneiden sich in eine gemeinsamen Region. Bei der Wahl 1930 liegt dieser Bereich um (0,2;0,1), bei Juli 1932 um (0,5;0,18). Auch die eher diagonal verlaufenden Tomografielinien der Kreise mit einem mittleren Anteil von Protestanten in der Bevölkerung verlaufen durch diese Region. Da die globalen Ränder sehr wenig informativ sind, soll im Folgenden versucht werden, mit den modellbasierenden Ansätzen, bessere Schätzwerte für die Parameter zu ermitteln.

Als Erstes wurde wieder eine einfache Goodman-Regression gerechnet. In diesem Fall sind für beide Modelle alle Parameter im Einheitsintervall. Während Parameterschätzer außerhalb des Einheitsintervalls ein starkes Indiz für

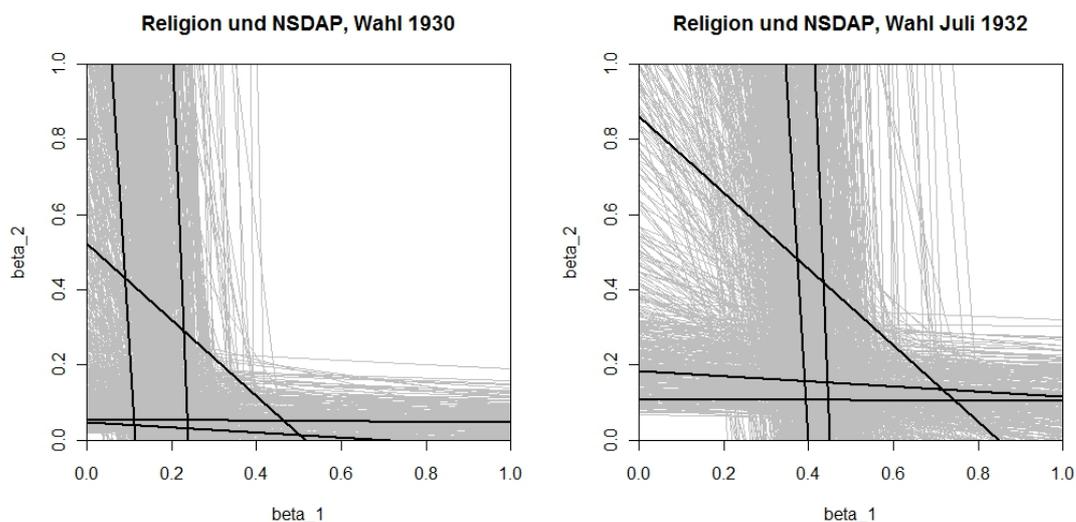


Abbildung 47: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Tomografieplot, links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Aggregationsbias sind, gilt der Umkehrschluss aber nicht. So müsste weiterhin theoretisch geklärt werden, ob Aggregationsbias bei diesen Daten plausibel oder eher nicht plausibel ist. Beim Modell für das Jahr 1930 beträgt der Schätzer für den Parameter β_1 0,183 und für β_2 0,087, beim Modell für Juli 1932 ist β_1 0,400 und β_2 0,151. Beide Modelle schätzen den Anteil der Protestanten, die die NSDAP gewählt haben, als doppelt so hoch ein, wie den Anteil der Nichtprotestanten, die sich für die NSDAP entschieden hatten.

In einem zweiten Schritt wurden Goodman-Regressionen für einzelne Regionen, die über ihren Anteil der Mittelbauern definiert wurden, gerechnet. Die Koeffizienten der Modelle sind in Tabelle 34 zusammengefasst.

| Anteil Mittelbauern | Wahl 1930 | | Wahl Juli 1932 | |
|---------------------|-----------|-----------|----------------|-----------|
| | β_1 | β_2 | β_1 | β_2 |
| Gesamtmodell | 0,183 | 0,087 | 0,400 | 0,151 |
| ≤ 7 % | 0,169 | 0,108 | 0,359 | 0,163 |
| 7 % bis 20 % | 0,197 | 0,073 | 0,450 | 0,154 |
| 20 % ≤ | 0,199 | 0,064 | 0,539 | 0,154 |

Tabelle 34: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Zusammenfassung der Koeffizienten der Goodman-Regressionen – global und getrennt nach Mittelbauernanteil.

Bei der Wahl 1930 gibt es nur kleinere Unterschiede. Auffallend ist aber, dass der Schätzer für β_1 in den Modellen mit mittlerem und hohem Mittelbauernanteil leicht erhöht ist, während der Schätzer für β_2 relativ gesehen deutlich niedrigere Werte bei diesen Modellen hat. Juli 1932 ist mit wachsendem Mittelbauernanteil β_1 deutlich erhöht, während sich die Schätzer für β_2 bei den drei Modellen nur leicht unterscheiden.

Wenn diese Ergebnisse der Wahrheit nahe kommen, würde es bedeuten, dass 1930 in Kreisen mit mittlerem und hohem Mittelbauernanteil Protestanten eher die NSDAP gewählt, während in den selben Kreisen die Nichtprotestanten eher weniger NSDAP gewählt haben. Im Juli 1932 gibt es nur noch geringe Unterschiede bei den Nichtprotestanten, sodass der 1930 noch beobachtete Unterschied nicht mehr so deutlich ausgeprägt ist. Dafür zeigt sich aber ein relativ starker Anstieg von protestantischen NSDAP-Wählern in Regionen mit mittlerem und hohem Mittelbauernanteil, wobei es im Unterschied zu 1930 auch hier zwischen beiden

Kategorien deutliche Differenzen gibt.

Als nächstes wurde wieder ein einfaches King-Modell gerechnet. Den Ergebnissen der Goodman-Regressionen und den Tomografieplots kann man entnehmen, dass diesmal keine offensichtlichen Verletzungen der Modellannahmen gegeben sind. Der Tomografieplot, Abbildung 48, zeigt erneut die vom Modell simulierten β -Werte. In beiden Grafiken befinden sich Punkte im Schnittbereich der Tomografielinien. Die Punkte verteilen sich über einen deutlich größeren Bereich als es bei den 2-x-2-Wählerwanderungen der Fall war, sodass mit größeren Konfidenzintervallen gerechnet werden muss. Auch scheint ein positive Korrelation zwischen den beiden Parametern auf Kreisebene von den Modellen geschätzt worden zu sein.

Diese Korrelation zeigt sich auch in den Parametern, Tabelle 35, der trunkierten Normalverteilungen. Bei beiden Verteilungen wurde eine positive Korrelation von mehr als 0,6 geschätzt. Die geschätzten Parameter B_1 und B_2 haben bei beiden Modellen ähnliche Werte wie die Koeffizienten der Goodman-Regression. Allein bei B_1 beim Modell für die Wahl im Juli 1932 ist ein moderater Unterschied feststellbar.

| Modell | B_1 | B_2 | σ_1 | σ_2 | ρ_{12} |
|--------|-------|-------|------------|------------|-------------|
| 1930 | 0,187 | 0,080 | 0,068 | 0,046 | 0,657 |
| 1932 | 0,435 | 0,158 | 0,092 | 0,059 | 0,664 |

Tabelle 35: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Parameter der trunkierten bivariaten Normalverteilungen im King-Modell.

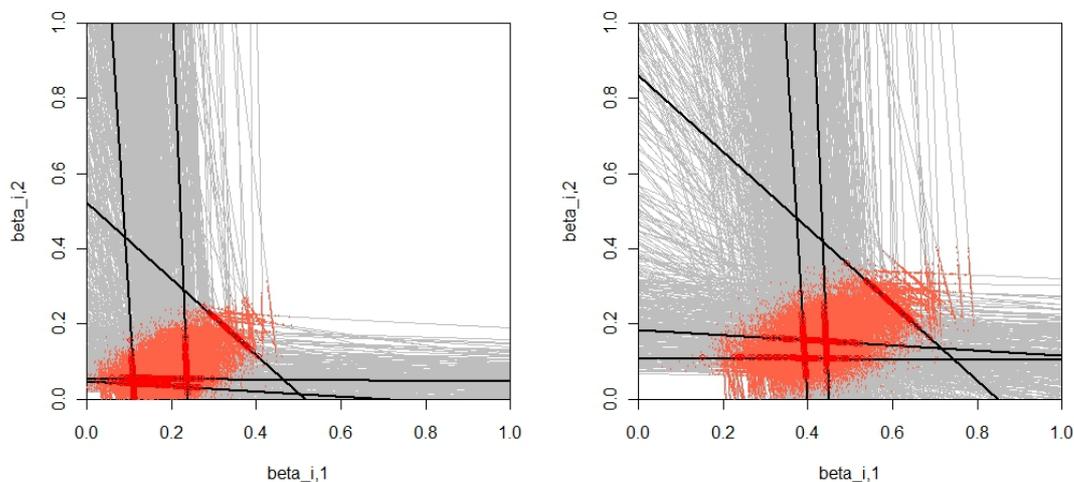


Abbildung 48: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des King-Modells, links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Bei den geschätzten Parametern auf Kreisebene, Tabelle 36, bestätigt sich dass im Tomografieplot gesehene Bild. Die Konfidenzintervalle sind weiter und wirken plausibler als die der Modelle für die 2-x-2-Wählerwanderungen. Auffällig ist auch, dass es deutliche Unterschiede bei den Parameterwerten $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ zwischen den Kreisen gibt. Zum Beispiel beträgt bei den fünf betrachteten Kreisen das Minimum für $\beta_{i,1}$ 0,111 und das Maximum 0,338.

| Kreisnr. | $\beta_{i,1}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | |
|----------|---------------|---------------------------|-------|---------------|---------------------------|-------|
| 12 | 0,111 | 0,108 | 0,112 | 0,040 | 0,008 | 0,081 |
| 115 | 0,235 | 0,234 | 0,237 | 0,091 | 0,045 | 0,136 |
| 189 | 0,338 | 0,303 | 0,370 | 0,180 | 0,144 | 0,216 |
| 837 | 0,176 | 0,105 | 0,246 | 0,054 | 0,054 | 0,055 |
| 1122 | 0,152 | 0,091 | 0,220 | 0,038 | 0,033 | 0,042 |
| 12 | 0,392 | 0,389 | 0,395 | 0,142 | 0,089 | 0,192 |
| 115 | 0,443 | 0,441 | 0,452 | 0,154 | 0,097 | 0,203 |
| 189 | 0,599 | 0,558 | 0,635 | 0,253 | 0,214 | 0,295 |
| 837 | 0,381 | 0,284 | 0,484 | 0,108 | 0,108 | 0,109 |
| 1122 | 0,424 | 0,350 | 0,487 | 0,154 | 0,150 | 0,159 |

Tabelle 36: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im King-Modell, oben: September 1930, unten: Juli 1932.

Auffällig bei den Ergebnissen war, dass bei beiden Modellen eine sehr hohe Korrelation zwischen den Punktschätzern für $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ festgestellt werden konnte. Daher reicht es eigentlich aus, nur einen der beiden Punktschätzer zu betrachten. Auch bedeutet dies, dass das King-Modell eine Art Freedman-Modell geschätzt hat. Nur werden die beide Parameterwerte nicht als ermittelt, sondern in einem festen Verhältnis zueinander stehen, welches noch durch die dominante Religion bestimmt wird.

Abbildung 49 zeigt die Dichteschätzer für die globalen Parameter. Erneut wird die dargestellte Dichte primär über die Bandweite weniger durch die Daten bestimmt. Bei allen vier Parametern gibt es nur eine geringe Unsicherheit, wobei aber festzuhalten ist, dass es im Gegensatz zu den Grafiken bei den 2-x-2-Wählerwanderungen bei keinem Parameter zu einem Zusammenfallen aller simulierten Werte auf fast einen Punkt kommt.

In Tabelle 37 werden die Punktschätzer und die zugehörigen

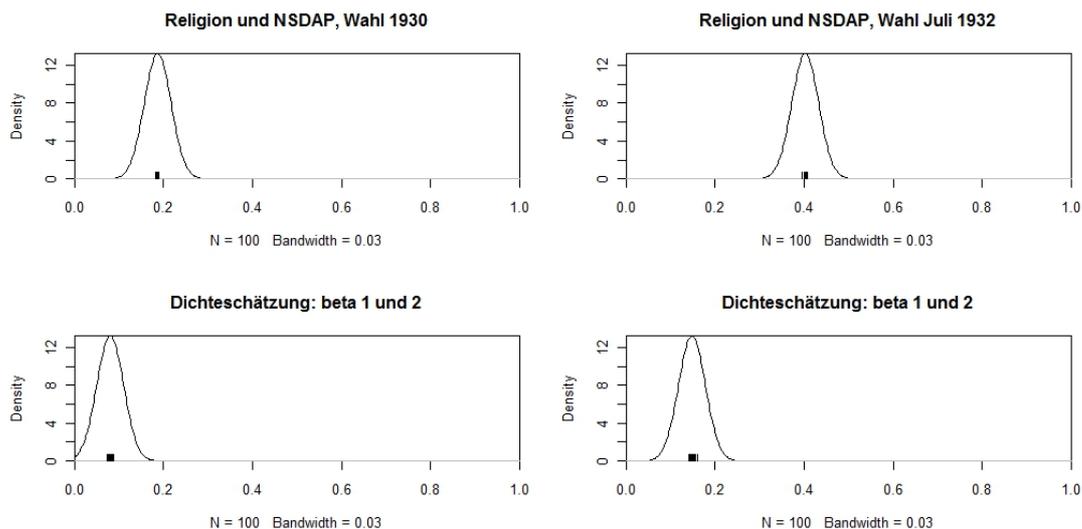


Abbildung 49: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Dichteschätzungen für die globalen Parameter; oben β_1 , unten β_2 , links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Konfidenzintervalle angegeben. Zwischen diesen Werten und den Werten der einfachen Goodman-Regression sind keine größeren Unterschiede mehr feststellbar. Die noch bei den Parametern der trunkeierten Normalverteilung im Modell für das Jahr 1932 festgestellte Differenz bei B_1 ist beim Parameter β_1 nicht länger feststellbar. Es scheint, dass die Goodman-Regression und das King-Modell, zumindest auf Ebene der Weimarer Republik, zu identischen Ergebnissen gekommen sind.

| Modell | β_1 | 80 %-KI für β_1 | | β_2 | 80 %-KI für β_2 | |
|--------|-----------|-----------------------|-------|-----------|-----------------------|-------|
| 1930 | 0,187 | 0,185 | 0,188 | 0,080 | 0,132 | 0,133 |
| 1932 | 0,402 | 0,400 | 0,404 | 0,148 | 0,144 | 0,151 |

Tabelle 37: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen Parameter; oben: September 1930, unten: Juli 1932.

