Bernd Rudolph

Kapitalkosten bei unsicheren Erwartungen

Das Kapitalmarktmodell und seine Bedeutung für die Theorie der Kapitalkosten

Mit 35 Abbildungen und 10 Tabellen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1979

Dr. Bernd Rudolph
Bankseminar der Rheinischen
Friedrich-Wilhelms-Universität
Adenauerallee 24–42
D-5300 Bonn

ISBN 3-540-09392-3 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
ISBN 0-387-09392-3 Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek. *Rudolph, Bernd:* Kapitalkosten bei unsicheren Erwartungen : d. Kapitalmarktmodell u. seine Bedeutung für d. Theorie d. Kapitalkosten / Bernd Rudolph. – Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 1979. (Heidelberger betriebswirtschaftliche Studien).

Herstellung: Offsetdruckerei Julius Beltz, Hemsbach
2142/3140-543210

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Abbildungen

Verzeichnis der Tabellen

Erstes Kapitel: Grundlagen des Kapitalmarktmodells

1. Kapitalmarktmodell und Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles

1.1. Das Kapitalmarktmodell als statisches Gleichgewichtsmodell bei unsicheren Erwartungen

Das Kapitalmarktmodell (Capital Asset Pricing Model) ist ein statisches Gleichgewichtsmodell des Kapitalmarktes bei Unsicherheit, das die Struktur individueller Anlegerportefeuilles und den Kurs riskanter Wertpapiere (Aktien) aus Annahmen über das Risikoverhalten der am Kapitalmarkt auftretenden Wirtschaftssubjekte und deren Einschätzung der Qualität der am Kapitalmarkt umlaufenden Wertpapiere erklärt. Das Kapitalmarktmodell beinhaltet also eine Portefeuilletheorie und eine Aktienkurstheorie.

Das Kapitalmarktmodell basiert auf der von Markowitz[1] begründeten Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles bei Unsicherheit.[2] Die Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles[3] ist eine normative Theorie, die sich mit der Entwicklung von Regeln für eine möglichst günstige Zusammenstellung von Aktien zu einem Anlegerportefeuille beschäftigt. Die Portefeuilletheorie und die Aktienkurstheorie des Kapitalmarktmodells lassen sich als positive Theorien bezeichnen, weil sie - unter der Annahme, die Anleger am Kapitalmarkt befolgten die normativen Regeln der Theorie des optimalen

1) Markowitz, H., Portfolio Selection, in: Journal of Finance, Bd. 7 (1952), S. 77 - 91; Markowitz, H.M., Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments, New York-London-Sydney 1959.

2) Zur Einordnung der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles in die Investitionstheorie vgl. Albach, H., Einleitung, Entwicklung und Stand der Investitionstheorie, zu: Albach, H. (Hrsg.), Investitionstheorie, Köln 1975, S. 22.

3) Eine breite Übersicht über Lösungsansätze für praktische Portefeuilleplanungsprobleme findet man bei Schmidt, R., Optimale Kapitalanlage am Aktienmarkt, Habilitationsschrift, Bonn 1971.

Wertpapierportefeuilles bei Unsicherheit - die Formulierung von Gesetzmäßigkeiten bei der Bildung von Anlegerportefeuilles und der Kursstellung von Aktien beinhalten.[4] "The line between positive and normative theory is difficult to maintain ... In general the term portfolio theory will be used to denote the normative approach and the term capital market theory to denote the positive approach. However, the difference is primarily in the use to which the theory is put. There is only one basic model".[5]

Wenn auch das Grundmodell beiden Ansätzen gemeinsam ist, so erfordert natürlich der Anwendungsbezug der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles einerseits und des Kapitalmarktmodells andererseits Modifikationen und Verfeinerungen in unterschiedliche Richtungen. Das Portefeuilleplanungsproblem wurde insbesondere um die Einführung praxisrelevanter Informations- und Handlungsrestriktionen ergänzt, so daß das Entscheidungsfeld verschiedener privater oder institutioneller Anleger realitätsnäher abgebildet werden konnte. Bei der Entwicklung des Kapitalmarktmodells standen dagegen etwa die Einbeziehung von Konsumausgabenentscheidungen, die Berücksichtigung verschiedener Steuern und illiquider Anlagen sowie speziell im Hinblick auf die Aktienkurstheorie des Kapitalmarktmodells die Modifikation der zulässigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen zukünftiger Aktienkurse[6] zur Diskussion.[7]

Die Portefeuilletheorie und die Aktienkurstheorie des Kapitalmarktmodells beinhalten keine Theorie des Prozesses der Portefeuillezusammenstellung und der Kursbildung an der Aktienbörse, d.h. es wird nicht untersucht, auf welche Weise das Entscheidungsverhalten der Anleger dazu führt, daß der Kapitalmarkt ein Gleichgewicht erreicht.[8]

---

4) Die ersten explikativen Anwendungen des Portefeuillemodells findet man bei Tobin, J., Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, in: Review of Economic Studies, Bd. 25 (1958), S. 65 - 86.

5) Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a. 197o, S. 3.

6) Vgl. Fama, E.F., Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market, in: Management Science, Bd. 11 (1965), S. 4o4-419.

7) Beiden Entwicklungsrichtungen gemeinsam sind Versuche, den statischen Charakter des Modells zugunsten einer dynamischen Betrachtung aufzuheben.

8) Sharpe, W.F., Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 19 (1964), S. 443 f. gibt einige Plausibilitätsüberlegungen, wie sich die Aktienkurse veränderen müssen, damit Angebot und Nachfrage zum Ausgleich kommen. Ansonsten wird in der Literatur - wenn überhaupt - auf einen Walrasschen Tâtonnement Prozeß verwiesen, der über hypothetische Kursfestsetzungen und Kursrevisionen zu jenen Gleichgewichtskursen führt, die sich dann tatsächlich auch einstellen (d.h., von denen die Gleichgewichtsanalyse ausgeht.). Vgl. z.B. Fama, E.F. und Miller M.H., The Theory of Finance, New York e.a. 1972, S. 278 und Saelzle, R., Investitionsentscheidungen und Kapitalmarkttheorie, Wiesbaden 1976, S. 38. Im Abschnitt 1.2. des zweiten Kapitels untersuchen wir die Bedingungen

Das Kapitalmarktmodell beinhaltet auch keine Theorie der Börsenorganisation, weil nicht untersucht wird, wie reale Wertpapierbörsen organisiert sein müßten, damit ein zum Gleichgewicht tendierender Kursbildungsprozeß nicht durch institutionelle Gegebenheiten behindert oder sogar verhindert wird.[9] Überdies steht die Existenz der ermittelten Gleichgewichtskurse im allgemeinen nicht zur Diskussion.[1o]

Vielmehr werden aus der unterstellten Situation, der Kapitalmarkt sei im Gleichgewicht,[11] Implikationen entwickelt, die die Beziehungen zwischen dem Gleichgewichtskurs eines Wertpapiers und den von den Anlegern in Zukunft erwarteten Wertpapierkursen (Aktienkurstheorie) sowie den Umfang und die Zusammensetzung der Anlegerdepots (Portefeuilletheorie) zum Gegenstand haben. Die Attraktivität des Kapitalmarktmodells von Sharpe, Lintner und Mossin für empirische Forschungen wie für Ansätze der betriebswirtschaftlichen Kapitaltheorie beruht darauf, daß wichtige Ergebnisse eine besonders einfache, damit vielfach gut testbare und leicht interpretierbare Struktur aufweisen, so daß die positive Kapitalmarkttheorie einen Ansatzpunkt für die Weiterentwicklung der Finanzierungs- und Investitionstheorie bieten kann.

Forts. Fußnote 8)

für die Kompatibilität partieller Gleichgewichtskurse im Fall von zwei riskanten Anlagemöglichkeiten.

9) Walras, L., Eléments d'économie politique pure, Edition définitive, Lausanne und Paris 1926, S. 468 ff. orientierte sich bei seinen Überlegungen über den Abstimmungs- bzw. Anpassungsprozeß auf vollkommenen Märkten zwar an der Vorstellung einer Waren- oder Wertpapierbörse; auch wird in mikroökonomischen Lehrbüchern das Konkurrenzgleichgewicht regelmäßig anhand eines Beispiels der Kursfeststellung an der Börse exemplifiziert; tatsächlich werden aber z.B. bei fortlaufender Notierung mehrere Kurse festgestellt und bei der Einheitsnotierung die umsatzmaximalen Kurse einzelner Wertpapiere isoliert ermittelt. Über diese Argumentation, die sich leicht um den Transaktionskostenaspekt erweitern läßt, hinaus führt die Frage, ob nicht schon die Struktur der Marktteilnehmer an realen Börsen die Vorstellung von einem zum Gleichgewicht tendierenden Prozeß verbietet. Vgl. zu diesem Problembereich z.B. Schmidt, H., Börsenorganisation zum Schutz der Anleger, Tübingen 197o. Einen Überblick über die Organisation von Effektenbörsen findet man bei Krümmel, H.J., Börsen und Börsengeschäfte, Artikel in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 4. Aufl., Stuttgart 1974, Sp. 969 ff..

1o) Notwendige und hinreichende Bedingungen für die Existenz des Gleichgewichts im Kapitalmarktmodell ("in a very general version of the Lintner - Sharpe model") findet man bei Hart, O.D., On the Existence of Equilibrium in a Securities Model, in: Journal of Economic Theory, Bd. 9 (1974), S. 293 - 311. Vgl. auch Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, a.a.O., S. 98 ff. und S. 274 ff..

11) Die Bedingungen dafür, daß der Kapitalmarkt in einer Gleichgewichtssituation ist, sind noch im einzelnen anzugeben.

1.2. Zur Diskussion der Prämissen des Kapitalmarktmodells

Jensen[12] hat in einem bekannten Aufsatz über den Entwicklungsstand der theoretischen und empirischen Arbeiten im Rahmen des Kapitalmarktmodells dessen wesentliche Annahmen wie folgt zusammengefaßt:[13]

(1) All investors are single period expected utility of terminal wealth maximizers who choose among alternative portfolios on the basis of mean and variance (or standard deviation) of return. (Note: representing preferences in terms of mean and standard deviation yields identical results to those obtained with a mean - variance representation.)

(2) All investors can borrow or lend an unlimited amount at an exogenously given risk - free rate of interest R_F, and there are no restrictions on short sales of any asset.

(3) All investors have identical subjective estimates of the means, variances, and covariances of return among all assets.

(4) All assets are perfectly divisible and perfectly liquid, i.e., all assets are marketable, and there are no transactions costs.

(5) There are no taxes.

(6) All investors are price takers.

(7) The quantities of all assets are given.

Bei der Darstellung der Grundlagen des Kapitalmarktmodells geht es darum, diese (üblichen) Annahmen und die aus ihnen deduzierten Ergebnisse zu begründen und zu diskutieren. Aufgabe dieser Diskussion kann es nicht sein, die einzelnen Modellprämissen isoliert auf ihre Realitätsnähe hin zu prüfen, um festzustellen, daß nicht eine einzige an realen Aktienmärkten exakt erfüllt ist. Reinhard H. Schmidt stellt in einer Studie über 'Methodologische Aspekte der positiven Aktienkurstheorie' fest, daß die Annahmen des Kapitalmarktmodells weder wegen ihrer vermuteten Richtigkeit die Ergebnisse absichern, noch wegen ihrer anerkannten

---

12) Jensen, M.C., The Foundations and Current State of Capital Market Theory, in: Jensen, M.C. (Hrsg.) Studies in the Theory of Capital Markets, New York-Washington-London 1972, S. 5. Vgl. auch Jensen, M.C., Capital Markets: Theory and Evidence, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 357 ff.

13) Da diese Annahmen noch im einzelnen diskutiert werden, können wir uns hier auf eine zitierte Übersicht beschränken.

Falschheit die Ergebnisse widerlegen können.[14] Dazu muß erst die Beziehung zwischen dem Spektrum der Annahmen und speziellen Ergebnissen klar sein und dazu wird es erforderlich sein, wo möglich, auf die Substituierbarkeit oder Modifizierbarkeit einzelner Annahmen hinzuweisen. "While these assumptions are sufficient to derive the model, it is not clear that all are necessary in their current form. It may well be that several of the assumptions can be substantially relaxed without major change in the form of the model. A good deal of research is currently being conducted toward this end."[15][16]

---

14) Schmidt, R.H., Zwischen empirischer Theorie, Gleichgewichtstheorie und Handlungstheorie (Methodologische Aspekte der positiven Aktienkurstheorie), Manuskript, o.O., Febr. 1976, S. 17; Vgl. auch den Abschnitt 'Allokationstheoretisches Modell und Realität' bei Sohmen, E., Allokationstheorie und Wirtschaftspolitik, Tübingen 1976, S. 8 - 14.

15) Modigliani, F. und Pogue, G.A., An Introduction to Risk and Return, Concepts and Evidence, in: Financial Analysts Journal, Bd. 3o (1974), No. 3, Teil II, S. 7o.

16) Wir werden uns auch nicht die Aufgabe stellen, die (oder einige) Ergebnisse des Kapitalmarktmodells als Hypothesen empirisch zu überprüfen oder empirische Befunde zu referieren, um Kritik an gewissen Annahmen oder der Konstruktion des Modellansatzes mit dem Hinweis auf die (wenigstens vorläufige) Bestätigung der Hypothesen zu zerstreuen. In der amerikanischen Literatur finden sich eine Fülle von empirischen Arbeiten, die wesentliche Ergebnisse des Kapitalmarktmodells stützen. Andere haben zu Modifikationen Anlaß gegeben. Für die Entwicklung einiger Varianten des Grundmodells ist die starke Verzahnung mit empirischen Arbeiten geradezu augenfällig. Für einen Überblick über die empirischen Arbeiten sei verwiesen auf Jensen, M.C., Capital Markets: Theory and Evidence, a.a.O., S. 357 ff., Black, F., Jensen, M.C. und Scholes, M., The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests, in: Jensen, M.C. (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, a.a.O., S. 79 - 121, Fama, E.F. und MacBeth, J.D., Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests, in: Journal of Political Economy, Bd. 81 (1973), S. 6o7 - 636, Schmidt, R.H., Aktienkursprognose, Wiesbaden 1976, S. 357 ff.. Fama, E.F., Foundations of Finance - Portfolio Decisions and Securities Prices, New York 1976, hat neuerdings eine Darstellung des Kapitalmarktmodells vorgelegt, in der für alle wichtigen theoretischen Beziehungen des Grundmodells die Möglichkeiten der empirischen Überprüfbarkeit aufgezeigt und entsprechende empirische Daten diskutiert werden. Das Ergebnis seiner Analyse empirischer Arbeiten findet man auf S. 34o: "In truth, all we can really say at this time is that the Literature has not yet produced a meaningful test of the Sharpe-Lintner hypothesis." Roll, R., A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests; Part I: On Past and Potential Testability of the Theory, in: Journal of Financial Economics, Bd. 4 (1977), S. 129 - 176, hat die prinzipielle Überprüfbarkeit der Aussagen des Kapitalmarktmodells analysiert und ist zu weitgehend negativen Ergebnissen gekommen. Über die Aussage von Fama hinausgehend stellt er auf S. 129 f. fest: "There is practically no possibility that such a test can be accomplished in the future."

Aufgabe unserer Diskussion muß es daher sein, die Annahmen und Ergebnisse des Kapitalmarktmodells in ihrer gegenseitigen Beziehung darzustellen.

Dazu wird in diesem ersten Kapitel das optimale Aktienportefeuille eines einzelnen Anlegers bei unterschiedlichen Annahmen über seine Risikopräferenzen und die bei der Portefeuilleplanung zu berücksichtigenden Restriktionen ermittelt. Im zweiten Kapitel werden dann aus der Entwicklung der Angebots- und Nachfragefunktionen am Kapitalmarkt die Gleichgewichtskurse von Aktien bestimmt und durch eine vergleichende Darstellung der Ansätze von Sharpe, Lintner und Mossin die aus dem Zusammenwirken der Portefeuilledispositionen aller Anleger resultierenden Beziehungen für die Struktur der Anlegerportefeuilles und die Kurse der Aktien im Kapitalmarktgleichgewicht entwickelt. Die Ergebnisse der positiven Aktienkurstheorie werden dann im dritten Kapitel als Grundlage zur Formulierung finanzierungstheoretischer Aussagen herangezogen.

1.3. Die Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles

Im Rahmen der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles werden Lösungen für das Investitionsproblem von Anlegern entwickelt, denen sich gewisse Aktionsmöglichkeiten mit einem unsicheren Ergebnis bieten, wenn sie unter den Aktionsmöglichkeiten nach einem typischen Muster wählen. Die Aktionen bestehen in möglichen Zusammenstellungen der am Markt umlaufenden Aktien zu einem Aktienportefeuille, dessen Revision innerhalb der Planungsperiode ausgeschlossen ist, bzw. dessen mögliche Revision innerhalb der Planungsperiode von den Anlegern bei ihren Entscheidungen nicht in Betracht gezogen wird.[17)] Das Muster, nach dem die Anleger unter den sich bietenden Aktionsmöglichkeiten wählen, ist das $(\mu-\sigma)$-Prinzip, das besagt, daß die Anleger die Festlegung des optimalen Portefeuilles ausschließlich durch einen Vergleich möglicher Erwartungswerte und Streuungen der Portefeuilleergebnisse vornehmen.

Modelle zur Bestimmung des optimalen Wertpapierportefeuilles lassen sich dahingehend unterscheiden, ob über das $(\mu-\sigma)$-Prinzip hinaus nur angenommen wird, daß die Anleger bei gegebenem Erwartungswert stets das Portefeuille mit der kleinsten Standardabweichung des Ergebnisses und bei gegebener Standardabweichung stets das Portefeuille mit dem höchsten

17) Das Entscheidungsverhalten der Anleger wird im Abschnitt 2. diskutiert; die explizite Einführung der Aktionsmöglichkeiten erfolgt im Abschnitt 3..

Erwartungswert realisieren wollen, oder ob unmittelbar eine bestimmte (μ-σ)-Regel festgelegt ist. Im zweiten Fall sind die Risikopräferenzen des Anlegers explizit bekannt und das Ergebnis der Modellbetrachtung besteht bei bekannten Ergebnisverteilungen der Aktien in der Kennzeichnung des für den Anleger optimalen Aktienportefeuilles. Im ersten Fall erhält man dagegen nur eine Vorauswahl unter den möglichen Portefeuilles, nämlich die sog. effizienten Portefeuilles, unter denen der Anleger dann noch in einem zweiten Schritt entsprechend seiner speziellen (μ-σ)-Regel zu wählen hat ('Efficient Set Theorem'). Das Kapitalmarktmodell von Sharpe, Lintner und Mossin baut auf dem ersten Fall auf. Da für die Anwendung des Kapitalmarktmodells auf finanzierungs- und investitionstheoretische Fragestellungen auch der Fall explizit bekannter Anlegerpräferenzen von Bedeutung ist, werden bei der Diskussion des Entscheidungsverhaltens der Anleger im Ansatz der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles beide Annahmen berücksichtigt.

2. Risikonutzenfunktionen und Indifferenzkurvenanalyse

2.1. Risikopräferenzen der Anleger am Kapitalmarkt

In der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles und darauf aufbauend im Kapitalmarktmodell werden die Risikopräferenzen der Anleger gegenüber bestimmten Kombinationen des Erwartungswertes und der Standardabweichung der Portefeuilleergebnisse üblicherweise - wie in der Abbildung 1 - durch konvexe Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens mit positiver Steigung in einem Koordinatensystem charakterisiert, auf dessen Ordinate der Erwartungswert und auf dessen Abszisse die Standardabweichung der Portefeuillerendite abgetragen wird. Der Begründung und Interpretation dieser Vorgehensweise dient dieser Abschnitt 2..

Bezeichnet man den Wert des Anfangsvermögens eines Anlegers mit W_o und den unsicheren Wert dieses Vermögens am Periodenende mit W_1, dann sind der Erwartungswert (als Ertragskomponente) und die Standardabweichung (als Risikokomponente) der Anlegerendite $\bar{R} = (W_1 - W_o) / W_o$ gegeben durch

$$E(\bar{R}) = \frac{\mu - W_o}{W_o} \qquad \text{und} \qquad S(\bar{R}) = \frac{\sigma}{W_o} ,$$

wobei $\mu = E(W_1) = \int W_1 f(W_1) \; dW_1$

den Erwartungswert des Portefeuilleendvermögens mit der Dichtefunktion $f(W_1)$

$$\text{und } \sigma = \left(\int (W_1 - \mu)^2 f(W_1)\, dW_1 \right)^{1/2}$$

die Standardabweichung als positive Quadratwurzel der Varianz des Endvermögens angibt.[18)]

Die im $E(\bar{R})$ - $S(\bar{R})$ - Koordinatenkreuz der Abbildung 1 eingezeichneten Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens sind plausibel interpretierbar. Von zwei Portefeuilles, die zu unterschiedlichen Kombinationen des Erwartungswertes und der Standardabweichung der Anlegerrendite $\bar{R}$ führen, zieht der Anleger bei gegebener Standardabweichung das Portefeuille mit

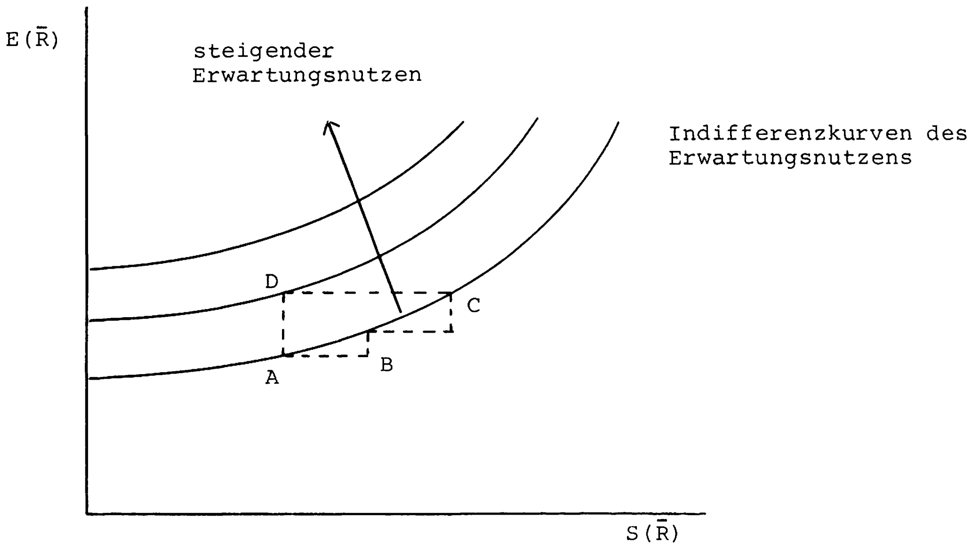


Abb. 1: Darstellung der Risikopräferenzen eines Anlegers

der höheren erwarteten Rendite dem Portefeuille mit dem niedrigeren Erwartungswert der Rendite vor (D wird A vorgezogen). Andererseits präferiert er bei gegebenem Erwartungswert der Rendite das Portefeuille mit der niedrigeren Standardabweichung vor dem Portefeuille mit der größeren Standardabweichung der Anlegerrendite (D wird C vorgezogen):

18) In der Kapitalmarkttheorie wird in der Regel unterstellt, daß $f(W_1)$ die Dichtefunktion einer Normalverteilung bezeichnet. Daher wird das Periodenendvermögen W_1 als kontinuierliche Zufallsvariable betrachtet.

Der Anleger verhält sich risikoscheu. Auf der durch die Punkte A, B und C laufenden Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens wird die gegenüber A für B größere Standardabweichung durch einen höheren Erwartungswert kompensiert, so daß der Anleger die beiden Portefeuilles gleich bewertet. Dasselbe gilt bei einem Vergleich der Portefeuilles B und C, wobei hier zusätzlich die strenge Konvexität der Indifferenzkurve zu beachten ist, die dazu führt, daß der zur Kompensation einer weiteren Vergrößerung der Standardabweichung erforderliche Zuwachs des Erwartungswertes der Anlegerrendite überproportional ansteigt.

Ein Verlauf der Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens, wie er in Abbildung 1 eingezeichnet ist, läßt bislang drei Fragen offen, die sich dann ergeben, wenn die Indifferenzkurven des Portefeuillemodells aus dem Erwartungsnutzenmodell der Risikonutzentheorie entwickelt werden, d.h. rationale Präferenzfunktionen im Sinne des Bernoulli-Prinzips darstellen.[19)]

a) Mit welcher Berechtigung läßt sich die auf Realisierung der Verteilung des Endvermögens mit dem höchsten Präferenzwert gerichtete Anlegerentscheidung auf einen Vergleich zweier Verteilungsparameter, nämlich den Erwartungswert und die Standardabweichung der Verteilung des unsicheren Endvermögens reduzieren?

b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Annahme risikoscheuer Anleger und dem unterstellten streng konvexen Verlauf der Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens?

c) Unter welchen Bedingungen läßt sich die Entscheidung nach dem Mittelwert und der Standardabweichung der Verteilung des Endvermögens durch eine Entscheidung nach dem Mittelwert und der Standardabweichung der Verteilung der Anlegerrendite ersetzen?

Diese Fragen werden in den drei nachfolgenden Abschnitten 2.2. bis 2.4. diskutiert.

---

19) Eine Darstellung und kritische Diskussion der Axiome der Risikonutzentheorie findet man bei Kupsch, P.U., Risiko und Entscheidung - Ein Beitrag zur Fundierung betriebswirtschaftlicher Grundmodelle unter dem Aspekt des Risikoverhaltens, Diss. München 1971, Drukarczyk, J., Probleme individueller Entscheidungsrechnung, Wiesbaden 1975, S. 64 ff., Koch, H., Die Problematik der Bernoulli-Nutzentheorie, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 29. Jg. (1977), S. 415 ff. und Kirsch, W., Einführung in die Theorie der Entscheidungsprozesse, 2. Aufl., Wiesbaden 1977.

2.2. Das Entscheidungsprinzip des Portefeuillemodells

Verzichtet man bei der Berechnung des Erwartungsnutzens $E(U(W_1)) = \int U(W_1)\, f(W_1)\, dW_1$ auf eine vollständige Charakterisierung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens und geht stattdessen von einer Präferenzfunktion des Anlegers aus, die nur vom Erwartungswert und der Standardabweichung der Verteilung des Endvermögens abhängt,[2o] dann macht man gegenüber der vollständigen Berücksichtigung der Verteilung offensichtlich nur dann keinen Fehler, wenn entweder die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens durch die Angabe ihres Erwartungswertes und ihrer Standardabweichung vollständig beschrieben ist[21] oder wenn die Risikonutzenfunktion des Anlegers einen parabelförmigen Verlauf aufweist. Gilt nämlich die quadratische Nutzenfunktion $U(W_1) = 2bW_1 - W_1^2$, dann hat die entsprechende Präferenzfunktion

$$V(\mu,\sigma) = 2bE(W_1) - E(W_1^2) = 2b\mu - (\mu^2 + \sigma^2)$$

unabhängig von der speziell betrachteten Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens nur den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung als Argumente.

2.3. Zur Abbildung risikoaversen Entscheidungsverhaltens

In der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles wird nicht nur vorausgesetzt, daß der Anleger seine Portefeuillealternativen ausschließlich nach dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens beurteilt, sondern auch angenommen, daß er sich bei der Auswahl für ihn vorteilhafter Portefeuilles risikoavers verhält. Von Risikoaversion spricht man im Rahmen des Risikonutzenkonzepts dann, wenn ein Anleger jedem unsicheren Endvermögen mit dem Erwartungswert μ ein sicheres Endvermögen in Höhe dieses Erwartungswertes μ vorzieht, so daß stets

---

2o) Krelle, W., Präferenz- und Entscheidungstheorie, Tübingen 1968, nennt $V(\mu,\sigma)$ die Streuungspräferenzfunktion des Anlegers.

21) Schneeweiß, H., Entscheidungskriterien bei Risiko, Berlin-Heidelberg-New York 1967, S. 118 ff. bezeichnet solche Klassen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, bei denen jede Verteilung durch die Angabe von μ und σ eindeutig bestimmt ist, als $(\mu$-$\sigma)$-Klassen.

(1) $E(U(W_1)) < U(\mu)$ mit $\mu = E(W_1)$

gilt.[22] Für die Nutzenfunktion $U(W_1)$ fordert man entsprechend einen streng konkaven Verlauf, so daß

(2) $U''(W_1) < 0$

gilt.[23]

2.3.1. Der Ansatz quadratischer Risikonutzenfunktionen

Im Fall der quadratischen Nutzenfunktion $U(W_1) = 2bW_1 - W_1^2$ ist die Annahme (2) wegen $U''(W_1) = -2$ stets erfüllt und für eine positive Standardabweichung gilt $E(U(W_1)) = 2b\mu - \mu^2 - \sigma^2 < U(\mu) = 2b\mu - \mu^2$ und somit ebenfalls (1). Trotz dieser Eigenschaft kann die quadratische Nutzenfunktion nicht in ihrem gesamten Bereich als sinnvolle Grundlage zur Darstellung der Anlegerpräferenzen herangezogen werden, da gleichzeitig unterstellt wird, daß ein Endvermögen in Höhe des Parameterwertes b jedem größeren Endvermögen vorgezogen wird. Zur Vermeidung eines mit wachsendem Vermögen abnehmenden Erwartungsnutzens wird für Risikonutzenfunktionen eine im gesamten Bereich positive erste Ableitung

(3) $U'(W_1) > 0$

gefordert. Im Fall der quadratischen Nutzenfunktion wird diese Bedingung nur dann nicht verletzt, wenn $W_1 < b > 0$ ist, so daß nur Wahrscheinlichkeitsverteilungen beurteilt werden können, für die Prob $\{W_1 > b\} = 0$ ist: Übersteigt kein für möglich erachtetes Endvermögen den Scheitel

---

22) Vgl. Schneeweiß, H., a.a.O., S. 63 sowie Menezes, C.F. und Hanson, D.L., On the Theory of Risk Aversion, in: International Economic Review, Bd. 11 (1970), S. 482.

23) Aus (2) folgt (1): Entwickelt man nämlich die unbekannte Nutzenfunktion $U(W_1)$ an der Stelle $W_1 = \mu$ als Taylor Reihe mit dem dritten Glied als Restglied, dann ist der Erwartungsnutzen
$$E(U(W_1)) = U(\mu) + U'(\mu)E(W_1-\mu) + E(U''(\lambda W_1 + (1-\lambda)\mu)(W_1-\mu)^2) / 2,$$
wobei λ eine Zahl zwischen Null und Eins ist. Wegen $E(W_1-\mu)=0$ und $(W_1-\mu)^2>0$ gilt unter der Annahme (2) für $0\leq\lambda\leq 1$: $E(U(W_1))<U(\mu)$. Vgl. Stone, B.K., Risk, Return, and Equilibrium, Cambridge, Mass. und London 1970, S. 13, der die Differenz $U(\mu)-E(U(W_1))$ als 'Generalized Risk Measure' verwendet. Zur Bedeutung der Annahme (1) für die Existenz eines Kapitalmarktgleichgewichts vgl. Ichiishi, T., A Note on a Covariance Matrix with its Application to the Two-Parameter Hypothesis on Risky-Asset Choice, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 254 ff..

der Parabel, dann wird nur der aufsteigende Ast der Nutzenkurve berücksichtigt.[24)]

Unter Beachtung der Voraussetzungen (2) und (3) weisen die Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens von quadratischen Nutzenfunktionen den in der Portefeuilletheorie üblichen plausiblen Verlauf auf. Ist nämlich $(\bar{\mu},\bar{\sigma})$ ein Punkt auf einer Indifferenzkurve mit dem Erwartungsnutzen $V(\bar{\mu},\bar{\sigma}) = 2b\bar{\mu}-\bar{\mu}-\bar{\sigma}^2$, dann liegen alle erwartungsnutzengleiche μ-σ-Kombinationen auf dem Kreissegment[25)] $\mu = b - \sqrt{(b^2 - \sigma^2 - V(\bar{\mu},\bar{\sigma}))}$ eines Kreises mit dem Radius $(\bar{\sigma}^2 + (b - \bar{\mu})^2)^{1/2}$ um den Mittelpunkt $\mu=b$ und $\sigma=0$, und die Steigung der Indifferenzkurve

$$\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{b^2 - \sigma^2 - V(\bar{\mu},\bar{\sigma})}}$$

ist nicht negativ und für $\sigma=0$ gerade Null.[26)]

---

24) Zur empirischen Bedeutung dieser Restriktion im Kapitalmarktmodell vgl. Wippern, R.F., Utility Implications of Portfolio Selection and Performance Appraisal Models, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 913-924 und die Kritik von Sarnat, M., A Note on the Implications of Quadratic Utility for Portfolio Selection, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 9 (1974), S. 687-689, an den Aussagen von Wippern.

25) Auch für die Nutzenfunktion $V(W_1)=\alpha+\beta U(W_1)$ mit $\beta > 0$, die aus $2bW_1 - W_1^2$ durch eine positive lineare Transformation hervorgegangen ist, ergibt sich diese Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens. Den Erwartungswert des Endvermögens μ_o, der sich für $\sigma=0$ auf der Indifferenzkurve ergibt, bezeichnet man als das Sicherheitsäquivalent des Endvermögens mit dem Erwartungswert $\bar{\mu}$ und der Standardabweichung $\bar{\sigma}$. Im Falle einer quadratischen Nutzenfunktion errechnet man das Sicherheitsäquivalent aus $\mu_o = b - \sqrt{b^2 - V(\bar{\mu},\bar{\sigma})}$.

26) Häufig wird die Steigung nicht in Abhängigkeit vom Erwartungsnutzen angeschrieben, sondern unter Berücksichtigung der Kreisgleichung als $d\mu/d\sigma = \sigma / (b - \mu) \geq 0$ in Abhängigkeit vom Erwartungswert des Endvermögens μ angegeben. Da die Indifferenzkurve einen Kreis beschreibt, verläuft sie streng konvex. Die Veränderung der Steigung der Indifferenzkurve

$$\frac{d^2\mu}{d\sigma^2} = \frac{1 + \left(\frac{\sigma}{b - \mu}\right)^2}{b - \mu}$$

ist für $\mu < b$ stets positiv.

2.3.2. Konvexe Indifferenzkurven bei normalverteiltem Endvermögen

Tobin[27] ging in seinen grundlegenden Arbeiten zur Portefeuilletheorie davon aus, daß aus der Konkavität der Nutzenfunktion die Konvexität der Indifferenzkurven folgt, wenn die Verteilung des Endvermögens durch die Angabe des Erwartungswertes und der Standardabweichung festgelegt ist, so daß eine wachsende Standardabweichung des Endvermögens stets durch ein überproportionales Anwachsen des Erwartungswertes des Endvermögens kompensiert werden muß, wenn sich der Erwartungsnutzen nicht verringern soll. Feldstein [28] hat in einem Gegenbeispiel für logarithmisch normalverteilte Endvermögen und eine logarithmische Nutzenfunktion gezeigt, daß dieser Schluß nicht generell gültig ist.[29] Bei der Analyse von Portefeuilleentscheidungen nach dem (μ-σ)-Prinzip beschränkt man sich daher im allgemeinen auf die Betrachtung normalverteilter Endvermögen, so daß die beiden Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens gerade der Mittelwert und die Standardabweichung des Endvermögens sind.[3o]

---

27) Tobin, J., Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, a.a.O., S. 65 ff. und Tobin, J., The Theory of Portfolio Selection, in: Hahn, F.H. und Brechling, F.P.R. (Hrsg.), The Theory of Interest Rates, London-Melbourne-Toronto 1965, S. 3 - 51, hier S. 2o ff..

28) Feldstein, M.S., Mean-Variance Analysis in the Theory of Liquidity Preference and Portfolio Selection, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 5 - 12, vgl. auch Schneeweiß, H., a.a.O., S. 126 und Ebel, J., Portefeuilleanalyse: Entscheidungskriterien und Gleichgewichtsprobleme, Köln-Berlin-Bonn-München 1971, S. 73 ff..

29) In dem von Feldstein diskutierten Fall wechselt der konvexe in einen konkaven Verlauf der Indifferenzkurve, wenn die Standardabweichung des Endvermögens σ den Wert $\mu/ 2$ übersteigt. Elton, E.J. und Gruber, M.J., Portfolio Theory when Investment Relatives are Lognormally Distributed, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 1265 - 1273 haben gezeigt, daß die Konvexität der Indifferenzkurven auch bei lognormalverteiltem Endvermögen erhalten bleibt, wenn die Achsen des μ-σ-Koordinatenkreuzes durch die entsprechenden Momente der Lognormalverteilung gekennzeichnet werden. In dieser Arbeit werden stets der Erwartungswert und die Streuung des Endvermögens als Wahlobjekte betrachtet, so daß die von Feldstein vorgetragene Kritik zu beachten ist.

3o) Zur approximativen Gültigkeit der Indifferenzkurvenanalyse im Fall nicht normalverteilter Endvermögen vgl. die Diskussion im American Economic Review, Bd. 62 (1972) und Bd. 64 (1974): Tsiang, S.C., The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis, Skewness Preference, and the Demand for Money, Bd. 62, S. 354 - 371; Borch, K., The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Comment, Bd. 64, S. 428 - 43o; Bierwag, G.O., The Rationale of the Mean-Standard Deviations Analysis: Comment, Bd. 64, S. 431 - 433; Levy, H., The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Comment, Bd. 64, S. 434 - 441; Tsiang, S.C., The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Reply and Errata for Original Article, Bd. 64, S. 442 - 45o.

"Strictly speaking, the portfolio choices of an expected - utility - maximizing investor can be analyzed in terms of the two parameters, mean und variance, of his subjective probability distributions of the returns from alternative possible portfolios only if once or both of the two following assumptions is met:

(a) the investor's utility function is quadratic;

(b) he regards W_1 as normally distributed."[31]

Unterstellt man nämlich statt einer quadratischen Nutzenfunktion, daß das Endvermögen des Anlegers normalverteilt ist, dann ergeben sich im μ-σ-Koordinatensystem für $U'(W_1) > 0$ und $U''(W_1) < 0$ stets die angenommenen streng konvexen Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens positiver Steigung. Dieser Zusammenhang läßt sich zeigen, wenn man den Erwartungsnutzen

$$E(U(W_1)) = \int U(W_1) f(W_1;\mu,\sigma)dW_1$$

$$= \int U(\mu+\sigma x) f(x;o,1)dx$$

mit der standardisierten Zufallsgröße $x=(W_1-\mu)/\sigma$, die normalverteilt ist mit dem Mittelwert Null und der Standardabweichung Eins, definiert. Die Steigung einer beliebigen Indifferenzkurve $\bar{V}(\mu,\sigma)$ ist

$$(4) \qquad \frac{d\mu}{d\sigma} = - \frac{\partial V/\sigma}{\partial V/\mu} \quad [32]$$

$$= - \frac{\int xU'(\mu+\sigma x) f(x;o,1)dx}{\int U'(\mu+\sigma x) f(x;o,1)dx} \geq 0$$

---

31) Tobin, J., Comment on Borch and Feldstein, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 13. Für W_1 steht bei Tobin r_i, nämlich die Rendite der Wertpapiere im Portefeuille des Anlegers. Die Renditeformulierung des Portefeuillemodells wird im folgenden Abschnitt 2.4. diskutiert. Die beiden Annahmen (a) und (b) können bei Gültigkeit von (2) und (3) nicht zugleich gelten: Die quadratische Nutzenfunktion ist ja nur bis zu ihrem Scheitel zu verwenden. Nimmt man ein normalverteiltes Endvermögen W_1 an, dann sind nur Nutzenfunktionen zulässig, die von $-\infty$ bis $+\infty$ die geforderten Eigenschaften $U'>0$ und $U''<0$ aufweisen. Damit fallen alle Polynome als Nutzenfunktionen aus. Darauf hat insbesondere Borch, K., A Note on Uncertainty and Indifference Curves, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 1 ff. hingewiesen.

32) Ist $\bar{V}(\mu,\sigma)$ eine Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens, dann gilt

$$dV = \frac{\partial V(\mu,\sigma)}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial V(\mu,\sigma)}{\partial \sigma} d\sigma = 0.$$

nicht negativ,[33] da $U'(W_1)$ eine fallende Funktion des Endvermögens ist.[34] Die Konvexität der Indifferenzkurve beweisen wir durch Betrachtung der zweiten Ableitung des Erwartungswertes nach der Standardabweichung.[35] Die Veränderung der Indifferenzkurvensteigung bei einer kleinen Vergrößerung der Standardabweichung

$$(5)\qquad \frac{d^2\mu}{d\sigma^2} = \frac{\partial}{\partial\sigma}\left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right) + \frac{\partial}{\partial\mu}\left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right)\frac{d\mu}{d\sigma}$$

$$= - \frac{\int \left(x+\left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right)\right)^2 U''(\mu+\sigma x)f(x;o,1)dx}{\int U'(\mu+\sigma x)f(x;o,1)dx} > o$$

ist wegen $U''(W_1) < o$ ebenfalls positiv und somit $\bar{V}(\mu,\sigma)$ konvex.[36] Im

---

33) Die Steigung der Indifferenzkurve ist wie bei quadratischen Nutzenfunktionen an der Stelle σ=o gleich Null und für σ>o positiv. Vgl. Tobin, J., The Theory of Portfolio Selection, a.a.O., S. 21 und Schneeweiß, H., a.a.O., S. 128 f..

34) Wegen $U''(W_1)$<o und der Symmetrie der Dichtefunktion der standardisierten Normalverteilung um Null ist

$$\left| \int_{-\infty}^{o} xU'(\mu+\sigma x)f(x;o,1)dx \right| > \left| \int_{o}^{+\infty} xU'(\mu+\sigma x)f(x;o,1)dx \right|$$

und somit das Integral im Zähler von (4) negativ.

35) Der Konvexitätsbeweis bei Schneeweiß, H., a.a.O., S. 127 und bei Pratt, J.W., Raiffa, H. und Schlaifer, R., Introduction to Statistical Decision Theory, New York e.a. 1965, Kapitel 23 D, S. 1o7 ff. ist wie folgt zu skizzieren: Sind $V(\mu_1,\sigma_1)$ und $V(\mu_2,\sigma_2)$ zwei Punkte auf einer Indifferenzkurve, dann hat der Punkt $V(\bar{\mu},\bar{\sigma})$ mit $\bar{\mu} = \alpha\mu_1 + (1-\alpha)\mu_2$ und $\bar{\sigma} = \alpha\sigma_1 + (1-\alpha)\sigma_2$ für o<α<1 auf der Verbindungsstrecke von $V(\mu_1,\sigma_1)$ und $V(\mu_2,\sigma_2)$ wegen der Konkavität der Nutzenfunktion einen höheren Nutzenindex, so daß $V(\bar{\mu},\bar{\sigma})>V(\mu_1,\sigma_1) = V(\mu_2,\sigma_2)$ gilt. Ebel, J., Portefeuilleanalyse: Entscheidungskriterien und Gleichgewichtsprobleme, a.a.O., S. 67 f. ist der Meinung, daß dieser Beweis sehr speziell ist und begründet damit seine Ansicht vom prinzipiellen Unterschied zwischen der Haushaltstheorie mit einer originären Präferenzordnung und der Risikonutzentheorie, in die Erwartungen und Präferenzen gemeinsam eingehen. Der Beweis gilt aber unabhängig von speziellen Erwartungen für normalverteilte Endvermögen.

36) Wir schreiben abkürzend für $\int U(\mu+\sigma x)f(x;o,1)$ den Ausdruck $\int U$. Die Ableitung der Indifferenzkurvensteigung nach der Standardabweichung läßt sich dann wie folgt entwickeln:

$$\frac{d^2\mu}{d\sigma^2} = - \frac{(\int U')(\int x^2U'') - (\int xU')(\int xU'')}{(\int U')^2}$$

$$+ \frac{(\int U')(\int xU'')(\int xU') - (\int xU')(\int U'')(\int xU')}{(\int U')^2(\int U')}$$

μ-σ-Koordinatensystem gilt also bei normalverteiltem Endvermögen und konkaver Risikonutzenfunktion das 'Gesetz' der zunehmenden Grenzrate der Substitution zwischen dem Erwartungswert des Endvermögens (als Ertragskomponente) und der Standardabweichung (als Risikokomponente).

2.3.3. Indifferenzkurvensteigung und Charakteristika von Risikonutzenfunktionen

Für praktische Rechnungen ist es vorteilhaft, einen quantitativen Ausdruck zu haben, der die Grenzrate der Substitution zwischen dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Verteilung des Endvermögens in Abhängigkeit von der individuellen Risikoeinstellung des Anlegers angibt. Ein solcher Ausdruck für $d\mu/d\sigma$ läßt sich entwickeln, wenn man die unbekannte Nutzenfunktion des Anlegers an der Stelle des erwarteten Endvermögens μ als unendliche Taylor Reihe darstellt.[37)]

$$U(W_1)=U(\mu) + \frac{U'(\mu)}{1!}(W_1-\mu) + \frac{U''(\mu)}{2!}(W_1-\mu)^2 + \frac{U'''(\mu)}{3!}(W_1-\mu)^3 + \ldots$$

Die Bildung des Erwartungswertes führt auf

$$(6)\quad E(U(W_1))=U(\mu)+\frac{U'(\mu)}{1!}E(W_1-\mu)+\frac{U''(\mu)}{2!}E(W_1-\mu)^2+\frac{U'''(\mu)}{3!}E(W_1-\mu)^3 + \ldots$$

Forts. Fußnote 36)

$$= - \frac{(\int x^2U'')}{(\int U')} + 2\frac{(\int xU')(\int xU'')}{(\int U')(\int U')} - \frac{(\int U'')(\int xU')^2}{(\int U')(\int U')^2}$$

$$= - \frac{\int x^2U''}{\int U'} - 2\frac{\int xU''}{\int U'}\left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right) - \frac{\int U''}{\int U'}\left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right)^2$$

$$= - \frac{\int\left(x^2 + 2x\left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right) + \left(\frac{d\mu}{d\sigma}\right)^2\right)U''}{\int U'},$$

woraus (5) unmittelbar folgt.

37) Zur Entwicklung von $U(W_1)$ als Funktion der statistischen Parameter von W_1 vgl. Stone, B.K., Risk Return, and Equilibrium, a.a.O., S. 12 ff., Rubinstein, M.E., A Comparative Statics Analysis of Risk Premiums, in: Journal of Business, Bd. 46 (1973), S. 6o5-615, Hirshleifer, J., Kapitaltheorie, Köln 1974, S. 283 ff..

Wenn das Endvermögen W_1 eine normalverteilte Zufallsgröße ist, kann (6) erheblich vereinfacht werden. Der Erwartungswert $E(W_1-\mu)$ ist stets Null und bei normalverteiltem W_1 sind über das erste zentrale Moment hinaus alle ungeraden zentralen Momente gleich Null, d.h.

$$E(W_1-\mu)^3 = E(W_1-\mu)^5 = \ldots = E(W_1-\mu)^{2m+1} = \ldots = 0$$

Für die geraden zentralen Momente gilt die Beziehung[38)]

$$E(W_1-\mu)^{2m} = \frac{(2m)!}{2^m\ m!}(\sigma^2)^m \quad \text{für } m = 1,2\ \ldots$$

d.h. $E(W_1-\mu)^2=\sigma^2$; $E(W_1-\mu)^4=3\sigma^4$; $E(W_1-\mu)^6=15\sigma^6$; ...

Der Erwartungsnutzen des Anlegers läßt sich bei normalverteiltem Endvermögen unter Berücksichtigung dieser Beziehungen als Funktion der geraden zentralen Momente der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens darstellen.

$$(7)\quad E(U(W_1)) = U(\mu)+\frac{U^{(2)}(\mu)}{2^1\cdot 1!}\sigma^2+\frac{U^{(4)}(\mu)}{2^2\cdot 2!}\sigma^4+\frac{U^{(6)}(\mu)}{2^3\cdot 3!}\sigma^6+\ldots$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty}\frac{U^{(2m)}(\mu)}{2^m\cdot m!}(\sigma^2)^m$$

Die Steigung der Indifferenzkurve $E(U(W_1))$ ist gleich der Standardabweichung des Endvermögens gewichtet mit einem Quotienten, der die individuelle Risikoaversion des Anlegers bei normalverteiltem Endvermögen mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ beschreibt. Analog zu (4) gilt nämlich:[39)]

$$(8)\quad \frac{d\mu}{d\sigma} = -\frac{\partial V/\partial\sigma}{\partial V/\partial\mu} = -\sigma\frac{E(U''(W_1))}{E(U'(W_1))} \geq 0$$

Die Steigung der Indifferenzkurve ergibt sich also durch Multiplikation

38) Vgl. Richter, H., Wahrscheinlichkeitstheorie, 2. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1966, S. 364.

39) Man sieht leicht, daß $\partial V(\mu,\sigma)/\partial\mu = E(U'(W_1))$ und $\partial V(\mu,\sigma)/\partial\sigma = \sigma E(U''(W_1))$ mit $E(U''(W_1)) < 0$ gilt, wenn man die Entwicklung der Taylor Reihe für die erste und zweite Ableitung der Nutzenfunktion an der Stelle $W_1=\mu$ betrachtet und die entsprechenden Erwartungswerte bildet.

der Standardabweichung des Endvermögens mit dem Verhältnis der Erwartungswerte der zweiten und der ersten Ableitung der Nutzenfunktion. Für einen risikoaversen Anleger ist die absolute Risikoaversion -U"/U' positiv und damit auch die Steigung der Indifferenzkurve.[4o)]

2.4. Die Renditeformulierung des Portefeuillemodells

In Ansätzen zur Ermittlung optimaler Wertpapierportefeuilles wird vielfach statt der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens W_1 die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Anlegerrendite $\bar{R}=(W_1-W_o)/W_o$ betrachtet. Ist dem Anleger ein bestimmtes Anfangsvermögen W_o, das zur einperiodigen normalverteilten Rendite $\bar{R}$ angelegt wird, zuzuordnen, dann lassen sich die Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens im μ-σ-Koordinatensystem durch einfaches Umrechnen der μ-Werte in $E(\bar{R})$ Werte und der σ-Werte in $S(\bar{R})$-Werte in die entsprechenden Indifferenzkurven des

---

Forts. Fußnote 39)

$$E(U'(W_1)) = U'(\mu) + \frac{U^{(3)}(\mu)}{2^1 \cdot 1!}\sigma^2 + \frac{U^{(5)}(\mu)}{2^2 \cdot 2!}(\sigma^2)^2 + \ldots$$

$$= \sum_{m=o}^{\infty} \frac{U^{(2m+1)}(\mu)}{2^m \; m!}(\sigma^2)^m$$

$$E(U''(W_1)) = U''(\mu) + \frac{U^{(4)}(\mu)}{2^1 \cdot 1!}\sigma^2 + \frac{U^{(6)}(\mu)}{2^2 \cdot 2!}(\sigma^2)^2 + \ldots$$

$$= \sum_{m=o}^{\infty} \frac{U^{(2m+2)}(\mu)}{2^m \cdot m!}(\sigma^2)^m$$

$$= \sum_{m=o}^{\infty} \frac{2mU^{(2m)}(\mu)}{2^m \cdot m!}(\sigma^2)^{m-1}$$

4o) Zur Spezifikation der Beziehung (9) für bekannte Nutzenfunktionen vgl. Adler, M., On the Risk-Return Trade-Off in the Valuation of Assets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd.4 (1969), S. 493 ff.. Zur Veränderung der Indifferenzkurvensteigung vgl. Miller, S.M., Measures of Risk Aversion: Some Clarifying Comments, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 1o (1975), S. 299 ff. und Williams, J.T., A Note on Indifference Curves in the Mean-Variance Model, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 121 ff..

Erwartungsnutzens in einem $E(\bar{R})$-$S(\bar{R})$-Koordinatensystem überführen.[41] Ändert sich das Anfangsvermögen W_0, dann sind Verlauf und Lage der Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens im $E(\bar{R})$-$S(\bar{R})$-Koordinatensystem jeweils neu zu bestimmen.

In einigen portefeuilletheoretischen Arbeiten wird aber nicht nur eine formale Umrechnung von absoluten Vermögensgrößen in relative Renditegrößen, sondern auch die Formulierung der Anlegerzielsetzung durch den Ansatz einer Nutzenfunktion über Renditen in relativen Größen vorgenommen.[42] Da die Anlegerrendite eine sowohl vom Anfangs- als auch vom Endvermögen abhängige Größe ist, müssen in diesem Fall die Ergebnisse einer Portefeuilleanalyse auf ihre Abhängigkeit vom Anfangsvermögen des Anlegers geprüft werden. Eine solche Prüfung erfolgt durch Vergleich mit der entsprechenden Formulierung der Nutzenfunktion über das Endvermögen des Anlegers.

Wir betrachten beispielsweise einen Anleger mit der exponentiellen Nutzenfunktion

$$U(W_1) = -e^{-W_1/a} \quad \text{mit } a > 0,$$

die bei normalverteiltem Endvermögen auf die rationale Präferenzfunktion

$$(9) \quad V(\mu,\sigma) = \mu - \sigma^2/2a$$

führt.[43] Der Anleger möchte sein Anfangsvermögen W_0 in einen Betrag X,

---

41) Z.B. gehen Fama, E.F., und Miller, M.H., The Theory of Finance, New York e.a. 1972, S. 215 ff. in der Regel von einem gegebenen Investitionsbetrag (Anfangsvermögen minus Konsumausgaben, über die vorab entschieden wurde) aus, definieren die Nutzenfunktion über das Periodenendvermögen (das für den Konsum der nächsten Periode verwendet werden kann) und nehmen die analytischen wie grafischen Ableitungen in der Renditeschreibweise vor.

42) Eine Renditenutzenfunktion verwendet z.B. Tobin, J., Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, a.a.O., S. 65 ff.

43) Setzt man $U(W_1) = -e^{-W_1/a}$ in (7) ein, so erhält man

$$E(U(W_1)) = -e^{-\mu/a} - \frac{e^{-\mu/a}}{a^2 2^1 1!}\sigma^2 - \frac{e^{-\mu/a}}{a^4 2^2 2!}\sigma^4 - \dots$$

$$= -e^{-\mu/a}\left(1 + \frac{\sigma^2}{a^2 \cdot 2^1 \cdot 1!} + \frac{\sigma^4}{a^4 \cdot 2^2 \cdot 2!} + \dots\right)$$

$$= -e^{-\mu/a}\, e^{\sigma^2/2a^2} = -e^{-(\mu-\sigma^2/2a)/a}$$

Da $V(\mu,\sigma) = \mu - \sigma^2/2a$ eine monotone Transformation dieser Funktion ist, kann man bei einer Optimierung von (9) ausgehen. Schneeweiß, H., der mit der von X unabhängigen, normalverteilten Investitionsrendite r angelegt wird, und in einen Restbetrag (W_o-X) aufteilen, der ohne Risiken angelegt wird und einen Zinssatz $R_F \geq 0$ bietet. Das normalverteilte Endvermögen des Anlegers

$$W_1 = X(1+r) + (W_o-X)(1+R_F)$$

ist eine Funktion der Entscheidungsvariablen X. Die Ableitung der Zielfunktion

$$E(U(W_1)) = X(1+\mu_r) + (W_o-X)(1+R_F) - \frac{X^2}{2a}\sigma_r^2,$$

in der μ_r den Erwartungswert und σ_r die Standardabweichung der Investitionsrendite r bezeichnen, nach der Entscheidungsvariablen X führt auf den optimalen riskanten Investitionsbetrag

$$X = a(\mu_r-R_F)/\sigma_r^2,$$

der vom Anfangsvermögen des Anlegers nicht abhängt.[44] Der Anleger wählt den optimalen Investitionsbetrag X entsprechend seiner Risikoeinstellung und bleibt bei diesem Investitionsbetrag und entsprechend bei dem von ihm übernommenen Risiko auch dann, wenn sein Vermögen fällt oder wächst.

Die zu (9) entsprechend formulierte Präferenzfunktion über die Anlegerrendite würde

$$(1o) \quad E(U(\bar{R})) = E(\bar{R}) - \frac{1}{2c} S(\bar{R})^2, \qquad c>0$$

lauten. Wegen $\bar{R} = R_F + X(r - R_F) / W_o$ wäre die Zielfunktion des

---

Forts. Fußnote 43)

a.a.O., S. 143 hat gezeigt, daß die Präferenzfunktion (9) die einzige rationale Präferenzfunktion ist, bei der Risiken dadurch bewertet werden, daß vom Erwartungswert des Endvermögens ein nur von der Standardabweichung abhängiges Risikomaß abgezogen wird.

44) Der Grund liegt in der durch den Ansatz der exponentiellen Risikonutzenfunktion unterstellten konstanten absoluten Risikoaversion des Anlegers.

$$R_A = -\frac{U''(W_1)}{U'(W_1)} = -\frac{-\frac{1}{a^2}e^{-W_1/a}}{\frac{1}{a}e^{-W_1/a}} = \frac{1}{a} = \text{const.}$$

Die von Arrow und Pratt als negativer Quotient der zweiten und ersten Ableitung der Nutzenfunktion definierte absolute Risikoaversion mißt "the insistence of an individual for more-than-fair odds, at least when the bets are small." Arrow, K.J., Essays in the Theory of Risk-Bearing, Amsterdam-London 197o, Kapitel 3: The Theory of Risk Aversion, S. 9o ff., hier S. 95; Pratt, J.W., Risk Aversion in the Small and in the Large, in: Econometrica, Bd. 32 (1964), S.122 ff.

Anlegers nun anzugeben als

$$E(U(\bar{R})) = R_F + (\mu_r - R_F)X/W_o - \frac{X^2}{2cW_o^2}\sigma_r^2$$

und das optimale Investitionsvolumen

$$X = cW_o(\mu_r - R_F)/\sigma_r^2$$

würde in diesem Fall proportional zum Anfangsvermögen W_o wachsen.[45]

Anders formuliert wäre der Anteil X/W_o des Vermögens, der in die riskante Anlage investiert wird, vom Vermögen des Anlegers unabhängig.

Für ein festes Anfangsvermögen W_o kann man den Koeffizienten c in (1o) stets so wählen, daß $cW_o = a$ gilt. Das optimale Investitionsvolumen stimmt dann für die Zielfunktion (9) und (1o) überein.[46] Läßt man die Präferenzfunktion über $\bar{R}$ dagegen für beliebige W_o zu, dann wird implizit unterstellt,[47] daß die optimale Aufteilung des Anfangsvermögens

---

45) Vgl. dieses Ergebnis bei Hess, A.C., The Riskless Rate of Interest and the Market Price of Risk, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 89 (1975), S. 448, Gleichung (13). Alan C. Hess geht bei seiner Analyse der Auswirkungen geldpolitischer Maßnahmen (Marktzinssteuerung) auf die Aktienkurse von Gesellschaften, die in unterschiedlichem Umfang riskante Investitionsprojekte durchführen, von der Präferenzfunktion (1o) aus.

46) Von dieser Überlegung gehen Tobin, J., Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, a.a.O., S. 65 ff. und Sharpe, W.F., Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, a.a.O., S. 428 aus.

47) Soll eine über $\bar{R}$ definierte Nutzenfunktion $V(\bar{R})$ dieselbe Präferenzordnung wie die über das Endvermögen definierte Risikonutzenfunktion $U(W_1)$ bilden, dann müssen die beiden Nutzenfunktionen durch eine lineare Transformation auseinander hervorgehen:

$$V(\bar{R}) = a + bU(W_1) \text{ mit } b = b(W_o)$$

Diese Beziehung muß für alle Renditen und beliebige Anfangsvermögen gelten. Die Ableitung nach $\bar{R}$ ergibt

$$V'(\bar{R}) = W_o bU'(W_1) \quad .$$

Aus der weiteren Ableitung nach W_o

$$0 = bU'(W_1) + W_o b'U'(W_1) + W_o(1+\bar{R})bU''(W_1)$$

erhält man

$$\frac{b + W_o b'}{b} = - \frac{W_1 U''(W_1)}{U'(W_1)} = \text{const.},$$

so daß die Transformationsbeziehung konstante relative Risikoaversion impliziert. Vgl. den Beweis bei Mossin, J., Optimal Multiperiod Portfolio Policies, in: Journal of Business, Bd. 41 (1968), S. 218 und die Bemerkungen bei Ebel, J., Portefeuilleanalyse: Entscheidungskriterien und Gleichgewichtsprobleme, a.a.O., S. 45 f., Fußnote 82.

in die verfügbaren Anlagemöglichkeiten vom Betrag des Anfangsvermögens unabhängig ist, weil sich die Risikonutzenfunktion über das Endvermögen (und über der Anlegerrendite) durch konstante relative Risikoaversion auszeichnet.[48] Konstante relative Risikoaversion weisen nur Nutzenfunktionen auf, die zur Beurteilung von Normalverteilungen nicht herangezogen werden können.[49]

Die Formulierung der Nutzenfunktion über Renditen ist bei normalverteiltem Endvermögen also nur dann mit dem Erwartungsnutzenansatz kompatibel, wenn W_o einen fest vorgegebenen Wert hat.

3. Effiziente und optimale Anlegerportefeuilles

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Richtung und Krümmung von Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens im μ-σ-Koordinatensystem unter der Voraussetzung diskutiert, die Risikonutzenfunktionen der Anleger seien monoton steigend und streng konkav. Darüber hinaus wurde alternativ angenommen, das unsichere Vermögen des Anlegers am Periodenende ließe sich als normalverteilte Zufallsgröße darstellen oder die Risikoeinstellung des Anlegers ließe sich durch den Ansatz einer quadratischen Nutzenfunktion beschreiben. Die strenge Konvexität der im μ-σ-Diagramm ansteigenden Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens zeigte, daß für

48) Konstante relative Risikoaversion ist definiert durch

$$R_R = -\frac{W_1 U''(W_1)}{U'(W_1)} = \text{const.}$$

Vgl. Arrow, K.J., a.a.O., S. 94 ff.

49) Pratt, J.W., a.a.O., S. 134 hat gezeigt, daß nur die Nutzenfunktionen

$$U(W_1) = W_1^{(1-c)} \qquad \text{für } R_R = c < 1$$

$$U(W_1) = \log W_1 \qquad \text{für } R_R = c = 1$$

$$U(W_1) = -W_1^{-(c-1)} \qquad \text{für } R_R = c > 1$$

konstante relative Risikoaversion aufweisen. Diese Nutzenfunktionen sind nicht für den gesamten Definitionsbereich der Normalverteilung definiert.

das Entscheidungsverhalten risikoaverser Anleger eine zunehmende Grenzrate der Substitution zwischen dem Erwartungswert und der Streuung des Endvermögens um diesen Erwartungswert gilt. Im Rahmen der Indifferenzkurvenanalyse wurde dagegen nicht geprüft, welche Kombinationen des Erwartungswertes μ und der Standardabweichung σ des Endvermögens der Anleger bei Einsatz seiner finanziellen Ressourcen durch die sich ihm bietenden Aktionsmöglichkeiten überhaupt realisieren kann. Zur Bestimmung der optimalen Dispositionen eines Anlegers ist daher nun das Entscheidungsfeld des Anlegers anzugeben.

Im Abschnitt 3.1. wird gefragt, welches Portefeuille riskanter Aktien ein Anleger realisieren würde, sofern ihm Aktien in beliebiger Menge kostenlos zur Verfügung gestellt würden. Die naheliegende Antwort, daß der Anleger möglichst alle ihm angebotenen Aktien in sein Depot aufnimmt, erweist sich bei Gültigkeit der Annahme normalverteilter Aktienkurse als unzutreffend. Im Abschnitt 3.2. hat der Anleger die Kosten des Aktienerwerbs zu berücksichtigen, ist aber darauf verwiesen, sein Anfangsvermögen vollständig am Aktienmarkt zu investieren. Die Möglichkeit, durch Kreditaufnahme oder eine sichere Anlage außerhalb des Aktienmarktes auch über den Umfang seines Portefeuilles riskanter Aktien zu entscheiden, wird im Abschnitt 3.3. diskutiert. Die Darstellung der Portefeuilleansätze in den Abschnitten 3.1. bis 3.3. basiert darauf, daß der Anleger seine Entscheidungen dem (μ,σ)-Prinzip entsprechend trifft und risikoavers ist. Die Darstellung der Voraussetzungen, unter denen solche Entscheidungen rational sind, war Gegenstand des 2. Abschnitts. Da wir im folgenden stets von der Normalverteilungshypothese ausgehen, ist die Rationalität der Portefeuilleentscheidungen stets gesichert.

3.1. Das Modell der Portefeuilleplanung ohne Budgetrestriktion

Wir beachten zunächst keine Begrenzungen möglicher Anlegeraktionen aufgrund knapper finanzieller Mittel, sondern ausschließlich die begrenzten Möglichkeiten zur Bildung von μ-σ-Kombinationen des Endvermögens, die aus den Charakteristika der erwarteten Kurse der am Kapitalmarkt umlaufenden Papiere resultieren.

Bestünden über die am Ende der Planungsperiode herrschenden Aktienkurse sichere Erwartungen, so würde jeder einzelne Anleger möglichst alle am Markt umlaufenden Aktien in seinen Bestand nehmen, soweit diese am Ende der Planungsperiode einen positiven Kurswert aufweisen. Das folgt aus der Annahme (3) eines mit dem Endvermögen wachsenden Nutzens.

Der Anleger hat aber zunächst nur die Möglichkeit, Endvermögen durch das Halten von Beständen an riskanten Aktien zu bilden, wobei ihm eine endliche Anzahl von Wertpapierarten i, $i = 1,2,\ldots, N$, in beliebiger Stückelung zum Erwerb zur Verfügung steht. Der unsichere Kurswert der Aktien der Gesellschaft i am Periodenende $t=1$ vor Dividendenzahlung (resp. nach Dividendenzahlung einschließlich der pro Aktie ausgeschütteten Dividende) sei mit K_{1i} bezeichnet. Wir nehmen an, daß K_{1i} eine von den Portefeuilleentscheidungen des Anlegers unabhängige normalverteilte Zufallsgröße ist (oder der Anleger sie als solche einschätzt). Der mathematische Erwartungswert der Zufallsvariablen K_{1i} ist $\mu_i = E(K_{1i}) = \int K_{1i} f(K_{1i}) dK_{1i}$ mit der Dichtefunktion der Normalverteilung $f(K_{1i})$. Die Varianz des Kurses am Periodenende ist $\sigma_{ii} = E((K_{1i}-\mu_i)^2) = \int (K_{1i}-\mu_i)^2 f(K_{1i}) dK_{1i}$ und der Zusammenhang zwischen den Kursen K_{1i} und K_{1j} der Aktien von zwei beliebigen Gesellschaften i und j ist gegeben durch die Kovarianz

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= E((K_{1i}-\mu_i)(K_{1j}-\mu_j)) \\ &= \int\int (K_{1i}-\mu_i)(K_{1j}-\mu_j) f(K_{1i},K_{1j}) dK_{1i} dK_{1j} \quad ,\end{aligned}$$

wobei $f(K_{1i},K_{1j})$ die gemeinsame Dichtefunktion der beiden Zufallsvariablen K_{1i} und K_{1j} ist. σ_{ij} ist positiv, wenn die Abweichungen der K_{1i} und K_{1j} von ihren Mittelwerten μ_i und μ_j die Tendenz haben, in dieselbe Richtung zu gehen (positive Korrelation); σ_{ij} ist negativ, wenn diese Abweichungen eher gegenläufige Richtung aufweisen (negative Korrelation).

Hält der Anleger y_i Aktien der Gesellschaft i bis zum Ende der Planungsperiode im Bestand, so ist sein Endvermögen

$$W_1 = y_1 K_{11} + y_2 K_{12} + \ldots + y_N K_{1N} = \sum_{i=1}^{N} y_i K_{1i}$$

eine Linearkombination der K_{1i}, d.h. die Summe der mit den Bestandszahlen gewichteten Aktienkurse am Periodenende. Die zufälligen Periodenkurse sind gemeinsam normalverteilt, so daß auch W_1 eine normalverteilte Zufallsgröße darstellt. Der Erwartungswert $\mu = \Sigma y_i \mu_i$ und die Standardabweichung $\sigma = (\Sigma\Sigma\, y_i y_j \sigma_{ij})^{1/2}$ des Anlegerendvermögens sind davon abhängig, welche Aktienbestände gehalten werden.[5o)]

5o) Die paarweisen Kovarianzen σ_{ij} und σ_{ji} weisen dieselben numerischen

3.1.1. Der optimale Aktienbestand bei bekannter Präferenzfunktion

Sind die Anlegerpräferenzen explizit bekannt, so ist der Aktienbestand, der zu einem maximalen Erwartungsnutzen des Anlegers führt, aus den vorhandenen Angaben über die Aktienkurse am Periodenende unmittelbar zu errechnen. Gilt z.B. die Präferenzfunktion

$$(9)\quad V(\mu,\sigma) = \mu - \sigma^2/2a, \qquad a>0,$$

dann führen die partiellen Ableitungen der Zielfunktion

$$V(\mu,\sigma) = \sum_i y_i\mu_i - \frac{1}{2a}\sum_{ij} y_i y_j \sigma_{ij}$$

nach den N Entscheidungsvariablen $y_1, \ldots\ldots, y_N$ auf die N Optimalitätsbedingungen [51)]

$$(11)\quad \mu_i - \frac{1}{a}\sum_j y_j\sigma_{ij} = 0 \quad (i=1,2,\ldots,N).$$

In Matrixschreibweise lassen sich die N Gleichungen (11) übersichtlich darstellen. Die Multiplikation der symmetrischen Varianz-Kovarianz-Matrix mit dem Vektor der Aktienbestände ergibt dann, wenn für alle y_i die optimalen Werte gefunden sind, den mit dem Risikoparameter a gewichteten Vektor der Erwartungswerte der N Aktienkurse.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{1N} & \sigma_{2N} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix}$$

Forts. Fußnote 5o)

Werte auf und σ_{ii} wird für alle Kursvarianzen positiv vorausgesetzt, so daß Aktien ohne Kursrisiko am Markt nicht vorkommen. Die Formulierung des Portefeuilleansatzes erfordert also die Angabe von N(N+1)/2 Varianzen und Kovarianzen.

51) Die zweite Ableitung der Zielfunktion ist $-\sigma_{ii}/a$ und wegen der Voraussetzungen $\sigma_{ii}>0$ und $a>0$ negativ. Die Matrix der gemischten Ableitungen ist gleich der Kovarianzmatrix multipliziert mit $-1/a$ und daher negativ definit.

Sind die Wertpapiere stochastisch linear unabhängig, so daß sich keine Wertpapierart als Linearkombination anderer Wertpapiere darstellen läßt[52] (und somit in jeder Risikoklasse im Sinne von Modigliani-Miller[53] nur ein einziges Unternehmen arbeitet), dann ist die Varianz-Kovarianz-Matrix invertierbar und man kann das lineare Gleichungssystem (11) nach dem Vektor der Aktienbestände (dem optimalen Aktienportefeuille) auflösen.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} \sigma^{11} & \sigma^{12} & \dots & \sigma^{1N} \\ \sigma^{12} & \sigma^{22} & \dots & \sigma^{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma^{1N} & \sigma^{2N} & \dots & \sigma^{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix}$$

52) Damit ist insbesondere auch ausgeschlossen, daß zwei Wertpapierkurse eine Korrelation von +1 oder -1 aufweisen, so daß stets $\sqrt{\sigma_{ii}}\sqrt{\sigma_{jj}} = \pm\,\sigma_{ij}$ gilt. Krümmel, H.J., Finanzierungsrisiken und Kreditspielraum, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 36. Jg. (1966), 1. Ergänzungsheft, S. 138 ff. bezeichnet die Verbindung von Vermögenspositionen mit einem Korrelationskoeffizienten von +1 als kumulative Verbindung und die Verbindung von Vermögenspositionen bei einem Korrelationskoeffizienten von -1 als Hedging. Für den Zwei-Wertpapier-Fall wird die Wirkung eines Korrelationskoeffizienten von +1 oder -1 auf das Portefeuillerisiko ausführlich diskutiert bei Hecker, G., Aktienkursanalyse zur Portfolio Selection, Meisenheim am Glan 1974, S. 2o ff. Vgl. zum Zwei-Wertpapier-Fall auch Laux, H., Graphische Analyse der Struktur optimaler Aktienportefeuilles, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 23. Jg. (1971), S. 631 ff.. Die Voraussetzung, daß kumulative Verbindungen unterschiedlicher Wertpapiere und Hedginggeschäfte ausgeschlossen sind, betrifft auch den Fall, daß ein Wertpapier mit einem Portefeuille von Wertpapieren kombiniert wird. Gibt es eine Wertpapierart, die sich als Linearkombination anderer Wertpapiere oder Portefeuilles darstellen läßt (im Fall diskreter Wahrscheinlichkeiten zum Beispiel, wenn man bei S möglichen Umweltzuständen mehr als S Wertpapierarten konstruiert), dann läßt man das betreffende Wertpapier aus der Portefeuilleanalyse heraus und löst das Portefeuilleproblem für die reduzierte Menge der Wertpapiere. Vgl. im einzelnen und zu den Konsequenzen einer solchen Vorgehensweise Buser, S.A., Mean-Variance Portfolio Selection with either a Singular or Nonsingular Variance-Covariance Matrix, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 347 ff. sowie Loistl, O. und Rosenthal, H., Risikominimierung bei der Portfolioplanung unter besonderer Berücksichtigung singulärer Kovarianzmatrizen, Arbeitspapiere des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft, Paderborn 1978.

53) Modigliani, F. und Miller, M.H., The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment, in: American Economic Review, Bd. 48 (1958), S. 264 ff.

Die Elemente der Inversen der Varianz-Kovarianz-Matrix werden mit σ^{ij} bezeichnet, wobei wegen der Symmetrie der invertierten Varianz-Kovarianz-Matrix $\sigma^{ij} = \sigma^{ji}$ gilt. Der optimale Bestand an Aktien einer beliebigen Gesellschaft i ist die mit dem Risikoparameter a gewichtete Summe der Kurserwartungswerte der Aktien aller Gesellschaften, wobei jeder Kurserwartungswert mit einem Element der invertierten Varianz-Kovarianz-Matrix multipliziert wird, so daß sich das Aktienportefeuille durch eine lineare Transformation des Vektors der Kurserwartungswerte ergibt.[54)]

$$(12) \quad y_i = a \sum_j \mu_j \sigma^{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

Je größer der Risikoparameter a ist, umso weniger stark geht die Varianz des Endvermögens in die Zielfunktion (9) ein und umso größer ist daher der optimale Bestand y_i an Aktien der Gesellschaft i.[55)]

3.1.2. Die Effizienzgerade des Aktienmarktes

Sind die Risikopräferenzen der Anleger nicht explizit bekannt, dann läßt sich deren optimales Wertpapierportefeuille nicht berechnen, weil die Grenzraten der Substitution zwischen μ und σ numerisch nicht bestimmt sind. Es ist aber möglich, eine Vorauswahl unter den am Markt realisierbaren μ-σ-Kombinationen in der Weise zu treffen, daß die optimalen Wertpapierportefeuilles aller risikoscheuen Anleger - gleichgültig, welche

---

54) Verzichtet man auf den speziellen Ansatz der exponentiellen Nutzenfunktion, so erhält man

$$y_i = - \frac{E(U'(W_1))}{E(U''(W_1))} \sum_j \mu_j \sigma^{ij},$$

so daß also der Risikoparameter a durch das negative Verhältnis der Erwartungswerte der ersten und zweiten Ableitung der Risikonutzenfunktion zu ersetzen ist.

55) Der optimale Bestand an Aktien der Gesellschaft i kann auch negativ sein, wenn nicht Leerverkäufe durch eine Nebenbedingung ausgeschlossen werden. An einem Markt von Anlegern, die von der Präferenzfunktion (9) ausgehen, wobei der Risikoparameter a von Anleger zu Anleger variieren kann, würde eine negative Summe $\Sigma\mu_j\sigma^{ij}$ dann, wenn alle Anleger von denselben Erwartungsgrößen ausgehen, dazu führen, daß alle Anleger in dieser Wertpapierart Leerverkäufe vornehmen. Eine solche Vorstellung wird man aber später bei der Einbringung des Modells der optimalen Wertpapiermischung in den Marktzusammenhang nicht mehr aufrecht erhalten können. Daher lassen wir zwar Leerverkäufe zu, interessieren uns aber nicht für die Bedingungen, unter denen Leerverkäufe optimale Anlegeraktionen darstellen. Zur Konstruktion des effizienten Randes beim Ausschluß von Leerverkäufen vgl. Ross, S.A., The Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short-Sale Restrictions and Related Issues, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 177 ff..

spezielle Präferenzfunktion für sie gilt - in dieser Vorauswahl enthalten sind. Alle am Aktienmarkt realisierbaren Portefeuilles dieser Vorauswahl bezeichnet man als effiziente Portefeuilles. Effiziente Aktienportefeuilles ergeben sich aus den am Markt überhaupt realisierbaren μ-σ-Kombinationen des Endvermögens und den beiden Eigenschaften der Präferenzfunktionen, die für alle risikoaversen Anleger gelten, nämlich der c.p. positiven Bewertung eines höheren Erwartungswertes des Endvermögens und einer c.p. negativen Bewertung einer höheren Standardabweichung des Endvermögens. Effiziente Aktienportefeuilles bieten also bei gegebenem Erwartungwert eine möglichst niedrige Standardabweichung und für eine gegebene Standardabweichung des Endvermögens einen möglichst hohen Erwartungwert.[56)]

Die Aktienbestände, die zu einem Portefeuille führen, das einen gegebenen Erwartungswert des Endvermögens mit der geringstmöglichen Standardabweichung erreicht, ermittelt man durch Ableitung der Lagrange-Funktion

$$L = \Big(\sum_{i}\sum_{j} y_i y_j \sigma_{ij} \Big)^{1/2} + \lambda \Big(\bar{\mu} - \sum_{i} y_i \mu_i \Big)$$

nach den Entscheidungsvariablen y_1, ..., y_N. Die gleich Null gesetzten partiellen Ableitungen der Lagrange-Funktion führen für den vorgegebenen Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ auf die notwendigen Bedingungen für eine minimale Standardabweichung des Endvermögens

$$\sum_{j} y_j \sigma_{ij} = \lambda \bar{\sigma} \mu_i \qquad (i=1,2,\ldots,N).$$

Der optimale Bestand an Aktien der Gesellschaft i in Abhängigkeit vom Langrange-Faktor λ, der seinerseits von der speziellen Wahl des Erwartungswertes $\bar{\mu}$ abhängt, ist somit

$$(13) \qquad y_i = \lambda \bar{\sigma} \sum_{j} \mu_j \sigma^{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,N).$$

Multipliziert man nun den optimalen Bestand an Aktien der Gesellschaft i

---

56) Vgl. Markowitz, H.M., Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments, New York - London - Sidney 1959, S. 22. Statt das Portefeuillerisiko durch die Standardabweichung zu messen, kann man mit gleichen Ergebnissen für die Portefeuillestruktur auch die Varianz des Endvermögens als Risikomaßstab heranziehen. Roll, R., A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests, a.a.O., S. 158, verwendet die Begriffe 'efficient set' bzw. 'efficient portfoliofrontier' für alle Portefeuilles, die einen gegebenen Erwartungswert mit minimaler Varianz erreichen. Wir behalten hier die Terminologie von Markowitz bei, so daß also effiziente Portefeuilles Kandidaten für optimale Portefeuilles risikoaverser Anleger sind. Dies ist der in der Literatur übliche Gebrauch des Begriffs 'effizientes Portefeuille'.

in (13) mit dem Erwartungswert des Kurses dieser Aktie μ_i und addiert die gewonnene Beziehung über alle N Aktienarten, so erhält man wegen $\bar{\mu} = \Sigma\, y_i \mu_i$ den Wert des Lagrange-Faktors in Abhängigkeit von dem vorgegebenen Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ mit $\lambda = \frac{\bar{\mu}}{\bar{\sigma} A}$, wobei

$$(14) \quad A = \sum_{ij}\sum \mu_i \mu_j \sigma^{ij}$$

eine vom Anleger nicht beeinflußbare Marktgröße darstellt, die von den Erwartungswerten und den Kovarianzen der Aktienkurse aller Gesellschaften abhängt.[57] Der optimale Bestand an Aktien der Gesellschaft i ist somit für einen geplanten Erwartungswert $\bar{\mu}$ des Endvermögens gegeben durch

$$(15) \quad y_i = \bar{\mu} \frac{\sum_j \mu_j \sigma^{ij}}{A} \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

und wächst bei einer Variation des vorgegebenen Erwartungswertes linear mit diesem Erwartungswert.

Aus (15) ergibt sich darüber hinaus, daß das Verhältnis $y_1 : y_2 : \ldots : y_N$, also die Portefeuillestruktur, unabhängig davon ist, welcher Erwartungswert $\bar{\mu}$ vorgegeben wurde.

Setzt man den Wert des Lagrange-Faktors λ in die erste Ableitung der Zielfunktion ein, multipliziert beide Seiten mit y_i und addiert über alle N Aktienarten, so erhält man die für alternative $\bar{\mu}$ realisierbaren minimalen Standardabweichungen des Endvermögens $\bar{\sigma}$. Die Beziehung $\Sigma\Sigma y_i y_j \sigma_{ij} = \frac{\bar{\mu}}{A} \Sigma y_i \mu_i$ läßt sich auf den sehr einfachen Zusammenhang

$$(16) \quad \bar{\mu} = \sqrt{A}\ \bar{\sigma}$$

reduzieren, den wir als Effizienzgerade des Aktienmarktes bezeichnen. Alle effizienten Portefeuilles, die bei alternativ gegebenen Erwartungswerten des Endvermögens eine minimale Standardabweichung aufweisen, liegen auf der durch den Koordinatenursprung verlaufenden Geraden $\bar{\mu} = \sqrt{A}\ \bar{\sigma}$. Die Steigung der Effizienzgeraden ist durch die Erwartungswerte und Kovarianzen der Aktienkurse aller Gesellschaften, also ausschließlich durch anlegerunabhängige Größen determiniert.

---

57) Da die Inverse der Varianz-Kovarianz-Matrix positiv definit ist, ist die quadratische Form (14) positiv.

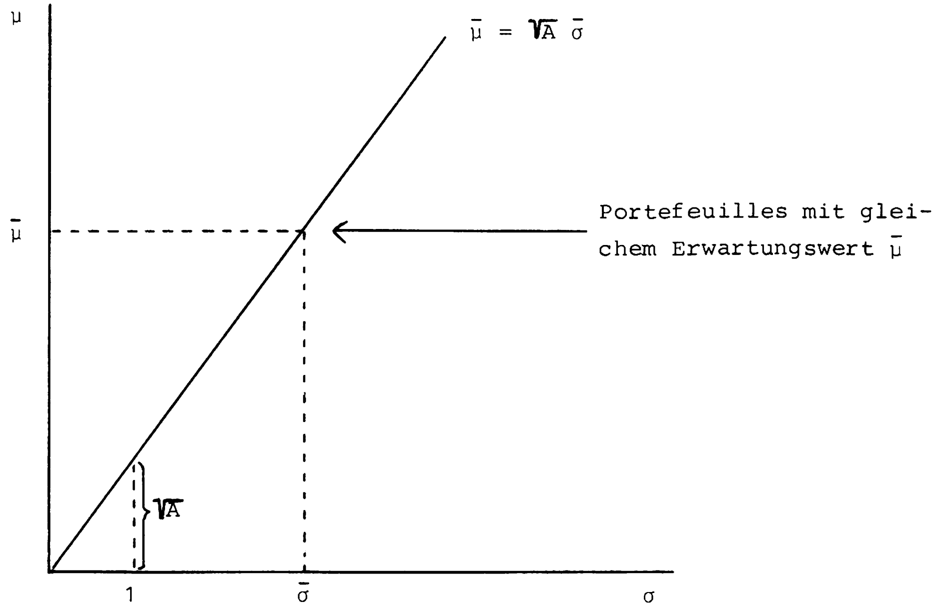


Abb. 2: Die Effizienzgerade des Aktienmarktes

Alle nicht effizienten Portefeuilles liegen rechts von der Geraden $\bar{\mu} = \sqrt{A}\,\bar{\sigma}$. Portefeuilles links von der Effizienzgeraden lassen sich dagegen bei der angenommenen Struktur der erwarteten Kurse am Aktienmarkt nicht realisieren. Diese Beschränkung der erreichbaren μ-σ-Kombinationen durch die Effizienzgerade führt unter der Annahme risikoaverser Anleger zum Ausweis eines erwartungsnutzenmaximalen Portefeuilles.

3.1.3. Auswahl des optimalen unter den effizienten Portefeuilles

Alle Lösungen, die man bei Kenntnis der speziellen Präferenzstruktur eines Anlegers erhält, müssen auf der durch (16) beschriebenen Effiziensgeraden liegen. Grafisch kann man den Zusammenhang zwischen der Menge der effizienten Lösungen und der bereits bekannten optimalen Lösung (12) für die Präferenzfunktion (9) anschaulich machen. Die Präferenzfunktion $V(\mu,\sigma) = \mu - \sigma^2/2a$ erzeugt bei normalverteiltem Endvermögen im μ-σ-Koordinatensystem eine Schar von nach oben geöffneten identischen Parabeln, deren Scheitel auf der μ-Achse liegt.[58] Gesucht ist jener Punkt T, in dem die aus der Abbildung 2 in die Abbildung 3 übernommene Effizienzgerade $\bar{\mu} = \sqrt{A}\,\bar{\sigma}$ eine Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens tangiert. Der senkrecht über $\sigma = a$ liegende Punkt P auf der Effizienzgeraden hat die μ-Koordinate $a\sqrt{A}$. Spiegelt man[59] $a\sqrt{A}$ auf die σ-Achse, dann ist der über $\sigma = a\sqrt{A}$ liegende Punkt T der Effizienzgeraden der gesuchte Tangentialpunkt T mit dem Erwartungswert des Endvermögens $\mu = aA$. Durch den Tangentialpunkt T ($\mu = aA$; $\sigma = a\sqrt{A}$) verläuft die bei den gegebenen Marktbedingungen maximal erreichbare Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens.[60]

In Abbildung 3 sind die durch den Nullpunkt und den Tangentialpunkt T verlaufenden Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens eingezeichnet. Zur Konstruktion des Tangentialpunktes T benötigt man nur die Steigung der Effizienzgeraden und den Abschnitt a auf der σ-Achse.

Da alle möglichen - bei unterschiedlichen Risikoeinstellungen gewählten - Tangentialpunkte auf der Effizienzgeraden liegen, ist die Struktur der optimalen Aktienportefeuilles $y_1 : y_2 : \ldots\ldots : y_N$ aller risikoaversen Anleger identisch. Der optimale Umfang des Portefeuilles, d.h. die aus der individuellen Risikoeinstellung des Anlegers resultierende spezielle Wahl des Tangentialpunktes, wird dagegen durch die Risikoaversion des Anlegers festgelegt.

---

58) Die durch den Nullpunkt verlaufende Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens weist für $\sigma = \sqrt{2a}$ den Erwartungswert $\mu = 1$ und für $\sigma = 2a$ den Erwartungswert $\mu = 2a$ auf. Die Parabeln sind identisch, weil sie für bestimmte σ-Werte stets dieselbe Steigung aufweisen. Zum Verlauf der Indifferenzkurven vgl. auch Adler, M., On the Risk-Return Trade-Off in the Valuation of Assets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 4 (1969), S. 497 ff..

59) Sind μ und σ in gleichen Maßeinheiten abgetragen, dann erfolgt die Spiegelung an der 45°-Achse.

60) Aus (12) erhält man diese Lösung durch Multiplikation beider Seiten mit μ_i und der Addition über alle Wertpapierarten, die wegen (14) auf $\bar{\mu} = aA$ führt. Multipliziert man (11) mit y_i und addiert über alle Wertpapierarten, dann ergibt sich aus $a\mu \doteq \sigma^2$ für $\mu = aA$ die Standardabweichung des Endvermögens mit $\sigma = a\sqrt{A}$.

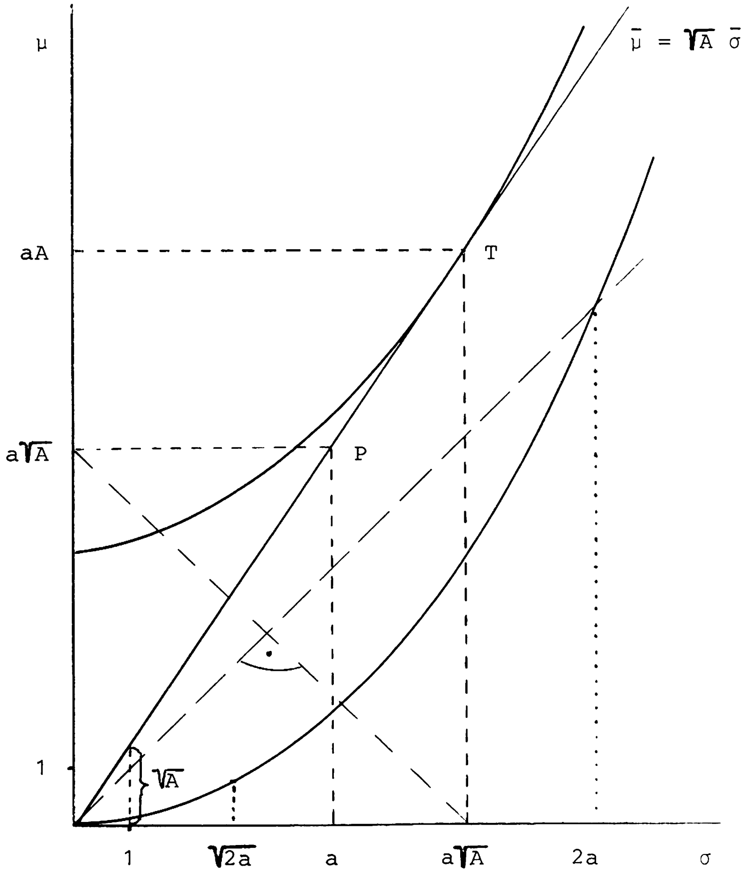


Abb. 3: Das Tangentialportefeuille eines Anlegers bei konstanter absoluter Risikoaversion

3.2. Das Modell der Portefeuilleplanung mit Budgetrestriktion

Bei der Ermittlung effizienter μ-σ-Kombinationen aus den gegebenen Anlagemöglichkeiten und den Risikopräferenzen war das Entscheidungsfeld der Anleger bislang ausschließlich durch die erwarteten Kurse der am Markt gehandelten Aktien und deren Risikozusammenhang bestimmt. Mögliche Dispositionsbeschränkungen des Anlegers aufgrund seiner begrenzten Ressourcen wurden nicht berücksichtigt. Also brauchten auch die im Planungszeitpunkt geltenden Aktienkurse nicht beachtet zu werden. Damit wurde aber für viele Fragestellungen das Entscheidungsproblem des Anlegers noch nicht vollständig formuliert.

Wir nehmen nun an, daß der Anleger gerade seine finanziellen Mittel W_o am Aktienmarkt investiert. Das bedeutet einerseits, daß er höchstens W_o DM für den Kauf von Aktien verwenden kann. Da er keine anderweitige Möglichkeit, sein Vermögen in die nächste Periode zu übertragen, in Betracht zieht und auch nicht erwägt, auf eine Anlage etwa zugunsten der Steigerung seiner Konsumausgaben zu verzichten, bedeutet diese Annahme andererseits, daß er mindestens W_o DM für den Kauf von Aktien verwendet.

Der Kauf einer Aktie der Gesellschaft i verbraucht den derzeit geltenden Kurs K_{oi} seiner Ressourcen. Vereinfachend wird vorausgesetzt, daß der Anleger eine Rückwirkung seiner Aktiennachfrage auf die im Planungszeitpunkt geltenden Kurse außer acht lassen kann.[61]

3.2.1. Vom Anfangs- und dem geplanten Endvermögen abhängige Portefeuillestrukturen

Bei der Berechnung der optimalen Anlagepolitik ist nun gegenüber dem Abschnitt 2. die Budgetrestriktion $W_o = \Sigma\, y_i K_{oi}$ zu berücksichtigen. Die Bedingungen für eine minimale Standardabweichung des Portefeuilleendvermögens bei gegebenem Erwartungswert des Endvermögens und gegebenem

61) Mit dieser Annahme wird das 'Problem des großen Budgets' ausgeschaltet, das Brockhoff, K., Zum Problem des optimalen Wertpapierbudgets, in: Unternehmensforschung, Bd. 11 (1967), S. 167 f. für den Fall behandelt, daß die Nachfrage des Anlegers nach den Aktien einer Gesellschaft den Kurse dieser (aber nicht den Kurs anderer) Aktien in bestimmter Weise beeinflußt und der Anleger diesen Einfluß bei der Planung seines Wertpapierportefeuilles antizipiert.

