Gesellschaft von Freunden und Förderern der Universität München

Münchener Universitätsgesellschaft e.V.
gegründet 1922

Geschäftsstelle: Königinstraße 107
8000 München 40, Telefon 3891-0

Zur Unterrichtung
unserer Mitglieder und Freunde

22 / 1985

Ludwig-Maximilians-Universität München

Berichte aus der Forschung

Postscheckkonto München
Nr. 416 00-808

Hypobank München
Nr. 580-400 2636

5 Themen auf 1 Blick

CHIRURGIE: Seite 3 — 8

Noch immer sterben mindestens 20 Prozent aller Patienten, die — speziell nach Mehrfachverletzungen bei einem Unfall — einen schweren traumatischen Schock erlitten haben. Diagnose, Prognose und Therapie dieses Krankheitsbildes sind daher ein Forschungsschwerpunkt an der Chirurgischen Klinik Innenstadt, wo man in interdisziplinärer Zusammenarbeit bereits wesentliche Fortschritte erzielen konnte.

BAYERISCHE GESCHICHTE: Seite 9 — 15

Altbayerische Städte sind Gegenstand von Forschungen, die am Institut für Bayerische Geschichte laufen und sich auf Handel und Gewerbe im 17. und 18. Jahrhundert beziehen. Obwohl die Zahlen-Daten aus jener Zeit spärlich gesät sind, erfährt man eine Menge über Wirtschaftsstruktur, Berufskonstellationen und dirigistische Eingriffe in das „Innenleben" der Städte.

HAUSTIERGENETIK: Seite 16 — 21

Im wörtlichen Sinne „vor Ort" verankert sind Forschungen eines Zuchtprogramms „Rinderzucht auf Lebensleistung", das bereits seit 1958 läuft und heute etwa 70 Züchter zu seinen Mitgliedern zählt. Mit einer „alternativen Genetik" im wissenschaftlichen Bereich werden die Bemühungen einer in jeder Beziehung tiergemäßen Tierhaltung in der Praxis untermauert und gestützt.

VOLKSWIRTSCHAFT: Seite 21 — 27

Wie Wirtschaftssysteme im Vergleich funktionieren: die gelenkte Marktwirtschaft im Westen, die Planwirtschaft im Osten, wird in Forschungsarbeiten untersucht, die am Institut für Wirtschaft und Gesellschaft Ost- und Südosteuropas laufen. Fazit: Das „ideale" Wirtschaftssystem wurde noch nicht erfunden, Systemschwächen gibt es hier wie dort.

MATHEMATIK: Seite 28 — 32

Die Raumgeometrie auf schulischer und rein wissenschaftlicher Ebene steht im Mittelpunkt von Forschungen, die am Mathematischen Institut eine Brücke zwischen didaktischer und sog. Reiner Mathematik schlagen. Es geht um das Zusammenspiel von Algebra und Geometrie, das ermöglicht, aus der Geometrie Aufschluß über die abstrakte Struktur zu gewinnen.

Raumgeometrie in Schule und Forschung

Untersuchungen am Zusammenspiel zwischen Algebra und Geometrie

Eine Brücke zwischen Schulmathematik und der für den Laien im allgemeinen unzugänglichen Reinen Mathematik schlagen Forschungen, die bei Prof. Rudolf Fritsch am Mathematischen Institut im Gange sind: Arbeiten, die letztlich darauf abzielen, das Zusammenspiel zwischen Algebra und Geometrie auf seinen verschiedenen Erkenntnisstufen zu durchleuchten und zu vertiefen. Während es sich bei einer in Vorbereitung befindlichen „Monographie der CW-Komplexe" um ein internationales Forschungsvorhaben in der hier üblichen Form der kleinen Wissenschaftler-Gruppe handelt (es wird mit Unterstützung des National Research Council of Canada und der Deutschen Forschungsgemeinschaft gearbeitet), sind didaktische Bemühungen an diesem Lehrstuhl darauf ausgerichtet, der Raumgeometrie in der Mittelstufe der allgemeinbildenden Schule mehr Geltung zu verschaffen. Hierzu Prof. Fritsch, der eine Zeitlang eine 8. Klasse am Münchner Pestalozzi-Gymnasium selbst unterrichtete:

„Die Vermittlung eines räumlichen Anschauungsvermögens, ohne das es in unserer technisierten Welt kein Zurechtfinden gibt, gehört unbestritten zu den wesentlichen Zielen der allgemeinbildenden Schule. Gerade in dieser Hinsicht aber geschieht meines Erachtens im Geometrie-Unterricht zu wenig. So beschränkt man sich, speziell in der Mittelstufe der Klassen 7 — 10, weitgehend auf die Planimetrie, die ebene Geometrie, obwohl es, wie ich meine, nicht schwer wäre, den Unterricht mit räumlichen Betrachtungen anzureichern. Die Lehrpläne brauchte man deshab nicht gleich zu ändern. Ich bin sogar überzeugt, daß bestimmte unkonventionelle mathematische Übungen sowohl Lehrer wie Schüler in die Lage versetzen könnten, Sätze und Beweise der räumlichen Geometrie selbst zu finden, die zwar nicht absolut neu sind, aber auch nicht in den üblichen Lehrbüchern stehen. Und der Reiz solcher eigenen Entdeckungen könnte durchaus zu besonders positiven mathematischen Erfahrungen führen . . ."

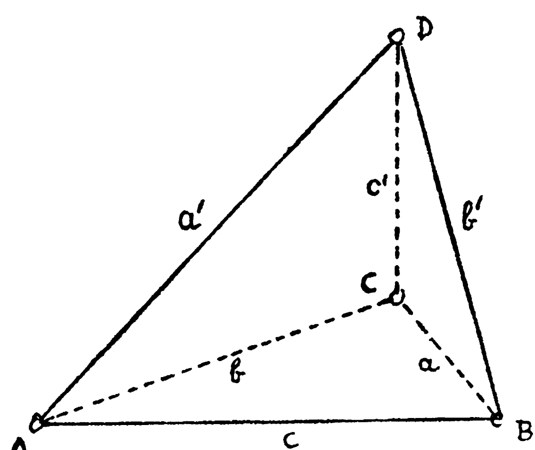
Dabei handelt es sich, so Prof. Fritsch, einmal um den Gedanken, ebene Erkenntnisse auf dem Wege der Analogiebildung in den Raum zu übertragen und zum anderen um die Beachtung der

Tatsache, daß — im Gegensatz zur Situation in der Ebene — räumliche Objekte der Dimension 1 (das sind Gerade, Kurven und Stücke von solchen) grundsätzlich verschieden sind von Objekten der Kodimension 1, nämlich Ebenen, krummen Flächen und Stücken von solchen.

Am systematischen Studium des Tetraeders, der dreidimensionalen „Entsprechung" des ebenen Dreiecks, auch dreiseitige Pyramide genannt, „die den Schülern als Milch-, Kakao- und Limonadenbehälter wohlbekannt ist", demonstriert Prof. Fritz, wie man die Analogie zum Dreieck anschaulich darstellt:

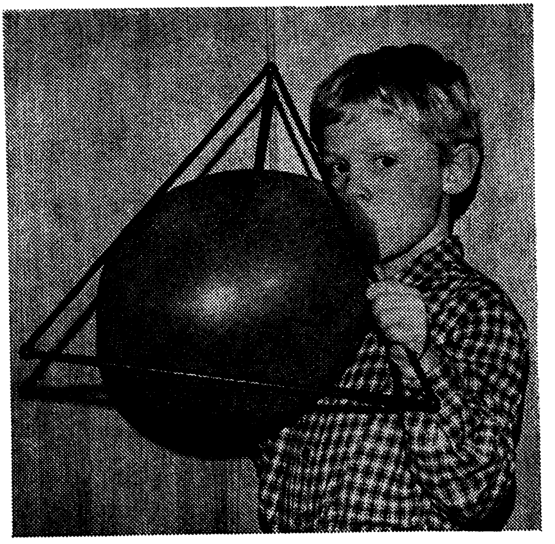
„Ein Stück weit läßt sich eine Tetraederlehre entwickeln, die sich an den vertrauten Stoffen der Dreieckslehre orientiert. Den drei Ecken eines Dreiecks entsprechen dabei die vier Ecken eines Tetraeders. Der Begriff ‚Dreiecksseite' zerfällt aber wieder: Den drei Seiten eines Dreiecks entsprechen einerseits sechs Kanten, die drei Paare von Gegenkanten bilden, und andererseits vier Seiten(-Dreiecke) eines Tetraeders. Das Wort ‚Tetraeder' bedeutet zu Deutsch ja ‚Vierflächner', die Terminologie nimmt also auf die vier Seiten und nicht auf die vier Ecken des Tetraeders Bezug. Bei einem direkten Einstieg in die Geometrie des Tetraeders anhand von Modellen habe ich auch gute Erfahrungen damit gemacht, zunächst das Tetraeder seinem Namen gemäß als einen von vier ebenen Dreiecken begrenzten Körper zu definieren. Beim Abzählen von Kanten und Ecken stößt man dann auf die Tatsache, daß vier nicht in einer Ebene liegende Punkte immer genau ein Tetraeder bestimmen. Erst von da aus ist die Analogie zum Dreieck hergestellt — was auch schwachen Schülern einleuchtet."