Die große Ähnlichkeit zwischen den beiden Modellen zeigt sich erneut, wenn man die Regressionsgerade des Kings-Modells und die der Goodman-Regression vergleicht. Beide überdecken sich fast. Erkennbar ist aber auch, dass sich Kings Regressionsgerade beim Modell für die Wahl Juli 1932 etwas von der Gerade der Goodman-Regression bei Kreisen mit einem hohen Anteil an Protestanten entfernt. Es scheint, als ob die Goodman-Regression bei diesen Daten sehr gut die globalen Parameter β_1 und β_2 geschätzt hat, zumindest wenn man die Ergebnisse des King-Modells als Referenz verwenden will. Da es bei diesen Daten keinen relevanten Unterschied zwischen beiden Modellen bei den geschätzten Parameterwerten gibt,

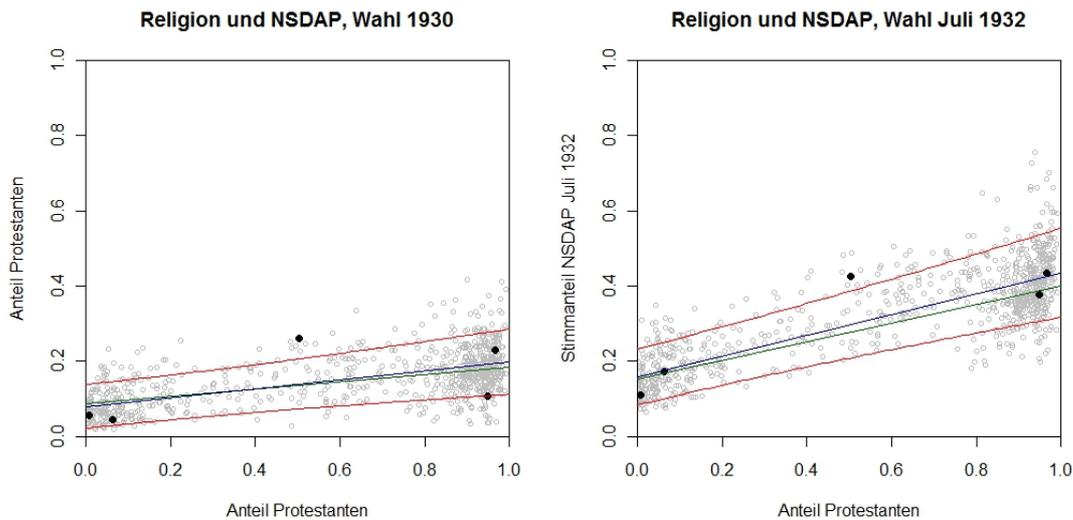


Abbildung 50: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Streudiagramm der Daten, mit Regressionsgerade des King-Modells (blau) und der einfachen Goodman-Regression (grün), mit Konfidenzintervall des King-Modells (rot), links: September 1930, rechts: Juli 1932.

wurde auf eine Berechnung der getrennten Modelle für die einzelnen Mittelbauernkategorien mit dem King-Verfahren verzichtet.

Da der große Vorteil von Kings Verfahren, im Gegensatz zur Goodman-Regression, aber die Schätzer auf Kreisebene sind, sollen abschließend noch die Punktschätzer der Parameter in der Karte der Weimarer Republik dargestellt werden. Aufgrund der hohen Korrelation werden jeweils aber nur die Punktschätzer für $\beta_{i,1}$ gezeigt, die Grafiken für die $\beta_{i,2}$ zeigen ähnliche geografische Strukturen und unterscheiden sich nur in der Höhe des Wertes des Parameters von der gezeigten Grafik. Abbildung 51 zeigt die Karte für die Wahl 1930, Abbildung 52 die Karte für die Wahl Juli 1932.

Der primäre Fokus bei der Betrachtung der Karten wird dabei auf einen Vergleich mit der Verteilung der Mittelbauern, Abbildung 2, liegen. Wenn die Ergebnissen der getrennt gerechneten Goodman-Regressionen auch über das Kings-Modell bestätigt werden sollen, wäre zu erwarten, dass zumindest bei der Wahl Juli 1932 eine Überlappung zwischen ermitteltem Parameterwert und Mittelbauernanteil im Kreis erkennbar ist.

Für die Wahl 1930 zeigen sich im südlichen Bayern in Kreisen mit eher niedrigem Mittelbauernanteil höhere Parameterwerte, an der Grenze zwischen Bayern und Württemberg, wo sich Kreise mit eher höherem Mittelbauernanteil befinden, sind auch eher niedrige Parameterwerte zu finden. Da es sich bei diesen

Religion und NSDAP, Wahl 1930

- Parameter: $\beta_{i,1}$ -

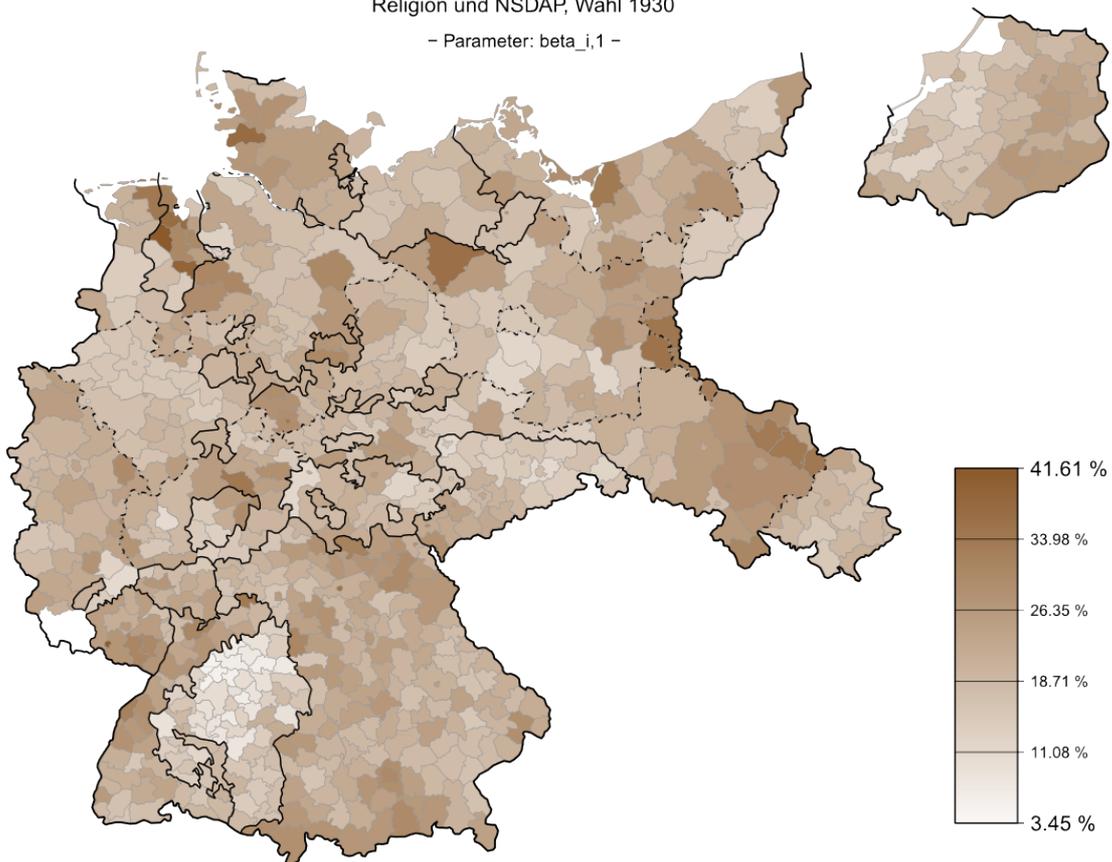


Abbildung 51: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer $\beta_{i,1}$ im King-Modell, September 1930

Religion und NSDAP, Wahl Juli 1932

- Parameter: $\beta_{i,1}$ -

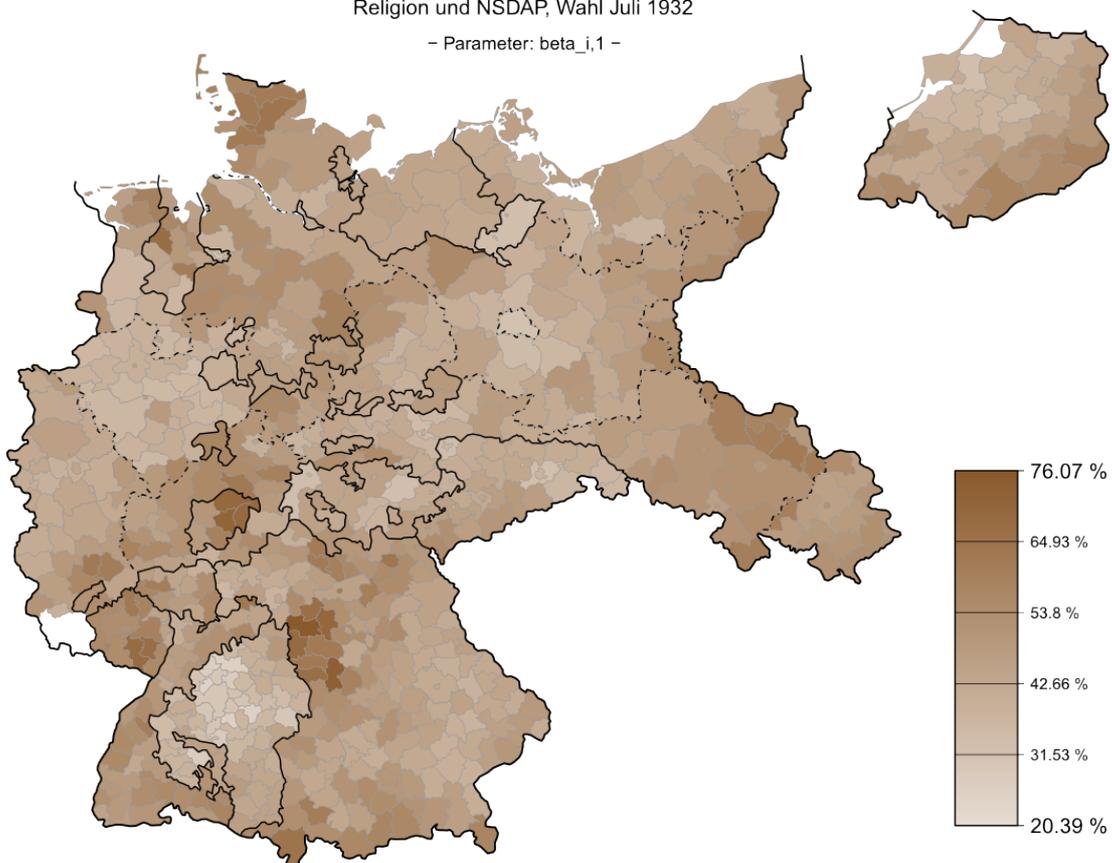


Abbildung 52: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer $\beta_{i,1}$ im King-Modell, Juli 1932

Kreisen um nichtprotestantische Regionen handelt, geht dieses Ergebnis konform mit den Ergebnissen der Goodman-Regressionen. Ähnliches ist auch über das südliche Baden und die Region nördlich vom Saarland zu sagen. Im nördlichen Teil der Weimarer Republik und an den Grenzen zu Polen, beides eher protestantische Regionen, zeigt sich das umgekehrte Bild. Regionen mit relevantem hohem Mittelbauernanteil fallen auch bei den Parameterwerten auf. Auffällig ist auch das fast weiße Württemberg.

Bei der Karte für die Wahl im Juli 1932 fällt auf, dass die Unterschiede zwischen den Parametern im katholischen Teil von Bayern schwächer geworden sind. Besonders stechen auf dieser Karte die Regionen Franken, Hessen, das Grenzgebiet zu Polen und Teile der nördlichen Weimarer Republik hervor. Bei all diesen Gebieten handelt es sich eher um protestantische Kreise mit höherem Mittelbauernanteil. Es scheint, als ob die Parameterschätzer für die Kreise beim King-Modell eine ähnliche Struktur beschreiben, wie die zuvor getrennt gerechneten Goodman-Regressionen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass keine offensichtlichen Probleme bei beiden Methoden feststellbar waren. Die Information über die Parameter konnte im Vergleich zu den eher wenig informativen Rändern über die Annahmen der Modelle deutlich verbessert werden. Die Gültigkeit der Annahmen entscheidet aber auch über die Gültigkeit der Schätzwerte. Da aber hier eine klare geografische Gliederung der für β_1 und β_2 informativen Kreise vorliegt, die protestantischen Kreise sind eher im nördlichen und östlichen Teil, während die nichtprotestantischen Kreise eher im Süden und Westen liegen, bestehen zumindest Zweifel, dass das King-Modell die Parameter für die religiöse Minderheit in den Kreisen wirklich glaubwürdig geschätzt hat. Diese mögliche Fehlerquelle sollte aber keine zu großen Auswirkungen auf die globalen Parameter haben.

Die gerechneten Modelle legen nahe, dass bei beiden betrachteten Wahlen die Protestanten eher geneigt waren, für die NSDAP zu stimmen. Dieses Ergebnis geht konform mit den bisher gerechneten Regressionsmodellen, die die Religion als wichtigste Einflussgröße identifizierten. Die getrennt gerechneten Goodman-Modelle, wie auch die Parameterschätzer der dominanten Religion der Kreise im King-Modell, legen außerdem nahe, dass in Kreisen mit hohem Mittelbauernanteil Protestanten eher geneigt waren für die NSDAP zu stimmen. Ein Zusammenhang, der bei der Wahl im Juli 1932 am deutlichsten zu erkennen ist. Bei der von Wahl

1930 neigten hingegen die Nichtprotestanten stärker in Kreisen mit wenig Mittelbauern dazu, für die NSDAP zu stimmen. Dieser Unterschied reduzierte sich aber bei der Wahl im Juli 1932 und es kam zu einer Annäherung der geschätzten Parameter.

IV. 4.5. Mittelbauern und NSDAP

Abbildung 53 zeigt die Datensituation in diesem Fall. Es werden der Anteil der Mittelbauern und der Stimmanteil für die NSDAP einander gegenübergestellt. Bei der Wahl 1930 ist eine Punktwolke, die im östlichen und südliche Sektor liegt, zu sehen. Bei Wahl Juli 1932 ist die Punktwolke deutlich größer und scheint aus zwei Clustern zu bestehen. Die Ergebnisse der vorherigen Analyse legen nahe, dass die dominante Religion im Kreis über die Zugehörigkeit zum Cluster entscheidet. In den Daten ist viel Information über den Parameter β_2 , aber nur wenig Information über den Parameter β_1 . Dies lässt vermuten, dass der Parameter von Interesse, der Anteil der Mittelbauern, der für die NSDAP gestimmt hat, nur schwer zu bestimmen sein wird.

| | Mittelbauern – NSDAP 30 | | | | Mittelbauern – NSDAP Juli 32 | | | |
|--------|-------------------------|-------|---------------|-------|------------------------------|-------|---------------|-------|
| | $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | | $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | |
| Kreis | untere | obere | untere | obere | untere | obere | untere | obere |
| 12 | 0,000 | 0,820 | 0,000 | 0,123 | 0,000 | 1,000 | 0,286 | 0,435 |
| 115 | 0,000 | 1,000 | 0,059 | 0,282 | 0,000 | 1,000 | 0,307 | 0,530 |
| 189 | 0,000 | 1,000 | 0,120 | 0,309 | 0,000 | 1,000 | 0,319 | 0,508 |
| 837 | 0,000 | 0,361 | 0,000 | 0,065 | 0,000 | 0,723 | 0,000 | 0,130 |
| 1122 | 0,000 | 0,172 | 0,000 | 0,061 | 0,000 | 0,650 | 0,000 | 0,233 |
| Gesamt | 0,000 | 0,782 | 0,106 | 0,159 | 0,000 | 0,943 | 0,267 | 0,331 |

Tabelle 38: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Duncan-Davis-Ränder.