Anfangsvermögen erhält man, indem man die Lagrange-Funktion

$$L = (\sum_{ij}\sum y_i y_j \sigma_{ij})^{1/2} + \lambda'(\bar{\mu} - \sum_i y_i \mu_i) + \lambda''(\bar{W}_o - \sum_i y_i K_{oi})$$

nach den Entscheidungsvariablen $y_1, \ldots, y_N$ sowie den Lagrange-Faktoren λ' und λ'' ableitet und die Ableitungen gleich Null setzt,[62] woraus die N+2 Gleichungen (17) bis (19) folgen.

$$(17) \quad \frac{\sum_j y_j \sigma_{ij}}{(\sum_{ij}\sum y_i y_j \sigma_{ij})^{1/2}} - \lambda' \mu_i - \lambda'' K_{oi} = 0 \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

$$(18) \quad \bar{\mu} - \sum_i y_i \mu_i = 0$$

$$(19) \quad \bar{W}_o - \sum_i y_i K_{oi} = 0$$

Aus dem Gleichungssystem (17) erhält man das risikominimale Aktienportefeuille eines Anlegers in Abhängigkeit von den Lagrange-Faktoren λ' und λ'', deren Wert von $\bar{\mu}$ und W_o abhängt.[63]

$$(20) \quad y_i = \bar{\sigma} \, (\lambda' \sum_j \mu_j \sigma^{ij} + \lambda'' \sum_j K_{oj} \sigma^{ij}) \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

Multipliziert man diesen optimalen Bestand an Aktien der Gesellschaft i

- zum einen mit dem Erwartungswert μ_i des Kurses der Aktie i und addiert über alle N Aktienarten und
- zum anderen mit dem derzeitigen Kurs K_{oi} der Aktie i und addiert über alle N Aktienarten,

so erhält man zwei Beziehungen, die den Wert der Multiplikatoren λ'

62) Vgl. diesen Ansatz in Renditeformulierung bei Black, F., Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, in: Journal of Business, Bd. 45 (1972), S. 447 ff. und Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a. 197o, S. 59 ff..

63) Merton, R.C., An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 1851 ff., hat das varianzminimale Portefeuille eines Anlegers unter der Annahme bestimmt, der Anleger habe über die prozentuale Aufteilung seiner Mittel zu disponieren. In der folgenden Ableitung wird der Ansatz von Merton insoweit erweitert, als die Abhängigkeit aller Optimalitätsbedingungen für effiziente Portefeuilles vom Anfangsvermögen des Anlegers explizit berücksichtigt wird. Das Problem der prozentualen Aufteilung der Mittel wird auch von Roll, R., A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests, Part I, in: Journal of Financial Economics, Bd. 4 (1977), S. 158 ff. behandelt.

und λ'' in Abhängigkeit vom Anfangsvermögen und dem gegebenen Erwartungswert des Endvermögens angeben:[64)]

$$\Sigma y_i \mu_i = \bar{\sigma}(\lambda' \Sigma\Sigma\ \mu_i \mu_j \sigma^{ij} + \lambda'' \Sigma\Sigma\ \mu_i K_o \sigma^{ij})$$

$$\Sigma y_i K_{oi} = \bar{\sigma}(\lambda' \Sigma\Sigma\ K_{oi} \mu_j \sigma^{ij} + \lambda'' \Sigma\Sigma\ K_{oi} K_{oj} \sigma^{ij})$$

Diese Beziehungen lassen sich zu (21) und (22) zusammenfassen.

$$(21)\quad \bar{\mu} = \bar{\sigma}\ (\lambda' A + \lambda'' B)$$

$$(22)\quad \bar{W}_o = \bar{\sigma}\ (\lambda' B + \lambda'' C)$$

Der Marktfaktor $A = \Sigma\Sigma\ \mu_i \mu_j \sigma^{ij}$ wurde bereits in (14) definiert. Zusätzlich sind nun noch die Marktgrößen

$$(23)\quad B = \sum_{ij}\sum \mu_i K_{oj} \sigma^{ij} = \sum_{ij}\sum K_{oi} \mu_j \sigma^{ij}$$

und

$$(24)\quad C = \sum_{ij}\sum K_{oi} K_{oi} \sigma^{ij}$$

zu berücksichtigen, durch die der Zusammenhang zwischen den derzeit geltenden und den erwarteten Aktienkursen berücksichtigt wird. Löst man (21) und (22) nach λ' und λ'' auf, so erhält man deren Wert für das Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ und den geplanten Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ in Abhängigkeit von den Marktgrößen A,B und C.

$$(25)\quad \lambda' = \frac{C\bar{\mu} - B\ \bar{W}_o}{\bar{\sigma}\ (AC - B^2)}$$

$$(26)\quad \lambda'' = \frac{A\bar{W}_o - B\bar{\mu}}{\bar{\sigma}(AC - B^2)} \qquad 65)$$

---

64) Es wird vorausgesetzt, daß zumindest zwei Aktien einen unterschiedlichen Erwartungswert der Rendite aufweisen, so daß der Vektor der Kurserwartungswerte also keine lineare Transformation des Vektors der derzeit geltenden Kurse darstellt.

65) Da die Inverse der Varianz-Kovarianz-Matrix positiv definit ist, gilt

$$\Sigma\Sigma(B\mu_i - AK_{oi})(B\mu_j - AK_{oj})\sigma^{ij} > 0$$

Rechnet man die quadratische Form aus, so erhält man unter Berücksichtigung der Definitionsgleichungen für die Marktgrößen (14), Der optimale Bestand an Aktien der Gesellschaft i ist somit

$$(27) \quad y_i = \frac{C\bar{\mu} - B\bar{W}_o}{AC - B^2} \sum_j \mu_j \sigma^{ij} + \frac{A\bar{W}_o - B\bar{\mu}}{AC - B^2} \sum_j K_{oj} \sigma^{ij},$$

wenn der Anleger mit dem Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ einen Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ erreichen möchte, d.h., das optimale Anlegerportefeuille ist durch eine lineare Transformation einer Linearkombination des Vektors der Erwartungswerte der Kurse am Ende der Periode und des Vektors der Kurse am Anfang der Periode gegeben. $\bar{\mu}$ und $\bar{W}_o$ legen das Verhältnis fest, in dem erwartete Kurse und Gegenwartskurse das optimale Portefeuille bestimmen. Im Gegensatz zur Lösung des Portefeuilleproblems ohne Budgetrestriktion ist in (27) also die Struktur des Aktienportefeuilles von den anlegerspezifischen Parametern $\bar{W}_o$ und $\bar{\mu}$ abhängig.

Auch die Standardabweichung des Endvermögens, die bei einer optimalen Portefeuillepolitik hingenommen werden muß, ist von diesen Parametern abhängig. Setzt man nämlich den Wert der Lagrange-Faktoren λ' und λ" aus (25) und (26) in die erste Ableitung der erweiterten Zielfunktion ein, multipliziert diese mit y_i und addiert die so gewonnene Beziehung über alle Aktienarten, dann erhält man die bei gegebenem Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ und gegebenem Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ erreichbare minimale Standardabweichung des Endvermögens $\bar{\sigma}$.

$$(28) \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{C\bar{\mu}^2 - 2B\bar{\mu}\bar{W}_o + A\bar{W}_o^2}{AC - B^2}}$$

Die Interpretation der Gleichung (28) als dem Ergebnis des betrachteten Optimierungsproblems erfolgt in zwei Schritten. Zunächst (Abschnitt 3.2.2.) wird für ein gegebenes Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ durch Variation des geplanten Erwartungswertes $\bar{\mu}$ das Portefeuille mit der absolut kleinsten Standardabweichung ermittelt und der effiziente Rand riskanter Wertpapierkombinationen angegeben. Im zweiten Schritt (Abschnitt 3.2.3.) wird dann das Ergebnis (28) mit der bereits abgeleiteten Beziehung (16) für das Portefeuilleproblem ohne Budgetrestriktion verglichen.

Forts. Fußnote 65)

(23) und (24)

$$B^2 \sum\sum \mu_i \mu_j \sigma^{ij} - AB \sum\sum \mu_i K_{oj} \sigma^{ij} - AB \sum\sum \mu_i K_{oj} \sigma^{ij} + A^2 \sum\sum K_{oi} K_{oj} \sigma^{ij}$$

$$= B^2 A - 2AB^2 + A^2 C = A(AC - B^2)$$

Wegen $A > 0$ muß auch $AC - B^2 > 0$ gelten. Der Nenner in (25) und (26) ist also für $\bar{\sigma} > 0$ positiv.

3.2.2. Der effiziente Rand riskanter Wertpapierportefeuilles

Das Portefeuille mit der absolut geringsten - bei Einsatz der finanziellen Mittel $\bar{W}_o$ - realisierbaren Standardabweichung wird ermittelt, indem die Ableitung von (28) nach $\bar{\mu}$ gleich Null gesetzt wird. Die Ableitung

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\mu}} = \frac{C\bar{\mu} - B\bar{W}_o}{\bar{\sigma}(AC-B^2)} ,$$

die dem Wert des Lagrange-Faktors λ' entspricht,[66] ist wegen $AC-B^2 > 0$ für $\bar{\sigma} > 0$ dann gleich Null, wenn der Zähler Null ist, woraus für den Erwartungswert $\bar{\mu}_m$ des Portefeuilles mit der beim Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ absolut geringsten Standardabweichung

$$(29) \quad \bar{\mu}_m = \frac{B}{C}\bar{W}_o$$

folgt. Für $\bar{\mu} = \bar{\mu}_m$ beträgt die entsprechende minimale Standardabweichung

$$(3o) \quad \bar{\sigma}_m = \frac{\bar{W}_o}{\sqrt{C}}$$

Eine Variation des Anfangsvermögens zeigt, daß der Erwartungswert und die Standardabweichung des Portefeuilles mit der absolut kleinsten Standardabweichung proportional zum Anfangsvermögen des Anlegers $\bar{W}_o$ wachsen.[67] Die Gerade, die bei alternativen Anfangsvermögen alle

---

66) Analog entspricht der Wert von λ'' der Ableitung von (28) nach W_o.

67) Wegen

$$\frac{d^2\bar{\sigma}}{d\bar{\mu}^2} = \frac{\bar{W}_o^{\,2}}{\bar{\sigma}(C\bar{\mu}^2 - 2B\bar{\mu}\bar{W}_o + A\bar{W}_o^{\,2})}$$

$$= \frac{C\sqrt{C}}{\bar{W}_o(AC - B^2)} > 0$$

für $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_m$, $\bar{\mu} = \bar{\mu}_m$ sowie $\bar{W}_o > 0$

hat (28) für $\bar{\mu} = \bar{\mu}_m$ ein Minimum.

möglichen $\bar{\mu}_m$-$\bar{\sigma}_m$-Kombinationen verbindet, hat die Gleichung[68]

(31) $\bar{\mu}_m = \frac{B}{\sqrt{C}} \bar{\sigma}_m.$

Wir können also in (28) das Anfangsvermögen des Anlegers $\bar{W}_o$ durch entsprechende $\bar{\mu}_m$ und $\bar{\sigma}_m$-Werte substituieren, so daß die Beziehung zwischen $\bar{\mu}$ und $\bar{\sigma}$ in ihrer Abhängigkeit vom Portefeuille mit der absolut geringsten Standardabweichung deutlich wird. Das Ergebnis dieser Substitution führt auf die Gleichung (32) einer Hyperbel als geometrischem Ort aller Wertpapierportefeuilles, die für alternative Erwartungswerte des Endvermögens $\bar{\mu}$ die geringste Standardabweichung $\bar{\sigma}$ aufweisen.[69]

(32) $\frac{\bar{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2_m} - \frac{(\bar{\mu} - \bar{\mu}_m)^2}{\bar{\sigma}^2_m \frac{AC - B^2}{C}} = 1$

---

68) Wegen $AC - B^2 > 0$ gilt $A > B/ C$. Somit ist die Steigung der Geraden (31) kleiner als die Steigung der Effizienzgeraden (16).

69) Wir schreiben (28) in der Form

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\bar{\mu}^2 - 2\bar{\mu}\frac{B}{C}\bar{W}_o + \frac{A}{C}\bar{W}_o^{\,2}}{\frac{AC - B^2}{C}}$$

und setzen für $B\bar{W}_o/C$ sowie $\bar{W}_o^{\,2}/C$ aus (29) und (3o) $\bar{\mu}_m$ und $\bar{\sigma}_m$ ein

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\bar{\mu}^2 - 2\bar{\mu}\bar{\mu}_m + \bar{\mu}_m^{\,2} + A\bar{\sigma}_m^{\,2} - \bar{\mu}_m^{\,2}}{\frac{AC - B^2}{C}}$$

Wegen (31) gilt daher

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{(\bar{\mu} - \bar{\mu}_m)^2}{\frac{AC - B^2}{C}} + \frac{A - \frac{B^2}{C}}{\frac{AC - B^2}{C}} \bar{\sigma}_m^{\,2}$$

und somit

$$\bar{\sigma}^2 - \frac{(\bar{\mu} - \bar{\mu}_m)^2}{\frac{AC - B^2}{C}} = \bar{\sigma}^2_m ,$$

woraus (32) nach Division durch $\bar{\sigma}^2_m$ folgt.

In Abbildung 4 ist diese Hyperbel einschließlich ihrer Asymptoten

$$\mu = \bar{\mu}_m \pm \sigma \sqrt{(AC - B^2) / C}$$

eingezeichnet.

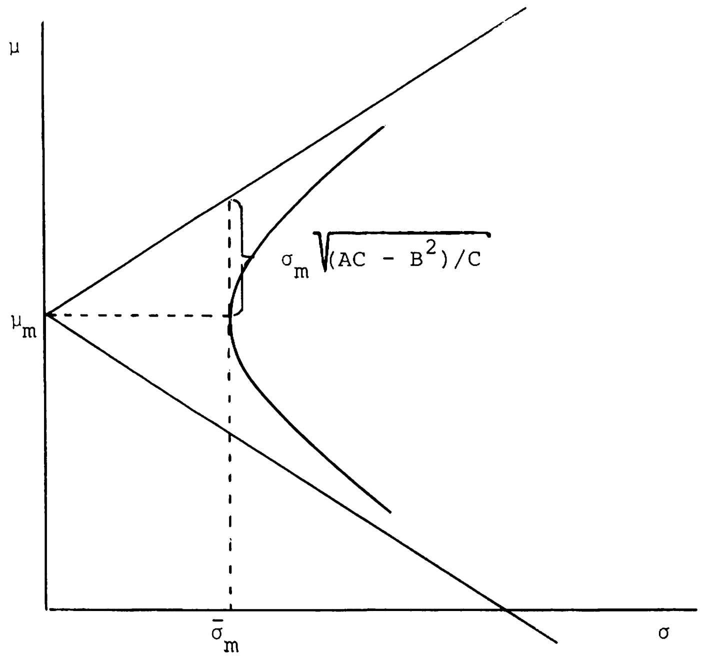


Abb. 4: Die Hyperbel als geometrischer Ort aller Portefeuilles mit minimaler Standardabweichung für alternativ gegebene Erwartungswerte bei festem Anfangsvermögen des Anlegers

Der nach rechts ansteigende Hyperbelast

$$(33) \quad \bar{\mu} = \bar{\mu}_m + \sqrt{(\bar{\sigma}^2 - \bar{\sigma}_m^{\,2})(AC - B^2) / C} \quad \text{mit } \bar{\sigma} \geq \bar{\sigma}_m,$$

der bei fest vorgegebenem Anfangsvermögen des Anlegers für alternative Standardabweichungen des Endvermögens die maximal erzielbaren Erwartungswerte des Endvermögens beschreibt, ist der effiziente Rande riskanter Wertpapierkombinationen.

3.2.3. Der effiziente Rand riskanter Wertpapierportefeuilles und die Effizienzgerade des Aktienmarktes

Wir berechnen nun die Gleichung der Tangente vom Nullpunkt an den durch (33) beschriebenen effizienten Rand. Im Berührungspunkt muß die Steigung der Tangente dem Verhältnis der Koordinatenwerte des Tangentialpunktes entsprechen und somit

$$\frac{d\bar{\mu}}{d\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\mu}_o}{\bar{\sigma}_o}$$

gelten, wenn $\bar{\mu}_o$ und $\bar{\sigma}_o$ die Koordinaten des Tangentialpunktes sind. Aus der Auswertung dieser Beziehung erhält man für die Standardabweichung des Tangentialportefeuilles den Wert

$$(34) \quad \bar{\sigma}_o = \frac{\sqrt{A}}{B}\,\bar{W}_o = \frac{\sqrt{AC}}{B}\,\bar{\sigma}_m$$

und durch Einsetzen von (34) in (28) den Erwartungswert

$$(35) \quad \bar{\mu}_o = \frac{A}{B}\,\bar{W}_o = \frac{A\sqrt{C}}{B}\,\bar{\sigma}_m,$$

so daß die Tangente vom Nullpunkt an den effizienten Rand durch die Gleichung

$$(36) \quad \bar{\mu} = \frac{\bar{\mu}_o}{\bar{\sigma}_o}\,\bar{\sigma}_m = \sqrt{A}\,\bar{\sigma}$$

beschrieben ist. Der Zusammenhang (36) gilt für alle Tangentialpunkte, d.h. für ein beliebiges Anfangsvermögen des Anlegers. Die ohne Berücksichtigung der Budgetrestriktion ermittelte Effizienzgerade (16) stellt daher die Tangente vom Nullpunkt an alle Hyperbeläste positiver Steigung dar, wobei jeder Hyperbelast einem bestimmten Anfangsvermögen des Anlegers zugeordnet ist. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 5 verdeutlicht.

Wir kommen zu dem Ergebnis, daß der hyperbelförmige effiziente Rand, wie er üblicherweise in der Portefeuilletheorie verwendet wird, ein bedingter effizienter Rand ist, der nur für ein bestimmtes Anfangsvermögen des Anlegers gilt, das vollständig in die am Markt umlaufenden

Aktien investiert wird.[70]

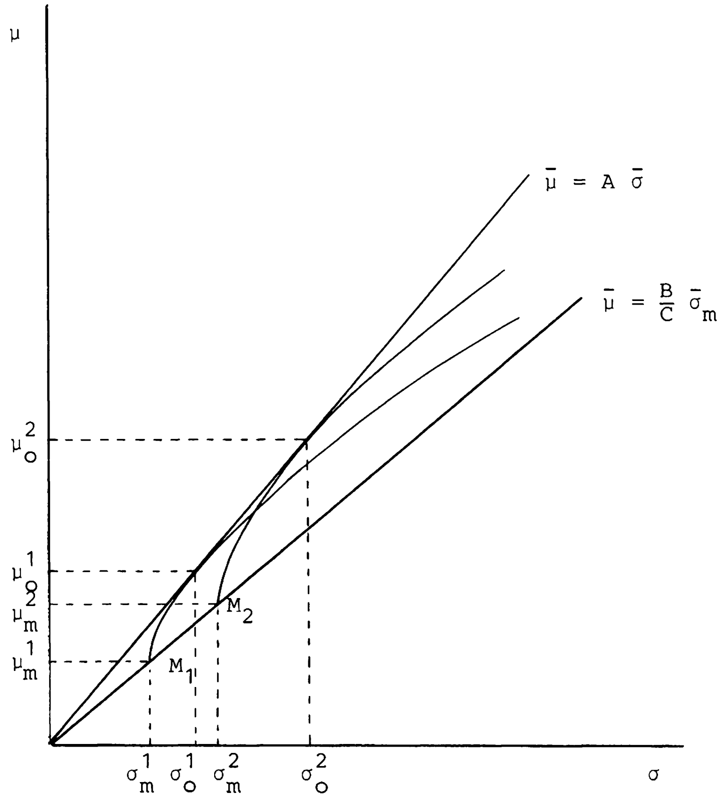


Abb. 5: Die Effizienzgerade des Aktienmarktes und effiziente Ränder von Wertpapierkombinationen bei unterschiedlichem Anfangsvermögen

---

70) Wird das Portefeuilleproblem in der Renditeschreibweise behandelt und ist x_i der Anteil des Anfangsvermögens, der in Aktien der Gesellschaft i angelegt wird, dann lautet die Budgetrestriktion $\Sigma\, x_i = 1$. Im $E(\bar{R})$-$S(\bar{R})$-Koordinatensystem erhält man eine einzige Hyperbel.

Nur in jenem Punkt, in dem der bedingte effiziente Rand die Effizienzgerade berührt, führen beide Effizienzkriterien zum gleichen Portefeuille. Die übrigen Punkte auf dem bedingten effizienten Rand liegen rechts von der Effizienzgeraden. Hier muß der Anleger zur Erreichung eines bestimmten erwarteten Endvermögens Risiken hinnehmen, die er teilweise vermeiden könnte, wenn er nicht nur über die Struktur,sondern auch über den Umfang seiner Portefeuilleinvestitionen disponieren könnte. Die finanziellen Mittel, bei denen der bedingte effiziente Rand die Effizienzgerade gerade in jenem Punkt berührt, der gleichzeitig der Tangentialpunkt der Effizienzgeraden mit einer Indifferenzkurve des Anlegers ist, kann man daher als das - bei gegebenen Marktbedingungen - optimale Startkapital des Anlegers bezeichnen. Bei einem niedrigeren Startkapital kann der Anleger den Tangentialpunkt, in dem er das restriktionslose erwartungsnutzenmaximale Portefeuille realisiert, nicht erreichen. Da die Nutzenindifferenzkurven risikoaverser Anleger im μ-σ-Koordinatensystem eine zunehmende Grenzrate zwischen dem Erwartungswert und der Standardabweichung aufweisen, realisiert der Anleger bei einem 'unteroptimalen' Startkapital ein relativ[71] risikoreiches und bei einem 'überoptimalen' Startkapital ein relativ risikoarmes Portefeuille.

Für die Präferenzfunktion (9) läßt sich das Startkapital W_o, bei dem der Tangentialpunkt realisiert wird, auf einfache Weise berechnen. Das Tangentialportefeuille hatte in diesem Fall ja die Standardabweichung $\sigma = a\sqrt{A}$ und die Steigung der parabelförmigen Indifferenzkurve war gleich der Steigung der Effizienzgeraden und somit gleich $\sqrt{A}$.[72] Da die Steigung des bedingten effizienten Randes (32) an der Stelle $\sigma = a\sqrt{A}$ gleich $\sqrt{A}$ ist, erhält man als optimales Startkapital[73]

$$(37) \quad W_o = aB$$

Ein Anleger mit einer eher geringen Risikoaversion, wie sie durch einen relativ großen numerischen Wert für a zum Ausdruck kommt, erreicht c.p. erst bei einem größeren W_o jenen riskanten Aktienbestand, von dem an bei gegebenen Marktdaten B jeder weitere Aktienerwerb zu einer Verschlechterung seiner gesamten Risikoposition führt. Der Anleger mit einer

71) Relativ, gemessen am Berührungspunkt des entsprechenden bedingten effizienten Randes mit der Effizienzgerade.

72) Vgl. Abbildung 3.

73) Ist die Präferenzfunktion nicht bekannt, so erhält man das optimale Startkapital in Abhängigkeit von $\underline{\mu}$, wenn man in (26) $\lambda'' = 0$ setzt, woraus sich $W_o = \frac{\underline{\mu}}{A}B$ ergibt. Wegen $\underline{\mu} = aA$ in T bei exponentieller Nutzenfunktion folgt auch aus dieser Bedingung (37).

großen absoluten Risikoaversion erreicht dagegen diesen Bestand schon bei einem relativ kleinen Anfangsvermögen W_o.

Könnte der Anleger bei einem 'überoptimalen' Anfangsvermögen einen Teil seiner finanziellen Ressourcen vernichten oder risikolos in die nächste Periode übertragen (etwa durch schlichtes Horten oder durch Anlage auf einem Sparkonto, wenn kein Ausfall- und Zinsänderungsrisiko berücksichtigt werden muß), dann wäre er in der Lage, eine höhere Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens zu erreichen. Der Tangentialpunkt ist daher ein bliss point.[74] Umgekehrt wäre ein Anleger mit einem 'unteroptimalen' Anfangsvermögen in der Lage, eine höhere Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens zu realisieren, wenn er sein Startkapital durch Kreditaufnahme erweitern könnte. Wenn wir im Abschnitt 3.3. für den Anleger eine weitere Aktivität, nämlich eine Geldaufnahme bzw. Geldanlage zulassen, so handelt es sich dabei also im Rahmen des individuellen Portefeuillekalküls um eine Erweiterung des Modellansatzes, durch die die Abhängigkeit der Struktur des optimalen Wertpapierportefeuilles von dem 'willkürlich' (weil vom Anleger nicht beeinflußbaren) vorgegebenen Anfangsvermögen W_o vermieden wird.

3.2.4. Der Ersatz individueller Portefeuillestrategien durch eine Beteiligung an Aktienfonds

Bei der Ermittlung des optimalen Wertpapierportefeuilles ergab die Bestimmungsgleichung für den optimalen Aktienbestand

$$(27)\qquad y_i = \frac{C\bar{\mu} - B\bar{W}_o}{AC - B^2} \sum_j \mu_j \sigma^{ij} + \frac{A\bar{W}_o - B\bar{\mu}}{AC - B^2} \sum_j K_{oj} \sigma^{ij},$$

daß die Portefeuillestruktur $y_1 : y_2 : \ldots\ldots : y_N$ vom Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ und vom Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ abhängig ist. (27) weist also nicht mehr die sehr einfache Struktur des Ergebnisses

$$(15)\qquad y_i = \frac{\bar{\mu}}{A} \sum_j \mu_j \sigma^{ij}$$

auf, das ohne Beachtung der Budgetrestriktion erzielt worden war und

---

74) Zur grafischen Konstruktion des 'point of bliss' im Zwei-Wertpapier-Fall vgl. Bierwag, G.O. und Grove, M.A., Indifference Curves in Asset Analysis, in: Economic Journal, Bd. 76 (1966), S. 339 ff.; zu seiner Bedeutung im Rahmen der μ-σ-Analyse vgl. Ebel, J., a.a.O., S. 7o ff..

zu einer vom angestrebten Erwartungswert des Endvermögens unabhängigen Portefeuillestruktur führte. Gleichgültig, welcher Erwartungswert des Endvermögens - und damit zusammenhängend, welche Standardabweichung des Endvermögens - im Hinblick auf die speziellen Risikopräferenzen des Anlegers tatsächlich realisiert werden soll, stets ist bei Nichtbeachtung der Budgetrestriktion die Struktur des optimalen Aktienportefeuilles identisch. Ausschließlich die Entscheidung über den Umfang des optimalen Portefeuilles ist von den Risikopräferenzen des Anlegers abhängig. Diese Beobachtung ist die Grundlage für die Idee, anlegerindividuelle Portefeuillestrategien durch Beteiligungsmöglichkeiten an Aktienfonds zu ersetzen. Anleger, die über die zukünftigen Aktienkurse am Periodenende gleiche Erwartungen haben, könnten nämlich einen Aktienfonds mit der Zusammenstellung des optimalen Wertpapierportefeuilles beauftragen.[75] Da dieser Fonds im Interesse seiner Anleger die Portefeuillestruktur $y_1 : y_2 : \ldots\ldots : y_N$ mit y_i aus (15) realisiert, ist es für die Anleger gleichgültig, ob sie ihr Portefeuille selbst zusammenstellen oder sich an diesem Aktienfonds beteiligen. Übernehmen sie Anteile am Fonds, dann ist natürlich der Umfang ihrer Beteiligung am Fondsvermögen durch ihre individuelle Risikopräferenz bestimmt. Voraussetzung für die strenge Indifferenz der Anleger gegenüber der individuellen Portefeuillebildung auf der einen und der Beteiligung am Fondsvermögen auf der anderen Seite sind identische Kurserwartungen, das Fehlen jeglicher Transaktionskosten bei der individuellen Portefeuillebildung wie bei der Beteiligung am Fonds und das Fehlen gesetzlicher Auflagen, die den Fonds zu einer anderen als der optimalen Portefeuillestruktur zwingen könnten.

Auch wenn man diese Voraussetzungen als zulässige Annahmen hinnimmt, können die Anleger, wenn sie Budgetrestriktionen zu beachten haben, ihre individuellen Portefeuillestrategien nicht mehr durch die Beteiligung an einem universellen Aktienfonds ersetzen. Das zeigt (27). Es ist nun aber - unter denselben Voraussetzungen - möglich, daß die Anleger mehrere Fonds mit unterschiedlicher Fondsstruktur gründen, an denen sie sich entsprechend ihrer individuellen Risikoeinstellung und entsprechend ihrem Vermögen beteiligen, so daß sie im Ergebnis alle μ-σ-Kombinationen realisieren können, die sich ihnen bei der alternativen individuellen Portefeuillebildung bieten. Aus (27) ergibt sich, daß schon die Gründung zweier Fonds mit unterschiedlicher Portefeuillestruktur ausreicht, um für alle Anleger mit unterschiedlicher Risiko-

75) Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium, in: Journal of Political Economy, Bd. 79 (1971), S. 47 ff., bezeichnet einen solchen Fonds als 'portfolio-sharing company'.

einstellung eine geeignete Ersatzanlage zu bieten (Zwei-Fonds-Theorem).[76]

Da diese Fonds für alle Anleger eine Ersatzanlage bieten sollen, liegt es nahe, die beiden bereits ermittelten Portefeuilles mit einer präferenz- und vermögensunabhängigen Struktur als Grundlage für die Fondsbildungen zu verwenden.

Das Portefeuille mit der bei einem beliebigen Anfangsvermögen W_o^+ des ersten Fonds absolut geringsten Standardabweichung führt auf den Erwartungswert $\mu_m^+ = BW_o^+/C$ und die Standardabweichung $\sigma_m^+ = W_o^+/\sqrt{C}$.[77] Der Bestand an Aktien der Gesellschaft i, der bei einem Anfangsvermögen W_o^+ zu einer minimalen Standardabweichung des Endvermögens führt, ist $y_{im}^+ = \frac{W_o^+}{C} \Sigma K_{oj} \sigma^{ij}$[78], so daß also die Struktur dieses Portefeuilles vom Fondsvermögen W_o^+ unabhängig ist.

Das Tangentialportefeuille des zweiten Fonds mit dem Anfangsvermögen W_o^{++} weist den Erwartungswert $\mu_o^{++} = AW_o^{++}/B$ und die Standardabweichung $\sigma_o^{++} = \sqrt{A}\, W_o^{++}/B$ auf.[79] Der Aktienbestand ist $y_{io}^{++} = \frac{W_o^{++}}{B} \Sigma \mu_j \sigma^{ij}$[80] und somit die Struktur des Tangentialportefeuilles ebenfalls vom Fondsvermögen W_o^{++} unabhängig.

Bezeichnet man den Betrag des Anlegervermögens $\bar{W}_o$, der in den ersten Fonds fließt, mit $\alpha\bar{W}_o$, und mit $(1-\alpha)\bar{W}_o$ den Betrag, der in den Fonds investiert wird, der das Tangentialportefeuille realisiert,[81] dann läßt sich der vom Anleger angestrebte Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ als Linearkombination von μ_m^+ und μ_o^{++} darstellen.

$$(38) \qquad \bar{\mu} = \alpha\bar{W}_o \frac{\mu_m^+}{W_o^+} + (1-\alpha)\bar{W}_o \frac{\mu_o^{++}}{W_o^{++}}$$

$$= \bar{W}_o \frac{AC - \alpha(AC - B^2)}{BC}$$

---

76) Vgl. Brennan, M.J., Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 1197 ff., Black, F., Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, a.a.O., S. 44 ff., Merton, R.C., a.a.O., S. 1858 ff., Roll, R., a.a.O., S. 164 ff. sowie Cass, D. und Stiglitz, J.E., The Structure of Investor Preferences and Asset Returns, and Separability in Portfolio Allocation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Funds, in: Journal of Economic Theory, Bd. 2 (197o), S. 122 ff. für den Fall beliebiger Ergebnisverteilungen.

77) Vgl. (29) und (3o).

78) Dieser Bestand ergibt sich aus (27) unter Berücksichtigung von (29) und (3o).

79) Vgl. (34) und (35).

8o) Dieser Bestand ergibt sich aus (27) unter Berücksichtigung von (34) und (35).

81) Der Aktienbestand ist bei dieser Aufteilung gegeben durch

Die Standardabweichung dieser Kombination ist[82)]

$$(39) \quad \bar{\sigma} = \bar{W}_o \sqrt{\frac{AC + (\alpha^2 - 2\alpha)(AC - B^2)}{B^2 C}}$$

Löst man (38) nach α auf und setzt den Wert von α in (39) ein, so erhält man die Gleichung für den beim Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ geltenden effizienten Rand

$$(4o) \quad \mu = \frac{B}{C}\bar{W}_o + \sqrt{\frac{AC - B^2}{C}\left(\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{W}_o^2}{C}\right)} \; ,$$

der wegen $\bar{\mu}_m = B\bar{W}_o/C$ und $\bar{\sigma}_m = \bar{W}_o/\sqrt{C}$ mit (33) identisch ist. Jeder von einem Anleger mit dem Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ angestrebte Erwartungswert $\bar{\mu}$ des Endvermögens läßt sich also durch eine geeignete Wahl des Faktors α realisieren. Die hier gewählte Darstellung in absoluten Größen (statt in Renditen) zeigt darüber hinaus, daß für einen gegebenen Erwartungswert $\bar{\mu}$ die minimale Standardabweichung neben den Marktdaten von $\bar{W}_o$ abhängt, so daß Anleger, die einen gleichen Erwartungswert des Endvermögens anstreben, im allgemeinen unterschiedliche Portefeuillestrukturen realisieren bzw. ein unterschiedliches α wählen. Sind die Anteile, die in beide Portefeuilles fließen, positiv, dann erreicht der Anleger mit einem kleineren Anfangsvermögen den von ihm geplanten Erwartungswert $\bar{\mu}$ durch Übernahme einer kleineren Standardabweichung als ein Anleger mit einem größeren Anfangsvermögen. Ist der Anteil, der in das Tangentialportefeuille investiert wird, größer als eins, weil ein relativ hohes $\bar{\mu}$ erreicht werden soll, dann erreicht umgekehrt der Anleger mit dem kleineren Anfangsvermögen diesen Erwartungswert erst durch Übernahme einer höheren Standardabweichung als der Anleger mit dem größeren Anfangsvermögen.

Forts. Fußnote 81)

$$\bar{y}_i = \alpha\bar{W}_o y^+_{im}/W^+_o + (1-\alpha)\bar{W}_o y^{++}_{io}/W^{++}_o = \alpha\frac{\bar{W}_o}{C} \Sigma\, K_{oj}\sigma^{ij} + (1-\alpha)\frac{\bar{W}_o}{B} \Sigma\, \mu_j\sigma^{ij}.$$

82) Es gilt $\bar{\sigma} = \sqrt{\Sigma\Sigma\, \bar{y}_i\bar{y}_j\sigma_{ij}}$. Wegen

$$\Sigma\, y_j\sigma_{ij} = \alpha\frac{\bar{W}_o}{C} K_{oi} + (1-\alpha)\frac{\bar{W}_o}{B}\mu_i$$

ist also

$$\bar{\sigma} = \bar{W}_o \left\{\alpha^2 \frac{1}{C} + 2\alpha(1-\alpha)\frac{1}{C} + (1-\alpha)^2 \frac{A}{B^2}\right\}^{1/2}$$

Die letzte Beziehung zeigt gleichzeitig, daß die Kovarianz $\sigma_{om} = \Sigma\Sigma\, y_{io}y_{jm}\sigma_{ij}$ denselben Wert hat wie die Varianz

3.3. Die Existenz einer Anlagemöglichkeit ohne Risiken

Der wesentliche Grund für das Auftreten eines 'bliss-point' im Rahmen des μ-σ-Portefeuilleansatzes besteht darin, daß sich der Anleger gezwungen sieht, die ihm zur Verfügung stehenden finanziellen Ressourcen vollständig und ausschließlich in die am Markt umlaufenden Aktien zu investieren. Bei einem 'überoptimalen' Anfangsvermögen muß er zwangsläufig Risiken übernehmen, die er vermeiden würde, wenn er Teile seines Vermögens außerhalb des Aktienmarktes, z.B. durch schlichtes Horten, in die nächste Periode übertragen könnte. Umgekehrt wäre der Anleger mit einem 'unteroptimalen' Anfangsvermögen bereit, mehr Risiken zu übernehmen, als er wegen der Begrenztheit seiner finanziellen Mittel tatsächlich in der Lage ist. Es erscheint daher konsequent, den Bereich der Investitionsmöglichkeiten der Anleger um eine weitere, nicht mit Risiken behaftete Aktivität zu ergänzen.

3.3.1. Die Struktur optimaler Aktienportefeuilles - Das Separationstheorem

Wir nehmen an, daß der Anleger über die Planungsperiode einen beliebig hohen Zahlungsmittelbetrag x zum Zinssatz R_F außerhalb des Aktienmarktes anlegen kann, ohne daß er mit dieser Anlage irgendwelche Risiken übernimmt. Ebenso kann sich der Anleger Zahlungsmittel zum Zinssatz R_F für eine Periode in beliebiger Höhe durch Kreditaufnahme beschaffen. Für die Anleger am Kapitalmarkt existiert also ein "vollkommener Kapitalmarkt" im Sinne von Engels.[83]

Forts. Fußnote 82)
$\sigma_m^2 = \Sigma\Sigma\ \bar{y}_{im}\bar{y}_{jm}\sigma_{ij}$, nämlich $\bar{W}_o^2/C$. Wegen $\Sigma\ \bar{y}_{jm}\sigma_{ij} = \bar{W}_o K_{oi}/C$ und somit $\Sigma\Sigma\ \bar{y}_i\bar{y}_{jm}\sigma_{ij} = \bar{W}_o\ \Sigma\ \bar{y}_i K_{oi}/C = \bar{W}_o^2/C$ gilt diese Beziehung für die Kovarianzen beliebiger Portefeuilles mit dem Portefeuille, das eine minimale Standardabweichung des Endvermögens aufweist.

83) Engels, W., Rentabilität, Risiko und Reichtum, Tübingen 1969, S. 34. Für Engels ist ein solcher Markt, an dem jeder zum Marktzinsfuß in beliebigem Umfang Kredit erhalten kann, unvorstellbar; er würde den Marktmechanismus nicht leistungsfähiger machen, sondern zerstören. Engels begründet: "In einer derartigen Wirtschaft wäre niemand mehr gezwungen, wirtschaftlich zu handeln, die Risiken gegenüber Chancen abzuwägen, die begrenzten Mittel auf die günstigen Verwendungsmöglichkeiten zu verteilen." (S. 33) Nun kann aber der "vollkommene Kapitalmarkt an sich" kein Gegenstand ökonomischer Überlegungen sein. Ein Markt existiert ja nur aufgrund von Dispositionen und Handlungen der am Markt auftretenden Wirtschaftssubjekte. Haben - wie im Portefeuillemodell - die am Markt auftretenden risikoaversen Wirtschaftssubjekte die Maximierung ihres Erwartungsnutzens zum Ziel, so ist

Investiert der Anleger den Betrag x risikolos, (oder verschuldet er sich in Höhe dieser Betrages) und investiert er den Rest seines Anfangsvermögens $\bar{W}_o$ (bzw. das um den aufgenommenen Kreditbetrag ergänzte Anfangsvermögen) in die am Markt umlaufenden Aktien, dann beträgt der Erwartungswert seines Endvermögens $\mu = (1+R_F)x + \Sigma\, y_i\mu_i$. Der Geldanlage- bzw. -aufnahmebetrag x hängt vom Verhältnis seines Anfangsvermögens W_o zum beabsichtigten wertmäßigen Umfang seines Aktienportefeuilles $\Sigma y_i K_{oi}$ ab. Der Anleger hat also die Budgetgleichung $x = \bar{W}_o - \Sigma\, y_i K_{oi}$ zu berücksichtigen,[84] so daß sich der Erwartungswert des Endvermögens in Abhängigkeit vom Anfangsvermögen des Anlegers angeben läßt.

$$(41) \quad \mu = (\bar{W}_o - \sum_i y_i K_{oi})(1+R_F) + \sum_i y_i \mu_i$$

Ist $x = \bar{W}_o - \Sigma\, y_i K_{oi}$ positiv, dann wird nur ein Teil des Anfangsvermögens $\bar{W}_o$ in Aktien angelegt. Die Anlage des Restbetrages x zum Zinssatz R_F führt am Periodenende zu einem sicheren Betrag $(\bar{W}_o - \Sigma\, y_i K_{oi})(1+R_F)$. Umgekehrt ist x negativ, wenn über das Anfangsvermögen hinaus Mittel zum Aktienerwerb verwendet werden. Der Betrag $(\bar{W}_o - \Sigma\, y_i K_{oi})(1+R_F)$ bezeichnet dann die vom Anleger am Periodenende zu leistenden Zins- und

---

Forts. Fußnote 83)

kein Wirtschaftssubjekt von ökonomischen Zwängen befreit, weil alle Wirtschaftssubjekte auch bei unbegrenzten Kreditmöglichkeiten von begrenzten individuellen Ressourcen ausgehen müssen. Die Annahme eines "vollkommenen Kapitalmarktes" ist tatsächlich nur zu rechtfertigen (da die von Engels angedeuteten Konsequenzen vermieden werden müssen), wenn den Marktteilnehmern nicht Charakteristika zugeordnet werden müssen, die die Konsequenzen eines vollkommenen Kapitalmarktes ad absurdum führen können. In der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles wird davon ausgegangen, daß alle Anleger wirtschaftlich handeln, die Risiken gegen die Chancen abwägen und die begrenzten Mittel auf die günstigen Verwendungsmöglichkeiten verteilen. Die Vorstellung von einem vollkommenen Kapitalmarkt ist unter diesen Bedingungen vielleicht nicht sehr realistisch, sie ist aber nicht in sich widersprüchlich.

84) Die im Abschnitt 3.2.1. behandelte Frage nach dem Portefeuille mit der bei gegebenem Erwartungswert des Endvermögens geringsten Standardabweichung ist bei Existenz einer Anlage ohne Risiken ohne die zusätzliche Einführung einer Budgetrestriktion nicht mehr sinnvoll zu behandeln: Der Anleger würde jeden beliebigen Erwartungswert des Endvermögens ohne irgendeine Übernahme von Risiken realisieren können. Der diesem Problem entsprechende Lagrange-Multiplikator der erweiterten Zielfunktion wäre im Optimum gleich Null. Die Effizienzgerade würde mit der μ-Achse zusammenfallen.

Tilgungszahlungen. (41) läßt sich umformen zu

$$(42)\quad \mu = (1+R_F)\bar{W}_o + \sum_i y_i(\mu_i - (1+R_F)K_{oi}),$$

wobei der Klammerausdruck $(\mu_i - (1+R_F)K_{oi})$ als Risikoprämie einer Aktie der Gesellschaft i bezeichnet wird.[85] Die optimale Zusammensetzung eines Wertpapierportefeuilles, das bei einem vom Anleger vorgegebenen Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ eine minimale Standardabweichung des Endvermögens $\bar{\sigma}$ aufweist, ergibt sich aus der Ableitung der Lagrange-Funktion

$$L = (\sum_{ij}\sum y_i y_j \sigma_{ij})^{1/2} + \lambda(\bar{\mu} - (1+R_F)\bar{W}_o - \sum_i y_i(\mu_i - (1+R_F)K_{oi}))$$

nach den N Entscheidungsvariablen $y_1, y_2, \ldots, y_N$. Setzt man die partiellen Ableitungen gleich Null, so erhält man die N Optimalitätsbedingungen

$$(43)\quad \frac{\sum_j y_j \sigma_{ij}}{(\sum\sum y_i y_j \sigma_{ij})^{1/2}} - \lambda(\mu_i - (1+R_F)K_{oi}) = 0,$$

die sich nach den y_i auflösen lassen, so daß der optimale Bestand an Aktien der Gesellschaft i durch

$$(44)\quad y_i = \bar{\sigma}\lambda\sum_j(\mu_j - (1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

gegeben ist. Zur Eliminierung von λ aus (44) multipliziert man den optimalen Aktienbestand y_i mit der zugehörigen Risikoprämie $(\mu_i-(1+R_F)K_{oi})$ und addiert die gewonnene Gleichung für die Risikoprämie des Bestandes an Aktien der Gesellschaft i über alle N am Markt gehandelten Aktienarten.[86]

Unter Berücksichtigung der Budgetbedingung sowie der in (14), (23) und (24) definierten Marktgrößen A,B und C läßt sich der Wert des Lagrange-Faktors λ im Dispositionsoptimum des Anlegers dann als Funktion des Anfangsvermögens $\bar{W}_o$ und des geplanten Erwartungswertes des Anlegerendver-

---

85) Zur Definition der Risikoprämie einer Aktie vgl. Franke, G., Verschuldungs- und Ausschüttungspolitik im Licht der Portefeuille-Theorie, Köln-Berlin-Bonn-München 1971, S. 3o.

86) $\sum y_i(\mu_i-(1+R_F)K_{oi}) = \bar{\sigma}\lambda(\sum\sum\mu_i\mu_j\sigma^{ij} - 2(1+R_F)\sum\sum\mu_i K_{oj}\sigma^{ij} + (1+R_F)^2\sum\sum K_{oi}K_{oj}\sigma^{ij})$

mögens $\bar{\mu}$ angeben.

$$\lambda = \frac{\bar{\mu} - (1+R_F)\bar{W}_o}{\bar{\sigma}(A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C)}$$

Setzt man den Wert des Lagrange-Faktors λ in die Gleichung für den optimalen Aktienbestand (44) ein, so erhält man den optimalen Bestand an Aktien der Gesellschaft i, den der Anleger bei einem Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ erwirbt, wenn er einen Erwartungswert des Endvermögens in Höhe von $\bar{\mu}$ erreichen möchte.

$$(45) \quad y_i = \frac{\bar{\mu} - (1+R_F)\bar{W}_o}{\bar{\sigma}(A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C)} \sum_j (\mu_j-(1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}$$

Der optimale Aktienbestand (45) ist ebenso wie in (27), wo keine risikolose Anlagemöglichkeit bestand, durch eine lineare Transformation einer Linearkombination des Vektors der Kurserwartungswerte und der Kurse am Periodenanfang determiniert. Im Gegensatz zu (27) wird in (45) aber das Verhältnis, in dem Kurserwartungen und Gegenwartskurse in die Bestimmung des optimalen Portefeuilles eingehen, allein durch den Zins R_F festgelegt.

Das optimale Portefeuille riskanter Aktien weist eine vom Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ und eine von jenem speziellen Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$, den der Anleger aufgrund seiner individuellen Risikopräferenzen realisieren möchte, unabhängige Zusammensetzung auf. Die Struktur des optimalen Aktienportefeuilles ist somit unabhängig vom optimalen Umfang des Portefeuilles riskanter Anlagen. Diese Strukturunabhängigkeit des optimalen Aktienportefeuilles von anlegerindividuellen Bedingungen bezeichnet man als Separationstheorem. Die Aussage des Separationstheorems läßt sich wie folgt zusammenfassen:

Bietet sich dem Anleger neben der riskanten Aktienanlage noch die Möglichkeit einer risikolosen Geldanlage bzw. Geldaufnahme, so hat der Verlauf seiner individuellen Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens zwar Einfluß auf den Umfang der in die riskanten Aktien zu investierenden Mittel, die Struktur des optimalen Aktienbestandes bleibt davon aber unbeeinflußt, so daß der Anleger die Entscheidung über die Struktur des optimalen Aktienportefeuilles unabhängig von der Entscheidung über den Umfang des optimalen Aktienportefeuilles treffen kann.[87)]

---

87) Das Separationstheorem geht auf Tobin, J., Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, a.a.O., S. 84,zurück. Zum Beweis des

3.3.2. Die Effizienzgerade möglicher Anlegerportefeuilles

Es ist nun nach dem Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert und der Standardabweichung des Anlegerendvermögens zu fragen, der sich ergibt, wenn der Anleger die optimale Struktur des riskanten Aktienportefeuilles realisiert und im übrigen eine μ-σ-Kombination des Endvermögens wählt, die seinen individuellen Risikopräferenzen und seinem gegebenen Anfangsvermögen $\bar{W}_O$ entspricht. Dazu setzt man den Wert des Lagrangemultiplikators λ in die Optimalitätsbedingung (43) ein, multipliziert beide Seiten der Gleichung mit dem optimalen Aktienbestand und addiert über alle Aktienarten. Als Ergebnis erhält man die bei einem gegebenen Anfangsvermögen $\bar{W}_O$ erreichbare minimale Standardabweichung des Endvermögens $\bar{\sigma}$ in Abhängigkeit vom geplanten Erwartungswert des Anlegerendvermögens $\bar{\mu}$.

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\mu} - (1+R_F)\bar{W}_O}{(A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C)^{1/2}}$$

Alle μ-σ-Kombinationen des Endvermögens eines Anlegers mit dem Anfangsvermögen $\bar{W}_O$, die für alternativ vorgegebene Erwartungswerte $\bar{\mu}$ eine minimale Standardabweichung bieten, liegen auf der in Abbildung 6 eingezeichneten Effizienzgeraden mit der Gleichung

$$(46) \quad \bar{\mu} = (1+R_F)\bar{W}_O + \bar{\sigma}\sqrt{(A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C)}$$

Ausgangspunkt der Geraden (46) ist der Punkt $\bar{\mu} = (1+R_F)\bar{W}_O$ auf der μ-Achse. Der Anleger würde für $\bar{\sigma} = 0$ sein gesamtes Vermögen in die Anlage zum

---

Forts. Fußnote 87)

Separationstheorems vgl. Lintner, J., The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 47 (1965), S. 16 ff. und S. 35. Zur Bedeutung des Separationstheorems für die betriebswirtschaftliche Kapitaltheorie vgl. Standop, D., Optimale Unternehmensfinanzierung - Zur Problematik der neueren betriebswirtschaftlichen Kapitaltheorie, Berlin 1975, S. 48 ff.. Eine ausführliche Untersuchung der Risikonutzenfunktionen, bei denen eine Separierung der Entscheidung über die Zusammensetzung des Portefeuilles riskanter Anlagen von der Entscheidung über den Umfang des Portefeuilles riskanter Anlagen für beliebige Verteilungen der Wertpapierkurse gelingt, findet man bei Hakansson, N.H., Risk Disposition and the Separation Property in Portfolio Selection, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 4 (1969), S. 4o1 - 416 sowie Cass, D. und Stiglitz, J.E., The Structure of Investor Preferences and Asset Returns, and Separability in Portfolio Allokation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Funds, in: Journal of Economic Theory, Bd. 2 (197o), S. 122 - 16o.

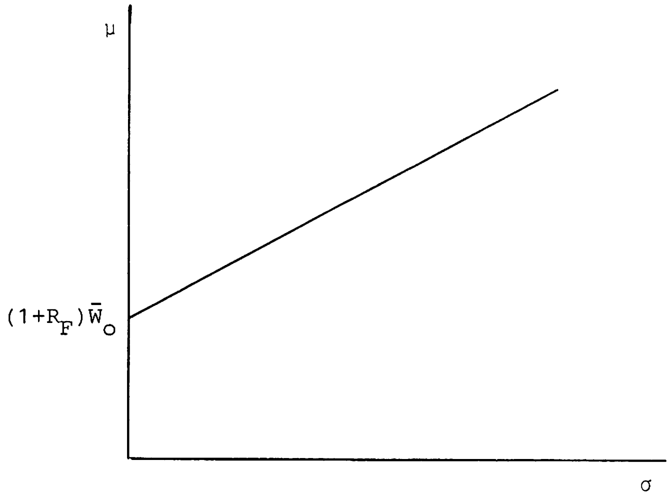


Abb. 6: Die Effizienzgerade bei einer risikolosen Anlagemöglichkeit

Zinssatz R_F investieren und kein Risiko übernehmen. Aus der Untersuchung der Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens ist bekannt, daß die Steigung der Indifferenzkurven für $\sigma = 0$ gerade Null ist, so daß der Ausgangspunkt der Geraden auf der μ-Achse von keinem Anleger realisiert wird, wenn die Effizienzgerade (46) eine positive Steigung aufweist. Jeder risikoaverse Anleger übernimmt wenigstens einen kleinen Teil der am Markt angebotenen Risiken, wenn er einen über den risikolosen Zins hinausgehenden Ertrag erwarten kann.[88] Ein steigender Erwartungswert des Endvermögens ist nur bei Übernahme von zusätzlichen Risiken zu realisieren. Werden zusätzliche Risiken übernommen, dann wird ein immer kleiner werdender Teil des Anfangsvermögens $\bar{W}_O$ risikolos zum Zinssatz R_F investiert.

Es läßt sich nun zeigen, daß in dem Fall, in dem kein Vermögen mehr in die risikolose Anlage fließt, gerade das Tangentialportefeuille realisiert wird, das man erhält, wenn man vom Punkt $\bar{\mu} = (1+R_F)\bar{W}_O$ $(\sigma=o)$ die

88) Vgl. dieses Ergebnis auch ohne die spezielle Annahme der Normalverteilung bei Arrow, K.J., Essays in the Theory of Risk-Bearing, Amsterdam - London 197o, Kapitel 3: The Theory of Risk Aversion, S. 1oo und Mossin, J., Theory of Financial Markets, Englewood Cliffs, N.J. 1973, S. 18.

Tangente an den durch (33) beschriebenen effizienten Rand riskanter Wertpapiermischungen konstruiert. Im Tangentialpunkt P muß die Steigung des effizienten Randes gleich der Tangentensteigung sein. Sind die Koordinaten des Tangentialpunktes $\bar{\sigma}_p$ und $\bar{\mu}_p$, dann muß also für $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_p$

$$\frac{d\bar{\mu}}{d\sigma} = \frac{\bar{\mu}_p - (1+R_F)\bar{W}_o}{\bar{\sigma}_p}$$

mit

$$\bar{\mu}_p = \bar{\mu}_m + \sqrt{(\bar{\sigma}_p^2 - \sigma_m^2)(AC - B^2)/C}$$

aus (33) gelten. Die Standardabweichung des Tangentialportefeuilles ist somit

$$\bar{\sigma}_p = \bar{W}_o \frac{\sqrt{A - 2(1+R_F)B + (1+R_F)^2 C}}{B - (1+R_F)C} ,$$

der zugehörige Erwartungswert beträgt

$$\bar{\mu}_p = \bar{W}_o \frac{A-(1+R_F)B}{B-(1+R_F)C}$$

und die Tangente vom Achsenabschnitt $\bar{\mu} = (1+R_F)\bar{W}_o$ an den effizienten Rand riskanter Aktienmischungen hat die Gleichung

$$(47) \quad \bar{\mu} = (1+R_F)\bar{W}_o + \frac{\bar{\mu}_p - (1+R_F)\bar{W}_o}{\bar{\sigma}_p} \bar{\sigma}$$

$$= (1+R_F)\bar{W}_o + \bar{\sigma} \sqrt{A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2 C}.$$

Die Koordinaten des Tangentialportefeuilles lassen sich auch in Abhängigkeit von den Koordinaten des Portefeuilles mit der bei ausschließlicher Anlagemöglichkeit in riskante Aktien absolut minimalen Standardabweichung angeben.[89)]

---

89) Da die Tangente an die Hyperbel (32)

$$\frac{\bar{\sigma}_p \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}_m^2} - \frac{(\bar{\mu}_p - \bar{\mu}_m)(\bar{\mu} - \bar{\mu}_m)}{\bar{\sigma}_m^2 \frac{AC-B^2}{C}} = 1$$

die μ-Achse in $\bar{\mu} = (1+R_F)\bar{W}_o$ schneidet, gilt

$$(48) \quad \bar{\mu} = (1+R_F)\bar{W}_o + \bar{\sigma}\sqrt{\frac{(\bar{\mu}_m-(1+R_F)\bar{W}_o)^2}{\bar{\sigma}_m^2} + \frac{AC-B^2}{C}}$$

Aus der Abbildung 7 erkennt man, daß die durch (48) beschriebene Effizienzgerade nur bei geeigneter Vorgabe des Zinssatzes R_F eine Tangente an den effizienten Rand ausschließlich riskanter Anlagen darstellen kann. Der Aufzinsungsfaktor $(1+R_F)$ muß kleiner als das Verhältnis der Marktgrößen B und C sein, so daß $(1+R_F) < B/C$ gilt.

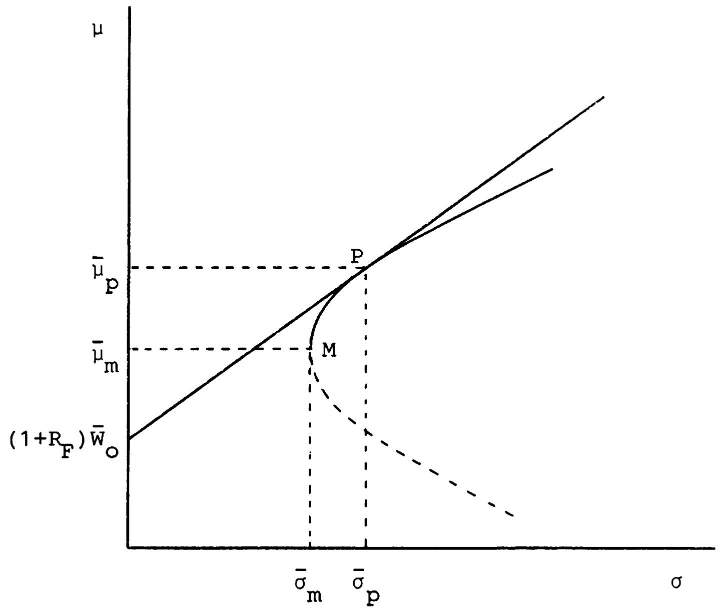


Abb. 7: Die Effizienzgerade als Tangente an den effizienten Rand

---

Forts. Fußnote 89)

$$\bar{\mu}_p = \bar{\mu}_m + \frac{\bar{\sigma}_m^2 \frac{AC-B^2}{C}}{\bar{\mu}_m-(1+R_F)\bar{W}_o} .$$

Die entsprechende Standardabweichung ist

$$\bar{\sigma}_p = \bar{\sigma}_m \left\{ 1 + \frac{\bar{\sigma}_m^2 \frac{AC-B^2}{C}}{(\bar{\mu}_m-(1+R_F)\bar{W}_o)^2} \right\}^{1/2} .$$

Setzt man $\bar{\mu}_p$ und $\bar{\sigma}_p$ in (47) ein, so erhält man die Gleichung für die Effizienzgerade in der Form (48).

Ist wegen $(1+R_F) = B/C$ die Gleichung $(1+R_F)\bar{W}_o = \bar{\mu}_m$ erfüllt, dann reduziert sich (48) auf die Gleichung für die ansteigende Asymptote des effizienten Randes riskanter Wertpapiere. Ist $(1+R_F)\bar{W}_o > \bar{\mu}_m$, dann läßt sich nur noch eine Tangente an den unteren - ineffizienten - Hyperbelast legen.[9o)]

Existiert die Tangente (46) bzw. (48)[91)], dann wählt der Anleger aufgrund des speziellen Verlaufs seiner Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens eine bestimmte Kombination der Anlage zum Zins R_F und der Anlage in das Tangentialportefeuille P. Für Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens, die die Tangente im Bereich $\bar{\sigma} < \bar{\sigma}_p$ berühren, ist $x > o$. Umgekehrt verschuldet sich der Anleger zum Zinssatz R_F und investiert sein Anfangsvermögen W_o und den aufgenommenen Geldbetrag x in das Tangentialportefeuille P im Bereich $\bar{\sigma} > \bar{\sigma}_p$.

P ist das einzige Portefeuille riskanter Anlagen, das für einen Anleger mit dem Anfangsvermögen W_o bei Existenz einer risikolosen Anlagemöglichkeit effizient ist. Alle anderen Punkte auf dem vormals effizienten Rand ausschließlich riskanter Wertpapierkombinationen weisen gegenüber der darüber liegenden Geraden bei gleicher Standardabweichung des Endvermögens einen niedrigeren Erwartungswert des Endvermögens auf. Außerdem lassen sich bei Berücksichtigung der sicheren Anlage Portefeuilles mit einer Standardabweichung des Endvermögens $\sigma < \bar{\sigma}_m$ bilden, die bei einer ausschließlichen Anlagemöglichkeit in die am Markt umlaufenden riskanten Aktien nicht zu realisieren wären.

Diese Argumentation läßt sich für jeden Anleger mit einem beliebigen Anfangsvermögen führen, wobei zu berücksichtigen ist, daß der Umfang der Tangentialportefeuilles linear mit dem Anfangsvermögen wächst. Da alle Tangentialportefeuilles auf der Geraden

---

9o) Vgl. Merton, R.C., a.a.O., S. 1868 ff..

91) Gilt $(1+R_F)W_o < \bar{\mu}_m$, dann folgt wegen $\bar{\mu}_m=B\bar{W}_o/C$ daraus $(1+R_F)C < B$. Wegen $\bar{\mu}_p > \bar{\mu}_m > (1+R_F)\bar{W}_o$ gilt darüber hinaus

$$\frac{A - (1+R_F)B}{B - (1+R_F)C}\,\bar{W}_o > (1+R_F)\bar{W}_o$$

und somit

$$A - (1+R_F)B > (1+R_F)(B - (1+R_F)C)$$

und

$$A - 2(1+R_F)B + (1+R_F)^2C > o,$$

so daß die Wurzel in (46) keine imaginäre Zahl ist.

$$\bar{\mu}_p = \frac{A - (1+R_F)B}{(A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C)^{1/2}} \bar{\sigma}_p$$

dieselbe Struktur aufweisen, beinhaltet das Separationstheorem für die hier in Absolutbeträgen (statt in Renditen) vorgenommene Portefeuilleanalyse zwei Aussagen:

a) Das von einem Anleger mit einem bestimmten Anfangsvermögen realisierte Aktienportefeuille hat dieselbe Zusammensetzung wie das für sein Anfangsvermögen relevante Tangentialportefeuille.
b) Die Tangentialportefeuilles aller Anleger sind vollkommen positiv korreliert.

Betrachtet man beide Aussagen gemeinsam, so kommt man zu dem für die Formulierung des Kapitalmarktmodells wesentlichen Ergebnis, daß die optimalen Aktienportefeuilles aller Anleger dieselbe Struktur aufweisen.

3.3.3. Grafische Konstruktion des Tangentialportefeuilles

Der Erwartungswert $\bar{\mu}_p$ und die Standardabweichung $\bar{\sigma}_p$ des Tangentialportefeuilles P lassen sich bei gegebenen Marktdaten A, B und C für ein beliebig gegebenes Anfangsvermögen W_o des Anlegers auch grafisch ermitteln. Zur Konstruktion des Tangentialpunktes benötigt man nur die in Abbildung 4 eingezeichneten Asymptoten der Hyperbel und den Achsenabschnitt $(1+R_F)W_o$ auf der μ-Achse. Der Kreis um O (σ=o,$\mu=\bar{\mu}_m$) durch den Punkte E mit den Koordinaten $\sigma = \bar{\sigma}_m$ und $\mu = \bar{\mu}_m + \bar{\sigma}_m((AC-B^2)/C)^{1/2}$ auf der Asymptoten mit dem Radius $e = (\bar{\sigma}_m^2 + \bar{\sigma}_m^2(AC-B^2)/C)^{1/2}$ schneidet die Parallele zur σ-Achse durch O in den beiden Hyperbelbrennpunkten F_1 und F_2. Der Kreis um $(1+R_F)W_o$ auf der μ-Achse durch F_1 schneidet den Leitkreis um F_2 mit dem Radius $2\bar{\sigma}_m$ im Punkt F_1'. Die Mittelsenkrechte der Verbindungsstrecke F_1F_1' ist die gesuchte Tangente von $(1+R_F)W_o$ an die Hyperbel. Die Tangente schneidet die beiden Asymptoten in V_1 und V_2. Halbiert man die Strecke V_1V_2, so erhält man den Tangentialpunkt P. P ergibt sich ebenfalls, wenn man F_2F_1' über F_1' hinaus verlängert und mit der Tangente zum Schnitt bringt. Diese Konstruktion des Tangentialpunktes P wird in Abbildung 8 verdeutlicht.

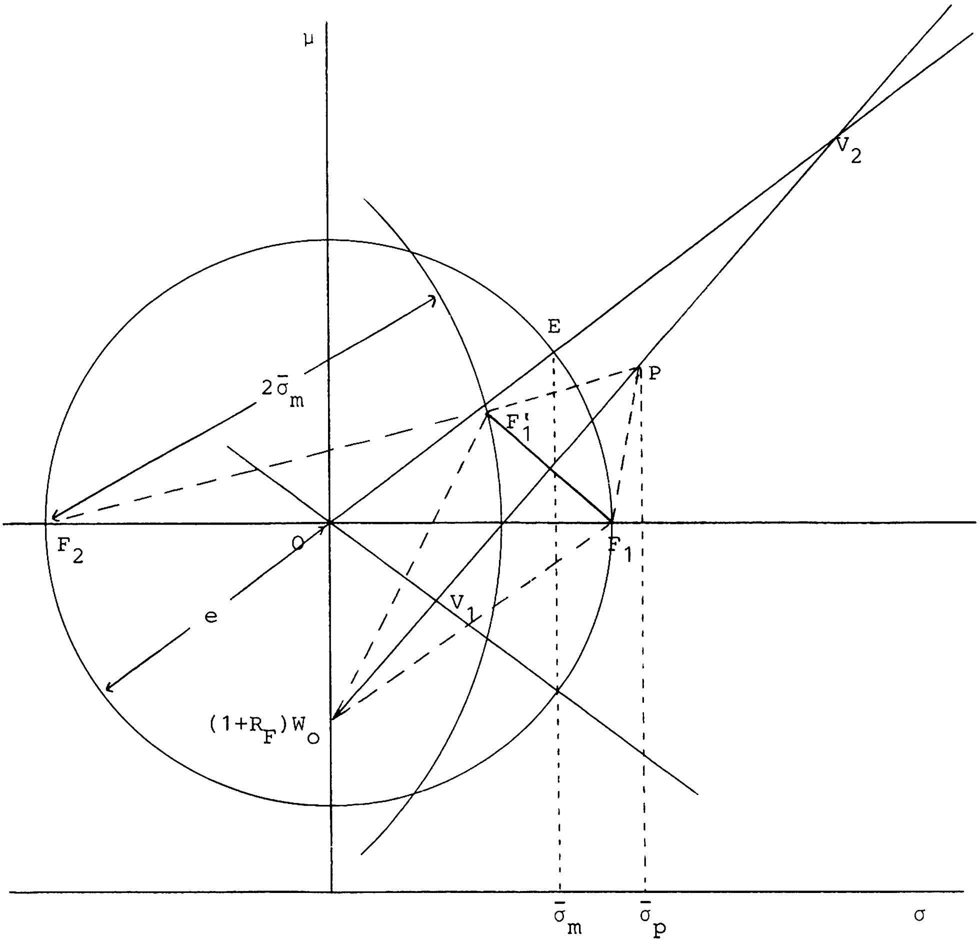


Abb. 8: Konstruktion des Tangentialportefeuilles

3.3.4. Die Effizienzgerade in der Renditeformulierung des Portefeuillemodells

Da bei Existenz einer risikofreien Anlage das optimale Aktienportefeuille eines Anlegers unabhängig von seinen Risikopräferenzen eine bestimmte Struktur aufweist, und zwar die Struktur des für sein Anfangsvermögen relevanten Tangentialportefeuilles und da darüber hinaus die Tangentialportefeuilles aller Anleger unabhängig vom jeweiligen Anfangsvermögen dieselbe Struktur aufweisen, liegt es nahe, den durch die Effizienzgerade (46) beschriebenen Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert und der Standardabweichung des Anlegerendvermögens in Renditeschreibweise und somit in einer vom Anfangsvermögen des Anlegers unabhängigen Form anzugeben. Der Erwartungswert der Anlegerrendite $E(\bar{R}) = (\bar{\mu}-\bar{W}_o)/\bar{W}_o$ und die Standardabweichung der Anlegerrendite $S(\bar{R}) = \bar{\sigma}/W_o$ sind bei einer effizienten Anlagepolitik wegen (46) durch den linearen Zusammenhang

$$E(\bar{R}) = R_F + S(\bar{R})\sqrt{A - 2(1+R_F)B + (1+R_F)^2C}$$

verknüpft. Definiert man noch $E(R_p) = (\bar{\mu}_p - \bar{W}_o)/W_o$ und $S(R_p) = \bar{\sigma}_p/\bar{W}_o$ als Erwartungswert und Standardabweichung der Rendite des Tangentialportefeuilles, so kann man diesen Ausdruck auch in die Form

$$(49) \quad E(\bar{R}) = R_F + \frac{E(R_p) - R_F}{S(R_p)} S(\bar{R})$$

bringen. Die von R_F aus im $E(\bar{R})$-$S(\bar{R})$-Koordinatensystem ansteigende Gerade (49) repräsentiert alle Kombinationen des Erwartungswertes und der Standardabweichung der Anlegerrendite, die aufgrund der gegebenen Marktdaten - hier durch die Koordinaten des Tangentialportefeuilles beschrieben - bei einem effizienten Einsatz der Anlegerressourcen möglich sind.

3.3.5. Portefeuillerisiken der Wertpapiere in effizienten Portefeuilles

Man kann die auf die Standardabweichung des Endvermögens bezogene Kovarianz des Kurses der Wertpapierart i mit dem Endvermögen des Anlegers

$$(5o) \quad \frac{\sigma_{iy}}{\sigma} = \frac{Cov(K_{1i}, W_1)}{\sigma} = \frac{\sum_j y_j \sigma_{ij}}{\sigma}$$

als Maß für das Risiko der Wertpapierart i im (beliebig zusammengestellten) Anlegerportefeuille interpretieren, so daß also $y_i\sigma_{iy}/\sigma$ das Risiko des Wertpapierbestandes y_i der Wertpapierart i im Anlegerportefeuille mißt. Wegen

$$\frac{\sum\limits_i y_i\sigma_{iy}}{\sigma} = \frac{\sum\limits_{ij}\sum y_i y_j\,\sigma_{ij}}{\sigma} = \sigma$$

addieren sich die so gemessenen Portefeuillerisiken der Wertpapierbestände zum Risiko des Anlegerportefeuilles.

Bei einer effizienten Anlagepolitik folgt aus der Optimalitätsbedingung (43), wenn man den Wert des Lagrange-Faktors einsetzt

$$\frac{\sigma_{iy}}{\sigma} = \frac{\bar{\mu} - (1+R_F)\bar{W}_o}{\bar{\sigma}(A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C}\;(\mu_i - (1+R_F)K_{oi})$$

und unter Berücksichtigung von (46) daher

$$(51)\quad \frac{\sigma_{iy}}{\sigma} = \frac{\mu_i - (1+R_F)K_{oi}}{\sqrt{A - 2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C}}$$

In einem effizienten Portefeuille ist also das Portefeuillerisiko einer Wertpapierart i eine linear steigende Funktion der Risikoprämie dieser Wertpapierart. Entspricht der Kurserwartungswert μ_i einer Aktie dem aufgezinsten Gegenwartskurs, dann werden die Portefeuillebestände so gewählt, daß das Portefeuillerisiko dieser Aktie gleich Null ist. Bei einer positiven Risikoprämie trägt die Aktie auch ein positives Portefeuillerisiko. Ist die Risikoprämie dagegen negativ, weil der Kurserwartungswert unter dem aufgezinsten Gegenwartskurs liegt, dann werden die Portefeuillebestände so gewählt, daß der Kurs der Aktie mit dem Endvermögen des Anlegers negativ korreliert ist.

Zweites Kapitel: Das Kapitalmarktmodell von Sharpe, Lintner und Mossin

1. Optimale Anlegerportefeuilles im Marktgleichgewicht

1.1. Der Bedingungsrahmen für die Ermittlung individueller optimaler Aktienportefeuilles

Im ersten Kapitel wurden die effizienten Aktienportefeuilles bzw. das optimale Aktienportefeuille für einen einzelnen mit einem bestimmten Anfangsvermögen ausgestatteten Anleger berechnet, der seine Portefeuilleinvestitionen mit dem Ziel der Maximierung des Erwartungsnutzens seines Vermögens am Periodenende trifft.

- War der Anleger bei der Investition seiner finanziellen Mittel ausschließlich auf den Erwerb riskanter Wertpapiere verwiesen, so mußte zur Festlegung der optimalen Struktur seines Aktienportefeuilles die Risikonutzenfunktion explizit bekannt sein. Bei der schwächeren Annahme, daß nur von der grundsätzlichen Risikoaversion des Anlegers auszugehen war, konnte mit der Ermittlung der effizienten Aktienportefeuilles allerdings eine Vorauswahl unter den bei Einsatz der finanziellen Mittel realisierbaren Portefeuilles getroffen werden.
- War der Anleger bei der Investition seiner finanziellen Mittel nicht ausschließlich auf den Erwerb riskanter Wertpapiere festgelegt, weil ihm als Alternative die Anlage zum Marktzins zur Verfügung stand und konnte der Anleger über seine eigenen finanziellen Mittel hinaus zu eben diesem Marktzins aufgenommene Fremdmittel in die riskanten Aktien investieren, so ließen sich zwar ohne Kenntnis der speziellen Risikopräferenzen des Anlegers auch nur die effizienten Anlegerportefeuilles ausmachen, alle effizienten Anlegerportefeuilles stellten aber Kombinationen eines einzigen Portefeuilles riskanter Aktien mit der risikolosen Anlage zum Marktzins dar, d.h. alle effizienten Portefeuilles waren vollkommen positiv korreliert und die Struktur des

optimalen Aktienportefeuilles berechenbar.

Die Voraussetzungen für die präferenzunabhängige Lösung des Problems des optimalen Aktienportefeuilles bei Unsicherheit waren:

(a) die unterstellte Risikoaversion des Anlegers, der seine Portefeuilledispositionen nach dem (μ-σ)-Prinzip oder einer speziellen (μ-σ)-Regel trifft, so daß die Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens im μ-σ-Koordinatensystem einen streng konvexen Verlauf mit positiver Steigung zeigen,

(b) die Kenntnis der Erwartungswerte, der Varianzen und der Kovarianzen der normalverteilten Aktienkurse am Periodenende und damit die Berechenbarkeit der Erwartungswerte und der Standardabweichungen möglicher - aus alternativen Anlagestrategien resultierender - Wahrscheinlichkeitsverteilungen des riskant investierten Vermögens,

(c) ein exogen vorgegebener Marktzins R_F, zu dem der Anleger beliebige Geldanlagen und Geldaufnahmen über die Planungsperiode tätigen kann, so daß sich das optimale Anlegerportefeuille stets auf der Effizienzgeraden realisieren läßt,

(d) das Fehlen jeglicher Transaktionskosten und Steuern sowie das Fehlen jeglicher institutioneller Beschränkungen des Anlegers, der die Aktien aller Gesellschaften in beliebiger Stückelung erwerben und in einzelnen Aktienarten auch Leerverkäufe vornehmen kann,[1]

(e) die Kenntnis der derzeit geltenden Aktienkurse, die der Anleger als von seinen eigenen Portefeuilledispositionen unabhängige, gegebene Daten auffaßt.

Die Fragestellung des Kapitalmarktmodells, das in diesem zweiten Kapitel diskutiert wird, lautet: Welche Aktienkurse müssen zu Beginn der Planungsperiode gelten, damit alle Anleger des Aktienmarktes ihr optimales Aktienportefeuille auf der Grundlage der Annahmen (a) bis (e) realisieren können. Die Zusammenstellung der am Markt umlaufenden Aktien zu dem beschriebenen optimalen Aktienportefeuille läßt sich von allen Anlegern gemeinsam ja nur dann realisieren, wenn am Markt gerade so viele Aktien jeder Gesellschaft angeboten werden, wie die Anleger zur Zusammenstellung ihrer optimalen Aktienportefeuilles kaufen wollen.

Beabsichtigt die Gesamtheit der Anleger, mehr Aktien einer Gesellschaft in ihren Bestand zu nehmen, als angeboten werden, dann muß offensichtlich

---

1) Hier wird unterstellt, das Versprechen, den Gegenwartswert des Kurses einer Aktie am Ende der Periode zu liefern, werde genauso bewertet wie der Besitz der Aktie.

eine Kurskorrektur dieses Papiers nach oben erfolgen. Umgekehrt wird ein Überschußangebot an Aktien einer Gesellschaft zu einer Kurssenkung dieser Aktien führen. Neue Aktienkurse führen auch bei gleichbleibenden (identischen) Kurserwartungen aller Anleger zu einer Umstrukturierung der Anlegerportefeuilles, weil sich die Risikoprämien der Aktien ändern.[2)]

Die Kurse aller Aktien und die Struktur der Aktienportefeuilles aller Anleger sind nun also für den Fall zu bestimmen, daß die Dispositionsgleichgewichte aller Anleger am Markt realisierbar sind. Das individuelle optimale Aktienportefeuille eines Anlegers stellt insoweit nur ein bedingtes - d.h. für ein bestimmtes Kursniveau gültiges - optimales Aktienportefeuille dar, so daß sich die bisherige Ermittlung des individuellen optimalen Aktienportefeuilles als Herleitung der anlegerindividuellen Nachfrage nach den Aktien aller Gesellschaften bei gegebener Kursstruktur verstehen läßt.

Für den einzelnen Anleger ist der optimale Aktienbestand und damit seine Nachfrage in Abhängigkeit von den Kurserwartungsparametern, seiner Risikonutzenfunktion sowie den bedingten derzeitigen Kursen gegeben. Für die Summe der Anleger sind die Aktienkurse als Gleichgewichtskurse erst zu ermitteln.

Die übliche preistheoretische Ermittlung markträumender Preise besteht in einer Aggregation der individuellen Nachfragefunktionen zur Marktnachfrage nach Aktien, der das Angebot an Aktien gegenübergestellt wird, so daß der Schnittpunkt von Angebots- und Nachfragekurve den Gleichgewichtskurs ergibt. Wir werden diesen Lösungsweg zunächst aufgreifen, weil er die Parallelität der Vorstellung von der Kursbildung an Aktienmärkten, wie sie vom Kapitalmarktmodell beschrieben wird, zur Vorstellung von der Preisbildung auf Gütermärkten deutlich werden läßt.[3)]

---

2) Das optimale Portefeuille riskanter Aktien ergibt sich ja wegen (45) als lineare Transformation des Vektors der Risikoprämien.

3) Levy, H., The Demand for Assets under Conditions of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 79 ff. hat versucht, Nachfragefunktionen aus der Optimalitätsbedingung (43) zu entwickeln. Aivazian, V., The Demand for Assets under Conditions of Risk: Comment, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 927 ff. hat dagegen festgestellt, daß die Nachfrage nach Wertpapieren erst dann abgeleitet werden kann, wenn die Risikopräferenzen der Anleger explizit berücksichtigt werden, weil erst unter Berücksichtigung der Risikopräferenzen der Umfang des riskanten Portefeuilles bestimmt werden kann.

1.2. Die partiellen Gleichgewichtskurse der Aktien bei bekannten Risikopräferenzen der Anleger

1.2.1. Ableitung der Nachfrage nach Aktien einer Gesellschaft bei gegebenen Kursen der Aktien aller übrigen Gesellschaften

Wir gehen wieder von der bereits mehrfach verwendeten Präferenzfunktion (9) aus, die bei konstanter absoluter Risikoaversion des Anlegers gilt, und nehmen nun zusätzlich an, daß sich die Risikopräferenzen aller Anleger am Markt durch Funktionen vom Typ (9) abbilden lassen, wobei der numerische Wert des Risikoparameters a von Anleger zu Anleger variieren kann.

Der Erwartungswert des Endvermögens des Anlegers k sei μ_k, die Varianz dieses Endvermögens σ_k^2 und a_k der Risikoparameter, mit dem der Anleger k das von ihm übernommene Risiko - gemessen durch die Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilung seines Endvermögens - bewertet. Die Voraussetzung (a) für die präferenzunabhängige Festlegung des individuellen optimalen Aktienportefeuilles gilt somit für alle Anleger. Des weiteren gelte die Voraussetzung (c) der Existenz einer risikolosen Anlage. Die Budgetbedingung für den Anleger k, der mit einem Anfangsvermögen W_{ok} ausgestattet ist, lautet demnach

$$W_{ok} = x_k + \sum_i y_{ik} K_{oi} \ .$$

x_k ist der Zahlungsmittelbetrag, den der Anleger zum exogen gegebenen Zinssatz R_F aufnimmt ($x_k < 0$) oder anlegt ($x_k > 0$); y_{ik} ist der zu ermittelnde Bestand des Anlegers k an Aktien der Gesellschaft i und K_{oi} der für alle Anleger geltende (zur Ermittlung der individuellen Portefeuilledispositionen zunächst vorgegebene - im Marktgleichgewicht aber erst zu bestimmende) Kurs dieser Aktien (Voraussetzung (e)). Das erwartete Endvermögen des Anlegers k hängt davon ab, auf welchem Niveau der Anleger seine Entscheidungsparameter x_k und y_{ik} ($i=1,\ldots,N$) festgelegt. Da der Anleger stets seine Budgetbedingung zu beachten hat, ist der angelegte oder aufgenommene Zahlungsbetrag x_k davon abhängig, ob der in die riskanten Aktien investierte Betrag sein Anfangsvermögen über- oder unterschreitet. Der Erwartungswert des Endvermögens des Anlegers k beträgt also

$$\mu_k = (1+R_F)x_k + \sum_i y_{ik}\mu_i$$

$$= (1+R_F)W_{ok} + \sum_i y_{ik}(\mu_i-(1+R_F)K_{oi}) .$$

Die Varianz dieses Endvermögens ist nur von dem Ergebnis der unsicheren Aktienanlage abhängig.

$$\sigma_k^2 = \sum_{i}\sum_{j} y_{ik} y_{jk} \sigma_{ij}$$

Die Kurserwartungswerte μ_i und die Kovarianzen der Aktienkurse σ_{ij} weisen keinen speziellen Index für den Anleger k auf, so daß die Voraussetzung (b) für alle Anleger mit denselben Kursparametern anzuwenden ist (homogene Anlegererwartungen). Die Voraussetzung (d) gewährleistet schließlich, daß wir das Endvermögen ohne Berücksichtigung von Transaktionskosten oder von Steuern am Ende der Planungsperiode anschreiben können und daß keine Restriktionen bei der Festlegung der Entscheidungsparameter zu beachten sind.

Zur Ermittlung des optimalen Aktienbestandes des Anlegers k ist die Zielfunktion

$$\begin{aligned} V(\mu_k, \sigma_k) &= \mu_k - \sigma_k^2 / 2a_k \\ &= (1+R_F)W_{ok} + \sum_i y_{ik}(\mu_i - (1+R_F)K_{oi}) - \frac{1}{2a_k} \sum_{i}\sum_{j} y_{ik} y_{jk} \sigma_{ij} \end{aligned}$$

zu maximieren. Setzt man die partiellen Ableitungen dieser Zielfunktion nach den Entscheidungsparametern y_{ik} $(i = 1,\ldots,N)$ gleich Null, so erhält man die N Optimalitätsbedingungen

$$\sum_j y_{jk}\sigma_{ij} = a_k(\mu_i - (1+R_F)K_{oi}) \qquad (i=1,2,\ldots,N),$$

die besagen, daß sich die Portefeuillerisiken der Wertpapiere proportional zu ihren Risikoprämien verhalten und der Proportionalitätsfaktor gerade dem Risikoparameter des Anlegers entspricht.

Für ein bestimmtes gegebenes Kursniveau aller Aktien wird somit der optimale Aktienbestand des Anlegers k durch das Gleichungssystem (52) bestimmt.

$$(52) \quad y_{ik} = a_k \sum_j (\mu_j - (1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

Der optimale Bestand an Aktien einer Gesellschaft i hängt stets (wegen $\sigma^{ii} > 0$) von der derzeit geltenden Risikoprämie dieser Aktie ab. Für $\sigma^{ij} \neq 0$ bestehen auch Interdependenzen zwischen der Bestandshaltung von

Aktien dieser Gesellschaft und den Risikoprämien der Aktien anderer Gesellschaften.

Wir betrachten nun die funktionale Abhängigkeit des optimalen Bestandes an Aktien der Gesellschaft i vom Kurs dieser Aktie unter der Annahme, daß die Kurse und damit die Risikoprämien der Aktien aller übrigen Gesellschaften feststehen. Dazu schreiben wir (52) in einer Form an, in der die Risikoprämie der Aktie i isoliert ist.

$$(53) \quad y_{ik} = a_k \left\{ (\mu_i - (1+R_F) K_{oi}) \sigma^{ii} + \sum_{j \neq i} (\mu_j - (1+R_F) K_{oj}) \sigma^{ij} \right\}$$

Da der optimale Aktienbestand für ein beliebig vorgegebenes Kursniveau ermittelt wurde, läßt sich der optimale Aktienbestand y_{ik} in (53) als individuelle Nachfrage des Anlegers k nach Aktien der Gesellschaft i bei alternativen Kursen dieser Aktie interpretieren. (53) zeigt, daß die Nachfrage nach Aktien der Gesellschaft i eine linear fallende (wegen $\sigma^{ii} > 0$) Funktion des Aktienkurses K_{oi} ist. Die lineare Nachfragekurve schneidet die Kursachse im Punkt $\bar{K}_{oi}'$ und die Mengen-(Bestands-)achse im Punkt $\bar{y}_{ik}''$.

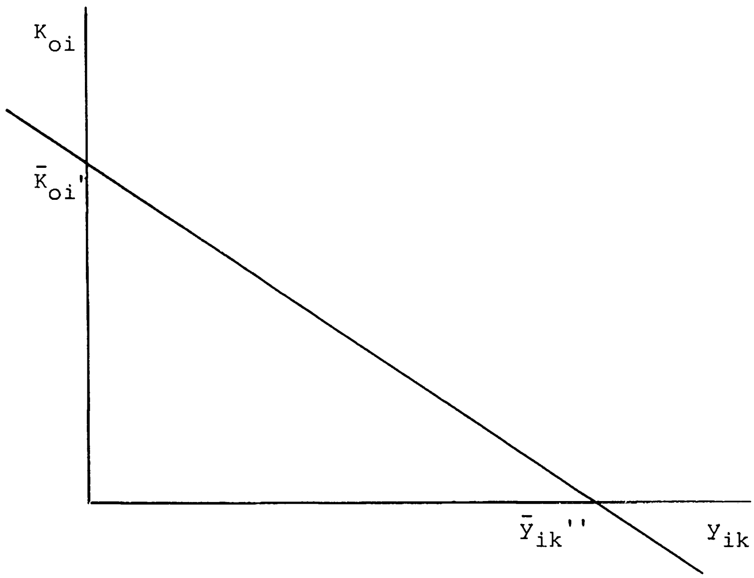


Abb. 9: Individuelle Nachfrage nach Aktien der Gesellschaft i bei gegebenen Kursen der Aktien aller übrigen Gesellschaften

Im Punkt $\bar{K}'_{oi}$ ist die Nachfrage nach Aktien der Gesellschaft i gleich Null (Prohibitivkurs). Dieser Kurs

$$\bar{K}'_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \{\mu_i - \frac{1}{\sigma^{ii}} \sum_{j \neq i} (\mu_j - (1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}\}$$

hängt nicht vom Risikoparameter a_k des Anlegers k ab und ist daher bei homogenen Erwartungen für alle Anleger am Markt identisch.

Für $K_{oi} > \bar{K}'_{oi}$ würde der Anleger einen negativen Bestand an Aktien der Gesellschaft halten wollen. Ist das der Fall, dann wollen aber auch alle anderen Nachfrager am Markt Leerverkäufe dieser Aktien vornehmen, so daß es zu keinem Ausgleich von Angebot und Nachfrage kommen kann und eine Kurskorrektur erfolgen wird. Für die Untersuchung des Marktgleichgewichts kann die Betrachtung von Leerverkäufen also ausgeschlossen bleiben.

Die Nachfrage nach Aktien der Gesellschaft i beim hypothetischen Kurswert dieser Aktien von Null ist vom Risikoparameter des Anlegers abhängig.[4)]

$$\bar{y}''_{ik} = a_k \{\mu_i \sigma^{ii} - \sum_{j \neq i} (\mu_j - (1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}\}$$

Die Nachfrage $\bar{y}''_{ik}$ steigt mit wachsendem a_k, wenn der Anleger eine geringere Risikoaversion zeigt. Diese Eigenschaft der Nachfragefunktion erscheint plausibel. Dagegen erscheint es zunächst unplausibel, daß die Aktiennachfrage $\bar{y}''_{ik}$ für $K_{oi} = 0$ begrenzt ist. Der Anleger wünscht also stets nur eine beschränkte Bestandshaltung an riskanten Aktien. Diese Unplausibilität folgt aus der Annahme, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Aktienkurse am Periodenende durch eine Normalverteilung beschrieben wird, so daß negative Aktienkurse am Periodenende nicht ausgeschlossen sind. Auch wenn dem Anleger heute Aktien unentgeltlich zur Verfügung gestellt werden, können aus dem Bestand dieser Aktien am Periodenende Vermögensverluste resultieren.

---

4) Im Falle konstanter absoluter Risikoaversion der Anleger läßt sich y''_{ik} besonders leicht berechnen, weil der beim Kurs von Null nachgefragte Aktienbestand neben den Marktdaten nur vom Risikoparameter a_k abhängt. Der Prohibitivkurs $\bar{K}'_{oi}$ ist dagegen stets von den Risikopräferenzen des Anlegers unabhängig. Ebenso ist die Nachfrage stets eine linear fallende Funktion des Gegenwartskurses.

Die Aktionäre des Kapitalmarktmodells unterliegen also einer unbeschränkten 'Nachschußpflicht'. Auch wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, daß negative Kurse auftreten, bei einer 'vernünftigen' Wahl der Kursparameter μ_i und σ_{ii} außerordentlich gering ist,[5] so folgt doch aus der grundsätzlich nicht auszuschließenden Möglichkeit negativer Kurse die stets beschränkte Nachfrage nach riskanten Aktien.

Im Portefeuillezusammenhang haben wir ähnliche Konsequenzen der unterstellten Normalverteilung bereits beobachtet. Das Modell der Portefeuilleplanung ohne Budgetrestriktion führte auf eine endliche Lösung.[6] Bei Einführung einer Budgetbeschränkung wählte der Anleger, dessen Investitionsmöglichkeiten ausschließlich im Erwerb riskanter Aktien bestanden, unter bestimmten Bedingungen ein optimales Aktienportefeuille, das von einem Portefeuille auf der Grundlage eines niedrigeren Anlegeranfangsvermögens dominiert wurde.

1.2.2. Aggregation der individuellen Nachfragefunktionen zur Marktnachfrage

Formal weist die abgeleitete lineare Nachfragekurve auf einen einfachen Weg, die Gesamtnachfrage aller Anleger nach Aktien der Gesellschaft i zu bestimmen. Dazu sind nämlich nur die individuellen Nachfragekurven aller Anleger durch horizontale Addition zur Marktnachfragekurve zu aggregieren. Da der Prohibitivkurs $\bar{K}'_{oi}$ für alle Anleger am Markt identisch ist, müssen wir nur $\bar{\bar{y}}''_{ik}$ über alle Anleger summieren, um dann die Verbindungslinie von $K_{oi} = \bar{K}'_{oi}$ zur Gesamtnachfrage beim Kurs Null $\bar{y}''_i = \sum_k \bar{y}''_{ik}$ zu ziehen.[7]

---

5) Diese Wahrscheinlichkeit hängt natürlich auch von der Länge der gewählten Planungsperiode und damit vom Verhältnis des Erwartungswertes und der Standardabweichung des Aktienkurses am Periodenende ab.

6) Wären in dem in diesem Abschnitt betrachteten Modell auch die derzeitigen Kurse aller übrigen Aktien gleich Null, so würde der Anleger das in Abbildung 3 charakterisierte Tangentialportefeuille realisieren.

7) Whitmore, G.A., Market Demand for Common Stock and the Maximization of Market Value, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 5 (197o), S. 1o5 - 114 leitet für die Präferenzfunktion (9) ebenfalls eine lineare individuelle Nachfragekurve ab, folgert dann aber weiter, "that the market demand curve is a downhard sloping curve comprised of straight line segments."(S. 1o7 - vgl. auch dort die Abb. Ib, S. 1o8). Bieten sich allen Anlegern dieselben Aktionsmöglichkeiten, so ist der Prohibitivkurs $\bar{K}'_{oi}$ aber für alle Anleger identisch und die Marktnachfragekurve somit linear.

Die Gerade

$$(54)\quad y_i = \Sigma y_{ik} = (\Sigma a_k)\left\{(\mu_i-(1+R_F)K_{oi})\sigma^{ii}+\sum_{j\neq i}(\mu_j-(1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}\right\}$$

gibt die Nachfrage aller Anleger nach Aktien der Gesellschaft i in Abhängigkeit vom Kurs der Aktien dieser Gesellschaft an, wenn die Kurse der Aktien aller übrigen Gesellschaften eine bestimmte vorgegebene Konstellation aufweisen.

Die lineare Marktnachfragekurve unterscheidet sich von der individuellen Nachfragekurve (53) nur dadurch, daß der individuelle Risikoparameter a_k durch die Summe aller individuellen Risikoparameter ersetzt wird. Zur Abbildung der Marktnachfrage können wir also bei homogenen Anlegererwartungen äquivalent zur Betrachtung der Menge aller Marktanleger einen einzigen Anleger annehmen, dessen Präferenzfunktion (9) den Risikoparameter $a = \sum\limits_k a_k$ aufweist. Die Nachfrage nach Aktien der Gesellschaft i ist dann gegeben durch

$$y_i = a\left\{(\mu_i-(1+R_F)K_{oi})\sigma^{ii} + \sum_{j\neq i}(\mu_j-(1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}\right\}$$

wobei a angibt, wie stark der 'Markt' das mit der Bestandshaltung von Aktien verbundene Risiko bewertet.