Günstig ist es, die Ecken eines Tetraeders analog zum Dreieck A, B, C, D zu nennen, während die Kanten die Seiten des Dreiecks A, B, C sind, üblicherweise als a, b, c bezeichnet, mit den jeweiligen Gegenkanten a', b', c'. Obwohl im allgemeinen keine der vier Seiten eines Tetraeders „Vorrang" vor den anderen genießt, kann es für konkrete Berechnungen bequem sein, eine Seite als Basis und die gegenüberliegende Seite als Spitze anzusehen — was der Vorstellung von der dreiseitigen Pyramide entspricht.



Eine Besonderheit am Tetraeder ist die sog. Kantenkugel, die allerdings nur dann existiert, wenn die Längensummen der drei Gegenkantenpaare einander gleich sind, d.h.

$$a + a' = b + b' = c + c'$$



Die „Bausteine“ eines Dreiecks sind Ecken und Seiten, die eines Tetraeders sind Ecken, Kanten und Seiten-Dreiecke. Umkreis und Umkugel (-Oberfläche) haben mit jeder Ecke genau einen Punkt gemeinsam, Inkreis bzw. Inkugel haben mit jeder Seite genau einen Punkt gemeinsam. Beim Tetraeder eröffnet sich nun eine neue und geometrisch sehr interessante Möglichkeit: die sog. Kantenkugel, die mit jeder Kante genau einen Punkt gemeinsam hat, sofern die Längensummen der drei Gegenkantenpaare einander gleich sind. (Siehe Tetraeder-Skizze auf Seite 29).

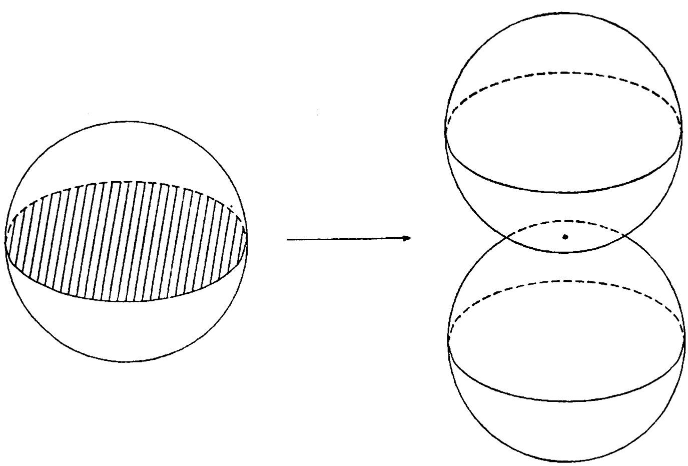
Modellhafte Übungen solcher und ähnlicher Art — so wichtig sie für die Schulung des räumlichen Anschauungsvermögens im Mathematik-Unterricht auch sind — erscheinen neben Forschungen im Bereich der Reinen Mathematik wie das unentbehrliche ABC im Vergleich zu schwierigsten „stilistischen“ Konstruktionen. Im Arbeitsbereich von Prof. Fritsch geht es dabei um die Theorie der sog. CW-Komplexe und deren Vervollkommnung, die in einer von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten, in Zusammenarbeit mit Prof. Renzo A. Piccinini von der Memorial University of Newfoundland / Canada entstehenden Monographie enthalten sein wird:

„Ziel des Projekts ist eine Monographie, die wesentliche, vor allem von der geometrischen Anschauung her interessante Eigenschaften der 1949 von J. H. C. Whitehead eingeführten CW-Komplexe in geschlossener Form darstellt. Zahlreiche aktuelle Entwicklungen, insbesondere der Topologie — jenes Teilgebiets der Geometrie, das die Anordnung der Punkte und der Teile räumlicher Gebilde behandelt — basieren auf CW-Komplexen, und es fehlt bis heute

eine grundlegende Einführung, die als einheitliche Referenz benutzt werden kann. Eine solche Einführung soll, neben einer Definition der CW-Komplexe und ihrer grundlegenden topologischen Eigenschaften, auch auf die Beziehungen zwischen CW-Komplexen und kombinatorischen Begriffsbildungen wie simplizialen Komplexen und semisimplizialen Mengen eingehen. Auch neuere Resultate über Faserungen und Schleifenräume sollen miteinbezogen werden. Ferner geht es darum, die allgemeinen Räume zu charakterisieren, die nicht selbst CW-Komplexe sind, aber noch in solche transformiert werden können.“