Die in Tabelle 38 gezeigten Ränder der Daten bestätigen die Aussagen aus dem Streu-Kreuz-Diagramm. Die Ränder für die Parameter $\beta_{i,1}$ sind sehr wenig informativ und stellen keinen echten Informationsgewinn dar. Auch der globale Parameter β_1 wird durch die Ränder bei der Wahl 1930 nur sehr schwach und bei der Wahl Juli 1932 fast nicht beschränkt. Besser sieht die Situation für $\beta_{i,2}$ und β_2 aus. Bei ihnen sind die Ränder halbwegs informativ, wobei aber bei Kreisen mit höherem

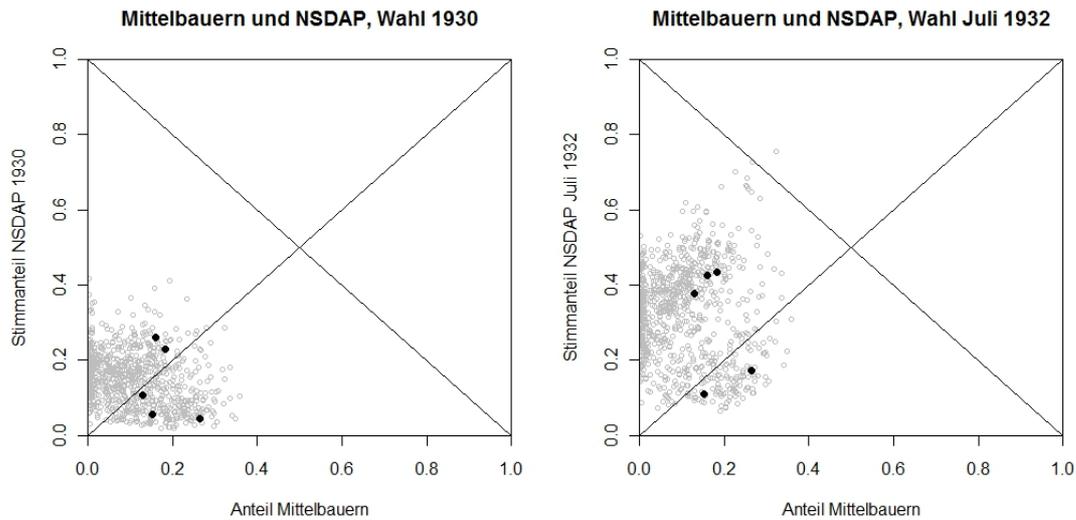


Abbildung 53: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Streu-Kreuz-Diagramm, links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Mittelbauernanteil, wie den fünf Beispielkreisen, die Ränder eher eine schwächere Einschränkung darstellen.

Abbildung 54 zeigt den Tomografieplot der Daten. Dieser stellt erneut die schwierige Situation bei der Schätzung des Parameters β_1 , dar, viele Tomografielinien sind waagrecht und ein echter gemeinsamer Kreuzungsbereich der Tomografielinien nicht erkennbar. Auffällig sind die beiden nichtprotestantischen Beispielkreise bei der Wahl 1930. Deutlich erkennbar sind die sehr kurzen Tomografielinien, was die starke Einschränkung nach oben für beide Parameter durch die Duncan-Davis-Ränder zeigt. Um den Wert des Parameters doch noch genauer bestimmen zu können, werden im

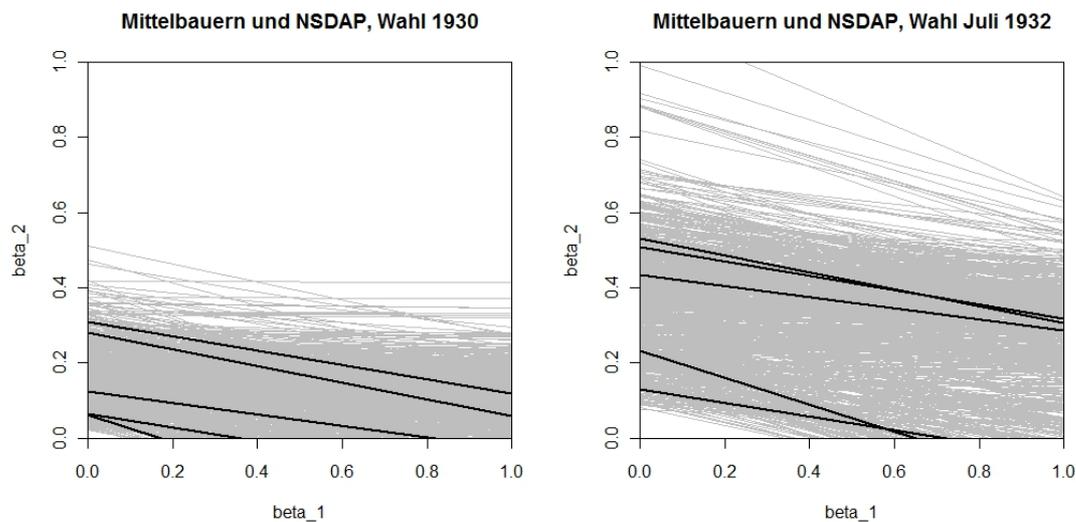


Abbildung 54: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Tomografieplot, links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Folgenden wieder Modelle gerechnet.

Wie bei den bisher betrachteten Daten erfolgte als Erstes erneut die Durchführung einer einfachen Goodman-Regression. Die Parameter der Regression sind Tabelle 39 dargestellt. Alle Parameterschätzer liegen im Einheitsintervall, sodass zumindest diese Werte kein Indiz für ein Vorliegen von Aggregationsbias sind. Den Modellparametern zufolge war bei der Wahl 1930 der Anteil Mittelbauern, die für die NSDAP stimmten, niedriger, als der Anteil bei den Nichtmittelbauern. Bei der Wahl Juli 1932 zeigt sich ein anderer Zusammenhang. Der Anteil der Mittelbauern, die für die NSDAP stimmten, ist deutlich höher als der Anteil bei den Nichtmittelbauern. Aufgrund der optischen Clusterung der Daten im Streu-Kreuz-Diagramm wurden auch getrennt gerechnete Goodman-Regressionen für Kreise, die dominant protestantisch, und für Kreise, die nicht dominant protestantisch sind, gerechnet. Die Koeffizienten sind ebenfalls in Tabelle 39 dargestellt.

| Anteil Protestanten | Wahl 1930 | | Wahl Juli 1932 | |
|------------------------|-----------|-----------|----------------|-----------|
| | β_1 | β_2 | β_1 | β_2 |
| Gesamtmodell | 0,103 | 0,152 | 0,572 | 0,293 |
| < 50 % | -0,123 | 0,129 | 0,071 | 0,213 |
| 50 % ≤ | 0,365 | 0,152 | 1,226 | 0,300 |

Tabelle 39: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Zusammenfassung der Koeffizienten der Goodman-Regressionen – global und getrennt nach dominanter Religion.

Auffallend ist, dass bei beiden Wahlen mindestens ein Parameter bei einem Modell außerhalb des Einheitsintervalls liegt. Dies ist ein Indiz dafür, dass bei der getrennten Betrachtung die Modellannahmen nicht mehr eingehalten werden. Inhaltlich ändert sich auch der Zusammenhang zwischen den Koeffizienten. Bei getrennter Betrachtung ist bei beiden Modellen für die dominant protestantischen Kreise β_1 größer als β_2 . Bei den Modellen für die Kreise, die nicht dominant protestantisch sind, gilt aber das Umgekehrte. Danach haben bei beiden Wahlterminen in protestantischen Regionen Mittelbauern mehr als Nichtmittelbauern für die NSDAP gestimmt. Und in nichtprotestantisch geprägten Regionen würde das umgekehrte gelten. Als zusätzliche Betrachtung des Sachverhalts wurde noch eine erweiterte Goodman-Regression mit dem Anteil der Protestanten als Kovariable gerechnet. Die Koeffizienten sind in Tabelle 40 zusammengefasst.

| Modell | β_1 | | β_2 | |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | $\gamma_{0,1}$ | $\gamma_{1,1}$ | $\gamma_{0,2}$ | $\gamma_{1,2}$ |
| 1930 | -0,121 | 0,513 | 0,111 | 0,054 |
| 1932 | 0,098 | 1,151 | 0,167 | 0,174 |

Tabelle 40: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Zusammenfassung der Koeffizienten der erweiterten Goodman-Regressionen – Variable: Anteil Protestanten.

Erneut liegen bei beiden Modellen Parameterschätzer außerhalb des Einheitsintervalls. Das Modell ist in dieser Hinsicht also nicht besser als die getrennt gerechneten Modelle. Bei der Relation der Parameter β_1 und β_2 ist bei beiden Extremen, das bedeutet Kreise mit 100 % oder 0 % Protestanten, kein Unterschied zu den getrennt gerechneten Modellen feststellbar. Bei der Wahl 1930 wird der Anteil der Mittelbauern, die für die NSDAP stimmten, bei über 50 % Anteil an Protestanten größer als der Anteil unter den Nichtmittelbauern. Bei der Wahl Juli 1932 liegt diese Grenze bei bereits 7 %.

Als Vergleich wurde wieder ein King-Modell gerechnet. Da aber bei den getrennten Modellen die Parameterschätzer zum Teil außerhalb des Einheitsintervalls liegen, besteht auch die Gefahr, dass bei nicht getrennter Betrachtung Aggregationsbias in den Daten vorhanden ist. Eine weitere Gefahr ist, dass die geforderte Monomodalität nicht gegeben ist. Die Parameter auf Kreisebene könnten nicht nur einer Verteilung, sondern auch mehreren Verteilungen, deren Form z.B abhängig vom Anteil der Protestanten ist, entspringen. Gerechnet wurden aber

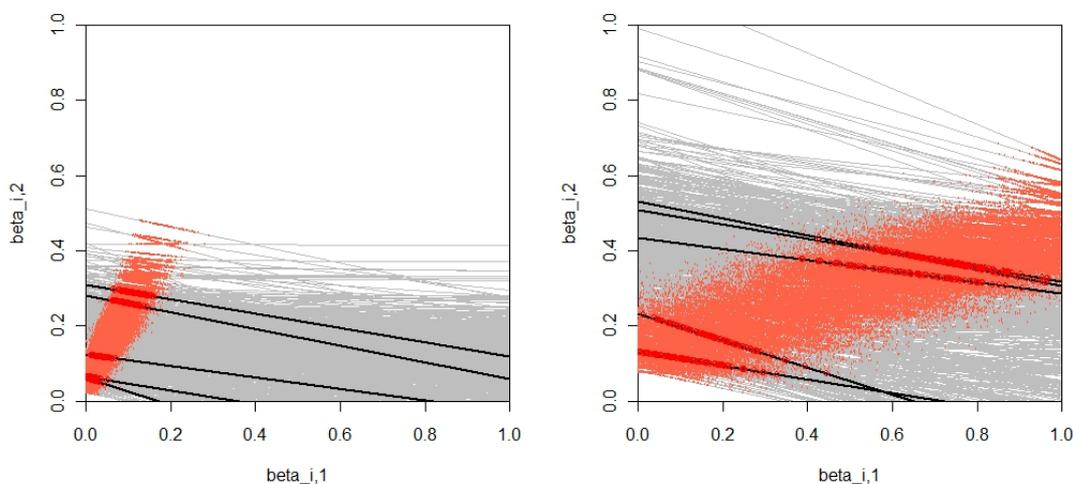


Abbildung 55: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des King-Modells, links: September 1930, rechts: Juli 1932.

zunächst einfache King-Modelle für beide Wahlen.

Abbildung 55 zeigt den Tomografieplot dieser einfachen King-Modelle. Bei der Wahl 1930 liegen alle simulierten Werte im unteren Bereich des Einheitsintervalls und in einem engen Band. Auch liegen die meisten Punkte oberhalb der Winkelhalbierenden des ersten Quadranten, sodass die meisten Schätzer für $\beta_{i,1}$ kleiner als die Werte für $\beta_{i,2}$ sein sollten. Die Lage der Punkte deutet an, dass zwischen beiden Parametern auf Kreisebene eine hohe Korrelation besteht. Bei der Wahl Juli 1932 liegen die Punkte erneut in einem Band. Die Breite des Bandes ist aber deutlich größer, sodass eine höhere Unsicherheit bezüglich β_i zu erwarten ist. Hier liegen die meisten Punkte unterhalb der Winkelhalbierenden, sodass $\beta_{i,1}$ meistens größer als $\beta_{i,2}$ sein sollte. Erneut lässt die Lage des Bandes eine hohe Korrelation zwischen den Parametern auf Kreisebene vermuten.

Die in Tabelle 41 zusammengefassten Parameter der trunkierten Normalverteilungen bestätigen diese Ergebnisse. Bei beiden Modelle besteht eine hohe Korrelation zwischen den Parametern. Auch ist B_1 beim Modell für die Wahl 1930 kleiner als B_2 . Bei der Wahl vom Juli 1932 gilt das Gegenteil. Die Standardabweichungen sind beim Modell für die Wahl 1930 deutlich kleiner als beim Modell für die Wahl vom Juli 1932. Wenn man die Parameter mit denen der einfachen Goodman-Regressionen vergleicht, stellt man fest, dass die Relation der Parameter bei beiden Modellen identisch ist. Bei der ersten Wahl fällt der Unterschied aber deutlich größer aus, während beide Parameter für das Modell der Wahl Juli 1932 beim King-Modell größer sind.

| Modell | B_1 | B_2 | σ_1 | σ_2 | ρ_{12} |
|--------|-------|-------|------------|------------|-------------|
| 1930 | 0,048 | 0,150 | 0,033 | 0,081 | 0,950 |
| 1932 | 0,632 | 0,387 | 0,322 | 0,201 | 0,861 |

Tabelle 41: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Parameter der trunkierten bivariaten Normalverteilungen im King-Modell.

Die Betrachtung der einzelnen Parameter auf Kreisebene, Tabelle 42, zeigt, dass bei der Wahl 1930 alle Punktschätzer für $\beta_{i,1}$ kleiner als die für $\beta_{i,2}$ sind. Ein Einfluss der Religion ist, abgesehen von der Höhe, beim Verhältnis der beiden Parameter auf Kreisebene nicht erkennbar. Die vom Modell geschätzte Unsicherheit ist bei beiden Parametern eher als niedrig zu bewerten. Bei den betrachteten

Beispielkreisen kommt es zu keiner Überschneidung der Konfidenzintervalle für $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$. Erwartungsgemäß sind die Parameterwerte in den protestantischen und den gemischten Kreisen höher als in den beiden nichtprotestantischen Kreisen.

Bei der Wahl Juli vom 1932 ergibt sich ein anderes Bild. In den beiden nichtprotestantischen Kreisen sind die ermittelten Punktschätzer fast identisch, in den anderen drei Kreisen ist der Wert für den Parameter $\beta_{i,1}$ deutlich größer als $\beta_{i,2}$. Bei der Wahl 1930 scheinen dem Modell zufolge Mittelbauern in der gesamten Weimarer Republik zurückhaltender bezüglich der NSDAP gewesen zu sein. Bei der Wahl im Juli 1932 scheinen vor allem Mittelbauern in protestantischen und gemischten Kreisen deutlich stärker als die Nichtmittelbauern für die NSDAP gestimmt zu haben, während es in den nichtprotestantischen Kreisen zu einer Angleichung der Anteile kam.

| Kreisnr. | $\beta_{i,1}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | |
|----------|---------------|---------------------------|-------|---------------|---------------------------|-------|
| 12 | 0,035 | 0,019 | 0,049 | 0,118 | 0,115 | 0,119 |
| 115 | 0,098 | 0,073 | 0,127 | 0,260 | 0,253 | 0,265 |
| 189 | 0,109 | 0,085 | 0,142 | 0,288 | 0,282 | 0,293 |
| 837 | 0,014 | 0,003 | 0,024 | 0,063 | 0,060 | 0,065 |
| 1122 | 0,011 | 0,002 | 0,021 | 0,058 | 0,054 | 0,061 |
| 12 | 0,639 | 0,479 | 0,799 | 0,340 | 0,316 | 0,362 |
| 115 | 0,733 | 0,586 | 0,875 | 0,366 | 0,331 | 0,397 |
| 189 | 0,723 | 0,570 | 0,871 | 0,371 | 0,328 | 0,400 |
| 837 | 0,110 | 0,021 | 0,213 | 0,110 | 0,092 | 0,126 |
| 1122 | 0,177 | 0,073 | 0,277 | 0,169 | 0,133 | 0,206 |

Tabelle 42: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im King-Modell, oben: September 1930, unten: Juli 1932.