1.2.3. Die Ermittlung der partiellen Gleichgewichtskurse

Eine Bestimmung des Gleichgewichtskurses der Aktien der Gesellschaft i ist nun möglich, wenn die Nachfrage dem Angebot an Aktien dieser Gesellschaft gegenübergestellt wird. Im Grundansatz des Kapitalmarktmodells wird ein feststehendes Aktienangebot unterstellt, womit insbesondere das Angebot an Aktien einer Gesellschaft vom Kurs der Aktien dieser Gesellschaft (und vom Kurswert aller übrigen Aktien) unabhängig ist. Die Annahme eines vorgegebenen Aktienangebots $\bar{y}_i$, das der Grundkapitalziffer der Gesellschaft entspricht, ist im Kapitalmarktmodell keine zusätzliche, vereinfachende Prämisse, sondern folgt ökonomisch sinnvoll aus der Annahme, daß die Anleger von festen Kurserwartungsparametern ausgehen. Läge das Grundkapital der Gesellschaft i nicht fest und würde μ_i unabhängig vom Grundkapital den Kurserwartungswert einer Aktie angeben, so würde unterstellt, die Gesellschaft könne Aktien mit dem Erwartungswert μ_i 'produzieren'. Daher geht man davon aus, daß die Anleger für das Periodenende eine bestimmte Wahrscheinlichkeitsverteilung des Marktwertes der Aktien (einschließlich der Dividendenzahlungen) erwarten.

Der Mittelwert E (Z_i) dieser Verteilung mag allein aus der eingeschlagenen Geschäftspolitik der Gesellschaft resultieren. Im einfachsten Fall kann man sich vorstellen, daß Z_i dann, wenn die Gesellschaft am Periodenende aufgelöst wird und keine Fremdmittel aufgenommen wurden, unmittelbar durch den unsicheren Liquidationserlös des Gesellschaftsvermögens gegeben ist. In Z_i kann aber auch die erwartete Verfassung des Kapitalmarktes am Periodenende eingehen. Ist E (Z_i) gegeben, dann erhält man μ_i als den auf eine einzelne Aktie entfallenden Teil am erwarteten Marktwert der Aktien, so daß wegen $\mu_i = E(Z_i)/\bar{y}_i$ ein bestimmter fester Kurserwartungswert μ_i ein festes Grundkapital $\bar{y}_i$ impliziert.

Betrachtet man das Grundkapital $\bar{y}_i$ und die Kursverteilung K_{1i} (oder äquivalent die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Marktwertes der Aktien Z_i) als die dem Ansatz vorgegebenen Größen, so folgt daraus, daß die Aktienanbieter die am Markt auftretenden Anleger (Nachfrager) sind und nicht die Aktiengesellschaften selbst. Würden die Aktiengesellschaften selbst als Anbieter von Aktien auftreten (Emissionsmodell), so ließe sich eine Abschätzung des Marktwertes der Aktien am Periodenende sinnvoll nur in Kenntnis des zu erwartenden Gleichgewichtskurses der Aktien, der dann dem Emissionskurs der Aktien entsprechen würde, vornehmen. Bei einem höheren Gleichgewichtskurs stünden dem Unternehmen mehr Eigenmittel zur Verfügung als bei einem niedrigeren Kurs und der zum Periodenende erwartete Marktwert der Aktien müßte auch als Funktion der dem Unternehmen durch die Emission zufließenden finanziellen Ressourcen betrachtet werden.

Ist Z_i vorgegeben, so wird mit der Ermittlung der Gleichgewichtskurse nur eine Bewertung des riskant investierten Vermögens der Anteilseigner vorgenommen und keine Aussage über die der Gesellschaft zur Finanzierung ihrer Realinvestitionen zur Verfügung stehenden Mittel getroffen. Die Unternehmenspolitik der Aktiengesellschaft ist außerhalb des Modells festgelegt. Das mutmaßliche Ergebnis dieser Unternehmenspolitik kommt in dem von den Anlegern erwarteten Marktwert der Aktien am Periodenende zum Ausdruck.[8)]

Treten die Anleger selbst auch als die Anbieter von Aktien auf, dann wird mit der Ermittlung der Gleichgewichtskurse der Aktien deren Anfangsver-

---

8) Die Betrachtung der Abhängigkeit des zukünftigen Marktwertes der Aktien von der Finanz- und Investitionspolitik der Aktiengesellschaften ist Gegenstand des dritten Kapitels.

mögen W_{ok} erst bestimmt, so daß die Budgetbedingung in der Form

$$W_{ok} = \bar{x}_k + \sum_i \bar{y}_{ik}K_{oi} = x_k + \sum_i y_{ik}K_{oi}$$

anzuschreiben ist, wobei $\bar{x}_k$ die Ausstattung des Anlegers k mit Zahlungsmitteln (bzw. Verbindlichkeiten) und $\bar{y}_{ik}$ den Bestand des Anlegers k an Aktien der Gesellschaft i, mit dem der Anleger ausgestattet ist, bevor er seine Portefeuilledispositionen trifft, angibt. Statt der durch (53) beschriebenen individuellen Nachfragekurve ist also die individuelle Überschußnachfrage

$$y_{ik}-\bar{y}_{ik} = a_k\left\{(\mu_i-(1+R_F)K_{oi})\sigma^{ii} + \sum_{j\neq i}(\mu_j-(1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}\right\} - \bar{y}_{ik}$$

zu betrachten, die bei einer über den bereits vorhandenen Bestand hinausgehenden Nachfrage positiv und sonst negativ (bzw. Null) ist, und statt der durch (54) beschriebenen Marktnachfrage ist die Marktüberschußnachfrage

$$y_i-\sum_k\bar{y}_{ik} = a\left\{(\mu_i-(1+R_F)K_{oi})\sigma^{ii} + \sum_{j\neq i}(\mu_j-(1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}\right\} - \sum_k\bar{y}_{ik}$$

zu betrachten. Nun hatten wir festgestellt, daß die Aktiengesellschaften selbst nicht als Anbieter von Aktien auftreten, so daß der bei den Anlegern insgesamt bereits vorhandene Bestand an Aktien der Gesellschaft i dem feststehenden Grundkapital dieser Gesellschaft entspricht, weil bereits vor Feststellung des Marktgleichgewichts alle Aktien plaziert waren. Daraus ergibt sich, daß die Markträumungsbedingung für die Aktien der Gesellschaft i (partielle Gleichgewichtsbedingung) in zwei äquivalenten Formulierungen angegeben werden kann: Die Bedingung, daß die Marktüberschußnachfrage $y_i - \sum_k \bar{y}_{ik}$ gleich Null sein muß, stimmt inhaltlich mit der Bedingung, daß die Nachfrage nach Aktien der Gesellschaft i dem Grundkapital der Gesellschaft (dem starren Angebot) entsprechen muß, so daß $y_i = \bar{y}_i$ gilt, überein. Der in Abbildung 1o a ermittelte partielle Gleichgewichtskurs K_{oi} ist mit dem in Abbildung 1ob ermittelten identisch.

Ist die Marktüberschußnachfrage nach Aktien der Gesellschaft i gleich Null, so daß - weil der Markt für die Aktien der Gesellschaft i bei gegebenen Kursen aller übrigen Aktien geräumt ist - die Gesamtnachfrage y_i gerade dem Grundkapital $\bar{y}_i$ der Gesellschaft i entspricht, dann ist

$$\sum_j K_{oj}\sigma^{ij} = \frac{1}{1+R_F}\left\{\sum_j \mu_j\sigma^{ij} - \frac{\bar{y}_i}{a}\right\} = \text{const.}$$

Abb. 1o a

Abb. 1o b

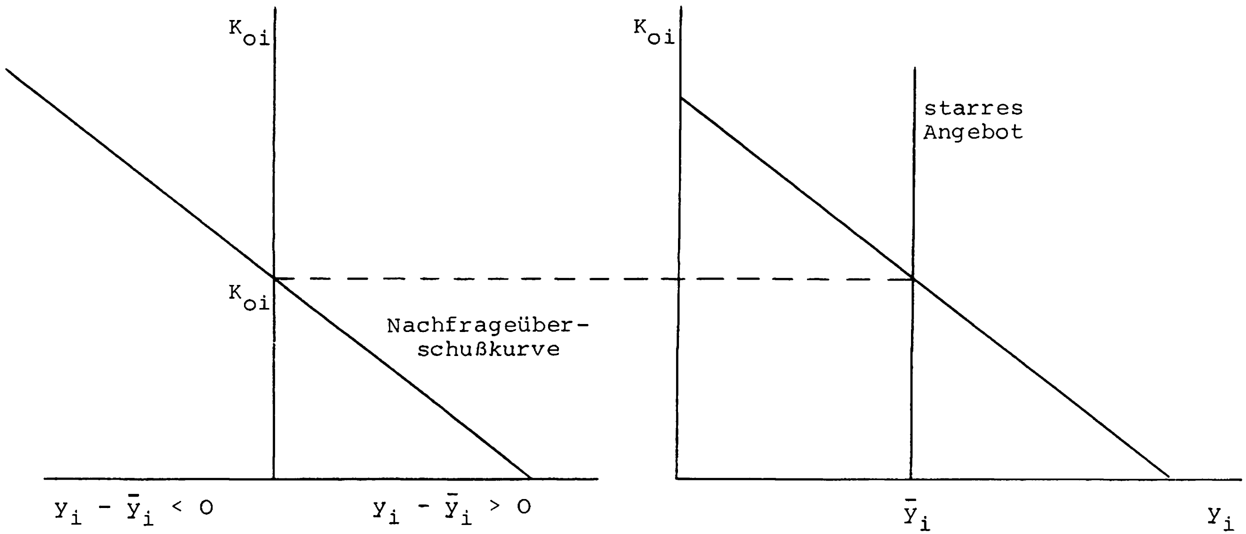


Abb. 1o: Nachfrage und Überschußnachfrage nach Aktien

für variable K_{oj} die Gleichung einer Hyperebene, die diejenigen Systeme von Aktienkursen repräsentiert, die eine Räumung des Marktes für die Aktien des Unternehmens i zulassen. Betrachtet man diese Gleichung als implizite Definition einer Funktion $\check{K}_{oi} = \check{K}_{oi}(K_{o1},\ldots,K_{oi-1},K_{oi+1},\ldots,K_{oN})$, dann wird für die Aktien der Gesellschaft i ein Kurs in Höhe von

$$(55) \quad \check{K}_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{\mu_i - \frac{\bar{y}_i}{a\sigma^{ii}} + \frac{1}{\sigma^{ii}} \sum_{j\neq i} (\mu_j-(1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}\right\}$$

notiert. $\check{K}_{oi}$ ist ein partieller Gleichgewichtskurs der Aktien der Gesellschaft i, der für ein bestimmtes Kursniveau der Aktien aller übrigen Gesellschaften gilt. Nur in dem Fall, daß alle σ^{ij} $(i\neq j)$ den Wert Null annehmen, weil alle Kurskovarianzen gleich Null sind, ist der partielle Gleichgewichtskurs vom Kursniveau der übrigen Aktien unabhängig. Ist dies nicht der Fall, weil die Verteilungen der Aktienkurse voneinander abhängig sind und somit eine verbundene Nachfrage herrscht, dann ist der partielle Gleichgewichtskurs $\check{K}_{oi}$ als Funktion der K_{oj} $(j\neq i)$ zu verstehen und im Marktgleichgewicht $\check{K}_{oi}$ für jene Kurse der Aktien aller übrigen Gesellschaften zu bestimmen, für die auch deren jeweilige Marktüberschußnachfrage gleich Null ist.

1.3. Die Aktienkurse im Kapitalmarktgleichgewicht

1.3.1. Der Kursanpassungsprozeß bei zwei Gesellschaften

Am Kapitalmarkt herrscht Gleichgewicht, wenn alle Märkte für die Aktien der N Gesellschaften geräumt sind.[9] Wir bestimmen zunächst auf grafischem Wege die Gleichgewichtskurse der Aktien und geben im Anschluß daran die rechnerische Lösung an. Zur grafischen Kennzeichnung des Kapitalmarktgleichgewichts beschränken wir die Anzahl der Aktiengesellschaften auf zwei Unternehmen, nämlich die Aktiengesellschaften 1 und 2.[10]

Aus (55) ergeben sich die partiellen Gleichgewichtskurse der Aktien 1

---

9) Ist der Markt für Aktien der Gesellschaft i geräumt, so muß sich der Vektor der Gleichgewichtskurse auf der für die Gesellschaft i charakteristischen Hyperebene befinden. Da im Kapitalmarktgleichgewicht die Märkte für die Aktien aller Unternehmen geräumt sein müssen, muß das Gleichgewichtssystem der Aktienkurse im Durchschnitt aller charakteristischen Hyperebenen liegen.

10) In diesem Fall sind die Hyperebenen Geraden in der Ebene und der Durchschnitt der Hyperebenen der Schnittpunkt der Geraden.

und 2 in Abhängigkeit von dem hypothetisch geltenden Kurs der jeweils anderen Aktie:

$$\check{K}_{o1} = \frac{1}{1+R_F}\left\{\mu_1 - \frac{1}{\sigma^{11}}\left(\frac{\bar{y}_1}{a} - (\mu_2 - (1+R_F)K_{o2})\sigma^{12}\right)\right\}$$

$$\check{K}_{o2} = \frac{1}{1+R_F}\left\{\mu_2 - \frac{1}{\sigma^{22}}\left(\frac{\bar{y}_2}{a} - (\mu_1 - (1+R_F)K_{o1})\sigma^{12}\right)\right\}$$

Um die Abhängigkeit der partiellen Gleichgewichtskurse vom Kurszusammenhang der Aktien deutlich werden zu lassen, schreiben wir die beiden Funktionen in der Form[11)]

$$(56)\quad \check{K}_{o1} = \frac{1}{1+R_F}\left\{\mu_1 - \mu_2\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\rho_{12} - \frac{\bar{y}_1}{a}\sigma_1^2\,(1-\rho_{12}^2)\right\} + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\rho_{12}K_{o2}$$

$$(57)\quad \check{K}_{o2} = \frac{1}{1+R_F}\left\{\mu_2 - \mu_1\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\rho_{12} - \frac{\bar{y}_2}{a}\sigma_2^2\,(1-\rho_{12}^2)\right\} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\rho_{12}K_{o1}$$

Ist der Korrelationskoeffizient ρ_{12} gleich Null, weil die Aktienkurse K_{11} und K_{12} unabhängig verteilt sind, dann besteht keine Abhängigkeit der partiellen Gleichgewichte, so daß die Linien partieller Gleichgewichtskurse[12)] im K_{o1}-K_{o2}-Koordinatensystem Parallelen zu den Kursachsen

---

11) Es gilt

$$\sigma^{11} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_{12}^2} = \frac{1}{\sigma_1^2(1-\rho_{12}^2)}$$

$$\sigma^{22} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_{12}^2} = \frac{1}{\sigma_2^2(1-\rho_{12}^2)}$$

$$\sigma^{12} = \frac{-\sigma_{12}}{\sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_{12}^2} = \frac{-\rho_{12}}{\sigma_1\sigma_2(1-\rho_{12}^2)}$$

Der Korrelationskoeffizient ρ_{12} ist definiert als $\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1\sigma_2}$,

wobei σ_1 und σ_2 die Standardabweichungen der Kurse der Aktien 1

und 2 bezeichnen.

12) Vgl. das Kapitel 4.1.3. "Die Interdependenz zwischen zwei Konkurrenzmärkten" bei Helmstädter, E., Wirtschaftstheorie, Bd. 1, München 1974, S. 198 ff..

darstellen und die partiellen Gleichgewichtskurse

$$\check{K}_{o1} = \frac{1}{1+R_F}\left(\mu_1 - \frac{\bar{y}_1}{a}\sigma_1^2\right) \quad \text{und} \quad \check{K}_{o2} = \frac{1}{1+R_F}\left(\mu_2 - \frac{\bar{y}_2}{a}\sigma_2^2\right)$$

unmittelbar die Kurse des Marktgleichgewichts sind. In Abbildung 11 gilt der partielle Gleichgewichtskurs $\check{K}_{o1}$ für beliebige Kurse der Aktie 2. Ebenso gilt $\check{K}_{o2}$ für jeden beliebigen Kurs K_{o1}. Eine Interdependenz der beiden Märkte besteht nicht.

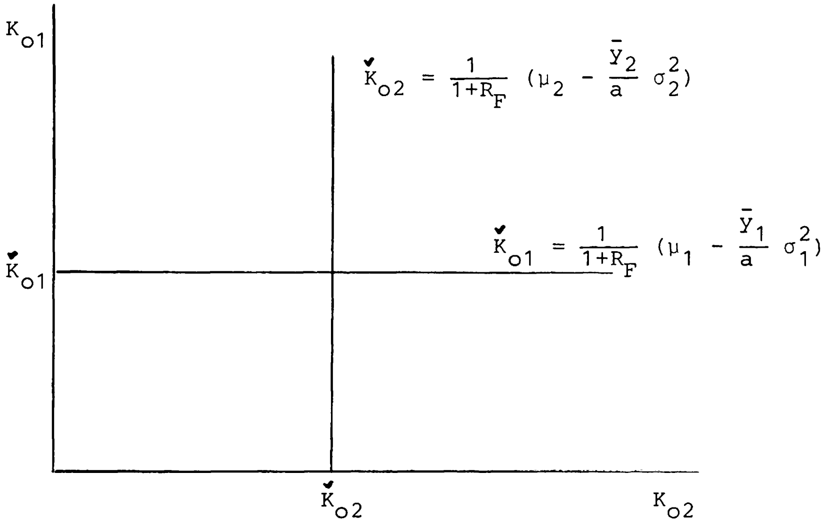


Abb. 11: Partielle Gleichgewichtskurse bei nicht korrelierten Aktien

Sind die Aktienkurse K_{11} und K_{12} vollkommen positiv korreliert, so daß der Korrelationskoeffizient den Wert Eins hat, dann gibt es keinen Schnittpunkt der Linien partieller Gleichgewichtskurse und damit auch kein Marktgleichgewicht.[13] Angenommen, K_{o2} sei in der Höhe von K_{o2}^D vorgegeben. Aus Abbildung 12 ergibt sich, daß K_{o2}^D einen partiellen Gleichgewichtskurs der Aktien der Gesellschaft 1 in Höhe von K_{o1}^E impliziert. Gilt aber K_{o1}^E, so beträgt der partielle Gleichgewichtskurs für die Aktien der Gesellschaft 2 K_{o2}^F. K_{o2}^F impliziert K_{o1}^G usw.; der Anpassungsprozeß führt zu keinem Gleichgewicht.

---

13) Daher wurde bereits oben (vgl. den Abschnitt 3.1.1. des ersten Kapitels) der Fall vollkommen korrelierter Aktienkurse ausgeschlossen.

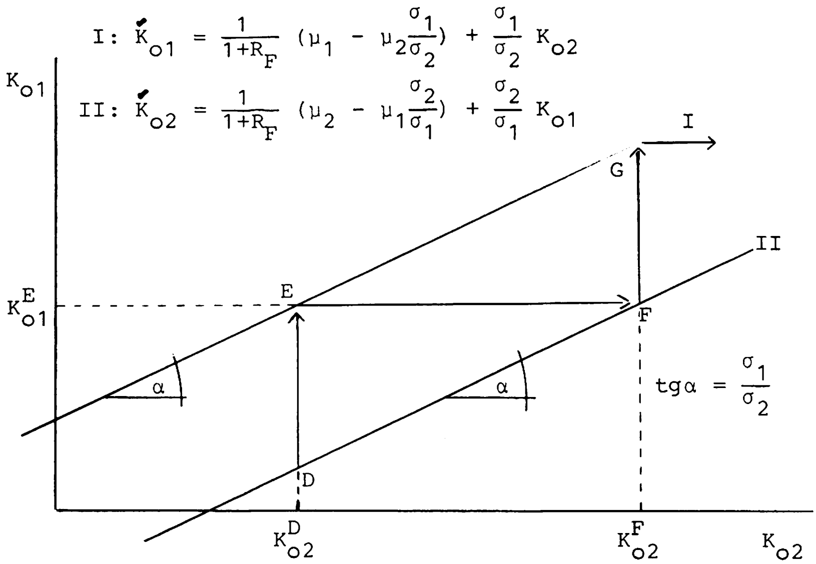


Abb. 12: Hypothetische Kursbewegung bei vollkommen positiv korrelierten Aktien

Auch bei vollkommen negativ korrelierten Aktienkursen gibt es keinen Schnittpunkt der Linien partieller Gleichgewichtskurse, weil diese durch parallele Geraden mit derselben negativen Steigung darzustellen sind (vgl. Abbildung 13).

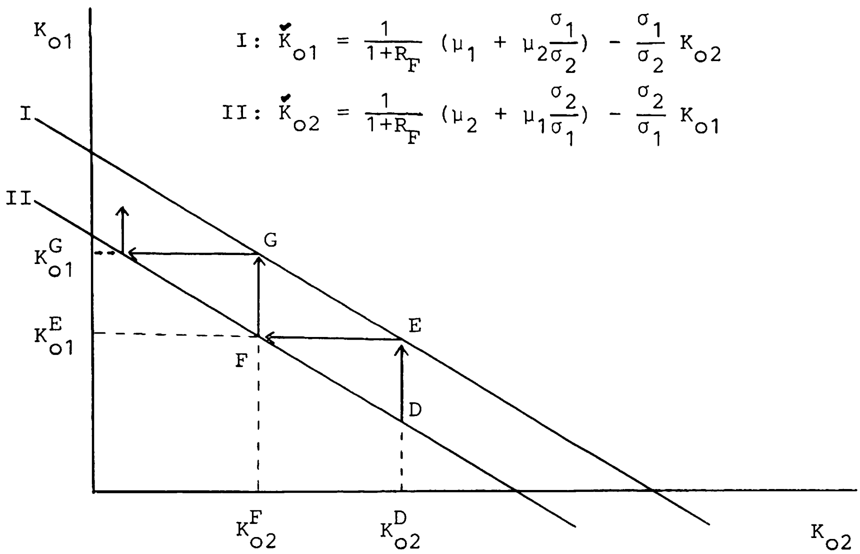


Abb. 13: Hypothetische Kursbewegung bei vollkommen negativ korrelierten Aktien

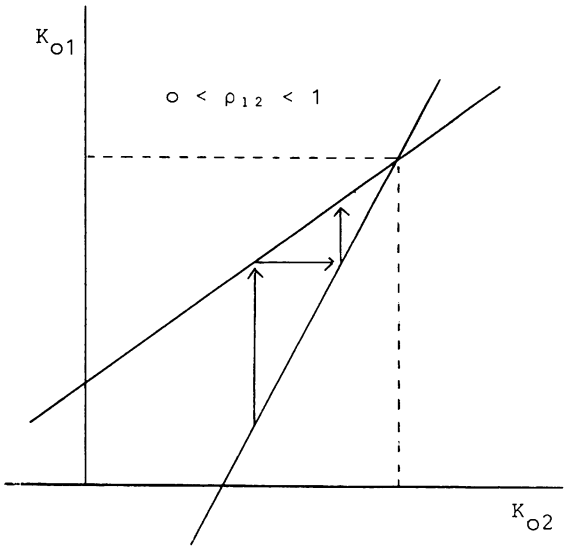


Abb. 14 a: Hypothetischer Kursanpassungsprozeß bei positiv korrelierten Aktien

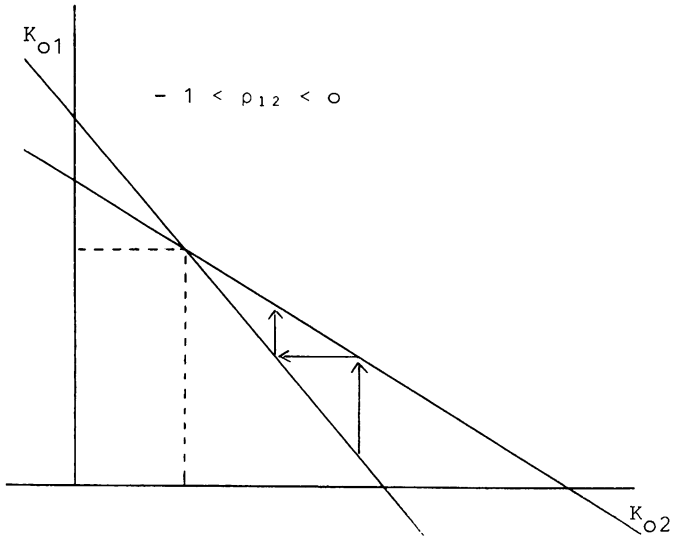


Abb. 14 b: Hypothetischer Kursanpassungsprozeß bei negativ korrelierten Aktien

Für nicht vollkommen positiv oder negativ korrelierte Aktienkurse gibt es stets einen Schnittpunkt der Linien partieller Gleichgewichtskurse, der das Marktgleichgewicht kennzeichnet, d.h. der jene beiden partiellen Gleichgewichtskurse beider Aktien angibt, die miteinander kompatibel sind. In den Abbildungen 14a und 14b sind die Schnittpunkte der Linien partieller Gleichgewichtskurse, deren Koordinaten die Kurse beider Aktien im Marktgleichgewicht angeben, für den Fall positiv und negativ korrelierter Aktien angegeben. Außerdem ist durch die Pfeile angedeutet, wie man sich den Anpassungsmechanismus vorstellen kann, der durch sukzessive (hypothetische) Kursfestsetzungen und Kursrevisionen zum Gleichgewicht am Kapitalmarkt, d.h. zum totalen Gleichgewicht an den Märkten für die Aktien der beiden Gesellschaften 1 und 2 führt.

Rechnerisch erhält man die Aktienkurse des Marktgleichgewichts, indem man die gemeinsame Lösung der beiden Gleichungen (56) und (57) bestimmt, woraus

$$K_{o1} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ \mu_1 - \frac{1}{a} (\bar{y}_1 \sigma_{11} + \bar{y}_2 \sigma_{12}) \right\}$$

und

$$K_{o2} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ \mu_2 - \frac{1}{a} (\bar{y}_1 \sigma_{12} + \bar{y}_2 \sigma_{22}) \right\}$$

folgt. Schreibt man die Gleichgewichtskurse der Aktien nicht in Abhängigkeit von den Kursparametern der Aktien, sondern unmittelbar in Abhängigkeit von den Verteilungsparametern des unsicheren Marktwertes der Aktien am Periodenende an, so erhält man den Gleichgewichtsmarktwert der Aktien beider Gesellschaften als mit dem Gleichgewichtskurs der Aktien bewertetes Grundkapital

$$(58) \quad \bar{y}_1 K_{o1} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_1) - \frac{1}{a} (Var(Z_1) + Cov(Z_1 Z_2)) \right\}$$

und

$$(59) \quad \bar{y}_2 K_{o2} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_2) - \frac{1}{a} (Var(Z_2) + Cov(Z_1 Z_2)) \right\} .$$

Im Kapitalmarktmodell ist also der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien einer Gesellschaft durch den Barwert des in bestimmter Weise korrigierten Erwartungswertes des Marktwertes der Aktien am Periodenende gegeben. Die Korrektur erfolgt in der Weise, daß der Erwartungswert um das bewertete Risiko des zukünftigen Marktwertes vermindert wird. Das Risiko, das dem zukünftigen Marktwert der Aktien zugeordnet wird, ist je nachdem, ob die Kovarianz mit dem Marktwert der Aktien der anderen Gesellschaft positiv oder negativ ist, größer oder kleiner als die Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Marktwertes. Nur bei einer Kovarianz von Null wird das Risiko allein durch die Varianz der Verteilung ausgedrückt. Bei einer positiven Kovarianz, die eine mehr oder weniger starke Gleichläufigkeit der Marktwertabweichungen von ihren jeweiligen Erwartungswerten zum Ausdruck bringt, ist der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien beider Gesellschaften kleiner als bei einer Kovarianz von Null. Dagegen ist der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien beider Gesellschaften für eine negative Kovarianz, die durch eine mehr oder weniger starke Gegenläufigkeit der Risiken beider Gesellschaften bedingt ist, größer als bei einer Kovarianz von Null. Da die Summe beider Gleichgewichtsmarktwerte durch

$$\bar{y}_1 K_{o1} + \bar{y}_2 K_{o2} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_1) + E(Z_2) - \frac{1}{a} \left(Var(Z_1) + 2Cov(Z_1 Z_2) + Var(Z_2)\right) \right\}$$

gegeben ist, kann man auch sagen, daß das Risiko, welches im Marktgleichgewicht dem zukünftigen Marktwert der Aktien einer Gesellschaft zugeordnet wird, gerade dem Risikobeitrag dieser Gesellschaft zu dem vom Markt bewerteten Gesamtrisiko entspricht.

1.3.2. Kapitalmarktgleichgewicht bei N Gesellschaften

Verallgemeinert man das hier nur für zwei Gesellschaften vorgetragene Ergebnis auf N Aktiengesellschaften, so daß im Marktgleichgewicht die partiellen Kursgleichgewichte der Aktien aller N Gesellschaften erfüllt sind, dann erhält man entsprechend zu (58) bzw. (59) den Gleichgewichtsmarktwert der Aktien der Gesellschaft i aus (6o).[14]

---

14) Formal ergibt sich (6o) durch Addition des Gleichungssystems (52) über alle Anleger und die Gleichsetzung der dadurch bestimmten Gesamtnachfrage y_i mit dem Angebot $\bar{y}_i$. Das Gleichungssystem läßt sich dann nach dem Vektor der Gleichgewichtskurse auflösen. Schließlich berücksichtigt man die Definition $\mu_i = E(Z_i)/\bar{y}_i$ sowie $\sigma_{ij} = Cov(Z_i, Z_j)/\bar{y}_i\bar{y}_j$.

$$(6o) \quad \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_i) - \frac{1}{a} \sum_j Cov(Z_i, Z_j) \right\}$$

In (6o) ist $\sum_j Cov(Z_i, Z_j) = Cov(Z_i, \sum_j Z_j) = Cov(Z_i, Z_M)$ die Summe aller Kovarianzen des zukünftigen Marktwertes der Aktien der Gesellschaft i mit den Marktwerten der Aktien aller N Gesellschaften und somit die Kovarianz mit dem Marktwert aller Aktien. Der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien aller Gesellschaften ergibt sich durch Addition von (6o) über die am Markt gehandelten Aktien aller Gesellschaften und ist somit

$$(61) \quad \sum_i \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_M) - \frac{1}{a} Var(Z_M) \right\}$$

In (61) ist $E(Z_M) = \sum E(Z_i)$ der erwartete Marktwert der Aktien aller Gesellschaften und $Var(Z_M) = \sum_i Cov(Z_i, Z_M)$ die Summe der Kovarianzen der Marktwerte aller Aktien mit dem Marktwert der Aktien aller Gesellschaften und somit die Varianz des Marktwertes aller Aktien.

Die Gleichungen (6o) und (61) stellen die Lösungen des im Kapitalmarktmodell behandelten Bewertungsproblems im Kapitalmarktgleichgewicht für den Fall dar, daß sich die Risikopräferenzen aller Anleger durch eine Präferenzfunktion vom Typ (9) beschreiben lassen.

1.3.3. Grafische Ermittlung des Gleichgewichtsmarktwertes

Der durch (61) gegebene Gleichgewichtsmarktwert aller Aktien läßt sich auch grafisch bestimmen. Dazu trägt man in das Koordinatensystem der Abbildung 15, dessen Achsen den Erwartungswert E(W) und die Standardabweichung S(W) des Endvermögens aller Anleger bezeichnen, den Punkt M mit den Koordinaten $S(Z_M)$ und $E(Z_M)$ ein. Im Kapitalmarktgleichgewicht werden von den Anlegern alle Aktien und diese Aktien als die ausschließlich riskanten Objekte gehalten, so daß die Standardabweichung S(W) des Endvermögens aller Anleger gleich der Standardabweichung $S(Z_M)$ des Marktwertes der Aktien aller Gesellschaften ist. Der Erwartungswert E(W) liegt über oder unter dem Erwartungswert $E(Z_M)$ je nachdem, ob für die Gesamtheit der Anleger am Periodenende noch ein positiver oder negativer nicht riskanter Vermögensbestand zu verzeichnen ist. Nehmen wir an, ein solcher nicht riskanter Vermögensbestand bestehe nicht, weil $\sum_k \bar{x}_k = o$ gilt, dann ist das bewertete Anfangsvermögen aller Anleger gegeben durch den Schnittpunkt der Tangente an die durch M verlaufende Indifferenzkurve des

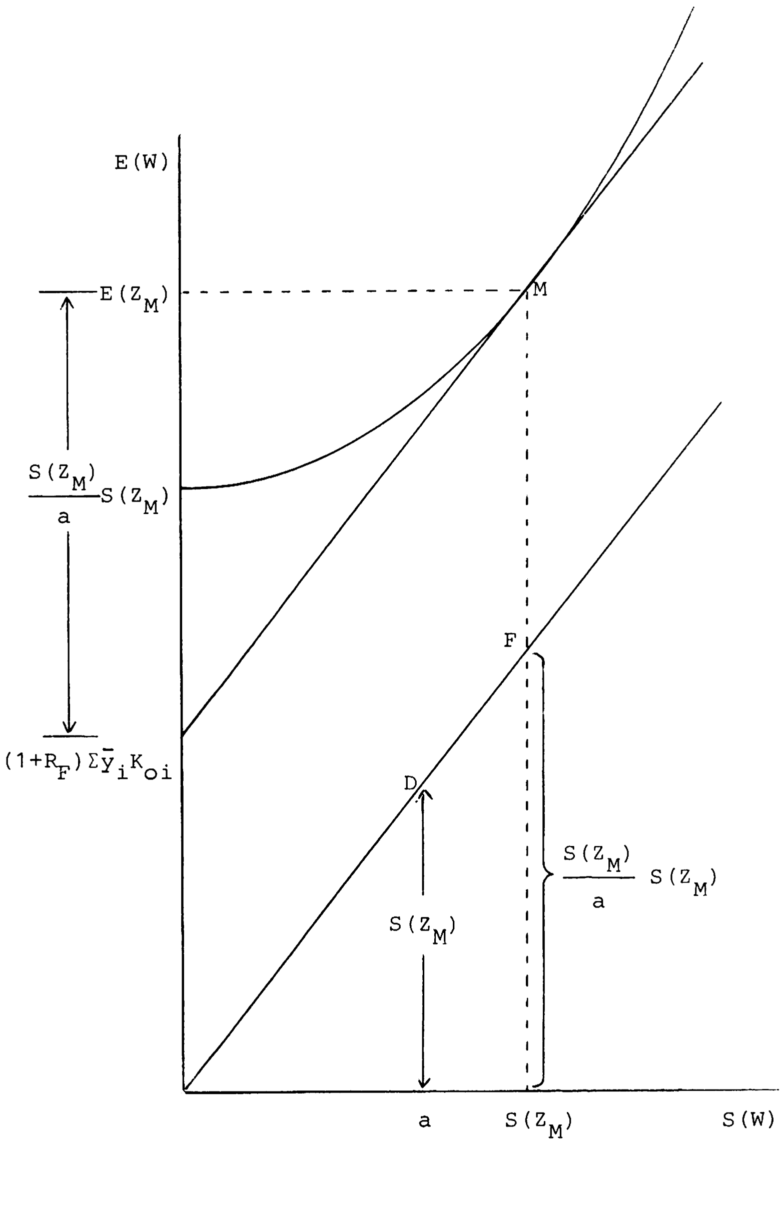


Abb. 15: Grafische Ermittlung des aufgezinsten Gleichgewichtsmarktwerts aller Aktien

Erwartungsnutzens $E(W) - Var(W)/2a = E(Z_M) - Var(Z_M)/2a$ mit der E(W)-Achse. Zur Ermittlung der Tangentensteigung trägt man die Summe aller individuellen Risikoparameter $a = \sum_k a_k$ auf der S(W)-Achse ab. Die Gerade vom Koordinatenursprung durch $D(S(W)=a,\ E(W)=S(Z_M))$ mit der Steigung $S(Z_M)/a$ verläuft parallel zur gesuchten Tangente durch M. Die durch M verlaufende Parallele zu dieser Geraden schneidet die E(W)-Achse in dem gesuchten Punkt mit dem Achsenabschnitt $(1+R_F)\Sigma\bar{y}_i K_{oi}$. Zur Bestimmung von $(1+R_F)\Sigma\bar{y}_i K_{oi}$ wurden die Koordinaten des Marktportefeuilles und der Achsenabschnitt a auf der S(W)-Achse benutzt.

$(1+R_F)\Sigma\bar{y}_i K_{oi}$ ist mit dem aufgezinsten Anfangsvermögen aller Anleger identisch, wenn die aggregierte Nettoverschuldung aller Anleger vor und nach Feststellung der Gleichgewichtskurse Null ist. War vor Feststellung der Gleichgewichtskurse ein positiver Nettozahlungsmittelbestand aller Anleger zu verzeichnen, so liegt das um die Zinsen vermehrte Anfangsvermögen aller Anleger um $(1+R_F)\Sigma x_k$ über $(1+R_F)\Sigma\bar{y}_i K_{oi}$. Bei einer effektiven Nettoverschuldung liegt es darunter. Die Addition der Budgetbedingung über alle Anleger

$$\sum_k W_{ok} = \sum_k \bar{x}_k + \sum_i \bar{y}_i K_{oi} = \sum_k x_k + \sum_i y_i K_{oi}$$

impliziert für das Kapitalmarktgleichgewicht wegen der Gleichgewichtsbedingungen $\bar{y}_i = \sum_k y_{ik}$ $(i=1,2,\ldots,N)$ die Beziehung $\Sigma\bar{x}_k = \Sigma x_k$, so daß die Höhe der aggregierten Nettoverschuldung aller Anleger zusammen vor und nach Feststellung der Gleichgewichtskurse identisch ist.

1.4. Systemtisches Risiko und Marktpreis des Risikos

In den beiden Ergebnisgleichungen

$$(60)\quad \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(Z_i) - \frac{1}{a}\sum_j Cov(Z_i,Z_j)\right\}$$

und

$$(61)\quad \Sigma\bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(Z_M) - \frac{1}{a}Var(Z_M)\right\}$$

ist für die Parameter $E(Z_i)$, $E(Z_M)$ und $Var(Z_M)$ der intuitive Aussagegehalt klar. Der erwartete Marktwert der Aktien der einzelnen Gesellschaft $E(Z_i)$ oder aller Gesellschaften $E(Z_M)$ ist der positiv zu bewertende, die Varianz des Marktwertes der Aktien aller Gesellschaften

$Var(Z_M)$ der negativ zu bewertende Parameter des zukünftigen Marktwertes. Der Risikoparameter a und die Kovarianz mit dem Marktwert aller Aktien $\sum_j Cov(Z_i, Z_j)$ stellen dagegen noch interpretationsbedürftige Größen dar. In der Literatur belegt man häufig den Risikoparameter 1/a mit der Bezeichnung 'market price of risk' und die Kovarianz mit dem Marktwert aller Aktien mit dem Ausdruck 'systematic risk'.[15)]

Auch ohne eingehende Diskussion beider Ausdrücke zeigt schon ein Vergleich der beiden Beziehungen (6o) und (61), daß die durch diese Begriffsbildung vorgenommene Isolierung des Risikoparameters a von dem Kovarianzausdruck interpretativ wenig glücklich gewählt ist. Der Risikoparameter a ist eine ausschließlich aus den Präferenzfunktionen aller Anleger abzuleitende Größe, die keinen Zusammenhang mit den Marktgegebenheiten, also insbesondere mit dem von der Gesamtheit aller Anleger zu übernehmenden Gesamtrisiko, aufweist. Das 'Marktrisiko' geht also in den so definierten 'market price of risk' nicht ein. Dagegen ist der Kovarianzausdruck $\sum_j Cov(Z_i, Z_j)$ eine Größe, deren numerischer Wert bei einem gegebenen Risikenzusammenhang aller Gesellschaften außer von den Daten des Unternehmens i auch von der Standardabweichung $S(Z_M)$ abhängig ist. Das wird besonders deutlich, wenn man in $\sum_j Cov(Z_i, Z_j)$ das 'Marktrisiko' $S(Z_M)$ isoliert und $\sum_j Cov(Z_i, Z_j)$ in der Form

$$\sum_j Cov(Z_i, Z_j) = Cov(Z_i, Z_M) = \rho_{iM} S(Z_i) S(Z_M)$$

anschreibt, in der ρ_{iM} ($-1 < \rho_{iM} < 1$) den Korrelationskoeffizienten zwischen dem Marktwert der Aktien der Gesellschaft i und dem Marktwert der Aktien aller Gesellschaften angibt. Bei einer vollständigen Korrelation mit dem Marktportefeuille ($\rho_{iM} = 1$) wäre das Risiko dann durch $S(Z_i) \cdot S(Z_M)$ zu messen.

---

15) Lintner, J., Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 599; Lintner, J., The Market Price of Risk, Size of Market and Investor's Risk Aversion, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 52 (197o), S. 87 und S. 91 f.; Litzenberger, R.H., und Budd, A.P., Secular Trends in Risk Premiums, in: Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 858; Jensen, M.C. und Long, J.B., Corporate Investment under Uncertainty and Pareto Optimality in the Capital Markets, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 153; Mossin, J., Theory of Financial Markets, Englewood Cliffs, N.J. (1973), S. 72 f.; Kumar, P., Market Equilibrium and Corporate Finance: Some Issues, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 1176 f.; Lintner, J., Inflation and Security Returns, in: Journal of Finance, Bd. 3o (1975), S. 263; Saelzle, R., Investitionsentscheidungen und Kapitalmarkttheorie, Wiesbaden 1976, S. 1o1.

Diese Zuordnung wird vermieden, wenn man den Ausdruck $S(Z_M)/a$ als 'market price of risk'[16] und den Ausdruck $\rho_{iM}S(Z_i) = Cov(Z_i, Z_M)/S(Z_M)$ als das dem Marktwert der Aktien des Unternehmens i zuzuordnende 'systematic risk' bezeichnet.

Die Formeln für die Gleichgewichtsmarktwerte der Aktien (6o) und (61) werden also zweckmäßig in der Form

$$(62)\quad \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1 + R_F} \left\{ E(Z_i) - \frac{S(Z_M)}{a} \rho_{iM} S(Z_i) \right\}$$

und

$$(63)\quad \sum_i \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1 + R_F} \left\{ E(Z_M) - \frac{S(Z_M)}{a} \sum_i \rho_{iM} S(Z_i) \right\}$$

geschrieben (ohne daß damit das formale Ergebnis verändert wird). In (63) gibt die Summe $\Sigma\rho_{iM}S(Z_i) = S(Z_M)$ das gesamte von den Anlegern am Kapitalmarkt zu übernehmende Risiko als Standardabweichung des zukünftigen Marktwertes der Aktien aller Gesellschaften an. Dieses Gesamtrisiko wird mit dem Marktpreis des Risikos $S(Z_M)/a$ bewertet. Das von den Anlegern zu übernehmende und im Kapitalmarktgleichgewicht übernommene Gesamtrisiko $S(Z_M)$ ergibt sich als Summe aller den Aktiengesellschaften zugeordneten systematischen Risiken, so daß also der Terminus 'systematic risk' in diesem Zusammenhang als Risikobeitrag des zukünftigen Marktwertes der Aktien einer Gesellschaft zum Gesamtrisiko des Marktwertes der Aktien aller Gesellschaften zu unterpretieren ist. Dieser Risikobeitrag kann positiv, negativ oder Null sein, je nachdem, ob die Korrelation mit dem Marktwert aller Aktien positiv, negativ oder Null ist.

---

16) Diese Bezeichnungsweise oder eine äquivalente Formulierung in Renditeschreibweise ist zu finden bei Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a. 197o, S. 85: 'price of risk reduction for efficient portfolios; Vasicek, O.A. und McQuown, J.A., The Efficient Market Model, in: Financial Analysts Journal, Bd. 28 (1972), No. 5, S. 79: 'the price that one pays for his expected return is measured in risk, and hence the name the 'market price of risk''; Jensen, M.C., Capital Markets: Theory and Evidence, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 359: 'market risk premium per unit of risk'; Fama, E.F. und Miller, M.H., The Theory of Finance, New York, e.a. 1972, S. 292: 'market price per unit of risk'; Levy, H., The Demand for Assets under Conditions of Risk: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 82: 'price of units of standard deviation-price of units of risks'; Mendelson, M. und Robbins, S., Investment Analysis and Securities Markets, New York 1976, S. 234: 'market price of risk'; Schmidt, R.H., Empirische Kapitalmarktforschung und Anlageentscheidungen, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 132 (1976), S. 668: 'Preis des Risikos pro Risikoeinheit des Marktes'.

Der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien einer Gesellschaft ist im Kapitalmarktmodell also dann gleich dem Barwert des erwarteten Marktwertes, wenn die Korrelation zum Marktwert aller Aktien gleich Null ist. Der zukünftige Marktwert der Aktien dieser Gesellschaft ist zwar unsicher, ein Risikoabschlag wird aber nicht kalkuliert, weil das Unternehmen im Marktzusammenhang keinen Risikobeitrag liefert.[17)] Ist die Korrelation negativ, dann wird trotz bestehender Unsicherheit über den zukünftigen Marktwert und obwohl ausschließlich risikoscheue Anleger am Markt auftreten,ein Gleichgewichtsmarktwert erreicht, der über dem Barwert des erwarteten Marktwertes liegt.

2. Das Kapitalmarktmodell von Sharpe

Im vorigen Abschnitt 1 wurde das Kapitalmarktmodell unter der speziellen Voraussetzung behandelt, die Risikopräferenzen aller Anleger am Kapitalmarkt seien bekannt und ließen sich durch Präferenzfunktionen mit konstanter absoluter Risikoaversion abbilden. Mit Hilfe dieser speziellen Annahme konnte insbesondere eine sehr einfache Aggregation der individuellen Nachfragekurven zur Marktnachfrage nach Aktien vorgenommen werden. Außerdem ließ sich der Prozeß der Gleichgewichtsbildung am Kapitalmarkt übersichtlich in die Betrachtung eines partiellen Gleichgewichts für die Aktienkurse einer einzelnen Gesellschaft und ein totales Gleichgewicht für die Aktienkurse aller Gesellschaften zerlegen.

Die drei grundlegenden Arbeiten zum Kapitalmarktmodell von Sharpe, Lintner und Mossin verzichten auf die spezielle Kennzeichnung der Risikopräferenzen der Anleger. Es wird nur angenommen, daß alle Anleger ihre Portefeuilledispositionen nach dem (μ-σ)-Prinzip treffen und c.p. ein höheres μ sowie c.p. ein kleiners σ präferieren. Die Voraussetzung einer zunehmenden Grenzrate der Substitution zwischen dem Erwartungswert μ

17) Ein Risikoabschlag ist auch dann nicht vorzunehmen, wenn der Marktpreis des Risikos gegen Null geht (Risikoneutralität des Marktes), weil die Anzahl der Marktteilnehmer sehr groß wird. Da sich a als Summe der Risikoaversionskoeffizienten aller Anleger ergibt, kommt bei einer beschränkten Anzahl von Anlegern dem einzelnen Anleger stets ein meßbarer Einfluß auf die Nachfrage nach Aktien zu. Im Kapitalmarktmodell wird also nicht unterstellt, der einzelne Anleger sei nicht in der Lage, die Aktienkurse zu beeinflussen, wie dies von Saelzle, R., Kapitalmarktreaktionen bei Investitionsentscheidungen, in: Die Unternehmung, Bd. 3o (1976), S. 321 betont wird. Unterstellt wird nur, daß der einzelne Anleger seinen Kurseinfluß nicht antizipierend in seinem Portefeuillekalkül berücksichtigt.

und der Standardabweichung σ des Endvermögens reicht zur eindeutigen Festlegung der individuellen Nachfragefunktion nicht mehr aus, so daß unmittelbar aus der Struktur der individuellen optimalen Aktienportefeuilles,[18] die sich wegen des Separationstheorems berechnen läßt, bei angenommenem Kapitalmarktgleichgewicht auf die Struktur des zusammengefaßten riskanten Portefeuilles aller Anleger und die Gleichgewichtskurse der Aktien geschlossen wird.

2.1. Die Risiko-Ertrags-Beziehung effizienter Anlegerportefeuilles

Sharpe[19] geht entsprechend den Annahmen des zweiparametrigen Portefeuillemodells der Anlageplanung davon aus, daß jeder Anleger am Kapitalmarkt einen möglichst hohen Erwartungswert des Nutzens aus seinem Portefeuilleendvermögen erreichen möchte, wobei der Erwartungswert des Nutzens eines Anlegers k ausschließlich vom Erwartungswert μ_k und der Standardabweichung σ_k seines Portefeuilleendvermögens W_{1k} abhängt.[2o] Der Anleger hat bereits vorab (also außerhalb des Modellansatzes) entschieden, einen bestimmten Zahlungsmittelbetrag $\bar{x}_k$ als Ausgangsgröße für seine Dispositionen im Rahmen seiner Portefeuilleinvestitionen zu verwenden. Da $\bar{x}_k$ ($\bar{x}_k > o$) insbesondere nicht von den sich erst im Kapitalmarktgleichgewicht einstellenden Aktienkursen abhängt und Risikonutzenfunktionen nur bis auf eine positive lineare Transformation festgelegt sind, läßt sich der Erwartungsnutzen des Anlegers k in Abhängigkeit von der Anlegerrendite $\bar{R}_k = (W_{1k} - \bar{x}_k)/\bar{x}_k$ anschreiben.[21]

---

18) Diese Struktur bestimmt die relative Nachfrage, also die Nachfrage nach Aktien der Gesellschaft i im Verhältnis zur gesamten Nachfrage nach Aktien.

19) Sharpe, W.F., Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condtions of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 19 (1964), S. 425 ff..

2o) Da Sharpe seinen Beitrag ausdrücklich als Weiterentwicklung der portfolio selection Modelle von Markowitz und Tobin versteht, kann man davon ausgehen, daß er normalverteilte Wertpapierrenditen unterstellt, obwohl dies nicht ausdrücklich vermerkt wird. Einer diesbezüglichen Kritik der Zielfunktion des Sharpe-Modells von Neukirchen, K., Die Berücksichtigung der Beteiligungsfinanzierung in Investitionsmodellen von Publikums-Aktiengesellschaften auf der Grundlage einer Theorie der Eigenkapitalattraktivität, Diss. Bonn 1973, S. 76 f. wollen wir daher nicht weiter nachgehen.

21) Daß 'a given amount of present wealth' als Zahlungsmittelbestand zu interpretieren ist, ist eine Implikation des Ansatzes der Präferenzfunktion über der Anlegerrendite; vgl. den Abschnitt 2.4. des ersten Kapitels.

Es gilt $E(U_k(W_{1k})) = V_k(E(\bar{R}_k), S(\bar{R}_k))$
mit

$$\partial V_k / \partial E(\bar{R}_k) > o \quad \text{und} \quad \partial V_k / \partial S(\bar{R}_k) < o.$$

Der risikoaverse Anleger k sieht sich dem effizienten Rand riskanter Wertpapierkombinationen, der 'investment opportunity curve', gegenübergestellt, wie er in Abbildung 16 angedeutet ist.[22] Darüber hinaus kann der Anleger zum Marktzins R_F beliebige Beträge anlegen oder aufnehmen. Legt der Anleger einen bestimmten Teil $x_k/\bar{x}_k$ seines Zahlungsmittelbestandes $\bar{x}_k$ zum Marktzins R_F an und investiert den Rest $(1 - x_k/\bar{x}_k)$ in das (beliebig gewählte) effiziente Portefeuille A auf der 'investment opportunity curve', so ergibt sich als Erwartungswert und als Standardabweichung der Rendite des Anlegervermögens:

$$E(\bar{R}_k) = \frac{x_k}{\bar{x}_k} R_F + \left(1 - \frac{x_k}{\bar{x}_k}\right) E(R_A)$$

$$S(\bar{R}_k) = \left(1 - \frac{x_k}{\bar{x}_k}\right) S(R_A)$$

Die erwartete Anlegerrendite steigt also mit wachsendem Anlegerrisiko (bedingt durch eine Verminderung des Anteils der risikolosen Anlage zum Marktzins oder bei negativem x_k bedingt durch eine Erhöhung des riskant investierten Betrages über eine Aufnahme von Zahlungsmitteln zum Marktzins) linear an. Alle $E(\bar{R}_k) - S(\bar{R}_k)$ - Kombinationen, die aus unterschiedlichen Kombinationen der risikolosen Anlage mit dem Portefeuille riskanter Anlagen A resultieren, liegen auf der Geraden durch R_F (für $x_k = \bar{x}_k$) und A (für $x_k = o$).[23] Wählt man nun statt einer Kombination

---

22) In der Figur 4 von Sharpe, W.F., Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, a.a.O., ist der risikolose Zins R_F nicht so gewählt, daß ein Tangentialpunkt auf dem effizienten Rand existieren kann, weil R_F offensichtlich größer als die erwartete Rendite des Portefeuilles riskanter Anlagen mit der absolut geringsten Standardabweichung ist. Das gilt auch für die Figur 1 bei Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium, Some Clarifying Comments, in: Journal of Finance, Bd. 23 (1968), S. 29 ff.; vgl. hierzu die Diskussion der Abbildung 7 im Abschnitt 3.3.2. des ersten Kapitels.

23) Aus $E(\bar{R}_k) = \frac{x_k}{\bar{x}_k} R_F + \left(1 - \frac{x_k}{\bar{x}_k}\right) E(R_A)$ mit $x_k \leq \bar{x}_k$

und $R_F < E(R_A)$ erhält man wegen $S(\bar{R}_k) = \left(1 - \frac{x_k}{\bar{x}_k}\right) S(R_A)$

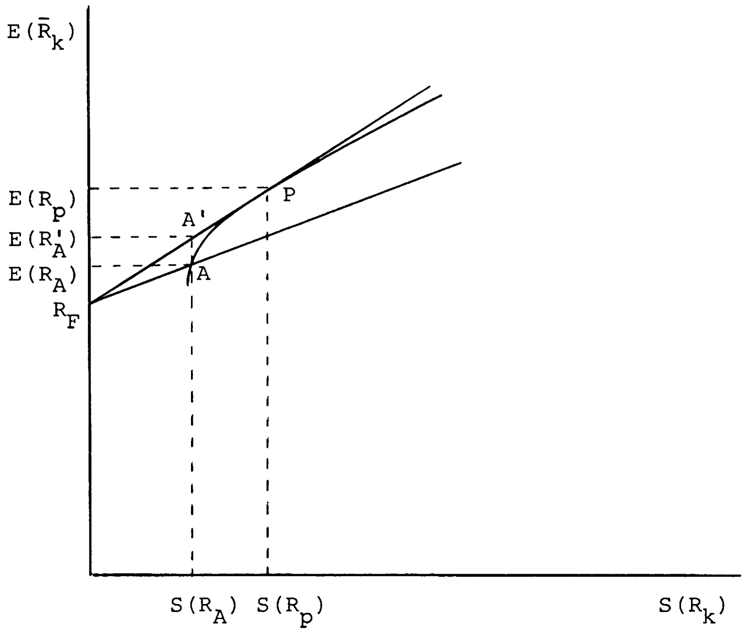


Abb. 16: Effiziente Anlagemöglichkeiten bei Existenz einer risikolosen Anlage

der sicheren Anlage mit dem effizienten Aktienportefeuille A eine Kombination der sicheren Anlage mit dem effizienten Tangentialportefeuille P, so erhält man Anlegerportefeuilles, die gegenüber allen anderen Kombinationen der risikolosen Anlage mit einem Portefeuille riskanter Wertpapiere bei gegebener Standardabweichung einen höheren Erwartungswert der Anlegerrendite bieten. In Abbildung 16 hat das Portefeuille A' bei gleicher Standardabweichung $S(R_A)$ einen höheren Erwartungswert der Anlegerrendite $E(R_A') > E(R_A)$. Dieser Erwartungswert ließe sich zwar bei entsprechender Verschuldung auch durch eine Kombination der sicheren Anlage mit dem riskanten Aktienportefeuille A erreichen. Dabei müßte aber ein höheres Risiko $S(\bar{R}_k) > S(R_A)$ in Kauf genommen werden. Die

Forts. Fußnote 23)

$$E(\bar{R}_k) = R_F + \frac{E(R_A)-R_F}{S(R_A)} S(\bar{R}_k),$$

wobei $S(\bar{R}_k) < S(R_A)$ eine positive Anlage $x_k \leq \bar{x}_k$ und $S(\bar{R}_k) > S(R_A)$ eine Geldaufnahme impliziert. Die Beziehung gilt auch dann, wenn A eine einzelne Aktie oder eine ineffiziente Aktienmischung charakterisiert.

Gerade durch R_F und P mit der Gleichung

$$(64) \quad E(\bar{R}_k) = R_F + \frac{E(R_p)-R_F}{S(R_p)} S(\bar{R}_k)$$

bildet also den neuen effizienten Rand, die Effizienzgerade der Anlagemöglichkeiten des Anlegers k. Die Effizienzgerade (64) stimmt mit der bereits abgeleiteten Beziehung (49) überein. Letztere geht aber inhaltlich über (49) hinaus, als in (51) das Tangentialportefeuille P durch die Marktdaten quantitativ charakterisiert ist.

2.2. Anforderungen an das Kapitalmarktgleichgewicht

Den Übergang von der Beschreibung des individuellen Dispositionsgleichgewichts eines Anlegers k zum Kapitalmarktgleichgewicht vollzieht Sharpe durch die Einführung zweier Annahmen und die Forderung, daß sich im Kapitalmarktgleichgewicht die Aktienkurse in der Weise eingespielt haben müssen, daß für alle Aktienarten ein Ausgleich von Angebot und Nachfrage erreicht ist. "First, we assume a common pure rate of interest, with all investors able to borrow or lend funds on equal terms. Second, we assume homogeneity of investor expectations."[24)]

Die zweite Annahme der homogenen Anlegererwartungen impliziert dann, wenn die Aktienkurse stets unterschiedslos für alle Anleger gelten, daß sich alle Anleger demselben Rand effizienter Kombinationen riskanter Wertpapiere gegenübersehen. Da für alle Anleger auch derselbe Marktzins R_F gilt, realisieren alle Anleger dieselbe Wertpapierkombination riskanter Anlagen - wenn auch auf unterschiedlichem Niveau. Sieht jeder Anleger vor, den gleichen Teil seiner insgesamt riskant investierten Mittel für den Kauf von Aktien der Gesellschaft i zu verwenden, dann wird am Markt insgesamt gerade dieser Teil der insgesamt riskant investierten Mittel aller Anleger in Aktien der Gesellschaft i angelegt. Für keinen Anleger gibt es Anlaß, die riskanten Aktien in einer abweichenden Kombination zu halten. Andererseits sind, da die Märkte für alle Aktienarten im Kapitalmarktgleichgewicht geräumt sein müssen, die am Markt vorhandenen riskanten Anlagemöglichkeiten vollständig im optimalen Portefeuille riskanter Wertpapiere enthalten. Im Kapitalmarktgleichgewicht muß also die Struktur der individuell optimalen Portefeuilles P für alle Anleger gelten, so daß dieses Portefeuille P als Marktportefeuille

24) Sharpe, W.F., a.a.O., S. 434.

M bezeichnet werden kann.[25)]

Die durch R_F und M gezogene Gerade

$$(65) \quad E(\bar{R}_k) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{S(R_M)} S(\bar{R}_k)$$

bezeichnet Sharpe als Kapitalmarktlinie.

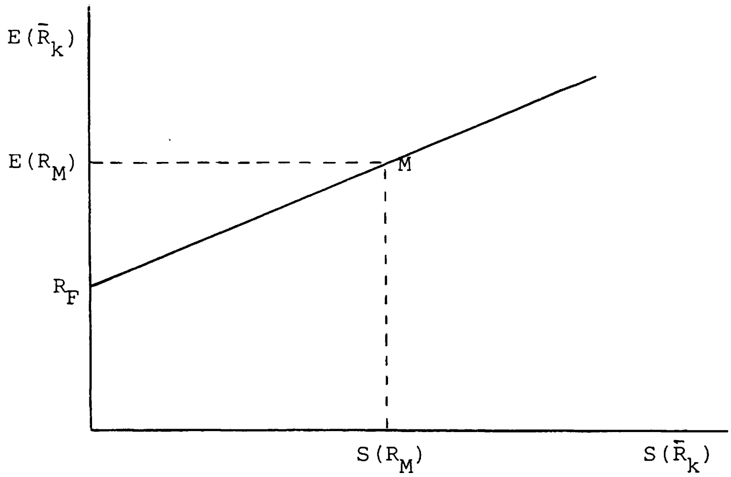


Abb. 17: Die Kapitalmarktlinie

Alle Anleger wählen ihrer individuellen Risikoeinstellung entsprechend einen bestimmten Punkt auf der Kapitalmarktlinie und damit eine bestimmte Kombination der Anlage zum sicheren Zins R_F und der Anlage in das Marktportefeuille M. Die Steigung der Kapitalmarktlinie gibt an, um wieviel Prozent sich der Erwartungswert der Anlegerrendite erhöht (vermindert), wenn eine zusätzliche Risikoeinheit in Kauf genommen (vermieden)

---

25) Ist das Marktportefeuille M das für alle Anleger relevante Tangentialportefeuille, dann halten alle Anleger die am Markt umlaufenden Aktien in derselben Kombination. Sharpe selbst kommt zu dem gegenteiligen Schluß, daß "the theory does not imply that all investors will hold the same combination" (S. 435). Diese Aussage von Sharpe gilt nur, wenn M nicht das einzige effiziente Portefeuille riskanter Aktien ist, weil der effiziente Rand riskanter Anlagen in der Umgebung von M linear verläuft. Wir hatten unterstellt, daß die 'investment opportunity curve' durch einen Hyperbelast beschrieben wird. Der von Sharpe angeführte Fall entfällt dann. Zur Beurteilung vollkommen korrelierter Wertpapierportefeuilles auf dem effizienten Rand riskanter Anlagen vgl. Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments, a.a.O., S. 33.

wird. Die Steigung der Kapitalmarktlinie entspricht somit dem Marktpreis des Risikos.[26)]

Die erste der beiden Annahmen über den im Kapitalmarktgleichgewicht herrschenden Marktzins R_F ist nicht eindeutig und wird in der Literatur unterschiedlich interpretiert. Der Marktzins gilt zwar für alle Anleger in derselben Höhe sowohl für Geldanlage- als auch für Geldaufnahmegeschäfte (sog. Fischer-Fall), Unklarheit besteht aber über die Determinanten der absoluten Höhe dieses Marktzinses.

Fama fordert für das Sharpe-Modell eine Gleichgewichtsbestimmung des Marktzinses: "In addition, the riskless rate R_F must be such that net borrowing in the market is o; that ist, at the rate R_F the total quantity of funds that people want to borrow is equal to the quantity that others want to lend."[27)] Sharpe selbst vertritt ebenfalls diesen Standpunkt in seiner Monographie 'Portfolio Theory and Capital Markets'.[28)] Dagegen geht die Mehrzahl der Autoren bei der Formulierung des Kapitalmarktmodells von einem exogen vorgegebenen Marktzins aus.[29)] "Actually,

---

26) Der Erwartungswert und die Standardabweichung der Rendite des Marktportefeuilles sind gegeben durch

$$E(R_M) = \frac{E(Z_M) - \Sigma\bar{y}_i K_{oi}}{\Sigma\bar{y}_i K_{oi}} \quad \text{und} \quad S(R_M) = \frac{S(Z_M)}{\Sigma\bar{y}_i K_{oi}} .$$

Aus der Beziehung (63), die für den Fall konstanter absoluter Risikoaversion aller Anleger abgeleitet wurde, folgt

$$(1+R_F)\Sigma\bar{y}_i K_{oi} = (1+E(R_M))\ \Sigma\bar{y}_i K_{oi} - \frac{S(Z_M)}{a}\ S(R_M)\ \Sigma\bar{y}_i K_{oi}$$

und somit

$$\frac{E(R_M) - R_F}{S(R_M)} = \frac{S(Z_M)}{a} \quad \text{mit}$$

$S(Z_M)/a$ als Marktpreis des Risikos.

27) Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments, in: Journal of Finance, Bd. 23 (1968), S. 33.

28) Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a. 197o, S. 81. Fama und Sharpe geben keinen Weg an, den Gleichgewichtsmarktzins für risikolose Anlagen analytisch abzuleiten.

29) Vgl. die Annahmen 2 aus dem Katalog von Jensen in A.2; auch die in B.1 vorgenommene Ableitung der Gleichgewichtskurse bei konstanter absoluter Risikoaversion der Anleger geht von einem exogen gegebenen R_F aus.

Lintner and Sharpe assume that supplies of risky securities are fixed, but that there is a riskless security which is supplied perfectly elastically at an exogenously determined interest rate."[3o]

Eine Beantwortung der Frage, welche der beiden Auffassungen mit dem Ansatz des Sharpe-Modells konsistent ist, folgt aus den Implikationen von zwei speziellen Annahmen des Modells für die Bestimmung des Marktgleichgewichts.

1. Die Anleger sind mit einem Anfangsvermögen ausgestattet, dessen Wert nicht erst aus der Gleichgewichtsbestimmung der Aktienkurse folgt.

2. Die Nutzenfunktionen der Anleger sind nicht explizit bekannt. Es wird nur die übliche Annahme getroffen, die partielle Ableitung der Erwartungsnutzenfunktion nach dem Erwartungswert sei positiv, die nach der Standardabweichung negativ.

Die erste Annahme beinhaltet, daß der Sharpe-Ansatz eine 'Emissionsvariante' des Kapitalmarktmodells darstellt. Üblicherweise sind im Kapitalmarktmodell die Anleger mit den am Markt umlaufenden Aktien bereits ausgestattet, so daß ihre Portefeuilledispositionen nur Umschichtungen des vorhandenen Wertpapierbestandes bewirken. Das Sharpe-Modell ist dahingehend zu interpretieren, daß die Anleger die von den Unternehmen in einem exogen vorgegebenen Volumen emittierten Aktien kaufen, so daß der Gleichgewichtskurswert der Aktien die Höhe der Zahlungsmittel bestimmt, die den Gesellschaften von den Aktionären zur Verfügung gestellt wird.[31] Bei einem Ausgleich des Geldangebots und der Geldnachfrage ist das Gleichgewicht am Kapitalmarkt nun dadurch gekennzeichnet, daß das gesamte Vermögen der Anleger (ihr gesamter Zahlungsmittelbestand)

3o) Hart, O.D., On the Existence of Equilibrium in a Securities Model, in: Journal of Economic Theory, Bd. 9 (1974), S. 293, Fußnote 1.

31) Unter den als 'Capital Assets' bezeichneten Aktien kann man sich auch unmittelbar Ansprüche an den Ertrag aus Realinvestitionen vorstellen, wenn für diese Beteiligungen an den Realinvestitionen die üblichen Bedingungen z.B. der beliebigen Teilbarkeit gegeben sind. In keinem Fall stellen 'Capital Assets' bloße Kontrakte dar, durch die sichere Positionen in unsichere Parten zerlegt werden. Darauf hat Sharpe in seiner Erwiderung auf Bierwag und Grove hingewiesen. Vgl. Bierwag, G.O. und Grove, M.A., On Capital Assets Prices: Comment, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 89 - 93, Sharpe, W.F., Reply, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 94 - 95. Darauf, daß im Emissionsmodell die zukünftigen Marktwerte sinnvollerweise in Abhängigkeit vom Gleichgewichtsmarktwert zu betrachten sind, haben wir bereits oben (Vgl. B.1.1.) hingewiesen. Für den hier zu untersuchenden Sachverhalt können wir dieses Argument vernachlässigen.

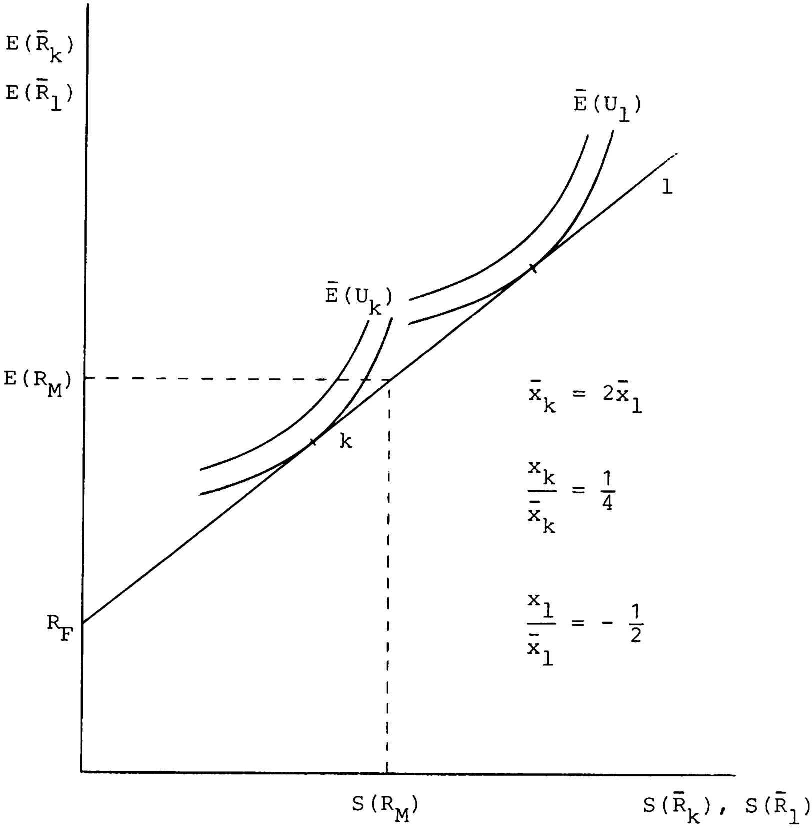


Abb. 18: Kapitalmarkt- und Geldmarktgleichgewicht bei zwei Anlegern

für den Kauf der Aktien verwendet wird. Der einzelne Anleger kann zwar einen Teil seines Zahlungsmittelbestandes zum Marktzins R_F anlegen. Dadurch müssen aber andere Anleger, die sich in Höhe dieses Betrages verschulden, entsprechend mehr am Aktienmarkt investieren. Nehmen wir der Einfachheit halber an, am Markt gebe es nur zwei Anleger. Der Marktzins R_F ist dann in jener Höhe festzustellen, bei der die gewünschte Geldanlage des einen der gewünschten Geldaufnahme des anderen Anlegers betragsmäßig entspricht.[32] In Abbildung 18 ist eine solche Situation für die Anleger k und l dargestellt, die der Forderung von Fama und Sharpe nach einer Nettoverschuldung am Markt von Null entspricht.

Die optimale Kombination der Anlage zum Marktzins R_F mit dem Portefeuille riskanter Anlagen M läßt sich nur dann bestimmen, wenn der genaue Verlauf der Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens für beide Anleger angegeben werden kann, so daß x_k und x_l berechnet werden können. Die zweite Annahme besagte aber gerade, daß das Anlegerverhalten nur insoweit bekannt ist, als die Anleger grundsätzlich risikoavers sind und ihre Portefeuilledispositionen nach dem Mittelwert und der Streuung möglicher Portefeuilleergebnisse treffen.

Die Forderung von Sharpe und Fama nach einem im Kapitalmarktgleichgewicht ausgeglichenen Geldmarkt ist zwar berechtigt, läßt sich aber innerhalb der Modellprämissen nicht in eine Bedingung zur endogenen Bestimmung des Marktzinses umsetzen. Sind die Risikonutzenfunktionen der Anleger nicht explizit bekannt, dann ist R_F dem Kapitalmarktmodell von Sharpe exogen vorzugeben. Erst mit der Festsetzung des Marktzinses R_F ist die Steigung der Kapitalmarktlinie, also der Marktpreis des Risikos, bestimmt.

2.3. Die Ertrags-Risiko-Beziehung der Wertpapierrenditen im Kapitalmarktgleichgewicht

Zur Berechnung des Erwartungswertes und der Standardabweichung der Aktienrenditen im Kapitalmarktgleichgewicht und somit indirekt zur Bestimmung der Gleichgewichtskurse der Aktien studiert Sharpe mögliche Kombinationen einer Investition der Anlegermittel in die Aktien einer Gesellschaft i und in das Marktportefeuille M, das die Aktien aller Gesellschaften und damit die Aktien der Gesellschaft i in einem bestimmten Verhältnis enthält. Die Kurve iMi' zeigt die Erwartungswerte und

32) Dabei ist der Fall, daß zum Marktzins R_F keinerlei Geldmarktgeschäfte getätigt werden, nicht ausgeschlossen.

Standardabweichungen von Portefeuillerenditen, die aus alternativen Mischungen der Aktie i mit dem Marktportefeuille M resultieren.

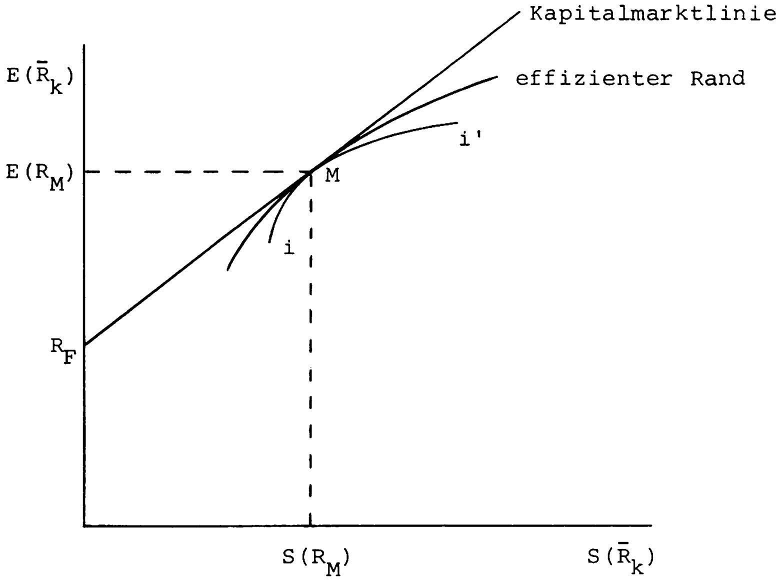


Abb. 19: Skizze zum Gleichgewichtskriterium im Kapitalmarktansatz von Sharpe

Bezeichnet man mit y_i den in die Aktien der Gesellschaft i investierten Anteil des Vermögens $\bar{x}_k$ und mit $(1 - y_i)$ den in das Marktportefeuille investierten verbleibenden Anteil, so läßt sich die Rendite der riskant investierten Anlegermittel als Funktion von y_i angeben.

$$\bar{R}_k = y_i R_i + (1-y_i)\ R_M$$

Ein Wert von $y_i = 1$ zeigt die ausschließliche Investition der Mittel in das Wertpapier i an. Die ausschließliche Anlage in das Wertpapier i ist gegenüber einer Realisation eines Portefeuilles auf dem darüber liegenden effizienten Rand riskanter Aktienmischungen, der 'investment opportunity curve', natürlich nicht vorteilhaft. Bei gleicher Standardabweichung läßt sich bei der Wahl eines effizienten Portefeuilles ein höherer Erwartungswert der Rendite erreichen. Ein Wert von $y_i < o$ bedeutet, daß das Anlegerportefeuille gegenüber dem Marktportefeuille M einen geringeren Bestand an Wertpapieren der Gesellschaft i enthält, so daß das Anlegerportefeuille wegen der geringeren Diversifikation der Anlagen ebenfalls unter dem effizienten Rand riskanter Aktienmischungen liegt. Da alle Werte von y_i zu zulässigen Portefeuilles führen und unter diesen Kombinationen das Marktportefeuille selbst erscheint ($y_i = o$), muß die iMi'-Kurve den effizienten Rand riskanter Aktienmischungen im Punkt M von unten tangieren. Im Punkt M ist aber die Steigung des effizienten Randes riskanter Aktienmischungen gerade gleich der Steigung der Kapitalmarktlinie. Die Bedingung

$$\left.\frac{dE(\bar{R}_k)}{dS(\bar{R}_k)}\right|_{y_i = o} = \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)},$$

wonach bei Realisierung des Marktportefeuilles die Steigung der iMi'-Kurve mit der Steigung der Kapitalmarktlinie übereinstimmt, ist die von Sharpe verwendete Bedingung zur Ableitung des Ertrags-Risikozusammenhangs der Wertpapierrendite im Kapitalmarktgleichgewicht. Die Steigung der iMi'-Kurve entwickelt man aus der Ableitung des Erwartungswertes und der Standardabweichung der Rendite des beschriebenen Portefeuilles nach y_i. Wegen

$$E(\bar{R}_k) = y_i E(R_i) + (1-y_i)E(R_M)$$

verändert sich der Erwartungswert der Rendite bei einer Variation von y_i um

$$\frac{dE(\bar{R}_k)}{d\,y_i} = E(R_i) - E(R_M)$$

und wegen

$$S(\bar{R}_k) = \left\{ y_i^2 Var(R_i) + (1-y_i)^2 Var(R_M) + 2y_i(1-y_i)Cov(R_i,R_M) \right\}^{1/2}$$

beträgt die Veränderung der Standardabweichung

$$\frac{dS(\bar{R}_k)}{d\,y_i} = \left\{ y_i Var(R_i) - (1-y_i)Var(R_M) + (1-2y_i)Cov(R_i,R_M) \right\} / S(\bar{R}_k).$$

Nun betrachtet man die Steigung der iMi'-Kurve

$$\frac{dE(\bar{R}_k)}{dS(\bar{R}_k)} = \frac{dE(\bar{R}_k)}{d\,y_i}\,\frac{d\,y_i}{dS(\bar{R}_k)}$$

an der Stelle $y_i = o$, dem Tangentialpunkt M, und erhält[33)]

$$\left.\frac{dE(\bar{R}_k)}{dS(\bar{R}_k)}\right|_{y_i = o} = \frac{E(R_M)-E(R_i)}{S(R_M)-\frac{Cov(R_i,R_M)}{S(R_M)}}$$

Da die Steigung der iMi'-Kurve in M gerade gleich der Steigung der Kapitalmarktlinie ist, ergibt sich aus

$$\frac{E(R_M) - E(R_i)}{S(R_M) - \frac{Cov(R_i,R_M)}{S(R_M)}} = \frac{E(R_M) - R_F}{S(R_M)}$$

die 'risk-return'-Beziehung (66) von Sharpe.[34)]

$$(66) \quad E(R_i) = R_F + (E(R_M) - R_F) \frac{Cov(R_i,R_M)}{Var\ (R_M)}$$

---

33)

$$\left.\frac{dS(R_k)}{d\ y_i}\right|_{y_i = o} = -\ S(R_M) + \frac{Cov(R_i,R_M)}{S(R_M)}$$

34) Sharpe formuliert (66) in seiner Fußnote 22, S. 438 als

$$\frac{\rho_{iM}S(R_i)}{S(R_M)} = -\ \frac{R_F}{E(R_M)-R_F} + \frac{1}{E(R_M)-R_F}\ E(R_i)$$

mit $\rho_{iM} = Cov(R_i,R_M)/S(R_i)S(R_M)$ als Korrelation des Wertpapiers i mit dem Marktportefeuille

und $E(R_M)-R_F$ als Risikoprämie des Marktportefeuilles.

In der Literatur findet man (66) auch in der Form

$$E(R_i) = R_F + \frac{E(R_M)-R_F}{Var(R_M)}\ Cov(R_i,R_M).$$

Dann wird der Ausdruck $(E(R_M) - R_F)/Var(R_M)$ als Marktpreis des Risikos bezeichnet. Vgl. Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments, in: Journal of Finance, Bd. 23 (1968), S. 35: "The market price per unit of risk", Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a. 197o, S. 9o: "Price of risk reduction for securities". Jensen, M.C., The Foundations and Current State of Capital Market Theory, in: Jensen, M.C. (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York-Washington-London 1972, S. 5. Der lineare Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert der Rendite $E(R_i)$ und der Kovarianz mit der Rendite des Marktportefeuilles $Cov(R_i,R_M)$ wird durch die Wertpapiermarktlinie

2.4. Interpretation des systematischen Risikos aus dem Marktmodell

Die auf die Varianz der Rendite des Marktportefeuilles $Var(R_M)$ bezogene Kovarianz der Rendite der Aktie i mit dem Marktportefeuille $Cov(R_i,R_M)$ wird in der Literatur als der Beta-Wert β_i (market responsiveness bzw. volatility) der Aktie i bezeichnet.[35] "That is, beta measures the relationship between the expected rate of return on the i^{th} security and on the market portfolio. The extend of this co-movement, as indexed by β_i, a normalized covariance term, represents the systematic or nondiversifiable risk of the i^{th} security."[36] "Stocks with high beta values should have high returns on the average; they may be said to be in a high risk-return class. On the other hand, stocks with low beta values should have low returns on the average; they may be said to be in a low risk-return class."[37]

In der bisher verwendeten Terminologie gibt der Beta-Wert β_i das Verhältnis des systematischen Risikos einer Aktie zum Marktrisiko an.

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i,R_M)}{Var\ (R_M)} = \frac{\rho_{iM}\ S(R_i)}{S(R_M)}$$

Zwischen dem systematischen Risiko einer Aktie und ihrem Beta-Wert besteht also ein enger Zusammenhang. Die Interpretation des Beta-Wertes

---

Forts. Fußnote 34)

(security market line) abgebildet. Vgl. Haley, C.W. und Schall, L.D., The Theory of Financial Decisions, New York e.a. 1973, S. 145. Haugen, R.A. und Pappas, J.L., Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments and the Question of Optimal Capital Structure, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 946 geben eine grafische Version der Beziehung (66) mit Hilfe sog. Isokorrelationsstrahlen, wobei für $\rho_{iM} = 1$ der Isokorrelationsstrahl mit der Kapitalmarktlinie zusammenfällt. Daher kann man die 'security market line' auch als Verallgemeinerung des Konzepts der 'Capital market line' auffassen. Vgl. Jacob, N.L., The Measurement of Systematic Risk for Securities and Portfolio: Some Emperical Results, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 817.

35) Zur Interpretation des Beta-Wertes vgl. Babcock, G.C., A Note on Justifying Beta as a Measure of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 699 ff..

36) Robichek, A.A. und Cohn, R.A., The Economic Determinants of Systematic Risk, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 44o.

37) Sharpe, W.F. und Cooper, G.M., Risk-Return Classes of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931 - 1967, in: Financial Analysts Journal, Bd. 28 (1972), No. 2, S. 49.

folgt aus der Betrachtung des sog. Marktmodells.[38] Das Marktmodell

(67) $R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$

postuliert, daß sich jeder realisierte Wert der Zufallsvariablen R_i, nämlich die aktuelle Rendite der Aktie i, aus einer deterministischen Komponente und der zufälligen Realisation einer Störvariablen erklären läßt. Die deterministische Komponente $\alpha_i + \beta_i R_M$ ist von der aktuell geltenden Rendite des Marktportefeuilles R_M abhängig. Der deterministische Zusammenhang wird von einer Zufallsgröße, nämlich der Störvariablen, überlagert, so daß auch R_i eine Zufallsvariable ist.

Man könnte nun gewisse Annahmen formulieren, die die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Störvariablen charakterisieren, um dann aus den Parametern dieser Verteilung auf die Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilung von R_i zu schließen. Tatsächlich bietet sich für das Marktmodell der umgekehrte Weg an, aus der Annahme, die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung der Rendite der Aktie i und der Rendite des Marktportefeuilles sei zweidimensional normal verteilt, auf die Parameter der Verteilung der Störvariablen zu schließen. Diese Vorgehensweise hat den Vorzug, daß keine neue Annahme eingeführt werden muß, weil die Annahme normal verteilter Aktienkurse im Zusammenhang mit dem Portefeuillemodell der Wertpapieranlage impliziert, daß R_i und R_M zweidimensional normal verteilt sind.

Unterstellt man, daß R_i und R_M zweidimensional normal verteilt sind, dann ist der bedingte Erwartungswert - die Regression - $E(R_i/R_M)$ eine lineare Funktion der vorgegebenen Rendite R_M

(68) $$E(R_i/R_M) = \alpha_i + \beta_i R_M = E(R_i) + \rho_{iM} \frac{S(R_i)}{S(R_M)} (R_M - E(R_M))$$

und die bedingte Varianz $Var(R_i/R_M)$ von R_M unabhängig und gegeben durch

(69) $$Var(R_i/R_M) = (1 - \rho_{iM}^2) Var(R_i).$$ [39]

Die durch die Regression von R_i bezüglich R_M definierte Gerade bezeichnet man als Regressionsgerade, ihre Steigung $\beta_i = Cov(R_i, R_M)/Var(R_M) =$

38) Vgl. Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments, a.a.O., S. 37 sowie Fama, E.F., Foundations of Finance, a.a.O., S. 66 ff..

39) Vgl. Kreyszig, E., Statistische Methoden und ihre Anwendungen, 3. Aufl., Göttingen 1968, S. 315.

$= \rho_{iM} S(R_i)/S(R_M)$ als den Regressionskoeffizienten von R_i bezüglich R_M und $\alpha_i = E(R_i) - \beta_i E(R_M)$ als das Absolutglied der Regressionsgeraden.

Da die bedingte Varianz $Var(R_i/R_M)$ vom aktuellen Wert der Rendite des Marktportefeuilles unabhängig ist, ist die Abweichung e_i der Rendite R_i von ihrem bedingten Erwartungswert $E(R_i/R_M)$ normal verteilt mit dem Mittelwert

$$
\begin{aligned}
E(e_i/R_M) &= E(R_i - \alpha_i - \beta_i R_M \;/\; R_M) \\
&= E(R_i/R_M) - (\alpha_i + \beta_i R_M) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

und der Varianz

$$
\begin{aligned}
Var(e_i/R_M) &= Var(R_i - \alpha_i - \beta_i R_M \;/\; R_M) \\
&= Var(R_i/R_M) \\
&= (1 - \rho_{iM}^2) Var(R_i)
\end{aligned}
$$

Unterstellt man nun erstens, daß R_M tatsächlich die Rendite des Marktportefeuilles bezeichnet,[4o] und zweitens, daß wegen der Existenz einer risikolosen Anlagemöglichkeit im Kapitalmarktgleichgewicht die 'risk-return'-Beziehung (66) gilt, dann muß das Absolutglied α_i den Wert $\alpha_i = (1 - \beta_i) R_F$ haben,[41] so daß die Rendite der Aktie i durch

$$
\begin{aligned}
(7o) \quad R_i &= (1 - \beta_i) R_F + \beta_i R_M + e_i \\
&= R_F + (R_M - R_F) \beta_i + e_i
\end{aligned}
$$

beschrieben wird.

Der Erwartungswert der Rendite des Wertpapiers i ist

$$(66) \quad E(R_i) = R_F + (E(R_M) - R_F) \beta_i,$$

4o) Bei der Ableitung der bedingten Erwartungswerte und Varianzen wurde ja nur vorausgesetzt, daß R_i und R_M zweidimensional normal verteilt sind.

41) Aus $\alpha_i = E(R_i) - \beta_i E(R_M) = (1 - \beta_i) R_F$ folgt (66).

so daß also $E(e_i) = 0$ ist. Die Kovarianz der Rendite des Wertpapiers i mit der Rendite des Marktportefeuilles ist

$$\begin{aligned} Cov(R_i,R_M) &= Cov(R_F + (R_M - R_F)\beta_i + e_i,R_M) \\ &= \beta_i Var(R_M) + Cov(e_i,R_M) \\ &= Cov(R_i,R_M) + Cov(e_i,R_M), \end{aligned}$$

so daß $Cov(e_i,R_M) = 0$ ist. Schließlich ist die Varianz der Rendite des Wertpapiers i gegeben durch

$$\begin{aligned} Var(R_i) &= Cov(R_F + (R_M - R_F)\beta_i + e_i,\ R_F + (R_M - R_F)\beta_i + e_i) \\ &= \beta_i^2 Var(R_M) + 2\beta_i Cov(e_i,R_M) + Var(e_i) \\ &= \beta_i^2 Var(R_M) + Var(e_i) \end{aligned}$$

und wegen $\beta_i = \rho_{iM} S(R_i)/S(R_M)$ durch

$$Var(R_i) = \rho_{iM}{}^2 Var(R_i) + Var(e_i),$$

so daß also die Varianz der Störvariablen

$$Var(e_i) = (1 - \rho_{iM}{}^2) Var(R_i)$$

ist. Aus der letzten Beziehung kann man nun den Begriff des systematischen Risikos weiter interpretieren. Bezeichnet man nämlich die Differenz zwischen dem isoliert betrachteten Risiko der Rendite des Wertpapiers i und dem systematischen Risiko dieses Wertpapiers als unsystematisches Risiko,[42] so daß man also von der Zerlegung

$$S(R_i) = \rho_{iM} S(R_i) + (1 - \rho_{iM}) S(R_i)$$

ausgeht,[43] und stellt dieser Zerlegung ihr Quadrat

---

42) Synonym werden die Begriffe 'unsystematic risk', 'residual risk' und 'specific risk' verwendet. Bezeichnet man das unsystematische Risiko wie etwa Rubinstein, E.E., A Mean-Variance-Synthesis of Corporate Financial Theory, in: Journal of Finance, Bd. 28(1973), S. 17o als 'nondiversifiable risk', dann wird der Diversifikationsbeitrag der Einzelpositionen besonders herausgestellt.

43) "Thus we are led to distinguish between a security's 'unsystematic'

$$Var(R_i) = \rho_{iM}^2 Var(R_i) + Var(e_i)$$

gegenüber, so wird deutlich, daß das im Kapitalmarktmodell bewertete Kovarianzrisiko jener Teil des isoliert betrachteten Risikos ist, der nicht auf die Existenz der Störvariablen zurückzuführen ist, sondern durch den Regressionszusammenhang erklärt wird.[44] "The reason why only the systematic risk is compensated by appropriately higher expected return is that the systematic risk cannot be reduced by diversification, while the specific risk generally can."[45]

Ist die Rendite des Wertpapiers i mit der Rendite des Marktportefeuilles vollständig korreliert ($\rho_{iM} = 1$), dann ist $Var(e_i) = 0$ und in die Bewertung des Kapitalmarktmodells geht das isoliert betrachtete Risiko $S(R_i)$ ein. Ist die Korrelation mit dem Marktportefeuille dagegen Null, weil die Aktienrendite und die Rendite des Marktportefeuilles unabhängige Zufallsgrößen sind, so ist die Varianz der Rendite des Wertpapiers i ganz auf die Varianz der Störvariablen zurückzuführen. In die Bewertung des Kapitalmarktmodells geht diese Varianz nicht ein, so daß dem Wertpapier im Portefeuillezusammenhang kein Risiko zukommt und die erwartete Gleichgewichtsrendite mit dem Marktzins übereinstimmen muß.

3. Das Kapitalmarktmodell von Lintner

3.1. Die Struktur des optimalen Aktienportefeuilles der Anleger

Lintner[46] geht bei der Ermittlung des optimalen Wertpapierportefeuilles von drei charakteristischen Größen aus, durch die die Anlagepolitik eines

---

Forts. Fußnote 43)

risk, which can be washed away by mixing the security with other securities in a diversified portfolio, and its 'systematic' risk, which cannot eliminated by diversification." Modigliani, F. und Pogue, G.A., An Introduction to Risk and Return, a.a.O., S. 76.

44) Eine anschauliche grafische Darstellung dieses Zusammenhangs findet man bei Crowell, R.A., Risk Measurement: Five Applications, in: Financial Analysts Journal, Bd. 29 (1973), No. 4, S. 81 ff..

45) Vasicek, O.A. und McQuown, J.A., The Efficient Market Model, in: Financial Analysts Journal, Bd. 28 (1972), No. 5, S. 8o.

46) Lintner, J., The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 47 (1965), S. 13 - 37; Lintner, J., Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 587 - 615.

individuellen Anlegers vollständig beschrieben werden kann.

(1) Die zum Aktienkauf insgesamt verwendeten finanziellen Mittel.

(2) Der Anteil dieser Mittel, der jeweils zum Erwerb von Aktien bestimmter Gesellschaften verwendet wird.

(3) Der Betrag, der zum exogen gegebenen Marktzins aufgenommen oder angelegt wird.

Bezeichnet man das Verhältnis der zum Aktienkauf verwendeten Gesamtmittel (1) zum gegebenen Vermögen des Anlegers, das betragsmäßig der Summe von (1) und (3) entspricht, mit w, so ist (1 - w) das Verhältnis des zum Marktzins R_F aufgenommenen oder angelegten Betrages zum Vermögen des Anlegers (1) + (3). Die Rendite des Aktienportefeuilles, dessen Struktur durch (2) beschrieben ist, sei R_P, so daß der Erwartungswert und die Varianz der Vermögensrendite des Anlegers davon abhängig sind, welcher Teil des Vermögens zum Erwerb riskanter Aktien verwendet wird.

$$E(\bar{R}) = (1-w)R_F + wE(R_P)$$

$$= R_F + w(E(R_P)-R_F)$$

und $Var(\bar{R}) = w^2 Var(R_P)$

Zwischen dem Erwartungswert $E(\bar{R})$ und der Varianz der Anlegerrendite $Var(\bar{R})$ besteht also über die Variation von w ein mittelbarer Zusammenhang. Eliminiert man w aus den beiden Beziehungen für den Erwartungswert und die Varianz der Anlegerrendite, so erhält man wie im Sharpe-Modell einen unmittelbaren, linearen Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert $E(\bar{R})$ und der Standardabweichung $S(\bar{R})$ der Vermögensrendite des Anlegers.

$$E(\bar{R}) = R_F + \theta S(\bar{R})$$

mit

$$\theta = \frac{E(R_P) - R_F}{S(R_P)}$$

Der Anleger strebt nun für alternativ vorgegebene Standardabweichungen der Vermögensrendite $S(\bar{R})$ einen möglichst hohen Erwartungswert $E(\bar{R})$ an. Dies gelingt ihm (gleichgültig, welche Standardabweichung $S(\bar{R})$ er aufgrund seiner speziellen Risikopräferenzen hinnehmen will), wenn er den riskant angelegten Teil seines Vermögens in das Portefeuille mit dem höchsten θ-Wert, der sich am Markt realisieren läßt, investiert. Die Maximierung von θ ist nach Lintner also die notwendige Voraussetzung zur Maximierung des Erwartungsnutzens risikoscheuer Anleger. Die Maximierung von θ besagt, daß das optimale Aktienportefeuille gerade jenes ist, bei dem die auf die Standardabweichung bezogene Risikoprämie der Portefeuillerendite am höchsten ist. Abbildung 2o verdeutlicht, daß - wie im Sharpe-Modell - das optimale Portefeuille riskanter Anlagen gerade das Tangentialportefeuille ist, das man erhält, wenn man von R_F aus die Tangente an den effizienten Rand riskanter Wertpapierkombinationen legt.