Während feste Objekte, die nicht verformt werden, z. B. Strecken, Dreiecke, Tetraeder, in der Sprache des Mathematikers als „Simplizes“ bezeichnet werden, handelt es sich bei den CW-Komplexen — die Abkürzung steht für Closure finite and Weak Topology — um Gebilde, die durch Verformung von Kreisscheiben, Bällen und ähnlichen Figuren entstehen — um geometrische Objekte, die aus Zellen zusammengesetzt sind. Prof. Fritsch:

„Eine Theorie der Simplizialen Komplexe, die nicht verformt werden, existierte schon länger, währed Whitehead erst 1949 die Verallgemeinerung der verformbaren Komplexe eingeführt hat. Unsere Arbeit besteht heute darin, auszuloten, wie allgemein die Whitehead'schen Komplexe wirklich sind — und wieweit sie durch Simpliziale Komplexe angenähert werden können.“



Eine fundamentale Konstruktion in der Theorie der CW-Komplexe: Aus eins mach zwei. Aus einer dreidimensionalen Zelle (Ball) entstehen durch Schrumpfung einer zweidimensionalen Zelle (Äquator-Fläche) zu einem Punkt zwei dreidimensionale Zellen — ein Vorgang, der dem biologischen Akt der Zellteilung entspricht. (Computergrafik: C. Niederauer)

Alle mathematischen Komplexe, von denen hier die Rede ist, die verformbaren (CW) wie die nicht verformbaren (simplizialen) Komplexe gehören in das Gebiet der sog. algebraischen Topologie, deren Ziel es ist, geometrische Verhältnisse durch algebraische Größen, im einfachsten Fall Zahlen, zu beschreiben.

Prof. Fritsch:

„Ich habe schon vor längerer Zeit festgestellt, daß bei nicht zu ‚wilden' Anheftungsabbildungen ein CW-Komplex immer noch mit der Struktur eines simplizialen Komplexes versehen, d. h. so verformt werden kann, daß er aus Simplizes aufgebaut ist. Meine neuen Arbeiten beziehen sich auf das Zusammenspiel von Algebra und Geometrie, und zwar in gewisser Weise in Umkehrung zum Prinzip der algebraischen Topologie, die geometrische Objekte mit algebraischen Strukturen beschreibt. Es hat sich nämlich als nützlich herausgestellt, auch sehr abstrakten algebraischen Strukturen geometrische Objekte zuzuordnen und so aus der Geometrie Aufschluß über die abstrakte Struktur zu gewinnen. Mit diesen Arbeiten ist es gelungen, in Lücken der CW-Theorie zu stoßen und sie teilweise zu schließen."

Eine Brücke mehr zwischen Elementar-Geometrie und Algebraischer Topologie könnte ein weiteres Forschungsvorhaben im Arbeitsbereich von Prof. Fritsch schlagen, in dem es darum geht, „etwas Ordnung und Struktur in die Gesamtheit der Simplizes zu bringen" — etwa die Frage zu beantworten, wie die Gesamtheit der gleichseitigen Dreiecke im Raum der gleichschenkligen Dreiecke — und diese wiederum im Raum aller Dreiecke — liegt.

Prof. Fritsch:

„Obwohl es sich bei all diesen Überlegungen um sog. Reine Mathematik handelt, gibt es doch auch konkrete Anwendungen in anderen Wissenschaften, z. B. in der Physik: Bei der Untersuchung von Stoß- und Zerfallsprozessen in der Kernphysik und der Elementarteilchenphysik fragt man, wie sich eine gegebene Gesamtenergie auf verschiedene Teilchen bestimmter Massen verteilen kann. Bei vier Teilchen läßt sich jeder möglichen Energieverteilung in bestimmter Weise ein Punkt in einem Tetraeder zuordnen; man fragt weiter, welcher Teilraum des Tetraeders von diesen Punkten ausgefüllt wird. Eine genaue Beschreibung dieses Teilraumes, nach der die Physiker lange gesucht haben, konnte ich im vorigen Jahr mit Hilfe von Betrachtungen über die Kantenkugel liefern."