Ähnliches zeigt sich auch bei den globalen Parametern, die in Tabelle 43 gezeigt werden. Der Schätzer für β_1 ist bei der Wahl 1930 deutlich kleiner als der Wert für β_2 . Bei der Wahl Juli 1932 ist erneut der umgekehrte Sachverhalt feststellbar, β_1 ist deutlich größer als β_2 .

| Modell | β_1 | 80 %-KI für β_1 | | β_2 | 80 %-KI für β_1 | |
|--------|-----------|-----------------------|-------|-----------|-----------------------|-------|
| 1930 | 0,054 | 0,043 | 0,066 | 0,155 | 0,154 | 0,156 |
| 1932 | 0,533 | 0,520 | 0,547 | 0,296 | 0,295 | 0,296 |

Tabelle 43: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen Parameter, oben: September 1930, unten: Juli 1932.

Aufgrund der sehr unterschiedlichen Parameterschätzer auf Kreisebene beim Modell für die Wahl Juli 1932, erfolgte noch eine getrennte Berechnung von globalen Parametern für die dominant protestantischen und die nichtprotestantischen Kreise. Die Struktur ähnelt dann dem bereits beschriebenen Zusammenhang bei den einzelnen Kreisen. In den dominant protestantischen Kreisen ist der Schätzer für $\beta_1 = 0,710$ mehr als doppelt so groß wie der Schätzer für $\beta_2 = 0,330$. In den nicht dominant protestantischen Kreisen haben beide Parameter eine vergleichbare Größenordnung, wobei aber der Schätzer für $\beta_1 = 0,233$ leicht größer als $\beta_2 = 0,197$ ist. Die Unterschiede bei der Wahl 1930 sind weniger stark ausgeprägt. Alle Parameterwerte sind Tabelle 44 zu entnehmen.

| Anteil Protestanten | Wahl 1930 | | Wahl Juli 1932 | |
|------------------------|-----------|-----------|----------------|-----------|
| | β_1 | β_2 | β_1 | β_2 |
| 0 bis 100 % | 0,054 | 0,155 | 0,533 | 0,296 |
| < 50 % | 0,028 | 0,114 | 0,233 | 0,197 |
| 50 % \leq | 0,070 | 0,169 | 0,710 | 0,330 |

Tabelle 44: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer der aggregierter Parameter, global und aggregiert nach dominanter Religion.

Beim Vergleich der Regressionsgeraden des King-Modells mit denen der einfachen Goodman-Regressionen, ist erneut eine Ähnlichkeit zu erkennen. Diese fällt aber schwächer aus als bei der Analyse Protestanten und NSDAP. Bei der Wahl 1930 ist die Steigung der Geraden im King-Modell erkenntlich kleiner. Am rechten Rand liegt die Gerade der Goodman-Regression sogar außerhalb des 80 Prozent-Konfidenzintervalls. Im Bereich der Daten selber unterscheiden sich beide Regressionsgeraden nur marginal, da aber die Schnittpunkte mit den Rändern des Einheitsquadrats eine Interpretation beinhalten, handelt es sich um einen inhaltlich relevanten Unterschied.

Bei der Wahl Juli 1932 verläuft die Gerade der Goodman-Regression unterhalb, beinahe parallel zur Gerade des King-Modells. Bei den Parametern der beiden Geraden gibt es erkennbare Unterschiede. Die Werte der Goodman-Regression sind aber in Richtung der globalen Parameterwerte β_1 und β_2 des King-Modells versetzt, und der Unterschied zwischen diesen Parametern beträgt weniger als 10 %.

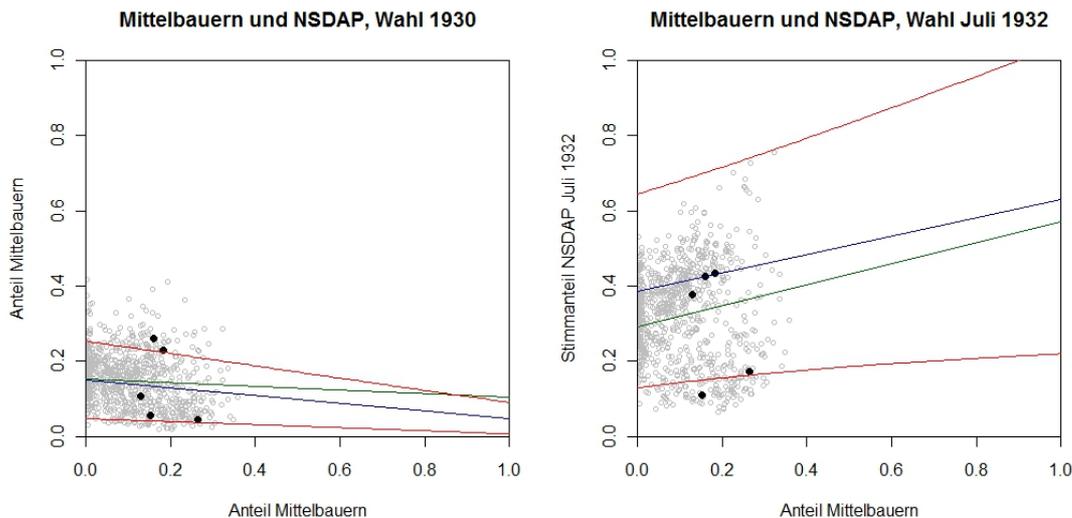


Abbildung 56: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Streudiagramm der Daten, mit Regressionsgerade des King-Modells (blau) und der einfachen Goodman-Regression (grün), mit Konfidenzintervall des King-Modells (rot), links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Da auch die Ergebnisse des King-Modells nahe legen, dass zumindest bei der Wahl vom Juli 1932 die Monomodalitätsannahme des King-Modells verletzt wird, wurden ergänzend für beide Wahlen erweiterte King-Modelle mit der Kovariablen Anteil der Protestanten für beide Parameter berechnet. Die Ergebnisse der erweiterten Goodman-Regression lassen aber vermuten, dass zumindest ab dann auch Aggregationsbias in den Daten vorhanden ist, der nicht durch diese Kovariable kontrolliert wird.

Abbildung 57 zeigt den Tomografieplot mit den simulierten Parameterwerten. Im Vergleich zum einfachen King-Modell sind bei beiden Wahlen Unterschiede zu erkennen. Erheblich ist die Veränderung bei den simulierten Werten bei der Wahl 1930. Anstelle in einem engen Band zu liegen, sind die Werte jetzt weit gestreut, was einer großen Unsicherheit über $\beta_{i,1}$ in diesem Modell gleichkommt. Auch befindet sich ein Teil der Werte unterhalb der Winkelhalbierenden des ersten Quadranten, sodass es Kreise geben könnte, bei denen $\beta_{i,1}$ größer als $\beta_{i,2}$ ist.

Beim Modell der Wahl Juli 1932 sind die zwei vermuteten Verteilungszentren klar zu erkennen. Zwischen diesen beiden Randverteilungen befinden sich die simulierten Werte der Kreise mit mittlerem Protestantenanteil. Bei einem Teil der Kreise liegen alle Punkte am rechten Rand des Einheitsquadrats, was extrem hohe Schätzer für $\beta_{i,1}$ bedeuten wird. Ein Großteil der Punkte liegt unterhalb der Winkelhalbierenden, sodass bei den meisten Kreisen $\beta_{i,1}$ größer als $\beta_{i,2}$ sein sollte.

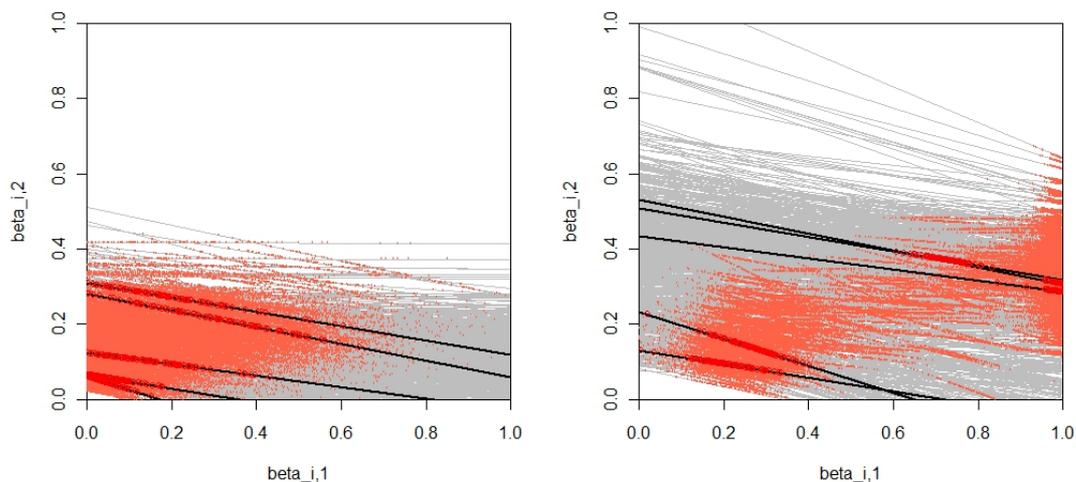


Abbildung 57: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des erweiterten King-Modells – Variable: Anteil Protestanten, links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Tabelle 45 fasst die Parameter der trunkierten Normalverteilungen zusammen. Der angegebene Wert für B entspricht dem Erwartungswert der geschätzten Verteilung für den Mittelwert der Kovariablen. Die Komponenten der Kovarianzmatrix sind unabhängig von den berücksichtigten Kovariablen und für alle Kreise identisch. Bei der Standardabweichung gibt es teilweise erhebliche Unterschiede zwischen einfachem und erweitertem Modell. Der Wert für σ_1 beim Modell für die Wahl 1930 ist dreimal so groß, wie beim einfachen King-Modell, σ_2 hingegen wird kleiner geschätzt. Beim Modell für die Wahl Juli 1932 sind die Unterschiede noch extremer. Beide Werte sind deutlich kleiner. Anstelle der sehr hohen Korrelationen beim einfachen Modell, sind diese hier bei beiden Modelle nahe null.

| Modell | B_1 | B_2 | σ_1 | σ_2 | ρ_{12} |
|--------|-------|-------|------------|------------|-------------|
| 1930 | 0,118 | 0,143 | 0,098 | 0,060 | 0,034 |
| 1932 | 0,814 | 0,300 | 0,043 | 0,079 | 0,132 |

Tabelle 45: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Parameter der trunkierten bivariaten Normalverteilungen im erweiterten King-Modell – Variable: Anteil Protestanten.

Unterschiede sind auch erkennbar, wenn man die Parameterschätzer auf Kreisebene betrachtet. Während beim einfachen Modell alle Punktschätzer für $\beta_{i,1}$ bei der Wahl 1930 kleiner als die Punktschätzer für $\beta_{i,2}$ waren, sind bei diesem Modell

mit Kovariablen die Punktschätzer für $\beta_{i,1}$ der Kreise 12 und 115, beide deutlich protestantisch geprägt, größer als die für $\beta_{i,2}$. Bei den anderen drei Kreisen ist der Punktschätzer kleiner, wenn auch deutlich näher an $\beta_{i,2}$. Außerdem sind alle Konfidenzintervalle für $\beta_{i,1}$ deutlich weiter. Bei allen fünf betrachteten Kreisen liegt die obere Grenze des Konfidenzintervalls für $\beta_{i,1}$ über der oberen Grenze des Konfidenzintervalls für $\beta_{i,2}$.

Im Gegensatz zum einfachen Modell sind beim erweiterten Modell bei den Parametern der Wahl Juli 1932 alle Punktschätzer für $\beta_{i,1}$ deutlich größer als die Werte für $\beta_{i,2}$. Extreme Werte sind bei den Kreisen 12 und 115 zu finden, wo nach dem Modell beinahe 100 % der Mittelbauern für die NSDAP, bei gleichzeitig sehr kleinem Konfidenzintervall, gestimmt haben sollen. Bei den anderen Kreisen sind die Konfidenzintervalle deutlich größer, aber bei keinem der betrachteten Kreise sind Überlappungen feststellbar.

| Kreisnr. | $\beta_{i,1}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | | $\beta_{i,2}$ | 80 %-KI für $\beta_{i,1}$ | |
|----------|---------------|---------------------------|-------|---------------|---------------------------|-------|
| 12 | 0,142 | 0,028 | 0,258 | 0,102 | 0,084 | 0,119 |
| 115 | 0,298 | 0,115 | 0,489 | 0,215 | 0,171 | 0,255 |
| 189 | 0,198 | 0,049 | 0,331 | 0,271 | 0,244 | 0,299 |
| 837 | 0,049 | 0,004 | 0,108 | 0,056 | 0,045 | 0,064 |
| 1122 | 0,035 | 0,005 | 0,077 | 0,049 | 0,033 | 0,060 |
| 12 | 0,987 | 0,971 | 0,998 | 0,288 | 0,286 | 0,290 |
| 115 | 0,990 | 0,978 | 0,999 | 0,309 | 0,307 | 0,312 |
| 189 | 0,722 | 0,670 | 0,767 | 0,371 | 0,363 | 0,380 |
| 837 | 0,211 | 0,137 | 0,293 | 0,092 | 0,077 | 0,105 |
| 1122 | 0,267 | 0,182 | 0,335 | 0,137 | 0,112 | 0,164 |

Tabelle 46: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im erweiterten King-Modell – Variable: Anteil Protestanten, oben: September 1930, unten: Juli 1932.