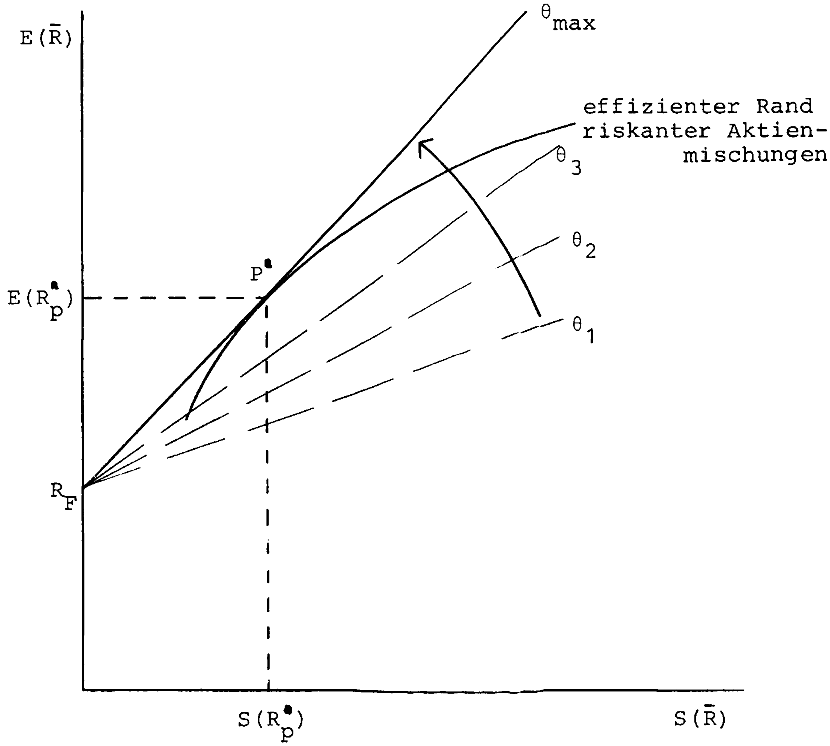


Abb. 2o: Bestimmung des Tangentialportefeuilles im Ansatz von Lintner

Bezeichnet X_i den vom Anleger in das Wertpapier i investierten Anteil des Gesamtbetrages der Anlagen in riskante Aktien, so ist das Maximum von

$$(71) \quad \theta = \frac{\Sigma X_i (E(R_i) - R_F)}{(\Sigma\Sigma X_i X_j Cov(R_i,R_j))^{1/2}}$$

zu bestimmen.[47] Die partiellen Ableitungen von θ nach den Entscheidungsvariablen X_i führen auf die N Gleichungen[48]

$$(72) \quad \frac{\partial\theta}{\partial X_i} = \frac{1}{Var(R_P^+)} \left\{ (E(R_i)-R_F)S(R_P^+) - \frac{E(R_P^+)-R_F}{S(R_P^+)} \sum_j X_j Cov(R_i,R_j) \right. \quad .$$

Setzt man die Ableitungen gleich Null, so erhält man

$$E(R_i) - R_F = \frac{E(R_P^+)-R_F}{Var(R_P^+)} \sum_j X_j Cov(R_i,R_j) \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

und wegen

$$\Sigma X_j Cov(R_i,R_j) = Cov(R_i,\Sigma R_j) = Cov(R_i,R_P)$$

$$E(R_i) - R_F = \frac{E(R_P^+)-R_F}{Var(R_P^+)} Cov(R_i,R_P^+)$$

---

47) In (71) erscheint im Zähler der Ausdruck $\Sigma X_i(E(R_i)-R_F)$ statt $\Sigma X_i E(R_i)-R_F$. Damit wird zum Ausdruck gebracht, daß die Summe der Anteile X_i gerade 1 sein muß. Würde im Zähler von (71) der Ausdruck $\Sigma X_i E(R_i)-R_F$ stehen, so müßte die Bedingung $\Sigma X_i=1$ durch eine Nebenbedingung berücksichtigt werden. Es läßt sich zeigen, daß der Lagrangefaktor der Nebenbedingung im Optimum gerade den Wert R_F hat, so daß die Maximierung von (71) zu denselben Bedingungen führt wie die Ableitung von

$$L = \frac{\Sigma X_i E(R_i) - R_F}{(\Sigma\Sigma X_i X_j Cov(R_i,R_j))^{1/2}} + \lambda(1 - \Sigma X_i)$$

nach X_i.

48) Bei Lintner, J., The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, a.a.O., S. 2o, Gleichung (1o) und (11) bzw. Lintner, J., Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification, a.a.O., S. 596, Gleichung (9) und (1o) findet man (72) in der Form

$$\frac{\partial\theta}{\partial X_i} = \frac{1}{S(R_P)} \left\{ E(R_i) - R_F - \frac{E(R_P)-R_F}{Var(R_P)} (X_i Var(R_i) + \sum_{j\neq i} X_j Cov(R_i,R_j) \right\} ,$$

wobei die Bezeichnungen dieser Arbeit beibehalten wurden.

Bei homogenen Erwartungen und einer für alle Anleger identischen Rendite für risikolose Anlagen wählen alle Anleger - auch bei individuell unterschiedlicher Risikoaversion - dasselbe optimale Portefeuille riskanter Aktien P^+, so daß sich im Kapitalmarktgleichgewicht R_P^+ durch R_M, die Rendite des Marktportefeuilles, ersetzen läßt und somit aus (72) unmittelbar das im Rahmen des Sharpe-Modells diskutierte Ergebnis folgt.[49)]

Das Modell von Lintner bedarf noch in zwei Punkten der Erläuterung. Zum einen ist in der Literatur die grundsätzliche Vorgehensweise Lintners bei der Ermittlung des optimalen Aktienportefeuilles, nämlich die Maximierung von θ kritisiert worden. Zum anderen gelangt Lintner bei der Interpretation seines Ergebnisses (72) zu der Feststellung, daß die Risikoprämie einer Aktie $E(R_i)-R_F$ wesentlich vom unsystematischen Risiko der Aktie abhängt, also gerade nicht ausschließlich durch das systematische Risiko bestimmt wird, wie dies als Ergebnis des Sharpe-Modells festgehalten wurde.

3.1.1. Die vollständige Korrelation erwartungsnutzenmaximaler Anlegerportefeuilles mit dem optimalen Aktienportefeuille

Ebel geht bei seiner Darstellung und Kritik des Kapitalmarktmodells von Lintner davon aus, daß Lintner θ als Präferenzfunktion auffaßt,[5o)] und zeigt, daß der Verlauf dieser Präferenzfunktion unplausibel, zumindest aber sehr speziell ist, so daß dem von Lintner abgeleiteten Ergebnis keine große Realitätsnähe zukommt.[51)] Weiter stellt Ebel fest, daß die

---

49) Zum Vergleich der Kapitalmarktmodelle von Sharpe und Lintner vgl. insbesondere Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments, in: Journal of Finance, Bd. 23 (1968), S. 29 ff..

5o) Vgl. die ausführliche Begründung dieser Auffassung und Belegung aus Textstellen des Ansatzes von Lintner bei Ebel, J., Portefeuilleanalyse: Entscheidungskriterien und Gleichgewichtsprobleme, Köln-Berlin-Bonn-München 1971, S. 137 ff.. Die Auffassung von Ebel wird - ohne weitere Begründung auch von Neukirchen, K., Die Berücksichtigung der Beteiligungsfinanzierung in Investitionsmodellen von Publikums-Aktiengesellschaften auf der Grundlage einer Theorie der Eigenkapitalattraktivität, Diss. Bonn 1973, S. 76, geteilt.

51) Zur Diskussion dieser Präferenzfunktion vgl. Roy, A.D., Safety-First and the Holding of Assets, in: Econometrica, Bd. 2o (1952), S. 431 ff. und Schneeweiß, H., Entscheidungskriterien bei Risiko, Berlin-Heidelberg-New York 1967, S. 155 ff.. Zur Charakterisierung der optimalen Anlagepolitik bei Existenz und bei Nichtexistenz einer risikolosen Anlagemöglichkeit vgl. Pyle, D.H. und Turnovsky, S.J., Safety-First and Expected Utility Maximization in Mean-Standard Deviation Portfolio Analysis, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 52 (197o), S. 75 ff..

Maximierung von θ zwar effiziente $(\mu\text{-}\sigma)$-Kombinationen erzeugt, "es gilt aber keineswegs umgekehrt, daß unter den gleichen Annahmen jede effiziente Kombination den erwarteten Nutzen maximiert - auch unter der Annahme der Normalverteilung nicht."[52] Ebel begründet seine Kritik mit dem Hinweis auf die Gleichgewichtsbedingung, die für alle effizienten $(\mu\text{-}\sigma)$-Kombinationen gültig ist.[53]

Es läßt sich zeigen, daß diese Eigenschaft der Lösung von Lintner (die Realisierung effizienter $(\mu\text{-}\sigma)$-Kombinationen impliziert bei Existenz einer risikolosen Anlagemöglichkeit (72) als Bedingung für die optimalen Anteile einzelner Aktienarten am Aktienportefeuille) nicht aus dem speziellen Maximierungskriterium Lintners folgt, sondern eine generelle Eigenschaft des Kapitalmarktmodells darstellt, die in anderer Formulierung bereits als Separationstheorem abgeleitet wurde. Die Kritik wird nämlich hinfällig, wenn man die Maximierung von θ als notwendige Voraussetzung zur Maximierung des Erwartungsnutzens risikoscheuer Anleger auffaßt[54] und zeigen kann, daß das optimale Aktienportefeuille P^+ in (72) tatsächlich das in Abbildung 2o angedeutete Tangentialportefeuille ist.

Im Abschnitt 3.3.1. des ersten Kapitels hatten wir den optimalen Aktienbestand eines Anlegers mit einem Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ unter der Voraussetzung ermittelt, daß der Anleger einen bestimmten Erwartungswert des Endvermögens $\bar{\mu}$ erreichen möchte.

$$(45)\quad y_i = \frac{\bar{\mu} - (1+R_F)\bar{W}_o}{\bar{\sigma}(A-2(1+R_F)B+(1+R_F)^2C)} \sum_j (\mu_j-(1+R_F)K_{oj})\sigma^{ij}$$

Multipliziert man den optimalen Aktienbestand y_i mit dem Kurs dieser Aktie und addiert die zum Aktienkauf verwendeten Mittel über alle Aktienarten, so erhält man die insgesamt in riskante Aktien investierten Mittel $\Sigma y_i K_{oi}$ in Abhängigkeit von $\bar{\mu}$ und $\bar{W}_o$. Der Anteil der vom Anleger

52) Ebel, J., a.a.O., S. 141.

53) Ebel, J., a.a.O., S. 138 f., vgl. Gleichung (61) und (194).

54) Stone, B.K., Risk, Return, and Equilibrium, a.a.O., S. 12o, Fußnote 31, interpretiert Lintner in der Weise, daß die Maximierung von θ der Maximierung einer allgemeinen Präferenzfunktion äquivalent sein soll, und beweist, daß dies in der Tat nicht gilt. Lintner faßt aber die Maximierung von θ als Vorstufe zur Maximierung der Präferenzfunktion auf. Vgl. Lintner, J., The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, a.a.O., Appendix, Note I, S. 35. Zur Herleitung der Gleichgewichtsbeziehungen wird vom Ansatz einer Präferenzfunktion kein Gebrauch gemacht.

insgesamt riskant investierten Mittel, der zum Kauf von Aktien der Gesellschaft i verwendet wird, läßt sich dann berechnen als

$$X_i = \frac{y_i K_{oi}}{\Sigma y_i K_{oi}} = \frac{K_{oi} \sum_j (\mu_j - (1+R_F) K_{oj}) \sigma^{ij}}{B-(1+R_F)C}$$

und ist somit sowohl von $\bar{W}_o$ als auch von $\bar{\mu}$ unabhängig. Wegen

$$\sum_j X_j \frac{\sigma_{ij}}{K_{oj}} = \frac{\mu_i - (1+R_F) K_{oi}}{B-(1+R_F)C}$$

gilt

$$Cov(R_i, R_P^+) = \frac{E(R_i) - R_F}{B-(1+R_F)C}$$

und wegen $\sum_i X_i = 1$

$$Var(R_P^+) = \frac{E(R_P^+) - R_F}{B-(1+R_F)C}$$

Die Eliminierung von $(B-(1+R_F)C)$ führt dann auf

$$E(R_i) - R_F = \frac{E(R_P^+) - R_F}{Var(R_P^+)} \, Cov(R_i, R_P^+).$$

P^+ ist also das bei homogenen Erwartungen von allen Anlegern realisierte Tangentialportefeuille. Die vom Anleger in das Tangentialportefeuille investierten finanziellen Mittel $\Sigma y_i K_{oi}$ sind bei gegebenen Marktdaten vom Anfangsvermögen $\bar{W}_o$ und der Präferenzfunktion des Anlegers abhängig. Der auf eine Anlage in Aktien der Gesellschaft i entfallende Anteil dieser Mittel ist aber vom Anfangsvermögen des Anlegers und seinen Risikopräferenzen unabhängig.

Somit ist zwar richtig, daß nicht "jede effiziente Kombination den erwarteten Nutzen maximiert", die Verwirklichung jeder erwartungsnutzenmaximalen $(\mu\text{-}\sigma)$-Kombination setzt aber bei risikoaversen Anlegern die Realisierung einer effizienten $(\mu\text{-}\sigma)$-Kombination und diese ihrerseits bei Existenz einer risikolosen Anlagemöglichkeit die Realisierung eines einzigen effizienten, nämlich gerade des optimalen riskanten Aktienportefeuilles P^+ voraus. Das erwartungsnutzenmaximale Anlegerportefeuille enthält das Portefeuille P^+ als riskanten und die Anlage zu R_F als nicht riskanten Teil und ist daher mit P^+ vollkommen positiv korreliert.

Im Marktgleichgewicht bezeichnet man das optimale Aktienportefeuille P^+ als Marktportefeuille M. Alle Portefeuilles, die die Anleger aufgrund ihrer individuellen Risikopräferenzen verwirklichen, sind effizient und daher mit dem Marktportefeuille vollkommen positiv korreliert. "All efficient portfolios plot along the capital market line. This implies that their rates of return will be perfectly correlated with one another. Since the market portfolio is efficient, all efficient portfolios' rates return must be perfectly correlated with R_M."[55)]

Man kann eben diesen Tatbestand auch dadurch zum Ausdruck bringen, daß man effiziente Anlegerportefeuilles als Portefeuilles definiert, die kein unsystematisches Risiko aufweisen.[56)] Das systematische Risiko einer Aktie war ja definiert als $\rho_{iM}S(R_i)$. Entsprechend kann man das systematische Risiko eines Portefeuilles P (P ist ein Anlegerportefeuille und kann riskante Aktien sowie die risikolose Anlage beinhalten) definieren als $\rho_{PM}S(R_P)$, wobei ρ_{PM} die Korrelation des Portefeuilles P mit dem Marktportefeuille M angibt. Ist $S(R_P)$ das Portefeuillerisiko (bzw. die Standardabweichung der Rendite des Anlegervermögens) so wird durch die Differenz $S(R_P)-\rho_{PM}S(R_P) = (1-\rho_{PM})S(R_P)$ das unsystematische Portefeuillerisiko gemessen. Ist das unsystematische Anlegerrisiko Null, dann muß für $S(R_P) > o$ der Korrelationskoeffizient ρ_{PM} gleich eins sein: Das optimale Aktienportefeuille jedes Anlegers ist mit dem Marktportefeuille vollkommen positiv korreliert.

Diese letzte Formulierung der Bedingung für effiziente Anlegerportefeuilles läßt auch unmittelbar den Schluß zu, daß das von Schmidt[57)] aufgezeigte 'Dilemma' der Kapitalmarkttheorie nicht existieren kann. Schmidt behauptet nämlich, daß das Ergebnis des Kapitalmarktmodells eine wichtige Prämisse des Ansatzes aufhebt. "Wenn die Behauptung der Kapitalmarkttheorie zutrifft, daß der 'Risikoertrag pro Risikoeinheit' für alle Aktien gleich ist,[58)] gibt es keine besonders günstigen Kandidaten

---

55) Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a. 197o, S. 97.

56) Vgl. Rubinstein, M.E., A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 17o f..

57) Schmidt, R.H., Empirische Kapitalmarktforschung und Anlageentscheidung, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 132 (1976), S. 669 f..

58) Der Risikoertrag wird von Schmidt verstanden als Risikoprämie einer Aktie $E(R_i)-R_F$. Die Risikoeinheit ist die Kovarianz mit der Rendite des Marktportefeuilles. Im Kapitalmarktgleichgewicht folgt aus (72) für alle Aktien

$$\frac{E(R_i) - R_F}{Cov(R_i,R_M)} = \frac{E(R_j) - R_F}{Cov(R_j,R_M)} = \frac{E(R_M) - R_F}{Var\ (R_M)} .$$

zur Aufnahme in ein Portefeuille. Alle Aktien sind gleich günstig, so daß sich ein Anleger eine gezielte Auswahl ersparen kann. Ebenso wird es überflüssig, durch Einsatz komplizierter Methoden die Zusammensetzung eines optimalen Portefeuilles zu bestimmen. Selbstverständlich bleibt die Notwendigkeit bestehen, durch Anlagestreuung im Portefeuille das unsystematische Risiko zu vernichten. Doch dazu genügt "naive Diversifikation", d.h. die Aufnahme vieler Wertpapiere in das Portefeuille. Die Besonderheit der "Markowitz - Diversifikation" fällt dagegen fort: Man braucht die Risikoverbindung nicht mehr zu beachten.

....Die Geltung des Theorems hebt die Geltung einer wichtigen Annahme auf."[59)]

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, daß sich das unsystematische Portefeuillerisiko durch 'naive' Diversifikation zwar vermindern, aber nicht vernichten läßt. Im Kapitalmarktgleichgewicht braucht der einzelne Anleger nämlich die Risikoverbindungen zwischen den Kursen der am Markt gehandelten Papiere zwar nicht zu beachten, seine Ersatzstrategie muß aber im Ergebnis mit der 'Markowitz - Diversifikation' des Marktes übereinstimmen. Das unsystematische Anlegerrisiko ist dann ausgeschaltet, wenn der Anleger ein effizientes Portefeuille zusammenstellt. Im Kapitalmarktgleichgewicht heißt das, daß er ein Portefeuille bildet, das mit dem Marktportefeuille vollkommen positiv korreliert ist: Jedes optimale Anlegerportefeuille enthält das Marktportefeuille als riskanten und die Anlage (bzw. Verschuldung) zum Marktzins als nicht riskanten Teil.

3.1.2. Das systematische Risiko einer Aktie als Bestimmungsgrund für den Erwartungswert ihrer Gleichgewichtsrendite

Die These Schmidts von der Möglichkeit , durch 'naive' Diversifikation, d.h. durch Aufnahme 'vieler' Aktien in das Anlegerportefeuille, das unsystematische Portefeuillerisiko zu vernichten, wird in der Literatur vielfach geteilt. Es läßt sich zeigen, daß einige Argumente, die zur Stützung dieser These vorgetragen werden, mit den Überlegungen zusammenfallen, die Lintner zu der Schlußfolgerung veranlaßt haben, die Risikoprämie einer Aktie hänge wesentlich von ihrem unsystematischen Risiko ab. Wir verfolgen zunächst den Gedankengang, der zur These von der Effizienz 'naiver' Diversifikation führt und zeigen dann, daß diese These zu einem Widerspruch mit den Ergebnissen des Kapitalmarktmodells führt.

59) Schmidt, R.H., a.a.O., S. 669 f..

Wagner und Lau[6o] haben festgestellt, daß die Standardabweichung der Rendite eines Portefeuilles, in das Aktien nach einem Zufallsmechanismus eingestellt werden,[61] schon bei Aufnahme von zehn bis zwanzig verschiedenen Aktien ganz beträchtlich unter jener Standardabweichung liegt, die bei der Anlage der Mittel in eine einzige Aktienart zu verzeichnen ist. Eine Ausdehnung des Portefeuilles auf 1oo bis 2oo verschiedene Aktien reduziert aber die Standardabweichung der Portefeuillerendite dann nur noch unbeträchtlich. Fisher und Lorie haben gezeigt, daß ein Portefeuille von nur 16 Aktien schon 9o % der maximal erreichbaren Risikenreduktion bietet.[62] Zwischen der Standardabweichung der Portefeuillerendite und der Anzahl der in das Portefeuille aufgenommenen unterschiedlichen Wertpapierarten besteht also der in Abbildung 21 dargestellte typische Zusammenhang.[63]

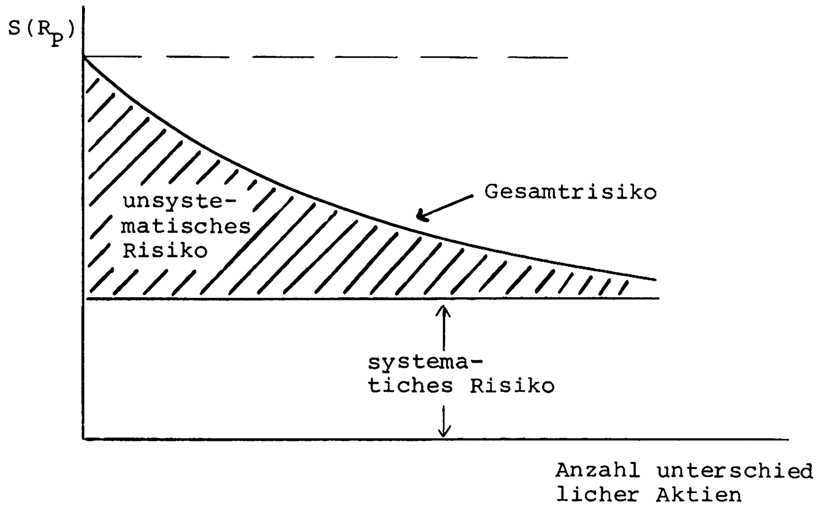


Abb. 21: Verminderung des Portefeuillerisikos durch 'naive' Diversifikation

---

6o) Wagner, W.H. und Lau, S.C., The Effect of Diversification on Risk, in: Financial Analysts Journal, Bd. 27 (1971), No. 6, S. 48 ff.; vgl. auch Crowell, R.A., Risk Measurement: Five Applications, in: Financial Analysts Journal, Bd. 29 (1973), No. 4, S. 81 ff..

61) Die zufällige Auswahl der in das Portefeuille aufzunehmenden Aktien entspricht der Idee einer 'naiven' Diversifikation.

62) Fisher, L. und Lorie, J.H., Some Studies of Variability of Returns on Investments in Common Stocks, in: Journal of Business, Bd. 43 (197o), S. 115 ff..

63) Vgl. Pogue, G.A. und Lall, K., Corporate Finance: An Overview, in: Sloan Management Review, Bd. 15 (1974), No. 3, S. 24. Eine ähnliche Darstellung findet man bei Sharpe, W.F., Risk Market Sensitivity and Diversification, in: Financial Analysts Journal, Bd. 28 (1972), No. 1, S. 77.

Modigliani und Pogue[64] begründen den in Abbildung 21 skizzierten Zusammenhang zwischen dem Portefeuillerisiko und der Anzahl der in das Portefeuille aufgenommenen Aktien folgendermaßen: Unter der Annahme, daß die Störvariablen e_i der verschiedenen Aktien nicht korreliert sind (diese Annahme wird von Modigliani und Pogue in praxi als erfüllt angesehen) ist das unsystematische Portefeuillerisiko gegeben durch

$$\mathrm{Var}(e_P) = \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \mathrm{Var}(e_i)$$

Nun wird angenommen, daß in jede Aktienart derselbe Betrag investiert wird und daß der Durchschnittswert der Varianzen $\mathrm{Var}(e_i)$ durch $\overline{\mathrm{Var}}(e)$ gegeben ist. Unter diesen Voraussetzungen ist

$$\mathrm{Var}(e_P) = \frac{1}{N^2} \overline{\mathrm{Var}}(e)$$

Das unsystematische Portefeuillerisiko geht also bei endlicher Varianz $\overline{\mathrm{Var}}(e)$ gegen Null, wenn die Anzahl der in das Portefeuille aufgenommenen Aktienarten sehr groß wird.

Die Tatsache, daß bei Modigliani und Pogue das unsystematische Portefeuillerisiko erst bei einer unendlichen Anzahl unterschiedlicher, in das Portefeuille aufgenommener Aktien verschwindet, steht im Gegensatz zum Ergebnis des Kapitalmarktmodells, in dessen Rahmen über die Anzahl der am Markt umlaufenden Aktien die Annahme getroffen wurde, daß sie endlich ist. Werden am Markt nur die Aktien von zehn Gesellschaften gehandelt, dann ist das unsystematische Portefeuillerisiko Null, wenn der Anleger diese zehn Aktien im Verhältnis ihrer Gleichgewichtsmarktwerte in sein Portefeuille aufnimmt. Offensichtlich besteht also im Kapitalmarktmodell zwischen dem Portefeuillerisiko und der Struktur des Portefeuilles ein strengerer Zusammenhang als der von Modigliani und Pogue beschriebene. Dieser Zusammenhang läßt sich besonders deutlich erkennen, wenn man das 'Marktmodell' (67) auf das Kapitalmarktmodell anwendet und daraus den Einfluß der Störvariablen e_i, die das unsystematische Risiko der Aktien repräsentieren, auf das systematische Portefeuillerisiko untersucht. Das Marktmodell

$$(67) \quad R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$$

impliziert bei normalverteilten Aktienkursen, daß die Störvariable e_i

64) Modigliani, F. und Pogue, G.A., An Introduction to Risk and Return, in: Financial Analysts Journal, Bd. 3o (1974), No. 2, S. 79; die Bezeichnungen wurden leicht verändert.

eines Wertpapiers i und die Rendite des Marktportefeuilles stochastisch unabhängige Zufallsvariablen sind, so daß $Cov(e_i,R_M) = o$ gilt.[65] Andererseits gilt $Cov(e_i,R_M) = \Sigma x_j Cov(e_i,e_j)$, wenn man mit X_i das Verhältnis des Marktwertes der Aktien der Gesellschaft i zum Marktwert aller Aktien bezeichnet.[66] Somit muß also die Summe der gewichteten Kovarianzen der Störterme gleich Null sein.

(73) $\Sigma X_j Cov(e_i,e_j) = o$

Setzt man für die Störvariable e_i eine positive Varianz voraus, so können die Kovarianzen der Störvariablen nicht alle Null sein.[67] Modigliani und Pogue gingen aber von unabhängigen Störvariablen aus.

---

65) Vgl. die Darstellung des Marktmodells im Abschnitt 2.4. des zweiten Kapitels.

66) $$\begin{aligned} Cov(e_i,R_M) &= Cov(e_i,\Sigma X_j R_j) \\ &= \Sigma X_j Cov(e_i,\alpha_j+\beta_j R_M+e_j) \\ &= \Sigma X_j \beta_j Cov(e_i,R_M)+\Sigma X_j Cov(e_i,e_j) \\ &= \Sigma X_j\ Cov(e_i,e_j) \quad \text{wegen } Cov(e_i,R_M) = o \end{aligned}$$

67) Die Bedingung $Cov(e_i,e_j) = o$ $(i \neq j)$ ist eine Voraussetzung des Diagonalmodells von Sharpe, W.F., A Simplified Model for Portfolio Analysis, in: Management Science, Bd. 9 (1963), S. 281. Fama, E.F., Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments, a.a.O., hat gezeigt, daß die Bedingungen $R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$ sowie $Cov(e_i,e_j) = o$ $(i \neq j)$ nicht gleichzeitig gelten können, wenn die Rendite des Marktportefeuilles R_M die gewichtete Rendite der Wertpapiere $\Sigma X_j R_j$ darstellt. Daher formuliert er das Marktmodell in der Weise, daß ein linearer Zusammenhang zwischen R_j und R_M postuliert wird. "In this model R_M is interpreted as a common underlying market factor which affects the return on all assets." (S. 39). Beja, A., On Systematic and Unsystematic Components of Financial Risk, in: Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 39 hat gezeigt, daß dieses modifizierte Diagonalmodell

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_i$$

$$E(e_i) = o;\ Cov(e_i,R_M) = o;\ Cov(e_i,e_j) = o \quad (i \neq j)$$

sehr spezielle Anforderungen an die Renditen stellt. "For any triplet R_j, R_k, R_l of asset arbitrarily chosen from the set, either (a) all three pairs within the triplet are positively correlated or (b) two of the pairs are negatively correlated and the third pair is positively correlated." Fama, E.F., A Note on the Market Model and the Two-Parameter Model, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 1181 ff. kommt daher bei der Zusammenfassung der Diskussion um das Marktmodell zu dem Schluß: "The market model assumption that disturbances, e_i are uncorrelated across all assets cannot hold. The weighted average of the e_i in the market portfolio is always identically zero." (S. 1185).

Das unsystematische Risiko eines Portefeuilles

$$Var(e_P) = \sum_{i}\sum_{j} X_i X_j Cov(e_i, e_j)$$

ist also bei einer geeigneten Wahl der X_i, wenn die Aktien im Verhältnis ihrer Marktwerte in das Portefeuille aufgenommen werden, wegen $\sum_j X_j Cov(e_i, e_j) = o$ gleich Null.[68]

Mit Hilfe der Beziehung (73) läßt sich nun auch die Interpretation beurteilen, die Lintner der von ihm abgeleiteten 'risk-return-Beziehung gibt. Im Kapitalmarktgleichgewicht gilt wegen (72)

$$E(R_i) - R_F = \frac{E(R_M) - R_F}{Var(R_M)} \sum_j X_j \; Cov(R_i, R_j)$$

$$= \frac{E(R_M) - R_F}{Var(R_M)} \left\{ X_i Var(R_i) + \sum_{j \neq i} X_j Cov(R_i, R_j) \right\}$$

Wegen $\quad Var(R_i) = \beta_i^2 \; Var(R_M) + Var(e_i)$

sowie $Cov(R_i, R_j) = Cov(\alpha_i + \beta_i R_M + e_i, \; \alpha_j + \beta_j R_M + e_j)$

$$= \beta_i \beta_j \; Var(R_M) + Cov(e_i, e_j)$$

ist daher

$$E(R_i) - R_F = \frac{E(R_M) - R_F}{Var(R_M)} \left\{ X_i Var(e_i) + \beta_i Var(R_M) \sum_j X_j \beta_j + \sum_{j \neq i} X_j Cov(e_i, e_j) \right\}$$

Da Lintner von der Annahme $Cov(e_i, e_j) = o \; (i \neq j)$ ausgeht, wird von ihm die letzte Summe nicht berücksichtigt, so daß er zu folgendem Ergebnis kommt: "The value of a given stock will always vary inversely with its residual variance $Var(e_i)$ - the square of its 'standard error of estimate' around the regression line - since this changes the total variance

68) Die vollständige Eliminierung des unsystematischen Risikos ist natürlich nur dann ein sinnvolles Ziel, wenn - wie im Kapitalmarktmodell unterstellt - keine Transaktionskosten anfallen. Sind solche Kosten zu berücksichtigen, dann zeigt die hier geführte Diskussion wenigstens die Richtung an, in die bei der Portefeuilleplanung gearbeitet werden muß: der Anleger muß ein Optimum suchen zwischen der Übernahme eines vermeidbaren (unsystematischen) Risikos und den Kosten einer Verminderung des unsystematischen Risikos durch weitere Diversifikation.

of the stock $Var(R_i)$ without changing its expectet return".[69]

Verzichtet man dagegen auf die (im Rahmen des Marktmodells inkonsistente) Forderung $Cov(e_i, e_j) = o$ $(i \neq j)$, so ergibt sich, daß sich die Ausdrücke, in denen das unsystematische Aktienkursrisiko zum Ausdruck kommt, nämlich $X_i Var(e_i) + \sum_{j \neq i} X_j Cov(e_i, e_j)$, wegen (73) zu Null ergänzen, so daß der Erwartungswert der Gleichgewichtsrendite einer Aktie nur durch das systematische Risiko dieser Aktie determiniert ist.[7o]

3.2. Die Bestimmung des Marktwertes der Aktien

Lintner hat in seiner Arbeit 'The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets' zum ersten Mal den Gleichgewichtsmarktwert der Aktien eines Unternehmens im Rahmen des Kapitalmarktmodells angegeben. Für ein gegebenes Grundkapital $\bar{y}_i$ der Gesellschaft i ist dieser Marktwert durch Multiplikation von $\bar{y}_i$ mit dem im Kapitalmarktgleichgewicht festgestellten Kurs der Aktien dieser Gesellschaft zu errechnen. Aus

$$E(R_i) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{Var(R_M)} Cov(R_i, R_M)$$

folgt für $X_i = \dfrac{\bar{y}_i K_{oi}}{\Sigma \bar{y}_i K_{oi}}$ die Beziehung

$$\bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1 + R_F} \left\{ E(Z_i) - \frac{E(R_M) - R_F}{S(R_M)} \rho_{iM} S(Z_i) \right\},$$

die von Lintner wie folgt formuliert wird:

$$E(Z_i) - (1+R_F)\bar{y}_i K_{oi} = \frac{\lambda}{T} \sum_j Cov(Z_i, Z_j) \quad ^{71)}$$

69) Lintner, J., Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 6o2, vgl. auch S. 6o4 ff. für den Fall, daß der Aktienindex durch das Marktportefeuille ersetzt wird.

7o) Es gilt $\beta_i Var(R_M) = Cov(R_i, R_M) = \rho_{iM} S(R_i) S(R_M)$

und $\quad \sum_j X_j \beta_j = \dfrac{\Sigma X_j Cov(R_j, R_M)}{Var(R_M)} = \dfrac{Var(R_M)}{Var(R_M)} = 1.$

71) Lintner, J., The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, a.a.O., S. 26, Gleichung (27).

mit

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{\sum\limits_{i}(E(Z_i) - (1+R_F)\bar{y}_i K_{oi})}{\sum\limits_{ij}\sum Cov(Z_i, Z_j)} \quad ^{72)}$$

als 'market price of risk'.[73] "Under idealized uncertainty, equilibrium in purely competitive markets of risk-averse investors requires that the values of all stocks will have adjusted themselves so that the ratio of the expected excess aggregate dollar returns[74] of each stock to the aggregate dollar risk of holding the stock[75] will be the same for all stocks (and equal to λ/T), when the risk of each stock is measured by the variance of its own dollar return and its combined covariance with that of all other stocks".[76][77]

Lintner versucht nun doch, eine explizite Form für den bislang in Abhängigkeit vom Gleichgewichtsmarktwert der Aktien aller Gesellschaften $T = \Sigma\bar{y}_i K_{oi}$ angeschriebenen Gleichgewichtsmarktwert der Aktien der Gesellschaft i zu finden. Der von ihm vorgetragene Modellrahmen reicht aber zur Entwicklung einer solchen expliziten Form nicht aus.[78] Interpretiert man das Modell von Lintner als reines Bewertungsmodell (Tauschmodell), dann ist eine explizite Form nur bei Kenntnis des speziellen Verlaufs der Nutzenindifferenzkurven der Anleger zu finden.[79] Sind diese nicht bekannt und interpretiert man das Modell von Lintner als Emissionsmodell (Finanzierungsmodell), dann läßt sich eine explizite Form allerdings unter der Voraussetzung finden, daß der Geldmarkt ausgeglichen ist, so daß $T = \Sigma\bar{y}_i K_{oi}$ als exogene Größe aufgefaßt werden kann. Wir haben im Abschnitt 1.2.3. gezeigt, daß diese Emissionsvariante des Kapitalmarktmodells aber an die Erwartungsbildung der zukünftigen Marktwerte sehr restriktive Anforderungen stellt.

---

72) Lintner, J., The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, a.a.O., S. 26, Gleichung (29d).

73) Vgl. Lintner, J., The Market Price of Risk, Size of Market and Investor's Risk Aversion, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 52 (197o), S. 87.

74) $E(Z_i) - (1+R_F)\bar{y}_i K_{oi}$

75) $\sum\limits_{j} Cov(Z_i, Z_j)$

76) $\sum\limits_{j} Cov(Z_i, Z_j) = Var(Z_i) + \sum\limits_{j \neq i} Cov(Z_i, Z_j)$

77) Lintner, J., The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, a.a.O., S. 26.

78) Vgl. Stone, B.K., Risk, Return, and Equilibrium, a.a.O., S. 116.

79) Vgl. diese Lösung für den Fall der konstanten absoluten Risikoaversion der Anleger bei Lintner, J., The Market Price of Risk, Size of Market and Investor's Risk Aversion, a.a.O., S. 87 ff..

4. Das Kapitalmarktmodell von Mossin

Gegenüber den Modellen von Sharpe und Lintner weist der Ansatz von Mossin[80)] fünf wesentliche Unterschiede auf:

1. Die Verteilungsparameter des Anlegerendvermögens sind unmittelbar Argumente der Zielfunktion und nicht - wie in den Kapitalmarktmodellen von Sharpe und Lintner - die Verteilungsparameter der Vermögensrendite des Anlegers.

2. Da die Risikonutzenfunktionen der Anleger nicht über Renditen, sondern über das Endvermögen definiert sind, ist im Modell von Mossin die Vorgabe eines festen Anfangsvermögens nicht notwendig.[81)] Statt mit einem festen Zahlungsmittelbetrag sind die Anleger mit den am Markt umlaufenden Aktien, deren Kurse im Kapitalmarktgleichgewicht erst zu bestimmen sind, ausgestattet, so daß die Bewertung des Anlegervermögens simultan mit der Feststellung der Gleichgewichtskurse der Aktien erfolgt. Die Anleger sind darüber hinaus mit einem gewissen Bestand an Forderungen oder Verbindlichkeiten ausgestattet.[82)] Das Mossin-Modell ist also im Gegensatz zu den Modellen von Sharpe und Lintner eindeutig als Tauschmodell zu klassifizieren.

3. Das mit der Bestandshaltung von Aktien verbundene Risiko wird durch die Varianz und nicht durch die Standardabweichung des Endvermögens berücksichtigt.

4. Entscheidungsvariablen der Anleger sind die Anzahl der Aktien jeder Gesellschaft (Anteile am Grundkapital der Aktiengesellschaften), die die Anleger in ihr Portefeuille aufzunehmen wünschen, und nicht die relativen Anteile der Aktien einer Gesellschaft am Portefeuille riskanter Anlagen.

5. Die Maximierung der vom Erwartungswert und der Varianz des Endvermögens abhängigen Risikonutzenfunktion des Anlegers erfolgt unter Berücksichtigung einer Budgetbedingung, die den Umfang der Vermögensanlagen mit den finanziellen Ressourcen des Anlegers abstimmt. Die Aggregation der Budgetbedingung aller am Markt auftretenden Anleger führt zu einer expliziten Behandlung der Markträumungsbedin-

---

8o) Mossin, J., Equilibrium in a Capital Asset Market, in: Econometrica, Bd. 34 (1966), S. 768 - 783.

81) Vgl. den Abschnitt 2.4. des ersten Kapitels.

82) Der Marktzins R_F ist exogen gegeben.

gungen (Gleichgewichtsbedingungen für die Aktienmärkte und den Geldmarkt).

4.1. Feststellung des Anleger- und Kapitalmarktgleichgewichts

Da sich bei der angenommenen beliebigen Teilbarkeit der Aktien die Anzahl der von einem Anleger über die Planungsperiode gehaltenen Aktien als Nominalbetrag seines Anteils am Grundkapital einer Gesellschaft identifizieren läßt, kann man den Erwartungswert des Endvermögens eines Anlegers k anschreiben als

$$\mu_k = \sum_i y_{ik}\mu_i + s_k \ ,$$

wobei

- die y_{ik} (Anzahl der Aktien der Gesellschaft i, die der Anleger k über die Planungsperiode als Bestand hält) und
- s_k als Endbestand an nicht riskanten Forderungen bzw. Verbindlichkeiten des Anlegers k

die Entscheidungsvariablen des Anlegers sind.[83] Da Forderungsausfälle nicht erwartet werden (risikolose Anlage), ist der Erwartungswert einer Einheit des Forderungsbestandes (bzw. des Bestandes an Verbindlichkeiten am Periodenende) gleich Eins, für einen Gesellschaftsanteil dagegen gleich dem Kurserwartungswert μ_i der Aktien dieser Gesellschaft. Die Varianz des Endvermögens des Anlegers k ist gleich der Varianz seiner riskanten Aktienanlagen

$$\sigma_k^2 = \sum_i\sum_j y_{ik}\, y_{jk}\, \sigma_{ij}$$

Der Erwartungswert des Risikonutzens des Anlegers k wird von Mossin als Funktion des Erwartungswertes μ_k und der Varianz des Endvermögens σ_k^2 angeschrieben

$$E(U_k(W_{1k})) = V_k(\mu_k, \sigma_k^2)$$

---

83) Bei Mossin ist der Endbestand an Forderungen oder Verbindlichkeiten die Entscheidungsvariable. Zum Vergleich des Mossin-Ansatzes mit den anderen Modellen ist also $s/(1+R_F) = x$ zu setzen, wenn x der Anfangsbestand an Forderungen oder Verbindlichkeiten ist.

Bei der Maximierung des Erwartungsnutzens hat der Anleger zu berücksichtigen, daß der Gegenwartswert seiner Vermögensanlagen nach der Portefeuilleentscheidung

$$\Sigma y_{ik}K_{oi} + s_k/(1+R_F)$$

dem vorhandenen Bestand an Vermögen aus Aktien und der risikolosen Anlage

$$\Sigma \bar{y}_{ik}K_{oi} + \bar{s}_k/(1+R_F)$$

betragsmäßig entspricht. Die Lagrangefunktion für den Anleger k lautet daher:

$$L_k = V_k(\mu_k,\sigma_k^2) + \Theta_k \left\{ \sum_i (y_{ik}-\bar{y}_{ik})K_{oi} + \frac{s_k-\bar{s}_k}{1+R_F} \right\}$$

Setzt man die partiellen Ableitungen nach den N+1 Entscheidungsvariablen y_{ik} und s_k sowie dem Lagrangefaktor Θ_k gleich Null, so erhält man als notwendige Bedingungen für ein optimales Anlegerportefeuille die N+2 Gleichungen (74), (75) und (76).

$$(74)\quad \frac{\partial L_k}{\partial y_{ik}} = \frac{\partial V_k}{\partial \mu_k}\mu_i + \frac{\partial V_k}{\partial \sigma_k^2} 2\sum_j y_{jk}\sigma_{ij} + \Theta_k K_{oi} = o \qquad (i=1,2,...,N)$$

$$(75)\quad \frac{\partial L_k}{\partial s_k} = \frac{\partial V_k}{\partial \mu_k} + \frac{\Theta_k}{1+R_F} = o$$

$$(76)\quad \sum_i (y_{ik}-\bar{y}_{ik})K_{oi} + \frac{s_k-\bar{s}_k}{1+R_F} = o$$

Löst man die Optimalitätsbedingung für den Bestand an nicht risikobehafteten Anlagen (75) nach dem Lagrange-Multiplikator Θ_k auf und setzt den so erhaltenen Wert für Θ_k in die N Gleichungen (74) ein, so läßt sich das Dispositionsoptimum des Anlegers k neben der Budgetbedingung (76) durch N Ausdrücke für die Grenzrate der Substitution zwischen der Varianz und dem Erwartungswert des Anlegerendvermögens beschreiben.

$$(77)\quad \frac{d\sigma_k^2}{d\mu_k} = -\frac{\partial V_k/\partial \mu_k}{\partial V_k/\partial \sigma_k^2} = \frac{2\Sigma y_{jk}\sigma_{ij}}{\mu_i-(1+R_F)K_{oi}} \qquad (i=1,2,...,N)$$

Im Dispositionsoptimum des Anlegers gilt also für alle Aktienarten, daß das Verhältnis aus der verdoppelten Grenzvarianz des Aktienportefeuilles (bezüglich einer Variation der Anteile an der Gesellschaft i)[84] und der Risikoprämie einer Aktie der Gesellschaft i gerade der Grenzrate der Substitution zwischen der Varianz und dem Erwartungswert des Anlegerendvermögens entspricht.[85] Mit (76) und (77) ist für jeden Anleger k bei gegebenen Aktienkursen K_{oi} und gegebenem Marktzins R_F die Nachfragestruktur (Überschußnachfrage) nach Aktien festgestellt. Die Aktienkurse sind nun in jener Höhe zu bestimmen, daß die aggregierte Nachfrage aller Anleger nach Unternehmensanteilen an den N Gesellschaften durch ein entsprechendes Angebot an Aktien dieser Gesellschaften (eine negative Überschußnachfrage) gedeckt ist. Außerdem muß nach Tätigung der Portefeuilleinvestitionen die Nettoverschuldung aller Anleger dem aggregierten Anfangsbestand an Forderungen bzw. Verbindlichkeiten entsprechen. Der Kapitalmarkt ist im Gleichgewicht, wenn alle Aktienmärkte

$$\sum_k (y_{ik} - \bar{y}_{ik}) = o \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

und der Geldmarkt

$$\sum_k (s_k - \bar{s}_k) = o$$

---

84) Vgl. Hax, H. und Laux, H., Investitionstheorie, in: Menges, G. (Hrsg.), Beiträge zur Unternehmensforschung, Würzburg-Wien 1969, S. 72. Wir hatten im Abschnitt 3.3.5. des ersten Kapitels diese Grenzvarianz als Portefeuillerisiko eines Wertpapiers bezeichnet.

85) Lautet die Präferenzfunktion des Anlegers k z.B.

$$E(U_k(W_{1k})) = \mu_k - \sigma_k^2/2a_k\ , \quad a_k > o$$

$$\text{so ist } -\frac{\partial V_k/\partial \mu_k}{\partial V_k/\partial(\sigma_k^2)} = 2a_k, \quad \text{so daß aus (77)}$$

$$2a_k = \frac{2\Sigma y_{jk}\sigma_{ij}}{\mu_i-(1+R_F)K_{oi}}$$

folgt und somit (52). Wir hatten (52) zur Ableitung einer linearen Nachfragekurve verwendet. Auch aus (77) läßt sich eine lineare Nachfragekurve entwickeln mit dem beschriebenen Prohibitivkurs K'_{oi}. Der wesentliche Unterschied der aus (77) abzuleitenden Nachfragekurve zur Nachfragefunktion (52) besteht darin, daß die Steigung der Kurve nicht bekannt ist, weil im Ansatz von Mossin nur vorausgesetzt wird, daß die Grenzrate der Substitution zwischen der Varianz und dem Erwartungswert des Anlegerendvermögens positiv ist.

geräumt sind. Die N+1 Markträumungsbedingungen konstituieren aber nur N vom Gleichungssystem (77) unabhängige Gleichungen (Walras). Addiert man nämlich (76) über alle Anleger, so erhält man

$$\sum_i K_{oi} \sum_k (y_{ik} - \bar{y}_{ik}) + \frac{1}{1+R_F} \sum_k (s_k - \bar{s}_k) = o ,$$

weil für alle Anleger dieselben Preise gelten. Sind alle Aktienmärkte geräumt, dann wird der erste Summand Null, so daß auch die Räumungsbedingung für den Geldmarkt erfüllt ist. Das Kapitalmarktgleichgewicht läßt sich also durch die N Gleichung

$$\sum_k y_{ik} = \bar{y}_i \qquad (i=1,2,\ldots,N)$$

kennzeichnen, wobei $\bar{y}_i$ als Grundkapital der Gesellschaft i mit $\sum_k \bar{y}_{ik}$ übereinstimmt, weil die Anleger bereits vor Feststellung des Marktgleichgewichts mit allen Unternehmensanteilen ausgestattet waren. Treten am Markt K Anleger auf, so besteht also das Gleichgewichtssystem von Mossin aus K (N+1)-dimensionalen Nachfragefunktionen der Anleger und N Markträumungsbedingungen. Die Unbekannten sind die KN Unternehmensanteile y_{ik}, die K Forderungs- und Verbindlichkeitsbestände s_k und die N Aktienkurse K_{oi}. Die Rendite für risikolose Anlagen wird innerhalb des Systems nicht ermittelt. Innerhalb des Systems ergeben sich nur die relativen Gleichgewichtskurse der riskanten Aktien, relativ zum Marktzins R_F, dem numéraire.[86)]

4.2. Die Struktur der Aktienportefeuilles der Anleger im Kapitalmarktgleichgewicht

Zur Kennzeichnung der Zusammensetzung der Aktienportefeuilles der Anleger im Kapitalmarktgleichgewicht geht Mossin von der Beziehung (77) aus. Da (77) für alle Aktienarten (i=1,2,...,N) gilt, ist für alle Aktien das Verhältnis zwischen ihrem Portefeuillerisiko (der Grenzvarianz) und ihrer Risikoprämie identisch.

$$\frac{\sum_j y_{jk}\sigma_{ij}}{\mu_i-(1+R_F)K_{oi}} = \frac{\sum_j y_{jk}\sigma_{hj}}{\mu_h-(1+R_F)K_{oh}}$$

86) Vgl. Mossin, J., a.a.O., S. 773.

Da diese Beziehung zwischen den Portefeuillerisiken und den Risikoprämien der Wertpapiere in allen optimalen Anlegerportefeuilles besteht, besteht sie auch im zusammengefaßten Portefeuille aller Anleger. Addiert man die Portefeuillerisiken über die Portefeuilles aller Anleger, so ergibt sich wegen $\Sigma y_{ik} = \bar{y}_i$

$$\frac{\sum\limits_i \bar{y}_j \sigma_{ij}}{\mu_i - (1+R_F) K_{oi}} = \frac{\sum\limits_i \bar{y}_j \sigma_{hj}}{\mu_h - (1+R_F) K_{oh}}$$

Aus der Kombination der individuellen Optimalitätsbedingung mit der aggregierten Optimalitätsbedingung ergibt sich, daß für alle Aktienarten das gleiche Verhältnis zwischen dem Risikobeitrag zum individuellen Anlegerportefeuille und dem Risikobeitrag zum Marktportefeuille besteht.

$$(78) \quad \frac{\sum\limits_j y_{jk} \sigma_{ij}}{\sum\limits_j \bar{y}_j \sigma_{ij}} = \frac{\sum\limits_j y_{jk} \sigma_{hj}}{\sum\limits_j \bar{y}_j \sigma_{hj}} \qquad (i,h=1,2,\ldots,N)$$

Aus der für alle Anleger geltenden Beziehung (78) über das konstante Verhältnis zwischen den Risikobeiträgen einzelner Aktienarten zum Portefeuillerisiko der Anleger und dem Risikobeitrag der Aktien dieser Gesellschaft zum Marktrisiko folgert Mossin, daß der Anleger im Rahmen seiner Wertpapierdispositionen bei allen Gesellschaften denselben Grundkapitalanteil realisiert.[87)]

---

87) Ist

$c_{ik} = y_{ik}/\bar{y}_i$ der Anteil des Anlegers k am Grundkapital der Gesellschaft i und definiert man

$b_{ij} = \dfrac{\bar{y}_j \sigma_{ij}}{\sum\limits_j \bar{y}_j \sigma_{ij}}$ mit $\sum\limits_j b_{ij} = 1$ als Beitrag des Wertpapierbestandes $\bar{y}_j$ zum Portefeuillerisiko des Wertpapiers i, so folgt aus (78)

$\sum\limits_j b_{ij} c_{jk} = \sum\limits_j b_{hj} c_{jk}$ für $i,h=1,2,\ldots,N$

Der gemeinsame Wert dieser Summen sei c_k, so daß

$c_{jk} = c_k \Sigma b^{ij}$ gilt, wobei b^{ij} Element der Inversen der Matrix $[b_{ij}]$ ist. Da $\sum\limits_j b_{ij} = 1$ ist, folgt aus $[b_{ij}][1] = [1]$, daß auch $[b^{ij}][1] = [1]$ ist, d.h. $\sum\limits_j b^{ij} = 1$. Daraus folgt $c_{jk} = c_k$

und somit (79).

$$(79) \quad \frac{y_{ik}}{\bar{y}_i} = \frac{y_{jk}}{\bar{y}_j} = \ldots = c_k$$

"What this means is that in equilibrium, prices must be such that each individual will hold the same percentage of the total outstanding stock of all risky assets".[88)]

Der bei allen Gesellschaften identische optimale Anteil des Anlegers k am Grundkapital kann von Anleger zu Anleger variieren. Außerdem gilt (79) natürlich nur für die riskanten Aktien und besagt nicht, daß der Anleger auch denselben Anteil an der risikofreien Anlage hält. Dieser Anteil hängt von seiner individuellen Risikoeinstellung und seiner anfänglichen Vermögensausstattung ab.

Die von Mossin in der Form (79) angeführte Eigenschaft der Lösung des Kapitalmarktmodells ist inhaltlich mit der Beziehung äquivalent, daß der Anleger den riskant angelegten Teil seines Vermögens ausschließlich in das Marktportefeuille investiert, in dem die am Markt umlaufenden Aktien im Verhältnis ihrer Gleichgewichtsmarktwerte enthalten sind. Wegen $y_{ik}/\bar{y}_i = c_k$ aus (79) ist auch $y_{ik}K_{oi}/\bar{y}_i K_{oi} = c_k$ und somit auch

$$\frac{\sum_i y_{ik}K_{oi}}{\sum_i \bar{y}_i K_{oi}} = c_k$$

Daher gilt

$$y_{ik}K_{oi} = c_k \bar{y}_i K_{oi} = \frac{\sum_i y_{ik}K_{oi}}{\sum_i \bar{y}_i K_{oi}} \bar{y}_i K_{oi} = \frac{\bar{y}_i K_{oi}}{\sum_i \bar{y}_i K_{oi}} \sum_i y_{ik}K_{oi}$$

Der Betrag $y_{ik}K_{oi}$, den der Anleger k in Aktien der Gesellschaft i investiert, ist gleich dem vom Anleger k insgesamt riskant investierten Betrag $\Sigma\, y_{ik}K_{oi}$ multipliziert mit dem Anteil $\bar{y}_i K_{oi}/\sum_i \bar{y}_i K_{oi}$, den der Marktwert der Aktien der Gesellschaft i am Marktwert der Aktien aller Gesellschaften ausmacht.

88) Vgl. Mossin, J., a.a.O., S. 775.

4.3. Kapitalmarktlinie und Marktpreis des Risikos

Sind die Gleichgewichtskurse der Aktien bestimmt, so ist damit gleichzeitig die Bewertung des Anfangsvermögens der Anleger erfolgt. Das Vermögen des Anlegers ist von seiner Ausstattung mit riskanten Aktien, von seinem Anfangsbestand an Forderungen oder Verbindlichkeiten, von den im Gleichgewicht festgestellten Aktienkursen und dem exogen gegebenen Marktzins abhängig.

$$W_{ok} = \sum_i \bar{y}_{ik} K_{oi} + \frac{\bar{s}_k}{1+R_F} = \sum_i y_{ik} K_{oi} + \frac{s_k}{1+R_F}$$

Mit dem im Kapitalmarktgleichgewicht festgestellten Vermögen des Anlegers hat man nun auch die Bezugsbasis zur Bestimmung des Erwartungswertes und der Standardabweichung der Vermögensrendite des Anlegers. Gesucht ist der Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert und der Standardabweichung der Vermögensrendite eines Anlegers im Kapitalmarktgleichgewicht. Zur Herleitung dieses Zusammenhangs greift Mossin wieder auf die Beziehung (77) für das Dispositionsoptimum des Anlegers zurück.

$$(77) \quad \frac{d\sigma_k^2}{d\mu_k} = \frac{2\Sigma y_{jk}\sigma_{ij}}{\mu_i - (1+R_F)K_{oi}}$$

Da die Optimalitätsbedingung (77) für alle Aktienarten gilt, ist die Grenzrate der Substitution zwischen der Varianz und dem Erwartungswert des Anlegerendvermögens gleich der auf die Risikoprämie des optimalen Aktienportefeuilles bezogenen doppelten Varianz des Anlegerendvermögens[89)]

$$(8o) \quad \frac{d\sigma_k^2}{d\mu_k} = \frac{2\ \Sigma\Sigma\ y_{ik}y_{jk}\sigma_{ij}}{\Sigma\ y_{ik}(\mu_i - (1+R_F)K_{oi})}$$

und diese Grenzrate der Substitution auch gleich der auf die Risikoprämie des optimalen Anlegerportefeuilles bezogenen doppelten Varianz des Anlegerendvermögens.[9o)]

$$(81) \quad \frac{d\sigma_k^2}{d\mu_k} = \frac{2\sigma_k^2}{\mu_k - (1+R_F)W_{ok}}$$

89) Multipliziert man in (77) den Zähler und Nenner der rechten Seite mit y_{ik} und berücksichtigt, daß im Falle u=a/b/c/d die Beziehung u=(a+c)/(b+d) gilt, so erhält man (8o).

9o) Wegen $\Sigma\Sigma\ y_{ik}y_{jk}\sigma_{ij} = \sigma_k^2$ sowie

Wir zeigen im folgenden Abschnitt, daß die Gleichsetzung der rechten Seiten von (77) und (8o) auf die 'risk-return'-Beziehung und die Gleichsetzung der rechten Seiten von (8o) und (81) auf die Kapitalmarktlinie führt, wollen aber zunächst den Gedankengang Mossins zu Ende führen. Die Lösung der Differentialgleichung (81) führt auf[91)]

$$\lambda_k = \frac{\mu_k - (1+R_F)W_{ok}}{\sigma_k}$$

mit λ_k als Integrationskonstante. Ersetzt man im Nenner des Ausdrucks in (81) die Risikoprämie des Anlegerportefeuilles $(\mu_k - (1+R_F)W_{ok})$ durch $\lambda_k\sigma_k$, so erhält man $d\sigma_k^2/d\mu_k = 2\sigma_k/\lambda_k$, so daß sich λ_k aus (77) in Abhängigkeit von der Standardabweichung des Anlegerendvermögens angeben läßt mit

$$\lambda_k = \frac{\mu_i - (1+R_F)K_{oi}}{\Sigma y_{jk}\sigma_{ij}} \sigma_k .$$

Berücksichtigt man nun noch, daß der Anleger im Kapitalmarktgleichgewicht bei allen Gesellschaften denselben Grundkapitalanteil realisiert, so erhält man wegen (79)

$$\lambda_k = \frac{\mu_i - (1+R_F)K_{oi}}{\Sigma \bar{y}_j\sigma_{ij}} (\Sigma\Sigma \bar{y}_i\bar{y}_j\sigma_{ij})^{1/2}$$

in Abhängigkeit von Marktgrößen, die vom Vermögen und den Präferenzen des Anlegers unabhängig sind. Im Kapitalmarktgleichgewicht ist also die Integrationskonstante λ_k für alle Anleger identisch. Wegen $\lambda\sigma_k = \mu_k - (1+R_F)W_{ok}$ erhält man somit unter Berücksichtigung der Definitionen für den Erwartungswert und die Standardabweichung der Vermögensrendite des Anlegers den linearen Zusammenhang

---

Forts. Fußnote 9o)

$$\Sigma\, y_{ik}\mu_i - (1+R_F)\Sigma\, y_{ik}K_{oi} = \mu_k - s_k - (1+R_F)(W_{ok} - \frac{s_k}{1+R_F})$$

91) Ist $dy/dx = 2\, y/(x-a)$, dann erhält man nach Variablentrennung

$$\frac{1}{2}\int\frac{1}{y}\,dy - \int\frac{1}{x-a}\,dx = C$$

$$\frac{1}{2}\ln y - \ln(x-a) = \ln C$$

und somit $\sqrt{y}/(x-a) = 1/\lambda$

(82) $E(\bar{R}_k) = R_F + \lambda S(\bar{R}_k)$,

der die in (65) bezeichnete Kapitalmarktlinie beschreibt, weil die Integrationskonstante λ dem Marktpreis des Risikos $(E(R_M)-R_F)/S(R_M)$ entspricht.[92)]

4.4. Vergleich mit den Ergebnissen von Sharpe und Lintner

Mit der Betrachtung der Beziehungen (77), (8o) und (81) im Kapitalmarktgleichgewicht sind aus dem Ansatz von Mossin die von Sharpe und Lintner entwickelte 'risk-return'-Beziehung für die Gleichgewichtsrendite einzelner Aktien und die 'risk-return'-Beziehung für die Vermögensrendite der Anleger auch unmittelbar anzugeben. Aus der Gleichsetzung der rechten Seiten von (77) und (8o) erhält man unter Berücksichtigung von $y_{ik} = c_k\bar{y}_i$ aus (79)

$$\frac{\mu_i-(1+R_F)K_{oi}}{\Sigma\bar{y}_j\sigma_{ij}} = \frac{\Sigma\bar{y}_i\mu_i-(1+R_F)\Sigma\bar{y}_iK_{oi}}{\Sigma\Sigma\bar{y}_i\bar{y}_j\sigma_{ij}}$$

Daraus folgt - in Renditeschreibweise - die 'risk-return'-Beziehung

$$(69)\qquad E(R_i) = R_F + \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)}\,\rho_{iM}S(R_i)\ .$$

Aus der Gleichsetzung von (8o) und (81) erhält man unter Berücksichtigung von $y_{ik} = c_k\bar{y}_i$

$$\frac{\mu_k-(1+R_F)W_{ok}}{\sigma_k^2} = \frac{\Sigma\bar{y}_i\mu_i-(1+R_F)\Sigma\bar{y}_iK_{oi}}{(\Sigma\Sigma\bar{y}_i\bar{y}_j\sigma_{ij})}$$

und daraus - in Renditeschreibweise - die Gleichung für die Kapitalmarktlinie

$$(65)\qquad E(\bar{R}_k) = R_F + \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)}\,S(\bar{R}_k)\ .$$

---

92) Da $\lambda = \dfrac{\mu_i-(1+R_F)K_{oi}}{\Sigma\bar{y}_j\sigma_{ij}}(\Sigma\Sigma\bar{y}_i\bar{y}_j\sigma_{ij})^{1/2}$ für alle Aktien gilt, gilt auch

$\lambda = \dfrac{\Sigma\bar{y}_i(\mu_i-(1+R_F)K_{oi})}{(\Sigma\Sigma\bar{y}_i\bar{y}_j\sigma_{ij})^{1/2}}$, woraus durch Umformulierung in Renditeschreibweise $\lambda = (E(R_M)-R_F)/S(R_M)$ folgt.

Drittes Kapitel: Finanzierungstheorie und Kapitalmarktmodell

1. Ziele und Bedingungen finanzwirtschaftlicher Unternehmensentscheidungen

Im Vordergrund der Finanzierungstheorie stehen die Zielsetzungen, Ansprüche und Verhaltensweisen der Kapitalgeber von Unternehmen; "einerseits, weil die Interessen der Anteilseigner die Zielsetzung der Unternehmung wesentlich beeinflussen können, andererseits, weil Anteilseigner wie Kreditgeber jedenfalls die Bedingungen für die Aufbringung von Kapital fixieren."[1] Eine Analyse der Beziehungen zwischen den Unternehmen und ihren Financiers läßt sich also unter finanzierungstheoretischen Gesichtspunkten in zwei Fragenkomplexe zerlegen, die zum einen die von den Unternehmen anzuwendenden finanzwirtschaftlichen Entscheidungskriterien und zum anderen die Finanzierungsbedingungen der Unternehmen als Spiegelbild der Kapitalanlagedispositionen der Financiers zum Gegenstand haben.[2]

---

1) Swoboda, P., Finanzierungstheorie, Würzburg-Wien 1973, S. 1o.

2) Schemmann, G., Zielorientierte Unternehmensfinanzierung, Köln und Opladen 197o, S. 18, stellt zwei extreme Auffassungen von den Aufgaben der Finanzierungstheorie heraus: "1. Finanzierungstheorie ist die Lehre von Finanzierungsformen, Finanzierungsanlässen und Finanzierungstechniken; 2. Finanzierungstheorie ist eine (normative) Lehre von den Unternehmenszielsetzungen und ihrer Realisierung." Schemmann hält beide Auffassungen für unbefriedigend und eine Synthese beider Aufgaben geboten. Die beiden Extrempositionen weisen eine gewisse Parallelität zu den von uns herausgestellten Fragenkomplexen auf. Die beiden Fragenkomplexe machen aber nicht den Gegenstand der Finanzierungstheorie aus. Sie sind nur bei der Behandlung der Beziehungen zwischen den Unternehmen und seinen Kapitalgebern inhaltlich zu trennen. Ein Unternehmen hat auch dann seine Finanzierungspolitik an den Zielen der Kapitalgeber zu orientieren, wenn die Zielsetzung des Unternehmens unabhängig von der Zielsetzung seiner Anteilseigner formuliert wird. Umgekehrt kann es ein Ziel der Anteilseigner sein, daß das Unternehmen seine Finanzierungspolitik gerade nicht an den Zielen der Kapitalgeber orientiert. Die Ausrichtung der Finanzierungspolitik von Unternehmen an den Bedingungen der Kapitalbeschaffung ist zwingender Gegenstand der Finanzierungstheorie, die Behandlung der Frage nach dem Ziel der Finanzierungspolitik fakultativ.

Der erste Komplex bezieht sich auf das Ziel oder die Ziele, die angestrebt werden sollen, wenn ein Unternehmen bzw. die Unternehmensleitung oder eine für finanzwirtschaftliche Dispositionen zuständige Abteilung eine Auswahl unter den zur Verfügung stehenden Finanzierungsalternativen vornehmen soll. Der zweite Komplex bezieht sich auf die Bedingungen, unter denen sich Financiers veranlaßt sehen, den Unternehmen Finanzierungsmittel zur Verfügung zu stellen. Da die Financiers bei der Überlassung von Finanzierungsmitteln stets die Chancen und Risiken ihrer Finanzinvestitionen abzuwägen haben, müssen die Zielvorstellungen der Kapitalgeber in die Beschreibung der den Unternehmen offen stehenden Finanzierungsalternativen eingehen.

1.1. Finanzwirtschaftliche Entscheidungskriterien

Die Frage ist, welche finanzwirtschaftlichen Entscheidungskriterien anzuwenden sind, damit die Finanzierungspolitik von Unternehmen dem Interesse des Eigentümers oder, sofern mehrere Eigentümer an den Chancen und Risiken des Unternehmens partizipieren, den Interessen der Anteilseigner möglichst entspricht.[3] Diese Frage der Ableitung finanzwirtschaftlicher Entscheidungskriterien aus den Zielen der Anteilseigner ist umkehrbar: Gegeben, ein Unternehmen wendet ein bestimmtes finanzwirtschaftliches Entscheidungskriterium an - wird mit der daraus folgenden Finanzpolitik dem Ziel des Eigentümers bzw. den Zielen der Anteilseigner entsprochen? Da Finanzierungsentscheidungen regelmäßig die für die Anteilseigner relevanten Erfolgsströme beeinflussen, eine Veränderung der Erfolgsströme aber bewirken kann, daß neue Anteilseigner auftreten oder alte Anteilseigner ihren Kapitalanteil verändern, ist die Frage, welche finanzwirtschaftlichen Entscheidungskriterien angewendet werden sollen, entsprechend den Zielsetzungen jener Anteilseigner zu beantworten, die zum Zeitpunkt der Entscheidung die Eigenkapitalanteile des Unternehmens halten.

Gehört das Unternehmen einem einzelnen Anteilseigner, so wird für den Fall unsicherer Erwartungen vorgeschlagen, die Unternehmensentscheidungen und somit auch die Finanzierungsentscheidungen an den subjektiven

3) Zur Beschränkungen der Abstimmung von Unternehmenszielsetzungen im Finanzierungsbereich auf die Zielsetzungen der Anteilseigner vgl. Drukarczyk, J., Probleme individueller Entscheidungsrechnung, Wiesbaden 1975, S. 15 f. sowie Kappler, E. und Rehkugler, H., Kapitalwirtschaft, in: Heinen, E. (Hrsg.), Industriebetriebslehre, Wiesbaden 1972, S. 654 ff..

Risikopräferenzen des Eigentümers auszurichten.[4] Dieser Ansatz wird insbesondere in Modellen gewählt, die das optimale Investitionsbudget eines Unternehmens simultan mit dem optimalen Finanzierungsprogramm bestimmen. Eine Trennung des Unternehmens von seinem Eigentümer erfolgt insoweit, als der Konsumbereich des Eigentümers ausgeklammert wird. Die diskutierten Zielfunktionen sind Zielfunktionen 'rationaler Investoren'.[5] Das Ergebnis des simultanen Planungsmodells besteht im Ausweis der optimalen Investitions- und Finanzpolitik des Investors.

Ansätze, die die subjektive Risikoeinstellung des Investors berücksichtigen, kommen "aber kaum noch in Frage, wenn am Unternehmen viele Personen beteiligt und die Investitions- und Finanzierungsentscheidungen durch einen Geschäftsführer oder Vorstand gefällt werden. Erstens kennt er die Risikoeinstellung der Anteilseigner nicht und zweitens haben die Anteilseigner in der Regel verschiedene Risikoeinstellungen."[6] Der die Finanzpolitik formulierenden Unternehmensleitung sind also die subjektiven Risikopräferenzen der Anteilseigner nicht bekannt,[7] in vielen Fällen nicht einmal die Anteilseigner, so daß also auch dann, wenn die Unternehmensleitung keine eigenständigen Zielvorstellungen entwickelt und ausschließlich im Interesse der Anteilseigner zu handeln versucht,[8]

---

4) Zur Begrenzung der Betrachtung auf rein finanzielle Interessen der Eigentümer vgl. Moxter, A., Präferenzstruktur und Aktivitätsfunktion des Unternehmers, in: ZfbF, 16. Jg. (1964), S. 6 - 35; Heinen, E., Die Zielfunktion der Unternehmung, in Koch, H. (Hrsg.), Zur Theorie der Unternehmung, Wiesbaden 1962, S. 9 ff..

5) Wie in der Theorie des optimalen Wertpapierportefeuilles wird bei der vereinfachten Beurteilung der möglichen Entscheidungsergebnisse mit Hilfe von Parametern der Ergebnisverteilung die Rationalität der Entscheidung durch eine Beschränkung der zugelassenen Nutzenfunktionen oder der zugelassenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Ergebnisse gesichert. Einen Überblick über rationale Zielfunktionen bei Unsicherheit, die bei der Planung des optimalen Investitionsbudgets Verwendung finden, gibt Albach, H., Investitionsbudget, Planung des optimalen, Art. in: Büschgen, H.E., (Hrsg.), Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, Stuttgart 1976, Sp. 841 ff..

6) Hax, H. und Laux, H., Einleitung zu: Hax, H. und Laux, H. (Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, S. 22; auf das Informations- und Abstimmungsproblem bei einer möglichen Berücksichtigung der individuellen Risikoeinstellungen der Anteilseigner weisen auch Modigliani, F. und Miller, M.H., The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment, in: American Economic Review, Bd. 48 (1958), S. 262 ff. hin.

7) Im μ-σ-Modell die Grenzraten der Substitution zwischen dem Erwartungswert und der Standardabweichung des unsicheren Vermögens.

8) Zur betriebswirtschaftlichen Beurteilung möglicher Interessengegensätze zwischen dem Management und den Eigentümern einer Gesellschaft vgl. Engels, W., Rentabilität, Risiko und Reichtum, Tübingen 1969, S. 3o ff.. Einen Ansatz, der explizit die Kosten berücksichtigt, um

eine 'Kommunikationsgröße' gefunden werden muß, die der Unternehmensleitung als eine denkbare Spezifikation des im allgemeinen nicht weiter präzisierbaren Oberziels 'Vertretung der Interessen der Anteilseigner' dienlich sein kann. Für diesen Fall wird vorgeschlagen, ein Marktwertkriterium (Maximierung des Marktwertes der Aktien einer Gesellschaft,[9] Maximierung des Reichtums der Anteilseigner[1o]) oder das Kapitalkostenkonzept (Minimierung der durchschnittlichen Kapitalkosten[11]) zu verwenden.

Unter welchen Bedingungen solche Entscheidungskriterien, die im einzelnen noch spezifiziert werden müssen, zu Dispositionen führen, die im Interesse der derzeitigen Anteilseigner liegen, läßt sich nur prüfen, wenn auf das individuelle Entscheidungsverhalten, die Vermögenspositionen und die Handlungsalternativen der Anteilseigner zurückgegriffen werden kann, d.h., wenn die "Interessen" der Anteilseigner in irgendeiner präzisen Form dargestellt und mit den finanzwirtschaftlichen Entscheidungskriterien in Zusammenhang gebracht werden können. Das Kapitalmarktmodell eröffnet hier die Möglichkeit des Gedankenexperiments, nämlich

---

Forts. Fußnote 8)

die 'Agentur des Aktionärs' (Rittershausen, H., Industrielle Finanzierungen, Wiesbaden 1964, S. 115) in ihren Zielen auf die Ziele eines Eigentümers auszurichten ('agency costs'), haben Jensen, M.C. und Meckling, W.H., Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure, in: Journal of Financial Economics, Bd. 3 (1976), S. 3o5 ff. entwickelt.

9) Zur Begründung dieser Zielsetzung vgl. Solomon, E., The Theory of Financial Management, New York und London 1963, S. 13 ff; Porterfield, J.T.S., Investment Decisions and Capital Costs, Englewood Cliffs, N.J. 1965, S. 67; Lintner, J., Optimal Dividends and Corporate Growth under Uncertainty, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 78 (1964), S. 49 ff.; Fama, E.F. und Miller, M.H., The Theory of Finance, New York e.a. 1972, S. 299 ff..

1o) Gelegentlich wird dieses Ziel auch als Maximierung des Marktwertes der Eigenmittel der Anleger "market value of the owners' equity" formuliert; vgl. Curran, W.S., Principles of Financial Management, New York e.a. 197o, S. 225 ff.; Standop, D., Optimale Unternehmensfinanzierung, Berlin 1975, S. 33 ff..

11) Assenmacher, W., Die Theorie der Kapitalkosten und Investitionen für Aktiengesellschaften unter Unsicherheit, Meisenheim am Glan 1976, S. 52, behauptet, die Sicherheits-Äquivalenz-Theorie der Investition, nach der sich die Kapitalkosten bei Unsicherheit als Summe aus dem Marktzins und einer Risikoprämie ergeben, scheitere an der Unmöglichkeit, diese Risikoprämie quantitativ zu erfassen. Die Anwendung des Kapitalmarktmodells auf investitions- und finanzierungstheoretische Fragestellungen wird zeigen, daß eine quantitative Erfassung dieser Risikoprämie sehr wohl möglich ist, wenn man unterstellen kann, daß Marktpreise für Unternehmen existieren.

von bestimmten Risikoeinstellungen und Vermögensbeständen der Unternehmenseigentümer auszugehen, um die Eigentümer fiktiv die Finanzierungsentscheidungen von Unternehmen treffen zu lassen (welche Finanzierungspolitik würde realisiert, wenn ein beliebiger Eigentümer die Finanzdispositionen des Unternehmens völlig kontrollieren oder selbst aufgrund seiner individuellen Zielvorstellungen treffen könnte?). Ein Vergleich der Finanzierungsentscheidung des Eigentümers mit den fiktiven Entscheidungen anderer Eigentümer sowie mit der Unternehmensentscheidung aufgrund des Marktwert- oder Kapitalkostenkriteriums kann zeigen, ob die Optimalitätsbedingungen übereinstimmen oder ob - im anderen Extremfall - überhaupt kein von den Anteilseignern einmütig unterstütztes Ziel der Finanzpolitik des Unternehmens formuliert werden kann.

1.2. Finanzierungsbedingungen

Während der erste Fragenkomplex die Beziehungen (Zielbeziehungen) zwischen dem Unternehmen und seinen derzeitigen Eigentümern zum Gegenstand hat, beschäftigt sich der zweite Fragenkomplex mit den Beziehungen (Finanzbeziehungen) zwischen dem Unternehmen und seinen aktuellen und potentiellen Financiers (Eigen- und Fremdkapitalgeber). Das Entscheidungsverhalten der Kapitalgeber steckt den Bedingungsrahmen für die dem Unternehmen zur Verfügung stehenden Finanzierungsalternativen ab. Daher ist eine Untersuchung des Kapitalgeberverhaltens unabhängig davon notwendig, welche finanzwirtschaftlichen Entscheidungskriterien angewendet werden.

1.2.1. Finanzrestriktionen

Im Rahmen der angesprochenen Modelle zur Bestimmung des optimalen Investitionsbudgets bei Unsicherheit geht man regelmäßig davon aus, daß die Konditionen, zu denen Fremdmittel beschafft werden können, dem Investor bekannt sind. Unterschiedliche Typen von Liquiditätsbedingungen (Bedingungen des finanziellen Gleichgewichts, Bilanzrelationsbedingungen, Finanzierungsobergrenzen) sollen den Zugang zu diesen Fremdmitteln sichern.[12] Sie gehen als Restriktionen, deren Einhaltung mit einer

12) Restriktionen, die auch die Möglichkeit der Eigenkapitalanpassung berücksichtigen, werden von Neukirchen, K., Die Berücksichtigung der Beteiligungsfinanzierung in Investitionsmodellen von Publikums-Aktiengesellschaften auf der Grundlage einer Theorie der Eigenkapitalattraktivität, Diss. Bonn 1973, S. 153 ff., formuliert.

vorgegebenen Wahrscheinlichkeit gewährleistet wird, in den Kalkül ein, so daß Programme, die eine der relevanten Restriktionen mit einer höheren als der zugelassenen Wahrscheinlichkeit verletzen, als unzulässig ausscheiden.[13)]

Im Gegensatz zu praxisorientierten Ansätzen der Investitionsplanung, in denen es um die Bereitstellung von Rechenverfahren geht, mit denen bei gegebenen Investitions- und Finanzierungsmöglichkeiten des Unternehmens zum einen die zulässigen Programme bestimmt werden können und zum anderen aus der Menge der zulässigen das im Hinblick auf eine bestimmte Zielsetzung optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm ausgewählt werden kann,[14)] ist eine solche Vorgehensweise für die theoretische Finanzierungslehre aus mehreren Gründen unbefriedigend:

- Erstens ist der Ansatz bestimmter Mindestwahrscheinlichkeiten insbesondere an den möglichen Konsequenzen der Verletzung einer Nebenbedingung auszurichten.[15)] Im Finanzbereich der Unternehmen werden aber die möglichen Konsequenzen einer Verletzung von Liquiditätsbedingungen im wesentlichen durch das (unbekannte) Entscheidungsverhalten der Financiers bestimmt.[16)]

---

13) Der Katalog finanzieller Restriktionen ist von Krümmel, H.J., Zur Theorie der Kapitalkosten, in: Albach, H. und Simon, H. (Hrsg.), Investitionstheorie und Investitionspolitik privater und öffentlicher Unternehmen, Wiesbaden 1976, S. 161 ff., um die Partenübernahmebedingungen, bei denen eine Verknüpfung der Finanzierungsmöglichkeiten mit den Eigenschaften des Investitionsprogramms erfolgt, erweitert worden. Wilhelm, J., Risikohorizont und Kreditspielraum, Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität, Nr. 12, 1975, hat solche Partenübernahmebedingungen für Bankkredite formuliert und in ein Modell der simultanen Investitions- und Finanzplanung integriert.

14) Weingartner, H.Martin, Capital Rationing: n Authors in Search of a Plot, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 14o3 ff. hat nachdrücklich darauf hingewiesen, daß die Methoden zur Investitionsplanung bei Kapitalrationierung keinen Beitrag zur Entwicklung einer Kapitalmarkttheorie darstellen.

15) Vgl. Schweim, J., Integrierte Unternehmensplanung, Bielefeld 1969, S. 159.

16) Setzt man die Mindestwahrscheinlichkeit sehr hoch an, so rechnet man bei der möglichen Verletzung der Liquiditätsbedingung mit einem sehr hohen Verlust (z.B. Konkurs). Bei einer niedrigeren Mindesteinhaltewahrscheinlichkeit stellt man sich offenbar vor, daß in Zukunft noch Ausgleichsaktivitäten zur Überbrückung des Liquiditätsmangels gefunden werden können. Bis auf einen Notverkauf von Anlagen ist die Möglichkeit für solche Ausgleichsaktivitäten (Kreditprolongation; Einräumung neuer oder Aufstockung alter Kreditlinien) vom Entscheidungsverhalten der Financiers abhängig. Läßt sich dieses Entscheidungsverhalten abschätzen, so bietet sich das zweistufige Programmieren (Ansatz von Kompensationskosten) oder ein flexibles Planungsverfahren an. Vgl. Haegert, L., Die Aussagefähigkeit

- Zweitens wird mit der Vorgabe bestimmter Mindestwahrscheinlichkeiten unterstellt, es gäbe im Urteil der Financiers keinerlei Substitutionsmöglichkeiten zwischen der Wahrscheinlichkeit, mit der die Liquiditätsbedingung gesichert wird, und den Konditionen der Bereitstellung von Fremdkapital.[17)]

- Drittens führt die Vorgabe einer bestimmten Mindestwahrscheinlichkeit nicht zwingend dazu, daß für das 'optimale' Investitionsprogramm des Unternehmens die notwendigen Finanzmittel auch tatsächlich beschafft werden können. Fordern die potentiellen Gläubiger eine höhere (als die vom Investor angesetzte) Mindestwahrscheinlichkeit für die Aufrechterhaltung des finanziellen Gleichgewichts, so muß der Investor "die Mindestwahrscheinlichkeit solange erhöhen, bis sich ein Programm ergibt, an dessen Finanzierung sich potentielle Kreditgeber in Höhe der nachgefragten Kreditmenge beteiligen."[18)] Aufgabe der Finanzierungstheorie muß es sein, ein optimales 'strategisches'[19)] Finanzierungsverhalten der Unternehmens aus dem Entscheidungsverhalten der Financiers abzuleiten.

- Viertens kann man schließlich die Konsistenz der 'Capital Ratinoning'-Ansätze, soweit die Maximierung des Marktwertes der Aktien als Zielsetzung unterstellt wird, in Frage stellen:

"The maximum present value criterion is invoked in investment and other corporate decisions, not as an end itself, but because it can serve as a surrogate for the interests of the owners of the firm in certain circumstances. These circumstances, as we have seen, include the existence of a perfect capital market in which firms and individuals can borrow and lend indefinite quantities at the going rate of interest.
Given this rationale for the maximand, what sense can we make of the constraints? If the firm really does face approximately perfect markets, the financial constraints are arbitrary impositions of the management contrary to the best interest of the owners. The solution from their point of view would not be optimal, although it had been formally derived by a "maximization" process. On the other hand, if the constraints were genuine and the firm really faced limitations on outside funds, it is the maximand that would be purely arbitrary.

Forts. Fußnote 16)

der Dualvariablen und die wirtschaftliche Deutung der Optimalitätsbedingungen beim Chance-Constrained Programming, in Hax, H. (Hrsg.), Entscheidung bei unsicheren Erwartungen, Köln und Opladen 197o, S. 1o1 ff..

17) Vgl. zu den begrenzten Möglichkeiten einer solchen Substitution bei gegebenem Investitionsprogramm Rudolph, B., Die Kreditvergabeentscheidung der Banken, Opladen 1974, S. 26 ff..

18) Bauer, K.P., Zielfunktionen und finanzielle Nebenbedingungen in Investitionsmodellen bei Unsicherheit, Diss. Bonn 1969, S. 87.

19) Als 'strategisches' Verhalten bezeichnet Albach, H., Art. Ungewißheit und Unsicherheit, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft,

For what point is there in discounting a stream with market interest rates that do not represent actual opportunities for the firm in question? The firm might just as well use the rates of a foreign country or any set of numbers plucked out of the air."[2o)]

1.2.2. Das Kapitalkostenkonzept

Eine explizite Ableitung der Finanzierungsbedingungen von Unternehmen aus dem Entscheidungsverhalten der Kapitalgeber erfolgt auch nicht in den herkömmlichen Investitions- und Finanzplanungsmodellen, die auf dem Kapitalkostenkonzept basieren. Im Rahmen dieser Modelle werden die Finanzrestriktionen durch Hypothesen über die Abhängigkeit der Eigen- und Fremdkapitalkosten von der Unternehmenspolitik ersetzt. "Mit der Frage nach den Kapitalkosten ist ein zentrales, noch unbewältigtes Problem der Finanzierungstheorie angesprochen; seine Schwierigkeiten liegen vor allem darin begründet, daß Verhaltensgrößen in Kostengrößen umgedeutet und damit die subjektiven Urteile auch potentieller Kapitalgeber quantifiziert werden müssen."[21)]

Folgt man der Idee des Kapitalkostenansatzes, so lassen sich die Bedingungen der Kapitalbeschaffung und somit die Kriterien zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit eines Investitionsprojektes oder eines Investitionsprogrammes durch Preis- bzw. Renditeforderungen der Financiers ausdrücken. Eine solche Vorstellung ist dann naheliegend, wenn das Unternehmen weniger die Finanzbeziehungen zu individuellen Kapitalgebern als vielmehr zu einer Vielzahl anonymer Kapitalgeber - einem Kapitalmarkt - im Auge hat, so daß der Kapitalkostenansatz bezüglich der Eigenfinanzierung die Publikums-Aktiengesellschaften und bezüglich der Finanzierung mit Fremdkapital viele größere Unternehmen, besonders aber die Emittenten von Industrieobligationen, trifft.

Darüber hinaus kann man die Vermutung vertreten, daß auch dann, wenn

---

Forts. Fußnote 19)

4. Aufl. Stuttgart 1976, Sp. 4o4o "Entscheidungen bei Unsicherheit unter Einhaltung bestimmter Nebenbedingungen."

2o) Fama, E.F. und Miller, M.H., The Theory of Finance, New York e.a. 1972, S. 135 f..

21) Süchting, J., Zur Problematik von Kapitalkosten - Funktionen in Finanzierungsmodellen, in: ZfB, 4o. Jg. (197o), S. 331 f.. Zum Problem der Definition von Kapitalkosten als Verhaltensgrößen vgl. ausführlich Gutenberg, E., Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Dritter Band, Die Finanzen, 7. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1975, S. 2o8 ff..

kein organisierter Kapitalmarkt für eine Abstimmung der Konditionen, zu denen sich Finanzierungsmittel beschaffen lassen, sorgt, die Konkurrenz der Financiers in der Tendenz zu jenen Preisen für Finanzierungsmittel führt, die sich bei einem expliziten Marktansatz ergeben. Sinnvollerweise hat eine solche Vermutung zur Voraussetzung, daß man von einer wirksamen Konkurrenz zwischen den Kapitalanlegern ausgehen kann[22] und die Allokation von Finanzierungsmitteln nicht im wesentlichen durch institutionelle Rahmenbedingungen festgeschrieben ist.

Die Preis- bzw. Renditeforderungen der Financiers und damit die Kapitalkosten eines Unternehmens lassen sich bei gegebenen Zukunftserwartungen an Hand von unternehmensindividuellen Daten ermitteln. Kann man unterstellen, daß sich die Finanzierungsbedingungen eines Unternehmens mit der Planung und Durchführung eines Investitionsprojektes nicht grundsätzlich ändern, dann stellen die 'gemessenen' Kapitalkosten den für die Investitionsentscheidung relevanten Kalkulationszinsfuß dar.

Mit der Frage, wie Kapitalkosten zu messen sind, wenn das Unternehmen sowohl mit eigenen als auch mit fremden Mitteln arbeitet, hat sich insbesondere die finanzierungstheoretische Literatur beschäftigt. Daher soll an Hand dieser Fragestellung die grundlegende Position des Kapitalkostenansatzes beschrieben werden.

1.2.3. Kapitalkostendefinitionen und ihre Interpretation

Über die Abhängigkeit der Kapitalkosten eines Unternehmens von seiner Verschuldung[23] werden in der Literatur im wesentlichen drei Ansätze

---

22) Unter den Bedingungen eines vollkommenen Kapitalmarktes ist also ein Übergang von 'Capital Rationing' Modellen zu 'Capital Pricing' Modellen stets angezeigt. Hält man die Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes für eine unzulässige Vereinfachung der realen Bedingungen an Finanzierungsmärkten, dann muß auf Kapitalrationierungsmodelle zurückgegriffen werden. Bezüglich der Formulierung der Zielfunktion ist dann aber zu berücksichtigen, daß sich eine den 'Interessen' der Anteilseigner entsprechende Finanzpolitik eines Unternehmens nun im allgemeinen nicht mehr durch eindimensionale Optimierung ermitteln läßt.

23) Die Verschuldung wird gemessen als Verhältnis des Fremdkapitals zum Eigenkapital (wobei das Fremd- und Eigenkapital zu Buchwerten oder Marktwerten angesetzt wird), als Verhältnis des Fremdkapitals zum Gesamtkapital oder - soweit unmittelbar auf die Einkommenswirkung Bezug genommen wird - als Verhältnis der Fremdkapitalzinsen zum Bruttogewinn.

diskutiert,[24] die in den folgenden Abschnitten zu skizzieren und gegenüberzustellen sind. Um die Vergleichbarkeit mit den nachfolgenden Überlegungen zu gewährleisten, wird vereinfachend eine Aktiengesellschaft mit einer Restlebensdauer von einer Periode betrachtet.[25]

Der von allen Marktteilnehmern (den aktuellen und potentiellen Aktionären und Gläubigern sowie der Unternehmensleitung) in gleicher Höhe eingeschätzte unsichere Marktwert des Vermögens einer Aktiengesellschaft A am Periodenende sei V_A. Die Annahme, daß die Gesellschaft liquidiert wird, dient der Ausschaltung des Problems der Vermögensbewertung: V_A ist der Zahlungsmittelbestand,[26] der die Einzahlungsüberschüsse aus den von der Aktiengesellschaft durchgeführten Investitionsprojekten und aus

---

24) Vgl. Durand, D., Costs of Debt and Equity Funds for Business: Trends and Problems of Measurement, in: Solomon, E. (Hrsg.), The Management of Corporate Capital, London 1959, S. 91-116; Solomon, E., The Theory of Financial Management, New York-London 1963, S. 81 ff.; Boness, A.J., A Pedagogic Note on the Cost of Capital, in: Journal of Finance, Bd. 19 (1964), S. 99-1o6; Weston, J.F., Valuation of the Firm and its Relation to Financial Management, in: Robichek, A.A. (Hrsg.), Financial Research and Management Decisions, S. 1o-28; Süchting, J., Finanzmanagement, Wiesbaden 1977, S. 3o4 ff..

25) Für den Fall sicherer Erwartungen und einer unbegrenzten Restlebensdauer des Unternehmens vgl. Hax, H., Der Einfluß der Investitions- und Ausschüttungspolitik auf den Zukunftserfolgswert der Unternehmung, in: Busse von Colbe, W. und Sieben, G. (Hrsg.), Betriebswirtschaftliche Information, Entscheidung und Kontrolle, Wiesbaden 1969, S. 359 - 38o; zur Einbeziehung von Fremdfinanzierungsmaßnahmen vgl. Hax, H., Investitionstheorie, 2. Aufl., Würzburg-Wien 1972, S. 122 ff..

26) Ist die Restlebensdauer der Aktiengesellschaft länger als eine Periode, dann ist E(V) als erwarteter Marktwert des Unternehmens am Periodenende zu unterpretieren. Im Rahmen des Kapitalkostenkonzepts wird in der Regel von einem zeitlich unbegrenzten Zielstrom ausgegangen, so daß die Kapitalkosten als Rendite einer ewigen Rente definiert werden. Als relevante Rentenzahlungen werden entweder die Gewinne oder die Dividenden gewählt. Nimmt man eine Restlebensdauer von einer Periode an, so umgeht man die Probleme, die mit der inhaltlichen Begründung der Gewinn- oder Dividendenthese verbunden sind, weil in diesem Fall die Price-Earnings-Ratio und die Price-Dividends-Ratio notwendig zusammenfallen und mit dem reziproken Wert der Kapitalkosten identisch sind. Zum Einfluß der Dividendenpolitik auf den Marktwert von Unternehmen vgl. Miller, M.H. und Modigliani, F., Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares, in: The Journal of Business, Bd. 34 (1961), S. 411 - 433. Weiter sei verwiesen auf Köhler, C., Zur Theorie der optimalen Dividendenpolitik, Frankfurt und Zürich 1973 und Strömer, J., Ausschüttungspolitik und Unternehmenswert von Publikumsgesellschaften, Frankfurt und Zürich 1973. Zum Zusammenhang zwischen Price-Earnings-Ratio und Kapitalkostensatz vgl. Büschgen, H.E., Die Bedeutung des Verschuldungsgrades einer Unternehmung für die Aktienbewertung und seine Berücksichtigung im Aktienbewertungsmaßstab, in: Beiträge zur Aktienanalyse, Heft 4, 1966, S. 15 ff. und Lewellen, W.G., The Cost of Capital, Belmont, Calif. 1969, S. 2o f..

dem Verkauf des Unternehmensvermögens am Periodenende zusammenfaßt.