Abbildung 58 zeigt die geschätzten Verteilungen der globalen Parameter β_1 und β_2 . Abgesehen von den schon mehrmals erwähnten Problemen aufgrund der Bandweite, sieht man, dass die Parameter für β_1 und β_2 bei der Wahl 1930 eine ähnliche Größenordnung haben. Die Streuung der Werte ist für β_1 jedoch deutlich stärker ausgeprägt, bei β_2 scheinen die Werte fast alle auf einen Punkt gefallen zu sein. Bei der Wahl Juli 1932 ist ein deutlicher Unterschied zwischen beiden

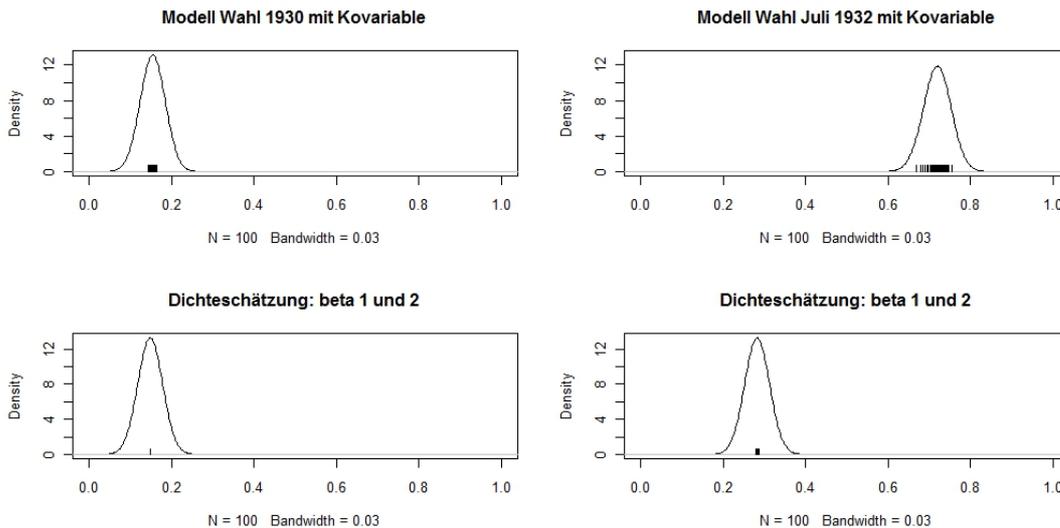


Abbildung 58: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Dichteschätzungen für die globalen Parameter im erweiterten Modell – Variable: Anteil Protestanten, oben β_1 , unten β_2 , links: September 1930, rechts: Juli 1932.

Verteilungen zu sehen. Die simulierten Parameterschätzer für β_1 streuen um 0,7, die Werte für β_2 streuen um 0,3. Tabelle 47 zeigt die genauen Werte und die zugehörigen Konfidenzintervalle.

Abbildung 59 präsentiert eine Gegenüberstellung der Parameter auf Kreisebene für die einfachen King-Modelle und die erweiterten King-Modelle. Dargestellt werden allein die Punktschätzer, wobei die x-Achse β_1 und die y-Achse β_2 ist. Zusätzlich ist noch die Winkelhalbierende des ersten Quadranten eingezeichnet. Das bedeutet, dass alle Kreise, bei denen der Punktschätzer für $\beta_{i,1}$ größer als der für $\beta_{i,2}$ ist, unterhalb der Winkelhalbieren liegen.

| Modell | β_1 | 80 %-KI für β_1 | | β_2 | 80 %-KI für β_2 | |
|--------|-----------|-----------------------|-------|-----------|-----------------------|-------|
| 1930 | 0,154 | 0,147 | 0,160 | 0,148 | 0,147 | 0,149 |
| 1932 | 0,719 | 0,704 | 0,737 | 0,283 | 0,281 | 0,284 |

Tabelle 47: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen im erweiterten King-Modell – Variable: Anteil Protestanten, oben: September 1930, unten: Juli 1932.

Bei den Modellen für das Jahr 1930 sind zwei unterschiedliche Strukturen erkennbar. Beim einfachen Modell liegen alle Kreise deutlich oberhalb der Winkelhalbieren, beim erweiterten Modell liegen alle Kreise nahe der Winkelhalbieren, wobei für $\beta_{i,1}$ Werte kleiner 0,15 die Punkte eher oberhalb, für größere Werte eher unterhalb der Winkelhalbieren liegen. Bei den Modellen für die

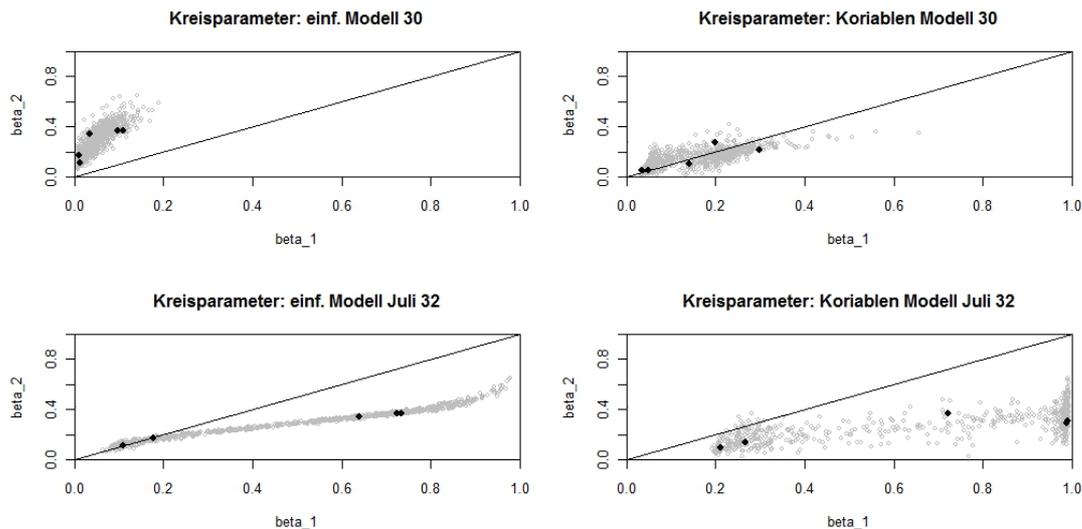


Abbildung 59: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer auf Kreisebene, oben: September 1930, unten: Juli 1932, links: einfaches King-Modell, rechts: erweitertes King-Modell – Variable: Anteil Protestanten.

Wahl Juli 1932 zeigt sich beim einfachen Modell ein starker Zusammenhang zwischen den beiden Parameterwerten, der sich fast perfekt durch eine glatte Funktion beschreiben lassen würde. Alle Werte mit einem $\beta_{i,1}$ kleiner 0,18 liegen leicht oberhalb der Winkelhalbieren, alle Werte mit größerem $\beta_{i,1}$ liegen unterhalb. Beim erweiterten Modell ist die Streuung der Parameterpaare deutlich größer, auch sind die Punkte der Kreise mit kleinen $\beta_{i,1}$ etwas nach unten verlagert, sodass es bei diesem Modell nur wenige Kreise mit Punktschätzern oberhalb der Winkelhalbieren gibt.

Zusammenfassend kann man sagen, dass keines der gerechneten Modelle wirklich zufriedenstellend ist. Die über die einfache Goodman-Regression bestimmten Parameter liegen zwar im Einheitsintervall und wären daher problemlos interpretierbar, aber die Ergebnisse der erweiterten Modelle lassen vermuten, dass es auch bereits beim einfachen Modell zu einer Verletzung der Modellannahmen kam und wahrscheinlich Aggregationsbias vorhanden ist. Auch bei den King-Modellen legen die Ergebnisse eine Verletzung der Annahmen bei der Wahl Juli 1932 nahe. Es scheint sehr wahrscheinlich, dass eine Verletzung der Monomodalitätsannahme vorliegt. Auch sind die extrem hohen Parameterschätzer, ähnlich wie bei den 2-x-2-Wählerwanderungen ein Indiz für das Vorliegen von Aggregationsbias. Bei den Modellen der Wahl 1930 ist aus dem King-Modell schwerer auf eine Verletzung der Annahmen zu schließen. Ein Indiz ist jedoch, dass sich die Ergebnisse des einfachen Modells drastisch von den Ergebnissen des erweiterten Modells bei dieser Wahl

unterscheiden.

Daher sind genaue Aussagen über die Höhe der Parameter nicht möglich. Die Ergebnisse der gerechneten Modelle für die Wahl 1930 sprechen eher dafür, dass in nicht dominant protestantischen Kreisen der Anteil der Mittelbauern, die die NSDAP wählten, niedriger als der Anteil der NSDAP-Wähler unter den Nichtmittelbauern war. Die Mittelbauern in den dominant protestantischen Kreisen sind schwerer zu beschreiben, ein Teil der Modelle lässt aber vermuten, dass sie mindestens ähnlich den Nichtmittelbauern in ihren Kreisen in Bezug auf das Wahlverhalten waren. Möglich scheint aber auch, dass in einem Teil der Kreise die Mittelbauern bereits stärker die NSDAP gewählt haben.

Bei der Wahl Juli 1932 scheint es aufgrund der Modelle durchaus plausibel, dass in protestantischen Kreisen die Mittelbauern öfter die NSDAP gewählt haben, als die Nichtmittelbauern in diesen Kreisen. Über die Mittelbauern in den nichtprotestantisch Kreisen ist keine so klare Aussage mehr möglich. Wenn man dem erweiterten King-Modell glauben will, wählten sie verstärkt die NSDAP, wenn man den Ergebnissen der getrennt gerechneten Goodman-Regressionen für diese Kreise glauben mag, kann man zum umgekehrten Schluss kommen. Modellübergreifend erscheint es aber eher plausibel, dass Mittelbauern nicht deutlich weniger für die NSDAP gestimmt haben als die Nichtmittelbauern in den Kreisen. Wenn sie aber bei der Wahl 1930 wirklich weniger stark NSDAP gewählt haben, würde dies bedeuten, dass zwischen 1930 und Juli 1932 der Anteil der NSDAP-Wähler unter den Mittelbauern stärker anstieg als bei den Nichtmittelbauern.

IV. 4.6. 7-x-7-Wählerwanderungsanalyse

Als Beispiel für eine R-x-C-Tabelle soll eine Wählerwanderungsanalyse für die Wahlen im September 1930 und Juli 1932 durchgeführt werden. Die betrachteten Parteien und die durchgeführten Zusammenlegungen wurden bereits erwähnt. Tabelle 48 zeigt die Datenlage für die Weimarer Republik.

Das erste verwendete Schätzverfahren war die Goodman-Regression für R-x-C-Tabellen. Die Ergebnisse werden in Tabelle 49 zusammengefasst. Die Einträge in den Zellen sind die Parameter der Regression und stellen die geschätzten Übergangswahrscheinlichkeiten dar. Die Zeilensumme dieser Übergangswahrscheinlichkeiten ergibt eins²¹⁵.

215 Die Abweichung der Summen der Werte in der Tabelle sind der Rundung geschuldet.

| 30 \ 32 | NSDA | LINKS | DNVP | ZX | LIB | CAP | Sonst | Σ |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| NSDA | | | | | | | | 0,144 |
| LINKS | | | | | | | | 0,297 |
| DNVP | | | | | | | | 0,055 |
| ZX | | | | | | | | 0,117 |
| LIB | | | | | | | | 0,096 |
| CAP | | | | | | | | 0,055 |
| Sonst | | | | | | | | 0,237 |
| Σ | 0,310 | 0,298 | 0,049 | 0,130 | 0,022 | 0,010 | 0,181 | 1,000 |

Tabelle 48: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: Datenlage – Ebene Weimarer Republik, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932.

| 30 \ 32 | NSDA | LINKS | DNVP | ZX | LIB | CAP | Sonst | Σ |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| NSDA | 1,195 | -0,064 | 0,056 | -0,011 | -0,004 | -0,020 | -0,152 | 1,000 |
| LINKS | -0,039 | 0,963 | -0,041 | 0,006 | -0,010 | 0,014 | 0,108 | 1,000 |
| DNVP | 0,364 | 0,068 | 0,542 | -0,052 | -0,030 | -0,031 | 0,138 | 1,000 |
| ZX | -0,111 | 0,028 | -0,006 | 1,058 | -0,014 | -0,003 | 0,049 | 1,000 |
| LIB | 0,380 | 0,062 | 0,169 | 0,010 | 0,246 | 0,015 | 0,117 | 1,000 |
| CAP | 0,993 | -0,032 | 0,111 | -0,051 | -0,022 | 0,117 | -0,116 | 1,000 |
| Sonst | 0,218 | 0,045 | 0,006 | 0,048 | 0,024 | 0,014 | 0,645 | 1,000 |

Tabelle 49: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: Übergangswahrscheinlichkeiten der Goodman-Regressionen, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932.

In der Tabelle zeigt sich erneut das Problem der Goodman-Regression. Ein Teil der geschätzten Übergangswahrscheinlichkeit befindet sich außerhalb des Einheitsintervalls. Um aus dieser Tabelle eine „gültige“ Wählerwanderungstabelle zu berechnen wurden die Übergangswahrscheinlichkeiten der Goodman-Regression adjustiert. Dazu wurde die von Ambühl²¹⁶ verwendete und beschriebene Methode benutzt.

Dabei werden in einem ersten Schritt alle Parameter, die außerhalb des Einheitsintervalls liegen, korrigiert. Alle Werte größer eins werden auf genau eins gesetzt, alle Werte kleiner null auf null. Da nach diesem Schritt die Zeilensummen nicht mehr eins ergeben, wird dies über zeilenweise Normierung wieder gewährleistet. Mit diesen Übergangswahrscheinlichkeiten können dann die inneren Zellen einer vorläufigen Wählerwanderungstabelle berechnet werden.

216 Vgl.: Ambühl, 2003, S. 53 – 55.

Wenn die über die inneren Zellen berechneten Spaltensummen nicht mit den beobachteten Werten übereinstimmen, erfolgt ein weiterer Korrekturschritt. Abwechselnd werden die Spalten und Zeilen mit geeigneten Faktoren multipliziert, bis der Fehler zwischen berechneten und beobachteten Spalten- und Zeilensummen unterhalb einer zuvor festgelegten Toleranzschwelle liegt. Bei den hier durchgeführten Berechnungen wurde gefordert, dass die Summe der betragsmäßigen Unterschiede von den berechneten Werten der Ränder von den beobachteten Werten nicht größer als 0,001 ist. Abschließend wurden die aus dieser Tabelle resultierenden Übergangswahrscheinlichkeiten berechnet.²¹⁷

Bei der zweiten verwendeten Methode handelt es sich um eine leicht abgeänderte Ambühl-Methode. Anstatt die Parameterwerte außerhalb der Grenzen abzuschneiden, wurde zeilenweise der kleinste Wert auf null und der maximale Werte auf eins gesetzt. Alle anderen Werte wurden dann entsprechend skaliert. Alle weiteren Schritte sind identisch mit der Methode von Ambühl. Tabelle 50 zeigt die Ergebnisse der Methode von Ambühl, Tabelle 51 die Ergebnisse des leicht abgeänderten Verfahrens. Bei beiden Verfahren wurde das Abbruchkriterium nach weniger als 50 Iterationen erreicht.

Da beide Tabellen aus den Daten derselben Goodman-Regression generiert wurden, gibt es keine Änderungen bei der Struktur der Wählerwanderungen. Der größte Unterschied zwischen beiden Verfahren ist, dass die maximalen Übergangswahrscheinlichkeiten beim abgeänderten Ambühl-Modell niedriger ausfallen. Beim Ambühl-Modell sollen 95,9 % der NSDAP-Wähler der Wahl von 1930 erneut die NSDAP bei der Wahl im Juli 1932 gewählt haben, beim abgeänderten Modell sind es nur noch 78,4 %. Ähnliches gilt für die Wähler der anderen beiden Gruppierungen mit hoher Loyalität, den zusammengefassten linken Parteien und dem Zentrum mit der Bayrischen Volkspartei.

Den Modellen zufolge konnte die NSDAP die meisten neuen Wähler von der CAP, den LIB, der DNVP und aus der Kategorie Sonstiges gewinnen. In Bezug auf die Mittelbauern scheint vor allen der CAP interessant zu sein, da in dieser Kategorie auch die Bauernparteien zusammengefasst wurden. Und gerade der CAP verlor an die 80 %, die höchste Übergangswahrscheinlichkeit außerhalb der Diagonalen, seiner Wähler an die NSDAP.

²¹⁷ Dieser Schritt ist optional und wurde von Ambühl nicht vollzogen. Um aber Ergebnisse auf vergleichbarer Ebene mit den bisher gerechneten Modellen zu erhalten, war er hier notwendig.

| 30 \ 32 | NSDA | LINKS | DNVP | ZX | LIB | CAP | Sonst | Σ |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| NSDA | 0,960 | 0,000 | 0,040 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 1,000 |
| LINKS | 0,000 | 0,911 | 0,000 | 0,006 | 0,000 | 0,009 | 0,074 | 1,000 |
| DNVP | 0,383 | 0,077 | 0,426 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,113 | 1,000 |
| ZX | 0,000 | 0,023 | 0,000 | 0,948 | 0,000 | 0,000 | 0,030 | 1,000 |
| LIB | 0,453 | 0,079 | 0,151 | 0,015 | 0,181 | 0,012 | 0,108 | 1,000 |
| CAP | 0,857 | 0,000 | 0,072 | 0,000 | 0,000 | 0,070 | 0,000 | 1,000 |
| Sonst | 0,255 | 0,057 | 0,005 | 0,068 | 0,017 | 0,011 | 0,587 | 1,000 |

Tabelle 50: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: korrigierte Übergangswahrscheinlichkeiten nach Anwendung der Ambühl Methode, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932.

| 30 \ 32 | NSDA | LINKS | DNVP | ZX | LIB | CAP | Sonst | Σ |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| NSDA | 0,784 | 0,044 | 0,061 | 0,073 | 0,024 | 0,015 | 0,000 | 1,000 |
| LINKS | 0,003 | 0,850 | 0,000 | 0,041 | 0,009 | 0,011 | 0,088 | 1,000 |
| DNVP | 0,442 | 0,109 | 0,319 | 0,000 | 0,007 | 0,004 | 0,120 | 1,000 |
| ZX | 0,000 | 0,088 | 0,040 | 0,767 | 0,020 | 0,015 | 0,070 | 1,000 |
| LIB | 0,570 | 0,078 | 0,129 | 0,014 | 0,101 | 0,004 | 0,104 | 1,000 |
| CAP | 0,780 | 0,050 | 0,081 | 0,040 | 0,018 | 0,031 | 0,000 | 1,000 |
| Sonst | 0,315 | 0,056 | 0,004 | 0,061 | 0,010 | 0,004 | 0,551 | 1,000 |

Tabelle 51: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: korrigierte Übergangswahrscheinlichkeiten nach Anwendung der abgeänderten Ambühl Methode, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932.

Als vergleichendes Modell zur Goodman-Regression wurde noch Kings ökologische Inferenz wiederholt angewandt. Dazu wurde aus der 7-x-7-Tabelle insgesamt 49 einzelne 2-x-2-Tabellen erzeugt, sodass jeder der zu bestimmende Parameter direkt aus einem der Modelle extrahiert werden kann. Bei der bereits betrachteten 2-x-2-Wählerwanderung NSDAP-Stimmanteil 1930 zu NSDAP-Stimmanteil Juli 1932 handelt es sich um eines dieser 49 Modelle. Verwendet wurden aus den Modellen nur die globalen Punktschätzer für β_j . Alle anderen Werte der Modelle wurden bei den weiteren Auswertungen nicht berücksichtigt. Tabelle 52 zeigt die 49 geschätzten Übergangswahrscheinlichkeiten.

Ein Indiz, dass ein Teil der gerechneten King-Modelle falsche Schätzer geliefert hat, bieten die Zeilensummen. Da es sich um Übergangswahrscheinlichkeiten handeln sollte, müsste die Summe eins sein. Bei den meisten Zeilen ist der Wert aber deutlich von eins entfernt. Um aus diesen Daten

trotzdem eine gültige Wählerwanderungstabelle zu gewinnen, wurden erneut die zuvor beschriebenen Schritte angewandt. Das Abbruchkriterium wurde hier nach 60 Iterationen erreicht. Tabelle 53 zeigt so erhaltene Werte.

| 30 \ 32 | NSDA | LINKS | DNVP | ZX | LIB | CAP | Sonst | Σ |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| NSDA | 0,992 | 0,727 | 0,236 | 0,089 | 0,057 | 0,011 | 0,012 | 2,044 |
| LINKS | 0,436 | 0,940 | 0,055 | 0,006 | 0,044 | 0,022 | 0,008 | 1,511 |
| DNVP | 0,803 | 0,226 | 0,083 | 0,075 | 0,028 | 0,023 | 0,199 | 1,368 |
| ZX | 0,012 | 0,008 | 0,006 | 0,973 | 0,004 | 0,011 | 0,198 | 1,212 |
| LIB | 0,591 | 0,877 | 0,158 | 0,018 | 0,176 | 0,031 | 0,012 | 1,864 |
| CAP | 0,983 | 0,198 | 0,204 | 0,008 | 0,063 | 0,031 | 0,022 | 1,510 |
| Sonst | 0,176 | 0,007 | 0,013 | 0,009 | 0,022 | 0,012 | 0,687 | 0,927 |

Tabelle 52: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: Übergangswahrscheinlichkeiten der 49 King-Modelle, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932.

| 30 \ 32 | NSDA | LINKS | DNVP | ZX | LIB | CAP | Sonst | Σ |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| NSDA | 0,492 | 0,352 | 0,113 | 0,015 | 0,019 | 0,004 | 0,005 | 1,000 |
| LINKS | 0,295 | 0,620 | 0,035 | 0,013 | 0,020 | 0,012 | 0,005 | 1,000 |
| DNVP | 0,602 | 0,166 | 0,060 | 0,019 | 0,014 | 0,014 | 0,125 | 1,000 |
| ZX | 0,003 | 0,002 | 0,002 | 0,943 | 0,001 | 0,003 | 0,048 | 1,000 |
| LIB | 0,326 | 0,472 | 0,084 | 0,033 | 0,065 | 0,014 | 0,006 | 1,000 |
| CAP | 0,661 | 0,130 | 0,132 | 0,019 | 0,028 | 0,017 | 0,012 | 1,000 |
| Sonst | 0,213 | 0,008 | 0,015 | 0,037 | 0,018 | 0,012 | 0,698 | 1,000 |

Tabelle 53: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: korrigierte Übergangswahrscheinlichkeiten aus den King-Modellen, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932.

Die Werte in der Tabelle weisen teilweise deutliche Unterschiede zu den beiden Tabellen der Goodman-Regression auf. Die Loyalität der NSDAP und der LINKS-Wähler ist deutlich niedriger und dem Modell zufolge fand ein nicht unerheblicher Wähleraustausch zwischen beiden Gruppierungen statt. Einzig beim Zentrum ist erneut eine hohe Loyalität erkennbar. Ein weiterer Unterschied ist, dass die LIB den Großteil ihrer Wähler dem Modell zufolge nicht an die NSDAP, sondern an die linken Parteien abgab. Die DNVP und der CAP verloren auch bei diesem Modell die meisten Wähler an die NSDAP, wobei die Übergangswahrscheinlichkeit bei der CAP niedriger als bei den Goodman-Modellen ist.

Es ist schwer zu beurteilen, welches der beiden Modelle näher an der Realität

liegt und wie nahe dieses bessere Modell dann der Realität kommt. Bei beiden Ansätzen sind offensichtlich die Modellannahmen verletzt, bei der Goodman-Regression gab es Übergangswahrscheinlichkeit außerhalb des Einheitsintervalls, bei der Verwendung des King-Modells widersprechen die Zeilensummen der Gültigkeit der mit den Modellen geschätzten Parameter. Auch zeigte sich bei einem der Teilmodelle der zuvor behandelten 2-x-2-Wählerwanderungen, dass die Ergebnisse des einfachen King-Modells in diesem Fall problematisch zu sehen sind.

Er ist wahrscheinlich, dass die sich bei beiden Modellen wiederholenden Ergebnisse eine gewisse Wahrheit enthalten. Da aber über die Güte der Parameter nur wenig gesagt werden kann, sind definitive Aussagen äußerst schwierig. Es scheint, dass Wähler des Zentrums sehr loyal gewesen waren. Auch legen die Modelle nahe, dass die größte Bewegung aus der Kategorie Sonstiges in Richtung NSDAP stattgefunden hat und die DNVP und der CAP vermutlich einen großen Teil ihrer Wähler an die NSDAP verloren haben. Wenig Information hat man aufgrund der Modelle bei den uneindeutigen Fällen. Ob die Loyalität bei den linken Parteien und der NSDAP hoch oder sie deutlich niedriger war und es viele Wechselwähler zwischen beiden Parteienlagern gab, muss offen bleiben. Genauso offen wie die Frage, an wen die liberalen Parteien die meisten Wähler verloren haben. In diesen Fällen scheint alleinig aufgrund der Modelle keine Entscheidung möglich.

IV. 5. Zusammenfassung der Ergebnisse

Bei den meisten Auswertungen zeigten sich Probleme bei der Anwendung der Methoden. Einzig bei den Modellen, die die Religionsabhängigkeit der Wahlentscheidung überprüfen sollten, ist bei den Modellergebnissen keine schwerwiegende Verletzung der Annahmen erkennbar. Aber auch bei diesen Daten stellt sich die Frage, inwieweit das Wahlverhalten eines Protestanten im protestantisch geprägten Nordosten der Weimarer Republik dem Wahlverhalten eines Protestanten im katholisch geprägten Südosten ähnelt. Die Existenz einer Verbindung zwischen dem Wahlverhalten wird aber bei beiden Modellen unterstellt.

Bei den anderen Modellen wurden offensichtliche Verletzungen der Modellvoraussetzungen festgestellt, primär scheint es sich dabei um Aggregationsbias zu handeln. Da bekannt ist, dass bei Aggregationsbias die aus beiden Modellansätzen gewonnenen Parameter mit Vorsicht zu betrachten sind und es kaum möglich ist, den dadurch erzeugten Fehler abzuschätzen, sind definitive Aussagen anhand der Modelle nicht möglich. Da dies leider auch bei den Modellen auftrat, die der Fragestellung Mittelbauern und Wahlverhalten gewidmet waren, betrifft dies auch die hier diskutierte Forschungsfrage.

Die Ergebnisse legen aber nahe, dass der Anteil der Mittelbauern in protestantischen Kreisen, der bei der Wahl im Juli 1932 für die NSDAP gestimmt hatte, größer war, als der Anteil der NSDAP-Wähler unter den Nichtmittelbauern. Aufgrund der Modelle sind zwar auch Aussagen über nichtprotestantische Kreise und die Wahl 1930 möglich, aber diese Aussagen sind mit einer deutlich größeren Unsicherheit behaftet. Das zumindest der Anteil der Mittelbauern in den Kreisen einen Einfluss auf die Ergebnisse ausübte, zeigen die für die unterschiedlichen Mittelbauernanteile getrennt gerechneten Modelle bei der Fragestellung Religion und NSDAP. Auch zeigen diese Modelle auf, dass es möglicherweise substantielle Unterschiede zwischen Mittelbauern in protestantischen Kreisen und den Mittelbauern in den nichtprotestantischen Kreisen gab.

Auch die betrachtete Wählerwanderung der Wahl Juli 1932 bietet Informationen zur Fragestellung. Ein großer Teil der Wählerschaft der CAP, der Zusammenfassung der kleinen christlichen und Bauernparteien, wechselte den Modellen zufolge zur NSDAP. Da sich weiterhin vermuten lässt, dass Mittelbauern einen überproportionalen Teil der Wählerschaft der CAP stellten, würde dies die zuvor beobachteten Ergebnisse stützen.

Auch wenn die Modelle nicht in der Lage waren, einen statistischen Beweis für ein radikaleres Wahlverhalten der Mittelbauern bei Verschärfung der Kreise zu liefern, zeigt sich in den meisten Modellen eine Struktur, die diese These zumindest in den protestantischen Kreisen stützt. Zusammenfassend würde ich sagen, dass, auch wenn die Ergebnisse alleine stehend nicht die Aussage zulassen, sie zusammen mit einer fundierten Theorie eine gewisse Beweiskraft innehaben sollten. Es scheint mir auch möglich, anhand theoretischer Überlegungen eine weitergehende Selektion unter den hier vorgestellten Modellen durchzuführen und so ein Mehr an Informationen zu gewinnen. Auch ist denkbar, dass ein besseres Kovariablenset gefunden werden kann, sodass zumindest aus theoretische Sicht die Modellvoraussetzungen eingehalten werden.

Diese Anwendungsbeispiele zeigen aber auch die noch bestehenden Probleme innerhalb der ökologischen Inferenz auf. Keines der verwendeten Verfahren funktionierte problemlos. Die Duncan-Davis-Ränder waren bei den meisten Daten zu wenig informativ, die beiden Modellansätze zeigten ihre Abhängigkeit von den Modellannahmen. Auch die neueren Verfahren, wie z. B. die hierarchischen Modelle, kämpfen mit der fundamentalen Unbestimmtheit bei der ökologischen Inferenz. Auch wenn in den letzten zehn bis 15 Jahren bereits eine rege wissenschaftliche Diskussion zum Thema „ökologische Inferenz“ stattfand, ist eine abschließende Lösung des Problems noch nicht gefunden worden. So muss man die ökologische Inferenz als ein noch nicht gelöstes methodologisches Problem betrachten. Ein Problem, das von einigen auch als unlösbar angesehen wird.

Ein vielversprechender Ansatz könnte aber die Kombination von Befragungsdaten und aggregierten Daten in einem Modell darstellen. So könnten die Vorteile der beiden Datenerhebungsarten miteinander verbunden und die Nachteile gemindert werden. Mit den Befragungsdaten könnte es möglich werden, die fundamentale Unbestimmtheit in aggregierten Daten abzuschwächen. Aber auch dieser vielversprechende Ansatz für die ökologische Inferenz würde es nicht ermöglichen, die Frage nach dem Wahlverhalten der Mittelbauern in der Weimarer Republik zu beantworten. Befragungsdaten aus dieser Zeit liegen nicht vor, und daher handelt es sich bei den zu Verfügung stehenden Informationen um aggregierte Daten.

V. Schluss

Der thematische Fokus der Arbeit richtet sich auf den Versuch, die Frage zu klären, ob ein radikaleres Wahlverhalten bei den Mittelbauern bei Verschärfung der Krise auftrat. Diese Frage konnte zwar zum Teil beantwortet werden, aber es war nicht möglich, einen über alle Zweifel erhabenen Beweis zu erbringen. Zur Beantwortung der Frage wurden zwei völlig verschiedene Ansätze verwendet.

Die erste Methode stellt ein generalisiertes additives Modell mit räumlicher Komponente dar. Ein solches Modell wurde bereits beim Consulting gerechnet, doch sollten im Rahmen dieser Arbeit die Ergebnisse aufgrund der aufgetretenen Probleme überprüft werden. Ein Ergebnis dieser Überprüfung war jedoch auch, dass es beim Consulting zu einer falschen Zusammenlegung der Bauernkategorien kam. Die Mittelbauern wurden zusammen mit den Kleinbauern, zwei bis fünf Hektar, betrachtet. Damit war die Frage offen, inwieweit diese fehlerhafte Zusammenlegung die Ergebnisse beeinflusst hatte.

Bei den gerechneten Modellen zeigte sich jedoch, dass bei den kritischen Wahlen 1930 bis 1933 die Mittelbauern die treibende Kraft hinter dem festgestellten Effekt beim Consulting waren. Auch zeigte sich bei den Modellen erneut der erwartete Zusammenhang. In Kreisen mit höheren Mittelbauernanteilen gab es zuerst eine ablehnende, im September 1930 eine eher neutrale und 1932 und 1933 ein positive Haltung der NSDAP gegenüber.