Der (unsichere) Zahlungsmittelbestand V_A am Periodenende dient zunächst zur Tilgung der Gläubigeransprüche. Gläubigeransprüche bestehen in Höhe des verzinsten Fremdkapitals S. Setzt man $S = (1+R_{FK})FK$, so geht man vereinfachend von einem homogenen Fremdkapitalblock FK und einem einheitlichen Fremdkapitalzins R_{FK} aus. In der Regel ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Gläubigeransprüche aus dem Unternehmensvermögen ganz befriedigt werden können, kleiner als eins, so daß die Zins- und Tilgungsrückflüsse an die Gläubiger nach der Formel $T_A = \min \{S, V_A\}$ zu berechnen sind und der Erwartungswert der Zins- und Tilgungszahlungen

$$E(T_A) = S \int_S^\infty f(V_A)dV_A + \int_o^S V_A f(V_A)dV_A \leq S$$

ist, wobei die Gleichung $E(T_A) = S$ gültig ist, wenn jeder denkbare Zahlungsmittelbestand am Periodenende nicht kleiner ist als der Bestand an Verbindlichkeiten gegenüber den Gläubigern.

Reicht der Zahlungsmittelbestand V_A zur Befriedigung der Gläubigeransprüche nicht aus oder ist er so groß, daß gerade die Ansprüche der Gläubiger abgedeckt werden können, so erfolgen keine Zahlungen des Unternehmens an seine Aktionäre. Bei einem Zahlungsmittelbestand V_A, der die verzinsten Kreditforderungen übersteigt, erhalten die Aktionäre den verbleibenden Liquidationserlös $V_A - S$. Der Betrag der an die Aktionäre ausgeschütteten Zahlungsmittel ist somit $Z_A = \max \{V_A - S, o\}$ und seine mathematische Erwartung gegeben durch[27)]

$$E(Z_A) = \int_S^\infty (V_A - S)\ f(V_A)dV_A\ .$$

Die an die Gläubiger und Anteilseigner zu zahlenden Beträge ergänzen sich zum Liquidationserlös des Unternehmensvermögens, so daß $\min \{S, V_A\} + \max \{V_A - S, o\} = V_A$ gilt.[28)] Auf der Basis dieser Erwartungswerte können nun Definitionen von Kapitalkosten erfolgen.

Bezeichnet man der bisherigen Notation folgend den derzeitigen Marktwert

27) Die Modelle zum optimalen Verschuldungsgrad setzen die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Liquidationserlöses als gegeben voraus, d.h., das existentielle Risiko des Unternehmens (business risk) bleibt von der Verschuldungspolitik unberührt. Insbesondere ist also $f(V_A)$ unabhängig von S.

28) Da V_A als Liquidationserlös interpretiert wird, ist $V_A < o$ ausgeschlossen.

der Aktien der Gesellschaft A mit $\bar{y}_A K_{oA}$, so definiert man die Eigenkapitalkosten dieses Unternehmens durch den Quotienten

$$(83) \quad K^A_{EK} = \frac{E(Z_A) - \bar{y}_A K_{oA}}{\bar{y}_A K_{oA}} \quad .$$

Als Eigenkapitalkosten bezeichnet man also die auf den derzeitigen Marktwert bezogene erwartete Veränderung des Marktwertes der Aktien in der Planungsperiode. Aus der Annahme der von allen Marktteilnehmern in gleicher Weise eingeschätzten Entwicklung des Unternehmensvermögens folgt unmittelbar, daß die Eigenkapitalkosten mit dem Erwartungswert der Rendite der Aktien der Gesellschaft A identisch sind. Für die Investitionsplanung haben die Eigenkapitalkosten K^A_{EK} bei eigenfinanzierten Investitionsprojekten die Funktion einer "minimum rate of return that must be earned on equity-financed investments to keep unchanged the value of the existing equity."[29] Zieht man diese Eigenkapitalrendite als 'risk-adjusted discount rate' zur Bewertung der unsicheren Ergebnisse eines Investitionsprojektes heran,[30] dann muß natürlich gewährleistet sein, daß K^A_{EK} von dem zu beurteilenden Investitionsprojekt nicht verändert wird, so daß also die 'gemessenen' Kapitalkosten nicht von den Renditeforderungen der Anteilseigner abweichen. Man kann die Beziehung (83) nach $\bar{y}_A K_{oA}$ auflösen und erhält so den derzeitigen Marktwert der Aktien als Barwert des erwarteten zukünftigen Marktwertes.

$$(84) \quad \bar{y}_A K_{oA} = \frac{E(Z_A)}{1 + K^A_{EK}}$$

In (84) stellen die Eigenkapitalkosten den Kalkulationszinsfuß dar, den die Eigenkapitalgeber ihrer Bewertung des erwarteten zukünftigen Marktwertes der Aktien der Gesellschaft A zugrunde legen. Würde man Determinanten dieses Kalkulationszinsfußes kennen, dann könnte man berechnen, wie der Marktwert der Aktien auf unterschiedliche Investitionsstrategien reagiert.

Analog zur Definition (83) lassen sich die Fremdkapitalkosten der

29) Weston, J.F. und Brigham, E.F., Managerial Finance, 3. Aufl., London e.a. 197o, S. 344.

3o) Zur Diskussion dieses Verfahrens bei mehrperiodigen Investitionsprojekten und zum Vergleich mit dem 'Certainty - Equivalent Approach' vgl. Robichek, A.A. und Myers, S.C., Conceptual Problems in the Use of Risk-Adjusted Discount Rates, in: Journal of Finance, Bd. 21 (1966), S. 727-73o und Mao, J.C.T., Corporate Financial Decisions, Palo Alta, Calif. 1976, S. 137 ff..

Gesellschaft A

$$(85) \quad K_{FK}^{A} = \frac{E(T_A)-FK_A}{FK_A}$$

definieren, wobei FK_A den Marktwert des Fremdkapitals bezeichnet.

Schließlich sind noch die Gesamtkapitalkosten der Gesellschaft A als erwarteter relativer Anstieg des Marktwertes des Unternehmens definiert.

$$(86) \quad K_{GK}^{A} = \frac{E(V_A)-V_{oA}}{V_{oA}}$$

Da sich der Marktwert des Unternehmens V_{oA} als Summe des Marktwertes der Aktien $\bar{y}_A K_{oA}$ und des Fremdkapitals FK_A ergibt und die erwarteten Zahlungen an die Eigen- und Fremdkapitalgeber dem erwarteten Liquidationserlös des Unternehmensvermögens $E(V_A)$ entsprechen, können die Gesamtkapitalkosten K_{GK}^{A} auch als durchschnittliche, d.h. gewogene Eigen- und Fremdkapitalkosten (average-cost-of-capital) dargestellt werden. In der aus den definitorischen Beziehungen (83), (84) und (85) folgenden Identitätsgleichung

$$(87) \quad K_{GK}^{A} = \frac{\bar{y}_A K_{oA}}{V_{oA}} K_{EK}^{A} + \frac{FK_A}{V_{oA}} K_{FK}^{A}$$

sind die Gewichtungsfaktoren für die Eigen- und Fremdkapitalkosten gerade der wertmäßige Anteil des Marktwertes der Aktien und es Fremdkapitals am gesamten Unternehmenswert.[31)]

Die Frage ist, wie die Eigen- und Fremdkapitalkosten und der Marktwert des Unternehmens auf eine Veränderung des Fremdkapitalbestandes reagieren. Ist diese Reaktion bekannt, dann kann (87) bei gegebener Finanzpolitik als risk-adjusted discount rate zur Bewertung von eigen- und fremdfinanzierten Investitionsprojekten herangezogen werden.

Ansatzpunkte zur Beantwortung dieser Frage wurden in der Finanzierungstheorie in zwei Richtungen gesucht, in denen entweder von der Inter-

31) Biermann, H., Financial Policy Decisions, London 197o, S. 64, verwendet unmittelbar (87) als Kapitalkostendefinition: "Define the cost of capital as the cost to the corporation of obtaining funds or, equivalently, as the average return that an investor in a corporation expects after having invested proportionately in all the securities of the corporation." Diese Definition setzt natürlich implizit eine entsprechende Definition der Kapitalkosten für die einzelnen Wertpapierarten voraus.

pretation der Kapitalkosten als dem Erwartungswert einer Rendite oder von der Interpretation der Kapitalkosten als dem zur Bestimmung des Marktwertes relevanten Kalkulationszinsfuß ausgegangen wird. Bezüglich der Eigenkapitalkosten knüpfen die beiden Interpretationen also eher an der Definition (83) oder an (84) an, je nachdem, ob aus dem bekannten Marktwert der Aktien auf die Eigenkapitalkosten oder aus dem als bekannt unterstellten Eigenkapitalkostensatz auf den 'rechnerischen' Marktwert der Aktien geschlossen wird.

Im Anschluß an die Darstellung dieser Positionen werden wir den sich aus dem Kapitalmarktmodell ergebenden Ansatz zur Ermittlung marktendogener Kapitalkosten entwickeln, bei dem Marktwerte und Kapitalkosten simultan aus der Annahme eines gleichgewichtigen Kapitalmarktes hergeleitet werden.

An die Definition (83) knüpfen z.B. empirische Untersuchungen an, in denen aus der Entwicklung der Eigenkapitalkosten im Zeitablauf oder aus einem Vergleich der Eigenkapitalkostensätze von Unternehmen unterschiedlicher Kapitalstruktur auf den funktionalen Zusammenhang zwischen den Eigenkapitalkosten und der Verschuldungspolitik geschlossen wird.[32)]

Die Interpretation der Kapitalkosten, die an die Definition (84) anschließt, zeigt zwei Ausprägungen. Zum einen wird versucht, die Eigenkapitalkosten als Kalkulationszinsfuß auf gewisse plausible Bestimmungsfaktoren zurückzuführen, so daß sich nach Ermittlung des Kalkulationszinsfußes der Marktwert der Aktien berechnen läßt. Das folgende Beispiel eines solchen Ansatzes zeigt, daß Überlegungen in diese Richtung kaum über vordergründige Zerlegungen des Kapitalkostensatzes hinausreichen können. "The required rate of return is, like its counterpart for debt capital, a function of the general risk factors of real interest rates, expected inflation, and business, financial, and marketability risks as evaluated by all market participants, such that

ke = r.i. + p + b + fe + m

where

ke = the cost of equity capital
r.i. = the real interest rate
p = the purchasing-power risk premium

---

32) Vgl. z.B. Schmidt, R., Determinants of Corporate Debt Ratios in Germany, in: Brealey, R. und Rankine, G. (Hrsg.), European Finance Association, 1975 Proceedings, Amsterdam-New York-Oxford 1976, S. 3o9 ff..

b = the business risk

fe = the financial risk associated with the common stock

m = the marketability risk associated with the particular security

Any of the risks may increase or decrease at any time, causing the firm's cost of equity (ke) to change accordingly".[33] Eine Meßvorschrift für die Risikofaktoren fehlt hier ebenso wie eine Begründung für ihren additiven Zusammenhang.

Zum anderen wird auf eine explizite Bestimmung der Kapitalkostensätze ganz verzichtet; es werden aber Vermutungen angestellt, in welchem Zusammenhang bestimmte Kapitalkostenarten mit dem Verschuldungsgrad stehen. Dieser letzte Ansatz ist üblicherweise angesprochen, wenn auf die 'Theorie der Kapitalkosten' oder das 'Cost-of-Capital'-Konzept verwiesen wird.

1.2.4. Hypothesen über Kapitalkostenverläufe bei wachsender Unternehmensverschuldung

Da die 'Theorie der Kapitalkosten' nicht auf einem geschlossenen Modell der Preisbildung auf Kapitalmärkten aufbaut, muß sie sich darauf beschränken, die Reaktion zweier Kapitalkostenarten auf eine Variation des Verschuldungsgrades als bekannt vorauszusetzen, um aus diesen starren Reaktionsannahmen auf die Veränderung der jeweils dritten Kapitalkostenart zu schließen.

Im wesentlichen lassen sich drei Konzepte der 'Cost-of-Capital'-Theorie unterscheiden,[34] der Nettogewinn-Ansatz, der Bruttogewinn-Ansatz und der traditionelle Ansatz, die hier insoweit darzustellen sind, daß die Argumente zur Begründung des Verlaufs der Kostenkurven deutlichen werden.

33) Bolten, S.E., Managerial Finance, Principles and Practise, Boston e.a. 1976, S. 318. Nach Bolten ergibt die Summe r.i. + p gerade den Marktzins.

34) Eine ausführliche Darstellung, Begründung und Kritik der drei Ansätze findet man bei Böhner, W., Kapitalaufbau und Aktienbewertung, Berlin 1971, S. 55 ff., Büschgen, H.E., Wertpapieranalyse, Stuttgart 1966, S. 174 ff., Van Horne, J.C., Financial Management and Policy, 3. Aufl., London 1975, S. 225 ff. und Süchting, J., Finanzmanagement, Wiesbaden 1977, S. 3o4 ff.. Da wir die Kapitalkosten als erwartete Vermögensänderung definiert haben, müßte hier genauer vom Nettovermögens- und Bruttovermögensansatz gesprochen werden. Wir behalten aber die üblichen Bezeichnungen bei.

1.2.4.1. Abnehmende Gesamtkapitalkosten bei konstantem Eigen- und Fremdkapitalkostensatz

Beim Nettogewinn-Ansatz (Net Income Approach - NI Approach) wird von der Unterstellung ausgegangen, daß die Eigen- und Fremdkapitalkostensätze vom Verschuldungsgrad der Gesellschaft unabhängige Marktgrößen sind, so daß bei einer positiven Differenz zwischen dem konstanten Kostensatz für das Eigenkapital $\bar{K}^A_{EK}$ und dem konstanten Kostensatz für das Fremdkapital $\bar{K}^A_{FK}$ sinkende durchschnittliche Kapitalkosten resultieren, wenn Eigen- durch Fremdkapital substituiert wird. Wegen

$$(88)\quad K^A_{GK} = \bar{K}^A_{EK} - \frac{FK_A}{V_{oA}} (\bar{K}^A_{EK} - \bar{K}^A_{FK})$$

stimmen die Gesamtkapitalkosten für $FK_A = 0$ mit den Eigenkapitalkosten und für $FK_A = V_{oA}$ mit den niedrigeren Fremdkapitalkosten überein.

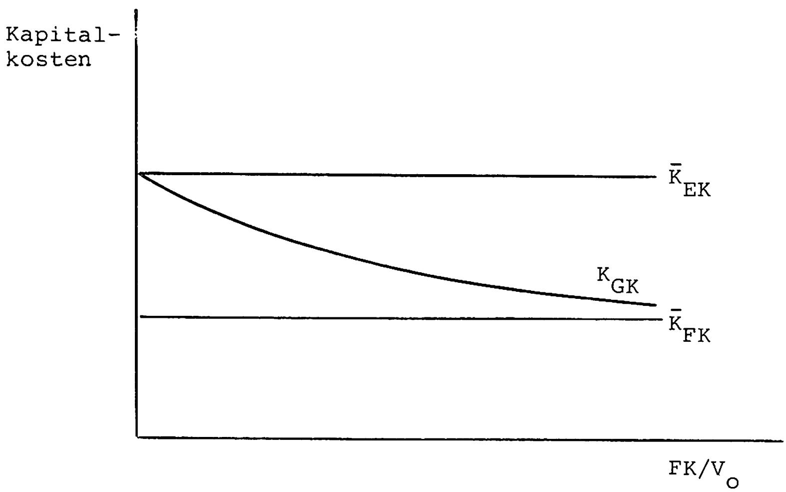


Abb. 22: Kapitalkostenverläufe beim Nettogewinn-Ansatz

"Unter den Voraussetzungen dieser Hypothese führen die positiven Rentabilitätseffekte des trading on the equity zu einer Erhöhung des Marktwertes des Eigenkapitals und des Gesamtmarktwertes der Unternehmung."[35] "Das Ergebnis impliziert, daß Eigenkapitalfinanzierung unnütz, da zu teuer ist."[36]

35) Böhner, W., Kapitalaufbau und Aktienbewertung, Berlin 1971, S. 97 und 99.

36) Süchting, J., Finanzmanagement, Wiesbaden 1977, S. 3o7.

1.2.4.2. Linear steigende Eigenkapitalkosten bei verschuldungsunabhängigen Fremd- und Gesamtkapitalkosten

Wie beim Nettogewinn-Ansatz werden konstante Fremdkapitalkosten vorausgesetzt. Während sich aber der Nettogewinn-Ansatz durch eine feste Diskontierungsrate zur Ermittlung des Marktwertes der Aktien auszeichnet, geht man beim Bruttogewinn-Ansatz (Net Operating Income Approach - NOI Approach) von einem konstanten Kapitalkostensatz zur Diskontierung des erwarteten Marktwertes des Unternehmensvermögens aus. Aus dieser Annahme folgt unmittelbar, daß der Marktwert des Unternehmens eine feste Größe darstellt. "The market capitalizes the value of the firm as a whole; as a result, the breakdown between debt and equity is unimportant."[37] "Es gibt keinen Verschuldungsnettoertrag und damit keine optimale Kapitalstruktur. Oder: Jede Kapitalstruktur ist optimal."[38] Wegen

$$(89) \quad K^A_{EK} = \bar{K}^A_{GK} + (\bar{K}^A_{GK} - \bar{K}^A_{FK}) \frac{FK_A}{\bar{y}_A K_{oA}}$$

steigen bei konstanten Fremd- und Gesamtkapitalkosten die Eigenkapitalkosten linear mit dem Verschuldungsgrad an, wenn die Gesamtkapitalkosten höher als die Fremdkapitalkosten sind.[39]

Da der Verschuldungsgrad als Verhältnis der Marktwerte des Fremd- und Eigenkapitals gemessen wird und bei konstantem Gesamtkapitalkostensatz der Marktwert des Unternehmensvermögens vom Verschuldungsgrad unabhängig ist, impliziert (89) erstens, daß unter nicht ausschließbaren Bedingungen eine negative Eigenkapitalrentabilität zu erwarten ist, und daß zweitens ein negativer Leverage-Effekt[4o] durch einen entsprechenden Anstieg der Verschuldung stets vermieden werden kann.

1) Ein extrem hoher Verschuldungsgrad bedeutet nicht, daß das gesamte

---

37) Van Horne, J.C., Financial Management and Policy, 3. Aufl., London 1975, S. 226.

38) Drukarczyk, J., Bemerkungen zu den Theoremen von Modigliani-Miller, in: ZfbF, 22. Jg. (197o), S. 532.

39) Im Gegensatz zu (88), wo das Verhältnis des Fremdkapitals zum Gesamtkapital (bewertet zu Marktpreisen) als Verschuldungsgrad eingeht, wird in (89) die Unternehmensverschuldung durch das Verhältnis des Fremdkapitals zum Eigenkapital gemessen.

4o) Der negative Leverage-Effekt wurde von Albach formuliert und für die Finanzierungsverhältnisse in Deutschland empirisch nachgewiesen. Vgl. Albach, H., Geisen, B. und Scholten, T., Rate of Return on Equity and Capital Structure - The Negative Leverage Effect, in: Geld en onderneming, Leiden 1976, S. 159 ff..

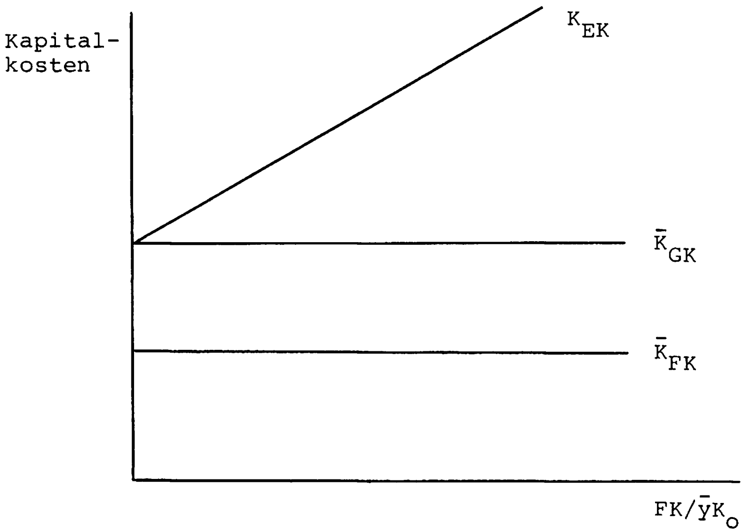


Abb. 23: Kapitalkostenverläufe beim Bruttogewinn-Ansatz

erwartete Unternehmensvermögen von den Fremdkapitalgebern beliehen wird, wenn der Fremdkapitalkostensatz unter dem Gesamtkapitalkostensatz liegt. Ist $E(T_A) = E(V_A)$, dann ist K^A_{EK} stets minus eins.[41] Für $E(T_A) = (1+\bar{K}^A_{FK})E(V_A)/(1+\bar{K}^A_{GK}) < E(V_A)$ ist der Verschuldungsgrad unendlich und der Marktwert der Aktien gleich Null. Bei einer höheren Beleihung, die nicht als unrealistisch ausgeschlossen werden kann, steigt K^A_{EK} von $-\infty$ bis -1.

2) Ein negativer Leverage Effekt ergibt sich, wenn bei einer positiven Differenz $(\bar{K}^A_{GK}-\bar{K}^A_{FK})$ eine exogen bedingte Verringerung von $\bar{K}^A_{GK}$ und/oder ein Anstieg von $\bar{K}^A_{FK}$ trotz einer Erhöhung des Verschuldungsgrades zu einer abnehmenden Eigenkapitalrentabilität führt. Da bei einer positiven Differenz $(\bar{K}^A_{GK}-\bar{K}^A_{FK})$ stets durch entsprechende Vergrößerung des

---

41)

$$K_{EK} = \bar{K}_{GK} + (\bar{K}_{GK}-\bar{K}_{FK}) \frac{\dfrac{E(V)}{1+\bar{K}_{FK}}}{\dfrac{E(V)}{1+\bar{K}_{GK}} - \dfrac{E(V)}{1+\bar{K}_{FK}}} \quad \text{für } E(T_A) = E(V_A)$$

$$= \bar{K}_{GK} + \frac{\bar{K}_{GK}-\bar{K}_{FK}}{\bar{K}_{FK}-\bar{K}_{GK}}(1 + \bar{K}_{GK}) = -1$$

Verschuldungsgrades eine beliebig hohe Eigenkapitalrentabilität erreicht werden kann, läß sich die exogene Verringerung der Spanne $(\bar{K}^{A}_{GK}-\bar{K}^{A}_{FK})$ stets durch Verschuldungsmaßnahmen kompensieren.[42)]

Der Bruttogewinn-Ansatz impliziert also zwei Aussagen, die dem zu beobachtenden Finanzierungsverhalten der Unternehmen nicht entsprechen.

1.2.4.3. Kapitalkostenkurven als Risikoreaktionslinien der Kapitalgeber?

Die durchweg in der Literatur zu findende Begründung für den konstanten oder linear ansteigenden Verlauf der Eigenkapitalkostenkurve basiert auf Überlegungen über das Verhalten der Anleger gegenüber dem mit wachsender Verschuldung steigenden Kapitalstrukturrisiko. Konstante Eigenkapitalkosten werden damit begründet, "daß von den Eigenkapitalgebern innerhalb eines als 'angemessen' erachteten Spielraumes der Verschuldung ein für die Risikoeinschätzung relevantes Kapitalstrukturrisiko nicht angenommen wird".[43)] "Erst ab einem bestimmten Verschuldungsgrad, einer Art Fühlbarkeitsschwelle, steigt aufgrund des jetzt in den Augen der Anteilseigner erheblich gestiegenen finanziellen Risikos

---

42) Es sei wegen $E(T) = \alpha^{O}E(V)$

$$K^{O}_{EK} = \frac{\bar{K}_{GK}(1+\bar{K}^{O}_{FK}) - \alpha^{O}\bar{K}^{O}_{FK}(1+\bar{K}_{GK})}{(1+\bar{K}^{O}_{FK}) - \alpha^{O}(1+\bar{K}_{GK})} \quad \text{mit } 1+\bar{K}^{O}_{FK} > \alpha^{O}(1+\bar{K}_{GK}) \ ,$$

so daß die Eigenkapitalrentabilität nicht negativ ist. Nun steige $\bar{K}^{O}_{FK}$ exogen bedingt bei gleichbleibendem Gesamtkapitalkostensatz auf $\bar{K}^{1}_{FK} < \bar{K}_{GK}$. Das Unternehmen kann bei gleichbleibendem $E(V)$ ein neues α^{1} wählen. Für $K^{1}_{EK} = K^{O}_{EK}$ ist dieses α^{1} bestimmt durch

$$\alpha^{1} = \frac{\alpha^{O}(1+\bar{K}^{1}_{FK})(\bar{K}_{GK}-\bar{K}^{O}_{FK})}{(1+\bar{K}^{O}_{FK})(\bar{K}_{GK}-\bar{K}^{1}_{FK})+\alpha^{O}(1+\bar{K}_{GK})(\bar{K}^{1}_{FK}-\bar{K}^{O}_{FK})} < \frac{1+\bar{K}^{1}_{FK}}{1+\bar{K}_{GK}}$$

mit $\bar{K}_{GK}-\bar{K}^{O}_{FK} > 0$, $\bar{K}_{GK}-\bar{K}^{1}_{FK} > 0$ und $\bar{K}^{1}_{FK}-\bar{K}^{O}_{FK} > 0$.

43) Böhner, W., Kapitalaufbau und Aktienbewertung, Berlin 1971, S. 97; vgl. auch Gutenberg, E., Zum Problem des optimalen Verschuldungsgrades, in: ZfB, 36. Jg. (1966), S. 696; Weston, J.F., Valuation of the Firm and its Relation to Financial Management, in: Robichek, A.A. (Hrsg.), Financial Research and Management Decisions, New York-London-Sydney 1967, S. 14 f.; Van Horne, J.C., Financial Management and Policy, 3. Aufl., London 1975, S. 225.

die Renditeforderung überproportional an".[44)]

Linear ansteigende Eigenkapitalkosten resultieren dagegen daraus, "daß die Eigenkapitalgeber das finanzielle Risiko auch bei kleinsten Variationen des Verschuldungsgrades realisieren",[45)] so daß "die steigende Rentabilität gerade als Kompensation für das gestiegene Strukturrisiko gesehen wird".[46)] Im Umkehrschluß müßte also aus der Annahme risikoneutraler Anleger oder sicherer Erwartungen gefolgert werden, daß dann die Eigenkapitalkosten stets verschuldungsunabhängig sind.

Nun hat Durand,[47)] auf den im Rahmen der Kapitalkostentheorie die Unterscheidung in NOI-Approach (konstante Gesamtkapitalkosten) und NI-Approach (konstante Eigenkapitalkosten) zurückgeht, zur Begründung der beiden Kapitalisierungsmethoden zwar ebenfalls Risikoargumente mit herangezogen; in den Beispielen, die er zur Entwicklung beider Ansätze verwendet, werden aber nur quasi mit Sicherheit erwartete Größen diskontiert.[48)] Die Kapitalisierungsmethoden setzen also nicht primär an Risikoüberlegungen an. Tatsächlich lassen sich beide Methoden gerade für den Fall sicherer Erwartungen exakt formulieren, wenn folgende Annahmen gemacht werden:

(1) Beim Bruttogewinn-Ansatz (konstante Gesamtkapitalkosten) wird am Kapitalmarkt von allen Anlegern ein einziger Kalkulationszinsfuß, nämlich der Gesamtkapitalkostensatz, zur Diskontierung zukünftigen Vermögens (bzw. zur Diskontierung zukünftiger Erträge) herangezogen.

(2) Beim Nettogewinn-Ansatz (konstante Eigenkapitalkosten) werden am Kapitalmarkt zwei Kalkulationszinsfüße verwendet: Der eine (höhere) dient jener Gruppe von Anlegern zur Berechnung des Barwertes ihres Vermögens, die man als Eigenkapitalgeber bezeichnet; der andere (niedrigere) ist der Kalkulationszinsfuß jener Anleger, die Fremdkapital zur Verfügung stellen.

---

44) Lassak, H.P., Kapitalbudget, Unsicherheit und Finanzierungsentscheidung, Meisenheim am Glan 1973, S. 53; vgl. auch Franke, G., Verschuldungs- und Ausschüttungspolitik im Licht der Portefeuille-Theorie, Köln-Berlin-Bonn-München 1971, S. 1oo.

45) Süchting, J., Finanzmanagement, Wiesbaden 1977, S. 3o8.

46) Gutenberg, E., Zum Problem des optimalen Verschuldungsgrades, a.a.O., S. 699; vgl. auch Kappler, E. und Rehkugler, H., Kapitalwirtschaft, in: Heinen, E. (Hrsg.), Industriebetriebslehre, Wiesbaden 1972, S.653.

47) Durand, D., Costs of Debt and Equity Funds for Business: Trends and Problems of Measurement, in: Solomon, E. (Hrsg.), The Management of Corporate Capital, London 1959, S. 91-127.

48) Das folgt aus der (üblicherweise verwendeten) Marktwertformel mit einer ewigen Rente als Erfolgsstrom.

Verwenden alle Marktteilnehmer denselben Kalkulationszinsfuß, dann wird offensichtlich von einem einheitlichen Kapitalmarkt ausgegangen. Dagegen impliziert die Verwendung zweier Kalkulationszinsfüße, daß der Kapitalmarkt aus zwei getrennten (in sich abgeschlossenen) Teilmärkten besteht, für die z.B. wegen der unterschiedlichen alternativen Anlagemöglichkeiten unterschiedliche Opportunitätskosten bei der Bewertung von Vermögenspositionen relevant sind.

Es läßt sich zeigen, daß aus diesen beiden Marktannahmen jeweils der Bruttogewinn-Ansatz (NOI Approach) beziehungsweise der Nettogewinn-Ansatz (NI Approach) folgt, wenn davon ausgegangen werden kann, daß sowohl für den einheitlichen Markt als auch für die beiden getrennten Teilmärkte im übrigen die Bedingungen vollkommener Kapitalmärkte erfüllt sind.

Die Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes führt beim Bruttogewinn-Ansatz dazu, daß wir vereinfachend von einem einzigen Anleger am Markt ausgehen können, dessen Kalkulationszinsfuß $\bar{K}_{GK}$ exogen vorgegeben ist. Das Vermögen dieses Anlegers bestehe in einem Unternehmen, das am Periodenende einen sicheren Liquidationserlös $\bar{V}_A$ erwirtschaftet. Der Barwert dieses Vermögens ist $\bar{V}_{oA} = \bar{V}_A/(1+\bar{K}_{GK})$. Der Anleger bezeichne einen beliebigen Teil dieses festen Barwertes $\bar{V}_{oA}$, nämlich FK, als Fremdkapitalposition, und den Rest $\bar{y}_A K_{oA} = \bar{V}_{oA}$ - FK als Eigenkapitalposition. Der Liquidationserlös $\bar{V}_A$ läßt sich nun stets als Linearkombination der (beliebig) gewählten Eigen- und Fremdkapitalposition darstellen, so daß

$$\bar{V}_A = (1+X)\bar{y}_A K_{oA} + (1+Y)FK$$

mit $\bar{y}_A K_{oA} + FK = \bar{V}_{oA}$ gilt. (Die Proportionalitätsfaktoren sind so zu wählen, daß bei vorgegebenem $\bar{y}_A K_{oA}$ und FK die Gleichung erfüllt ist.) Setzt der Anleger für Y einen konstanten numerischen Wert $\bar{K}_{FK}$ an, so muß der andere Proportionalitätsfaktor (1+X) der Bedingung

$$(1+X) = \frac{\bar{V}_A}{\bar{y}_A K_{oA}} - (1+\bar{K}_{FK})\frac{FK}{\bar{y}_A K_{oA}}$$

genügen, wenn $\bar{V}_A = (1+X)\bar{y}_A K_{oA} + (1+Y)FK$ erfüllt ist. Diese Bedingung für X läßt sich auch in der Form

$$X = \frac{\bar{V}_A - \bar{V}_{oA}}{\bar{V}_{oA}} + \left(\frac{\bar{V}_A - \bar{V}_{oA}}{\bar{V}_{oA}} - \bar{K}_{FK}\right)\frac{FK}{\bar{y}_A K_{oA}}$$

anschreiben. X entspricht also dem Eigenkapitalkostensatz und es gilt

$$(89) \quad K_{EK} = \bar{K}_{GK} + (\bar{K}_{GK} - \bar{K}_{FK}) \frac{FK}{\bar{y}_A K_{oA}} ,$$

wonach die Eigenkapitalkosten mit steigendem Verschuldungsgrad linear wachsen, wenn der Kalkulationszinsfuß $\bar{K}_{GK}$ des Anlegers größer ist als der vorgegebene Fremdkapitalkostensatz $Y = \bar{K}_{FK}$. Das ist der Inhalt des Bruttogewinn-Ansatzes.

Zur Ableitung des Nettogewinn-Ansatzes nehmen wir zwei Anleger an. Der Kalkulationszinsfuß des einen Anlegers sei $\bar{K}_{EK}$, der des anderen Anlegers $\bar{K}_{FK}$. Wir unterstellen nun, daß jeder der beiden Anleger einen gewissen Anspruch an den Liquidationserlös des Unternehmensvermögens $\bar{V}_A$ stellen kann. Entfällt auf den ersten Anleger der Betrag Z_A und auf den zweiten der Betrag $T_A = \bar{V}_A - Z_A$, so ist der Barwert des Vermögens des ersten Anlegers $\bar{y}_A K_{oA} = Z_A/(1+\bar{K}_{EK})$ und der des zweiten Anlegers $FK = T_A/(1+\bar{K}_{FK})$. Aus $\bar{K}_{EK}$ und $\bar{K}_{FK}$ kann man nun einen durchschnittlichen Kalkulationszinsfuß berechnen. Soll dieser der Definition (86) $K_{GK} = (\bar{V}_A - V_{oA})/V_{oA}$ entsprechen, so muß

$$K_{GK} = \frac{Z_A + T_A - \bar{y}_A K_{oA} - FK}{V_{oA}}$$

und somit

$$(88) \quad K_{GK} = \bar{K}_{EK} - \frac{FK}{V_{oA}} (\bar{K}_{EK} - \bar{K}_{FK})$$

gelten. Der durchschnittliche Kalkulationszinsfuß und somit der für das Unternehmen A relevante Gesamtkapitalkostensatz hängt also davon ab, in welchem Verhältnis der sichere Liquidationserlös $\bar{V}_A$ auf die beiden Anleger, sprich Märkte, aufgeteilt wird. Es ist maximal, wenn nur der Anleger mit dem höheren Kalkulationszinsfuß -, er ist minimal, wenn nur der Anleger mit dem niedrigeren Kalkulationszinsfuß einen Anspruch auf den Liquidationserlös hat.[49] Das ist der Inhalt des Nettogewinn-Ansatzes.

Sowohl der Bruttogewinn-Ansatz als auch der Nettogewinn-Ansatz können also aus Marktannahmen erklärt werden, ohne daß unsichere Erwartungen

49) Gilt an beiden Teilmärkten derselbe Kalkulationszinsfuß, dann sind die Gesamtkapitalkosten vom Verschuldungsgrad unabhängig; vgl. auch Moxter, A., Grundsätze ordnungsmäßiger Unternehmensbewertung, Wiesbaden 1976, S. 165.

der Anleger oder bestimmte Reaktionsannahmen über ein wachsendes Kapitalstrukturrisiko zu berücksichtigen sind.

1.2.4.4. Der traditionelle Ansatz

Der traditionelle Kapitalkostenverlauf resultiert aus der Annahme, daß sich bis zu einem institutionell bedingten Verschuldungsgrad die Eigenkapitalkosten wie beim Nettogewinn-Ansatz konstant verhalten (bzw. nur leicht ansteigen), um von diesem Verschuldungsgrad an anzusteigen. Darüber hinaus wird nun noch angenommen, daß die Fremdkapitalgeber von einem gewissen Verschuldungsgrad an mit steigenden Kapitalkosten reagieren.[5o] Ergebnis beider Annahmen ist eine U-förmige Gesamtkapitalkostenkurve, deren Minimum den optimalen Verschuldungsgrad bezeichnet. Der Verschuldungsgrad, der zu minimalen durchschnittlichen Kapitalkosten führt, ist gleichzeitig jener, bei dem der Marktwert des Unternehmens maximal ist. Der Fremdkapitalbetrag, bei der der Marktwert des Unternehmens maximiert wird, ist gleichzeitig der optimale Ausschüttungs-

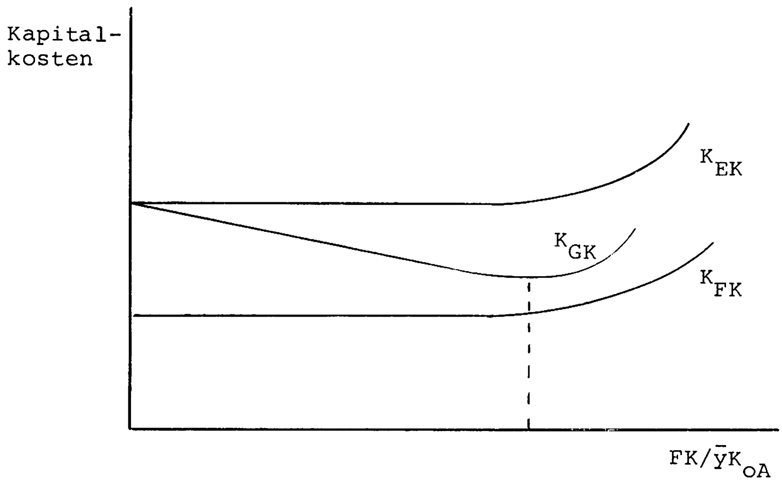


Abb. 24: Kapitalkostenverläufe nach dem traditionellen Ansatz

5o) Modifikationen des traditionellen Konzepts findet man bei Engels, W., Verschuldungsgrad, optimaler, Art. in: Büschgen, H.E.(Hrsg.), Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, Stuttgart 1976, Sp. 1777 ff. sowie Perridon, L. und Steiner, M., Finanzwirtschaft der Unternehmung, München 1977, S. 364 ff..

betrag an die Aktionäre.[51)]

Auch die These von der Existenz eines optimalen Verschuldungsgrades wird mit Risikoargumenten begründet und als Kompromißlösung zwischen dem NI- und dem NOI-Approach gewertet.[52)]

1.2.5. Das Modigliani-Miller-Theorem

Von den drei skizzierten Positionen über die Abhängigkeit der Kapitalkosten von der Verschuldungspolitik eines Unternehmens werden in der Literatur im wesentlichen der zweite (Bruttogewinn-Ansatz) und dritte (U-förmige durchschnittliche Kapitalkostenverläufe) diskutiert. Der dritte Ansatz scheint mit dem Ausweis eines optimalen Verschuldungsgrades zumindest Plausibilität beanspruchen zu können. Der U-förmige Gesamtkapitalkostenverlauf ist daher der Gesamtkapitalkostenverlauf der 'modernen Unternehmensfinanzierung'.[53)] Wird dieser dritte Ansatz allerdings im Gegensatz zum zweiten Ansatz (konstante Gesamtkapitalkosten) gewürdigt, so wird er als traditionell oder orthodox bezeichnet.[54)] Der Grund für diese eher negative Bewertung ist darin zu sehen, daß der zweite Ansatz dem dritten insoweit grundsätzlich überlegen ist, als eine der beiden Annahmen, nämlich die Annahme konstanter durchschnittlicher Kapitalkosten, aus gewissen Hypothesen über die Marktbedingungen und das Entscheidungsverhalten der Anleger hergeleitet werden kann. Dagegen besteht der grundlegende Mangel des traditionellen Konzepts darin, "daß kein funktionaler Zusammenhang zwischen Finanzierungsrisiko und Kapitalkosten theoretisch abgeleitet wird".[55)]

Die Bedeutung der Arbeit von Modigliani und Miller,[56)] die das Theorem

---

51) Einen Beweis dafür, daß der Marktwert der Aktien (vor Dividendenzahlung) steigt, wenn die durchschnittlichen Kapitalkosten sinken, findet man bei Hax, H. und Laux, H., Investitionstheorie, in: Menges, G. (Hrsg.), Beiträge zur Unternehmensforschung, Würzburg-Wien 1969, S. 261 ff..

52) Vgl. Böhner, W., Kapitalaufbau und Aktienbewertung, Berlin 1971, S. 116; Süchting, J., Finanzmanagement, Wiesbaden 1977, S. 3o8.

53) Weston, J.F., Valuation of the Firm and its Relation to Financial Management, in: Robichek, A.A. (Hrsg.), Financial Research and Management Decisions, New York-London-Sydney 1967, S. 15.

54) Büschgen, H.E., Wertpapieranalyse, Stuttgart 1966, S. 188; Süchting, J., Finanzmanagement, Wiesbaden 1977, S. 3o8.

55) Engels, W., Verschuldungsgrad, optimaler, a.a.O., Sp. 1779.

56) Modigliani, F. und Miller, M.H., The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment, in: American Economic Review, Bd. 48(1958), S. 261-267; deutsche Übersetzung als Kapitalkosten,

von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert eines Unternehmens beinhaltet, besteht bekanntlich darin, daß hier zum ersten Mal für den Fall unsicherer Erwartungen ein Bedingungsrahmen (d.h. hinreichende Bedingungen) für die Gültigkeit der These von der Konstanz der durchschnittlichen Kapitalkosten vorgelegt wurde. Mit diesem Beweis ist die Auseinandersetzung über die Gültigkeit des Theorems in den Bereich der Diskussion über die dem Theorem zugrunde liegenden Prämissen verwiesen worden.[57)]

Die Prämissenkritik hat zu mannigfachen Neuformulierungen des Theorems geführt. Herausgehoben seien hier insbesondere die Arbeiten von Stiglitz,[58)] in denen das M-M-Theorem für den Einperioden- und den Mehrperiodenfall ohne die Annahme, daß die Unternehmen in Risikoklassen (Klassen 'äquivalenten Ertrags') eingeteilt werden, und ohne die Annahme der von allen Marktteilnehmern in gleicher Weise eingeschätzten Zukunftsentwicklung der Unternehmen bewiesen wird. Eine Durchsicht weiterer Arbeiten, die überwiegend von dem Time-State-Preference-Ansatz ausgehen,[59)] bestätigt das Ergebnis, daß es bei vollkommenem und vollständigem

---

57) Für eine zusammenfassende Darstellung der Theoreme von Modigliani und Miller sei verwiesen auf Hax, H., Der Kalkulationszinsfuß in der Investitionsrechnung bei unsicheren Erwartungen, in: ZfbF, 16. Jg. (1964), S. 187 ff.. Einen knappen Überblick über empirische Arbeiten zur MM Hypothese findet man bei Bolten, S.E., Managerial Finance, Principles and Practise, Boston e.a., S. 361 ff..

58) Stiglitz, J.E., A Re-Examination of the Modigliani-Miller-Theorem, in: The American Economic Review, Bd. 59 (1969), S. 784-793; Stiglitz, J.E., On the Irrelevance of Corporate Financial Policy, in: The American Economic Review, Bd. 64 (1974), S. 851-866.

59) Eine gut lesbare Einführung in den Time-State-Preference-Ansatz findet man bei Sharpe, W.F., Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a., S. 2o2 ff.; Zum Beweis des M-M-Theorems im Rahmen dieses Ansatzes vgl. Robichek, A.A. und Myers, S.C., Problems in the Theory of Optimal Capital Structure, in: Journal of Finance and Quantitative Analysis, Bd. 1 (1966), Heft 2, S. 1 - 35; Diamond, P., The Role of a Stock Market in a General Equilibrium Model with Technological Uncertainty, in: The American Economic Review, Bd. 57 (1967), S. 759-776; Hirshleifer, J., Kapitaltheorie, Köln 1974, S. 267 ff.; Baron, D.P., Default Risk and the Modigliani-Miller Theorem: A Synthesis, in: The American Economic Review, Bd. 66 (1976), S. 2o4-212. Mossin, J., The Economic Efficiency of Financial Markets, Lexington, Mass. und Toronto 1977, S. 83 ff.; Milne, F., Choice over Asset Economics: Default Risk and Corporate Leverage, in: Journal of Financial Economics, Bd. 2 (1975), S. 165-185 gibt einen vergleichenden Überblick über die Arbeiten zum M-M-Theorem. In diesem Überblick werden auch die Arbeiten von Smith behandelt, der über den Geltungsbereich des Irrelevanztheorems bei Unternehmen mit unterschiedlichem Produktionsniveau handelt. Smith, V.L., Corporate Financial Theory under Uncertainty, in: The Quarterly Journal of Economics, Bd. 84 (197o), S. 451-471; Smith, V.L., Default Risk, Scale, and the Homemade Leverage Theorem, in: The American Economic Review, Bd. 62 (1972), S. 66-76.

Kapitalmarkt keine 'optimale' Finanzierungspolitik von Unternehmen gibt. Die Konsequenz dieses Ergebnisses, daß bei Gültigkeit der Prämissen auch die Finanzierungstheorie selbst überflüssig wird, hat besonders deutlich Milne herausgestellt: "Indeed finance theory degenerates to trivial propositions of transfering values from one hand in the other; and finance becomes an inessential wheel to the theory of value".[6o)]

Ein Überblick über die in der Literatur diskutierten Verschuldungsansätze kann zeigen, welche Aufgabenstellungen verfolgt werden können, um Finanzierungsbedingungen aus dem Entscheidungsverhalten von Financiers auch bei 'unvollkommenen' Marktbedingungen zu entwickeln.

1.2.6. Verschuldungswirkungen bei unterschiedlichen Marktannahmen

1) Weder beim Konzept des U-förmigen Kapitalkostenverlaufs noch im Rahmen des Ansatzes von Modigliani und Miller (und den nachfolgenden Arbeiten, die auf dem State-Preference-Ansatz aufbauen) werden Hypothesen über die Bestimmungsgründe für die absolute Höhe der Kapitalkosten gebildet. Der U-förmige Kapitalkostenverlauf basiert eben auf der Annahme eines 'noch gerade angemessenen' Verschuldungsgrades, von dem an die Eigen- und Fremdkapitalkosten steigen. Dieser 'gerade noch angemessene' Verschuldungsgrad wird nicht erklärt, seine Existenz wird behauptet. Bei Modigliani und Miller sind die durchschnittlichen Kapitalkosten eines Unternehmens gleich dem Kapitalkostensatz der Risikoklasse, in der sich das Unternehmen befindet. Dieser Kostensatz ist "das Ergebnis einer Definition ... und nicht ein aus dem ökonomischen Zusammenhang bestimmter Kapitalkostensatz für das Eigenkapital einer unverschuldeten Unternehmung einerseits, für das Gesamtkapital einer verschuldeten Unternehmung als durchschnittlicher Kapitalkostensatz andererseits".[61)] Gelingt es, in das Kapitalmarktmodell, das bislang nur für Eigenkapitalanteile entwickelt wurde, Fremdfinanzierungsmaßnahmen zu integrieren,

---

6o) Milne, F., Corporate Investment and Finance Theory in Competitive Equilibrium, in: The Economic Record, Bd. 5o (1974), S. 531. Vgl. auch Lloyd-Davies, P.R., Optimal Financial Policy in Imperfect Markets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 1o (1975), S. 457 ff..

61) Lehmann, M., Zwei Probleme der Kapitaltheorie: intertemporale Nutzenfunktionen und Kapitalkosten bei unvollkommenem Kapitalmarkt, in: ZfbF, 27. Jg. (1975), S. 56 beruft sich hier auf Fama, E.F. und Miller, M.H., The Theory of Finance, New York e.a. 1972, S. 181.

so kann ein wesentlicher Mangel des Kapitalkostenkonzepts, nämlich die fehlende Erklärung für das Niveau und den Verlauf von Kapitalkostenkurven, behoben werden.

2) Beim Nettogewinn- und beim Bruttogewinn-Ansatz werden konstante Fremdkapitalkosten unterstellt. Konstante Fremdkapitalkosten implizieren aber nur bei sicheren Erwartungen der Fremdkapitalgeber einen vom Verschuldungsgrad unabhängigen Fremdkapitalzinssatz.[62] Die Annahme, daß Fremdkapitalgeber bei der Kreditvergabe keinerlei Risiken übernehmen, ist in Modellen, die von unsicheren Ergebnisströmen der Unternehmen ausgehen, insoweit willkürlich, als keine Begründung dafür angegeben werden kann, daß Unternehmen solche sicheren Teilpositionen bilden und am Markt anbieten. Die Frage, in welcher Weise Gläubiger mit ihren Zinsforderungen auf die Übernahme von Kreditrisiken reagieren, führt zum Ansatz des Kapitalmarktmodells bei risikobehaftetem Fremdkapital der Unternehmen. Die Ergebnisse des State-Preference-Ansatzes zeigen, daß der Beweis des Modigliani-Miller-Theorems auch dann geführt werden kann, wenn für die Gläubiger ein Ausfallrisiko besteht. Aufgabe des Kapital-

---

62) Die Annahme konstanter Fremdkapitalkosten impliziert wegen

$$\frac{dK_{FK}}{dFK} = \frac{FK\,\frac{dE(T)}{dFK} - E(T)}{FK^2} = 0\ ,$$

daß der marginale erwartete Tilgungsbetrag dE(T)/dFK stets dem auf das zur Verfügung gestellte Fremdkapital bezogenen erwarteten Tilgungsbetrag E(T)/FK entspricht. Wegen

$$\frac{dE(T)}{dFK} = \left((1+R_{FK}) + \frac{dR_{FK}}{dFK}\,FK\right) \int_S^\infty f(V)dV = \frac{E(T)}{FK}$$

folgt also aus der Annahme konstanter Fremdkapitalkosten

$$\frac{dR_{FK}}{dFK} = \int_0^S Vf(V)dV \,/\, FK^2 \int_S^\infty f(V)dV$$

und somit, daß bei unsicherem Fremdkapital Zinsanpassungen der Gläubiger erfolgen müssen, damit die von den Fremdkapitalgebern erwartete Rendite konstant bleibt. Diese Zinsanpassungen hängen vom Fremdkapitalbetrag und der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Liquidationserlöses des Unternehmensvermögens ab. Konstante Fremdkapitalkosten implizieren also keineswegs einen eindeutigen Zusammenhang zwischen Nominalzins und Verschuldung; dieser hängt vielmehr von den speziellen Ertragsaussichten des Unternehmens ab. Boness, A.J., A Pedagogic Note on the Cost of Capital, in: The Journal of Finance, Bd. 19 (1964), S. 99-1o6 hat erstmals auf das notwendige Auseinanderfallen von Zins- und Kapitalkostensatz bei riskantem Fremdkapital hingewiesen.

marktmodells muß es sein, Hypothesen über die Preisbildung an Kreditmärkten zu liefern, an denen die Gläubiger mit der Bereitstellung von Fremdkapital risikobehaftete Parten übernehmen.

3) Das zentrale Theorem von Modigliani und Miller: "die durchschnittlichen Kapitalkosten irgendeines Unternehmens sind von seiner Kapitalstruktur vollkommen unabhängig und stimmen mit der Kapitalisierungsrate eines reinen Eigenkapitalstromes der Risikoklasse des Unternehmens überein"[63] beinhaltet: Das Modigliani-Miller-Theorem kann nicht erklären, warum sich Unternehmen verschulden. Bekanntlich gilt das Modigliani-Miller-Theorem von der Irrelevanz der Kapitalstruktur nur dann, wenn die steuerlichen Wirkungen der Einbeziehung von Fremdkapitalzinsen in die Betriebsausgaben keine Berücksichtigung finden. Modigliani und Miller[64] haben für den Fall steuerlich abzugsfähiger Fremdkapitalzinsen gezeigt, daß die durchschnittlichen Kapitalkosten bei wachsendem Verschuldungsgrad sinken. Diesem in seiner Konsequenz der totalen Fremdfinanzierung unbefriedigendem Ergebnis kann man entgegenwirken, wenn man dem steuerlichen Verschuldungsvorteil einen entsprechenden Verschuldungsnachteil entgegensetzt.

Im Anschluß an Baxter,[65] der erstmals auf die Konsequenzen einer Berücksichtigung von Konkurskosten[66] für den Kapitalkostenverlauf hin-

---

63) Modigliani, F. und Miller, M.H., Kapitalkosten, Finanzierung von Aktiengesellschaften und Investitionstheorie, in: Hax, H. und Laux, H. (Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, S.93.

64) Modigliani, F. und Miller, M.H., Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction, in: The American Economic Review, Bd. 53 (1963), S. 433-443, deutsche Übersetzung als: Körperschaftssteuern und Kapitalkosten: Eine Berichtigung, in: Hax, H. und Laux, H. (Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, S. 12o-132.

65) Baxter, N.D., Leverage, Risk of Ruin and the Cost of Capital, in: The Journal of Finance, Bd. 22 (1967), S. 395-4o3; deutsche Übersetzung in: Hax, H. und Laux, H. (Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, S. 167-177.

66) "Vermutlich liegen die bedeutendsten Kosten eines Konkursverfahrens in der negativen Wirkung, die eine angespannte Finanzsituation auf den Strom der Betriebsüberschüsse haben kann". Ebenda, S. 171. Krainer, R.E., Interest Rates, Leverage and Investor Rationality, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 4 nennt mehrere Konkurskostenarten: "The problem, in other words, is that bankruptcy costs are among the most difficult to extimate. These costs entail not only the payments to lawyers and accountants to adjucate disputes, but also the deterioration of accumulated goodwill in the form of maintaining normal business relationship with suppliers and customers as well as the ability to attract and retain key managerial personnel. Furthermore, these costs can be incurred not only in those states producing bankruptcy, but also those states producing "close calls". Stiglitz, J.E., Some Aspects of the Pure Theory of Corporate Finance: Bankruptcies and Take-Overs,

gewiesen hat, haben Kraus und Litzenberger,[67] Baron,[68] Scott[69] und andere Autoren[7o] Modelle zur Ableitung einer optimalen Kapitalstruktur entwickelt. Im Rahmen dieser Modelle wird die Annahme vollständiger Kapitalmärkte aufgehoben. Für das Ergebnis konstanter durchschnittlicher Kapitalkosten ist nämlich "die Annahme vollständiger Märkte sowie das Fehlen von Transaktionskosten und anderen externen Geldabflüssen in Form von Körperschafts- und Einkommenssteuern, Konkursstrafen usw. notwendig. Nur unter dieser idealen Annahme bilden die Individuen und Unternehmungen zusammen ein geschlossenes System ohne Abflüsse nach aussen".[71]

Forts. Fußnote 66)

in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 458-482, hat ein Modell entwickelt , in dem der Marktwert des Unternehmens vom Verschuldungsgrad ohne Berücksichtigung von Konkurskosten abhängt. Das Modell unterscheidet sich von allen in dieser Arbeit diskutierten Ansätzen grundsätzlich dadurch, daß der Gesichtspunkt, die Anleger am Kapitalmarkt zeichneten sich durch unterschiedliche Einstellungen gegenüber dem Risiko aus, zugunsten des Gesichtspunkts, die Anleger besäßen unterschiedliche Zukunftserwartungen, aufgegeben wird. Im Stiglitz-Modell sind alle Anleger risikoneutral. Stiglitz zeigt,
- daß bei homogenen Erwartungen der Marktwert des Unternehmens vom Verschuldungsgrad unabhängig ist,
- daß dieses Ergebnis auch für den Fall gilt, daß die Anleger zwar unterschiedliche Erwartungen haben, die Möglichkeit eines Unternehmenskonkurses aber ausgeschlossen ist und
- daß "the value of the firm with fixed investment will decrease as it increases its debt, beyond that point where the lenders think there is any chance of bankruptcy" (S. 466)

Zur Diskussion dieses Ansatzes vgl. auch Stapleton, R.C., Some Aspects of the Pure Theory of Corporate Finance: Bankruptcies and Take-Overs: Comment, und Stiglitz, J.E., Reply, in: Bell Journal of Economics, Bd. 6 (1975), S. 7o8-71o sowie S. 711-714.

67) Kraus, A. und Litzenberger, R.H., A State-Preference Model of Optimal Financial Leverage, in: The Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 911 - 922.

68) Baron, D.P., Firm Valuation, Corporate Taxes, and Default Risk, in: The Journal of Finance, Bd. 3o (1975), S. 1251 - 1264.

69) Scott, J.H., A Theory of Optimal Capital Structure, in: Bell Journal of Economics, Bd. 7 (1976), S. 33 - 54.

7o) Robichek, A.A. und Myers, S.C., Problems in the Theory of Optimal Capital Structure, in: The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 1 (1966), S. 1-35; Bierman, H. und Thomas, L.J., Ruin Considerations and Debt Issuance, in: The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 1361-1378; Scherrer, G., Die Wirkung des Überschuldungsrisikos auf die optimale Kapitalstruktur der Unternehmen, in: ZfbF, Bd. 28 (1976), S. 189-198. Codina, R., The Cost of Capital, Corporate Finance, and the Theory of Investment with Corporate Income Taxes and Bankruptcy Costs, Manuskript, Instituto de Estudios Superiores de la Empresa, Universität Navarra, Research Paper No. 2o, Barcelona, Febr. 1977.

71) Hirshleifer, J., Kapitaltheorie, Köln 1974, S. 266. In Mehrperiodenmodellen reicht schon die Einführung einer Konkursregel aus, um die

Die Einbeziehung von Konkurskosten in den Bewertungsansatz erfolgt entweder in der Weise, daß eine Abhängigkeit der Verteilung des zukünftigen Marktwertes des Unternehmens von der Verschuldungspolitik postuliert wird, oder daß für Umweltzustände, in denen die Verbindlichkeiten das Unternehmensvermögen übersteigen, zusätzliche Ansprüche (Konkursgebühren, Verfahrenskosten) an das Unternehmensvermögen berücksichtigt werden.[72)] Die mit einer wachsenden Verschuldung ansteigende Konkurswahrscheinlichkeit und das daraus resultierende Ansteigen des Erwartungswertes der Konkurskosten bildet dann das Gegengewicht zu den mit dem Verschuldungsgrad ebenfalls ansteigenden erwarteten Steuerersparnissen. Kraus und Litzenberger[73)] vertreten daher die Ansicht, daß Körperschaftssteuern und Konkurskosten Marktunvollkommenheiten darstellen, "that are central to a positive theory of the effect of capital structure on valuation." Gegen das Konkurskostenargument lassen sich empirische[74)] und prinzipielle Erwägungen anführen.[75)] Die grundsätzlichen Überlegungen führen zu dem Ergebnis, daß bei der unterstellten Rationalität aller Anleger und den ansonsten auch weiterhin geltenden Vollkommenheitsannahmen für den Kapitalmarkt Konkurskosten keinen entscheidenden Einfluß auf das Bewertungsergebnis am Kapitalmarkt nehmen können.

Postuliert man nämlich eine Abhängigkeit der Verteilung des zukünftigen

---

Forts. Fußnote 71)

Geschlossenheit des Systems zu durchbrechen. Vgl. z.B. Borch, K., The Capital Structure of a Firm, in: The Swedish Journal of Economics, Bd. 71 (1969), S. 1 ff..

72) Scott, J.H., Bankruptcy, Secured Debt, and Optimal Capital Structure, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 1-19, hat z.B. ein Modell entwickelt, in dem durch die Einführung von Kreditsicherheiten erreicht wird, daß das Unternehmen im Konkursfall möglichst keine Masse mehr aufweist, die ansonsten durch die Massekosten aufgezehrt würde. Werden Kreditsicherheiten berücksichtigt, dann kann der Marktwert des Unternehmens steigen, weil die Gläubiger im Rang vor den Massekosten stehen. Als weitere Unvollkommenheit kann man 'spezielle Unsicherheiten der Wertpapiermärkte selbst' betrachten. Vgl. Mann, D., Die Einbeziehung des finanziellen Bereichs in makroökonomische Modelle, Diss. Göttingen 1973. Ein solches Vorgehen bedeutet aber, daß man bewußt 'Irrationalitäten' in den Ansatz einführt, weil die Anleger nicht ausschließlich ihre Ertragserwartungen bewerten, sondern zusätzlich Präferenzen für die Titel, die die Ertragserwartungen repräsentieren, entwickeln.

73) Kraus, A. und Litzenberger, R.H., a.a.O., S. 911.

74) Vgl. Miller, M.H., Debt and Taxes, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 261 ff. und Warner, J.B., Bankruptcy Costs: Some Evidence, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 337 ff..

75) Haugen, R.A. und Senbet, L.W., The Insignificance of Bankruptcy Costs to the Theory of Optimal Capital Structure, in: Journal of Finance, Bd. 33 (1978), S. 383 ff..

Marktwertes des Unternehmens (im Einperiodenfall des Liquidationserlöses des Unternehmensvermögens) von der Verschuldungspolitik, dann unterstellt man damit zugleich, daß die im Konkursverfahren erfolgende Übernahme des Unternehmensvermögens durch die Gläubiger zwangsläufig mit einer Minderbewertung der Vermögensgegenstände verbunden ist. Im Einperiodenmodell wäre also der Verwertungserlös eines Vermögensgegenstandes davon abhängig, ob der Liquidationserlös aller Vermögensgegenstände zur Abdeckung der Verbindlichkeiten ausreicht oder nicht ausreicht.

Führt man andererseits für den Überschuldungsfall zusätzliche Ansprüche an das Unternehmensvermögen ein, so daß die Gleichung $V_A = Z_A + T_A$ verletzt wird, dann fragt sich, warum die Gläubiger nicht zur Vermeidung der Konkurskosten entweder eine stille Liquidation anstreben oder mit der Durchführung des Konkursverfahrens ein Unternehmen beauftragen, dessen Vermögen selbst wieder Gegenstand der Bewertung am Kapitalmarkt ist. Das bestehende Insolvenzrecht spricht für den Ansatz positiver Konkurskosten. Bei den unterstellten Marktbedingungen läßt sich dieses Insolvenzrecht aber nur noch als Instrument erklären, mit dem eine spezielle Steuer (nämlich die Konkurskosten) erhoben wird.

Wir werden im Abschnitt 3. ein Modell formulieren, das ohne die Annahme steuerlich wirksamer Fremdkapitalzinsen und ohne den Ansatz von Konkurskosten eine optimale Kapitalstruktur begründen kann. Dabei wird uns der 'traditionelle' Ansatz des Kapitalkostenkonzepts als Vorlage dienen. Der traditionelle Ansatz baut ja nicht auf Marktunvollkommenheiten in Form bestimmter Kosten (Transaktionskosten, Konkurskosten, Liquidationskosten[76]), sondern zumindest in jenem Bereich, für den verschuldungsunabhängige Eigen- und Fremdkapitalkosten postuliert werden, auf dem Nettogewinn-Ansatz auf. Es wurde gezeigt, daß bei sicheren Erwartungen der Nettogewinn-Ansatz aus der Markttrennungshypothese erklärt werden kann. Die Frage ist, zu welchen Ergebnissen der Nettogewinn-Ansatz im Falle unsicherer Zukunftserwartungen führt.[77]

---

76) Zum Ansatz von Liquidationskosten vgl. Tinsley, P.A., Capital Structure, Precautionary Balances, and Valuation of the Firm: The Problem of Financial Risk, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 5 (197o), S. 33-62; Chen, A.H., Kim, E.H. und Kon, S.J., Cash Demand, Liquidation Costs and Capital Market Equilibrium under Uncertainty, in: Journal of Financial Economics, Bd. 2 (1975), S. 293 - 3o8.

77) Konkurskosten und steuerlich berücksichtigungsfähige Fremdkapitalzinsen lassen sich in diesen Ansatz ohne Schwierigkeiten zusätzlich aufnehmen. Sie 'begründen' aber nicht die optimale Kapitalstruktur. Daher wird auf die explizite Einführung dieser Unvollkommenheit verzichtet. Vgl. zur Bestimmung des Kreditspielraums und zur Ermittlung einer optimalen Kapitalstruktur bei vom Liquidationserlös

Ein wichtiges Ergebnis unserer Überlegungen wird darin bestehen, daß sich der U-förmige 'traditionelle' Kapitalkostenverlauf aus zwei Annahmen erklären läßt: Erstens aus der Position des Nettogewinn-Ansatzes, wonach von der Existenz zweier getrennter Teilmärkte für Eigen- und Fremdkapitalanteile auszugehen ist und zweitens aus der Annahme unsicherer Erwartungen über die zukünftige Entwicklung des Unternehmensvermögens.

Die Theorie der Kapitalkosten wird sich somit nach einem Raster entwickeln lassen, das die in der Literatur zum Kapitalkostenkonzept entwickelten Ansätze auf Hypothesen über den Kapitalmarkt und die Anlegererwartungen zurückführt.

Erwartungsannahmen / Markt-Annahmen	sichere Erwartungen	unsichere Erwartungen
geschlossener Kapitalmarkt	Bruttogewinn-Ansatz	Modigliani-Miller-Theorem
Teilmärkte für Eigen- und Fremdkapital	Nettogewinn-Ansatz	'traditioneller' Ansatz

Zur Ausfüllung dieses Rasters wird uns im folgenden der Fall unsicherer Erwartungen beschäftigen. Nach einer Analyse des Modigliani-Miller-Theorems im Rahmen des Kapitalmarktmodells bei geschlossenem Kapitalmarkt (Abschnitt 2) wird der Ansatz des Kapitalmarktmodells zur Untersuchung der Verschuldungspolitik bei getrennten Märkten für Eigen- und Fremdkapitaltitel herangezogen (Abschnitt 3).

Forts. Fußnote 77)

abhängigen Konkurskosten und steuerlich abzugsfähigen Fremdkapitalzinsen im Rahmen des zweiparametrigen Kapitalmarktmodells Kim, E. Han, A Mean-Variance Theory of Optimal Capital Structure and Corporate Debt Capacity, in: Journal of Finance, Bd. 33 (1978), S. 45 ff..

2. Zum Beweis des Theorems von der Irrelevanz der Verschuldungspolitik für den Marktwert von Unternehmen im Rahmen des Kapitalmarktmodells

In diesem Abschnitt ist darzustellen, in welcher Weise sich Fremdfinanzierungsmaßnahmen der Unternehmen in das Kapitalmarktmodell einbauen lassen. Ausgangspunkt der Ansätze zur Bestimmung des Marktwertes von verschuldeten Unternehmen ist dabei die Beziehung über den Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert und dem Risiko eines Wertpapiers im Kapitalmarktgleichgewicht. Ebenso lassen sich die Verschuldungswirkungen aber auch unmittelbar aus der Bewertungsformel für den Gleichgewichtsmarktwert der Aktien eines Unternehmens entwickeln.

Die Ansätze zur Bestimmung des Marktwertes von verschuldeten Unternehmen bzw. zur Bestimmung der Kapitalkosten solcher Unternehmen im Kapitalmarktgleichgewicht unterscheiden sich darin, ob eine sichere Bedienung des Fremdkapitals vorausgesetzt oder diese Voraussetzung fallengelassen wird. Eine Darstellung und Diskussion der beiden bekanntesten Anwendungen des Kapitalmarktmodells auf das Problem der Bestimmung des Marktwertes von Unternehmen bei wachsender Unternehmensverschuldung von Hamada[78)] (kein Ausfallrisiko für Kredite an Unternehmen) und Haugen und Pappas[79)] (bestehendes Ausfallrisiko für Kredite an Unternehmen) dient zugleich einer Untersuchung der Frage, ob das zweiparametrige Kapitalmarktmodell zur Bildung von Hypothesen über die Preisbildung auf Kreditmärkten geeignet ist.

---

78) Hamada, R.S., Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance, in: The Journal of Finance, Bd. 24 (1969), S.13 - 31.

79) Haugen, R.A. und Pappas, J.L., Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments, and the Question of Optimal Capital Structure, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 943 - 953. Der Beweis des MM-Theorems bei bestehendem Kreditausfallrisiko für die Gläubiger, der im Abschnitt 2.2. vorgetragen wird, weist formal kaum Gemeinsamkeiten mit dem von Haugen und Pappas auf. Der Grundgedanke der Einbeziehung riskanter Kredite in das Marktportefeuille geht aber auf Haugen und Pappas zurück, die ihn erstmals in ihrem Kommentar zu Ben-Shahar, H., The Capital Structure and the Cost of Capital: A Suggested Exposition, in: Journal of Finance, Bd. 23 (1968), S. 639 ff. formuliert haben; vgl. Haugen, R.A. und Pappas, J.L., A Comment on the Capital Structure and the Cost of Capital: A Suggested Exposition, in: Journal of Finance, Bd. 25 (197o), S. 674 ff..

2.1. Der Marktwert verschuldeter Unternehmen bei fehlendem Kreditausfallrisiko für die Gläubiger

Ein Unternehmen A sei zunächst ausschließlich eigenfinanziert, so daß der Marktwert der Aktien mit dem Marktwert des Unternehmens und die Eigenkapitalkosten mit den Gesamtkapitalkosten übereinstimmen.

$$K^A_{EK} = K^A_{GK} = \frac{E(V_A) - \bar{y}_A K_{oA}}{\bar{y}_A K_{oA}}$$

Unter der Voraussetzung, daß die Prämissen des Kapitalmarktmodells erfüllt sind, läßt sich der Kapitalkostensatz für das Unternehmen A im Kapitalmarktgleichgewicht aus der 'risk-return-Beziehung' berechnen:

$$(9o) \quad K^A_{EK} = E(R_A) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{S(R_M)} \rho_{AM} S(R_A)$$

Nun wird angenommen, das Unternehmen ändere seine Kapitalstruktur durch Zuführung von Fremdkapital in Höhe von FK_A, ohne daß im leistungswirtschaftlichen Bereich des Unternehmens irgendeine Veränderung erfolgt. Das aufgenommene Fremdkapital, das mit dem Marktzins R_F zu verzinsen ist, wird also nicht zur Finanzierung neuer Investitionen eingesetzt. Die dem Unternehmen aus der Kreditaufnahme zufließenden Zahlungsmittel werden vielmehr an die Anteilseigner (im Verhältnis ihrer Kapitalanteile) vollständig als Dividende ausgeschüttet.[8o)]

Die Unternehmensverschuldung dient also bei dieser Modellformulierung ausschließlich dem Zweck, den Aktionären zu Beginn der Periode eine Dividende in Höhe des aufgenommenen Fremdkapitals auszuschütten, die vom Unternehmen erst am Periodenende 'verdient' sein wird.[81)] Zum Ausgleich müssen die Aktionäre am Periodenende auf den verzinsten Fremd-

---

8o) Bei dieser Ausschüttung mögen institutionelle Beschränkungen zu berücksichtigen sein, wenn z.B. der Dividendenbetrag den Bilanzgewinn oder die Rücklagen übersteigt. Der Verschuldungsgrad hat dann eine durch Gesetz oder die Unternehmenssatzung fixierte Obergrenze. Von diesen Begrenzungen wird im folgenden abgesehen, da sie für die vorzutragenden Argumente ohne Belang sind. Wir gehen davon aus, daß prinzipiell unbeschränkt Ausschüttungen möglich sind und sehen in der formalen Schreibweise auch davon ab, daß dann, wenn das ausgewiesene Eigenkapital unter die Grundkapitalziffer fällt, ein Kapitalschnitt zu erfolgen hat.

81) In dieser Formulierung fällt das Problem der optimalen Verschuldungspolitik mit der optimalen Ausschüttungspolitik zusammen. Franke, G., Verschuldungs- und Ausschüttungspolitik im Licht der Portefeuille-Theorie, Köln-Berlin-Bonn-München 1971, S. 57 hält im Zwei-Zeitpunkt-Modell diese Gleichsetzung generell für gegeben. Eine andere Formulierung des gleichen Problems unter der Annahme einer tatsächlichen

kapitalbetrag $(1+R_F)FK_A$ bei der Liquidation des Unternehmens verzichten, so daß der von ihnen zum Periodenende erwartete Dividendenbetrag durch die Differenz $E(V_A) - (1+R_F)FK_A$ beschrieben werden kann.[82)]

Zur Feststellung der Abhängigkeit der Eigenkapitalkosten vom Verschuldungsgrad des Unternehmens A ist die Aktienrendite nun als erwartete relative Veränderung des auf die Anteilseigner entfallenden Unternehmensvermögens zu beschreiben. Bezeichnet man den Marktwert der Aktien des Unternehmens A nach der Kreditaufnahme und nach Ausschüttung der Dividende mit $\bar{y}_A K_{oB}$, so sind die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens nun gegeben durch[83)]

$$(91) \quad K^B_{EK} = E(R_B) = \frac{E(V_A) - (1+R_F)FK_A - \bar{y}_A K_{oB}}{\bar{y}_A K_{oB}}$$

Forts. Fußnote 81)

Reduktion des Grundkapitals findet man aber z.B. bei Wilhelm, J., Zum Beweis der Theoreme von Modigliani-Miller im Rahmen des Kapitalmarktmodells: Kommentar, Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen-Friedrich-Wilhelms-Universität, Nr. 22, Bonn 1977. Die dort gegebene Formulierung hat den Nachteil, daß vorausgesetzt werden muß, die Anteilseigner würden ihre Eigenkapitalanteile zum herrschenden Gleichgewichtskurs verkaufen, ohne eine eventuelle Marktwertsteigerung durch Fremdkapitalsubstitution zu antizipieren (S. 1o).

82) Da im Kapitalmarktmodell unterstellt wird, der Liquidationswert des Unternehmens V_A sei normalverteilt, und hier zusätzlich angenommen wird, daß die Unternehmensgläubiger kein Kreditausfallrisiko übernehmen, sind die Aktionäre am Periodenende nachschußpflichtig, wenn $V_A < (1+R_F)FK_A$ gilt.

83) Hamada, R.S., Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance, a.a.O., S. 16, definiert $E(X_A) = E(V_A) - \bar{y}_A K_{oA}$ als "expected earnings net of depreciation but prior to the deduction of interest and tax payments", so daß die Eigenkapitalkosten des unverschuldeten Unternehmens $E(R_A) = E(X_A)/\bar{y}_A K_{oA}$ sind. Die Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens sind bei Hamada gegeben durch

$$E(R_B) = \frac{E(X_A) - R_F FK_A}{\bar{y}_A K_{oB}} .$$

Die von Hamada definierten Eigenkapitalkosten stimmen mit den in (91) definierten überein, wenn

$$E(V_A) - (1+R_F)FK_A - \bar{y}_A K_{oB} = E(V_A) - \bar{y}_A K_{oA} - R_F FK_A$$

oder kürzer

$$\bar{y}_A K_{oA} = \bar{y}_A K_{oB} + FK_A$$

gilt, d.h., wenn der Marktwert des Unternehmens von der Verschul-

Ist der Kapitalmarkt nach der Verschuldung des Unternehmens A wieder im Gleichgewicht, so gilt für den Erwartungswert der Aktienrendite wieder die 'risk-return'-Beziehung, aus der

$$(92) \quad K^B_{EK} = E(R_B) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{S(R_M)} \rho_{BM} S(R_B)$$

mit dem in (9o) festgestellten Marktpreis des Risikos folgt. Zu vergleichen sind nun die beiden durch (9o) und (92) beschriebenen Kapitalkostensätze. Dazu ist zunächst das systematische Risiko der Aktien des verschuldeten und des unverschuldeten Unternehmens in eine unmittelbar vergleichbare Form zu bringen. Wegen

$$R_A = \frac{V_A - \bar{y}_A K_{oA}}{\bar{y}_A K_{oA}} \quad \text{und } R_B = \frac{V_A - (1+R_F)FK_A - \bar{y}_A K_{oB}}{\bar{y}_A K_{oB}}$$

gilt

$$\rho_{AM} S(R_A) = \frac{Cov(R_A, R_M)}{S(R_M)} = \frac{Cov(V_A, R_M)}{\bar{y}_A K_{oA} S(R_M)}$$

und

$$\rho_{BM} S(R_B) = \frac{Cov(R_B, R_M)}{S(R_M)} = \frac{Cov(V_A, R_M)}{\bar{y}_A K_{oB} S(R_M)} \quad .$$

Wegen

$$S(R_A) = \frac{S(V_A)}{\bar{y}_A K_{oA}} \quad \text{und} \quad S(R_B) = \frac{S(V_A)}{\bar{y}_A K_{oB}}$$

stimmen also die Korrelationskoeffizienten ρ_{BM} und ρ_{AM} überein.

$$(93) \quad \rho_{BM} = \rho_{AM}$$

Da der erwartete Liquidationswert des Unternehmens $E(V_A)$ von der Ver-

---

Fors. Fußnote 83)

dungspolitik unabhängig ist. Hamada setzt also das Ergebnis seiner Analyse, nämlich die Bestätigung des MM-Theorems von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert des Unternehmens bei seiner Definition der Eigenkapitalkosten des verschuldeten Unternehmens bereits voraus. Dieser Zirkel wird im Ansatz (91) vermieden.

schuldungspolitik unbeeinflußt bleibt, kann man nun den Marktwert der Aktien des unverschuldeten Unternehmens mit dem Marktwert der Aktien nach der Fremdkapitalaufnahme vergleichen. Wegen

$$\bar{y}_A K_{oB} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - (1+R_F) FK_A - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{BM} S(V_A) \right\}$$

$$= \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{BM} S(V_A) \right\} - FK_A$$

und unter Berücksichtigung von (93) beträgt der Marktwert der Aktien des verschuldeten Unternehmens

$$\bar{y}_A K_{oB} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{AM} S(V_A) \right\} - FK_A ,$$

so daß also der Marktwert des verschuldeten Unternehmens mit dem Marktwert des unverschuldeten Unternehmens übereinstimmt.

$$(94) \quad \bar{y}_A K_{oB} + FK_A = \bar{y}_A K_{oA} = V_{oA}$$

Unter den Bedingungen des Kapitalmarktmodells und bei risikofreiem Fremdkapital ist der Gleichgewichtsmarktwert eines Unternehmens $\bar{y}_A K_{oA}$ vom Verschuldungsgrad unabhängig und gegeben durch die diskontierte Linearkombination des Erwartungswertes und des systematischen Risikos des Unternehmensvermögens. Das ist der Inhalt des Modigliani-Miller-Theorems von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert eines Unternehmens in der Formulierung des Kapitalmarktmodells.

Die Eigenkapitalkosten (92) des verschuldeten Unternehmens sind nun gegeben, und aus dem Vergleich mit der Gleichgewichtsrendite (9o) des unverschuldeten Unternehmens folgt der mit dem Verschuldungsgrad linear ansteigende Eigenkapitalkostenverlauf

$$(95) \quad E(R_B) = E(R_A) + (E(R_A) - R_F) \frac{FK_A}{\bar{y}_A K_{oB}}$$

Da im Kapitalmarktgleichgewicht die erwartete Rendite der Aktien des unverschuldeten Unternehmens durch (9o) bestimmt ist, ergibt sich noch die Möglichkeit, das systematische Risiko der Aktien in eine verschuldungsunabhängige und eine verschuldungsabhängige Komponente zu zerlegen. Setzt man nämlich (9o) in (95) ein, so erhält man die

Gleichgewichtsrendite der Aktien des verschuldeten Unternehmens als[84)]

$$E(R_B) = R_F + \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{AM} S(R_A) + \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{AM} S(R_A) \frac{FK_A}{\bar{y}_A K_{oB}}$$

Unter den Prämissen des Kapitalmarktmodells gilt als für die Gleichgewichtsrendite der Aktien eines verschuldeten Unternehmens:

Gleichgewichtsrendite = Marktzins
+ bewertetes systematisches Unternehmensrisiko
+ bewertetes systematisches Kapitalstrukturrisiko

Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 25 dargestellt.[85)]

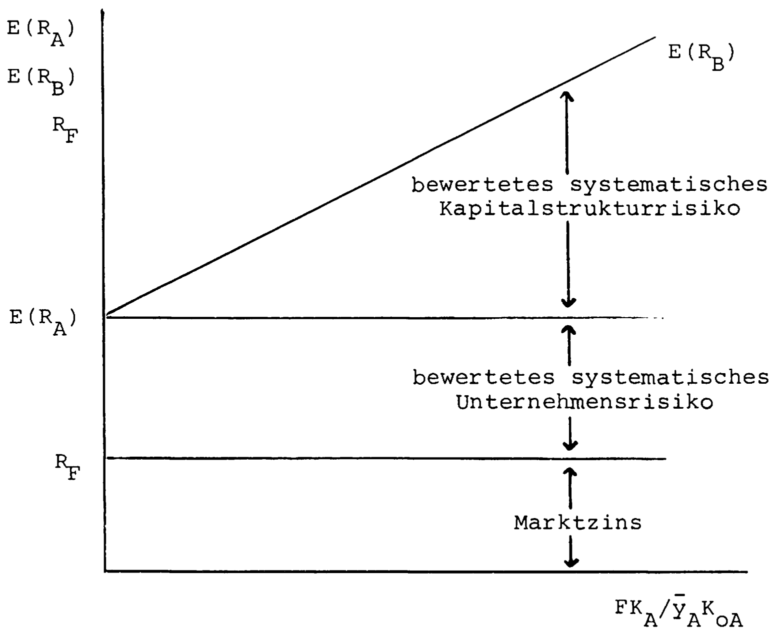


Abb. 25: Systematisches Kapitalstrukturrisiko und Verschuldung

84) Vgl. Rubinstein, M.E., A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory, in: The Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 178.

85) Ist die Korrelation mit dem Marktportefeuille negativ ($\rho_{AM} < o$), so erhält man eine linear fallende Eigenkapitalkostenkurve mit $E(R_A) < R_F$.

Die Gleichgewichtsrendite der Aktien eines Unternehmens ist eine steigende Funktion des Verschuldungsgrades des Unternehmens. Das ist der Inhalt des zweiten Theorems von Modigliani und Miller. Schreibt man die Beziehung (95) als Kapitalkostenfunktion an

$$(96) \quad K^B_{EK} = K^A_{GK} + (K^A_{GK} - R_F) \frac{FK_A}{\bar{y}_A K_{oB}} ,$$

so ergibt sich eine formale Übereinstimmung mit dem Verlauf der Eigenkapitalkostenkurve beim Bruttogewinn-Ansatz in (89). In (96) sind aber gegenüber (89) die durchschnittlichen Kapitalkosten nicht exogen als konstant angenommen gegeben, sondern durch (9o) bestimmt. In (89) ist der Fremdkapitalkostensatz, in (96) der Marktzins für risikolose Anlagen R_F nicht erklärt, sondern exogen gegeben.

Die Frage ist noch, ob der Marktpreis des Risikos von der Verschuldungstransaktion des Unternehmens unberührt bleibt. Hamada[86] geht davon aus, daß sich der Marktpreis des Risikos durch die Verschuldung des Unternehmens ändert, hält aber diese Veränderung für vernachlässigbar und arbeitet daher mit einem gleichbleibenden Marktpreis des Risikos. Kumar[87] weist darauf hin, daß ein unveränderter Marktpreis des Risikos impliziert, daß auch der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien aller Unternehmen unverändert geblieben ist. Dies ist aber nur möglich, wenn keine Verschuldung stattgefunden hat, so daß hier nach Kumar eine Inkonsistenz des Ansatzes vorliegt. Der in (9o) und (92) verwendete Marktpreis des Risikos ist gleich hoch.[88] Hamada und Kumar bezeichnen

---

86) Hamada, R.S., Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance, a.a.O., S. 17, Fußnote 1o.

87) Kumar, P., Market Equilibrium and Corporation Finance: Some Issues, in: The Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 1179.

88) Der Marktpreis des Risikos

$$\frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} = \frac{\Sigma\mu_k - (1+R_F)\Sigma W_{ok}}{S(V_M)}$$

mit $\sum_k W_{ok} = \sum_k \bar{x}_k + \sum_i \bar{y}_i K_{oi}$

und $\sum_k \mu_k = (1+R_F)\sum_k \bar{x}_k + \sum_i E(V_i)$

ohne Verschuldung sowie

mit $\sum_k W_{ok} = \sum_k \bar{x}_k + FK + \sum_i \bar{y}_i K'_{oi}$ und aber die Größe $(E(R_M)-R_F)/Var(R_M)$ als Marktpreis des Risikos. Wegen

$$\frac{E(R_M)-R_F}{Var(R_M)} = (\Sigma\bar{y}_i K_{oi}) \frac{\Sigma E(Z_i) - (1+R_F)\Sigma\bar{y}_i K_{oi}}{Var(Z_M)}$$

ist der so definierte Marktpreis des Risikos tatsächlich von der Verschuldung des Unternehmens A abhängig. Das Produkt aus dem durch $(E(R_M)-R_F)/Var(R_M)$ gegebenen Marktpreis des Risikos und dem entsprechend zu formulierenden 'systematischen' Risiko $Cov(R_i,R_M)$ der Aktien eines beliebigen Unternehmens (außer A) bleibt aber unverändert, so daß in der Bewertungsgleichung für den Marktwert der Aktien im Falle der Verschuldung und ohne Verschuldung derselbe 'Risikobetrag' vom Erwartungswert des Liquidationserlöses abgesetzt wird. Der Vorzug der hier verwendeten Schreibweise besteht darin, daß durch Verschuldungstransaktionen bewirkte Veränderungen des Marktportefeuilles riskanter Anlagen keinen Einfluß auf den Marktpreis des Risikos zeigen.

Forts. Fußnote 88)

$$\sum_k \mu_k = (1+R_F)(\sum_k \bar{x}_k + FK) + \sum_i E(V_i) - (1+R_F)FK$$

bei Verschuldung des Unternehmens A ist bei gegebener Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens in der Wirtschaft und einem gegebenen Anlegerkreis konstant und bestimmt durch

$$- S(V_M)/\sum_k E(U'(W_{1k}))/E(U''(W_{1k})).$$

Ist der Geldmarkt nicht geschlossen, weil z.B. die Anleger die Ausschüttung des Unternehmens A nicht reinvestieren, dann bleibt der Marktpreis des Risikos trotzdem unverändert, wenn konstante absolute Risikoaversion der Anleger unterstellt wird. Vgl. Rudolph, B., Zum Beweis der Theoreme von Modigliani-Miller im Rahmen des Kapitalmarktmodells, Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität, Nr. 17, Bonn 1976. Die Ableitungen von Rudolph gehen von der von Hamada, R.S., Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance, in: Journal of Finance, Bd. 24 (1969), S. 17 übernommenen Annahme eines unveränderten Gleichgewichtsmarktwertes der Aktien aller Gesellschaften aus. Wilhelm, J., Zum Beweis der Theoreme von Modigliani-Miller im Rahmen des Kapitalmarktmodells: Kommentar, a.a.O., hat auf die Implikationen dieser Annahme hingewiesen. Im Gegensatz zu dem hier betrachteten Bewertungsmodell sind die Modelle von Rudolph und Wilhelm als Finanzierungsmodelle formuliert. Die Kritik von Wilhelm an einer Vernachlässigung der Räumungsbedingung für den Geldmarkt gilt aber entsprechend auch für Bewertungsmodelle.

2.2. Der Marktwert von Unternehmen bei Berücksichtigung eines Kreditausfallrisikos für die Gläubiger

Haugen und Pappas[89] haben zum Beweis der Irrelevanz der Verschuldungspolitik für den Marktwert eines Unternehmens einen Beweis vorgelegt, der insoweit über den von Hamada behandelten Fall hinausgeht, als nicht unterstellt wird, die Unternehmensgläubiger übernähmen auch bei 'exzessiver' Verschuldung des Unternehmens keinerlei Ausfallrisiko. Kredite an das sich verschuldende Unternehmen werden von Haugen und Pappas als riskante Anlagen aufgefaßt und sind daher von den Anlegern am Kapitalmarkt bei der Zusammenstellung des Marktportefeuilles riskanter Wertpapiere mit zu berücksichtigen. Der Beweis von Haugen und Pappas gestaltet sich formal in ähnlicher Weise wie der vorgetragene Ansatz von Hamada. Der Beweis enthält aber insoweit einen Zirkelschluß, als die gewünschte Beziehung des Modigliani-Miller-Theorems schon im Beweisansatz benutzt wird.[9o] In einer Neuformulierung ihres Ansatzes können Haugen und Pappas[91] jedoch zeigen, daß der Erwartungswert der Eigenkapitalrendite, für den Modigliani und Miller einen linearen Zusammenhang mit dem Verschuldungsgrad nachgewiesen haben, mit der erwarteten Gleichgewichtsrendite, die im Rahmen des Kapitalmarktmodells ermittelt wird, übereinstimmt.

Ein kurzer Beweis des Irrelevanztheorems von Modigliani und Miller läßt sich auch angeben, wenn man unmittelbar auf die Bewertungsgleichung für den Marktwert der Aktien zurückgreift.[92] Der Marktwert des unverschuldeten Unternehmens ist gleich dem Marktwert der Aktien und im Kapital-

---

89) Haugen, R.A. und Pappas, J.L., Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments and the Question of Optimal Capital Structure, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 943 - 953.

9o) Vgl. Imai, Y. und Rubinstein, M., Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments, and the Question of Optimal Capital Structure: A Comment, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 2oo1 - 2oo3; auch Swoboda, P., Finanzierungstheorie, a.a.O., verwendet das Ergebnis (9), S. 43, schon im ersten Schritt seiner Ableitung, S. 42.

91) Haugen, R.A. und Pappas, J.L., Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments, and the Question of Optimal Capital Structure: A Reply, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 2oo5-2oo8.

92) Formal ähnliche Beweise auf dieser Grundlage findet man bei Stiglitz, J.E., A Re-Examination of the Modigliani-Miller-Theorem, in: American Economic Review, Bd. 59 (1969), S. 789 f. und Rubinstein, M., An Aggregation Theorem for Securities Markets, in: Journal of Financial Economics, Bd. 1 (1974), S. 238.

marktgleichgewicht gegeben durch

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{AM} S(V_A) \right\}$$

Nun kann das Unternehmen für jeden möglichen Liquidationserlös V_A festlegen, wie dieser auf zwei Wertpapierarten aufzuteilen ist.[93] Der auf die erste Wertpapierart entfallende Anteil am Liquidationserlös sei T_A, der auf die zweite Z_A. Notwendig ist nur (auch für negative V_A), daß stets $Z_A = V_A - T_A$ gilt.

Die Wertpapiere, die einen anteiligen Anspruch auf den Liquidationserlös T_A verbriefen, heißen Obligationen, die anderen, auf die der Rest des Liquidationserlöses $Z_A = V_A - T_A$ entfällt, Aktien. Die Reihenfolge, in der Obligationäre und Aktionäre am Liquidationserlös partizipieren, kann beliebig gewählt werden, d.h. die Ausstattung der Aktien und Obligationen kann - aber muß nicht - von der praktisch üblichen (Vorwegbefriedigung der Obligationäre) abweichen. Aus dem Verkauf von Obligationen mit einem erwarteten Tilgungsbetrag in Höhe von $E(T_A)$ erzielt das Unternehmen Zahlungsmittel in Höhe von[94]

$$(97)\quad FK_A = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(T_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{TM} S(T_A) \right\}$$

Der Zahlungsmittelbetrag FK_A aus (97) wird an die Aktionäre des Unternehmens als Dividende ausgeschüttet. Die Aktionäre ihrerseits bewerten die umlaufenden Aktien mit[95]

---

93) Prinzipiell kann auch eine Vielzahl von Wertpapierarten ausgegeben werden. Die nachfolgende Argumentation gilt dann entsprechend.

94) Der Korrelationskoeffizient ρ_{TM} ist gegeben durch

$$\rho_{TM} = \frac{Cov(T_A, V_M)}{S(T_A)S(V_M)}$$

, wobei die im Zähler erscheinende Kovarianz dann, wenn das Unternehmen A das einzige mit ausstehendem Fremdkapital ist, wegen $V_M = V_A + \sum_{i \neq A} V_i = T_A + Z_A + \sum_{i \neq A} V_i$ gegeben ist durch

$$Cov(T_A, V_M) = Var(T_A) + Cov(T_A, Z_A) + \sum_{j \neq A} Cov(T_A, Z_j) .$$

95)

$$\rho_{ZM} = \frac{Cov(Z_A, V_M)}{S(Z_A)S(V_M)} \quad \text{mit}$$

$$Cov(Z_A, V_M) = Var(Z_A) + Cov(Z_A, T_A) + \sum_{j \neq A} Cov(Z_A, Z_j)$$

$$(98) \quad \bar{y}_A K_{oB} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)} \rho_{ZM} S(Z_A) \right\}$$

Ist der Kapitalmarkt im Gleichgewicht, dann gelten (97) und (98). Wegen[96)]

$$\rho_{AM} S(V_A) = \rho_{TM} S(T_A) + \rho_{ZM} S(Z_A)$$

folgt aus (97) und (98) unmittelbar das Modigliani-Miller-Theorem (94).[97)]

$$(94) \quad \bar{y}_A K_{oB} + FK_A = \bar{y}_A K_{oA} = V_{oA}$$

Unter Verwendung von (94) lassen sich die Eigenkapitalkosten für das verschuldete Unternehmen in Abhängigkeit vom Verschuldungsgrad als

$$K_{EK}^{B} = K_{EK}^{A} + (K_{EK}^{A} - K_{FK}^{B}) \frac{FK_A}{\bar{y}_A K_{oB}}$$

angeben, wobei sich die Fremdkapitalkosten

$$K_{FK}^{B} = \frac{E(T_A) - FK_A}{FK_A}$$

nun aus (97) berechnen lassen. Über den Verlauf der Eigen- und Fremdkapitalkostenkurven in Abhängigkeit vom Verschuldungsgrad lassen sich keine weiteren Angaben machen. Dieser Verlauf hängt (immer bei konstanten Gesamtkapitalkosten) ganz von der speziellen Ausstattung der

---

96) $Cov(T_A, V_M) + Cov(Z_A, V_M) = Cov(T_A + Z_A, V_M)$
und somit
$\rho_{TM} S(T_A) S(V_M) + \rho_{ZM} S(Z_A) S(V_M) = \rho_{AM} S(V_A) S(V_M)$

97) Da im Kapitalmarktmodell alle Anleger ein Portefeuille realisieren, das mit dem Marktportefeuille vollkommen positiv korreliert ist, und das Marktportefeuille alle riskanten Wertpapiere enthält, führen Verschuldungstransaktionen zwar zu einem Bezeichnungswechsel, nicht aber zu einer anderen Zahlungscharakteristik und somit zu keiner Veränderung des Erwartungswertes und der Standardabweichung des Endvermögens des einzelnen Anlegers. Damit ist auch ein Anwachsen der Konkurswahrscheinlichkeit des Unternehmens für die Bewertung ohne Bedeutung. Der Anteilseigner, der den Anteil α des Liquidationserlöses des unverschuldeten Unternehmens erhält und alternativ den Anteil α des auf die Eigen- und Fremdkapitalgeber entfallenden Anteils, mag zwar Ansprüche mit unterschiedlichem Bilanzausweis haben, seine Vermögensposition hat sich durch die Verschuldung des Unternehmens nicht verändert. Insoweit entspricht die Argumentation bei unsicheren Fremdkapitalpositionen der bei Sicherheit.

Aktien und Obligationen und somit von dem Erwartungswert und dem systematischen Risiko ab, das den Aktien und Obligationen zugeordnet wird.

2.3. Investitionsfinanzierung durch Eigen- und Fremdkapitalgeber

Bevor wir eine Beurteilung des Theorems von der-Irrelevanz der Verschuldungspolitik für den Marktwert eines Unternehmens und der Formulierung dieses Theorems im Rahmen des Kapitalmarktmodells vornehmen, soll der in den vergangenen Abschnitten und in der Literatur als Bewertungsmodell formulierte Ansatz in ein Finanzierungsmodell überführt werden. In den Abschnitten 2.1. und 2.2. wurde davon ausgegangen, daß Unternehmen Fremdfinanzierung mit dem Zweck der Dividendenausschüttung an die Anteilseigner in Höhe des aufgenommenen Fremdkapitalbetrages betreiben. Über den Umfang und die Art der betrieblichen Investitionen war bereits vorab entschieden. Darüber hinaus war die Finanzierung der Investitionsprojekte bereits erfolgt, so daß Verschuldungspolitik und Dividendenpolitik nur zwei Termini für denselben ökonomischen Sachverhalt darstellen konnten.[98)]

Diese Ausgangssituation wird nun insoweit abgewandelt, als das Unternehmen vor der Frage steht, ob es die zur Durchführung der Investitionen benötigten Mittel durch Eigenfinanzierung (Emission junger Aktien) oder Fremdfinanzierung (Emission von Obligationen) beschaffen soll. Wie bisher gehen wir davon aus, daß über den Umfang und die Art der Investitionen bereits entschieden ist, so daß das Endvermögen des Unternehmens die Einzahlungen aus der Investition mit umfaßt.

Das zu finanzierende Investitionsvolumen des Unternehmens A sei I_A. Vorgesehen ist zunächst, daß der Betrag I_A ausschließlich durch die Emission junger Aktien aufgebracht wird. Das Grundkapital der Gesellschaft A wird zu diesem Zweck von $\bar{y}_A$ um $(\bar{y}_B-\bar{y}_A)$ auf $\bar{y}_B$ heraufgesetzt. Die jungen Aktien werden den Aktionären zum Kurs K_E angeboten; das Bezugsverhältnis ist $\bar{y}_A/(\bar{y}_B-\bar{y}_A)$. Wir gehen davon aus, daß der Emissionskurs K_E und die neue Grundkapitalziffer $\bar{y}_B$ von der Unternehmensleitung so gewählt werden, daß das Emissionsvolumen $(\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E$ genau dem zu

98) Man kann im Rahmen der hier verwendeten Modelle Dividendenzahlungen nicht als Ausschüttungen von Gewinnanteilen verstehen. Vielmehr wird von den Aktionären de facto ein Anspruch auf den Liquidationserlös des Unternehmensvermögens an die Fremdkapitalgeber gegen Barzahlung abgetreten.

finanzierenden Investitionsvolumen I_A entspricht.[99] Die Budgetbedingung für den Anleger k lautet

$$(99)\quad W_{ok} = \bar{x}_k + \bar{y}_{Ak}K_{oA} + \sum_{i \neq A} \bar{y}_{ik}K_{oi}$$

$$= x_k + y_{Bk}K_{oB} + \sum_{i \neq A} y_{ik}K_{oi} \, .$$

In (99) ist y_{Bk} der Bestand des Anlegers k an "zukünftigen" Aktien[100] der Gesellschaft A und K_{oB} der Aktienkurs nach erfolgter Kapitalerhöhung. Addiert man die Budgetbedingung (99) über alle Anleger und geht davon aus, daß der Kapitalmarkt nach erfolgter Kapitalerhöhung im Gleichgewicht ist, so gilt

$$(100)\quad \sum_k W_{ok} = \Sigma\bar{x}_k + \bar{y}_A K_{oA} + \sum_{i \neq A} \bar{y}_i K_{oi} = \Sigma x_k + \bar{y}_B K_{oB} + \sum_{i \neq A} \bar{y}_i K_{oi}$$

Da die Aktionäre im Zuge der Kapitalerhöhung den Emissionsbetrag $I_A = (\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E$ aufgebracht haben,[101] hat sich ihr gesamtes Geldvermögen von $\Sigma\bar{x}_k$ um $(\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E$ auf $\Sigma x_k = \Sigma\bar{x}_k - (\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E$ vermindert. Setzt man diese letzte Beziehung in (100) ein, so erhält man den Zusammenhang zwischen dem alten und dem neuen Kurs der Aktien der Gesellschaft A:

$$\bar{y}_A K_{oA} = \bar{y}_B K_{oB} - (\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E \, ,$$

aus dem sich nach einer einfachen Umformung die bekannte Mittelkursformel

$$(101)\quad K_{oB} = \frac{\bar{y}_A K_{oA} + (\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E}{\bar{y}_B}$$

ergibt. Die Formel für den Mittelkurs K_{oB} als gewogenes Mittel aus dem Kurs der alten Aktien K_{oA} und dem Kurs der jungen Aktien K_E folgt also, wenn angenommen werden kann, daß der Kapitalmarkt vor Beginn des Bezugs-

---

99) Zusätzlich kann man natürlich fordern, daß die jungen Aktien über pari ausgegeben werden. Das ist durch eine entsprechende Wahl der neuen Grundkapitalziffer $\bar{y}_B$ stets zu erreichen.

100) Krümmel, H.-J., Kursdisparitäten im Bezugsrechtshandel, in: BFuP, 16. Jg. (1964), S. 491.

101) Diese Gleichgewichtsbedingung setzt eine zur unbeschränkten Nachschußpflicht der Aktionäre analoge Annahme voraus: Das Bezugsrecht ist auch Bezugspflicht. Der Anleger hat nur die Wahl zwischen Ausübung oder Abtretung des Bezugsrechts; er kann sein Bezugsrecht nicht verfallen lassen.

rechtshandels im Gleichgewicht war, zu einem neuen Gleichgewicht nach erfolgter Kapitalerhöhung gefunden hat und sich die Bewertung des Investitionsprojektes bereits im alten Kurs vollständig niedergeschlagen hat.[1o2)]

Die explizite Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingungen bei der Ableitung der Formel für den Mittelkurs zeigt, daß K_{oB} tatsächlich ein Mischungskurs ist. Hax ist der Ansicht, daß es eine Fehlinterpretation ist, wenn man (1o1) als 'Mischungsrechnung' versteht, die angibt, wie der Kurs nach Kapitalerhöhung durch 'Mischung' aus dem Kurs vor Kapitalerhöhung und dem Bezugskurs für neue Aktien hervorgeht. "Es ist nicht so, daß der Kurs nach Kapitalerhöhung von dem Kurs vorher und dem Bezugskurs abhängt. Die Wirkung ist vielmehr umgekehrt: Der Kurs des Bezugsrechts und der alten Aktie vor Abtrennung des Bezugsrechts bilden sich auf Grund der Erwartungen hinsichtlich des Kurses nach Kapitalerhöhung bei gegebenem Bezugskurs für neue Aktien ..."[1o3)]

Die Bewertungsgleichung

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)}\ {}_{AM}S(V_A)\right\} - I_A$$

$$= \underbrace{\frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)}\ {}_{AM}S(V_A)\right\}}_{=\,\bar{y}_B K_{oB}} - \underbrace{(\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E}_{=\,I_A}$$

zeigt dagegen, daß der Marktwert der Aktien vor und nach der Kapital-

---

1o2) Die Formeln für den Mittelkurs (Mischungskurs) und den rechnerischen Wert des Bezugsrechts findet man bei Krümmel, H.-J., a.a.O., S. 489 ff.. Schneider, D., Emissionskurs und Aktionärsinteresse, in: Forster, K.H. und Schuhmacher, P. (Hrsg.), Aktuelle Fragen der Unternehmensfinanzierung und Unternehmensbewertung, Stuttgart 197o, S. 177 weist darauf hin, daß (1o1) nur dann sinnvoll ist, "wenn im Börsenkurs der Aktien die künftigen Gewinnsteigerungen bereits vollständig vorweggenommen sind". Offensichtlich ist man also bei der Entwicklung der herkömmlichen Bezugsrechtsformel von einer Vorstellung ausgegangen, die der Hypothese von der Effizienz des Kapitalmarktes entspricht, wonach "in an efficient market all available information is fully reflected in the prices." Zur Hypothese von der Effizienz von Kapitalmärkten vgl. Fama, E.F., Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, in: Journal of Finance, Bd. 25 (197o), S. 375 ff. und Schmidt, R.H., Aktienkursprognose, Wiesbaden 1976, S. 375 ff..

1o3) Hax, H., Bezugsrecht und Kursentwicklung von Aktien bei Kapitalerhöhungen, in: ZfbF, 23. Jg. (1971), S. 159.

erhöhung gerade um den Investitionsbetrag differiert, und daß der Kurs der alten Aktien K_{oA} nicht vom Kurs der Aktien nach der Kapitalerhöhung K_{oB} abhängt. Vielmehr wird K_{oB} bei gegebenem K_{oA} durch die Wahl von $\bar{y}_B$ und K_E bestimmt. Somit ist die Kritik von Hax an der Interpretation von (1o1) als 'Mischungsrechnung' unbegründet, wenn man von der Vorstellung eines gleichgewichtigen Kapitalmarktes ausgeht und unterstellt, die durch die Emission finanzierte Investition sei von den Anlegern bereits bewertungsmäßig erfaßt.

Man kann die Budgetrestriktion (99) auch in eine etwas andere Form bringen, in der die im Zuge der Kapitalerhöhung am Markt erfolgenden Transaktionen explizit berücksichtigt werden. Dazu zerlegt man den Kurs der alten Aktien K_{oA} in den rechnerischen Wert des Bezugsrechts B und den Mittelkurs K_{oB}, so daß das Vermögen des Anlegers k durch

$$W_{ok} = \bar{x}_k + \bar{y}_{Ak}K_{oB} + \bar{y}_{Ak}B + \sum_{i \neq A} \bar{y}_i K_{oi}$$

mit

$$B = K_{oA} - K_{oB}$$

festgestellt wird. Man kann sich nun vorstellen, daß der Anleger k seinen Gesamtbestand an Aktien einschließlich der daran hängenden Bezugsrechte verkauft, um unmittelbar darauf den gewünschten neuen Aktienbestand y_{Bk} zu erwerben. Kauft der Anleger die zum Erwerb einer jungen Aktie erforderlichen Bezugsrechte und bezieht mit ihnen die junge Aktie zum Emissionskurs K_E, so kostet ihn die "zukünftige" Aktie

$$\frac{\bar{y}_A}{\bar{y}_B - \bar{y}_A} B + K_E \,.$$

Die Budgetbedingung des Anlegers k lautet nun

$$\begin{aligned} W_{ok} &= \bar{x}_k + \bar{y}_{Ak}K_{oB} + \bar{y}_{Ak}B + \sum_{i \neq A} \bar{y}_{ik} K_{oi} \\ &= x_k + y_{Bk}\left\{\frac{\bar{y}_A}{\bar{y}_B - \bar{y}_A} B + K_E\right\} + \sum_{i \neq A} y_{ik} K_{oi} \end{aligned}$$

Die zweite Gleichung läßt sich durch Addition und Subtraktion von $\bar{y}_{Ak}K_{oB}$ noch umformen, so daß wir schließlich

$$W_{ok} = \bar{x}_k + \bar{y}_{Ak}K_{oB} + \bar{y}_{Ak}B + \sum_{i\neq A} \bar{y}_{ik}K_{oi}$$

$$= x_k + (y_{Bk}-\bar{y}_{Ak}) \frac{\bar{y}_A}{\bar{y}_B-\bar{y}_A} B + K_E + \bar{y}_{Ak}K_{oB} + \sum_{i\neq A} y_{ik}K_{oi}$$

mit dem expliziten Ausweis des Bezugsrechtshandels erhalten. Addiert man diese Beziehung über alle Anleger und setzt einen Ausgleich von Angebot und Nachfrage voraus, so gilt

$$\Sigma W_{ok} = \Sigma\bar{x}_k + \bar{y}_A K_{oB} + \bar{y}_A B + \sum_{i\neq A} \bar{y}_i K_{oi}$$

$$= \Sigma x_k + \bar{y}_A K_{oB} + \bar{y}_A B + (\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E + \sum_{i\neq A} \bar{y}_i K_{oi} ,$$

so daß also wieder der Geldvermögensbestand aller Anleger um das Investitionsvolumen reduziert wurde.

Nun betrachten wir den Fall, daß nur ein Teil des Investitionsvolumens I_A durch die Ausgabe von Aktien finanziert wird. Die Gesellschaft A gibt also gleichzeitig mit den jungen Aktien Obligationen im Nennbetrag von FK_A aus. Der auf die Gesamtheit der Obligationen entfallende Anteil am Liquidationserlös der Gesellschaft A sei wieder T_A. Wir gehen davon aus, daß T_A von der Unternehmensleitung in Kenntnis der Kapitalmarktverhältnisse so angesetzt wird, daß der Nominalwert mit dem Marktwert des Fremdkapitals übereinstimmt. FK_{Ak} ist der vom Anleger k zur Verfügung gestellte Kreditbetrag. Die vollständige Budgetrestriktion des Anlegers k lautet nun:

$$W_{ok} = \bar{x}_k + \Sigma\bar{y}_{ik}K_{oi} = x_k + FK_{Ak} + y_{Bk}K_{oB} + \sum_{i\neq A} y_{ik}K_{oi}$$

Das erwartete Endvermögen des Anlegers k ist

$$\mu_k = (1+R_F)x_k + \frac{FK_{Ak}}{FK_A} E(T_A) + \frac{y_{Bk}}{\bar{y}_B} E(Z_A) + \sum_{i\neq A} \frac{y_{ik}}{\bar{y}_i} E(Z_i)$$

und die Varianz dieses Endvermögens durch

$$\sigma_k^2 = \frac{FK_{Ak}^2}{FK_A^2} \operatorname{Var}(T_A) + 2\frac{FK_{Ak}}{FK_A} \Sigma\frac{y_{ik}}{\bar{y}_i} \operatorname{Cov}(T_A,Z_i) + \Sigma\Sigma\frac{y_{ik}}{\bar{y}_i} \frac{y_{jk}}{\bar{y}_j} \operatorname{Cov}(Z_i,Z_j)$$

gegeben. Entwickelt man die Optimalitätsbedingungen für das individuelle Anlegerportefeuille und setzt im Kapitalmarktgleichgewicht die Nachfrage nach Obligationen und Aktien dem vorgegebenen Angebot gleich, so gelten die (bereits angeleiteten) Beziehungen

$$(97)\quad FK_A = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(T_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)}\,\rho_{TM}S(T_A)\right\}$$

und

$$(98)\quad \bar{y}_B K_{oB} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(Z_A) - \frac{E(R_M)-R_F}{S(R_M)}\,\rho_{ZM}S(Z_A)\right\}.$$ [104]

Addiert man nun die Budgetrestriktionen (100) über alle Anleger, so gilt im Kapitalmarktgleichgewicht

$$\sum_k W_{ok} = \sum_k \bar{x}_k + \bar{y}_A K_{oA} + \sum_{i\neq A} \bar{y}_i K_{oi}$$

$$= \sum_k x_k + FK_A + \bar{y}_B K_{oB} + \sum_{i\neq A} \bar{y}_i K_{oi}\ .$$

Vorausgesetzt wurde, daß das Investitionsvolumen I_A durch die Ausgabe von Aktien $(\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E$ und Obligationen FK_A finanziert wurde, so daß

$$I_A = FK_A + (\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E$$

ist. Wegen (101) gilt, daß sich der Wert der Aktien der Gesellschaft A vor und nach der Eigenkapitalerhöhung gerade um den Emissionserlös der jungen Aktien unterscheidet. Wegen

$$\bar{y}_B K_{oB} - \bar{y}_A K_{oA} = (\bar{y}_B-\bar{y}_A)K_E$$

gilt daher

$$I_A = FK_A + \bar{y}_B K_{oB} - \bar{y}_A K_{oA}\ .$$

Setzt man die letzte Beziehung in die Bedingung für das Kapitalmarktgleichgewicht ein, so ergibt sich, daß sich der Zahlungsmittelbestand

---

104) Zusätzlich gilt entsprechend (79) des 2. Kapitels, daß der Anteil des Anlegers k am gesamten Emissionsvolumen der Obligationen des Unternehmens A dem bei allen Gesellschaften gleichen Anteil am Grundkapital entspricht, so daß

$$\frac{FK_k}{FK} = \frac{y_{Bk}}{\bar{y}_B} = \frac{y_{ik}}{\bar{y}_i} = c_k$$

gilt. Vgl. hierzu auch Mossin, J., Theory of Financial Markets, Englewood Cliffs, N.J., 1973, S. 91.

der Anleger um das zu finanzierende Investitionsvolumen der Gesellschaft A vermindert hat. Der Marktwert der Aktien ist von FK_A, $\bar{y}_B$ und K_E unabhängig.

Mit der in diesem Abschnitt eingeführten Formulierung ist gezeigt, daß sich das Kapitalmarktmodell nicht nur zur Entwicklung von Bewertungsmodellen, sondern in gleicher Weise auch zur Formulierung von Finanzierungsmodellen heranziehen läßt.

2.4. Beurteilung der Ansätze zum Beweis des Theorems von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert von Unternehmen

2.4.1. Zur Abbildung von Fremdfinanzierungsmaßnahmen im Kapitalmarktmodell

Zur Beurteilung des Ansatzes von riskantem Fremdkapital im Rahmen des Kapitalmarktmodells wollen wir von einem einfachen Beispiel ausgehen. An einem 'sehr kleinen' Kapitalmarkt seien nur zwei Kapital nachfragende Unternehmen vorhanden, die ihre Anteile an die Anleger verkaufen, wobei die Anzahl der Anleger so groß ist, daß sich alle Anleger als Mengenanpasser verhalten. Von den beiden Gesellschaften A und R[1o5] verschuldet sich das Unternehmen A, so daß die Gleichgewichtsmarktwerte für das riskante Fremdkapital und die Aktien der Gesellschaft A nach der Verschuldung zu ermitteln sind. Am Periodenende ergeben sich mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten folgende Liquiditätserlöse V_A, die vorab in Höhe von T_A zur Tilgung der Gläubigeransprüche verwendet werden. Der verbleibende Liquidationserlös $Z_A = V_A - T_A$ wird an die Anteilseigner entsprechend ihrem jeweiligen Anteil am Grundkapital verteilt.

Prob	V_A		T_A		Z_A	Z_R	Z_M
(1) o,4	14o	=	1oo	+	4o	4o	18o
(2) o,2	1oo	=	1oo	+	o	1oo	2oo
(3) o,4	6o	=	6o	+	o	16o	22o
$E(Z_i)$	1oo	=	84	+	16	1oo	2oo
$Cov(Z_i, Z_M)$	-64o	=	(-32o)	+	(-32o)	96o	32o
$Var(Z_i)$	128o		384		384	288o	32o
$\rho_{iM} S(Z_i)$	$-8o/\sqrt{5}$	=	$(-4o/\sqrt{5})$	+	$(-4o/\sqrt{5})$	$12o/\sqrt{5}$	$8\sqrt{5}$

1o5) Die Gesellschaft R repräsentierte alle Unternehmen außer dem Unternehmen A.

Für einen Marktzins $R_F = o,1$ und einen Gleichgewichtsmarktwert aller riskanten Anlagen in Höhe von 16o bzw. einem Marktzins des Risikos $(E(R_M) - R_F)/S(R_M) = 3/\sqrt{5}$ erhält man folgende Gleichgewichtsmarktwerte:

vor der Verschuldung	nach der Verschuldung
$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{148}{1,1}$	$FK = \frac{1o8}{1,1}$
$\bar{y}_R K_{oR} = \frac{28}{1,1}$	$\bar{y}_B K_{oB} = \frac{4o}{1,1}$
	$\bar{y}_R K_{oR} = \frac{28}{1,1}$
$\Sigma \bar{y}_i K_{oi} = 16o$	$\Sigma \bar{y}_i K_{oi} = 16o$

Das Unternehmen A bietet gegenüber dem Unternehmen R bei gleichem erwarteten Liquidationserlös von 1oo eine niedrigere Varianz der Verteilung des Liquidationserlöses und wird daher höher bewertet als R. Der Liquidationserlös des Unternehmens A wird in dem Beispiel in der Weise auf die Eigen- und Fremdkapitalgeber aufgeteilt, wie es der üblichen Rangfolge der Befriedigung von Gläubiger- und Anteilseigneransprüchen entspricht. Dies kommt in dem gewählten Ansatz der T_A - und Z_A - Werte zum Ausdruck. Als Ergebnis läßt sich feststellen, daß sich der Marktwert des Unternehmens A durch die Aufnahme von Fremdkapital nicht verändert hat.

Das Beispiel zeigt aber auch, daß wegen der für die Gesellschaft A günstigen (negativen) Korrelation mit dem Marktportefeuille die Aktien des Unternehmens A auch nach der Verschuldung höher bewertet werden als die Aktien des Unternehmens R. Aus dem Vergleich der möglichen Werte von Z_A und Z_R ergibt sich aber, daß die Verteilung des auf die Aktien des Unternehmens A entfallenden Liquidationserlöses von der entsprechenden Verteilung Z_R stochastisch dominiert wird. Die Anteilseigner beider Unternehmen erhalten, wenn der Umweltzustand (1) eintritt, den Betrag 4o; für die beiden anderen möglichen Umweltzustände ergeben sich für die Aktionäre des Unternehmens R positive Beträge, während bei dem verschuldeten Unternehmen der gesamte Liquidationserlös von den Fremdkapitalgebern vereinnahmt wird. Die vorgenommene Bewertung führt zu keinem sinnvollen Ergebnis. Der Grund hierfür besteht darin, daß die symmetrische Verteilung des Liquidationserlöses (als Ersatz für die Normalverteilung) entsprechend der für die Fremdkapitalansprüche typischen

Vorabbedienung in unsymmetrische Parten zerlegt wurde.[106]

Im Kapitalmarktmodell wird vorausgesetzt, daß das Endvermögen der Anleger durch eine Normalverteilung beschrieben werden kann. Geht man von dieser Annahme ab, so sind die vorgenommenen Bewertungen im Rahmen der $(\mu-\sigma)$-Analyse streng genommen nicht mehr zulässig. Ist das Unternehmen A allerdings gegenüber R sehr klein und ist Z_R normalverteilt, dann kann man approximativ von einem normalverteilten Endvermögen der Anleger ausgehen und die Bewertungsgleichungen des Kapitalmarktmodells wieder heranziehen.[107]

2.4.2. Kapitalkostenkurven bei verschuldungsunabhängigem Marktwert der Unternehmen

Im Rahmen des Kapitalmarktmodells werden Fremdkapitalpositionen stets sinnvoll bewertet, wenn für die Fremdkapitalansprüche ein normalverteiltes Ergebnis unterstellt wird. Normalverteilte Kreditergebnisse widersprechen aber grundsätzlich der empirisch beobachtbaren Ausgestaltung von Kreditpositionen: Die Gläubiger partizipieren üblicherweise nur im Rahmen ihrer Zinsforderungen an einer positiven Entwicklung des Unternehmensvermögens; andererseits werden sie bei einer ungünstigen Entwicklung des Unternehmensvermögens vor den Anteilseignern befriedigt. Im vorangegangenen Abschnitt haben wir auf eine Schwierigkeit aufmerksam gemacht, die sich ergibt, wenn dieses typische Muster der Ausgestaltung von Kreditverträgen im Kapitalmarktmodell berücksichtigt wird. Die Beurteilung der Bewertung einer typischen Kreditposition war empirisch begründet. Die Frage ist nun, ob sich die Konstruktion typischer Kreditpositionen auch theoretisch begründen läßt.

Die Frage muß im Rahmen des bislang dargestellten Modellrahmens verneint werden. Es läßt sich dagegen die These vertreten, daß bei Gültigkeit des Theorems von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert von Unternehmen Kreditpositionen beliebig konstruierbar sind und

106) Vgl. Rudolph, B., Zum Beweis der Theoreme von Modigliani-Miller im Rahmen des Kapitalmarktmodells, Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn 1976, S. 47 ff. und Gonzalez, N., Litzenberger, R. und Rolfo, J., On Mean Variance Models of Capital Structure and the Absurdity of their Predictions, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 165-179.

107) Hiervon wird weiter unten im Abschnitt 3.2.2. ausgegangen.

daß typische Kreditpositionen nicht erklärt werden können. Zum Beweis dieser These betrachten wir zunächst ein im Rahmen des Kapitalmarktmodells zulässiges Beispiel, bei dem aus einem konstanten Fremdkapitalkostensatz ein linear steigender Eigenkapitalkostenverlauf folgt.

Bei einem erwarteten Liquidationswert des Unternehmensvermögens von $E(V_A) = 20.000$, einem Marktpreis des Risikos von 0,8, einer Korrelation mit dem Marktportefeuille von 0,7 und einer Standardabweichung $S(V_A) = 6.250$ ergibt sich ein Marktwert des Unternehmens von

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1,1} (20.000 - 0,8 \cdot 0,7 \cdot 6.250) = 15.000,$$

wenn der Marktzins 10% beträgt. Das Unternehmen geht also von einem Gesamtkapitalkostensatz von 33,3% aus. Werden von diesem Unternehmen nun Obligationen ausgegeben und in der Weise ausgestattet, daß die Standardabweichung des auf die Obligationen entfallenden Liquidationserlöses $S(T_A)$ einem Zehntel des Erwartungswertes $E(T_A)$ entspricht, so ist

$$FK = \frac{1}{1,1} (E(T_A) - 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,1\ E(T_A)) = \frac{0,944}{1,1} E(T_A) \quad \text{und}$$

$$\bar{y}_B K_{oB} = \frac{1}{1,1} (20.000 - E(T_A) - 0,8 \cdot 0,7 (6.250 - 0,1\ E(T_A)))$$

$$= 15.000 - \frac{0,944}{1,1} E(T_A) \; .$$

Man sieht leicht, daß die Gläubiger bei der beschriebenen Ausstattung der Obligationen konstante (vom Verschuldungsgrad unabhängige) Fremdkapitalkosten fordern, wenn eine Variation des Verschuldungsanteils erfolgt.

$$K_{FK}^{B} = \frac{E(T_A) - FK_A}{FK_A} = \frac{0,156}{0,944} = 16,5\ \%$$

Die vom Verschuldungsgrad abhängigen Eigenkapitalkosten

$$K_{EK}^{B} = 0,33 + \left(0,33 - \frac{0,156}{0,944}\right) \frac{FK_A}{\bar{y}_A K_{oB}}$$

steigen linear mit dem Verschuldungsgrad, so daß sich die bekannte Darstellung des Kapitalkostenverlaufs nach dem Bruttogewinn-Ansatz ergibt.

Ein ganz anderer ('ungewöhnlicher') Verlauf der Eigen- und Fremdkapitalkostenkurven würde sich (stets bei konstanten Gesamtkapitalkosten) ergeben, wenn die Standardabweichung des auf die Obligationen entfallenden Anteils am Liquidationserlös stets als das Zehnfache der Quadratwurzel aus dem Erwartungswert angesetzt wird, so daß also die Obligationäre mit wachsendem Engagement einen relativ abnehmenden Teil des Risikos übernehmen. Nun ist

$$FK = \frac{1}{1,1} (E(T_A) - 5,6\sqrt{E(T_A)}) \;,$$

so daß für kleine $E(T_A)$ ein negatives Fremdkapital resultiert,[108] während für große $E(T_A)$ das zur Verfügung gestellte Fremdkapital nur knapp unter dem Barwert des erwarteten Tilgungsbetrages bleibt. Der Marktwert der Aktien

$$\bar{y}_A K_{oB} = 15.000 - \frac{E(T_A) - 5,6\sqrt{E(T_A)}}{1,1}$$

übersteigt für sehr kleine $E(T_A)$ den Marktwert des Unternehmens und fällt mit wachsender Verschuldung. Die Fremdkapitalkosten sind für sehr kleine $E(T_A)$ negativ. Ansonsten fallen sie mit wachsender Verschuldung sehr stark und nähern sich bei hohem Verschuldungsgrad dem Marktzins. In Abbildung 26 ist der 'ungewöhnliche' Verlauf dieser Eigen- und Fremdkapitalkosten skizziert.

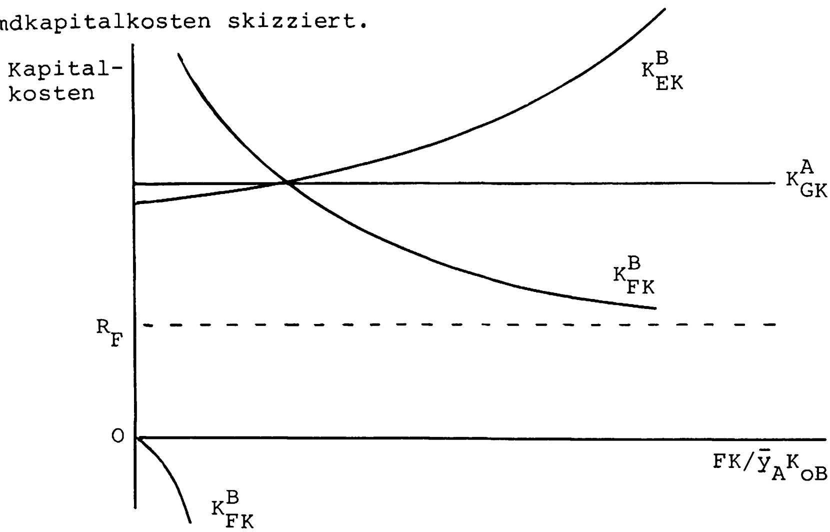


Abb. 26: 'Ungewöhnliche' Eigen- und Fremdkapitalkostenkurven bei konstanten Gesamtkapitalkosten

108) Für $E(T_A) < 31,36$ bekommen die Fremdkapitalgeber vom Unternehmen für die Übernahme ihrer Position Zahlungsmittel zur Verfügung gestellt.

Die beiden Beispiele zeigen, daß der Verlauf der Eigen- und Fremdkapitalkostenkurven bei gegebener Verteilung des Liquidationserlöses V_A unmittelbar die vorgenommene Zerlegung der Gesamtposition in Parten widerspiegelt.

Man ist nun geneigt zu sagen, daß in Abbildung 26 offensichtlich 'unsinnige' Kapitalkostenkurven konstruiert, während in dem vorangegangenen Beispiel mit der Vorgabe konstanter Fremdkapitalkosten 'sinnvolle' Kapitalkostenkurven angegeben wurden. Unter den bislang geltenden Voraussetzungen (ebenso unter den Voraussetzungen, die Modigliani und Miller ihrem Beweis der Irrelevanz zugrunde gelegt haben) läßt sich diese Behauptung nicht stützen. Strenger formuliert: Unter den Voraussetzungen, daß Eigen- und Fremdkapitalanteile von Unternehmen auf vollkommenen Kapitalmärkten durch rationale Anleger bewertet werden, kann es keine sinnvollen Hypothesen über die Abhängigkeit der Eigen- und Fremdkapitalkosten vom Verschuldungsgrad geben.[1o9)] Ist der Zusammenhang zwischen Fremdkapitalkostensatz und Verschuldungsgrad bekannt, so folgt bei konstanten Gesamtkapitalkosten der Eigenkapitalkostensatz als Residualgröße.[11o)] Der vorgegebene Zusammenhang zwischen den Fremdkapitalkosten und dem Verschuldungsgrad ist aber aus den Modellannahmen nicht zu begründen:

- Modigliani und Miller gehen zur Entwicklung der mit wachsendem Verschuldungsgrad linear steigenden Eigenkapitalkostenkurve von konstanten Fremdkapitalkosten aus. Der konstante Fremdkapitalkostensatz folgt bei Modigliani und Miller wie bei Hamada aus der (zusätzlichen) Annahme, Kreditgeber brauchten bei der Finanzierung von Unternehmen kein Ausfallrisiko zu berücksichtigen. Wir haben gezeigt, daß konstante Fremdkapitalkosten auch bei riskantem Fremdkapital dann resultieren können, wenn der Erwartungswert und die Standardabweichung des auf die Fremdkapitalgeber entfallenden Anteils am Liquidationserlös des Unternehmensvermögens einen bestimmten Zusammenhang aufweisen. Aber auch dieser Zusammenhang muß als zusätzliche Annahme eingeführt werden.

1o9) Lehmann, M., Zwei Probleme der Kapitaltheorie: intertemporale Nutzenfunktionen und Kapitalkosten bei vollkommenem Kapitalmarkt, in: ZfbF, 27. Jg. (1975), S. 56,stellt fest: "Entgegen tradierter Modigliani-und-Miller-Literatur ist es nicht möglich, aus den Thesen von 1958 Aussagen über die Kostensätze für Eigen- und Fremdkapital bei zunehmendem Verschuldungsgrad abzuleiten, weil eine Theorie über die Determinanten der Risikoprämien für beide Kapitalarten fehlt." Es fehlt nicht nur eine Theorie über die Determinanten der Risikoprämien, es läßt sich unter den Bedingungen des MM-Theorems eine solche Theorie sinnvoll auch gar nicht entwickeln.

11o) Dagegen findet man auch die Auffassung, daß der Verlauf der Eigenkapitalkostenkurve unmittelbar aus der speziellen Risikoeinstellung der Eigenkapitalgeber folgt.

-Modigliani und Miller[111] diskutieren auch den Fall einer mit wachsender Verschuldung steigenden Fremdkapitalkostenkurve: "Economic theory and market experience both suggest that the yields demanded by lenders tend to increase with the debt-equity ratio of the borrowing firm (or

111) Modigliani, F. und Miller, M.H., The Cost of Capital Corporation Finance, and the Theory of Investment, a.a.O., S. 273; die entsprechenden Kapitalkostenkurven findet man bei Perridon, L. und Steiner, M., Finanzwirtschaft der Unternehmung, München 1977, S. 36o. Eine irreführende Kritik an diesem Konzept übt Bolten, S.E., Managerial Finance, Principles and Practise, Boston 1976, S. 36o: "In order for MM's claim of a constant overall has to start falling, which is absurd since rational investor is all of a sudden going to require less return for a higher level of risk exposure. If would take irrational investors to decide that the equity position these extremely levered positions was less risky than at less extremely levered positions." Resultiert der steigende Fremdkapitalkostensatz daraus, daß auf das Fremdkapital mit wachsendem Verschuldungsgrad ein größerer Teil des Risikos entfällt, dann reduziert sich entsprechend das auf die Aktien entfallende Risiko, es sei denn, man postuliert, daß mit wachsender Verschuldung ein Anstieg der Unsicherheit des Unternehmensvermögens verbunden ist. Die Kritik Boltens geht vermutlich auf die Beobachtung von Vickers zurück, daß steigende Fremdkapitalkosten bei konstanten Gesamtkapitalkosten eine zunächst steigende, dann fallende Eigenkapitalkostenkurve mit einem maximalen Eigenkapitalkostensatz in Höhe der (für diesen Verschuldungsgrad gültigen) marginalen gesamten Fremdkapitalkosten

$$K_{EK}^{A} = K_{FK}^{A} + FK_{A} \frac{dK_{FK}^{A}}{dFK_{A}} = \frac{d(FK_{A}K_{FK}^{A})}{dFK_{A}}$$

implizieren. Vickers hält fallende Eigenkapitalkosten für empirisch unwahrscheinlich, so daß bei angenommenen steigenden Fremdkapitalkosten die These von der Konstanz der Gesamtkapitalkosten anzuzweifeln ist. Vgl. Vickers, D., Elasticity of Capital Supply, Monopsonistic Discrimination, and Optimum Capital Structure, in: Journal of Finance, Bd. 22 (1967), S. 1-9. Die von Vickers gefundene Beziehung läßt sich in der hier verwendeten Schreibweise wie folgt ableiten. Aus $V_{OA} = \bar{y}_{A}K_{OB} + FK_{A} = \text{const.}$ (Modigliani-Miller) folgt $d(\bar{y}_{A}K_{OB})/dFK_{A} = -1$. Wegen $E(V_{A}) = E(Z_{A}) + E(T_{A})$ gilt die Ableitung

$$\frac{dE(V_{A})}{dFK_{A}} - FK_{A} \frac{dK_{FK}^{A}}{dFK_{A}} - (1+K_{FK}^{A}) = \bar{y}_{A}K_{OB} \frac{dK_{EK}}{dFK_{A}} + (1+K_{EK}^{A}) \frac{d(\bar{y}_{A}K_{OB})}{dFK_{A}} ,$$

wenn die Definitionen (83) und (85) berücksichtigt werden. Da stets $dE(V_{A})dFK_{A} = 0$ ist und im Maximum der Eigenkapitalkostenkurve $dK_{EK}^{A}/dFK_{A} = 0$ gilt, folgt

$$K_{EK}^{A} = K_{FK}^{A} + \frac{dK_{FK}^{A}}{dFK_{A}} FK_{A} .$$

Vgl. auch Pack, L., Maximierung der Rentabilität als preispolitisches Ziel, in: Koch, H. (Hrsg.), Zur Theorie der Unternehmung, Festschrift für Erich Gutenberg, Wiesbaden 1962, S. 11o f. für den Fall sicherer Erwartungen.

individual)." Im Rahmen einer Theorie, in der keine über die Voraussetzung vollkommener Kapitalmärkte hinausgehenden Annahmen getroffen werden, ist ein steigender Fremdkapitalkostensatz aber nicht zu begründen. Alle Zerlegungsmuster sind gleichwertig, weil kein Zerlegungsmuster Vorteile bringt. Fremdkapitalkosten lassen sich beliebig ansetzen, weil Eigenkapitalkosten dann stets als Residualgröße aus dem konstanten Gesamtkapitalkostensatz folgen.

Für vollkommene Kapitalmärkte gibt es also keinen Grund, daß Unternehmen nach ihrem Risiko-Chancen-Gehalt differenzierte Parten bilden, und daher kann es auch keinen Grund geben, weshalb eine solche Differenzierung nach einem bestimmten typischen Muster erfolgt.

3. Verschuldungspolitik bei getrennten Märkten für Eigen- und Fremdkapitalanteile

Im Rahmen des Kapitalkostenkonzepts baut der Bruttogewinn-Ansatz auf der Annahme konstanter Kapitalkosten zur Diskontierung des erwarteten Marktwertes des Unternehmens auf. Der Nettogewinn-Ansatz geht dagegen davon aus, daß die Eigen- und Fremdkapitalkosten die primär gegebenen Größen sind, aus denen sich je nach der Verschuldung des Unternehmens die durchschnittlichen Kapitalkosten berechnen lassen. Der Nettogewinn-Ansatz beruht also auf der Vorstellung, daß Unternehmen bei der Festlegung ihrer Finanzpolitik zwei Märkten gegenüber stehen, auf denen sich Finanzierungsmittel zu unterschiedlichen Konditionen beschaffen lassen. Bei sicheren Erwartungen wird im Nettogewinn-Ansatz von konstanten Eigen- und Fremdkapitalkosten ausgegangen, so daß die Unternehmen bei der Beschaffung von Finanzierungsmitteln vollständig auf den Markt, auf dem die günstigeren Konditionen geboten werden, zurückgreifen. Bei sicheren Erwartungen stellt dieses Verhalten jene Implikation des Nettogewinn-Ansatzes dar, die dazu geführt hat, diesen Ansatz als unrealistisch zurückzuweisen.

Im folgenden greifen wir die Grundidee des Nettogewinn-Ansatzes, nämlich die Vorstellung von getrennten Märkten für Eigenkapitalanteile und Fremdkapitalanteile auf, lassen aber die Annahme sicherer Erwartungen fallen und fragen nach dem Marktwert von Unternehmen bei unterschiedlichen Eigenkapital-Fremdkapital-Relationen.[112)] Dabei werden wir zum einen zeigen, daß sich das Instrumentarium des Kapitalmarktmodells von Sharpe, Lintner und Mossin auch unter diesen Bedingungen sinnvoll

112) Es wird auch zu prüfen sein, ob es bei getrennten Märkten sinnvoll ist, Fremdkapitalpositionen zu bilden, die dem typischen Muster von Kreditpositionen entsprechen.

verwenden läßt, und zum anderen dartun, daß die Annahme getrennter Märkte zur Erklärung des empirisch zu beobachtenden Verhaltens von Financiers besser geeignet ist als die Annahme eines einheitlichen Marktes, auf dem von den Unternehmen ausgegebene differenzierte Anteilstitel von Anlegern stets durch entsprechende Preisanpassungen so bewertet werden, daß der Gesamtheit aller Titel ein nicht veränderbarer Wert zukommt.

3.1. Bewertung eines einzelnen Unternehmens

3.1.1. Die Bestimmung der marktwertmaximalen Verschuldung

Wir gehen zunächst davon aus, daß nur ein einziges Unternehmen existiert, dessen Verschuldungspolitik festgelegt werden soll. Diese Annahme, die hier nur dazu dient, den Gedankengang mit formal einfachen Mitteln zu entwickeln, wird im Abschnitt 3.2. wieder aufgegeben.

Das Unternehmen A, dessen Investitionsvolumen I_A bereits feststeht, beschafft sich die zur Durchführung der Investition benötigten Mittel zunächst ausschließlich durch Ausgabe junger Aktien an seine Anteilseigner. Ist K_E der Emissionskurs der jungen Aktien und $\bar{y}_B - \bar{y}_A$ der Nominalbetrag, um den das Grundkapital aufgestockt wird, so muß also $I_A = (\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E$ gelten, wenn durch die Emission genau das Investitionsvolumen gedeckt sein soll. Ist K_{oB} der in (1o1) beschriebene Mittelkurs der Aktien nach der Kapitalerhöhung, so gilt für den Anleger k die Budgetrestriktion

$$W_{ok} = \bar{x}_k + \bar{y}_{Ak}K_{oA} = x_k + y_{Bk}K_{oB} \; .$$

Bei Durchführung der Investition erwartet man am Periodenende ein durchschnittliches Unternehmensvermögen in Höhe von $E(V_A)$. Der Erwartungswert des Endvermögens des Anlegers k ist also

$$\mu_k = (1+R_F)\, W_{ok} + y_{Bk}\left(\frac{E(V_A)}{\bar{y}_B} - (1+R_F)K_{oB}\right)$$

und die Varianz seines Endvermögens

$$\sigma_k^2 = y_{Bk}^2 \frac{Var(V_A)}{\bar{y}_B^2} \; .$$

Läßt sich das Risikoverhalten des Anlegers k durch eine exponentielle

Nutzenfunktion beschreiben, so wird sein Anteil am Grundkapital des Unternehmens A in jener Höhe gewählt, daß der Erwartungswert seines Nutzens

$$E(U_k(W_{1k})) = (1+R_F)W_{ok} + y_{Bk} \left(\frac{E(V_A)}{\bar{y}_B} - (1+R_F)K_{oB} \right)$$

$$- \frac{1}{2a_k} \, y_{Bk}^2 \, \frac{Var(V_A)}{\bar{y}_B^2}$$

maximiert wird. Zeichnen sich alle Anleger durch konstante absolute Risikoaversion aus, so ist im Kapitalmarktgleichgewicht der Marktwert der Aktien (nach erfolgter Kapitalerhöhung) durch

$$(1o2) \quad \bar{y}_B K_{oB} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{S(V_A)}{a} \, S(V_A) \right\}$$

mit $a = \Sigma a_k$ bestimmt. Wegen $I_A = \bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E$ und $\bar{y}_A K_{oA} = \bar{y}_B K_{oB} - (\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E$ aus (1o1) unterscheidet sich der alte' Marktwert $\bar{y}_A K_{oA}$ von dem durch (1o2) gegebenen gerade durch den Investitionsbetrag I_A. Die Barmittel aller Anleger sind um I_A gesunken, der Wert ihrer Aktienanlagen um I_A gestiegen.

Nun steht das Unternehmen vor der Frage, ob es zur Finanzierung der Investition neue Financiers gewinen soll, so daß also nur ein Teil des Investitionsvolumens durch die Altaktionäre aufgebracht wird. Wir nehmen an, es gäbe potentielle Financiers, die sich bislang (aus institutionellen Gründen) nicht in der Lage sahen, Anteile am Unternehmen A zu erwerben. Zusätzlich nehmen wir an,

- daß die potentiellen Financiers bezüglich der finanziellen Entwicklung des Unternehmens A dieselben Erwartungen haben wie die bisherigen Anteilseigner,
- daß das Entscheidungsverhalten der potentiellen Financiers wie das der bisherigen Anteilseigner durch konstante absolute Risikoaversion gekennzeichnet ist und
- daß den neuen wie den alten Marktteilnehmern als riskante Anlage ausschließlich eine Beteiligung am Unternehmen A offensteht.

Für die potentiellen Financiers gelten also dieselben Bedingungen wie für die ursprünglichen Anteilseigner.

Das Unternehmen A finanziert den Betrag $(\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E$ durch eine Erhöhung seines Grundkapitals, wobei $\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E \leq I_A$ gilt. Der Restbetrag $\bar{y}_C K_{oC} = I_A - (\bar{y}_B - \bar{y}_A)K_E \geq 0$ wird über die Ausgabe neuer Titel an die potentiellen Financiers aufgebracht.

Die neuen Titel werden ausschließlich den potentiellen Financiers angeboten, junge Aktien ausschließlich an die alten Anteilseigner verkauft. Auch nach erfolgter Kapitalerhöhung entwickelt sich kein Sekundärmarkt, an dem die Aktionäre mit den Inhabern der neuen Titel Anteilsrechte handeln.

Die Budgetrestriktion des potentiellen Financiers 1 lautet

$$W_{o1} = \bar{x}_1 = x_1 + y_{C1} K_{oC}$$

y_{C1} ist die Anzahl der vom Anleger 1 erworbenen neuen Titel, K_{oC} deren Kurswert. Der auf die Gesamtheit aller neuen Titel entfallende Anteil am Liquidationserlös des Unternehmensvermögens der Gesellschaft A sei T_A, so daß der Anteil der Anteilseigner $Z_A = V_A - T_A$ beträgt.

Da der Anleger 1 konstante absolute Risikoaversion zeigt, lautet seine Zielfunktion

$$E(U_1(W_{11})) = (1+R_F)W_{o1} + y_{C1} \left(\frac{E(T_A)}{\bar{y}_C} - (1+R_F)K_{oC} \right) - \frac{1}{2a_1} y_{C1}^2 \frac{Var(T_A)}{\bar{y}_C^2}$$

Gleicht an dem Markt, auf dem das Unternehmen A als Kapitalnachfrager und die Anleger 1 als Kapitalanbieter auftreten, das Angebot Σy_{C1} der Nachfrage $\bar{y}_C$, so werden die neu ausgegebenen Titel mit

$$\bar{y}_C K_{oC} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(T_A)) - \frac{S(T_A)}{b} S\, T_A) \right\}$$

bewertet, wobei $b = \Sigma\, a_1$ gilt. Man kann sich nun vorstellen, daß $\bar{y}_C$ vom Unternehmen A so gewählt wird, daß für die neuen Titel kein Agio erzielt, aber auch kein Disagio hingenommen werden muß. Der Kurs K_{oC} ist dann gleich eins und

$$y_C = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(T_A) - \frac{S(T_A)}{b} S(T_A \right\}$$

unmittelbar der dem Unternehmen aus der Emission der Titel zufließende Zahlungsmittelbetrag. Die Aktionäre bewerten ihren Bestand an Aktien (nach der Kapitalerhöhung) mit

$$\bar{y}_B K_{oB} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_A) - \frac{S(Z_A)}{a} S(Z_A) \right\}$$

Somit ist der Marktwert des Unternehmens nun

$$(1o3) \quad \bar{y}_B K_{oB} + y_C = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{Var(Z_A)}{a} - \frac{Var(T_A)}{b} \right\}$$

Ob der in (1o3) angegebene Marktwert des Unternehmens größer oder kleiner ist als der in (1o2) für den Fall der reinen Kapitalerhöhung angegebene, hängt von der auf beiden Teilmärkten herrschenden Risikoaversion ab. Die durch (1o2) und (1o3) bestimmten Marktwerte lassen sich dann leicht vergleichen, wenn für beide Teilmärkte der gleiche Risikoaversionskoeffizient unterstellt wird, so daß

$$\sum_k a_k = \sum_l a_l = b = a$$

gilt. In diesem Fall ist der Marktwert des Unternehmens[113]

$$(1o4) \quad \bar{y}_B K_{oB} + y_C = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{1}{a} \Big(Var(Z_A) + Var(T_A) \Big) \right\}$$

Ein Vergleich der Bewertungsformeln (1o2) und (1o4) zeigt, daß sich der Marktwert des Unternehmens A durch die Ausgabe der neuen Titel um den Betrag

$$\Delta V_{oA} = \frac{1}{(1+R_F)a} \left\{ Var(V_A) - Var(T_A) - Var(Z_A) \right\}$$

gegenüber dem ursprünglich durch (1o2) gegebenen Marktwert verändert hat. Die Veränderung des Marktwertes kann je nach der Aufteilung des Gesamtliquidationserlöses auf die Aktionäre und die Inhaber der neuen Titel positiv, negativ oder Null sein. Das Ausweichen auf den für das

113) Könnte man beide Teilmärkte zusammenfassen, so daß beiden Anlegergruppen der Erwerb beliebiger Anteilsrechte offen stünde, so wäre der Marktwert des Unternehmens $(E(V_A)-Var(V_A)/2a)/(1+R_F)$ stets mindestens so groß wie der in (1o2) oder (1o4) ausgewiesene. Das Unternehmen kann also bei vollkommenem Kapitalmarkt nicht durch eine von ihm herbeigeführte Segmentierung des Marktes zu einer Steigerung seines Marktwertes gelangen.

Unternehmen A neuen Markt muß also auch dann nicht zu einer Marktwertsteigerung führen, wenn, wie in dem hier betrachteten Fall, der Risikoaversionskoeffizient an beiden Teilmärkten übereinstimmt.

- Die höchste positive Veränderung würde erreicht, wenn T_A und Z_A so gewählt werden könnten, daß die Varianzen $Var(T_A)$ und $Var(Z_A)$ den Wert Null annehmen. Die Zerlegung einer unsicheren Position V_A in zwei sichere Teilpositionen T_A und Z_A ist aber nicht möglich.
- Keine Veränderung des Marktwertes würde sich ergeben für $Var(T_A) + Var(Z_A) = Var(V_A)$, wenn also die von beiden Anlegergruppen getragene Varianz jener Varianz gleicht, die im Falle der reinen Eigenfinanzierung von den Aktionären zu übernehmen war. Das wäre insbesondere der Fall, wenn die Altaktionäre weiterhin das gesamte Risiko tragen würden, während die Inhaber der neuen Titel mit einem sicheren Betrag an Zahlungsmitteln am Periodenende rechnen könnten. Dieser Fall würde inhaltlich mit dem Ansatz von Hamada zum Beweis des Irrelevanztheorems der Verschuldungspolitik übereinstimmen.
- Die Veränderung wäre negativ (Verminderung des Marktwertes des Unternehmens) für $Var(T_A) + Var(Z_A) > Var(V_A)$.

Das Unternehmen muß also die Ausstattung der neuen Titel in der Weise vornehmen, daß die auf die Altaktionäre und die Inhaber der neuen Titel entfallenden Varianzen möglichst gering sind. Wegen $Var(V_A) = Var(T_A) + 2Cov(T_A,Z_A) + Var(Z_A)$ bedeutet diese Forderung, daß die höchste Marktwertsteigerung dann erreicht wird, wenn der auf die Eigenkapitalgeber und die Inhaber der neuen Titel entfallende Anteil am Liquidationserlös V_A eine möglichst hohe Kovarianz aufweist.

Die Forderung[114)]

$$\Delta V_{oA} = \frac{2}{(1+R_F)a} Cov(T_A,Z_A) \longrightarrow max!$$

besagt, daß Teilpositionen gesucht werden müssen, die einen möglichst starkten Risikenzusammenhang aufweisen.

---

114) Gilt für beide Teilmärkte eine unterschiedliche Risikoaversion, so ist

$$\frac{2Cov(T_A,Z_K)}{\Sigma a_k} + Var(T_A)\left(\frac{1}{\Sigma a_k} - \frac{1}{\Sigma a_l}\right)$$

zu maximieren.

3.1.2. Zur Risiko-Chancen-Ausstattung der Kapitalanteile an einem Unternehmen

Das Unternehmen A steht nun vor der Frage, in welcher Weise die neu auszugebenden Titel an den Chancen und Risiken des Unternehmens teilhaben sollen, damit ein möglichst starker Risikenzusammenhang mit den für die Kapitaleigner verbleibenden Chancen und Risiken resultiert, so daß der Marktwert des Unternehmens und somit gleichzeitig der Marktwert der Aktien vor der Kapitalerhöhung möglichst groß wird. Ein starker Risikenzusammenhang wird dann hergestellt, wenn die Anleger an beiden Teilmärkten in jenen Fällen, in denen das Unternehmen große Zahlungsmittelüberschüsse erzielt, hohe Ausschüttungen und in jenen Fällen, in denen nur niedrige Liquidationserlöse erreicht werden, eine geringe Ausschüttung erhalten. Es sind zwei einfache Muster der Aufteilung des Unternehmensvermögens denkbar, die diesen starken Risikenzusammenhang herstellen.

1. Die Inhaber der alten und neuen Titel partizipieren in einem fest vorgegebenen Verhältnis am Liquidationserlös des Unternehmens. Z.B. wird an die Inhaber der alten Titel 1/4 und an die Inhaber der neuen Titel 3/4 des Liquidationserlöses verteilt - unabhängig davon, welcher Liquidationserlös am Periodenende tatsächlich erreicht wird.

   Für eine solche Aufteilung gilt also

   $$\left.\begin{aligned} T_A &= \alpha V_A \\ Z_A &= (1-\alpha) V_A \end{aligned}\right\} \quad \text{für alle } V_A\,,$$

   wenn α der auf die Inhaber der neuen Titel entfallende Anteil ist.

2. Die Inhaber der neuen Titel erhalten den Anspruch auf einen festen Betrag, soweit der Liquidationserlös mindestens diesen Betrag erreicht, und erhalten im anderen Fall den gesamten Liquidationserlös.

   Bezeichnet man den festen Betrag mit S, so gilt also

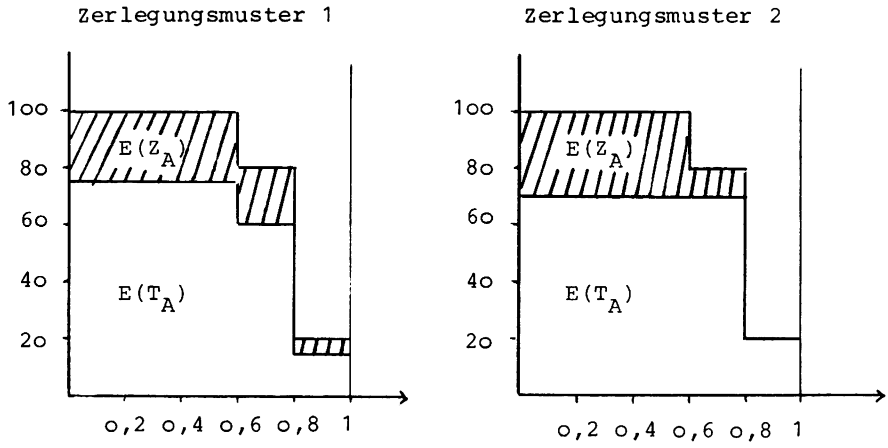
   $$T_A = \begin{cases} S & \text{für } V_A \geq S \\ V_A & \text{für } V_A < S \end{cases}$$

   $$Z_A = \begin{cases} V_A - S & \text{für } V_A \geq S \\ 0 & \text{für } V_A < S \end{cases}$$

Die erste Form der Zerlegung der Ansprüche an den Liquidationserlös des Unternehmensvermögens kann man sich als die Ausgabe von Vorzugsaktien, die zweite als die Ausgabe von Obligationen vorstellen. Das wird auch in dem folgenden Beispiel deutlich, in dem für beide Aufteilungsmuster derselbe Erwartungswert des auf die Inhaber der alten Titel entfallenden Liquidationserlöses unterstellt wird. Die mit bebestimmten Wahrscheinlichkeiten anfallenden Liquidationserlöse sind der Zahlungscharakteristik zu entnehmen und in der Abbildung 27 in bestandsökonomischer Darstellung wiedergegeben. Das erste Zerlegungsmuster unterstellt, daß die Inhaber der neuen Titel 3/4 des anfallenden Liquidationserlöses erhalten. Nach dem zweiten Muster wird den Inhabern der neuen Titel der Betrag S = 7o und - soweit sich S nicht realisieren läßt - sonst der gesamte Liquidationserlös zugesagt. Zum Vergleich beider Zerlegungen sind die Erwartungswerte $E(Z_A)$ und $E(T_A)$ in beiden Fällen gleich hoch und ergänzen sich jeweils zum erwarteten Liquidationserlös von $E(V_A)$ = 8o.

Zahlungscharakteristik

	Zerlegungsmuster 1			Zerlegungsmuster 2		
Umweltzustand	I	II	III	I	II	III
Prob	o,6	o,2	o,2	o,6	o,2	o,2
T_A	75	6o	15	7o	7o	2o
Z_A	25	2o	5	3o	1o	o
V_A	1oo	8o	2o	1oo	8o	2o
$E(T_A)$		6o			6o	
$E(Z_A)$		2o			2o	
$E(V_A)$		8o			8o	
$Var(T_A)$		54o			4oo	
$Var(Z_A)$		6o			16o	
$Cov(T_A, Z_A)$		18o			2oo	
$Var(V_A)$		96o			96o	



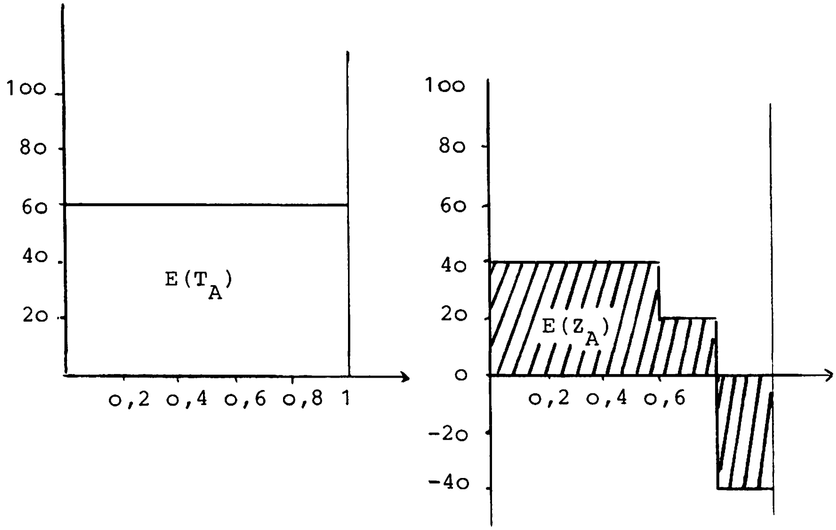
\- Abb. 27 -

In dem vorgetragenen Beispiel ist das Zerlegungsmuster 2 (Ausgabe von Obligationen) dem Zerlegungsmuster 1 (Ausgabe von Vorzugsaktien) überlegen, weil die Kovarianz $Cov(T_A, Z_A)$ im zweiten Fall mit 2oo größer ist als mit 18o im ersten Fall, d.h. die von beiden Anlegergruppen zusammen zur Bewertung herangezogenen Varianzen sind im zweiten Fall kleiner als im ersten.

Wesentlicher ist aber folgende Überlegung:
Durch die zunächst willkürlich erscheinende Annahme getrennter Märkte wird in den Modellansatz ein Zwang zur Konstruktion von Parten eingebaut, die sich in der Realität auch tatsächlich beobachten lassen. Geht man vom Modell eines vollkommenen Kapitalmarktes aus, so kann man natürlich ebenfalls mit diesen beiden Zerlegungsmustern arbeiten (in der Literatur wird durchweg das Zerlegungsmuster 2 der Kreditfinanzierung gewählt). Die Zerlegungsmuster sind aber willkürlich vorgegeben. Das in der Abbildung 28 dargestellte Zerlegungsmuster, bei dem die Aktionäre zu Zuzahlungen verpflichtet sind, weil die Inhaber der neuen Titel keinerlei Risiken übernehmen, führt bei vollkommenem Kapitalmarkt zum gleichen Marktwert des Unternehmens wie die Zerlegungsmuster 1 und 2.

Bei getrennten Kapitalmärkten ist das Zerlegungsmuster 3 den Mustern 1 und 2 unterlegen, weil die Gesamtvarianz $Var(V_A)$ bei der Bewertung berücksichtigt werden muß. Die Annahme getrennter Märkte verhindert also

Zerlegungsmuster 3



- Abb. 28 -

die willkürliche Konstruktion von Titeln und führt zur Bildung von Parten, die den realen Möglichkeiten des Unternehmens (hier beschrieben als Wahrscheinlichkeitsverteilung des Liquidationserlöses des Unternehmensvermögens) entsprechend gewählt werden müssen.

Mit der Markttrennungshypothese[115] vereinbar ist übrigens durchaus die Vorstellung, daß ein und derselbe Anleger an beiden Teilmärkten Titel erwirbt. Es muß dann nur unterstellt werden, daß der Anleger zwei 'separate' Portefeuilles bildet, deren Risikenzusammenhang vernachlässigt wird.[116]

115) Culbertson, J.M., The Interest Rate Structure, in: Hahn, F.H. und Brechling, F.P.R. (Hrsg.), The Theory of Interest Rates, London-Toronto-New York 1966, S. 173-2o5 hat die Markttrennungshypothese zur Erklärung der Fristigkeitsstruktur der Zinssätze herangezogen. Bei Culbertson existieren zwei Teilmärkte für kurz- und langfristige Titel. Der Anleger ist institutionell an den Teilmarkt für kurze oder an den Teilmarkt für lange Laufzeiten verwiesen. Der Zinssatz für kurz- und langfristige Titel wird an beiden Teilmärkten isoliert festgestellt.

116) Auch Franke, G., Verschuldungs- und Ausschüttungspolitik im Licht der Portefeuille-Theorie, Köln-Berlin-Bonn-München 1971, S. 116 ff. betrachtet den Fall getrennter Teilmärkte (Personale Trennung von Gläubigern und Aktionären), ohne aber auf die dadurch bewirkte Partenkonstruktion hinzuweisen. Bierman, H. und Thomas, L.J., Ruin Considerations and Debt Issuance, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 1361 ff. betrachten getrennte Märkte für Eigen- und Fremdkapitalanteile und behandeln

3.1.3. Wahl des marktwertmaximalen Zerlegungsmusters

In dem vorgetragenem Beispiel wurden zwei spezielle Zerlegungsmuster betrachtet, bei denen über die Quote, die an beiden Teilmärkten angeboten wurde, bereits entschieden war. Insbesondere waren der Betrag S = 6o und die Aufteilungsquote $\alpha = 3/4$ fest vorgegeben und zum Vergleich so gewählt, daß $E(T_A)$ und $E(Z_A)$ für beide Zerlegungsmuster übereinstimmen. S und α sind aber erst so zu bestimmen, daß der Marktwert des Unternehmens ein Maximum erreicht. Die für beide Zerlegungsmuster errechneten maximalen Marktwerte sind dann in einem zweiten Schritt zu vergleichen, in dem das Zerlegungsmuster mit dem höheren Marktwert gewählt wird.

Das Maximierungsproblem brauchen wir zunächst nicht vollständig zu formulieren, da gezeigt wurde, daß in dem hier betrachteten einfachen Fall der maximale Unternehmenswert dann erreicht wird, wenn die Kovarianz $Cov(T_A,Z_A)$ ihren höchsten Wert annimmt. Wir haben also für die

---

Forts. Fußnote 116)

darüber hinaus die bisherigen Anteilseigner als separate Anlegergruppe. Ihr Modell soll den Zusammenhang zwischen Konkurswahrscheinlichkeit und Fremdkapitalaufnahme im mehrperiodigen Zusammenhang verdeutlichen. Ein geschlossener Ansatz wird nicht entwickelt. Scott, J.H., A Theory of Optimal Capital Structure, a.a.O., S. 34, Fußnote 3, zeigt, daß dem Ansatz von Stiglitz, J.E., Some Aspects of the Pure Theory of Corporate Finance: Bankruptcies and Take-Overs, a.a.O., S. 458 ff. die Vorstellung getrennter Märkte inhärent ist. Eine explizite Einführung getrennter Märkte für Finanzierungsmittel in den Ansatz des Kapitalmarktmodells erfolgt in den Arbeiten von Rubinstein, M.E., Corporate Financial Policy in Segmented Securities Markets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 8 (1973), S. 749 ff., Lintner, J., Bankruptcy Risk, Market Segmentation and Optimal Capital Structure, in: Friend, I. und Bicksler, J.L., Risk and Return in Finance, Bd. II, Cambridge, Mass. 1977, S. 1 ff. und Glenn, D.W., Super Premium Security Prices and Optimal Corporate Financing Decisions, in: Journal of Finance, Bd. 31 (1976), S. 5o7 ff.. Rubinstein gibt eine Klassifikation getrennter Kapitalmärkte und behandelt schwach segmentierte Märkte zum Vergleich der Kalkulationszinsfüße für öffentliche und private Investitionen. Partiell segmentierte Märkte werden unter Berücksichtigung von Steuerwirkungen zur Beurteilung der Verschuldungspolitik von Unternehmen herangezogen - eine optimale Kapitalstruktur wird nicht bestimmt, da am Kreditmarkt keine explizite Bewertung erfolgt. Vollständig getrennte Märkte werden im Zusammenhang mit Unternehmenszusammenschlüssen betrachtet, durch die solche Markttrennungen u.U. überwunden werden können. Lintner behandelt ausführlich schwach und partiell segmentierte Märkte bei unterschiedlichen Annahmen über die an den Teilmärkten herrschenden Erwartungen und Risikoeinstellungen, formuliert aber wie Rubinstein keine Kriterien für eine optimale Verschuldungspolitik. Glenn behandelt schwach segmentierte Märkte im Zusammenhang mit Fragen der optimalen Verschuldungspolitik von Unternehmen. Eine beschränkte Haftung der Aktionäre wird nicht berücksichtigt.

Zerlegungsmuster 1 und 2 jene Werte für S und α zu bestimmen, die zu einer maximalen Kovarianz führen. Dazu ist zunächst die Kovarianz $Cov(T_A,Z_A)$ für beide Zerlegungsmuster in Abhängigkeit von S bzw. α anzugeben.

Für das Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien) gilt

$$Cov(T_A,Z_A) = \alpha(1 - \alpha)Var(V_A) \quad .$$

Die maximale Kovarianz errechnet man aus

$$\frac{d\ Cov(T_A,Z_A)}{d\alpha} = (1 - 2\alpha)Var(V_A) = 0 \quad .$$

Für eine positive Varianz der Verteilung des Liquidationserlöses gilt also stets[117)]

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{2} \quad .$$

Das Ergebnis $\alpha_{opt} = 1/2$ besagt, daß die optimale Zerlegung der Unternehmensposition in Parten in der Weise erfolgt, daß die Inhaber der Titel an beiden Teilmärkten jeweils zur Hälfte am Liquidationserlös partizipieren, so daß $E(Z_A) = E(T_A) = 1/2\ E(V_A)$ und $Var(Z_A) = Var(T_A) = 1/4\ Var(V_A)$ gilt. Die an dem zweiten Teilmarkt ausgegebenen Vorzugsaktien sind von ihrem Risiko-Chancen-Gehalt her nicht eigentlich Vorzugsaktien, da sie in ihrer Ausstattung mit den alten Aktien (nach der Kapitalerhöhung) übereinstimmen. Dieses Ergebnis folgt aus der speziellen Annahme, daß für beide Teilmärkte der gleiche Marktzins und der gleiche Marktpreis des Risikos unterstellt wurde.

Wir betrachten nun die optimale Aufteilung der Ansprüche an das zukünftige Unternehmensvermögen für das Zerlegungsmuster 2. Für dieses Zerlegungsmuster (Ausgabe von Obligationen am zweiten Teilmarkt) gilt, wenn wir hier im Gegensatz zu der bislang unterstellten Normalverteilung den Liquidationserlös des Unternehmensvermögens V_A auf positive Werte beschränken,

$$Cov(T_A,Z_A) = \int_0^\infty (T_A - E(T_A))\ (Z_A - E(Z_A))\ f(V_A)\ dV_A$$

---

117) $d^2(Cov(T_A,Z_A)/d\alpha^2 = -\ 2\ Var(V_A) < 0.$

und somit[118)]

$$(1o5)\quad Cov(T_A, Z_A) = E(Z_A)\,(S - E(T_A))$$

In Abbildung 29 ist eine Erwartungsstruktur des Liquidationserlöses V_A eingezeichnet, aus der sich leicht entnehmen läßt, daß der Risikozusammenhang beider Teilpositionen maximal ist, wenn der vereinbarte Rückzahlungsbetrag so gewählt wird, daß das Produkt der beiden schraffierten Flächen $E(Z_A)$ und $(S-E(T_A))$ möglichst groß wird.

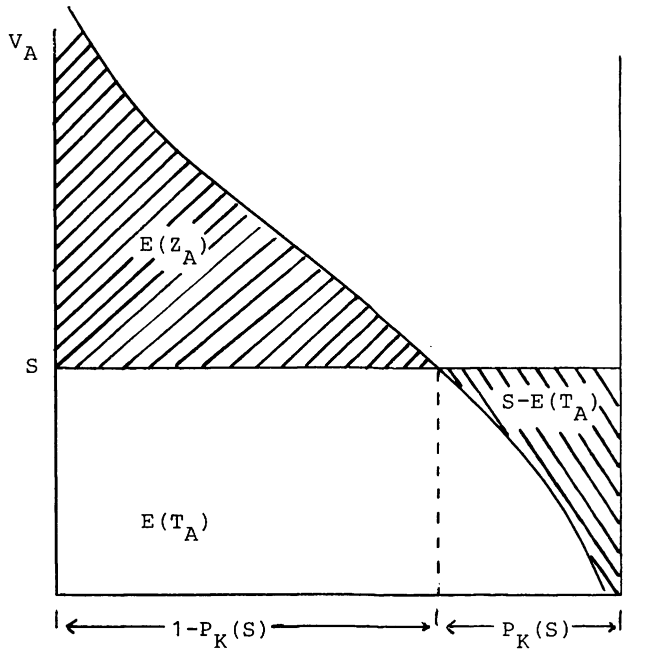


Abb. 29: Erwarteter Liquidationserlös der Anteilseigner und erwarteter nicht realisierter Tilgungserlös der Gläubiger

---

118) $Cov(T_A, Z_A) = \int_0^\infty T_A Z_A \, f(V_A)\, dV_A - E(T_A)E(Z_A)$

$= \int_S^\infty S(V_A - S)\, f(V_A)\, dV_A - E(T_A)E(Z_A)$

$= S\, E(Z_A) - E(T_A)E(Z_A)$

Eine maximale Kovarianz $Cov(T_A, Z_A)$ setzt voraus, daß

$$\frac{dCov(T_A, Z_A)}{dS} = E(Z_A) - (E(Z_A) + S - E(T_A)) \frac{dE(T_A)}{dS} = 0$$

ist mit

$$\frac{dE(T_A)}{dS} = \text{Prob}\left\{V_A \geq S\right\} = 1 - P_K(S) \text{ ,}$$

wobei $P_K(S)$ als Konkurswahrscheinlichkeit (vgl. Abb. 29) zu interpretieren ist, also als jene Wahrscheinlichkeit, mit der der Liquidationserlös V_A den mit den Obligationären vereinbarten Rückzahlungsbetrag S nicht erreicht. Die Bedingung für eine marktwertmaximale Verschuldung lautet somit

(1o6) $P_K(S)\; E(Z_A) = \big(1-P_K(S)\big)\big(S-E(T_A)\big)$

Der mit der Konkurswahrscheinlichkeit multiplizierte Erwartungswert des auf die Aktionäre entfallenden Anteils am Liquidationserlös des Unternehmensvermögens muß der mit der Gegenwahrscheinlichkeit gewichteten erwarteten Differenz zum vereinbarten Rückzahlungsbetrag an die Obligationäre entsprechen. Der optimale Rückzahlungsbetrag hängt also von der speziellen Wahrscheinlichkeitsverteilung ab, die für den Liquidationserlös V_A unterstellt wird.

Bezeichnet man mit $E(Z_A|KK)$ den bedingten Erwartungswert des auf die Aktionäre entfallenden Anteils am Liquidationserlös des Unternehmensvermögens für den Fall, daß kein Konkurs eintritt ($V_A \geq S$), so daß $E(Z_A) = (1-P_K(S))E(Z_A|KK)$ gilt, und mit $E(T_A|K)$ den bedingten Erwartungswert des im Konkursfall den Obligationären zustehenden Liquidationserlöses, so daß $E(T_A) = (1-P_K(S))S + P_K(S)E(T_A|K)$ gilt, dann kann man die Optimalitätsbedingung (1o6) auch in der Form

(1o7) $S = E(Z_A|KK) + E(T_A|K)$

angeben. Bei einer marktwertmaximalen Verschuldung ist der mit den Obligationären vereinbarte Rückzahlungsbetrag S gleich dem im Nichtkonkursfall gegebenen Erwartungswert der Zahlungen an die Aktionäre zuzüglich dem im Konkursfall gegebenen Erwartungswert der Zahlungen an die Obligationäre.[119)]

---

119) Wegen $E(Z_A|KK) = E(V_A|KK) - E(T_A|KK) = E(V_A|KK) - S$ und $E(T_A|K) = E(V_A|K)$ kann man statt (1o7) auch
$S = \frac{1}{2}\,(E(V_A|K) + E(V_A|KK))$ schreiben.

Zur numerischen Berechnung der optimalen Kapitalstruktur werden wir im folgenden unterstellen, daß V_A von allen Marktteilnehmern als 'quasi' normalverteilt angesehen wird. Als 'quasi' normalverteilt bezeichnen wir die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Liquidationserlöses dann, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind:

1. V_A läßt sich durch eine bei V = O abgeschnittene Normalverteilung darstellen, so daß

$$V_A = \begin{cases} V & \text{für } V \geq 0 \\ 0 & \text{für } V < 0 \end{cases}$$

gilt, wobei V normalverteilt ist mit dem Mittelwert μ_V und der Standardabweichung σ_V.

2. Die Wahrscheinlichkeit, daß Ereignisse eintreten, für die V < O gilt, ist vernachlässigbar klein, weil Prob{V < O} praktisch gleich Null ist. Es gilt dann $E(V_A) = \mu_V$ und $S(V_A) = \sigma_V$. Für das unverschuldete Unternehmen besteht also praktisch keine Konkurswahrscheinlichkeit.

Unterstellt man für V_A eine bei V = O abgeschnittene Normalverteilung, dann gilt für den von den Aktionären erwarteten Anteil am Liquidationserlös des Unternehmensvermögens

$$E(Z_A) = \sigma_V L(u)$$

mit

$$u = \frac{S - \mu_V}{\sigma_V}$$

als normalverteilter Rückzahlungsbetrag an die Obligationäre und[12o]

$$L(u) = \int_u^\infty (v-u)\, f(v)\, dv = f(u) - uG(u)$$

12o) Die in den folgenden Rechnungen verwendeten Werte für L(u) sind entnommen aus der Tabelle II bei Raiffa, H. und Schlaifer, R., Applied Statistical Decision Theory, Boston 1961, S. 356.

wobei

$$v = \frac{V - \mu_V}{\sigma_V}$$

normalverteilt ist mit dem Mittelwert O und der Standardabweichung 1.[121)]

Setzt man S = O, weil keine Obligationen ausgegeben werden, dann ist $u = -(\mu_V/\sigma_V) = u_o$ und der Erwartungswert des Liquidationserlöses des Unternehmensvermögens $E(V_A) = \sigma_V L(u_o)$. Die Annahme $E(V_A) = \mu_V$ bewirkt, daß $L(u_o) = \mu_V/\sigma_V$ bzw. $L(-u_o) = u_o + L(u_o) = 0$ gilt.

Für einen vereinbarten Rückzahlungsbetrag S ist der Erwartungswert des auf die Obligationäre entfallenden Anteils am Liquidationserlös gegeben durch

$$\begin{aligned} E(T_A) &= E(V_A) - E(Z_A) = \sigma_V \big(L(u_o) - L(u)\big) \\ &= \mu_V - \sigma_V L(u) \end{aligned}$$

Der Risikozusammenhang zwischen dem auf die Aktionäre und Obligationäre entfallenden Anteil am Liquidationserlös des Unternehmensvermögens wird beschrieben durch

$$\begin{aligned} Cov(T_A, Z_A) &= \sigma_V L(u)(S - \mu_V + \sigma_V L(u)) && \text{wegen (1o5)} \\ &= \sigma_V^2 L(u)(u + L(u)) && \text{wegen } S - \mu_V = u\sigma_V \\ &= \sigma_V^2 L(u)\ L(-u) \end{aligned}$$

Dieser Risikozusammenhang ist maximal, wenn die Bedingung

---

121) Wegen

$$E(Z_A) = \int_S^\infty (V-S)\ f(V)\ dV = \sigma_V \int_u^\infty (v-u)\ f(v)\ dv$$

mit $\int_u^\infty vf(v)\ dv = f(u)$ und $u \int_u^\infty f(v)\ dv = uG(u)$,

wobei $G(u) = 1 - P_K(S)$ die Gegenwahrscheinlichkeit zur Konkurswahrscheinlichkeit mißt, gilt

$E(Z_A) = \sigma_V\ L(u)$.

Vgl. Lintner, J., Bankruptcy Risk, Market Segmentation, and Optimal Capital Structure, in: Friend, I. und Bicksler, J.L. (Hrsg.), Risk and Return in Finance, Bd. 2, Cambridge, Mass. 1977, S. 18.

$$F(u)\,L(u) = G(u)\,L(-u)$$

erfüllt ist.[122] Für u = O ist F(u) = G(u) = o,5, L(u) = o,3989 und somit $F(u)L(u) = G(u)\big(u + L(u)\big)$. Der maximale Risikenzusammenhang wird also erreicht, wenn der Rückzahlungsbetrag S gleich dem Erwartungswert des Liquidationserlöses $E(V_A)$ ist.[123]

$$S = E(V_A) \tag{1o8}$$

Das Ergebnis läßt sich durch eine Beispielrechnung verdeutlichen. Für μ_V = 1oo und σ_V = 4o ist die Konkurswahrscheinlichkeit für das unverschuldete Unternehmen[124]

$$\text{Prob}\{V < O\} = P_K(S=O) = o{,}62\ \%\ .$$

In der folgenden Tabelle 1 sind die Kovarianzen $Cov(T_A, Z_A)$ für einige Werte von X und α zusammengestellt.

Tabelle 1 zeigt für das Zerlegungsmuster 1 das bereits bekannte Ergebnis einer maximalen Kovarianz bei α = o,5.[125] Beim Zerlegungsmuster 2 wird für S = 1oo die höchste Kovarianz ausgewiesen. Da diese Kovarianz kleiner ist als die höchste Kovarianz, die sich bei einer Zerlegung

---

122) $$\frac{dCov(T_A, Z_A)}{dS} = \frac{dCov(T_A, Z_A)}{du}\ \frac{du}{dS}$$

$$= \sigma_V^2 \left\{- G(u)L(-u) + L(u)\big(1-G(u)\big)\right\} \frac{1}{\sigma_V}$$

$$= \big(F(u)L(u) - G(u)L(-u)\big)\ \sigma_V$$

wegen $dL(u)/du = -G(u)$.
Da $F(u) = P_K(S)$; $G(u) = 1 - P_K(S)$; $L(u) = E(Z_A)/\sigma_V$ und $L(-u) = \big(S - \mu_V + E(Z_A)\big)/\sigma_V = \big(S - E(T_A)\big)/\sigma_V$ gilt, stimmt die Bedingung $F(u)L(u) = G(u)L(-u)$ mit (1o6) überein.

123) $$\frac{d^2Cov(T_A, Z_A)}{dS^2} = 2L(u)^2 - G(u) \approx -o{,}1818 \text{ für } u = O.$$

124) Diese schon sehr niedrige Konkurswahrscheinlichkeit wurde bei der Berechnung der Kovarianzen berücksichtigt.

125) Für α = o,5 wird eine vollständige Korrelation erreicht, so daß die Kovarianz 395,51 (=$Var(V_A)/4$) von keiner Kovarianz einer beliebigen anderen Zerlegung erreicht werden kann.

Tabelle 1: Der Risikenzusammenhang zwischen den alten und neuen Titeln nach der Kapitalerhöhung bei unterschiedlichen Aufteilungsquoten[126)]

Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien)		Zerlegungsmuster 2 (Obligationen)	
α	$Cov(T_A, Z_A)$	S	$Cov(T_A, Z_A)$
o	o	o	o
o,1o	141,15	1o	8,o4
o,2o	25o,5o	2o	2o,85
o,29	328,44	3o	4o,o3
o,39	375,94	4o	66,81
o,48	394,89	5o	1o1,1o
o,5	395,51		
o,57	388,4o	6o	14o,95
o,65	36o,95	7o	182,16
o,72	318,17	8o	218,6o
o,79	266,42	9o	243,95
o,84	212,o1	1oo	253,31
o,89	16o,32	11o	244,75
o,92	115,18	12o	22o,21
o,95	78,61	13o	184,56
o,97	5o,93	14o	144,15
o,98	31,34	15o	1o5,11

126) Dadurch, daß die Normalverteilung bei V = O abgeschnitten wurde, liegt der erwartete Liquidationserlös $E(V_A) \approx$ 1oo,o8o16 über μ_V und die Varianz $Var(V_A) \approx$ 1582,o4254 unter σ_V^2. Die Kovarianzwerte beider Zerlegungsmuster sind ausgehend von den S-Werten berechnet, so daß in einer Zeile stets die Kovarianzen für gleiche $E(Z_A)$ und gleiche $E(T_A)$-Werte angeschrieben sind. Die α-Werte ergeben sich aus $\alpha = E(T_A)/E(V_A)$.

nach dem ersten Muster ergibt, ist die Ausgabe von Obligationen in diesem Fall, in dem für beide Teilmärkte derselbe Marktzins und dasselbe Risikoverhalten unterstellt wurde, keine vorteilhafte Finanzierungsmaßnahme. Der maximale Unternehmenswert ist für das Zerlegungmuster 1 mit

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{1}{a} \cdot o{,}5\sigma_v^2 \right\}$$

größer als für das Zerlegungsmuster 2

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{1}{a} \cdot o{,}68176\sigma_v^2 \right\}$$

Vorteilhaft ist es vielmehr, die neuen Titel so auszustatten, daß die Inhaber der alten und neuen Titel in gleicher Weise am Unternehmenerfolg partizipieren. Nach der Kapitalerhöhung unterscheiden sich die Anteilsrechte der Aktionäre materiell nicht von den Anteilsrechten, die am zweiten Teilmarkt umlaufen.

Der Frage, unter welchen Voraussetzungen eine Kreditfinanzierung der Ausgabe von Vorzugsaktien vorzuziehen ist, gehen wir in den beiden folgenden Abschnitten nach, in denen unterstellt wird, daß an den beiden Teilmärkten eine unterschiedliche Risikoaversion zu beobachten ist (3.1.3.1.) und/oder ein anderer Marktzins gilt (3.1.3.2.).

3.1.3.1. Teilmärkte mit unterschiedlicher Risikoaversion

Es wurde bislang unterstellt, daß die Summe der Risikoaversionskoeffizienten aller Anleger an beiden Teilmärkten identisch ist, so daß $\Sigma a_l = \Sigma a_k = a$ gilt. Nun betrachten wir den Fall, daß an dem neuen Teilmarkt eine andere Risikoeinstellung als an dem ersten Teilmarkt zu beobachten ist. Diese kann daraus resultieren, daß bei durchschnittlich gleicher Risikoaversion der einzelnen Anleger am zweiten Teilmarkt weniger (größere Risikoscheu) oder mehr (geringere Risikoscheu) Marktteilnehmer auftreten, daß bei gleicher Anzahl von Marktteilnehmern im Durchschnitt eine größere oder geringere Risikoscheu vorherrscht, oder daß beide Komponenten (Anzahl der Marktteilnehmer und durchschnittliches Risikoverhalten) gemeinsam auf dem zweiten Teilmarkt zu einer vom ersten Markt abweichenden Bewertung führen. Es gilt also $\Sigma a_l \neq \Sigma a_k$ oder kürzer $b \neq a$ wobei $b < a$ gilt, wenn am zweiten Teilmarkt eine größere Risikoaversion besteht.

Bei einer Beschränkung auf den ersten Teilmarkt ist der Marktwert des Unternehmens gegeben durch

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{Var(V_A)}{a} \right\} .$$

Werden neue Titel geschaffen und am zweiten Teilmarkt plaziert, so ist der Marktwert des Unternehmens

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{Var(Z_A)}{a} - \frac{Var(T_A)}{b} \right\} .$$

Zu berechnen ist der maximale Marktwert, der sich bei einer Finanzierung nach dem Zerlegungsmuster 1 oder 2 ergibt. Ein Vergleich der beiden Maximalwerte wird zeigen, welche Finanzierungsform vorzuziehen ist.

Für das Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien) ist die optimale Aufteilungsquote wieder leicht zu ermitteln, indem man die Marktwertfunktion

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \left[\frac{(1-\alpha)^2}{a} + \frac{\alpha^2}{b}\right] \sigma_v^2 \right\}$$

nach α differenziert und jenen Wert für α bestimmt, in dem die erste Ableitung Null ist. Man erhält

$$\alpha_{opt} = \frac{b}{a + b} .$$

Mit steigender Risikoaversion am zweiten Teilmarkt sinkt bei einer marktwertmaximalen Aufteilung die Quote, die über diesen zweiten Teilmarkt finanziert wird. Für die optimale Aufteilung α_{opt} ergibt sich ein Gleichgewichtsmarktwert in Höhe von

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \frac{\sigma_v^2}{a + b} \right\} .$$

Wird das Zerlegungsmuster 2 (Ausgabe von Obligationen) gewählt, so ist der Marktwert des Unternehmens gegeben durch (1o3) mit

$$Var(Z_A) = \int_S^\infty (V_A - S)^2 f(V_A)\, dV_A - E(Z_A)^2$$

und

$$Var(T_A) = \int_o^S V_A^2 f(V_A) dV_A + S^2 \int_S^\infty f(V_A) dV_A - E(T_A)^2 .$$

Die Ableitung von $Var(Z_A)$ nach S führt auf

$$\frac{dVar(Z_A)}{dS} = - 2\, P_K(S)E(Z_A)$$

und die Ableitung von $Var(T_A)$ nach S auf

$$\frac{dVar(T_A)}{dS} = 2(1-P_K(S))(S-E(T_A)) \quad .$$

Somit gilt im Marktwertmaximum

$$(1o9) \quad \frac{b}{a}\, P_K(S)E(Z_A) = (1-P_K(S))(S-E(T_A))$$

und der marktwertmaximale Kreditrückzahlungsbetrag

$$(11o) \quad S = \frac{b}{a}\Big(E(Z_A|KK) + E(T_A|K)\Big)$$

steigt mit abnehmender Risikoaversion (steigendem b) am zweiten Teilmarkt.

In dem folgenden Beispiel wird für den zweiten Teilmarkt eine im Vergleich zum ersten Teilmarkt größere Risikoaversion unterstellt, die bewirkt, daß am zweiten Teilmarkt weniger Mittel aufgebracht werden, als für den Fall gleicher Risikoaversion an beiden Teilmärkten ermittelt wurden. Wie in dem Beispiel des vorangegangenen Abschnitts wird wieder eine bei V = O abgeschnittene Normalverteilung mit μ_V = 1oo und σ_V = 4o unterstellt. Bei einem Marktzins von 1o% und den Risikoaversionskoeffizienten a = 1oo und b = 5o wird der Marktwert des Unternehmens für beide Zerlegungsmuster in Abhängigkeit von S bzw. α berechnet.

Aus der Tabelle 2 ergibt sich, daß für das Zerlegungsmuster 2 (Ausgabe von Obligationen) ein optimaler Verschuldungsgrad existiert,[127] der unter dem liegt, der für den Fall a=b errechnet wurde. Für einen vereinbarten Zins- und Tilgungsbetrag von S = 7o wird ein Marktwert von 78,41 ausgewiesen, der über dem Marktwert des unverschuldeten Unternehmens (76,6o) liegt. In der Abbildung 3o sind die Kapitalkosten für das

127) Auf dieser Beobachtung baut die Arbeit von Lintner, J., Bankruptcy Risk, Market Segmentation, and Optimal Capital Structure, in: Friend, I. und Bicksler, J.L. (Hrsg.), Risk and Return in Finance, Bd. 2, Cambridge, Mass. 1977, S. 1 - 128, auf. Lintner arbeitet mit quadratischen Nutzenfunktionen der Anleger und betrachtet nur den Fall der Ausgabe von Obligationen.

Tabelle 2: Der Marktwert eines Unternehmens bei unterschiedlicher Risikoaversion an beiden Teilmärkten in Abhängigkeit vom Verschuldungsgrad[128)]

Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien)		Zerlegungsmuster 2 (Obligationen)	
α	V_{oA}	S	V_{oA}
o	76,6o	o	76,6o
o,1o	79,o3	1o	76,74
o,2o	8o,6o	2o	76,94
o,29	81,33	3o	77,22
o,39	81,26	4o	77,57
o,48	8o,47	5o	77,95
o,57	79,o4	6o	78,27
o,65	77,13	7o	78,41
o,72	74,91	8o	78,22
o,79	72,57	9o	77,56
o,84	7o,29	1oo	76,39

128) Der erwartete Liquidationserlös $E(V_A)$ ist etwa 1oo,o8 (μ_V = 1oo), die Varianz des Liquidationserlöses $Var(V_A)$ etwa 1582 (σ_V^2 = 16oo). Bezüglich der Risikoaversion an beiden Teilmärkten wird a = 1oo und b = 5o unterstellt. Die in einer Zeile der Tabelle angegebenen α- und S-Werte beziehen sich stets auf das gleiche Verhältnis von $E(T_A)$ zu $E(V_A)$.

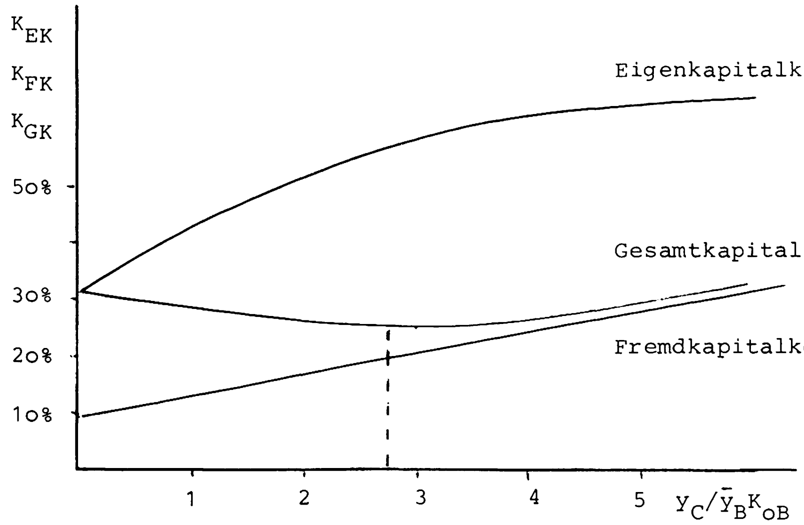


Abb. 30: Kapitalkostenverläufe bei divergierender Risikoaversion an beiden Teilmärkten

Tabelle 3: Kapitalkosten für das Zerlegungsmuster 2

S	$E(Z_A)$	$\bar{y}_B K_{oB}$	EK_K	$E(T_A)$	y_C	FK_K	GK_K	$y_C/\bar{y}_B K_{oB}$
0	100,08	76,60	30,65	0	0	0	30,65	0
10	90,17	67,74	33,11	9,91	9,00	10,11	30,41	0,13
20	80,34	59,07	36,01	19,74	17,87	10,46	30,08	0,30
30	70,65	50,68	39,40	29,43	26,54	10,89	29,60	0,52
40	61,17	42,69	43,29	38,91	34,88	11,55	29,02	0,82
50	52,02	35,24	47,62	48,06	42,70	12,55	28,39	1,21
60	43,33	28,47	52,20	56,75	49,80	13,96	27,87	1,75
70	35,25	22,48	56,76	64,83	55,93	15,91	27,64	2,48
80	27,91	17,32	61,14	72,17	60,89	18,53	27,95	3,52
90	21,45	13,03	64,62	78,63	64,54	21,83	29,04	4,95
100	15,96	9,55	67,12	84,12	66,84	25,85	31,01	7,00

Zerlegungsmuster 2 angegeben. Der optimale Verschuldungsgrad beträgt etwa 2,5.