Wenn diese Veränderung auch bei beiden Arten der räumlichen Modellierungen festgestellt werden konnte, hing jedoch die Stärke des festgestellten Effekts stark vom gewählten Modell ab. Beim Modell mit regionaler Indikatorvariable war ein deutlicher Effekt feststellbar, beim Modell mit glatter räumlicher Modellierung war der Effekt deutlich schwächer. Daher ist die Stärke des Effekts unsicher – aber nicht das Vorhandenseins des Effekts. Die beim Consulting bereits festgestellte Verwischung des Effekts bei Zusammenlegung von Parzellen-, Klein- und Mittelbauern zu einer Kategorie konnte erneut beobachtet werden.

Diesmal konnte aber bei allen Modellen Konvergenz erreicht werden und auch die Variable Arbeitslosigkeit 1933 wurde nur für die Wahlen 1932 und 1933 berücksichtigt. Aber erneut zeigten sich Modellprobleme. Bei beiden Ansätzen der räumlichen Modellierung war weiterhin eine räumliche Korrelation erkennbar. Auch führte die Entfernung des Random Intercepts aus dem Modell zu einem erneuten Auftreten von zeitlicher Autokorrelation bei den Fehlern. Beim Modell mit glatter

räumlicher Komponente deuten die ermittelten extrem weiteren Konfidenzintervalle der räumlichen Komponente auf ein weiteres Problem hin.

Da diese Modelle aber nur den Zusammenhang auf Kreisebene modellieren und nicht den Zusammenhang auf der Ebene der Individuen wurde im zweiten Teil der Arbeit die ökologische Inferenz erläutert und angewandt. Bei der Diskussion der etablierten Methoden der ökologischen Inferenz zeigte sich jedoch, dass alle modellbasierenden Ansätze eine starke Abhängigkeit von ihren Annahmen haben. Und das bei den meisten Methoden nicht klar ist, was wirklich geschätzt wird, wenn die Annahmen verletzt sind.

Daher kann dieses methodologische Problem nicht als gelöst angesehen werden. Zur Zeit findet zwar eine aktive Diskussion und Methodenentwicklung statt, darunter auch vielversprechende Ansätze wie die Kombination von Befragungsdaten und aggregierten Daten, aber eine abschließende Lösung ist bisher nicht in Sicht. Auch muss man anmerken, dass es durchaus kritische Meinungen gibt, die die Lösbarkeit des Problems an sich anzweifeln.

Trotz der möglichen Probleme wurde im Anschluss an die Diskussion ein Teil der vorgestellten Methoden für ökologische Analysen verwendet. Betrachtet wurden vier dabei Fragestellungen: die Loyalität der NSDAP Wähler anhand einer 2-x-2-Wählerwanderungstabelle, das Wahlverhalten bezüglich der NSDAP von Protestanten und Mittelbauern und eine große 7-x-7-Wählerwanderungstabelle. Ein Schwerpunkt der Analysen lag jedoch erneut bei dem Wahlverhalten der Mittelbauern oder dem Einfluss des Mittelbauernanteils auf das Wahlverhalten. Bei den gerechneten Modellen zeigten sich die zuvor diskutierten Probleme und bei einem Teil der gerechneten Modelle muss von Verletzungen der Annahmen ausgegangen werden, sodass die Ergebnisse mit Vorsicht betrachtet werden müssen.

Da sich unter den problembehafteten Modellen auch das Modell des Wahlverhaltens der Mittelbauern befand, sind leider keine definitiven Aussagen möglich. Die Ergebnisse mehrerer Modelle nutzend, kann jedoch vermutet werden, dass in protestantischen Kreisen Mittelbauern im Juli 1932 öfter die NSDAP gewählt haben. Die Ergebnisse für Mittelbauern in katholischen Regionen und die Wahl im September 1930 sind unsicherer. Ein Ergebnis der Analysen war auch, dass den Modellen zufolge die Wähler der kleinen christlichen Parteien und der Bauernparteien im Juli 1932 mehrheitlich zur NSDAP gewechselt sind.

So war es zwar möglich, mit den durchgeführten Analysen neue

Informationen zu gewinnen. Alleine für sich haben die gerechneten Modelle der ökologischen Inferenz mit Bezug auf die Mittelbauern wenig Beweiskraft, aber in Verbindung mit einer fundierten Theorie sollten sie eine gewisse Beweiskraft ausstrahlen. Die gerechneten generalisierten additiven Modellen zeigen, dass es einen Zusammenhang zwischen Mittelbauernanteil und Wahlverhalten im Kreis gibt. Ähnliches legen auch die nach Mittelbauernanteil getrennt gerechneten ökologischen Regressionen bezüglich der Protestanten nahe. Damit scheint zumindest abgesichert zu sein, dass der Mittelbauernanteil das Wahlergebnis der NSDAP beeinflusste.

VI. Literatur – und Softwareverzeichnis

Literatur

- Aachen, Christopher H. / Shively, Phillips W.: Cross level inference, Chicago, 1995.
- Ambühl, Mathias: Methoden zur Rekonstruktion von Wählerströmen aus Aggregatdaten. Bundesamt für Statistik, Neuenburg, 2003.
- Anselin, Luc / Cho Wendy K. Tam: Spatial Effects and Ecological Inference, in: Political Analysis, Volumen 10, Nummer 3, 2002, S. 276 – 297.
- Anselin, Luc / Cho Wendy K. Tam: Conceptualizing Space. Reply, in: Political Analysis, Volumen 10, Nummer 3, 2002, S. 301 – 303.
- Belitz, Christine / Brezger Andreas / Kneib Thomas / Lang Stefan: BayesX. Software for Bayesian Inference in Structured Additive Regressions Models. Methodology Manual, München, 2009.
- Cho, Wendy K. Tam / Manski, Charles F.: Cross – Level / Ecological Inference, in: Brady, Henry E. / Collier, David / Box-Steffensmeier, Janet M.: Oxford Handbook of Political Methodology, Oxford, 2008, S. 547 – 569.
- Cho, Wendy K. Tam / Gaines, Brian J.: The Limits of Ecological Inference. The Case of Split-Ticket Voting, in: American Journal of Political Science, Volumen 48, Nummer 1, 2004, S. 152 – 171.
- Fahrmeir, Ludwig / Kneib, Thomas / Lang, Stefan: Regression. Modelle, Methoden und Anwendungen, Heidelberg, 2009.
- Ferree, Karen E.: Iterative Approaches to R x C Ecological Inference Problems. Where They Can Go Wrong and One Quick Fix, in: Political Analysis, Volumen 12, Nummer 2, 2004, S. 143 – 159.
- Freedman David A.: Ecological Inference and the Ecological Fallacy, Technical Report No. 549, Berkely, 1999.
- Gschwend Thomas, Ökologische Inferenz, in: Behnke, Joachim / Gschwend, Thomas / Schindler Delia, Schnapp, Kai-Uwe: Methoden der Politikwissenschaft. Neuere qualitative und quantitative Analyseverfahren, Baden-Baden, 2006, S. 227 – 237.
- King, Gary: A Solution to the Ecological Inference Problem. Reconstructing Individual Behavior from Aggregate Data, Princeton, 1997.
- King Gary / Rosen Ori / Tanner Martin A. / Jiang Wenxin: Bayesian and Frequentist Inference for Ecological Inference: the R x C Case, in: Statistica Neerlandica, Volumen 55, Nummer 2, 2001, S. 134 – 156.
- King, Gary / Rosen, Ori / Tanner, Martin A.: Binomial-Beta Hierarchical Models for Ecological Inference, in: Sociological Methods & Research, Volumen 28, Nummer 1, 1999, S. 61 – 90.

- King Gary / Rosen, Ori / Tanner Martin A./ Wagner Alexander F.: Ordinary Economic Voting Behavior in the Extraordinary Election of Adolf Hitler, in: The Journal of Economic History, Volumen 68, Nummer 4, Dezember 2008, S. 951 – 996.
- Klima, André: Agrarstruktur und Wahlerfolge der NSDAP 1924 – 1933, München, 2010, unveröffentlicht.
- Konrath, Susanne / Scheipl Fabian: Skript zur Vorlesung: Gemischte Modelle, SoSe 2009, Institut für Statistik, LMU, http://www.statistik.lmu.de/~semwiso/mixedmodels_ss09/index.html, (Stand 08.06.2010).
- Konrath, Scheipl, Vorlesung: Gemischte Modelle, SoSe 2009, Institut für Statistik, LMU, Vorlesung 10.06.2009, http://www.statistik.lmu.de/~semwiso/mixedmodels_ss09/index.html (Stand 08.06.2010)
- Hänisch, Dirk: Inhalt und Struktur der Datenbank „Wahl- und Sozialdaten der Kreise und Gemeinden des Deutschen Reiches von 1920 bis 1933“, in: Historical Social Research, Volumen 14, Nummer 1, 1989, S. 39 – 67.
- Hänisch, Dirk: Benutzerhandbuch: Wahl- und Sozialdaten der Kreise und Gemeinden des Deutschen Reiches 1920-1933, März/April 1988.
- Scheipl, Fabian: Semiparametrische gemischte Modelle, Handout zum Vortrag im Rahmen des Seminars: Semiparametrische Regression für longitudinale, räumliche und ereignisorientierte Daten, WS 2009/10, Institut für Statistik, LMU, http://www.statistik.lmu.de/~semwiso/seminare/semiparametrischeregression_WS_0910/index.html (Stand 08.06.2010)
- Statistik des Deutschen Reichs – Volks-, Berufs- und Betriebszählung vom 16. Juni 1925: Landwirtschaftliche Betriebszählung – Die Hauptergebnisse in den kleineren Verwaltungsbezirken der Länder des Deutschen Reichs, Band 412 I, Berlin, 1929.
- Turner, Paul W.: Agrarstruktur und der Aufstieg der NSDAP in Bayern. Die Rolle der Betriebsgrößenstruktur, in: Immerfall, Stefan: Parteien, Kulturen und Konflikte. Beiträge zur multikulturellen Gegenwartsgesellschaft. (Festschrift für Alf Mintzel), Opladen, 2000, S. 83 – 110.
- Wakefield, Jonathan C.: Ecological Inference for 2x2 Tables, in: Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Volumen 167, Nummer 3, 2004, S. 385 – 455.
- Wood, Simon N.: Generalized Additive Models. An Introduction with R, Boca Raton, 2006.

Software

- Genz, Alan / Bretz, Frank / Miwa, Tetsuhisa / Mi, Xuefei / Leisch, Friedrich / Scheipl, Fabian / Hothorn, Torsten: mvtnorm. Multivariate Normal and t Distributions. R package version 0.9-92, 2010, URL <http://CRAN.R-project.org/package=mvtnorm>.
- Bates, Douglas / Maechler, Martin: lme4: Linear mixed-effects models using S4 classes, 2009, R package version 0.999375-32, URL <http://CRAN.R-project.org/package=lme4>.
- Belitz, Christine / Brezger Andreas / Kneib Thomas / Lang Stefan: BayesX. Software for Bayesian Inference in Structured Additive Regressions Models, Version 2.0.1, 2009, URL <http://www.stat.uni-muenchen.de/~bayesx/bayesx.html>.
- Bivand, Roger / Leisch, Friedrich / Maechler, Martin: pixmap: Bitmap Images ("Pixel Maps"), 2009, R package version 0.4-10, URL <http://CRAN.R-project.org/package=pixmap>.
- Eugster, Manuel J. A. / Leisch, Friedrich: From Spider-Man to Hero. Archetypal Analysis in R, in: Journal of Statistical Software, Volumen 30, Nummer 8, 2009, S. 1 – 23, URL <http://www.jstatsoft.org/v30/i08/>.
- Inkscape – Draw Freely, Version 0,47, URL <http://www.inkscape.org/>.
- King, Gary: EI. A Program for Ecological Inference, Version 1.9, 2003, URL <http://gking.harvard.edu/ei>.
- Kneib, Thomas / Heinzl, Felix / Brezger, Andreas / Sabanes Bove, Daniel: BayesX: R Utilities Accompanying the Software Package BayesX. 2009, R package version 0.2-4, URL <http://CRAN.R-project.org/package=BayesX>.
- Murrell, Paul: Importing Vector Graphics. The grImport Package for R., Journal of Statistical Software, Volumen 30, Nummer 4, 2009, S. 1 - 37, URL <http://www.jstatsoft.org/v30/i04/>.
- R Development Core Team (2009). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Wien, Österreich. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.
- Sarkar, Deepayan: lattice. Lattice Graphics, 2010, R package version 0.18-3, URL <http://CRAN.R-project.org/package=lattice>.
- Wood, Simon: gamm4: Generalized additive mixed models using mgcv and lme4, 2009, R package version 0.0-2, URL <http://CRAN.R-project.org/package=gamm4>.

VII. Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 1.: Daten: Kleinbauernanteil, zwei bis fünf Hektar; in den Kreisen der Weimarer Republik. [S. 17]*
- Abbildung 2.: Daten: Mittelbauernanteil, fünf bis 20 Hektar; in den Kreisen der Weimarer Republik. [S. 17]*
- Abbildung 3.: Daten: Zentroiden für räumliche Komponente – Kreise Ostpreußens und die berechneten Zentroiden. [S. 20]*
- Abbildung 4.: Kontrollmodelle für Wahltermingruppe 1932 und 1933: Auswirkung der Zusammenlegung der Wahlen, Variable: Mittelbauernanteil. [S. 25]*
- Abbildung 5.: Kontrollmodelle für Wahltermingruppe 1932 und 1933: Auswirkung der gemeinsamen Berücksichtigung der vier Bauernkategorien im Modell, Variable: Mittelbauernanteil. [S. 26]*
- Abbildung 6.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Regionenkoeffizienten der vier Modelle und Mittelbauernanteil. [S. 28]*
- Abbildung 7.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: räumliche Komponente – Modell September 1930. [S. 29]*
- Abbildung 8.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Protestanten. [S. 30]*
- Abbildung 9.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Parzellenbauern (null bis zwei Hektar). [S. 31]*
- Abbildung 10.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Kleinbauern (zwei bis fünf Hektar). [S. 32]*
- Abbildung 11.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Mittelbauern (fünf bis 20 Hektar). [S. 33]*
- Abbildung 12.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Großbauern (20 bis 100 Hektar). [S. 34]*
- Abbildung 13.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Arbeiter. [S. 35]*
- Abbildung 14.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Arbeiter Industrie und Handwerk. [S. 36]*
- Abbildung 15.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzungen Urbanisierungsgrad. [S. 36]*