Ein Vergleich der Marktwerte des Unternehmens mit denen des Zerlegungsmusters 1 zeigt jedoch, daß auch bei unterschiedlicher Risikoaversion an beiden Teilmärkten die Ausgabe von Vorzugsaktien der Ausgabe von Obligationen überlegen ist.[129] Bei einer Ausgabe von Vorzugsaktien wird für $\alpha \approx 0,29$ der höchste Marktwert mit 81,33 ausgewiesen.[130]

3.1.3.2. Teilmärkte mit unterschiedlichem Marktzins

Wir haben gesehen, daß ein optimaler Verschuldungsgrad existiert, wenn man von der Annahme zweier getrennter Teilmärkte ausgeht. Dann ist es nämlich vorteilhaft für das Unternehmen, die benötigten Finanzierungsmittel an beiden Teilmärkten zu beschaffen, und der optimale Verschuldungsgrad ist ein Maß dafür, in welchem Verhältnis die beiden Teilmärkte an der Finanzierung beteiligt werden sollen. Wir haben weiter gesehen, daß die Beschaffung der Finanzierungsmittel an beiden Teilmärkten auch dann vorteilhaft ist, wenn sich die Teilmärkte durch einen unterschiedlichen Grad der Risikoaversion auszeichnen. Für das Unternehmen besteht dann die optimale Aktion keineswegs darin, vollständig auf den Markt mit der weniger großen Risikoaversion auszuweichen.

Wir haben aber weiter beobachtet, daß risikoaverses Verhalten der Anleger allein keinen hinreichenden Grund zur Ausgabe von Obligationen darstellt. In den hier untersuchten Fällen stellte die Ausgabe von Obligationen keine Finanzierungspolitik dar, die der Verwendung eines eher ungewöhnlichen Finanzierungsinstruments, nämlich der Kapitalbeschaffung über die Ausgabe von Titeln, die man als Vorzugsaktien bezeichnen könnte, überlegen war. Eine Theorie des optimalen Verschuldungsgrades sollte aber nicht auf Annahmen aufbauen, die dazu führen, daß die Kreditfinanzierung in der Regel eine suboptimale Finanzierungspolitik darstellt. Der Marktwert des Unternehmens läßt sich nämlich dann durch die Wahl einer anderen Finanzierungsform über jenen hinaus anheben, der sich bei Realisierung des optimalen Verschuldungsgrades ergibt.

---

129) Dieses Ergebnis gilt auch für den Fall, daß die Risikoaversion am zweiten Teilmarkt weniger stark ist als am ersten.

130) Tatsächlich liegt der maximale Marktwert über 81,33, da die optimale Aufteilungsquote bei $\alpha = 1/3$ erreicht wird, wenn die Anleger des zweiten Teilmarktes genau ein Drittel der anfallenden Liquidationserlöse erhalten.

Drei Annahmen liegen nahe, die bewirken, daß die Ausgabe von Obligationen bzw. die Kreditfinanzierung gegenüber einer Ausgabe von Vorzugsaktien als optimale Finanzierungsform ausgewiesen wird.

1.) Die Ausgabe von Vorzugsaktien oder anderen Titeln, die nicht Stammaktien oder Obligationen sind, ist 'überflüssig' oder verboten.

Die Theorie des optimalen Verschuldungsgrades betrachtet üblicherweise die Aktienfinanzierung und die Kreditfinanzierung als ausschließliche Alternative. Wird diese Alternative unter den Bedingungen eines vollkommenen Kapitalmarktes untersucht, so daß die Kapitalstruktur für den Marktwert des Unternehmens ohne Belang ist, so ist die Behandlung anderer Finanzierungsinstrumente 'überflüssig': Das Irrelevanztheorem läßt sich für alle denkbaren Finanzierungsinstrumente reproduzieren. Gibt man die Annahme des vollkommenen Kapitalmarktes auf, so ist auch die Wahl der Finanzierungsinstrumente Gegenstand der Überlegungen zur Formulierung einer optimalen Finanzierungspolitik. Wird nun ausschließlich geprüft, bis zu welchem Verschuldungsgrad die Kreditfinanzierung zu einer Steigerung des Marktwertes des Unternehmens führt und wird dann die optimale Verschuldungspolitik als optimale Finanzierungspolitik ausgewiesen, so muß die Wahl anderer Finanzierungsinstrumente verboten werden. Die Annahme eines solchen Verbots könnte an die Grundannahme zweier getrennter Kapitalmärkte anknüpfen und besagen, daß am zweiten Teilmarkt nicht nur der Erwerb von Stammaktien, sondern auch der Erwerb aller Titel verhindert wird, die einen zum zukünftigen Liquidationserlös proportionalen Anspruch an das Unternehmensvermögen begründen.

2.) In dem der Abbildung 27 zugrunde liegenden Beispiel war die Kreditfinanzierung der Finanzierung über eine Ausgabe von Vorzugsaktien überlegen, weil der Risikenzusammenhang beider Parten bei der gewählten Höhe des Verschuldungsgrades stärker als bei der Ausgabe von Vorzugsaktien war. In dem Beispiel, dessen Marktwertergebnisse in der Tabelle 2 zusammengestellt sind, wird ebenfalls für einen sehr hohen Verschuldungsgrad die Ausgabe von Obligationen gegenüber der Ausgabe von Vorzugsaktien als überlegene Strategie ausgewiesen. Kreditfinanzierung kann dann also eine optimale Finanzierungspolitik darstellen, wenn eine bestimmte hohe Inanspruchnahme des zweiten Teilmarktes gewährleistet werden soll. Eine solche Politik läßt sich aber nicht mehr aus der Zielsetzung 'Maximierung des Marktwertes des Unternehmens' ableiten.

3.) Bei getrennten Kapitalmärkten und einem gegenüber dem ersten Teilmarkt höheren Grad der Risikoaversion am zweiten Teilmarkt setzen die Eigenkapitalkosten (für einen sehr niedrigen Verschuldungsgrad) bei einem höheren Niveau an als die Fremdkapitalkosten. Abbildung 3o zeigt, daß die Eigenkapitalkosten mit wachsendem Verschuldungsgrad rasch ansteigen, während der Anstieg der Fremdkapitalkosten demgegenüber zunächst zurückbleibt. Das rasche Ansteigen der Eigenkapitalkosten ist damit zu begründen, daß wegen der günstigen Ausstattung der Fremdkapitaltitel (Vorabbefriedigung) der wesentliche Teil des Unternehmensrisikos bei den Eigenkapitalgebern verbleibt. Obgleich sowohl in der Abbildung 3o als auch beim Nettogewinnansatz (Abbildung 22) von einem gegenüber den Fremdkapitalkosten grundsätzlich höheren Niveau der Eigenkapitalkosten ausgegangen wird, kann der Grund für die Niveaudifferenz nicht derselbe sein. Beim Nettogewinn-Ansatz wird ja unterstellt, daß Eigen- und Fremdkapitalkosten vom Verschuldungsgrad unabhängige Konstante sind, so daß mit wachsendem Verschuldungsgrad keine Verschiebung des Risikos zu Lasten der Eigenkapitalgeber einhergeht. Können beim Nettogewinn-Ansatz aber keine Risikogesichtspunkte zur Begründung der über den Fremdkapitalkosten liegenden Eigenkapitalkosten angeführt werden, so muß der differierende Eigen- und Fremdkapitalkostensatz auf eine Differenz der Marktzinssätze an beiden Teilmärkten zurückgeführt werden. Es läßt sich nun zeigen, daß die Unterstellung, am zweiten Teilmarkt herrsche ein niedrigerer Marktzins als am ersten Teilmarkt, gerade dazu führen kann, daß die Finanzierung über eine Ausgabe von Obligationen der Finanzierung durch eine Ausgabe von Vorzugsaktien überlegen ist, d.h. Kreditfinanzierung zu einer marktwertmaximalen Finanzierungspolitik führt. In der Tabelle 4 sind für das bisher betrachtete Beispiel die Marktwerte des Unternehmens für die Zerlegungsmuster 1 und 2 bei unterschiedlichen Aufteilungsquoten angegeben. Dabei wird unterstellt, an beiden Teilmärkten herrsche derselbe Grad an Risikoaversion (a = 1oo). Es wird nun aber angenommen, am zweiten Teilmarkt gelte ein Marktzins von R_L = 5%, der unter dem Marktzins für den ersten Teilmarkt liegt (R_F = 1o%). Tabelle 4 weist für das Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien) bei einem vereinbarten Zins- und Tilgungsbetrag von S = 6o den höchsten Marktwert des Unternehmens mit 85,9o aus. Bei einer Finanzierung über die Ausgabe von Obligationen wird für S = 1oo der maximale Marktwert mit 84,62 ausgewiesen. Dieser liegt wie bisher unter dem bei einer Finanzierung durch Vorzugsaktien.

Dieses Ergebnis kehrt sich aber um, wenn wir davon ausgehen, daß das betrachtete Unternehmen weniger riskant ist.

In der Tabelle 5 wird von einem Unternehmen ausgegangen, dessen erwarteter Liquidationserlös wieder bei 1oo liegt. Die Standardabweichung beträgt nun aber nicht mehr σ_V = 4o sondern σ_V = 25. Nun wird mit 9o,84 für S = 1oo der maximale Marktwert bei der Kreditfinanzierung ausgewiesen

Tabelle 4: Der Marktwert eines risikoreichen Unternehmens bei unterschiedlichem Marktzins an beiden Teilmärkten in Abhängigkeit vom Verschuldungsgrad[131)]

Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien)		Zerlegungsmuster 2 (Obligationen)	
α	V_{oA}	S	V_{oA}
0	76,60	0	76,60
0,10	79,59	10	77,17
0,20	81,98	20	77,83
0,29	83,79	30	78,60
0,39	85,02	40	79,49
0,48	85,71	50	80,50
0,57	85,90	60	81,58
0,65	85,68	70	82,65
0,72	85,16	80	83,58
0,79	84,43	90	84,28
0,84	83,61	100	84,62
0,89	82,81	110	84,59
0,92	82,10	120	84,22

131) Der erwartete Liquidationserlös $E(V_A)$ ist etwa 100,08 ($\mu_Y = 100$), die Varianz des Liquidationserlöses $Var(V_A)$ etwa 1582 ($\sigma_Y^2 = 1600$). Bezüglich der Risikoaversion an beiden Teilmärkten wird $a = 100$ unterstellt. Der Marktzins am ersten Teilmarkt ist $R_F = 10\%$; für den zweiten Teilmarkt gilt $R_L = 5\%$. Die in einer Zeile der Tabelle angegebenen α- und S-Werte beziehen sich stets auf das gleiche Verhältnis von $E(T_A)$ zu $E(V_A)$.

Kreditfinanzierung kann also bei unterschiedlichen Marktzinssätzen zu einer optimalen Finanzierungspolitik führen, wenn das Unternehmensrisiko relativ klein ist. Für risikoreichere Unternehmen bleibt es dagegen vorteilhaft, eine Finanzierung über die Ausgabe von Aktien vorzunehmen. Bei der Kreditfinanzierung tragen ja die Aktionäre wegen der für sie ungünstigen Partenbildung den relativ größeren Teil des Vermögensverlustrisikos. Nur dann, wenn das gesamte Vermögensverlustrisiko relativ niedrig ist, werden die von ihnen zu tragenden Nachteile der Kreditfinanzierung durch den Vorteil der wegen $R_L < R_F$ günstigeren Bewertung durch die Obligationäre kompensiert.

In der Tabelle 5 ist ein relativ hoher Verschuldungsgrad ausgewiesen, der zum maximalen Marktwert führt. Ein kleinerer optimaler Verschuldungsgrad wird realisiert, wenn am zweiten Teilmarkt eine größere Risikoaversion herrscht. Das zeigt Tabelle 6, in die zum Vergleich ebenfalls die Marktwerte für das Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien) eingetragen wurden, so daß ersichtlich wird, daß auch bei einer größeren Risikoaversion am zweiten Teilmarkt die Optimalität der Kreditfinanzierung erhalten bleibt.

Zeichnen sich die Anleger an beiden Teilmärkten durch risikoaverses Entscheidungsverhalten aus, dann ist es unter der Zielsetzung der Marktwertmaximierung nicht mehr vorteilhaft, vollständig auf den Teilmarkt mit der geringeren Risikoaversion auszuweichen. Existiert darüber hinaus am zweiten Teilmarkt ein niedrigerer Marktzins und ist das Unternehmensrisiko nicht zu hoch, dann führt die Kreditfinanzierung gegenüber der Ausgabe von Vorzugsaktien zu einem höheren Marktwert des Unternehmens.

Schließlich läßt sich zeigen, daß der Nettogewinn-Ansatz als Spezialfall des vorgetragenen Modells zu betrachten ist. Unter den Voraussetzungen

- getrennter Teilmärkte für Eigen- und Fremdkapitalanteile,
- einem am zweiten Teilmarkt niedrigeren Marktzins
- und risikoneutralem Entscheidungsverhalten der Anleger an beiden Teilmärkten

ergeben sich konstante Eigen- und Fremdkapitalkosten und mit dem Verschuldungsgrad sinkende durchschnittliche Kapitalkosten. Dasselbe gilt für den Fall, daß an beiden Teilmärkten von sicheren Erwartungen ausgegangen wird.

Zeichnen sich die Anleger an beiden Teilmärkten dagegen durch risikoaverses Entscheidungsverhalten aus, so erhält man einen U-förmigen Verlauf der durchschnittlichen Kapitalkosten. Da die Kreditgeber zunächst

Tabelle 5: Der Marktwert eines risikoarmen Unternehmens bei unterschiedlichem Marktzins an beiden Teilmärkten in Abhängigkeit vom Verschuldungsgrad[132)]

Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien)		Zerlegungsmuster 2 (Obligationen)	
α	V_{oA}	S	V_{oA}
o	85,23	o	85,23
o,1o	86,68	1o	85,66
o,2o	87,9o	2o	86,1o
o,3o	88,89	3o	86,55
o,4o	89,64	4o	87,o3
o,5o	9o,15	5o	87,58
o,59	9o,45	6o	88,22
o,69	9o,52	7o	89,o4
o,77	9o,41	8o	89,79
o,84	9o,19	9o	9o,47
o,9o	89,93	1oo	9o,84
o,94	89,69	11o	9o,82
o,97	89,5o	12o	9o,5o

132) Der erwartete Liquidationserlös $E(V_A)$ ist etwa 1oo (μ_V = 1oo), die Varianz des Liquidationserlöses $Var(V_A)$ etwa 624,96 (σ_V^2 = 625). Bezüglich der Risikoaversion an beiden Teilmärkten wird a = 1oo unterstellt. Der Marktzins am ersten Teilmarkt ist R_F = 1o%; für den zweiten Teilmarkt gilt R_L = 5%. Die in einer Zeile der Tabelle angegebenen α- und S-Werte beziehen sich stets auf das gleiche Verhältnis von $E(T_A)$ und $E(V_A)$.

Tabelle 6: Der Marktwert eines risikoarmen Unternehmens bei unterschiedlichem Marktzins und unterschiedlicher Risikoaversion an beiden Teilmärkten in Abhängigkeit vom Verschuldungsgrad[133)]

Zerlegungsmuster 1 (Vorzugsaktien)		Zerlegungsmuster 2 (Obligationen)	
α	V_{0A}	S	V_{0A}
0	85,23	0	85,23
0,10	86,62	10	85,66
0,20	87,66	20	86,10
0,30	88,35	30	86,55
0,40	88,69	40	87,02
0,50	88,68	50	87,54
0,59	88,35	60	88,12
0,69	87,72	70	88,77
0,77	86,89	80	89,19
0,84	85,97	90	89,29
0,90	85,10	100	88,82
0,94	84,40	110	87,78
0,97	83,90	120	86,47

133) Der erwartete Liquidationserlös $E(V_A)$ ist etwa 100 ($\mu_V = 100$), die Varianz des Liquidationserlöses $Var(V_A)$ etwa 624,96 ($\sigma_V^2 = 625$). Bezüglich der Risikoaversion an beiden Teilmärkten wird a = 100 und b = 50 unterstellt. Der Marktzins am ersten Teilmarkt ist $R_F = 10\%$; für den zweiten Teilmarkt gilt $R_L = 5\%$. Die in einer Zeile der Tabelle angegebenen α- und S-Werte beziehen sich stets auf das gleiche Verhältnis von $E(T_A)$ und $E(V_A)$.

nur in einem sehr geringen Umfang am Unternehmensrisiko partizipieren, dieses Risiko also bei den Anteilseignern verbleibt, ist von mit dem Verschuldungsgrad unmittelbar steigenden Eigenkapitalkosten auszugehen.

3.2. Optimale Verschuldungspolitik im Marktzusammenhang

3.2.1. Annahmen über die Marktportefeuilles für Eigen- und Fremdkapitalanteile

Wir gehen nun davon aus, daß es einen Kreditmarkt und einen vom Kreditmarkt getrennten Markt für Eigenkapitalanteile gibt. An den beiden Teilmärkten werden Eigentums- und Gläubigerrechte einer Vielzahl von Unternehmen gehandelt. Das Entscheidungsfeld der Anleger an beiden Teilmärkten ist insbesondere davon abhängig, in welchem Verhältnis sich die einzelnen Unternehmen der beiden möglichen Finanzierungsformen bedienen, d.h. in welchem Verhältnis jedes einzelne Unternehmen Finanzierungsmittel der beiden Teilmärkte in Anspruch nimmt.[134] Haben alle Unternehmen bereits darüber entschieden, welcher Anteil des am Periodenende erwarteten Liquidationserlöses auf die Anleger an den beiden Teilmärkten entfallen soll, dann läßt sich der Gleichgewichtsmarktwert der Unternehmen auch unter diesen Bedingungen auf formal einfache Weise bestimmen. Ist Z_i der Anteil des unsicheren Liquidationserlöses V_i der Gesellschaft i, der am Periodenende an die Anteilseigner ausgeschüttet wird, und T_i der auf die Kreditgeber entfallende Betrag, so ist der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien gegeben durch

$$\bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_i) - \frac{1}{a} \sum_j Cov(Z_i, Z_j) \right\}$$

und der Marktwert des Fremdkapitals durch

$$FK_i = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(T_i) - \frac{1}{a} \sum_j Cov(T_i, T_j) \right\},$$

wenn für beide Teilmärkte derselbe Marktzins R_F und derselbe Risikoaversionskoeffizient a unterstellt wird. Der Gleichgewichtsmarktwert des Unternehmens i ist somit

$$(111) \quad V_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \frac{1}{a} \left[\sum_j Cov(Z_i, Z_j) + \sum_j Cov(T_i, T_j) \right] \right\}.$$

134) Die Unternehmen selbst treten an beiden Teilmärkten nicht als Anleger auf.

Der Aussagegehalt des Bewertungsergebnisses (111) bezüglich einer optimalen Ausrichtung der Verschuldungspolitik des Unternehmens i ist gering: Der Gleichgewichtsmarktwert des Unternehmens ist umso größer, je geringer c.p. der Risikenzusammenhang der Eigenkapitalanteile mit den Aktien aller Unternehmen am Markt ist und je geringer c.p. der Risikenzusammenhang der Fremdkapitalanteile mit den Obligationen aller Unternehmen ist. Der Risikenzusammenhang der von Unternehmen i an beiden Teilmärkten emittierten Titel ist aber a) von der Kovarianz der Liquidationserlöse $Cov(V_i, V_j)$ und b) von der Verschuldungspolitik aller Unternehmen am Markt abhängig, so daß sich ein möglicher trade-off zwischen dem Risikenzusammenhang auf dem Markt für Aktien und dem auf dem Markt für Obligationen nur bestimmen läßt, wenn die Verschuldungspolitik aller anderen Unternehmen am Markt bereits feststeht.

Das folgende Beispiel zeigt für einen sehr kleinen Markt, an dem nur zwei Unternehmen als Kapitalnachfrager auftreten

1. die Abhängigkeit des Marktwertes der Unternehmen von der Verschuldungspolitik des jeweils anderen Unternehmens und
2. die Anpassung der optimalen Verschuldungspolitik eines Unternehmens an die vorgegebene Verschuldungspolitik des anderen Unternehmens.

Die möglichen Liquidationserlöse beider Unternehmen am Periodenende sind in der Tabelle 7 zusammengestellt und in der Abbildung 31 in bestandsökonomischer Darstellung skizziert.

Gilt für beide Teilmärkte derselbe Marktzins R_F und derselbe Risikoaversionskoeffizient a, so wird für den Marktwert der Aktien des Unternehmens 1

$$\bar{y}_1 K_{o1} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_1) - \frac{1}{a} \left(Var(Z_1) + Cov(Z_1, Z_2) \right) \right\}$$

und den des Unternehmens 2

$$\bar{y}_2 K_{o2} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_2) - \frac{1}{a} \left(Var(Z_2) + Cov(Z_1, Z_2) \right) \right\}$$

festgestellt. Für das Fremdkapital ermittelt man

$$FK_1 = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(T_1) - \frac{1}{a} \left(Var(T_1) + Cov(T_1, T_2) \right) \right\}$$

und

$$FK_2 = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(T_2) - \frac{1}{a} \left(Var(T_2) + Cov(T_1, T_2) \right) \right\} .$$

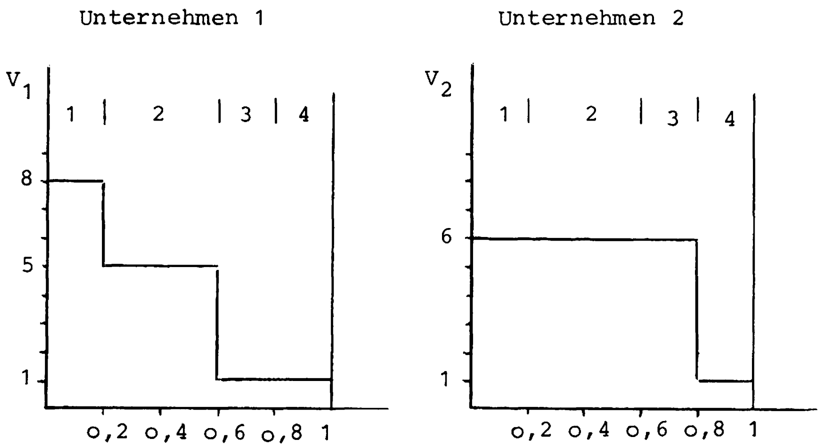
Tabelle 7: Mögliche Liquidationserlöse der Unternehmen 1 und 2 am Periodenende

Umweltzustand	1	2	3	4
Prob	o,2	o,4	o,2	o,2
V_1	8	5	1	1
V_2	6	6	6	1

$E(V_1) = 4$ $\quad Var(V_1) = 7{,}2$

$E(V_2) = 5$ $\quad Var(V_2) = 4$

$Cov(V_1, V_2) = 3$



- Abb. 31 -

Im Rahmen des zweiparametrigen Portefeuillemodells erfordern diese Bewertungsgleichungen natürlich, daß die Zufallsvariablen Z_i (Ausschüttungen an die Aktionäre) und T_i (Tilgungszahlungen an die Gläubiger) normalverteilt sind. Wir sehen hier von dieser Forderung ab und konstruieren Zerlegungen der Unternehmensposition in Kreditparten und Anteilseignerparten entsprechend einer Vorabbefriedigung der Gläubigerforderungen.

Der Marktwert des Unternehmens 1 als Summe aus dem Marktwert der Aktien und dem Marktwert des Fremdkapitals

$$V_{o1} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_1) - \frac{1}{a} \Big(Var(Z_1) + Var(T_1) + Cov(Z_1,Z_2) + Cov(T_1,T_2) \Big) \right\}$$

ist einerseits von den auf die beiden Teilmärkte entfallenden Varianzen $Var(Z_1)$ und $Var(T_1)$ und andererseits von dem auf beiden Teilmärkten herrschenden Risikozusammenhang $Cov(Z_1,Z_2)$ und $Cov(T_1,T_2)$ abhängig. Bei der isolierten Bewertung eines Unternehmens hatten wir festgestellt, daß bei gleichem Marktzins und gleicher Risikoaversion auf beiden Teilmärkten die optimale Strategie des Unternehmens darin bestehen muß, den Risikozusammenhang zwischen der Aktien- und der Kreditposition im Unternehmen zu maximieren (, so daß die am Markt nicht bewertete Kovarianz $Cov(Z_1,T_1)$ möglichst groß wird). Die Tabelle 8 zeigt, daß für beide Unternehmen die Kovarianz $Cov(Z_i,T_i)$ bei einem mit den Gläubigern vereinbarten Tilgungsbetrag von $S_1 = S_2 = 3{,}5$ maximal ist. Für das Unternehmen 1 beträgt die maximale Kovarianz 1,5, für das Unternehmen 2 beträgt sie 1.

Die Frage ist, ob die beiden Unternehmen ihre Strategie modifizieren müssen, wenn die von ihnen ausgegebenen Titel nicht isoliert bewertet werden, sondern diese Bewertung im Zusammenhang mit der jeweils anderen Anlagemöglichkeit der Aktionäre und Gläubiger erfolgt. In der Tabelle 8 sind daher für alternative Rückzahlungsbeträge S_1 und S_2 an die Gläubiger die Kovarianzen $Cov(Z_1,Z_2)$ und $Cov(T_1,T_2)$ zusammengestellt.

- Arbeiten z.B. beide Unternehmen ohne Fremdkapital ($S_1 = S_2 = 0$), so gilt $Cov(Z_1,Z_2) = 3$ und $Cov(T_1,T_2) = 0$. Verschuldet sich nun das Unternehmen 1, so gilt etwa für $S_1 = 3{,}5$ $Cov(Z_1,Z_2) = 1{,}5$ und wieder $Cov(T_1,T_2) = 0$, weil die Gläubiger nur im Unternehmen 1 eine Anlagemöglichkeit finden. Für $S_1 = 8$ gilt $Cov(Z_1,Z_2) = Cov(T_1,T_2) = 0$, weil nun das Unternehmen 1 vollständig fremdfinanziert wird, so daß beide Unternehmen isoliert bewertet werden.
- Die Kovarianzen für den Fall, daß auch das Unternehmen 2 fremdfinanziert wird, lassen sich in der entsprechenden S_2-Spalte finden. Für

Tabelle 8: Matrix der Kovarianzen bei alternativen Kreditrückzahlungsbeträgen

$Cov(Z_1,Z_2)$ $Cov(T_1,T_2)$			S_2	o	1	2	3	3,5	4	5	6
			$Var(Z_2)$ $Var(T_2)$	4 o	4 o	2,56 o,16	1,44 o,64	1 1	o,64 1,44	o,16 2,56	o 4
S_1	$Var(Z_1)$ $Var(T_1)$	$Cov(Z_1,T_1)$	$Cov(Z_2,T_2)$	o	o	o,64	o,96	1	o,96	o,64	o
o	7,2 o	o		3 o	3 o	2,4 o	1,8 o	1,5 o	1,2 o	o,6 o	o o
1	7,2 o	o		3 o	3 o	2,4 o	1,8 o	1,5 o	1,2 o	o,6 o	o o
2	5,o4 o,24	o,96		2,4 o	2,4 o	1,92 o,12	1,44 o,24	1,2 o,3	o,96 o,36	o,48 o,48	o o,6
3	3,36 o,96	1,44		1,8 o	1,8 o	1,44 o,24	1,o8 o,48	o,9 o,6	o,72 o,72	o,36 o,96	o 1,2
3,5	2,7 1,5	1,5		1,5 o	1,5 o	1,2 o,3	o,9 o,6	o,75 o,75	o,6 o,9	o,4 1,2	o 1,5
4	2,16 2,16	1,44		1,2 o	1,2 o	o,96 o,36	o,72 o,72	o,6 o,9	o,48 1,o8	o,24 1,44	o 1,8
5	1,44 3,84	o,96		o,6 o	o,6 o	o,48 o,48	o,36 o,96	o,3 1,2	o,24 1,44	o,12 1,92	o 2,4
6	o,64 4,64	o,96		o,4 o	o,4 o	o,32 o,52	o,24 1,o4	o,2 1,3	o,16 1,56	o,o8 2,o8	o 2,6
7	o,16 5,76	o,64		o,2 o	o,2 o	o,16 o,56	o,12 1,12	o,1 1,4	o,o8 1,68	o,o4 2,24	o 2,8
8	o 7,2	o		o o	o o	o o,6o	o 1,2	o 1,5	o 1,8	o 2,4	o 3

$S_1 = 2$ und $S_2 = 4$ weist die Tabelle z.B. $Cov(Z_1,Z_2) = o{,}96$ und $Cov(T_1,T_2) = o{,}36$ aus.

Für den Marktwert der Unternehmen ist nun das Zusammenspiel der Varianzen und Kovarianzen von Bedeutung. Daher wird in der Tabelle 9 der für die Bewertung des Unternehmens 1 relevante Risikofaktor

$$R_1 = Var(Z_1) + Var(T_1) + Cov(Z_1,Z_2) + Cov(T_1,T_2)$$

und der für die Bewertung des Unternehmens 2 relevante Risikofaktor

$$R_2 = Var(Z_2) + Var(T_2) + Cov(Z_1,Z_2) + Cov(T_1,T_2)$$

für unterschiedliche Verschuldungsgrade beider Unternehmen berechnet. Der Marktwert des Unternehmens 1 ist umso größer, je geringer der Risikofaktor R_1 ist. Entsprechend ist der Marktwert des Unternehmens 2 umso größer, je kleiner R_2 ist.

Eine Auswertung der Tabelle 9 führt insbesondere zu drei Beobachtungen:

1. Verfolgt eines der beiden Unternehmen die extreme Strategie einer reinen Eigenfinanzierung oder einer sehr hohen Verschuldung, dann führt diese Strategie zu einem sehr hohen Marktwert, wenn das andere Unternehmen gerade entgegengesetzt handelt. Beispiel: Das Unternehmen 1 verschuldet sich nicht ($S_1 = O$). Für $S_2 = O$ gilt $R_1 = 1o{,}2$. Mit wachsender Verschuldung des Unternehmens 2 sinkt R_1. Für $S_2 = 6$ gilt etwa $R_1 = 7{,}2$.

2. Maximiert das Unternehmen 1 seinen Marktwert, dann betreibt es eine 'mittlere' Verschuldungspolitik, die der des anderen Unternehmens nur schwach entgegen läuft. Beispiel: Das Unternehmen 1 weist für $S_2 = O$ den kleinsten Risikofaktor R_1 bei $S_1 = 4$ aus ($R_1 = 5{,}52$). Für $S_2 = 3$ sinkt der optimale Rückzahlungsbetrag auf $S_1 = 3{,}5$ und ab $S_2 = 5$ auf $S_1 = 3$. Die Verschuldung des Unternehmens 1 ist also der Verschuldung des Unternehmens 2 mäßig entgegengesetzt.

3. Maximieren beide Unternehmen ihren Marktwert, so ist für beide Unternehmen jene Verschuldungspolitik optimal, die auch im Fall der isolierten Bewertung beider Unternehmen gewählt würde. Beispiel: Das Unternehmen 2 wählt vorläufig $S_2 = 5$. Das Unternehmen 1 erreicht dann den maximalen Marktwert bei $S_1 = 3$, wenn $R_1 = 5{,}64$ ist. Nun paßt das Unternehmen 2 seine Politik an die des Unternehmens 1 an. Für $S_1 = 3$ wird der kleinste R_2-Wert mit $R_2 = 3{,}5$ bei $S_2 = 3{,}5$ erreicht. Für $S_2 = 3{,}5$ wählt aber das Unternehmen 1 den Wert $S_1 = 3{,}5$ mit $R_1 = 5{,}7$. $S_1 = S_2 = 3{,}5$ stellt also für beide Unternehmen die optimale Politik dar. Für $S_1 = S_2 = 3{,}5$ wird mit $R_M = R_1 + R_2 = 9{,}2$ auch der gemeinsame maximale Marktwert beider Unternehmen erreicht.

Die dritte Beobachtung kann zu einer entscheidenden Vereinfachung bei

Tabelle 9: Von den Anteilseignern und Gläubigern zu tragendes Risiko bei alternativen Kreditrückzahlungsbeträgen

S_1	S_2	o	1	2	3	3,5	4	5	6
o	R_1	1o,2	1o,2	9,6	9	8,7	8,4	7,8	7,2
	R_2	7	7	5,12	3,88	3,5	3,28	3,32	4
	R_M	17,2	17,2	14,72	12,88	12,2	11,68	11,12	11,2
1	R_1	1o,2	1o,2	9,6	9	8,7	8,4	7,8	7,2
	R_2	7	7	5,12	3,88	3,5	3,28	3,32	4
	R_M	17,2	17,2	14,72	12,88	12,2	11,68	11,12	11,2
2	R_1	7,68	7,68	7,32	6,96	6,78	6,6o	6,24	5,88
	R_2	6,4	6,4	4,76	3,76	3,5	3,4o	3,68	4,6
	R_M	14,o8	14,o8	12,o8	1o,72	1o,28	1o,oo	9,92	1o,48
3	R_1	6,12	6,12	6	5,88	5,82	5,76	5,64	5,52
	R_2	5,8	5,8	4,4o	3,64	3,5	3,52	4,o4	5,2
	R_M	11,92	11,92	1o,4o	9,52	9,32	9,28	9,68	1o,72
3,5	R_1	5,7o	5,7o	5,7o	5,7o	5,7o	5,7o	5,7o	5,7o
	R_2	5,5	5,5	4,22	3,58	3,5	3,58	4,22	5,5o
	R_M	11,2	11,2	9,92	9,28	9,2o	9,28	9,92	11,2o
4	R_1	5,52	5,52	5,64	5,76	5,82	5,88	6	6,12
	R_2	5,2	5,2	4,o4	3,52	3,5	3,64	4,4o	5,8
	R_M	1o,72	1o,72	9,68	9,28	9,32	9,52	1o,4o	11,92
5	R_1	5,88	5,88	6,24	6,6o	6,78	6,96	7,32	7,68
	R_2	4,6	4,6	3,68	3,4o	3,5	3,76	4,76	6,4
	R_M	1o,48	1o,48	9,92	1o,oo	1o,28	1o,72	12,o8	14,o8
6	R_1	5,68	5,68	6,12	6,56	6,78	7	7,44	7,88
	R_2	4,4	4,4	3,56	3,36	3,5	3,8o	4,88	6,6
	R_M	1o,o8	1o,o8	9,68	9,92	1o,28	1o,8o	12,32	14,48
7	R_1	6,12	6,12	6,64	7,16	7,42	7,68	8,2o	8,72
	R_2	4,2	4,2	3,44	3,32	3,5	3,84	5,oo	6,8
	R_M	1o,32	1o,32	1o,o8	1o,48	1o,92	11,52	13,2o	15,52
8	R_1	7,2	7,2	7,8o	8,4o	8,7o	9,oo	9,6	1o,2
	R_2	4	4	3,32	3,28	3,5	3,88	5,12	7
	R_M	11,2	11,2	11,12	11,68	12,2o	12,88	14,72	17,2

der Bestimmung der optimalen Verschuldungspolitik eines Unternehmens i im Marktzusammenhang führen. Nimmt man nämlich an, daß die anderen Unternehmen am Markt bereits einen 'mittleren' Verschuldungsgrad gewählt haben, dann kann man beim Unternehmen i, dessen optimale Verschuldungspolitik ermittelt werden soll, davon ausgehen, daß der gemeinsame Risikozusammenhang der vom Unternehmen i ausgegebenen Titel mit den Eigen- und Fremdkapitaltiteln der übrigen Unternehmen von der speziellen Verschuldungspolitik des Unternehmens i nicht berührt wird. In der Tabelle 8 kommt dies darin zum Ausdruck, daß für $S_2 = 3{,}5$ für beliebiges S_1 $Cov(Z_1,Z_2) + Cov(T_1,T_2) = o{,}5\ Cov(V_1,V_2)$ und ebenfalls für $S_1 = 3{,}5$ bei beliebigem S_2 $Cov(Z_1,Z_2) + Cov(T_1,T_2) = o{,}5\ Cov(V_1,V_2)$ gilt. Somit können wir bei der Ermittlung der optimalen Verschuldungspolitik eines Unternehmens vorläufig von der Bewertungsgleichung

$$(112)\qquad V_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_i) - \frac{1}{a}\Big(Var(Z_i) + Var(T_i) + o{,}5\ Cov(V_i,V_R)\Big)\right\}$$

ausgehen, wobei V_R der aggregierte zukünftige Marktwert aller Unternehmen am Markt außer dem Unternehmen i ist und $Cov(V_i,V_R)$ von der speziellen Verschuldungspolitik des Unternehmens i nicht abhängt. Die Bewertungsgleichung (112) kann aber nur dann als vertretbare Approximation gelten, wenn das Unternehmen i keine Möglichkeit hat, aufgrund extremer Verschuldungsstrategien anderer Unternehmen durch die Wahl einer entsprechenden Gegenstrategie zu einer besseren Anpassung der von ihm ausgegebenen Titel an den auf beiden Teilmärkten gemeinsam herrschenden Risikenzusammenhang beizutragen.

3.2.2. Das Modell eines unternehmungsspezifisch unvollkommenen Kapitalmarktes

Die Bewertungsgleichung (112) ist bei vollkommen getrennten Teilmärkten für Eigen- und Fremdkapitalanteile nur dann sinnvoll anwendbar, wenn davon ausgegangen werden kann, daß alle Unternehmen am Markt - außer dem Unternehmen i, dessen Verschuldungspolitik beurteilt werden soll - bereits eine marktwertmaximale Verschuldungspolitik verfolgen.[135] Die Unabhängigkeit der unternehmerischen Verschuldungspolitik von der Verschuldungspolitik der übrigen Unternehmen am Markt läßt sich aber auch ohne diese Voraussetzung begründen, wenn die Annahmen über

135) Die Festlegung dieser Politik ist streng genommen wiederum erst möglich, wenn die Verschuldung des Unternehmens i bereits feststeht, so daß der marktwertmaximale Verschuldungsgrad aller Unternehmen simultan ermittelt werden müßte.

die auf beiden Teilmärkten möglichen Finanzinvestitionen der Anleger in bestimmter Weise verändert werden. Gegenüber der bislang betrachteten strengen Trennung zweier Teilmärkte unterstellen wir nun, daß die Anleger am ersten Teilmarkt nur Eigenkapitalanteile, die am zweiten Teilmarkt nur Fremdkapitalanteile des Unternehmens i erwerben können, daß es aber ansonsten den Anlegern auf beiden Teilmärkten freisteht, beliebige Titel der anderen am Markt auftretenden Unternehmen in ihr Portefeuille aufzunehmen. Die Markttrennungshypothese soll also nur noch bezüglich des Erwerbs von Titeln gelten, die vom Unternehmen i ausgegeben werden.

Die Annahme eines unternehmensspezifisch unvollkommenen Kapitalmarktes erscheint unter dem Gesichtspunkt der Klassifikation von Kapitalmärkten in vollkommene und unvollkommene willkürlich. Insbesondere ist ja die Frage nicht zu beantworten, warum sich eine mögliche Unvollkommenheit des Kapitalmarktes auf ein einziges Unternehmen beschränken sollte. Die Annahme eines unternehmensspezifisch unvollkommenen Kapitalmarktes bietet sich aber als Ansatzpunkt für eine betriebswirtschaftliche Verschuldungsanalyse geradezu an.

1. Unternehmensleitungen, die über die Finanzierungspolitik ihrer Gesellschaft befinden sollen, können nicht davon ausgehen, daß ihr Unternehmen einem vollkommenen Kapitalmarkt gegenübersteht. Die Analyse vollkommener Kapitalmärkte kann nur von prinzipiellem Interesse und muß für praktische Zwecke mit der Vermutung verbunden sein, daß sich die bestehenden Unvollkommenheiten (Informations- und Transaktionskosten, beschränkte Verschuldungsmöglichkeiten und behördlich fixierte Normen der Portefeuillebildung von Anlegern) im Durchschnitt nicht in wesentlichen Ergebnisabweichungen zur Vorstellung eines vollkommenen Kapitalmarktes niederschlagen.

2. Marktunvollkommenheiten werden in Planungsmodellen häufig dadurch berücksichtigt, daß der Unternehmensleitung bei der Auswahl ihrer Finanzierungsalternativen strenge Restriktionen vorgegeben werden (Bilanzrelationen, Kreditobergrenzen). Wir hatten bereits dargelegt, warum ein solches Vorgehen nicht befriedigen kann. In der Portefeuille- und Kapitalmarkttheorie wird versucht, bestehende Unvollkommenheiten einzeln oder systematisch in das Kapitalmarktmodell zu integrieren. Diese Versuche haben bislang zu keinen überzeugenden Ergebnissen geführt, weil das sehr einfache Muster der Preisstruktur an vollkommenen Kapitalmärkten durch die Einführung relevanter Unvollkommenheiten zerstört wird. Z.B. gilt auch das Modigliani-Miller Theorem von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den

Marktwert eines Unternehmens dann nicht, wenn die Annahme der beliebigen Teilbarkeit der Wertpapiere aufgehoben wird, weil der Arbitragemechanismus gestört ist. Die Frage, in welcher Richtung sich das Preissystem für Kapitalanlagen bei Aufhebung der Teilbarkeitsprämisse verschiebt, läßt sich ohne zusätzliche rigorose Annahmen nicht eindeutig beantworten, so daß der Hinweis auf diese Unvollkommenheit mit keiner positiven Konsequenz verbunden ist.

3. In der Literatur unterscheidet man vollkommene von unvollkommenen Märkten und spezifiziert für unvollkommene Kapitalmärkte die Art der Abweichung von der Vorstellung eines vollkommenen Kapitalmarktes (Verbot von Leerverkäufen, Berücksichtigung von Konkurskosten im Falle einer nicht vollständigen Befriedigung der Gläubiger, Einbeziehung von Transaktionskosten in den individuellen Portefeuillekalkül). Wir unterscheiden dagegen nun vollkommene von unvollkommenen Kapitalmärkten nach der Relevanz der Unvollkommenheit für die Finanzdispositionen eines Unternehmens und nehmen an, daß die Unternehmensleitung bei der Wahl ihrer eigenen Finanzstrategie bestimmte Unvollkommenheiten des Kapitalmarktes zu berücksichtigen hat, im übrigen aber davon ausgehen muß, daß es keine weiteren Unvollkommenheiten des Kapitalmarktes ausnutzen kann.

4. Zur Analyse vollkommener Kapitalmärkte bzw. in spezieller Weise unvollkommener Kapitalmärkte ist die Hypothese unternehmensspezifischer Marktunvollkommenheiten kaum zu rechtfertigen. Zur Aufbereitung der individuellen unternehmerischen Entscheidungssituation bei der Auswahl der zur Verfügung stehenden Finanzierungsmittel stellt diese Hypothese u.E. einen tragfähigen Kompromiß zwischen der traditionellen Betrachtung nicht substituierbar vorgegebener Finanzrestriktionen, der Marktvollkommenheitsannahme mit ihren präzisen Ergebnissen und der generellen Marktunvollkommenheitsannahme mit ihren wirklichkeitsnäheren Prämissen,aber nicht greifbaren Ergebnissen, dar. Die Annahme unternehmensspezifischer Marktunvollkommenheiten trägt auch insoweit der betrieblichen Praxis Rechnung, als Informationen über den Wirkungszusammenhang von Marktunvollkommenheiten auf die Preisbildung von Kapitaltiteln von einzelnen Unternehmen nur im eigenen, überschaubaren Bereich erhofft werden können.

5. Getrennte Märkte sind ja für die meisten Unternehmen am Markt eine relevante Marktunvollkommenheit. Aktienemissionen, Emissionen von Obligationen oder Wandelschuldverschreibungen werden zumeist im Hinblick auf bestimmte Anlegergruppen vorgenommen. Gelegentlich ist der Erwerb bestimmter Titel nur Kapitalsammelstellen möglich, andere

Titel richten sich an die Altaktionäre, an neu zu gewinnende, auch ausländische Anleger, viele Gläubigerpositionen werden nur der Hausbank oder wenigen Kreditinstituen angeboten. Die Hypothese der unternehmensspezifischen Marktunvollkommenheit besagt, daß ausschließlich die angesprochene Anlegergruppe zum Erwerb der vom Unternehmen ausgegebenen Titel berechtigt it, daß diese Anlegergruppe aber im übrigen dieselben Möglichkeiten der Portefeuillebildung hat wie alle anderen Anleger.

Die Hypothese unternehmensspezifisher Marktunvollkommenheiten weist darüber hinaus für das zweiparametige Modell den technischen Vorzug auf, daß weiterhin - zumindest nährungsweise - davon ausgegangen werden kann, daß Endvermögen der Anleer sei normalverteilt. Dazu muß natürlich angenommen werden, daß das Unternehmen, dessen Verschuldungspolitik festgelegt werden soll, geenüber der Gesamtheit der übrigen Unternehmen relativ klein ist. Weiere Marktunvollkommenheiten, die über die Beschränkung bestimmter Ttel bei bestimmten Anlegergruppen hinausgehen, existieren nicht.

Zur Berechnung des Marktwertes des Unternehmens i fassen wir die von den übrigen Unternehmen am Markt asgegebenen Titel zu einer einzigen Anlagemöglichkeit zusammen. $\bar{y}_R$ sei der Nominalwert, K_{oR} der Kurs dieser Anlagemöglichkeit. Für den Anleger k am ersten Teilmarkt, auf dem vom Unternehmen i Eigenkapitalantele ausgegeben werden, gilt dann die Budgetrestriktion $W_{ok} = x_k + y_{ik}K_o + y_{Rk}K_{oR}$. Der Anleger k zeichne sich (wie alle anderen Anleger) duch konstante absolute Risikoaversion aus. Die Ableitung der Zielfunktion $E\ U_k(W_{1k}) = \mu_k - \sigma^2_{kk}/2a_k$ nach den Entscheidungsvariablen y_{ik} und y_{Rk} führt im Dispositionsoptimum des Anlegers k auf die Bedingungen

$$(113)\quad a_k\Big(E(Z_i) - (1+R_F)\bar{y}_iK_{oi}\Big) = y_{ik}\,\frac{Var(Z_i)}{\bar{y}_i} + y_{Rk}\,\frac{Cov(Z_i,V_R)}{\bar{y}_R}$$

und

$$(114)\quad a_k\Big(E(V_R) - (1+R_F)\bar{y}_RK_{oR}\Big) = y_{Rk}\,\frac{Var(V_R)}{\bar{y}_R} + y_{ik}\,\frac{Cov(Z_i,V_R)}{\bar{y}_i}$$

Analog lassen sich die Optimalitätsbedingungen für das Portefeuille des Anlegers b mit der Budgetrestriktion $W_{ob} = x_b + FK_{ib} + y_{Rb}K_{oR}$ ermitteln, der am zweiten Teilmarkt Fremdkapitalanteile am Unternehmen i und ebenso wie der Anleger k beliebige Anteile an R erwerben kann.

$$(115)\quad a_b\Big(E(T_i) - (1+R_F)FK_i\Big) = FK_{ib}\,\frac{Var(T_i)}{FK_i} + y_{Rb}\,\frac{Cov(T_i,V_R)}{\bar{y}_R}$$

$$(116) \quad a_b\left(E(V_R) - (1+R_F)\bar{y}_R K_{oR}\right) = y_{Rb}\frac{Var(V_R)}{\bar{y}_R} + FK_{ib}\frac{Cov(T_i,V_R)}{FK_i}$$

Ist der Kapitalmarkt im Gleichgewich dann müssen die Markträumungsbedingungen

$$\sum_k y_{ik} = \bar{y}_i \, ,$$

$$\sum_b FK_{ib} = FK_i \quad \text{und}$$

$$\sum_k y_{Rk} + \sum\sum_{b} y_{Rb} = \bar{y}_R$$

erfüllt sein. Füir das Unternehmen R, as den Restmarkt repräsentiert, ermittelt man alls Gleichgewichtsmarktwert

$$(117) \quad \bar{y}_R K_{oR} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_R) - \frac{1}{a+b}\left(Var(V_R) + Cov(V_i,V_R)\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_R) - \frac{S(V_M)}{a+b} \, \rho_{RM} \, S(V_R)\right\}$$

mit $a = \Sigma a_k$ und $b = \Sigma a_b$. Die Bewertunsgleichung (117) ist die Bewertungsgleichung für ein Unternehmen, dssen Anteile an einem vollkommenen Kapitalmarkt gehandelt werden, $(V_M)/(a+b)$ ist der Marktpreis des Risikos und $\rho_{RM}S(V_R)$ das systematsche Risiko des Vermögens aller Unternehmen außer i. Für unsere Überlgungen beinhaltet (117) insbesondere, daß der Gleichgewichtsmarktwrt aller übrigen Unternehmen am Markt von der Verschuldungspolitik de Unternehmens i unabhängig ist. Gegenüber dem im vorangegangenen Abscnitt betrachteten Fall vollständig getrennter Märkte für Eigen- und remdkapitalgeber wird also durch die Annahme partiell getrennter Märkt erreicht, daß sich die Verschuldung eines Unternehmens stets ohne Beücksichtigung von Bewertungsinterdependenzen mit den übrigen Untenehmen am Markt beurteilen läßt.

Ein von der Verschuldungspolitik des nternehmens i unabhängiger Marktwert $\bar{y}_R K_{oR}$ bedeutet aber nicht gleicheitig, daß der Anteil, den die Eigen- und Fremdkapitalgeber des Untenehmens i an den übrigen Unternehmen halten, von der Verschuldungsplitik des Unternehmens i unabhängig ist. Addiert man (114) über ale Anleger k des ersten Teilmarktes, so erhält man den im Kapitalmarkgleichgewicht realisierten Anteil der Eigenkapitalgeber des Unternehmens i an den übrigen Unternehmen R.

$$(118)\quad \frac{\sum\limits_k y_{Rk}}{\bar{y}_R} = \frac{1}{\mathrm{Var}(V_R)}\left\{a\Big(E(V_R) - (1+R_F)\bar{y}_R K_{oR}\Big) - \mathrm{Cov}(Z_i,V_R)\right\}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{Var}(V_R)}\left\{\frac{a}{a+b}\Big(\mathrm{Var}(V_R) + \mathrm{Cov}(V_i,V_R)\Big) - \mathrm{Cov}(Z_i,V_R)\right\}$$

Der Anteil der Fremdkapitalgeber am Unternehmen R ergibt sich aus der Addition von (116) über alle b.

$$(119)\quad \frac{\sum\limits_b y_{Rb}}{\bar{y}_R} = \frac{1}{\mathrm{Var}(V_R)}\left\{b\Big(E(V_R) - (1+R_F)\bar{y}_R K_{oR}\Big) - \mathrm{Cov}(T_i,V_R)\right\}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{Var}(V_R)}\left\{\frac{b}{a+b}\Big(\mathrm{Var}(V_R) + \mathrm{Cov}(V_i,V_R)\Big) - \mathrm{Cov}(T_i,V_R)\right\}$$

Der Anteil, den die Eigen- bzw. Fremdkapitalgeber des Unternehmens i an R halten, ist umso größer, je geringer ihre Risikoaversion im Verhältnis zur Risikoaversion der Komplementärgruppe ist (präferenzabhängiger Anteil) und je geringer der Risikozusammenhang zwischen den vom Unternehmen i ausgegebenen Eigen- bzw. Fremdkapitalanteilen und dem Vermögen des Unternehmens R ist (verschuldungsabhängiger Anteil).

Ist der Anteil beider Anlegergruppen am Unternehmen R mit (118) und (119) bekannt, so läßt sich der Marktwert der Aktien und des Fremdkapitals des Unternehmens i bestimmen. Der Marktwert der Aktien des Unternehmens i ergibt sich aus der Addition von (113) über alle k unter Berücksichtigung von (118)

$$(120)\quad \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(Z_i) - \Big(\mathrm{Var}(Z_i)\mathrm{Var}(V_R) - \mathrm{Cov}(Z_i,V_R)^2\Big)/a\mathrm{Var}(V_R)\right.$$

$$\left. - \Big(\mathrm{Cov}(Z_i,V_R)(\mathrm{Var}(V_R) + \mathrm{Cov}(V_i,V_R))\Big)/(a+b)\mathrm{Var}(V_R)\right\}$$

Die von den Fremdkapitalgebern zur Verfügung gestellten Mittel betragen wegen (116) und (119)

$$(121)\quad FK_i = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(T_i) - \Big(\mathrm{Var}(T_i)\mathrm{Var}(V_R) - \mathrm{Cov}(T_i,V_R)^2\Big)/b\mathrm{Var}(V_R)\right.$$

$$\left. - \Big(\mathrm{Cov}(T_i,V_R)(\mathrm{Var}(V_R) + \mathrm{Cov}(V_i,V_R))\Big)/(a+b)\mathrm{Var}(V_R)\right\}$$

Addiert man das Fremdkapital zum Marktwert des Eigenkapitals, so erhält man den Marktwert des Unternehmens bei partiell getrenntem Kapitalmarkt

$$(122) \quad V_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \frac{Var(Z_i)Var(V_R) - Cov(Z_i,V_R)^2}{a\ Var(V_R)} - \frac{Var(T_i)Var(V_R) - Cov(T_i,V_R)^2}{b\ Var(V_R)} - \frac{Cov(V_i,V_R)\left(Var(V_R) + Cov(V_i,V_R)\right)}{(a+b)\ Var(V_R)} \right\}$$

Im letzten Ausdruck der Marktwertformel (122) ist weder Z_i noch T_i enthalten. Dieser Ausdruck ist also von der Verschuldungspolitik des Unternehmens i unabhängig und besagt, daß der Marktwert eines Unternehmens - bei beliebigem Verschuldungsgrad - umso größer ist, je kleiner der Risikozusammenhang zwischen dem Vermögen der Unternehmen i und R und somit auch das systematische Risiko des Unternehmens i ist, je kleiner die Risikoaversion am Gesamtmarkt und je größer das isolierte Risiko des Vermögens des Unternehmens R ist. Die beiden anderen Ausdrücke, die in (122) zur Berechnung des Unternehmenswertes vom erwarteten Liquidationserlös des Unternehmensvermögens $E(V_i)$ abgesetzt werden, geben das von den Eigen- bzw. Fremdkapitalgebern bewertete Risiko an. Für $Z_i=V_i$ wird der zweite Ausdruck, für $T_i=V_i$ der erste Ausdruck gleich Null, so daß der Marktwert des unverschuldeten Unternehmens dann höher ist als der Marktwert des vollkommen verschuldeten, wenn die Risikoaversion der Eigenkapitalgeber kleiner als die Risikoaversion der Fremdkapitalgeber ist (a > b).

Zur weiteren Interpretation der Marktwertformel (122) gehen wir nun davon aus, daß der unsichere Liquidationserlös V_i durch eine bei V=0 abgeschnittene Normalverteilung beschrieben werden kann. In diesem Fall läßt sich der Risikozusammenhang zwischen der Eigenkapitalposition am Unternehmen i und dem (normalverteilten) Vermögen des Unternehmens R einerseits, der Risikozusammenhang zwischen der Fremdkapitalposition am Unternehmen i und dem Vermögen des Unternehmens R andererseits auf sehr einfache Weise aus der Kovarianz $Cov(V_i,V_R)$ entwickeln.[136)] Es

136) Vgl. Lintner, J., Bankruptcy Risk, Market Segmentation, and Optimal Capital Structure, in: Friend, I. und Bicksler, J.L. (Hrsg.), Risk and Return in Finance, Bd. 2, Cambridge Mass. 1977, S. 1o9 ff..

gilt nämlich, wenn für das unverschuldete Unternehmen die Konkurswahrscheinlichkeit praktisch gleich Null ist

$$(123) \quad Cov(Z_i, V_R) = G(u) Cov(V_i, V_R) \quad \text{und}$$

$$(124) \quad Cov(T_i, V_R) = (1 - G(u)) Cov(V_i, V_R) \ .$$

In (123) und (124) ist G(u) die Gegenwahrscheinlichkeit zur Konkurswahrscheinlichkeit und somit die Wahrscheinlichkeit, daß den Aktionären am Periodenende nach Begleichung der Gläubigerforderungen ein positiver Liquidationserlös verbleibt.

Besteht kein Risikozusammenhang zwischen dem Vermögen des Unternehmens i und dem Vermögen des Unternehmens R, dann folgt aus (123) und (124), daß auch kein Risikozusammenhang zwischen der Eigenkapitalposition bzw. der Fremdkapitalposition des Unternehmens i und dem Vermögen des Unternehmens R besteht, so daß $Cov(Z_i, V_R) = Cov(T_i, V_R) = 0$ gilt. Ist also $Cov(V_i, V_R) = 0$, so ist der Marktwert des Unternehmens i gegeben durch

$$(125) \quad V_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \frac{1}{a} Var(Z_i) - \frac{1}{b} Var(T_i) \right\} \ .$$

(125) stimmt mit (1o3) inhaltlich überein, so daß wir zur Berechnung der marktwertmaximalen Verschuldung auf den Abschnitt 3.1.3.1. verweisen können, wonach der optimale Verschuldungsgrad dann erreicht ist, wenn der Risikozusammenhang zwischen der Eigenkapital- und der Fremdkapitalposition unter Berücksichtigung der an beiden Teilmärkten herrschenden Risikoaversion maximal ist.

Nun betrachten wir den Fall, daß der Marktwert des Unternehmens i auch von der Kovarianz $Cov(V_i, V_R) \neq 0$ abhängt, gehen aber vereinfachend davon aus, daß an beiden Teilmärkten der gleiche Grad an Risikoaversion herrscht, so daß b = a gesetzt werden kann. Wegen $Cov(Z_i, V_R) + Cov(T_i, V_R) = Cov(V_i, V_R)$ läßt sich (122) vereinfachen und zusammenfassen zu

$$(126) \quad V_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \frac{1}{a} \left(Var(V_i) - 2Cov(Z_i, T_i) - \frac{Cov(Z_i, V_R)^2}{Var(V_R)} - \frac{Cov(T_i, V_R)^2}{Var(V_R)} + \frac{Cov(V_i, V_R) \left(Var(V_R) + Cov(V_i, V_R) \right)}{2\, Var(V_R)} \right) \right\}$$

Zur Bestimmung des optimalen Kreditrückzahlungsbetrages S_i ist die Ableitung der Marktwertfunktion (126) nach dem mit den Unternehmensgläubigern vereinbarten Kreditrückzahlungsbetrag gleich Null zu setzen. Wegen

$$\frac{dCov(Z_i,T_i)}{dS_i} = \Big(F(u)L(u) - G(u)L(-u)\Big)S(V_i)$$

sowie

$$(127)\quad \frac{dCov(Z_i,V_R)}{dS_i} = -\ (uG(u) + L(u))\ \frac{Cov(V_i,V_R)}{S(V_i)}$$

und

$$(128)\quad \frac{dCov(T_i,V_R)}{dS_i} = (uG(u) + L(u))\ \frac{Cov(V_i,V_R)}{S(V_i)}$$ [137)]

gilt im Marktwertmaximum

$$(129)\quad \Big(F(u)L(u) - G(u)L(-u)\Big)\,Var(V_i)Var(V_R)$$

$$= \Big(G(u) - F(u)\Big)\Big(uG(u) + L(u)\Big)\,Cov(V_i,V_R)^2\ .$$

Die Optimalitätsbedingung (129) ist für $u = 0$ mit $F(u) = G(u) = \frac{1}{2}$ erfüllt. Die Marktwertfunktion zeigt an der Stelle $u = 0$ ein Maximum, wenn der Absolutbetrag des Korrelationskoeffizienten $\rho_{iR} = Cov(V_i,V_R)/S(V_i)S(V_R)$ kleiner ist als $\sqrt{(1-4L(o)^2)/4L(o)^2} \approx o{,}756$.[138)] Bei einer mässigen Korrelation mit dem Restvermögen am Markt wird also bei gleicher Risikoaversion an beiden Teilmärkten der maximale Marktwert des Unternehmens unabhängig von der Kovarianz $Cov(V_i,V_R)$ dann erreicht, wenn der mit den Gläubigern vereinbarte Kreditrückzahlungsbetrag S_i gleich dem Erwartungswert des Liquidationserlöses des Unternehmensvermögens $E(V_i)$ ist. In diesem Fall stimmt die Optimalistätsbedingung mit der für den maximalen Unternehmenswert bei einer isolierten Bewertung des Unterneh-

---

137) Es gilt $G'(u) = -f(u)$, wobei $f(u)$ der bedingte Erwartungswert der standardisierten Normalverteilung unter der Bedingung $v > u$ ist.

$$\frac{dCov(T_i,V_R)}{dS_i} = \frac{dCov(T_i,V_R)}{du}\cdot\frac{du}{dS_i} = f(u)\ \frac{Cov(V_i,V_R)}{S(V_i)}\ .$$

138) Der Wert der zweiten Ableitung von (126) nach S_i ist an der Stelle $u = 0$

$$\frac{d^2V_{oi}}{dS_i^2} = \frac{2}{a(1+R_F)}\left\{2L(o)^2\Big(1+\rho_{iR}^2\Big) - 1/2\right\}.$$

mens überein.[139)]

Im Gegensatz zur isolierten Bewertung des Unternehmens hängt der maximale Marktwert nun aber vom Risikenzusammenhang mit den übrigen Unternehmen am Markt ab. Setzt man nämlich in (126) für $Cov(Z_i, V_R)$ und $Cov(T_i, V_R)$ jeweils den Wert $o{,}5Cov(V_i, V_R)$ ein, so erhält man

$$V_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \frac{1}{a} \Big(Var(Z_i) + Var(T_i) + o{,}5Cov(V_i, V_R) \Big) \right\} .$$

Dieser Marktwert des Unternehmens stimmt mit dem maximalen Marktwert (112) überein, der unter der Annahme vollständig getrennter Märkte entwickelt wurde. Für $S_i = E(V_i)$ ist $Cov(Z_i, T_i) = L(o)^2 Var(V_i)$, so daß sich der maximale Marktwert des Unternehmens auch angeben läßt als

$$(13o) \quad V_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \frac{1}{a} \Big((1-2L(o)^2) Var(V_i) + o{,}5\ Cov(V_i, V_R) \Big) \right\} .$$

mit $(1-2L(o)^2) \approx o{,}682$. Die Beziehung für den maximalen Marktwert (13o) erlaubt nun einen Vergleich mit dem Marktwert des unverschuldeten Unternehmens. Die Optimalitätsbedingung (129) ist nämlich auch für $S_i = O$ mit $u_o = -E(V_i)/S(V_i)$ und $G(u_o) = 1$ erfüllt, wenn das Konkursrisiko für das unverschuldete Unternehmen vernachlässigt werden kann. Als Marktwert des unverschuldeten Unternehmens ermittelt man aus (126) für $Cov(Z_i, V_R) = Cov(V_i, V_R)$

$$(131) \quad V_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \frac{1}{a} \Big((1-\rho_{iR}^2/2) Var(V_i) + o{,}5Cov(V_i, V_R) \Big) \right\} ,$$

so daß also der Marktwert des Unternehmens für $S_i = E(V_i)$ den des unverschuldeten Unternehmens solange übersteigt, wie nicht der Korrelationskoeffizient ρ_{iR} im Absolutbetrag den Wert o,798 überschreitet. In diesem Fall wird die Marktwertfunktion also ihr Maximum bei einem Wert von $S_i \neq E(V_i)$ annehmen. Für eine sehr hohe Korrelation mit dem Vermögen der übrigen Unternehmen, die ja durch eine relativ starke Abweichung des Gleichgewichtsmarktwertes vom Barwert des erwarteten Liquidationserlöses gekennzeichnet ist, sinkt der Marktwert mit wachsender Verschuldung.

Auch bei gleicher Risikoaversion an beiden Teilmärkten muß also eine Verschuldung und somit eine Mittelaufbringung an beiden Teilmärkten

---

139) Voraussetzung beider Lösungen ist, daß die Konkurswahrscheinlichkeit des unverschuldeten Unternehmens vernachlässigt werden kann.

keine optimale Finanzierungspolitik darstellen. Zeigt sich aber, daß eine Inanspruchnahme des zweiten Teilmarktes erfolgen soll, weil der Risikenzusammenhang mit den übrigen Unternehmen am Markt nicht zu groß ist, dann ergibt sich bei gleicher Risikoaversion an beiden Teilmärkten eine optimale Beleihung durch die Gläubiger in Höhe des Erwartungswertes des Unternehmensvermögens.

Das Modell des unternehmensspezifisch unvollkommenen Kapitalmarktes zeigt also im Ergebnis eine Bestätigung des U-förmigen Kapitalkostenverlaufs für den Fall eines mäßigen Risikenzusammenhangs mit den übrigen Unternehmen. Es weist aber ebenso auf Konstellationen hin, in denen eine Verschuldung keine Marktwertvorteile mit sich bringt.

4. Finanzwirtschaftliche Entscheidungskriterien bei vollkommenem und unvollkommenem Kapitalmarkt

4.1. Marktwert- und Nutzenmaximierung als konkurrierende Zielsetzungen

Als optimalen Verschuldungsgrad eines Unternehmens haben wir bislang jenen Verschuldungsgrad gekennzeichnet, bei dem der Marktwert des Unternehmens am höchsten bzw. die durchschnittlichen Kapitalkosten des Unternehmens am geringsten sind. Ein maximaler Marktwert des Unternehmens bedeutet, daß der Kurs der alten Aktien unmittelbar nach Bekanntwerden der von der Unternehmensleitung festgelegten Verschuldungspolitik eine maximale Höhe erreicht, so daß die Altaktionäre aufgrund des gewählten Verschuldungsgrades zu einem maximalen Vermögen ihrer Anlagen in der betreffenden Gesellschaft gelangen. Dieser Zusammenhang wird besonders deutlich, wenn man die Formel für den Mittelkurs der Aktien nach erfolgter Kapitalerhöhung

$$(101)\quad K_{oB} = \frac{\bar{y}_A K_{oA} + (\bar{y}_B - \bar{y}_A) K_E}{\bar{y}_B}$$

nach dem Marktwert der alten Aktien $\bar{y}_A K_{oA}$ auflöst und berücksichtigt, daß das Emissionsvolumen $(\bar{y}_B - \bar{y}_A) K_E$ in genau jener Höhe gewählt werden muß, in der es zusammen mit dem von den Kreditgebern zur Verfügung gestellten Fremdkapital FK gerade dem Investitionsvolumen I_A entspricht, so daß aus (1o1)

$$(132)\quad \bar{y}_A K_{oA} = \bar{y}_B K_{oB} + (\bar{y}_B - \bar{y}_A) K_E = \bar{y}_B K_{oB} + FK - I_A$$

folgt. Der Marktwert der Aktien vor der Kapitalerhöhung $\bar{y}_A K_{oA}$ ist also am höchsten, wenn - bei gegebenem Investitionsvolumen I_A - die Summe aus dem Marktwert der "zukünftigen' Aktien $\bar{y}_B K_{oB}$ und dem Marktwert des Fremdkapitals FK (den wir stets mit dem von den Gläubigern zur Verfügung gestellten Fremdkapitalbetrag identifiziert haben) ihren maximalen Wert erreicht hat.

Der in der Literatur durchgehend vertretenen Auffassung, eine marktwertmaximale Verschuldungspolitik und somit die Realisierung des 'optimalen' Verschuldungsgrades stelle eine im Hinblick auf die Zielvorstellungen der Aktionäre optimale Strategie des Unternehmens dar, hat Franke[14o] die These entgegengestellt, ein marktwertmaximaler Verschuldungsgrad stehe generell nicht (d.h.. nur in Ausnahmefällen) im Einklang mit den Interessen der Eigentümmer der Gesellschaft (der Altaktionäre). Franke weist zur Begründung seiner These auf zwei Widersprüche hin:

1. Das riskante Vermögen der Anteilseigner besteht in aller Regel nicht ausschließlich in den Aktien jener Gesellschaft, die ihre 'optimale' Verschuldungspolitik festlegt. Die Festlegung der 'optimalen' Verschuldungspolitik kann also dazu führen, daß aufgrund der Bewertungsinterdependenzen am Kapitalmarkt der Wert anderer riskanter Titel im Portefeuille der Altaktionäre sinkt, so daß das bewertete Vermögen eines Altaktionärs durch die Realisation der 'optimalen' Verschuldungspolitik einer einzelnen Gesellschaft insgesamt sinkt. Dieser Widerspruch zwischen der Maximierung des Marktwertes der Aktien einer einzelnen Gesellschaft und der Maximierung des Marktwertes der Aktien aller Gesellschaften (und damit gleichzeitig der Maximierung des Gesamtvermögens aller Anleger am Kapitalmarkt) setzt voraus, daß a) das Portefeuille jedes einzelnen Aktionärs nicht nur die Aktien einer einzigen Gesellschaft enthält und b) Bewertungsinterdependenzen tatsächlich zu berücksichtigen sind, weil ein Risikenzusammenhang mit den anderen Anlagen am Markt besteht. Beide Voraussetzungen sind nicht unrealistisch; im Rahmen des Kapitalmarktmodells ist von beiden Voraussetzungen sogar regelmäßig auszugehen, so daß der von Franke behauptete Widerspruch zur Konsequenz hätte, daß ein unternehmensindividueller 'optimaler' Verschuldungsgrad keine inhaltliche Begründung in den Zielvorstellungen rationaler Anleger am Markt finden kann.

2. Auch dann, wenn keine Bewertungsinterdependenzen bestehen, oder die Maximierung des Marktwertes der Aktien einer einzelnen Gesellschaft

---

14o) Franke, G., Verschuldungs- und Ausschüttungspolitik im Licht der Portefeuille-Theorie, Köln-Berlin-Bonn-München 1971, S. 83 ff..

gleichzeitig zur Maximierung des Marktwertes der Aktien aller Gesellschaften führt, ist der marktwertmaximale Verschuldungsgrad einer Gesellschaft nur dann ein auch im Hinblick auf die Zielvorstellungen der Aktionäre 'optimaler' Verschuldungsgrad, wenn mit dem wachsenden Marktwert bzw. mit dem wachsenden Vermögen auch gleichzeitig der Nutzen des Anlegers wächst, weil der Erwartungsnutzen eines Anlegers eine monoton steigende Funktion seines Vermögens ist. Dieser Zusammenhang ist aber von Laux[141)] widerlegt worden. Laux hat nachgewiesen, "daß bei Maximierung des Marktwertes von Aktien nicht zwingend auch die Erwartungswerte der Nutzen der Anteilseigner maximiert werden. Das Ziel der Marktwertmaximierung steht allerdings im Einklang mit den Interessen derjenigen Aktionäre, die ihre Aktien verkaufen wollen".[142)] Da man keine plausible Erklärung dafür angeben kann, weshalb ein Unternehmen gerade im Interesse derjenigen Gesellschafter handeln sollte, die ihre Eigentümerstellung aufgeben wollen, wird durch den Widerspruch zwischen der Marktwertmaximierung und der Erwartungsnutzenmaximierung die Rationalität einer 'optimalen' Finanzpolitik gänzlich in Frage gestellt.

Franke behandelt beide Widersprüche sowohl für den Fall des vollkommenen als auch den des unvollkommenen Kapitalmarktes und kommt zu dem Schluß, daß Marktwertmaximierung als Unternehmenszielsetzung bei vollkommenem Kapitalmarkt theoretisch nicht zu rechtfertigen ist: Eine marktwertmaximale Politik maximiert nur in vernachlässigbaren Ausnahmesituationen das Vermögen bzw. den Erwartungsnutzen der Anteilseigner. Im nächsten Schritt seiner Argumentation versucht Franke aber, die Marktwertmaximierungshypothese doch noch mit dem Hinweis zu 'retten', die Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes sei nur ein "Baustein für kompliziertere Modell, .. die der Wirklichkeit näherkommen"[143)] und unter solchen realistischen Bedingungen biete die Maximierung des Marktwertes gegenüber der Nutzenmaximierung entscheidende praktische Vorteile.[144)]

Die Argumentation von Franke fordert zumindest in zwei Punkten Kritik

---

141) Laux, H., Kapitalkosten und Ertragssteuern, Köln-Berlin-Bonn-München 1969, S. 139 ff.; Laux, H., Expected Utility Maximization and Capital Budgeting Subgoals, in: Unternehmensforschung, Bd. 15 (1971), S. 13o-146; Laux, H., Marktwertmaximierung, Kapitalkostenkonzept und Nutzenmaximierung, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 131 (1975), S. 113-133.

142) Hax, H. und Laux, H., Einleitung zu: Hax, H. und Laux, H. (Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, S. 22.

143) Franke, G., a.a.O., S. 89.

144) Vgl. den Katalog bei Franke, G., a.a.O., S. 9o; zur Verteidigung des Marktwertkriteriums vgl. auch Franke, G., Conflict and Compatibility of Wealth and Welfare Maximization, in: Zeitschrift für Operations Research, Bd. 19 (1975), S. 1 ff..

heraus:

1. Für den Fall des vollkommenen Kapitalmarktes hatte die Verschuldungsanalyse des Kapitalmarktmodells das Modigliani-Miller-Theorem von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert eines Unternehmens ergeben. Danach existiert ein im Sinne der Marktwertmaximierung 'optimaler' Verschuldungsgrad nicht. Bestünde also ein Widerspruch zwischen Marktwert- und Nutzenmaximierung, dann müßte gezeigt werden, daß auch bei Gültigkeit des Irrelevanztheorems ein nutzenmaximaler Verschuldungsgrad existiert. Dieser Beweis wird von Franke nicht erbracht. Im Gegenteil läßt sich zeigen, daß das Irrelevanztheorem bei vollkommenem Kapitalmarkt für beide Zielsetzungen, Marktwert- und Erwartungsnutzenmaximierung, Gültigkeit besitzt. Wenn der vermeintliche Widerspruch zwischen Marktwert- und Nutzenmaximierung bezüglich der Verschuldungspolitik von Unternehmen aufgelöst ist, so kann die Argumentation von Franke doch noch bedeutsam sein, wenn gezeigt werden kann, daß zwischen den Zielen Marktwert- und Nutzenmaximierung ein prinzipieller Widerspruch besteht, der nur im Falle einer isolierten Verschuldungsanalyse hinfällig wird. Tatsächlich stützt Franke seine Argumentation auf die Ergebnisse von Laux, der den Widerspruch zwischen Marktwert- und Nutzenmaximierung (bei Gültigkeit des Modigliani-Miller-Theorems) für die Investitionspolitik von Unternehmen nachgewiesen hat. Existiert dieser Widerspruch, dann kann also in (132) kein Investitionsvolumen I_A angenommen werden, das zugleich den Marktwert der Aktien und den Nutzen der Altaktionäre maximiert. Im Rahmen unserer Überlegungen zur Finanzpolitik von Unternehmen sind wir stets von der Annahme eines bereits festgelegten Investitionsprogramms ausgegangen. Kann die Unternehmensleitung aber prinzipiell keine Investitionspolitik festlegen, die den Marktwert der Aktien vor der Kapitalerhöhung und gleichzeitig den Erwartungsnutzen der Altaktionäre maximiert, dann ist die für die Verschuldungsanalyse typische Vorgabe der unternehmerischen Investitionspolitik nicht zu rechtfertigen. Wir müssen daher im nachfolgenden Abschnitt ebenfalls untersuchen, ob der von Laux behauptete Widerspruch aufrechterhalten werden kann.

2. Würde sich der von Laux und Franke behauptete Widerspruch zwischen Marktwert- und Nutzenmaximierung schon für den Fall des vollkommenen Kapitalmarktes nachweisen lassen, dann wäre zu vermuten, daß sich bei Unvollkommenheiten am Kapitalmarkt dieser Widerspruch zumindest nicht aufhebt. Geht man davon aus, daß die Vorstellung eines vollkommenen Kapitalmarktes nur die idealisierte Annäherung an einen realen Kapitalmarkt mit vielfältigen Unvollkommenheiten darstellen kann, dann muß man im Gegenteil erwarten, daß Marktwert- und Nutzenmaximierung

unter diesen Bedingungen Zielsetzungen darstellen, deren Handlungskonsequenzen gänzlich auseinanderfallen. Ein mögliches Auseinanderfallen der Finanzpolitik unter den Zielsetzungen Marktwertmaximierung und Maximierung des Erwartungsnutzens der Aktionäre ist dabei insbesondere für die von uns hervorgehobene Unvollkommenheit des Kapitalmarktes, die wir durch die Markttrennungshypothese formuliert haben, zu untersuchen.

4.2. Zum Widerspruch zwischen Marktwert-, Kapitalkosten- und Nutzenkonzept bei der Bestimmung des optimalen Investitionsvolumens

4.2.1. Prämissen des Laux-Modells

Laux hat in seiner Arbeit 'Expected Utility Maximization and Capital Budgeting Subgoals' drei Thesen aufgestellt und bewiesen, die als Spezialfälle einer zentralen Aussage seiner Modellanalyse dargestellt werden können. Diese zentrale Aussage lautet: In der Regel existiert kein Investitionsvolumen einer Aktiengesellschaft, "bei dem der erwartete Nutzen zweier Aktionäre simultan maximiert wird".[145] Die drei Thesen, deren Beweis wir im folgenden nachvollziehen und beurteilen wollen, lauten:

1. Geht die Unternehmensleitung einer Aktiengesellschaft bei der Festlegung des Investitionsvolumens von der Zielsetzung 'Maximierung des Marktwertes der Aktien' aus, so wird mit der der daraus resultierenden Investitionsentscheidung der Erwartungswert des Nutzens jener Aktionäre maximiert, die alle ihre Anteile an dieser Gesellschaft verkaufen wollen.

2. Legt eine Aktiengesellschaft ihr Investitionsvolumen in der Weise fest, daß die 'Summe der Marktwerte der Aktien aller Gesellschaften' (und somit auch das Vermögen der Aktionäre) maximiert wird, so wird nur der Erwartungsnutzen jener Aktionäre maximiert, die ihren gesamten Aktienbestand verkaufen wollen.

3. Orientiert sich die Aktiengesellschaft bei Festlegung ihres Investitionsvolumens an den durchschnittlichen Kapitalkosten (Ausdehnung

145) Wir zitieren hier stets die Übersetzung 'Nutzenmaximierung und finanzwirtschaftliche Unterziele', in: Hax, H. und Laux, H.(Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, S. 65-84; hier S. 74.

des Investitionsvolumens, bis die durchschnittlichen Kapitalkosten die erwartete Investitionsrendite übersteigen), so wird mit dieser Investitionspolitik nur der Erwartungsnutzen jener Aktionäre maximiert, die ihren Aktienbestand nicht zu verändern beabsichtigen.

Die Ergebnisse von Laux werden aus Annahmen abgeleitet, die im wesentlichen die Bedingungen eines vollkommenen Kapitalmarktes bei unsicheren, aber identischen Erwartungen aller Marktteilnehmer sind. Die folgenden explizit formulierten Prämissen liegen dem Ansatz von Laux zugrunde:[146)]

1. "Lediglich Aktiengesellschaften können riskante Realinvestitionen durchführen". Alle Realinvestitionsmöglichkeiten und somit die gesamte Produktion der Wirtschaft ist in Unternehmen organisiert, deren Anteile an der Börse gehandelt werden und für deren Anteile daher ein Marktpreis ermittelt wird. Mit dieser Annahme wird keine Aussage über die Realität getroffen; diese Annahme weist vielmehr darauf hin, daß ein Totalmodell der Wirtschaft entworfen wird, in dem Investitionsmöglichkeiten außerhalb der betrachteten Aktiengesellschaften keine Berücksichtigung finden. Die Annahme entspricht also der zum Beweis des Irrelevanztheorems der Verschuldung notwendigen Voraussetzung eines geschlossenen Kapitalmarktes.

2. "Das optimale Investitionsvolumen einer Gesellschaft wird unter der Annahme bestimmt, daß die Investitionsentscheidungen der übrigen Gesellschaften von diesem Investitionsvolumen unabhängig sind". Auf diese zweite Prämisse werden wir bei der Beurteilung des Modells noch ausführlich eingehen. Zunächst scheint sie aber eine am Modellergebnis 'unschuldige' Prämisse zu sein, wenn man sie in der Weise interpretiert, daß die Dispositionen der Gesellschaft A, etwa weil das Investitionsvolumen dieses Unternehmens für den Gesamtmarkt unbedeutend ist, für die übrigen Aktiengesellschaften keine neuen, relevanten Daten setzen können.

3. "Die Gesellschaft A kann nur Investitionen eines bestimmten Typs realisieren. Problem ist die Bestimmung der optimalen Zahl von Investitionseinheiten (das optimale Investitionsvolumen)". Die Beschränkung der geschäftspolitischen Aktionen der Aktiengesellschaft A auf die Festlegung des Investitionsvolumens dient ausschließlich der Erleichterung der Modellformulierung. Sie läßt sich etwa zugunsten der Annahme aufgeben, die Gesellschaft habe auch über die Struktur des Investitionsprogramms zu befinden. Insoweit ist der Inhalt der von Laux formulierten Thesen nicht auf den Fall beschränkt, daß die Aktiengesellschaften nur das Niveau, nicht aber die Struktur des Investitionsprogramms planen können.

146) Laux, H., a.a.O., S. 66 f..

Da die Gesellschaft A nur über die Realisierung des Volumens eines bestimmten Investitionstyps entscheidet, ist es vorteilhaft, die Investitionserträge V_A (Einzahlungen aus der Investition am Periodenende) in Abhängigkeit von der Investitionsrendite dieses Investitionstyps r_A und dem Investitionsvolumen I_A darzustellen, so daß

(133) $V_A = I_A(1+r_A)$

gilt. Die Investitionsrendite r_A ist unsicher, aber vom Investitionsvolumen I_A unabhängig.[147] Der Erwartungswert der normalverteilten Investitionsrendite sei $E(r_A)$, die Varianz $Var(r_A)$. Der Risikenzusammenhang zwischen der Investitionsrendite r_A und dem Marktwert einer beliebigen Gesellschaft i am Periodenende wird durch die Kovarianz $Cov(Z_i,r_A)$ beschrieben. Die gerade vorgenommene Modellvereinfachung der Annahme vom Investitionsvolumen I_A unabhängiger stochastischer Charakteristika der Investitionsrendite r_A läßt sich nur im Rahmen von Investitionsmodellen bei Unsicherheit rechtfertigen. Bei sicheren Erwartungen und einer über dem gegebenen Marktzins R_F liegenden Investitionsrendite r_A würde es für die Gesellschaft (und ihre Anteilseigner) vorteilhaft sein, das Investitionsvolumen unbeschränkt auszudehnen. Bei Sicherheit führt erst die Annahme von mit wachsendem Investitionsvolumen sinkenden marginalen internen Zinsfüßen, wie sie in einer konkaven Transformationskurve zum Ausdruck kommt,[148] zu einer Beschränkung des Investitionsvolumens. Auch in Investitionsmodellen bei Unsicherheit betrachtet man in der Regel nicht die Investitionsrendite als vom Investitionsvolumen unabhängiges Datum.[149] Zur Sicherung einer Beschränkung des Investitionsvolumens ist eine solche Abhängigkeit aber nicht erforderlich. Daher wird die Annahme einer Investitionsrendite mit konstanten Verteilungsparametern beibehalten.

4. "Die Gesellschaft A hat eine Restlebensdauer von einer Periode". Diese

---

147) I_A ist das Investitionsvolumen der Gesellschaft A. Ist der Preis, den das Unternehmen A zur Durchführung einer Investitionseinheit zahlen muß, vom Investitionsvolumen unabhängig, so kann man unter I_A auch unmittelbar die erforderlichen Investitionsauszahlungen verstehen. In diesem Sinne wird I_A im folgenden als Investitionsvolumen = Investitionszahlung verwendet.

148) Vgl. zur Konstruktion und Bedeutung der 'Investment Opportunity Line' Fisher, I., Die Zinstheorie, Jena 1932, S. 218 ff. und Hirshleifer, J., Kapitaltheorie, Köln 1974, S. 12 ff. und S. 19 ff..

149) Vgl. für den Fall der Festlegung des Investitionsvolumens z.B. Stiglitz, J.E., On the Optimality of the Stock Market Allocation of Investment, in: The Quarterly Journal of Economics, Bd. 86 (1972), S. 25-6o, hier S. 39.

Annahme bedeutet, daß wir V_A aus (133) als den unsicheren Liquidationswert der Gesellschaft A am Periodenende interpretieren können.[150)]

5. "Alle Aktien sind im Besitz natürlicher Personen. Über die Aktionäre werden folgende Annahmen gemacht:[151)]

a) Jeder Aktionär k will seinen erwarteten Nutzen $E(U_k)$ maximieren, wobei $E(U_k)$ eine lineare Funktion des Erwartungswertes μ_k und der Varianz σ_k^2 des Vermögens ist, über das der Aktionär am Ende der Betrachtungsperiode verfügt. Dieses Vermögen bezeichnen wir im folgenden als Endvermögen.

b) Alle Aktionäre sind risikoscheu: Von zwei Portefeuilles, denen derselbe Erwartungswert für das Endvermögen entspricht, ziehen sie dasjenige mit der kleineren Varianz vor.

c) Alle Aktionäre ordnen den für die Investitionsplanung relevanten ungewissen Größen dieselbe Wahrscheinlichkeitsverteilung zu.

d) Es existiert ein vollkommener Kapitalmarkt mit einem Einheitszinssatz von R_F."

Durch die Annahmen a) und b) wird dem Anleger A die Präferenzfunktion

$$E(U_k) = \mu_k - \frac{1}{2a_k}\sigma_k^2 , \quad a_k > 0$$

zugeordnet. Annahme c) ist die Prämisse 'idealisierter' Ungewißheit; sie weist darauf hin, daß die Modellergebnisse allein auf Risikogesichtspunkte zurückgeführt werden müssen, weil alle Anleger von den gleichen Verteilungsparametern der möglichen Endvermögenspositionen ausgehen.

6. "Die Aktien sind beliebig teilbar."

7. "Bei Kauf und Verkauf von Aktien entstehen keine Transaktionskosten."

Die Prämissen 6. und 7. erleichtern die Modellformulierung und ermöglichen friktionslose Übergänge zwischen den Dispositionsgleichgewichten der Anleger und zwischen Marktgleichgewichten bei veränderten Datenkonstellationen.

4.2.2. Ermittlung des für einen Aktionär nutzenmaximalen Investitionsvolumens der Gesellschaft

Es wird nun das für einen beliebigen Anleger k erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen I_A der Gesellschaft A bestimmt, ohne daß dabei einige

---

150) Ist $V_A = I_A(1+r_A)$, so sind Einzahlungen aus Investitionen früherer Perioden ausgeschlossen.

151) Die Symbole sind den in dieser Arbeit verwendeten angepaßt.

von Laux zusätzlich eingeführte Annahmen, die über die bereits genannten hinausgehen, berücksichtigt werden.[152] Der Modellansatz wird aber so gewählt, daß die von Laux erzielten Ergebnisse inhaltlich vollständig erhalten bleiben.

Ausgangspunkt unserer Ableitung ist die Budgetbedingung

$$W_{ok} = \bar{x}_k + \bar{y}_{Ak} K_{oA} + \sum_{i \neq A} \bar{y}_{ik} K_{oi}$$

$$= x_k + y_{Bk} K_{ob} + \sum_{i \neq A} y_{ik} K_{oi}$$

des Anlegers k, in der zum Ausdruck kommt, daß a) ausschließlich die Gesellschaft A im Investitions- und Finanzbereich Dispositionen vornimmt und daß b) der Anleger k an das Unternehmen A keine risikobehafteten Kredite ausleiht. Vielmehr wird vorausgesetzt, daß das Unternehmen A nur Kredite aufnimmt, die es auch sicher zurückzahlen kann.[153] Bezeichnet man den vom Unternehmen A zum Marktzins R_F aufgenommenen Fremdkapitalbetrag mit FK_A, so ist der Erwartungswert des Endvermögens des Anlegers k

$$\mu_k = (1+R_F)W_{ok} + \sum y_{ik} \left(\frac{E(Z_i)}{\bar{Y}_i} - (1+R_F)K_{oi}\right)$$

mit $E(Z_A) = E(V_A) - (1+R_F)FK_A$ für das Unternehmen A.

Die Varianz dieses Endvermögens ist

$$\sigma_k^2 = \sum\sum y_{ik} y_{jk} \frac{Cov(Z_i, Z_j)}{\bar{Y}_i \bar{Y}_j}$$

---

152) Diese Annahmen (vgl. Laux, H., a.a.O., S. 72, Annahmen 4. und 6.) betreffen das von Laux unterstellte sehr spezielle Finanzierungsverhalten der Gesellschaft A. Durch eine Formulierung, wie sie im Abschnitt 2.3. entwickelt wurde, lassen sich diese zusätzlichen Annahmen ohne weiteres vermeiden. Außerdem wird nicht - wie im Ansatz von Laux - unterstellt, die Gesellschaft A sei mit einem gewissen Zahlungsmittelbestand ausgestattet. Für das Modellergebnis ist auch diese Annahme ohne Bedeutung.

153) Die Aktionäre des Unternehmens A 'garantieren' also den Gläubigern die Befriedigung ihrer Ansprüche. Laux bemerkt auf S. 75, daß die Aktionäre nicht persönlich für die Schulden der Gesellschaft haften; andererseits wird auf S. 72 gefordert, daß die Gesellschaft den aufgenommenen Kreditbetrag mit Sicherheit tilgen und die Zinsen bedienen kann. Beide Annahmen widersprechen einander, wenn die von Laux unterstellte Zielfunktion rational ist, d.h. die Ergebnisse der Vermögenspositionen normalverteilt sind. Die Aktionäre müssen also haften. Die Ergebnisse des Laux-Modells sind nicht von der speziellen Annahme sicherer Fremdkapitalpositionen abhängig, sie sind noch nicht einmal davon abhängig, daß überhaupt eine Verschuldung des Unternehmens zulässig ist.

mit $\frac{Cov(Z_A,Z_j)}{\bar{y}_B\bar{y}_j} = \frac{Cov(V_A,Z_j)}{\bar{y}_B\bar{y}_j}$,

weil das leistungswirtschaftliche Risiko des Unternehmens A ausschließlich bei den Aktionären verbleibt. Die Ableitung der Zielfunktion nach den Entscheidungsvariablen y_{ik} führt im Dispositionsoptimum des Anlegers k auf

$$\frac{\partial E(U_k)}{\partial y_{ik}} = \frac{E(Z_i)}{\bar{y}_i} - (1+R_F)K_{oi} - \frac{1}{a_k}\sum_j y_{jk}\frac{Cov(Z_i,Z_j)}{\bar{y}_i\bar{y}_j} = 0 ,$$

so daß im Kapitalmarktgleichgewicht der Marktwert der Aktien einer beliebigen Gesellschaft i mit

$$\bar{y}_iK_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(Z_i) - \frac{1}{a}\sum_j Cov(Z_i,Z_j)\right\}$$

festgestellt wird und der vom Anleger k im Gleichgewicht gehaltene Anteil am Grundkapital der Gesellschaft i

$$y_{ik} = \frac{a_k}{a}\bar{y}_i \quad \text{mit } a = \sum_k a_k$$

beträgt. Speziell für das Unternehmen A erhält man wegen (132) den Marktwert der Aktien vor der Kapitalerhöhung - aber nach Ankündigung der Investitions- und Finanzierungsmaßnahmen - mit[154]

$$(134)\quad \bar{y}_AK_{oA} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(Z_A) - \frac{1}{a}\sum_j Cov(Z_A,Z_j)\right\} + FK_A - I_A$$

$$= \frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_A) - \frac{1}{a}\sum_j Cov(V_A,Z_j)\right\} - I_A$$

Unter Verwendung von (134) erhält man das bewertete Anfangsvermögen des Anlegers k

$$(135)\quad W_{ok} = \bar{x}_k + \frac{\bar{y}_{Ak}}{\bar{y}_A}\left\{\frac{1}{1+R_F}\left(E(V_A) - \frac{1}{a}\sum_j Cov(V_A,Z_j)\right) - I_A\right\}$$

$$+ \sum_{i\neq A}\frac{\bar{y}_{ik}}{\bar{y}_i}\left\{\frac{1}{1+R_F}\left(E(Z_i) - \frac{1}{a}\sum_j Cov(Z_i,Z_j)\right)\right\}$$

154) (134) beinhaltet das Modigliani-Miller-Theorem von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert des Unternehmens. Vgl. auch Laux, H., a.a.O., S. 79.

und den Erwartungswert des Nutzens des Anlegers k

$$(136)\quad E(U_k) = (1+R_F)W_{ok} + \frac{a_k}{a}\sum (E(Z_i) - (1+R_F)\ \bar{y}_i K_{oi})$$

$$- \frac{a_k^{\ 2}}{2a_k a^2}\ \Sigma\Sigma\ \mathrm{Cov}(Z_i,Z_j)$$

$$= (1+R_F)W_{ok} + \frac{a_k}{2a^2}\ \Sigma\Sigma\ \mathrm{Cov}(Z_i,Z_j)$$

Die bislang abgeleiteten Beziehungen wurden z.T. bereits mehrfach verwendet. Zur Berechnung des nutzenmaximalen Investitionsvolumens sind nun zusätzlich die Beziehungen

$$(137)\quad E(V_A) = I_A(1+E(r_A))$$

und

$$(138)\quad \mathrm{Cov}(V_A,Z_j) = I_A\ \mathrm{Cov}(r_A,Z_j)$$

zu berücksichtigen, die aus der Annahme einer stochastisch konstanten Investitionsrendite für das Unternehmen A folgen. Unter Verwendung von (137) und (138) läßt sich der Marktwert der Aktien des Unternehmens A in Abhängigkeit vom Investitionsvolumen I_A und der Investitionsrendite r_A darstellen.

$$(139)\quad \bar{y}_A K_{oA} = \frac{I_A}{1+R_F}\left\{ E(r_A) - R_F - \frac{I_A}{a}\ \mathrm{Var}(r_A) - \frac{1}{a}\sum_{j\neq A} \mathrm{Cov}(r_A,Z_j)\right\}$$

Auch der Gleichgewichtsmarktwert der Aktien der Gesellschaft i ist vom Investitionsvolumen der Gesellschaft A abhängig. Das ergibt sich aus

$$(14o)\quad \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{ E(Z_i) - \frac{I_A}{a}\ \mathrm{Cov}(Z_i,r_A) - \frac{1}{a}\sum_{j\neq A} \mathrm{Cov}(Z_i,Z_j)\right\}$$

für den Fall, daß $\mathrm{Cov}(Z_i,r_A) \neq 0$ ist. Wenn wir nun das für den Anleger k erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen der Gesellschaft A bestimmen, ist also insbesondere zu berücksichtigen, daß das Vermögen W_{ok} des Anlegers k von diesem Investitionsvolumen über seine spezielle Anfangsausstattung mit Aktien aller Gesellschaften abhängig ist. Wird das nutzenmaximale Investitionsvolumen der Gesellschaft A bestimmt, so bedeutet dies, daß man dem Anleger k die Entscheidung über das Investitionsvolumen der Gesellschaft A überläßt. Es wird also geprüft, in welcher Höhe das Investitionsvolumen der Gesellschaft A festgelegt würde, wenn sich die Unternehmensleitung der Gesellschaft A ausschließlich an den ihr bekannten Zielvorstellungen des Anlegers k orientierte. Die Ableitung von

$$E(U_k) = (1+R_F)\bar{x}_k + \frac{\bar{y}_{Ak}}{\bar{y}_A} I_A \left\{ E(r_A) - R_F - \frac{I_A}{a} \operatorname{Var}(r_A) - \frac{1}{a} \sum_{j \neq A} \operatorname{Cov}(r_A, Z_j) \right\}$$

$$+ \sum_{i \neq A} \frac{\bar{y}_{ik}}{\bar{y}_i} \left\{ E(Z_i) - \frac{I_A}{a} \operatorname{Cov}(Z_i, r_A) - \frac{1}{a} \sum_{j \neq A} \operatorname{Cov}(Z_i, Z_j) \right\}$$

$$+ \frac{a_k}{2a^2} \left\{ I_A^2 \operatorname{Var}(r_A) + 2 I_A \sum_{j \neq A} \operatorname{Cov}(r_A, Z_j) + \sum_{i \neq A} \sum_{j \neq A} \operatorname{Cov}(Z_i, Z_j) \right\}$$

nach I_A führt auf das für den Anleger k erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen

$$(141) \quad I_A(k) = \frac{\frac{\bar{y}_{Ak}}{\bar{y}_A} a(E(r_A) - R_F)}{(2 \frac{\bar{y}_{Ak}}{\bar{y}_A} - \frac{a_k}{a}) \operatorname{Var}(r_A)} - \frac{\sum_{i \neq A} \left(\frac{\bar{y}_{ik}}{\bar{y}_i} + \frac{\bar{y}_{Ak}}{\bar{y}_A} - \frac{a_k}{a} \right) \operatorname{Cov}(Z_i, r_A)}{\left(2 \frac{\bar{y}_{Ak}}{\bar{y}_A} - \frac{a_k}{a} \right) \operatorname{Var}(r_A)}.$$

Das Investitionsvolumen $I_A(k)$ ist nicht nur von der erwarteten Rendite und dem Risiko des von der Gesellschaft A realisierbaren Investitionstyps abhängig, es hängt auch von der speziellen Struktur der Ausstattung des Anlegers k mit den Anteilen an allen Gesellschaften ab.