- Abbildung 16.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Funktionsschätzung
Arbeitslosigkeit 1933. [S. 37]*
- Abbildung 17.: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: räumliche Komponente
– Wahl September 1930. [S. 40]*
- Abbildung 18.: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen
Kleinbauern (zwei bis fünf Hektar). [S. 41]*
- Abbildung 19.: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen
Mittelbauern (fünf bis 20 Hektar). [S. 42]*
- Abbildung 20.: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen
Großbauern (20 bis 100 Hektar). [S. 43]*
- Abbildung 21.: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Funktionsschätzungen
Urbanisierungsgrad. [S. 44]*
- Abbildung 22.: Modell mit Bauernkategorie null bis 20 Hektar:
Funktionsschätzungen Klein-Mittel-Bauernanteil. [S. 46]*
- Abbildung 23.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Fehler bei der Wahl
November 1932. [S. 49]*
- Abbildung 24.: Modell mit glatter räumlicher Modellierung: Fehler bei der Wahl
November 1932. [S. 49]*
- Abbildung 25.: Methode der Ränder: Parametergerade für Kreis 189, Variablen:
Mittelbauern, Protestanten. [S. 66]*
- Abbildung 26.: Methode der Ränder: Tomografieplot, Variablen: Mittelbauern,
Protestanten. [S. 67]*
- Abbildung 27.: Methode der Ränder: Streu-Kreuz-Diagramm, Variablen:
Mittelbauern, Protestanten. [S. 69]*
- Abbildung 28.: Goodman-Regression: Streudiagramm der Daten, mit
Regressionsgerade des Goodman-Modells, Variablen: Mittelbauern,
Protestanten. [S. 74]*
- Abbildung 29.: Goodman-Regression: Aggregationsbias – Darstellung der Ränder
der Kreisparameter nach Anteil Protestanten, Variablen:
Mittelbauern, Protestanten. [S. 84]*
- Abbildung 30.: King-Modell: Gegenüberstellung der geschätzten Dichten der
Parameter im Kreis 12, links: einfaches Modell, rechts: Modell mit
geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 98]*

- Abbildung 31.: King-Modell: Tomografieplot mit simulierten Werten und angedeuteter Verteilung, links: einfaches Modell, rechts: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 99]
- Abbildung 32.: King-Modell: Streudiagramm der Daten, mit Kings Regressionsgerade (blau) und Goodmans Regressionsgerade (grün), zusätzlich 80 %-Konfidenzintervall für das King-Modell (rot), Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 100]
- Abbildung 33.: King-Modell: Gegenüberstellung der geschätzten Dichten der Parameter für das einfache Modell und das Modell mit geänderter Priori auf Ebene der Weimarer Republik, oben β_1 , unten β_2 , Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 101]
- Abbildung 34.: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,1}$ beim einfachen Modell, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 102]
- Abbildung 35.: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,2}$ beim einfachen Modell, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 103]
- Abbildung 36.: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,1}$ beim Modell mit geänderte Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 103]
- Abbildung 37.: King-Modell: Punktschätzer der Parameter $\beta_{i,2}$ beim Modell mit geänderte Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 104]
- Abbildung 38.: King-Modell: Verletzung der Verteilungsannahme, qualitative Wiedergabe King, 1997, S. 163. [S. 105]
- Abbildung 39.: King-Modell: Extrembeispiel für eine Verletzung der Annahmen, qualitative Wiedergabe Ambühl, 2003, S. 38. [S. 108]
- Abbildung 40.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Streu-Kreuz-Diagramm, links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932. [S. 133]
- Abbildung 41.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Tomografieplot, links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932. [S. 135]
- Abbildung 42.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Duncan-Davis-Ränder gegen Stimmanteil NSDAP bei der ersten Wahl, oben: 1928 und 1930, unten: 1930 und 1932. [S. 136]
- Abbildung 43.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des King-Modells, links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932. [S. 137]

- Abbildung 44.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Dichteschätzung für die globalen Parameter, oben β_1 , unten β_2 , links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932. [S. 139]
- Abbildung 45.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Streudiagramm der Daten, mit Regressionsgerade des King-Modells (blau) und der einfachen Goodman-Regression (grün), mit Konfidenzintervall des King-Modells (rot), links: 1928 und 1930, rechts: 1930 und Juli 1932. [S. 140]
- Abbildung 46.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Streu-Kreuz-Diagramm, links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 141]
- Abbildung 47.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Tomografieplot, links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 142]
- Abbildung 48.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des King-Modells, links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 144]
- Abbildung 49.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Dichteschätzungen für die globalen Parameter, oben β_1 , unten β_2 , links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 146]
- Abbildung 50.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Streudiagramm der Daten, mit Regressionsgerade des King-Modells (blau) und der einfachen Goodman-Regression (grün), mit Konfidenzintervall des King-Modells (rot), links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 147]
- Abbildung 51.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer $\beta_{i,1}$ im King-Modell, September 1930. [S. 148]
- Abbildung 52.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer $\beta_{i,1}$ im King-Modell, Juli 1932. [S. 148]
- Abbildung 53.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Streu-Kreuz-Diagramm, links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 151]
- Abbildung 54.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Tomografieplot, links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 151]
- Abbildung 55.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des King-Modells, links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 153]

Abbildung 56.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Streudiagramm der Daten, mit Regressionsgerade des King-Modells (blau) und der einfachen Goodman-Regression (grün), mit Konfidenzintervall des King-Modells (rot), links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 157]

Abbildung 57.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Tomografieplot und simulierte Parameterwerte des erweiterten King-Modells – Variable: Anteil Protestanten, links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 158]

Abbildung 58.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Dichteschätzungen für die globalen Parameter im erweiterten Modell – Variable: Anteil Protestanten, oben β_1 , unten β_2 , links: September 1930, rechts: Juli 1932. [S. 160]

Abbildung 59.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer auf Kreisebene, oben: September 1930, unten: Juli 1932, links: einfaches King-Modell, rechts: erweitertes King-Modell – Variable: Anteil Protestanten. [S. 161]

VIII. Tabellenverzeichnis

Tabelle 1.: Datengrundlage: Auszug aus den Variablen der Daten der Arbeitsgruppe Falter, mit Angabe der Quelle und Größe im Deutschen Reich (Quelle: Benutzerhandbuch: Wahl- und Sozialdaten der Kreise und Gemeinden des Deutschen Reiches 1920-1933). [S. 11]

Tabelle 2.: Datengrundlage: Übersicht über die Einteilung der landwirtschaftlichen Betriebe und die Gesamtzahl der in den Kategorien tätigen Personen im Deutschen Reich. [S. 12]

Tabelle 3.: Daten: Pearson - Korrelation zwischen den Bauernkategorien. [S. 16]

Tabelle 4.: Modell mit regionaler Indikatorvariable: Übersicht über Intercepts und Wahlkoeffizienten der Modelle. [S. 27]

Tabelle 5.: Modelldiagnostik: Standardabweichung der Residuen bei den Modellen. [S. 47]

Tabelle 6.: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Darstellung der vorhandenen Daten (Anzahl) für Kreis i . [S. 57]

Tabelle 7.: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Darstellung der vorhandenen Daten (relative Häufigkeit) für Kreis i . [S. 58]

Tabelle 8.: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Darstellung der vorhandenen Daten (relative Häufigkeit) für Kreis i mit inneren Zellen. [S. 59]

Tabelle 9.: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Kreisnummer 189 (Namslau) – Ränder und eine mögliche Lösung A. [S. 59]

Tabelle 10.: Grundlagen der ökologischen Inferenz: Kreisnummer 189 (Namslau) - Ränder und eine mögliche Lösung B. [S. 59]

Tabelle 11.: Methode der Ränder: Parameterränder, exemplarisch für fünf Kreise. [S. 62]

Tabelle 12.: Methode der Ränder: Parameterränder für die gesamte Weimarer Republik. [S. 63]

- Table 13.: Methode der Ränder: Parameterränder mit Annahme $\beta_{i,1} \leq \beta_{i,2}$, exemplarisch für fünf Kreise. [S. 64]*
- Table 14.: Methode der Ränder: Parameterränder für die gesamte Weimarer Republik mit Annahme $\beta_{i,1} \leq \beta_{i,2}$. [S. 65]*
- Table 15.: Goodman-Regression: Zusammenfassung der Ergebnisse der Goodman-Regression. [S. 74]*
- Table 16.: Goodman-Regression: Zusammenfassung der Ergebnisse der erweiterten Goodman-Regression – Variable: Urbanisierungsgrad. [S. 78]*
- Table 17.: Goodman-Regression: Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ der erweiterten Goodman-Regression – Variable: Urbanisierungsgrad. [S. 79]*
- Table 18.: Goodman-Regression: Parameter $\beta_{i,1}$ und $\beta_{i,2}$ im Nachbarschaftsmodell, Parameter für einzelne Kreise und die gesamte Weimarer Republik, zum Vergleich die Ergebnisse des nichtlinearen Nachbarschaftsmodell und der Goodman-Regression. [S. 86]*
- Table 19.: King-Modell: Übersicht über die Parameter der Verteilungen des King-Modells, oben: einfaches Modell, unten: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 97]*
- Table 20.: King-Modell: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle für ausgewählte Kreise, oben: einfaches Modell, unten: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 99]*
- Table 21.: King-Modell: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle für die globalen Parameter, oben: einfaches Modell, unten: Modell mit geänderter Priori, Variablen: Mittelbauern, Protestanten. [S. 102]*
- Table 22.: Hierarchische Modelle: Darstellung der Datensituation (Anzahl) für Kreis i , Befragungsdaten und aggregierte Daten. [S. 117]*
- Table 23.: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: Datensituation. [S. 122]*

- Tabelle 24.: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: ursprüngliche 3-x-3-Tabelle für Kreis i. [S. 124]*
- Tabelle 25.: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Mittelbauer und Protestant. [S. 124]*
- Tabelle 26.: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Mittelbauer und Katholik. [S. 124]*
- Tabelle 27.: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Industriearbeiter und Protestant. [S. 125]*
- Tabelle 28.: ökologische Inferenz in R-x-C-Tabellen: reduzierte 2-x-2-Tabelle für Industriearbeiter und Katholik. [S. 125]*
- Tabelle 29.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Duncan-Davis-Ränder. [S. 134]*
- Tabelle 30.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Parameter der trunkierten bivariaten Normalverteilungen im King-Modell. [S. 137]*
- Tabelle 31.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im King-Modell, oben: 1928 und 1930, unten: 1930 und Juli 1932. [S. 138]*
- Tabelle 32.: ökologische Inferenz 2-x-2-Wählerwanderungen: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen Parameter im King-Modell, oben: 1928 und 1930, unten: 1930 und Juli 1932. [S. 139]*
- Tabelle 33.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Duncan-Davis-Ränder. [S. 142]*
- Tabelle 34.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Zusammenfassung der Koeffizienten der Goodman-Regressionen – global und getrennt nach Mittelbauernanteil. [S. 143]*
- Tabelle 35.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Parameter der trunkierten bivariaten Normalverteilungen im King-Modell. [S. 144]*

- Tabelle 36.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im King-Modell, oben: September 1930, unten: Juli 1932. [S. 145]*
- Tabelle 37.: ökologische Inferenz Protestanten und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen Parameter, oben: September 1930, unten: Juli 1932. [S. 146]*
- Tabelle 38.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Duncan-Davis-Ränder. [S. 150]*
- Tabelle 39.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Zusammenfassung der Koeffizienten der Goodman-Regressionen – global und getrennt nach dominanter Religion. [S. 152]*
- Tabelle 40.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Zusammenfassung der Koeffizienten der erweiterten Goodman-Regressionen – Variable: Anteil Protestanten. [S. 153]*
- Tabelle 41.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Parameter der trunkeierten bivariaten Normalverteilungen im King-Modell. [S. 154]*
- Tabelle 42.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im King-Modell, oben: September 1930, unten: Juli 1932. [S. 155]*
- Tabelle 43.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen Parameter, oben: September 1930, unten: Juli 1932. [S. 155]*
- Tabelle 44.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer der aggregierten Parameter, global und aggregiert nach dominanter Religion. [S. 156]*
- Tabelle 45.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Parameter der trunkeierten bivariaten Normalverteilungen im erweiterten King-Modell – Variable: Anteil Protestanten. [S. 158]*

Table 46.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle im erweiterten King-Modell – Variable: Anteil Protestanten, oben: September 1930, unten: Juli 1932. [S. 159]

Table 47.: ökologische Inferenz Mittelbauern und NSDAP: Punktschätzer und 80 %-Konfidenzintervalle der globalen im erweiterten King-Modell – Variable: Anteil Protestanten, oben: September 1930, unten: Juli 1932. [S. 160]

Table 48.: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: Datenlage – Ebene Weimarer Republik, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932. [S. 163]

Table 49.: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: Übergangswahrscheinlichkeiten der Goodman-Regressionen, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932. [S. 163]

Table 50.: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: korrigierte Übergangswahrscheinlichkeiten nach Anwendung der Ambühl Methode, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932. [S. 165]

Table 51.: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: korrigierte Übergangswahrscheinlichkeiten nach Anwendung der abgeänderten Ambühl Methode, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932. [S. 165]

Table 52.: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: Übergangswahrscheinlichkeiten der 49 King-Modelle, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932. [S. 166]

Table 53.: ökologische Inferenz 7-x-7-Wählerwanderung: korrigierte Übergangswahrscheinlichkeiten aus den King-Modellen, Zeilen: Wahl September 1930, Spalten: Wahl Juli 1932. [S. 166]

IX. Korrekturen bei Daten und Karte

Daten

Neuerstellung von Bauernvariablen:

(Größenangabe beziehen sich auf die landwirtschaftliche Nutzfläche, Anzahl oder Anteil der in dieser Kategorie tätigen Personen)

| | |
|-------------|--|
| B_0_2ha: | Parzellenbauern mit null bis zwei Hektar l |
| B_2_5ha: | Kleinbauern mit zwei bis fünf Hektar |
| B_5_20ha: | Mittelbauern mit fünf bis 20 Hektar |
| B_20_100ha: | Goßbauern mit 20 bis 100 Hektar |
| B_100: | Großgrundbauern mit mehr als 100 Hektar |

korrigierte Größenangaben für alte Bauernvariablen:

| | |
|---------|--|
| d25kB: | Parzellenbauern mit null bis zwei Hektar |
| d25mB: | C-K-M-Bauern, Klein- und Mittelbauern mit zwei bis 20 Hektar |
| d25gB: | Großbauern mit 20 bis 100 Hektar |
| d25ggB: | Großgrundbauern mit mehr als 100 Hektar |

Änderungen bei der Zusammenlegung von Kreisen (Kreisnummer in Klammern):

Zweibrücken S [994] wird alleinig betrachtet (bisher zusammengelegt mit Landkreis Kusel/Waldmohr[981 / 995 – zusammen: 2076])

Zweibrücken L [996] wird mit Landkreis Kusel/Waldmohr zusammengelegt (bisher einzeln betrachtet)

Erstellung der Nachbarschaftsstruktur bei Kriterium gemeinsame Grenze

Karte

Korrektur von fehlerhaften Zuordnungen:

| | | |
|------------------------------|---------------------|-------------|
| Eisenach S [321]: | neue MapID.v3: 2321 | (alt: 717) |
| Eisenach L [319]: | neue MapID.v3: 717 | (alt :2321) |
| Neuburg L u. S [824 u. 825] | neue MapID: 483 | (alt: 484) |
| Neu-Ulm L u. S. [822 u. 823] | neue MapID: 484 | (alt: 483) |
| Landsberg/Warthe [116] | neue MapID.v3: 2116 | (alt: 2061) |
| Schweidnitz S [197] | neue MapIDv3: 2197 | (alt: 5014) |

Ergänzung der Informationen um die Zentroiden

X. Anhang

Inhalt CD

Code

- BayesX Analysen

- R Analysen

- Hilfsfunktionen

Modelle

- gerechnete King-Modelle

- Ergebnisse der BayesX Modelle

Modellgrafiken

- Kontrollmodell

- Modell mit regionaler Indikatorvariable

- Modell mit glatter räumlicher Komponente

- ökologische Analysen

verwendete Daten

- erstellte Karte der Weimarer Republik

- Karteninformation als Polygone

- Zentroiden

- Hilfsfunktionen

- Consultingbericht als pdf

- Arbeit als pdf