Laux diskutiert die Beziehung (141) unter der zusätzlichen Annahme, daß der Anleger k zunächst den l_k-ten Teil aller umlaufenden Aktien im Bestand hat,[155] so daß

$$(142) \quad \frac{\bar{y}_{ik}}{\bar{y}_i} = l_k \quad \text{für alle i (einschließlich A)}$$

gilt. Die spezielle Struktur der Aktienausstattung des Anlegers k läßt sich damit begründen, daß der Anleger auch in der Vorperiode seine Portefeuilleentscheidung nach den Regeln des zweiparametrigen Portefeuillemodells und unter den Bedingungen eines vollkommenen Kapitalmarktes getroffen hat. Im Vergleich zur Vorperiode kann sich aber seine Risikoeinstellung geändert haben. Auch die Risikoeinstellung aller anderen

155) Laux, H., a.a.O., S. 71.

Anleger kann sich verändert haben, so daß der l_k-te Teil aller umlaufenden Aktien nicht gleichzeitig jener Teil sein muß, den der Anleger in der betrachteten Periode im Bestand zu halten wünscht. Dieser neue Anteil sei

$$(143)\quad \frac{y_{ik}}{\bar{y}_i} = \frac{a_k}{a} = d_k \ .$$

Setzt man (142) und (143) in (141) ein, so erhält man das von Laux erzielte Ergebnis[156)]

$$(144)\quad I_A(k) = \frac{a l_k (E(r_A) - R_F)}{(2l_k - d_k)\,\mathrm{Var}(r_A)} - \frac{\sum_{j \neq A} \mathrm{Cov}(r_A, Z_j)}{\mathrm{Var}(r_A)} \ .$$

Das für den Anleger k optimale Investitionsvolumen der Gesellschaft A hängt in plausibler Weise von den Parametern des in der Gesellschaft A realisierbaren Investitionstyps ab:

- I_A ist umso größer, je höher die Differenz zwischen der erwarteten Investitionsrendite $E(r_A)$ und dem Marktzins R_F ist;
- I_A ist umso kleiner, je höher das Risiko $\mathrm{Var}(r_A)$ einer Einheit des realisierbaren Investitionstyps ist;
- I_A ist umso kleiner, je stärker der (positive) Risikozusammenhang mit dem Endvermögen der übrigen Gesellschaften ist.

Bei einer über dem Marktzins liegenden Investitionsrendite wird das Investitionsvolumen durch das Investitionsrisiko begrenzt. Das für den Anleger k optimale Investitionsvolumen hängt aber nicht nur von der 'Qualität' des realisierbaren Investitionstyps, sondern auch von seiner individuellen Risikoeinstellung ab. Nur dann, wenn der Anleger seinen aus der Vorperiode übernommenen Aktienbestand nicht verändern möchte, weil sich seine Risikoaversion im Verhältnis zur Risikoaversion aller anderen Anleger nicht verändert hat, so daß $l_k = d_k$ gilt, ist das optimale Investitionsvolumen I_A von den individuellen Präferenzen des Anlegers k unabhängig. "Da diese Bedingung in der Regel nicht erfüllt sein dürfte, exisitert in der Regel kein Investitionsvolumen, bei dem der erwartete Nutzen zweier Aktionäre simultan maximiert wird."[157)]

---

156) Laux, H., a.a.O., S. 74, Gleichung (22.1) unter Berücksichtigung, daß t_i bei Laux der hier in der Präferenzfunktion verwendeten Größe $2a_k$ entspricht.

157) Laux, H., a.a.O., S. 74.

4.2.3. Marktwertmaximales Investitionsvolumen und Investitionsplanung nach dem Kapitalkostenkonzept

Wenn im vergangenen Abschnitt gezeigt wurde, daß für zwei beliebige Anteilseigner das nutzenmaximale Investitionsvolumen einer Aktiengesellschaft nur in Ausnahmefällen übereinstimmt, so folgt daraus, daß das Investitionsvolumen, das aus der Maximierung einer präferenzunabhängigen Zielfunktion resultiert, in der Regel nicht den Zielvorstellungen aller Aktionäre nachkommen kann. Ziel der folgenden Analyse ist es also, den Kreis jener Aktionäre zu bestimmen, für den eine bestimmte Zielsetzung des Unternehmens (Maximierung des Marktwertes der Aktien, Vermögensmaximierung) zur gleichen Investitionspolitik führt wie die Maximierung des Erwartungsnutzens dieser Anteilseigner.

Marktwertmaximierung bedeutet, daß jenes Investitionsvolumen realisiert wird, bei dem der durch (139) beschriebene Marktwert der alten Aktien möglichst hoch wird.[158] Die Ableitung von $\bar{y}_A K_{oA}$ aus (139) nach I_A führt im Maximum auf

$$(145) \quad I_A(MW) = \frac{a(E(r_A)-R_F)}{2\ Var(r_A)} - \frac{\sum\limits_{j \neq A} Cov(r_A, Z_j)}{2\ Var(r_A)}$$

Laux verwendet die Zielsetzung 'Maximierung des Marktwertes' der Aktien der Gesellschaft A nur für den Fall, daß $Cov(r_A, Z_j) = 0$ für alle $j \neq A$ gilt. Daher ist das Investitionsvolumen

$$I_A(MW) = \frac{a(E(r_A)-R_F)}{2\ Var(r_A)}$$

mit dem nutzenmaximalen Investitionsvolumen

$$I_A(k) = \frac{al_k(E(r_A)-R_F)}{(2l_k-d_k)Var(r_k)} = \frac{2\ l_k}{(2\ l_k - d_k)}\ I_A(MW)$$

zu vergleichen. Je nach dem Wert, der d_k zukommt, sind vier Fälle zu unterscheiden.[159]

---

158) Zur Formulierung des Marktwertkriteriums im Kapitalmarktmodell vgl. auch Hamada, R.S., Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance, in: The Journal of Finance, Bd. 24 (1969), S. 2o ff. und Mossin, J., Security Pricing and Investment Criteria in Competitive Markets, in: The American Economic Review, Bd. 59 (1969), S. 753 ff..

159) Es wird stets $0 < d_k < 2\ l_k$ vorausgesetzt.

1. $I_A(k) = I_A(MW)$ für $d_k = 0$
2. $I_A(k) = 2I_A(MW)$ für $d_k = l_k$
3. $I_A(k) > I_A(MW)$ für $d_k < l_k$
4. $I_A(k) > I_A(MW)$ für $d_k > l_k$

Das nutzenmaximale Investitionsvolumen stimmt mit dem marktwertmaximalen Investitionsvolumen nur dann überein, wenn $d_k = 0$ gilt, wenn also der Aktionär extrem risikoscheu geworden ist, so daß er in der betrachteten Periode keine Aktien im Bestand zu halten wünscht. Das ist der Inhalt der ersten von Laux formulierten These. Nimmt der Aktionär auch in der betrachteten Periode Aktien in sein Portefeuille auf, so liegt das erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen stets über dem marktwertmaximalen. Im Fall $d_k = l_k$, wenn der Anleger seinen Portefeuillebestand nicht verändern will, würde er ein Investitionsvolumen realisieren, welches gerade doppelt so hoch ist wie das marktwertmaximale. Als Ergebnis dieses Ansatzes können wir also folgende Aussage formulieren: Eine Unternehmensleitung, die das Investitionsvolumen in der Höhe festlegt, daß der Marktwert der Aktien ihrer Gesellschaft maximiert wird, nimmt in der Regel geringere riskante Investitionen vor als die Eigentümer der Gesellschaft vornehmen würden, wenn ihren Zielvorstellungen unmittelbar entsprochen würde.[160)]

Bislang wurde unterstellt, daß kein Risikozusammenhang zwischen der Investitionsrendite r_A und den Ergebnissen einer Anlage in Aktien der übrigen Gesellschaften besteht. Hebt man diese Annahme auf, so sind unmittelbar die beiden durch (144) und (145) beschriebenen Investitionsvolumina zu vergleichen. Der Vergleich von

$$(144)\quad I_A(k) = \frac{al_k(E(r_A)-R_F)}{(2l_k-d_k)\,Var(r_A)} - \frac{\sum_{j\neq A} Cov(r_A, z_j)}{Var(r_A)}$$

und

$$(145)\quad I_A(MW) = \frac{a(E(r_A)-R_F)}{2\,Var(r_A)} - \frac{\sum_{j\neq A} Cov(r_A, z_j)}{2\,Var(r_A)}$$

---

160) Vgl. dieses Ergebnis auch bei Stiglitz, J.E., On the Optimality of the Stock Market Allocation of Investment, in: The Quarterly Journal of Economics, Bd. 86 (1972), S. 25-60, hier S. 44; Jensen, M.C. und Long, J.B., Corporate Investment under Uncertainty and Pareto Optimality in the Capital Markets, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 151-174, hier S. 157; Fama, E.F., Perfect Competition and Optimal Production Decisions under Uncertainty, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 509-530, hier S. 525.

zeigt, daß für $d_k = 0$ (hier stimmte für $\sum_{j \neq A} Cov(r_A, Z_j) = 0$ das nutzenmaximale I_A mit dem marktwertmaximalen überein) das marktwertmaximale Investitionsvolumen über dem nutzenmaximalen liegt, wenn $\sum_{j \neq A} Cov(r_A, Z_j) > 0$ vorausgesetzt werden kann. Für $d_k = 1_k$ ist dagegen das nutzenmaximale Investitionsvolumen wieder doppelt so groß wie das marktwertmaximale.

Laux hält die Maximierung des Marktwertes der Aktien einer einzigen Gesellschaft in diesem Fall, in dem ein Risikenzusammenhang zu dem Vermögen der übrigen Gesellschaften zu berücksichtigen ist, für keine sinnvolle Zielsetzung, da ja nun auch die Gleichgewichtsmarktwerte anderer Gesellschaften vom Investitionsvolumen der Gesellschaft A abhängig sind. Laux schlägt daher vor, die Maximierung des Marktwertes der Aktien einer einzelnen Gesellschaft durch die Maximierung der Summe der Marktwerte der Aktien aller Gesellschaften zu ersetzen.[161] Da die Summe dieser Marktwerte bis auf den Bestand an nicht riskanten Forderungen oder Verbindlichkeiten dem Gesamtvermögen der Anleger entspricht, stimmt die Maximierung des Marktwertes der Aktien aller Gesellschaften mit der Maximierung des Vermögens aller Anleger überein, wenn der Marktzins R_F exogen gegeben ist. Wir wollen daher diese Zielsetzung als Gesamtvermögensmaximierung bezeichnen.[162] Zur Berechnung des gesamtvermögensmaximalen Investitionsvolumens haben wir (135) über alle Anleger zu addieren und die Summe nach I_A zu differenzieren. Das vermögensmaximale Investitionsvolumen

$$(146) \quad I_A(W_o) = \frac{a(E(r_A) - R_F)}{2\,Var(r_A)} - \frac{\sum_{j \neq A} Cov(r_A, Z_j)}{Var(r_A)}$$

stimmt für $d_k = 0$ mit dem erwartungsnutzenmaximalen überein. Das ist der Inhalt der zweiten These von Laux. Für $d_k = 1_k$ ist das nutzenmaximale I_A größer als das vermögensmaximale, es ist aber nur für $\sum_{j \neq A} Cov(r_A, Z_j) = 0$ doppelt so hoch. Ein Vergleich von (146) und (145) zeigt darüber hinaus, daß das vermögensmaximale Investitionsvolumen bei positiver Kovarianz kleiner als das marktwertmaximale ist.[163]

Verwendet eine Aktiengesellschaft also als Zielsetzung die Vorschrift Marktwertmaximierung, so investiert sie in der Regel zu wenig, wenn

---

161) Laux, H., a.a.O., S. 82.

162) Vgl. auch Saelzle, R., Investitionsentscheidungen und Kapitalmarkttheorie, Wiesbaden 1976, S. 162.

163) Vgl. auch Jensen, M.C. und Long, J.B., a.a.O., S. 16o.

sie den Erwartungsnutzen ihrer Aktionäre maximieren und sie investiert in der Regel zu viel, wenn sie das Vermögen ihrer Aktionäre maximieren will.

Schließlich ist noch das Investitionsvolumen zu berechnen, das sich bei Verwendung des Kapitalkostenkonzepts ergibt. Nach dem Kapitalkostenkonzept wird das Investitionsvolumen I_A solange ausgedehnt, bis die durchschnittlichen Kapitalkosten der Gesellschaft A gerade die erwartete interne Rendite $E(r_A)$ übersteigen. Die Bedingung

$$K_{GK} = \frac{E(V_A)}{\bar{y}_B K_{oB} + FK} - 1 = E(r_A)$$

läßt sich wegen $\bar{y}_A K_{oA} + I_A = \bar{y}_B K_{oB} + FK$

und $E(V_A) = I_A(1+E(r_A))$ auch als

$$\frac{I_A(1+E(r_A))}{\bar{y}_A K_{oA} + I_A} = 1 + E(r_A)$$

anschreiben, woraus unmittelbar folgt, daß das Investitionsvolumen in einer Höhe gewählt wird, daß der Marktwert der Aktien vor der Kapitalerhöhung gerade Null wird.[164]

Setzt man $\bar{y}_A K_{oA}$ in (139) gleich Null, so erhält man als optimales Investitionsvolumen

$$(147) \quad I_A(K_{GK}) = \frac{a(E(r_A)-R_F)}{Var(r_A)} - \frac{\sum_{j \neq A} Cov(r_A, Z_j)}{Var(r_A)}$$

Ein Vergleich von (147) mit dem für den Anleger k nutzenmaximalen Investitionsvolumen aus (144) zeigt, daß $I_A(K_{GK}) = I_A(k)$ dann gilt, wenn $d_k = l_k$ vorausgesetzt werden kann. Bei einer Entscheidung nach dem Kapitalkostenkonzept wird nur der Erwartungsnutzen jener Anleger maximiert, die ihren Aktienbestand nicht verändern wollen. Das ist der Inhalt der dritten These von Laux.

164) Bei Laux ist der Marktwert der Aktien in diesem Fall gleich dem Zahlungsmittelbestand der Gesellschaft A. Das ergibt sich aus (44) unter Verwendung von (32) im Ansatz von Laux, H., a.a.O., S. 81.

4.2.4. Zur Bedeutung des Begriffs 'Marktwert der Aktien'

Wir müssen nun versuchen, eine Antwort auf die Frage zu finden, welche Ursachen für das offensichtliche Versagen des Aktienmarktes bei der Allokation von Vermögen in riskanten Investitionen maßgeblich, genauer, welche expliziten oder impliziten Annahmen des beschriebenen Modells für das Modellergebnis verantwortlich sind. Da Laux sein Ergebnis, daß es in der Regel

a) keine Investitionspolitik einer Aktiengesellschaft gibt, die sich mit den Interessen aller Aktionäre deckt und somit
b) kein finanzwirtschaftliches Entscheidungskriterium für die Unternehmensleitung gibt, das mit den Präferenzen der Aktionäre kompatibel ist,

unter quasi idealen Marktbedingungen erzielt (homogene Erwartungen, einheitlicher Marktzins, fehlende Transaktionskosten etc.), ist es möglich, daß die spezielle Behandlung unsicherer Erwartungen im zweiparametrigen Portefeuillemodell den Widerspruch zwischen Marktwertmaximierung, Vermögensmaximierung und einer Investitionsplanung nach dem Kapitalkostenkonzept erzeugt.[165] Auf eine mögliche andere Erklärung weist Laux selbst hin, wenn er bemerkt: "Das Investitionsvolumen, bei dem der Marktwert der Aktien der Gesellschaft maximiert wird, kann somit formal in derselben Weise bestimmt werden wie das optimale Produktionsvolumen eines Monopolisten im Fall sicherer Erwartungen".[166] Für die Absatzpolitik eines Monopolisten ist es ja typisch, daß keine optimale Versorgung des Marktes erreicht wird. Es könnte also sein, daß das Modellergebnis aus der Tatsache resultiert, daß im Laux-Modell eine gewisse Monopolstellung eines Unternehmens unterstellt wird, aus der die divergierenden Investitionsstrategien nach den bekannten finanzwirtschaftlichen Entscheidungskriterien resultieren. Wir behaupten, daß sich

a) für den Ansatz von Laux eine solche Unterstellung tatsächlich nachweisen läßt, daß
b) durch diese Unterstellung dem Begriff des 'Marktwertes der Aktien' die Interpretationsmöglichkeit als Marktpreis zukünftigen Vermögens

165) Standop, D., Optimale Unternehmensfinanzierung, Berlin 1975, S.15o, ist der Auffassung, daß der von Laux aufgezeigte Widerspruch daraus resultiert, daß für die Unternehmensführung ein anderer Informationsstand als für die übrigen Marktteilnehmer unterstellt wird. Laux formuliert eine solche Annahme nicht, sie geht auch an keiner Stelle implizit in den Modellansatz ein. Daher ist die Kritik von Standop unbegründet.

166) Laux, H., a.a.O., S. 81.

genommen wird und daß

c) nach Aufgabe der 'Monopolprämisse' eine Bewertung der Aktien vorgenommen und von den Unternehmen Investitionsentscheidungen getroffen werden, so daß keiner der im Ansatz von Laux nachgewiesenen Widersprüche auftreten kann.

Zum Beleg unserer Behauptung gehen wir zunächst von dem neoklassischen Modell der Investitionsplanung bei Sicherheit und vollkommenem Kapitalmarkt aus,[167)] bauen in dieses Modell einen 'Fehler' ein und zeigen, daß der für unsichere Erwartungen analog formulierte 'Fehler' für das von Laux erzielte Ergebnis verantwortlich gemacht werden kann.

Bei vollkommenem Kapitalmarkt bezeichnet man den Barwert aller in Zukunft erzielbaren Einzahlungsüberschüsse als Marktwert V_{oA} des Unternehmens A. Hat das Unternehmen noch eine Restlebensdauer von einer Periode, so ist der Marktwert V_{oA} des Unternehmens gleich dem Barwert $V_{1A}/(1+R_F)$ des sicheren Liquidationswertes V_{1A} des Unternehmensvermögens am Periodenende. Dem Unternehmen A ist eine Transformationskurve (investment opportunity line) zugeordnet, die die Abhängigkeit des Endvermögens V_{1A} vom Investitionsvolumen (= Investitionskosten) I_A angibt. Die Annahme mit wachsendem Investitionsvolumen abnehmender interner Renditen der durchführbaren Investitionsprojekte führt zum Ansatz einer konkaven Transformationskurve

$$V_{1A} = V_{1A}(I_A) \text{ mit } \frac{dV_{1A}}{dI_A} > 0 \text{ und } \frac{d^2V_{1A}}{dI_A^{\,2}} < 0$$

Als Marktwert der Aktien des Unternehmens A (allgemein als Kapitalwert des Unternehmens oder als Marktwert des Eigenkapitals) bezeichnet man die Differenz zwischen dem Barwert des Endvermögens V_{1A} und der Investitionsauszahlung I_A:

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{V_{1A}(I_A)}{1+R_F} - I_A$$

Der Eigentümer des Unternehmens A (der Fall, daß an dem Unternehmen A zahlreiche Eigentümer partizipieren, ist analog zu behandeln) mit einer Anfangsausstattung an Zahlungsmitteln in Höhe von $\bar{x}$ steht vor der Frage, welches Investitionsvolumen von seiner Gesellschaft realisiert werden soll. Bekanntlich besteht die Lösung dieses Problems darin, daß das Unternehmen A jenes Investitionsvolumen wählt, bei dem der Marktwert

167) Vgl. Hirshleifer, H., Kapitaltheorie, Köln 1974.

der Aktien der Gesellschaft maximal ist, so daß

$$\frac{d(\bar{y}_A K_{oA})}{dI_A} = \frac{dV_{1A}(I_A)/dI_A}{1+R_F} - 1 = 0 \qquad \text{(Marktwertkriterium)}$$

oder äquivalent

$$\frac{dV_{1A}(I_A)}{dI_A} - 1 = R_F \qquad \text{(Kapitalkostenkriterium)}$$

gilt. Natürlich führt auch die Maximierung des Anlegervermögens $W_o = \bar{x} + \bar{y}_A K_{oA}$ zur Wahl des gleichen Investitionsvolumens. Für unsere Überlegungen ist aber wesentlicher, daß diese Lösung unabhängig von den speziellen Konsum-(Entnahme-)präferenzen des Eigentümers verwirklicht wird. Die speziellen Konsumpräferenzen führen zur Wahl eines bestimmten Punktes auf der Zinsgeraden, dessen Koordinaten die Konsumentnahmen zu Beginn und am Ende der Periode angeben. Fallen das Investitions- und Konsumoptimum nicht (zufällig) zusammen, so wird die Differenz durch Anlage oder Aufnahme von Zahlungsmitteln zum Marktzins R_F ausgeglichen.

In der Abbildung 32 wird von der Nutzenfunktion

$$U = 145\, C_o{}^2 - C_o{}^2 + 14o\, C_1 - C_1{}^2$$

ausgegangen. Die Anfangsausstattung des Anlegers mit Zahlungsmitteln ist $\bar{x} = 5o$, die Transformationskurve hat die Gleichung

$$V_{1A} = (1oo\, I_A - I_A{}^2)^{1/2} \quad .$$

Der Marktwert der Aktien

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ 1oo\, I_A - I_A{}^2 \right\}^{1/2} - I_A$$

ist bei einem angenommenen Marktzins von $R_F = 33{,}\bar{3}$ maximal, wenn ein Investitionsvolumen in Höhe von $I_A = 1o$ realisiert wird, so daß sich $V_{1A} = 3o$ und $\bar{y}_A K_{oA} = 12{,}5$ ergibt. Der Eigentümer kann nun entsprechend seinen Konsumpräferenzen eine beliebige Kombination von gegenwärtigem und zukünftigem Konsum wählen, die auf der durch das Investitionsoptimum O verlaufenden Zinsgerade mit der Steigung $-(1+R_F)$ liegt. Der maximal mögliche Konsumbetrag dieser Periode (für $C_1 = 0$) ist das Vermögen des Eigentümers $= \bar{x} + \bar{y}_A K_{oA}$. Realisiert der Eigentümer $C_o = W_o$, so verschuldet er sich in Höhe des Marktwertes des Unternehmens $-x = I_A + \bar{y}_A K_{oA} = 22{,}5$, wenn er in der betrachteten Periode Eigentümer des Unternehmens bleiben will. Das Unternehmensendvermögen $V_{1A} = 3o$ dient dann ausschieß-

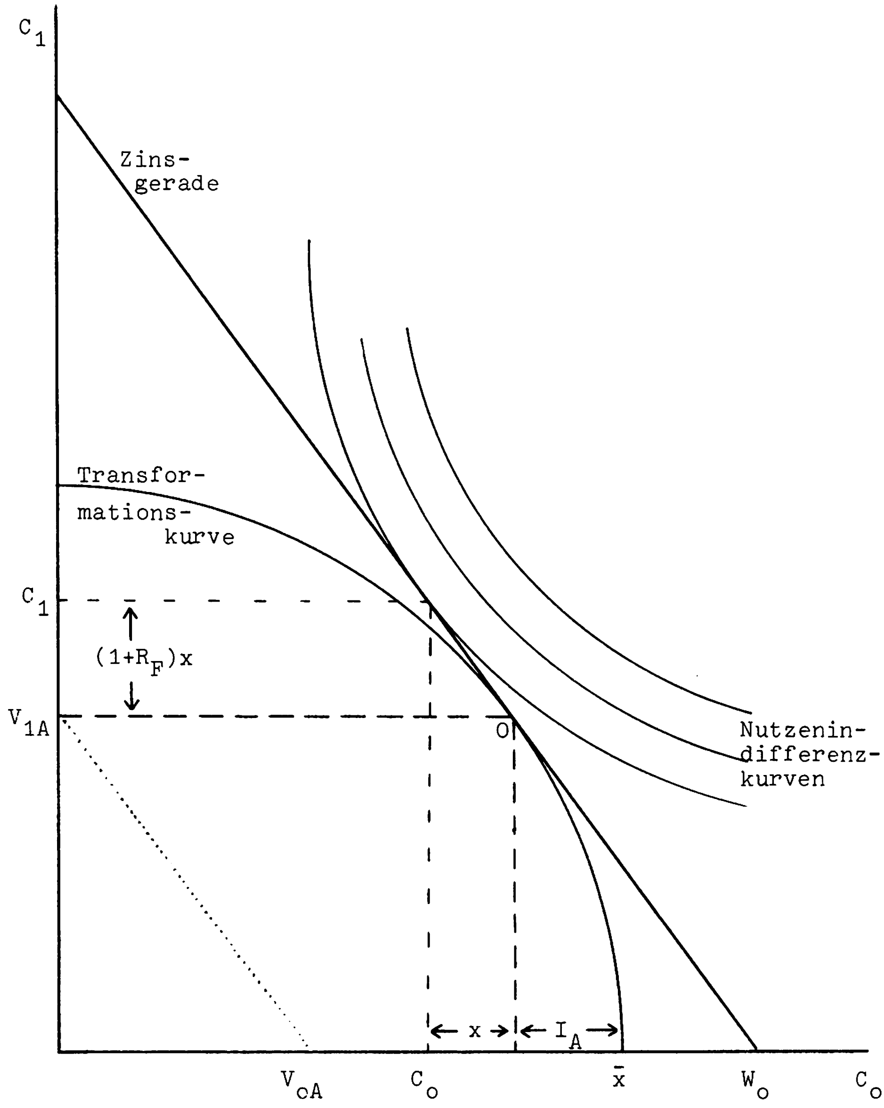


Abb. 32: Investitions- und Konsumoptimum bei sicheren Erwartungen und vollkommenem Kapitalmarkt

lich der Tilgung des aufgenommenen Kredits $(1+R_F)x = \frac{4}{3} \cdot 22{,}5 = 3o$. Den maximalen Konsum von $C_o = W_o = 62{,}5$ kann er aber ebenso dadurch erzielen, daß er seine Aktien zu ihrem Marktwert $\bar{y}_A K_{oA}$ verkauft, um als maximalen Konsumbetrag $C_o = W_o = 5o + 12{,}5 = 62{,}5$ zu realisieren.

Im Konsumoptimum ist die Steigung der Nutzenindifferenzkurve gleich der Steigung der Zinsgerade

$$\frac{dC_1}{dC_o} = - \frac{\partial U/\partial C_o}{\partial U/\partial C_1} = - (1+R_F)$$

Wegen $C_o = \bar{x} - I_A - x$ und $C_1 = V_{1A} + (1+R_F)x$

kann man aus

$$\frac{\partial U/\partial C_o}{\partial U/\partial C_1} = \frac{145 - 2C_o}{14o - 2C_1} = 1+R_F$$

das optimale x mit $x = 7{,}5$ berechnen. Der Eigentümer verwendet also von seinem anfänglichen Zahlungsmittelbestand $\bar{x} = 5o$ den Betrag $I_A = 1o$ zur Investition in seinem Unternehmen, legt den Betrag $x = 7{,}5$ zum Marktzins an und entnimmt $C_o = 5o - 1o - 7{,}5 = 32{,}5$. Am Periodenende erhält er $V_{1A} = 3o$ aus seinem Unternehmen und $(1+R_F)x = \frac{4}{3} \cdot 7{,}5 = 1o$ aus der Anlage zum Marktzins, so daß seine Entnahme $C_1 = 3o + 1o = 4o$ beträgt.

Die 'doppelte Tangentenlösung' als ein Ergebnis der neoklassischen Investitionstheorie separiert die Investitions- von der Konsumentscheidung (die wir hier mit der Entscheidung über das optimale Verhältnis von heutiger Entnahme zur Entnahme am Periodenende gleichsetzen können). Die wesentliche Voraussetzung dieser Lösung besteht in der Existenz eines vom Eigentümer nicht beeinflußbaren Marktzinses R_F, zu dem in beliebiger Höhe Zahlungsmittel aufgenommen werden können.

Existiert ein solcher Marktzins nicht, weil es für den Eigentümer außerhalb des Unternehmens keine Möglichkeit gibt, seine Zahlungsmittel in die nachfolgende Periode zu transferieren, dann existiert auch kein Marktwert der Aktien und kein Vermögen des Anlegers in dem hier verwendeten Sinn.

Das (zusammenfallende) Investitions- und Konsumoptimum wird in diesem Fall durch den Berührungspunkt der Transformationskurve mit einer Nutzenindifferenzkurve bestimmt. Die Ableitung der Nutzenfunktion

$$U = 145\, C_o - C_o^2 + 14o\, C_1 - C_1^2$$

mit $C_o = \bar{x} - I_A$ und $C_1 = V_{1A}$

nach I_A führt im Maximum der Nutzenfunktion wegen

$$\frac{dU}{dI_A} = -\frac{\partial U}{\partial C_o} + \frac{\partial U}{\partial C_1}\,\frac{dV_{1A}}{dI_A} = 0$$

auf die Optimalitätsbedingung

$$\frac{dV_{1A}}{dI_A} = \frac{\partial U/\partial C_o}{\partial U/\partial C_1}$$

In unserem Beispiel errechnet man aus

$$o{,}5\,\frac{1oo - 2I_A}{\{1ooI_A - I_A^2\}^{1/2}} = \frac{145 - 2(5o-I_A)}{14o - 2\{1ooI_A - I_A^2\}^{1/2}}$$

das optimale Investitionsvolumen $I_A \approx 14$, so daß der Eigentümer zunächst $C_o \approx 36$ entnimmt.[168)]

Der Unternehmenseigner könnte nun aber, auch ohne daß ein Kapitalmarkt existiert, den Wert seiner Aktien mit

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{V_{1A}}{\dfrac{\partial U/\partial C_o}{\partial U/\partial C_1}} - I_A$$

feststellen, weil er von der Überlegung ausgeht, daß zur Festlegung seines Investitionsvolumens nun nicht mehr die exogen gegebene Steigung der Zinsgeraden, sondern seine individuelle Grenzrate der Konsumsubstitution bestimmend ist, so daß in der Formel für den Marktwert der Aktien der Diskontierungsfaktor $(1+R_F)$ durch $-dC_1/dC_o$ zu ersetzen ist.[169)] Diese interne Bewertung der Aktien durch ihren Eigentümer läßt sich nun aber nicht mehr als mögliche Konsumentnahme zu Periodenbeginn interpretieren, wie das bei existierendem Kapitalmarkt der Fall war. Der bewertete Aktienbestand ist kein möglicher (zur Anfangsausstattung $\bar{x}$ zusätzlicher) Konsumbetrag, den der Eigentümer zu Beginn der Periode entnehmen kann,

---

168) $I_A = 5o - \frac{29o}{\sqrt{65}} \approx 14{,}o29927$

$C_o \approx 35{,}97oo73$

169) In unserem Beispiel würde der definierte 'Marktwert' der Aktien mit $\bar{y}_A K_{oA} \approx 19{,}5o2222$ über dem Marktwert $\bar{y}_A K_{oA} = 12{,}5$ liegen, der bei vollkommenem Kapitalmarkt mit dem Marktzins $R_F = 33{,}\bar{3}$ berechnet wurde. Das Endvermögen beläuft sich auf $V_{1A} = 28o/\sqrt{65} \approx 34{,}729726$.

wenn er auf Konsummöglichkeiten am Periodenende verzichtet. Entsprechend ist $W_o = \bar{x} + \bar{y}_A K_{oA}$ kein Vermögen, das sich vollständig in Konsumausgaben umsetzen läßt. Der zu Periodenbeginn maximal verfügbare Betrag ist die Anfangsausstattung $\bar{x}$. Daher ist es auch ökonomisch nicht sinnvoll, wenn der Anleger statt einer direkten Berechnung seines Investitions- und Konsumoptimums als Tangentialpunkt der Transformations- und Nutzenindifferenzkurve hilfsweise den 'Wert' seiner Aktien maximiert, wie das bei Existenz eines vollkommenen Kapitalmarktes möglich war. Bedient er sich dennoch dieser Entscheidungsregel, so wird er gegenüber dem nutzenmaximalen Investitionsvolumen systematisch zu wenig investieren. Das ergibt sich, wenn man den 'Wert'

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{\partial U/\partial C_1}{\partial U/\partial C_o} V_{1A} - I_A$$

$$= \frac{14o\{1ooI_A - I_A^2\}^{1/2} - 245\ I_A}{45 + 2\ I_A}$$

nach I_A ableitet, woraus im Maximum $I_A \approx 4{,}5$ folgt. In Abbildung 33 wird dieser Zusammenhang verdeutlicht. Das marktwertmaximale Investitionsvolumen I_{MW} ist kleiner als das nutzenmaximale I_N. Dasselbe gilt für das mit dem marktwertmaximalen Volumen identische 'vermögens'maximale Investitionsvolumen.[17o] Die Interpretation der Zielsetzung 'Vermögens'-maximierung ergibt sich aus Abbildung 33:

Es wird eine Gerade gesucht, die

a) die Tangente einer Nutzenindifferenzkurve ist,

b) mit der Transformationskurve einen Punkt gemeinsam hat und

c) deren Achsenabschnitt auf der C_o-Achse möglichst groß ist (D_o).

'Marktwert'maximierung und 'Vermögens'maximierung stellen ohne Existenz eines vollkommenen Kapitalmarktes hier keine sinnvollen Hilfsziele zur Erreichung des Oberziels Nutzenmaximierung dar.

Wir behaupten nun, daß der von uns bei sicheren Erwartungen in den Investitionskalkül eingebaute 'Fehler' für die von Laux bei unsicheren Erwartungen erzielten Ergebnisse verantwortlich ist. Zum Beleg unserer These wollen wir die nach dem Kapitalkostenkriterium und dem Marktwertkriterium errechneten optimalen Investitionsstrategien vergleichen. Ein

---

17o) Vgl. Long, J., Wealth, Welfare, and the Price of Risk, in: The Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 423 und Nielsen, N.C., The Investment Decision of the Firm under Uncertainty and the Allocative Efficiency of Capital Markets, in: The Journal of Finance, Bd. 31 (1976), S. 597 f..

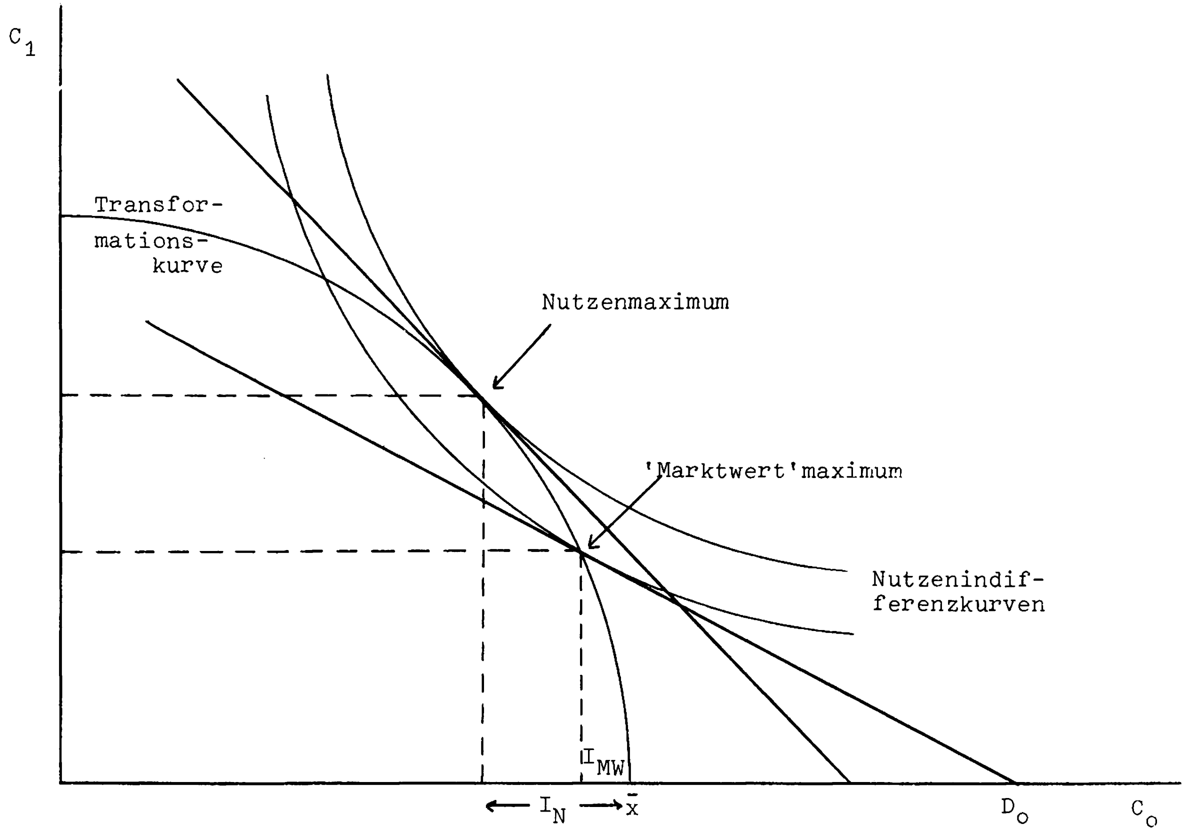


Abb. 33: Nutzen- und 'marktwert'maximales Investitionsvolumen bei Sicherheit ohne Kapitalmarkt

solcher Vergleich setzt die Kenntnis der Nutzenindifferenzkurven und der Transformationskurve voraus. Bezüglich der Nutzenindifferenzkurve gehen wir davon aus, daß sich diese als aggregierte Nutzenfunktion aller Anleger am Kapitalmarkt anschreiben läßt und $E(U) = \mu - \frac{1}{2a}\sigma^2$ lautet, wobei μ das erwartete Endvermögen aller Anleger und σ die Standardabweichung dieses Endvermögens ist. Die Nutzenindifferenzkurve macht also keine Aussage über zu vergleichende heutige und morgige Vermögenspositionen, sondern zwischen unterschiedlich riskanten Vermögenspositionen am Periodenende. Das gilt auch für die Transformationskurve. Hier betrachten wir den einfachen Fall, daß am Markt ein einziges Unternehmen existiert, dessen Investitionspolitik festgelegt werden soll. Weiter sei vereinfachend unterstellt, daß das aggregierte sichere Anfangsvermögen aller Anleger gleich Null sei und die Unternehmensinvestitionen ausschließlich fremdfinanziert werden, ohne daß die Gläubiger Kreditrisiken eingehen. Das erwartete Endvermögen der Anleger ist in diesem Fall $\mu = E(V_A) - (1+R_F)I_A$ und die Standardabweichung beträgt $\sigma = S(V_A)$. Die Annahmen (137) und (138) des Laux-Modells führen dann unmittelbar auf eine vom Nullpunkt ansteigende lineare Transformationskurve

$$\mu = \frac{E(r_A)-R_F}{S(r_A)}\,\sigma$$

Nun lassen sich die Investitionsentscheidungen nach dem Kapitalkostenkonzept und dem Marktwertmaximierungskriterium leicht vergleichen. Da wir von einer einzigen Nutzenindifferenzkurve ausgehen, muß das erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen mit dem Investitionsvolumen, das man bei Anwendung des Kapitalkostenkonzepts berechnet, übereinstimmen. Das erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen wird durch den Berührungspunkt einer Indifferenzkurve mit der Transformationsgeraden bestimmt. Wegen $\mu = \bar{E}(U) + \frac{\sigma^2}{2a}$ auf einer Indifferenzkurve ist deren Steigung $\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{\sigma}{a}$. Die Steigung der Transformationskurven ist $(E(r_A)-R_F)/S(r_A)$. Setzt man

$$\frac{\sigma}{a} = \frac{E(r_A)-R_F}{S(r_A)} \quad ,$$

so erhält man aus $\sigma = I_A S(r_A)$ das nutzenmaximale Investitionsvolumen[171)]

$$I_A(K_{GK}) = \frac{a(E(r_A)-R_F)}{Var(r_A)}$$

---

171) Vgl. (147) unter Berücksichtigung der Annahme, daß A das einzige Unternehmen zum Markt ist.

In Abbildung 34 berührt bei diesem Investitionsvolumen die Nutzenindifferenzkurve die Transformationsgerade.[172] Der 'Marktwert' der Aktien wird durch den Koordinatenursprung festgelegt und ist somit Null.

Analog zur Investitionsplanung bei sicheren Erwartungen ohne Existenz eines Kapitalmarktes wird das 'marktwertmaximale' Investitionsvolumen bei unsicheren Erwartungen dadurch bestimmt, daß jene Tangente einer Indifferenzkurve gesucht wird, deren Berührungspunkt auf der Transformationskurve liegt und deren Achsenabschnitt auf der μ-Achse maximal ist. Wegen $\mu = (1+R_F)\bar{y}_A K_{oA} + \frac{d\mu}{d\sigma}\sigma$ ist also $(1+R_F)\bar{y}_A K_{oA} = \mu - \frac{\sigma^2}{a}$ bezüglich I_A zu maximieren. Unter Berücksichtigung von

$$\mu = \frac{E(r_A)-R_F}{S(r_A)}\sigma \quad \text{und} \quad \frac{d\sigma}{dI_A} = S(r_A)$$

erhält man als Maximierungskriterium

$$E(r_A) - R_F - \frac{2\sigma}{a} S(r_A) = 0 ,$$

woraus sich als marktwertmaximales Investitionsvolumen[173]

$$I_A(MW) = \frac{a(E(r_A)-R_F)}{2\ Var(r_A)}$$

ergibt. Zum weiteren Vergleich des Erwartungswertes und der Varianz des Anlegerendvermögens sowie des Marktwertes der Aktien und des Erwartungsnutzens der Anleger bei Anwendung des Kapitalkostenkriteriums und des Marktwertkonzepts sei auf Tabelle 1o verwiesen.[174]

Die Tatsache, daß das 'marktwertmaximale' Investitionsvolumen gerade halb so groß ist, wie das erwartungsnutzenmaximale, ist in diesem Ansatz

---

172) Zur Konstruktion des Tangentialpunktes vgl. Abb. 3 und Abb. 15 dieser Arbeit.

173) Vgl. (145) unter Berücksichtigung der Annahme, daß A das einzige Unternehmen am Markt ist.

174) Merton, R.C. und Subrahmanyam, M.G., The Optimality of a Competitive Stock Market, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 5 (1974), S. 145-17o zeigen, daß bei unbeschränktem Marktzutritt neuer Unternehmen das gesamtwirtschaftliche Investitionsvolumen bei Marktwertmaximierung nicht unter dem bei Erwartungsnutzenmaximierung liegt. Im Grunde passen sie also das Marktwertkriterium an das Erwartungsnutzenkriterium an. Auch in dem von Merton und Subrahmanyam diskutierten Fall wird also keine 'übliche' Definition des Marktwertes von Unternehmen verwendet. Zur Darstellung und Diskussion ihres Ansatzes vgl. Saelzle, R., Investitionsentscheidungen und Kapitalmarkttheorie, Wiesbaden 1976, S. 191 ff. und Mossin, J., The Economic Efficiency of Financial Markets, Lexington, Mass. und Toronto 1977, S. 133 ff..

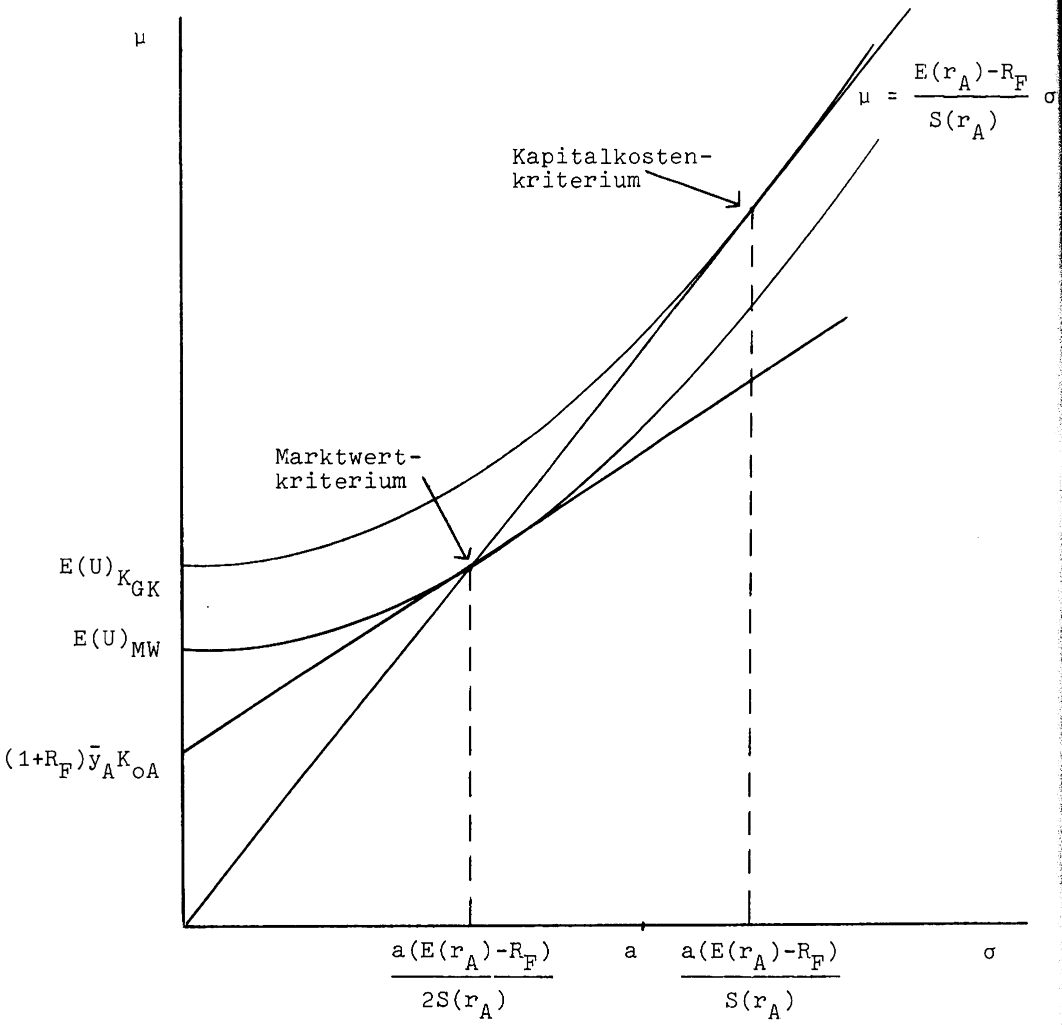


Abb. 34: Vergleich des nutzen- und marktwertmaximalen Investitionsvolumens bei Unsicherheit

Tabelle 1o: Vergleich von nutzen- und 'marktwertmaximalen' Positionen bei unsicheren Erwartungen

	Marktwertkriterium	Kapitalkostenkriterium
I_A	$\frac{a(E(r_A)-R_F)}{2\ Var(r_A)}$	$\frac{a(E(r_A)-R_F)}{Var(r_A)}$
μ	$\frac{a(E(r_A)-R_F)^2}{2\ Var(r_A)}$	$\frac{a(E(r_A)-R_F)^2}{Var(r_A)}$
σ^2	$\frac{a^2(E(r_A)-R_F)^2}{4\ Var(r_A)}$	$\frac{a^2(E(r_A)-R_F)^2}{Var(r_A)}$
$(1+R_F)\bar{y}_A K_{oA}$	$\frac{a(E(r_A)-R_F)^2}{4\ Var(r_A)}$	o
E(U)	$\frac{3a(E(r_A)-R_F)^2}{8\ Var(r_A)}$	$\frac{a(E(r_A)-R_F)^2}{2\ Var(r_A)}$

a) durch die Annahme einer parabelförmigen Indifferenzkurve des Erwartungsnutzens und b) durch die Wahl einer linearen Transformationskurve begründet. Im allgemeinen erhält man nur ein gegenüber dem nutzenmaximalen kleineres 'marktwertmaximales' Investitionsvolumen.[175] Der Ansatz der linearen Transformationskurve führt zum nutzenmaximalen Marktwert von Null. Bei mit steigendem Investitionsvolumen abnehmenden internen Renditen würden sich positive Marktwerte ergeben.

In jedem Fall ist aber das erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen durch jene μ-σ-Kombination festgelegt, die im 1. Kapitel als 'bliss point gekennzeichnet wurde. Dort konnten wir den 'bliss point' durch die Einführung einer risikofreien Anlage vermeiden. In der gesamtwirtschaftlichen Investitionsrechnung reicht die Existenz einer risikofreien Anlage nicht aus, weil die insgesamt erreichbaren Erwartungswerte und Standardabweichungen aller Vermögensanlagen hier nicht exogen vorgegeben sind, sondern erst durch die Investitionsentscheidungen der Unternehmen bestimmt werden.[176] Damit entfällt auch wie im Fall der Investitionsrechnung bei Sicherheit ohne Existenz eines Kapitalmarktes eine mögliche Interpretation des Marktwertes der Aktien als zusätzliches (zur Anfangsausstattung mit Zahlungsmitteln) konsumierbares Vermögen.

Eine solche Interpretation ist erst dann wieder möglich, wenn die gesamtwirtschaftliche Transformationskurve, deren Anstieg bei Sicherheit durch den Marktzins und im Fall der Unsicherheit durch den Marktpreis des Risikos gegeben ist, für den einzelnen Anleger wie für das einzelne Unternehmen ein exogen gegebenes und von den Einzeldispositionen der Anleger und Unternehmen unabhängiges Datum ist. Im Fall sicherer Erwartungen wird der Marktzins von den Dispositionen einzelner Wirtschaftssubjekte nicht beeinflußt, wenn vollständiger Wettbewerb herrscht. Dasselbe gilt analog für den Marktpreis des Risikos im Fall unsicherer Erwartungen. Es ist daher zu untersuchen, ob das Auseinanderfallen der finanzwirtschaftlichen Entscheidungskriterien gerade daraus resultiert,

---

175) Vgl. Stiglitz, J.E., On the Optimality of the Stock Market Allocation of Investment, in: The Quarterly Journal of Economics, Bd. 86 (1972), S. 25-6o, hier S. 41 ff.; Jensen, M.C. und Long, J.B., Corporate Investment under Uncertainty and Pareto Optimality in the Capital Markets, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 151 - 174, hier S. 157.

176) Eine Gegenüberstellung der Probleme der Investitionsplanung im Rahmen des Kapitalmarktmodells und des Arrow-Debreu-Modells findet man bei Stiglitz, J.E., On the Optimality of the Stock Market Allocation of Investment, in: The Quarterly Journal of Economics, Bd. 86 (1972), S. 25 ff..

daß der Marktpreis des Risikos von den Investitionsentscheidungen eines einzelnen Unternehmens beeinflußt wird. Im Laux-Modell werden Investitionsentscheidungen nur von einem einzigen Unternehmen getroffen. Die Endvermögensverteilung der anderen Unternehmen wird als gegeben vorausgesetzt. Somit wird das investierende Unternehmen die Gesamtverteilung des Endvermögens in der Gesellschaft verändern, ohne daß Anpassungsmaßnahmen der anderen Unternehmen am Markt möglich sind. Daher geben wir im folgenden ein Modell an, in dem alle am Markt auftretenden Unternehmen zu Beginn der Periode über das von ihnen zu realisierende Investitionsvolumen zu befinden haben und fragen, nach welchen Kriterien solche Investitionsentscheidungen getroffen werden sollen, damit sie den Interessen der Aktionäre entsprechen.

4.2.5. Investitionsplanung und finanzwirtschaftliche Entscheidungskriterien bei unsicheren Erwartungen

Die Budgetrestriktion des Anlegers k sei

$$W_{ok} = \bar{x}_k + \Sigma\, \bar{y}_{ik} K_{oi} = x_k + \Sigma\, y_{ik} K_{oi}$$

und das erwartete Endvermögen dieses Anlegers

$$\mu_k = (1+R_F) W_{ok} + \sum y_{ik} \left(\frac{E(Z_i)}{\bar{y}_i} - (1+R_F) K_{oi} \right)$$

mit

$$E(Z_i) = E(V_i) - (1+R_F) I_i \, ,$$

so daß also das gesamte Investitionsvolumen der Gesellschaft i fremdfinanziert wird, für das Fremdkapital des Unternehmens i kein Ausfallrisiko besteht und die Grundkapitalziffer $\bar{y}_i$ der Gesellschaft i beibehalten wird.[177] Aus diesen Gründen ist auch die Varianz des Endvermögens des Anlegers k gegeben durch

177) Die Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes impliziert die Gültigkeit des Modigliani-Miller-Theorems, so daß die Annahmen der reinen Fremdfinanzierung und des nicht existierenden Ausfallrisikos für Kredite Modellvereinfachungen darstellen, die sich - ohne das Ergebnis zu verändern - durch die Annahme riskanten Fremdkapitals und eine Beteiligung der Aktionäre an der Investitionsfinanzierung ersetzen lassen.

$$\sigma_k^2 = \sum\sum y_{ik} y_{jk} \frac{Cov(Z_i, Z_j)}{\bar{y}_i, \bar{y}_j}$$

mit

$$Cov(Z_i, Z_j) = Cov(V_i, V_j)$$

Unterstellt man für den Anleger k eine exponentielle Nutzenfunktion und fordert, daß die bisher formulierten Annahmen für alle Anleger am Markt gelten, dann ist - wie im Ansatz von Laux - entsprechend dem Ergebnis des Kapitalmarktmodells von Sharpe, Lintner und Mossin der Marktwert der Aktien einer beliebigen Gesellschaft i im Kapitalmarktgleichgewicht gegeben durch

$$\bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(Z_i) - \left(\frac{S(Z_M)}{a} \right) \frac{\sum_j Cov(Z_i, Z_j)}{S(Z_M)} \right\},$$

woraus die Bewertungsgleichung

$$\bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_i) - \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) \frac{\sum_j Cov(V_i, V_j)}{S(V_M)} \right\} - I_i$$

folgt. Der vom Anleger k im Kapitalmarktgleichgewicht gehaltene Bestand an Aktien der Gesellschaft i ist

$$y_{ik} = \frac{a_k}{A} \bar{y}_i \quad \text{mit } a = \Sigma a_k .$$

Diese Gleichgewichtsbeziehungen lassen sich nun zur Bestimmung des Erwartungsnutzens des Anlegers k heranziehen. Lautet die Präferenzfunktion des Anlegers $E(U_k) = \mu_k - \frac{1}{2a_k}\sigma_k^2$, so ist der Erwartungswert des Nutzens des Anlegers k durch

$$(148) \quad E(U_k) = (1+R_F)W_{ok} + \frac{a_k}{2a} \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) \left(\Sigma\ \Sigma\ Cov(V_i, V_j) \right)^{1/2}$$

mit

$$(149) \quad W_{ok} = \bar{x}_k + \frac{l_k}{1+R_F} \left\{ \Sigma(E(V_i) - (1+R_F) I_i) - \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) (\Sigma\ \Sigma\ Cov(V_i, V_j))^{1/2} \right\}$$

als Funktion der Parameter des Endvermögens der Aktiengesellschaften und des Ausgangsbestandes an Aktien l_k beschrieben.[178] Um den Erwartungs-

---

178) Der Anteil l_k ist in (142) definiert.

nutzen in Abhängigkeit von den Investitionsstrategien der Unternehmen angeben zu können, muß der Zusammenhang zwischen dem Endvermögen der Aktiengesellschaften und ihrer Investitionspolitik dargestellt werden. Wir nehmen an, daß die von Laux formulierte Voraussetzung einer stochastisch konstanten Investitionsrendite für alle Unternehmen gilt, so daß wir wegen $V_i = I_i(1+r_i)$ für alle i

$$(150) \quad E(V_i) = I_i(1+E(r_i))$$

schreiben. Da auch die Kovarianzmatrix der Investitionsrenditen aller Gesellschaften vom Umfang der durchgeführten Investitionen unabhängig ist, gilt analog zu (138) die Annahme

$$(151) \quad \mathrm{Cov}(V_i,V_j) = I_i I_j \mathrm{Cov}(r_i,r_j) \ .$$

Setzt man (150) und (151) in (148) ein, so erhält man den Erwartungswert des Nutzens des Anlegers k in Abhängigkeit von der Investitionspolitik der Unternehmen. Die Gleichung

$$(152) \quad E(U_k) = (1+R_F)\bar{x}_k + l_k \left\{ \Sigma\, I_i(E(r_i) - R_F) - \frac{1}{a} \Sigma\, \Sigma\, I_i I_j \mathrm{Cov}(r_i,r_j) + \frac{a_k}{2a^2} \Sigma\, \Sigma\, I_i I_j \mathrm{Cov}(r_i,r_j) \right\}$$

unterscheidet sich von (148) mit (149) zum einen darin, daß statt der Endvermögen V_i nun die Investitionsrenditen r_i und die noch festzulegenden Investitionsvolumina I_i den Erwartungsnutzen determinieren, zum anderen wird nicht von einem bestimmten Marktpreis des Risikos ausgegangen. Da die Investitionsstrategien der Unternehmen erst festgelegt werden sollen, diese ihrerseits aber erst bei gegebenem Risikozusammenhang der Renditen die Verteilung des Endvermögens aller Gesellschaften bestimmen, können wir zunächst nicht von einem gegebenen Marktpreis des Risikos ausgehen. Die gleich Null gesetzten partiellen Ableitungen der Zielfunktion (152) des Anlegers k nach den Investitionsvolumina I_i der einzelnen Gesellschaften führen auf die N Gleichungen

$$(153) \quad \Sigma\, I_j \mathrm{Cov}(r_i,r_j) = \frac{l_k}{\left(\frac{2l_k}{a} - \frac{a_k}{a^2}\right)} (E(r_i)-R_F) \ .$$

Aus diesem Gleichungssystem erhält man das optimale Investitionsvolumen

I_i der Gesellschaft i.[179)]

(154) $$I_i = \frac{l_k}{\left(\frac{2l_k}{a} - \frac{a_k}{a}\right)} \Sigma\, C^{ij}(E(r_j)-R_F)$$

Das für den Anleger k erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen der Gesellschaft i ist sowohl von der Anfangsausstattung als auch von der Risikoeinstellung des Anlegers k abhängig. Insoweit wird das von Laux erzielte Ergebnis bestätigt. Nun können wir aber (153) und (154) zur Berechnung der vom Anleger k gewünschten Varianz des Endvermögens aller Aktiengesellschaften heranziehen. Diese ergibt sich aus der Multiplikation des optimalen Investitionsvolumens I_i aus (154) mit $\Sigma I_j Cov(r_i,r_j)$ aus (153) und der Addition dieses Produkts über alle Gesellschaften in einer Höhe von

(155) $$\Sigma\Sigma\, I_i I_j Cov(r_i,r_j) = \frac{l_k^2}{\left(\frac{2l_k}{a} - \frac{a_k}{a}\right)^2} E\ ,$$

wobei der Marktfaktor

(156) $$E = \sum_i \sum_j (E(r_i)-R_F)(E(r_j)-R_F)\, C^{ij}$$

den Zusammenhang zwischen den Erwartungswerten und Kovarianzen der Investitionsrenditen bei einem effizienten Einsatz der Investitionsmittel beschreibt. Unter Berücksichtigung von (155) können wir nun das optimale Investitionsvolumen der Gesellschaft i in Abhängigkeit von der Standardabweichung des Endvermögens aller Gesellschaften $S(V_M)$ anschreiben, die der Anleger k aufgrund seiner Risikopräferenzen und seiner Anfangsausstattung mit Aktien für optimal hält.

(157) $$I_i = \frac{S(V_M)_k}{\sqrt{E}} \Sigma\, C^{ij}(E(r_j)-R_F)$$

Aus (157) ergibt sich, daß das erwartungsnutzenmaximale Investitionsvolumen der Gesellschaft i nur mittelbar über die vom Anleger k gewählte Standardabweichung $S(V_M)_k$ von der Risikopräferenz und der Anfangsausstattung des Anlegers k abhängt. Auch der Marktparameter a hat nur über $S(V_M)$ Einfluß auf das optimale Investitionsvolumen. Somit ist also das

---

179) Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Investitionsrendite sei invertierbar und C^{ij} Element der Inversen.

Verhältnis der von den Gesellschaften realisierten Investitionsvolumina unabhängig von den Risikopräferenzen und der anfänglichen Aktienausstattung, und (157) läßt sich als Bedingung für eine effiziente Investitionspolitik der Unternehmen in Abhängigkeit von der Standardabweichung des Endvermögens aller Gesellschaften $S(V_M)$ interpretieren. Aus (157) ergibt sich darüber hinaus, daß dann, wenn ein von den Dispositionen des Anlegers k unabhängiger Marktpreis des Risikos tatsächlich existiert, das vom Anleger k gewählte Investitionsvolumen gleichzeitig jenes ist, das auch jeder andere Anleger am Markt wählen würde, wenn ihm die Entscheidung über die Investitionspolitik der Unternehmen übertragen würde. Bei parabelförmigen Indifferenzkurven des Erwartungsnutzens der Anleger impliziert nämlich wegen des bei festem Anlegerkreis gegebenen Risikoparameters a ein dispositionsunabhängiger Marktpreis des Risikos $(S(V_M)/a)$, daß die Standardabweichung des aggregierten Endvermögens aller Gesellschaften schon vor der Entscheidung über die Investitionspolitik der Unternehmen als Marktdatum feststeht. Bestimmung der für den Anleger k erwartungsnutzenmaximalen Investitionspolitik aller Unternehmen bedeutet dann, daß der Anleger k in die Lage versetzt wird, im Hinblick auf seine spezielle Risikoeinstellung und seine spezielle Anfangsausstattung mit den am Markt umlaufenden Aktien die Investitionspolitik der Unternehmen festzulegen, wobei er R_F und $(S(V_M)/a)$ als von seinen Entscheidungen unabhängige Marktdaten betrachtet.

Zieht man dagegen das bei vorgegebener Standardabweichung $S(V_M)$ ermittelte Investitionsvolumen

$$(158) \quad I_i = \frac{S(V_M)}{\sqrt{E}} \Sigma\, c^{ij}(E(r_j)-R_F)$$

zur Berechnung des Erwartungsnutzens des Anlegers k

$$E(U_k) = (1+R_F)\bar{x}_k + l_k \left\{ S(V_M)\sqrt{E} - \frac{Var(V_M)}{a} \right\} + \frac{a_k}{2a^2} Var(V_M)$$

heran und überläßt dem Anleger k auch noch die Entscheidung über das gesamtwirtschaftliche Risiko $S(V_M)$, dann erhält man aus

$$\frac{dE(U_k)}{dS(V_M)} = l_k \left\{ \sqrt{E} - \frac{2S(V_M)}{a} \right\} + \frac{a_k}{a^2} S(V_M) = 0$$

die 'optimale' Standardabweichung

$$(159) \quad S(V_M)_k = \frac{a l_k}{2l_k - d_k} \sqrt{E}$$

mit $d_k = a_k/a$. Ein Vergleich von (159) mit den Ausführungen des Abschnitts 4.2.2. zeigt, daß sich die gesamte von Laux durchgeführte Diskussion auf eine Analyse der Bedingung (159) zurückführen läßt, in der es - bei stets gleichbleibender Investitionsstruktur der Unternehmen - ausschließlich um die Festlegung des für den Anleger k 'optimalen' gesamtwirtschaftlichen Risikos geht. Beispielsweise ergibt sich für $d_k = l_k$, wenn der Aktionär seinen Aktienbestand nicht zu verändern wünscht, daß das 'optimale' gesamtwirtschaftliche Risiko $S(V_M) = a\sqrt{E}$ doppelt so groß ist wie jenes, das man erhalten würde, wenn man die Maximierung des 'Marktwertes aller Aktien' betreibt, aus der $S(V_M) = \frac{a}{2}\sqrt{E}$ als 'optimales' Risiko folgt.

Da die Aktionäre in ihrer Gesamtheit den Bestand an Aktien nicht verändern können, wenn ein Kapitalmarktgleichgewicht vorausgesetzt wird, ist $S(V_M) = a\sqrt{E}$ jenes gesamtwirtschaftliche Risiko, das sich ergibt, wenn man die Risikonutzenfunktionen aller Anleger aggregiert und die optimale Investitionspolitik der Unternehmen bestimmt. In diesem Fall kann man $(S(V_M)/a) = \sqrt{E}$ sinnvoll als Marktpreis des Risikos interpretieren. $(S(V_M)/a) = \sqrt{E}$ ist nun nämlich gleichzeitig jener Risikobewertungsfaktor, bei dem eine Maximierung des Gesamtvermögens aller Anleger bzw. eine Maximierung des Marktwertes aller Aktien zur selben Investitionspolitik führt wie die Maximierung des Erwartungsnutzens der 'Anlegergesamtheit'. Die Ableitung von

$$\Sigma\ \bar{y}_i K_{oi} = \frac{1}{1+R_F}\left\{\Sigma I_i (E(r_i)-R_F) - E(\Sigma\Sigma I_i I_j Cov(r_i,r_j))^{1/2}\right\}$$

nach I_i ergibt im Optimum

$$E(r_i) - R_F = \sqrt{E}\ \frac{\Sigma I_j Cov(r_i,r_j)}{S(V_M)}$$

mit $S(V_M) = a\sqrt{E}$ und somit

$$(16o)\quad I_i = a\ \Sigma\ C^{ij}(E(r_j)-R_F)\ .$$

Realisiert jede Gesellschaft das durch (16o) bestimmte Investitionsvolumen, dann ist der Marktwert der Aktien jeder beliebigen Gesellschaft und aller Gesellschaften zusammen gleich Null. Das wird auch in Abbildung 35 deutlich: Entspricht der Marktpreis des Risikos der Steigung der gesamtwirtschaftlichen Effizienzgeraden, dann sind 'Überschußgewinne' aus einer riskanten Allokation von Vermögen nicht zu erzielen. Im übrigen würde sich eine Renditeformulierung des Kapitalmarktmodells verbieten.

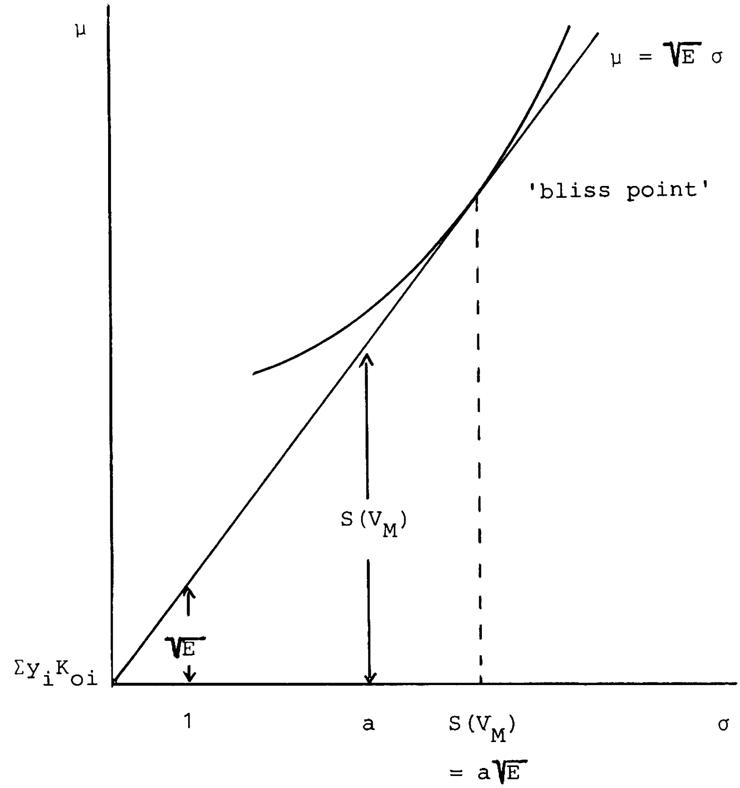


Abb. 35: Effizienzgerade und Marktpreis des Risikos bei erwartungsnutzenmaximaler Investitionspolitik

4.3. Zur Diversifikation des Investitionsprogramms von Unternehmen

Die Analyse des Investitionsmodells von Laux hat ergeben, daß Investitionsentscheidungen nach dem Marktwertkriterium, dem Kapitalkostenkriterium und dem Erwartungsnutzenkonzept dann übereinstimmen, wenn der Marktzins und der Marktpreis des Risikos gegeben sind und durch die Investitionsentscheidung nicht verändert werden. Wir gehen nun vom Marktzins und dem Marktpreis des Risikos als den exogenen Daten der Investitionsentscheidungen einzelner Unternehmen aus. Darüber hinaus sehen wir von der speziellen Annahme stochastisch konstanter Investitionsrenditen ab. Der Erwartungswert des Endvermögens aller Gesellschaften wird dann bei einer effizienten Investitionspolitik nicht mehr linear mit der

Standardabweichung des Endvermögens anwachsen. Vielmehr unterstellen wir analog zur Annahme sinkender Investitionsrenditen im Fall sicherer Erwartungen abnehmende Zuwächse der Erwartungswerte mit der Konsequenz, daß der Marktwert aller Unternehmen bei Realisierung effizienter Investitionsprogramme positiv ist. Unter diesen Bedingungen ist aus dem Ansatz des Kapitalmarktmodells ein einfaches Kriterium für Investitionsentscheidungen bei unsicheren Erwartungen entwickelt worden, das zur Auswahl von Investitionsprojekten führt, die den Marktwert der Aktien und gleichzeitig den Erwartungsnutzen der Anteilseigner anheben.

Der Marktwert der Aktien eines nicht verschuldeten Unternehmens sei gegeben durch

$$(161) \quad \bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) \frac{Cov(V_A, V_M)}{S(V_M)} \right\},$$

wobei das Endvermögen V_A aus Investitionen früherer Perioden resultiert, so daß der Marktwert der Aktien mit dem Marktwert des Unternehmens zusammenfällt. Das Unternehmen A kann ein Investitionsprojekt durchführen, für das Anschaffungsauszahlungen in Höhe von I_A anfallen. Am Periodenende ergibt sich aus der Investition eine unsichere Einzahlung in Höhe von X_A, die normalverteilt ist mit dem Erwartungswert $E(X_A)$ und der Varianz $Var(X_A)$. Der Risikenzusammenhang mit dem Endvermögen aller Gesellschaften am Markt ist gegeben durch die Kovarianz $Cov(X_A, V_M)$. Wird das Investitionsprojekt durchgeführt, so ist unter der Voraussetzung eines unveränderten Marktzinses R_F und eines unveränderten Endvermögens aller Gesellschaften V_M (vollständige Konkurrenz) der Marktwert der Aktien[180])

$$(162) \quad \bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A+X_A) - \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) \frac{Cov(V_A+X_A, V_M)}{S(V_M)} \right\} - I_A \, .$$

Ein Vergleich der Marktwerte (162) und (161) zeigt, daß das Investitionsprojekt dann vorteilhaft ist, wenn der Kapitalwert des Investitionsprojektes

180) Vgl. Bogue, M.C. und Roll, R., Capital Budgeting of Risky Projects with 'Imperfect' Markets for Physical Capital, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 606 und Nielsen, N.C., The Price and Output Decisions of the Firm under Uncertainty, in: Swedish Journal of Economics, Bd. 77 (1975), S. 461. In (163) und (164) ist der Marktpreis des Risikos für den Fall exponentieller Nutzenfunktionen der Anleger spezifiziert.

$$(163)\quad C_o = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(X_A) - \left(\frac{S(V_M)}{a}\right)\frac{Cov(X_A,V_M)}{S(V_M)}\right\} - I_A \geq 0$$

nicht negativ ist. Definiert man $r_x = (X_A - I_A)/I_A$ als interne Rendite des Investitionsprojektes, dann kann die Bedingung (163) auch in der Form[181)]

$$(164)\quad E(r_x) \geq R_F + \left(\frac{S(V_M)}{a}\right)\frac{Cov(r_x,V_M)}{S(V_M)}$$

(Kapitalkostenkriterium) angeschrieben werden.[182)]

---

181) Vgl. Swoboda, P., Kapitaltheorie, betriebswirtschaftliche, Art. in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 4. Aufl., Stuttgart 1975, Sp. 2132.

182) Litzenberger, R.H. und Budd, A.P. Corporate Investment Criteria and the Valuation of Risk Assets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 5 (197o), S. 399, haben gezeigt, daß die von Hamada, R.S. Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance, in: Journal of Finance, Bd. 24 (1969), S. 23 und Mossin, J., Security Pricing and Investment Criteria in Competitive Markets, in: American Economic Review, Bd. 59 (1969), S. 755 formulierten Kriterien mit der Kapitalkostenbedingung (164) äquivalent sind. Eine solche Äquivalenz liegt aber nicht vor. Mossin verwendet z.B. (161) in der Form

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_A) - \gamma\sum_i Cov(V_A,V_i)\right\}$$

mit γ als Marktpreis des Risikos. Der Marktwert der Aktien unter Berücksichtigung des Investitionsprojektes ist nach Mossin

$$\bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(V_A+X_A) - \gamma\sum_i Cov(V_A+X_A,V_i+X_A)\right\} - I_A$$

und der Kapitalwert des Investitionsprojektes demnach wegen

$$C_o = \frac{1}{1+R_F}\left\{E(X_A) - \gamma(\sum_i Cov(X_A,V_i) + Cov(V_A,X_A) + Var(X_A))\right\} - I_A$$

vom Risikenzusammenhang mit dem bestehenden Unternehmensvermögen $Cov(X_A,V_A)$ abhängig, wenn nicht speziell ein Investitionsprojekt ohne Risikozusammenhang mit dem Unternehmensvermögen betrachtet wird. Vgl. auch Mossin, J., Stock Price Changes as Signals to Management, Manuskript zum Workshop in Structural Changes in the Industrial Firm, EIASM/University of Gothenburg, Jan. 1977. Yawitz, J.B., Externalities and Risky Investments, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 1143 ff. interpretiert dieses mit dem von Jensen, M.C. und Long, J.B., Corporate Investment under Uncertainty and Pareto Optimality in the Capital Markets, a.a.O., S. 158 identische Kriterium in der Weise, daß angenommen werden kann, die Investitionsentscheidungen des Unternehmens A hätten keinen Einfluß auf die Investitionspolitik konkurrierender Unternehmen und A besäße "some degree of monopoly power in its production decisions". Die Analyse des Laux-Modells hat aber gezeigt, daß unter diesen Bedingungen das Kapitalwertkriterium kein geeigneter Maßstab zur Beurteilung von Investitionsprojekten ist. Brenner, M. und Subrahmanyam, M.G., Die erwartete interne Rendite eines vorteilhaften Investitionsprojektes darf nicht kleiner als der um einen Risikofaktor korrigierte Marktzins (die Kapitalkosten) sein.[183] Wegen $Cov(r_x,V_M)/S(V_M) = \rho_{xM}S(r_x)$ ist das mit dem Marktpreis des Risikos bewertete systematische Risiko des Investitionsrpojektes umso größer, je stärker die Korrelation der Investitionsrendite mit dem Gesamtvermögen V_M und je höher (bei einer positiven Korrelation) das isolierte Risiko des Investitionsprojektes $S(r_x)$ sind.[184] Das Kapitalkostenkriterium (164) beinhaltet, daß die

---

Forts. Fußnote 182)

Intra-Equilibrium and Inter-Equilibrium Analysis in Capital Market Theory: A Clarification, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 1313 ff. weisen darüber hinaus darauf hin, daß man bei einer komparativ statischen Analyse zweier Gleichgewichtssituationen (vor und nach Durchführung des Investitionsprojektes) am Kapitalmarkt nicht davon ausgehen kann, daß derselbe Marktzins und derselbe Marktpreis des Risikos gelten. Die Bewertungsgleichungen des Kapitalmarktmodells gelten nur bezüglich einer bestimmten Endvermögensverteilung aller Gesellschaften, und die Vorteilhaftigkeit eines Investitionsprojektes ist an dieser Endvermögensverteilung zu messen. In (161) und (162) ist also von demselben V_M auszugehen. Kann man diese Annahme nicht akzeptieren, weil V_M durch X_A verändert wird, dann ist das Kapitalwertkriterium (163) falsch und das von Mossin formulierte nicht rational. Akzeptiert man aber die Annahme der vollständigen Konkurrenz, dann ist (163) richtig und führt zu einer marktwert- und gleichzeitig erwartungsnutzenmaximalen Investitionspolitik. Über die Planung des gesamtwirtschaftlichen Endvermögens V_M werden dabei keine Aussagen gemacht. Bei dieser Planung haben die Anleger zwischen gegenwärtigen und zukünftigen Konsummöglichkeiten abzuwägen, so daß die im Kapitalmarktmodell verwendete Zielsetzung 'Erwartungsnutzenmaximierung' zur Festlegung von V_M nicht mehr ausreicht. Ansätze zur Behandlung des Problems der Planung des gesamtwirtschaftlich erwünschten Endvermögens findet man aber bei Hamada, R.S., Investment Decision with a General Equilibrium Mean-Variance Approach, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 85 (1971), S. 667 ff. und Black, F. Equilibrium in the Creation of Investment Goods Under Uncertainty, in: Jensen, M.C. (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York-Washington-London 1972, S. 249 ff..

183) Zur Einbeziehung von Steuern in das Kapitalkostenkriterium vgl. Thompson, H.E., Mathematical Programming, the Capital Asset Pricing Model and Capital Budgeting of Interrelated Projects, in: Journal of Finance, Bd. 31 (1976), S. 125 ff.. Zur Berücksichtigung der Wachstumschancen eines Unternehmens bei der Formulierung der optimalen Investitionspolitik im Ansatz des Kapitalmarktmodells vgl. Myers, S.C. und Turnbull, S.M., Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model: Good News and Bad News, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 321 ff..

184) Für die Bewertung relevant ist die Korrelation der Investitionsrendite und nicht des gesamten Endvermögens der Gesellschaft A mit V_M. Daher ist $Cov(V_A,V_M)$ für die Investitionsentscheidung ohne Bedeutung und (164) ist gerade nicht von der jeweiligen Risikoklasse des investierenden Unternehmens abhängig, wie dies von Saelzle, R., Kapitalmarktreaktionen bei Investitionsentscheidungen, in: Die Unternehmung, Bd. 3o (1976), S. 327, behauptet wird.

durchschnittlichen Kapitalkosten eines Unternehmens kein geeigneter Maßstab zur Beurteilung von Investitionsprojekten sind. Vielmehr wird in (164) ein projektspezifischer Kapitalkostensatz angegeben, der unabhängig davon anzuwenden ist, welches Unternehmen die Investition durchführt und welche anderweitigen Investitionsprojekte in Betracht gezogen werden.

Unternehmensunabhängige projektspezifische Kapitalkosten dürfen natürlich nur dann angenommen werden, wenn die Verteilung des Endvermögens V_A durch die Zusatzinvestition nicht verändert wird. Für solche Investitionen ohne synergistischen Effekt im Produktionsbereich folgt darüber hinaus aus der Existenz eines projektspezifischen Kapitalkostensatzes, daß eine Diversifikation des Unternehmensvermögens keinen Einfluß auf den Marktwert des Unternehmens hat. "This conclusion also follows from the observation that individuals, by their own diversification, can costlessly eliminate any diversifiable risk present in a firm's investment portfolio so that the firm need not diversify for individuals."[185)] Die Feststellung, daß das Risiko einer einzelnen Investition nur insoweit für die Investitionsentscheidung von Bedeutung ist, als es zum Gesamtrisiko des Investitionsbudgets als Ganzem beiträgt,[186)] gilt also auch im Rahmen einer kapitalmarktorientierten Investitionsplanung. Im Gegensatz zur Kapitalbudgetplanung eines isoliert betrachteten Unternehmens bezieht sich aber der Begriff Investitionsbudget nun nicht mehr auf das einzelne, sondern auf die Gesamtheit aller Unternehmen, so daß die Diversifikation des Unternehmensvermögens irrelevant ist, weil für die Anteilseigner nur die Diversifikation des Endvermögens aller Gesellschaften insgesamt von Bedeutung ist.

Nun hatten wir bei der Betrachtung finanzwirtschaftlicher Entscheidungskriterien angenommen, daß sich Unternehmensleitungen ausschließlich an den Zielen der Anteilseigner orientieren, bei vollkommenem Kapitalmarkt also eine marktwertmaximale Politik betreiben. Die Konsequenzen der kapitalmarktorientierten Investitionsplanung zeigen aber, daß zur Gültigkeit dieser Annahme bei den Unternehmensleitungen ein hohes Maß an Altruismus vorausgesetzt werden muß, wenn (163) oder (164) als Investi-

185) Rubinstein, M.E., A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 173. Vgl. auch Schall, L.D., Asset Valuation, Firm Investment, and Firm Diversification, in: Journal of Business, Bd. 45 (1972), S. 2o und Bierman, H. und Hass, J.E., Capital Budgeting under Uncertainty: A Reformulation, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 119 ff..

186) Vgl. Albach, H. und Schüler, W., Zur Theorie des Investitionsbudgets bei Unsicherheit, in: Albach, H. (Hrsg.), Investitionstheorie, Köln 1975, S. 4o4.

tionskriterium verwendet wird. Investitionsprojekte, die zur Stabilität des eigenen Unternehmens beitragen, sind von der Unternehmensleitung Investitionsprojekten mit gleicher 'risk-return'-Charakteristik auch dann nicht vorzuziehen, wenn letztere zur Kumulation von Risiken im eigenen Unternehmen führen; Unternehmenszusammenschlüsse ohne synergistischen Effekt im Produktionsbereich bringen auch dann keine Bewertungsvorteile, wenn eine Risikonivellierung erreicht wird; der Abschluß von Versicherungsverträgen erübrigt sich, wenn das Kapital der Versicherungsgesellschaften selbst Gegenstand der Bewertung am Kapitalmarkt ist.[187] Nur dann, wenn bei den Unternehmensleitungen risikoneutrales Entscheidungsverhalten vorausgesetzt werden kann, treten keine Konflikte mit den Zielen der risikoaversen Anleger auf und die Unternehmensleitungen entwickeln keinen eigenständigen Hang zur Beschränkung des Unternehmensrisikos und somit zur Diversifikation des Unternehmensvermögens.

Die Diversifikation auf der Unternehmensebene führt im allgemeinen aber dann zu einer Erhöhung des Marktwertes von Unternehmen, wenn die Anleger kein Portefeuille halten können, in dem alle unsystematischen Risiken eliminiert sind. Als Beispiel für solche Anlegerportefeuilles hatten wir oben das Kapitalmarktmodell bei unternehmensspezifisch getrennten Finanzierungsmärkten betrachtet. Unter den Annahmen dieses Ansatzes läßt sich zeigen, daß der ausschließlich projektbezogene Kapitalwert einer Investition kein Kriterium darstellt, das zu einer optimalen Investitionspolitik führt. Bei getrennten Kapitalmärkten entscheidet nämlich auch der Risikenverbund mit dem bestehenden Unternehmensvermögen über die Vorteilhaftigkeit eines Investitionsprojektes, so daß also auch die Anleger die Stabilität des einzelnen Unternehmens positiv bewerten.

Zur Beurteilung des Diversifikationsbeitrags eines Investitionsprojekts gehen wir zunächst von einem unverschuldeten Unternehmen aus, dessen Marktwert der Aktien durch

$$(161) \quad \bar{y}_A K_{oA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ E(V_A) - \left(\frac{S(V_M)}{a}\right) \frac{Cov(V_A, V_M)}{S(V_M)} \right\}$$

gegeben ist. Wir unterstellen, daß für die Aktionäre keine Nachschußpflicht besteht, so daß wir V_A durch eine bei V = O abgeschnittene

---

187) Zur Bedeutung und Behandlung von Versicherungsverträgen im Rahmen der Investitionsplanung bei Unsicherheit vgl. Albach, H., Capital Budgeting and Risk Management, in: Albach, H., Helmstädter, E. und Henn, R., Quantitative Wirtschaftsforschung, Festschrift für Wilhelm Krelle, Tübingen 1977, S. 7 ff..

Normalverteilung beschreiben. Ist V normalverteilt mit dem Mittelwert μ_V und der Varianz σ_V^2, dann ist der Marktwert der Aktien gegeben durch

$$(165) \quad \bar{y}_A K_{OA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ \sigma_V L(u_V) - \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) G(u_V) \frac{\sigma_{VM}}{S(V_M)} \right\}$$

mit $u_V = -\mu_V/\sigma_V$. $G(u_V)$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß V_A positive Werte annimmt. Das Unternehmen A möchte ein Investitionsprojekt mit der Anschaffungsauszahlung I_A beurteilen, dessen unsicheres Ergebnis X_A am Periodenende normalverteilt ist mit dem Erwartungswert μ_X und der Varianz σ_X^2. Der Risikenzusammenhang der Investition mit dem Endvermögen aller Gesellschaften ist gegeben durch σ_{XM}, der Risikenverbund mit dem bestehenden Endvermögen der Gesellschaft A durch σ_{XV}.

Kündigt die Gesellschaft die Durchführung der Investition an und beschafft sich die Investitionsmittel über eine Ausgabe junger Aktien an die Altaktionäre, so ist der Marktwert der Aktien

$$(166) \quad \bar{y}_A K_{OA} = \frac{1}{1+R_F} \left\{ \sigma_W L(u_W) - \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) G(u_W) \frac{\sigma_{WM}}{S(V_M)} \right\} - I_A$$

mit $u_W = -\mu_W/\sigma_W$, weil nun das Endvermögen des Unternehmens nach Durchführung der Investition durch eine bei W = O abgeschnittene Normalverteilung beschrieben wird. Der Erwartungswert dieser Normalverteilung ergibt sich aus der Addition der Mittelwerte des vorhandenen Endvermögens und des Investitionsergebnisses $\mu_V + \mu_X = \mu_W$. Ebenso gilt die Additivität der Kovarianzen $\sigma_{VM} + \sigma_{XM} = \sigma_{WM}$. Die Konkurswahrscheinlichkeit ist aber wegen

$$\sigma_W^2 = \sigma_V^2 + 2\sigma_{VX} + \sigma_X^2$$

auch von dem Risikozusammenhang zwischen dem vorhandenen Endvermögen und dem Investitionsergebnis abhängig. Der Kapitalwert der Investition als Differenz der Marktwerte (166) und (165) ist

$$(167) \quad C_O = \frac{1}{1+R_F} \left\{ \sigma_W L(u_W) - \sigma_V L(u_V) - \left(\frac{S(V_M)}{a} \right) \frac{G(u_W)\sigma_{WM} - G(u_V)\sigma_{VM}}{S(V_M)} \right\} - I_A$$

und somit nicht mehr als Kapitalwert eines vom Unternehmensvermögen getrennt bewertbaren Vermögensteils zu betrachten, weil die Konkurswahrscheinlichkeit des Unternehmens davon abhängt, welchen Einfluß das Investitionsprojekt auf das Unternehmensrisiko nimmt. Nur in zwei Ausnahmefällen ist eine marktorientierte Bewertung ohne Berücksichtigung des unternehmensspezifischen Diversifikationseffekts sinnvoll. Im ersten Fall ist die Konkurswahrscheinlichkeit des Unternehmens vor und nach Durchführung des Investitionsprojekts praktisch gleich Null, so daß $L(u_V) = \mu_V/\sigma_V$, $L(u_W) = \mu_W/\sigma_W$ und $G(u_V) = G(u_W) = 1$ gesetzt werden darf. Der Kapitalwert des Investitionsprojektes

$$C_o = \frac{1}{1+R_F}\left\{\mu_X - \left(\frac{S(V_M)}{a}\right)\frac{\sigma_{XM}}{S(V_M)}\right\} - I_A$$

ist dann nur von dem Risikozusammenhang mit dem Endvermögen aller Gesellschaften abhängig.[188] Im zweiten Fall ändert sich die Konkurswahrscheinlichkeit des Unternehmens nicht, weil das Investitionsprojekt mit dem bestehenden Unternehmensvermögen vollkommen positiv korreliert ist. Gilt nämlich $u_X = -\mu_X/\sigma_X = -\mu_V/\sigma_V = u_V$, dann ist für $\rho_{VX} = 1$ die Standardabweichung des Endvermögens nach Durchführung der Investition $\sigma_W = \sigma_V + \sigma_X$, so daß auch $u_W = -\mu_W/\sigma_W = u_X = u_V$ ist und der Kapitalwert

---

188) In diesem Fall führt auch die Annahme getrennter Märkte zu einem projektbezogenen Investitionskriterium, wenn gleichzeitig unterstellt wird, daß das Unternehmen vor und nach Durchführung der Investition einen marktwertmaximalen Verschuldungsgrad realisiert. Herrscht an beiden Teilmärkten dieselbe Risikoaversion und ist die Konkurswahrscheinlichkeit des unverschuldeten Unternehmens praktisch gleich Null, dann ist der Marktwert des Unternehmens A nach (13o) gegeben durch

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F}\left(E(V_A) - \frac{1}{a}(Var(Z_A) + Var(T_A) + o{,}5Cov(V_A,V_R))\right),$$

wenn das Unternehmen die optimale Kapitalstruktur gewählt hat, so daß $S_A = E(V_A)$ ist. Da in diesem Fall

$$Var(Z_A) + Var(T_A) = (o{,}5 - L(u)^2)Var(V_A) \quad \text{mit } u = o$$

gilt, läßt sich der Marktwert auch als

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F}\left(E(V_A) - \frac{1}{2a}Cov(V_A,V_{M'})\right) \text{ mit } V_{M'} = 4(o{,}5 - L(u)^2)V_A + V_R$$

angeben. Wegen $4(o{,}5 - L(u)^2) \approx 1{,}36$ ist $Cov(V_A,V_{M'})$ größer als $Cov(V_A,V_M)$ bei vollkommenem Kapitalmarkt: Durch die Trennung der Märkte ergibt sich ein nicht diversifizierbares Restrisiko. Wird nun ein Investitionsprojekt geplant, das die Konkurswahrscheinlichkeit des unverschuldeten Unternehmens bei Null beläßt, und gilt auch nach Durchführung der Investition wegen $S_A = E(V_A) + E(X_A)$ wieder $u = 0$, dann ist der neue Marktwert des Unternehmens

$$V_{oA} = \frac{1}{1+R_F}\left(E(V_A+X_A) - \frac{1}{2a}Cov(V_A+X_A,V_{M'})\right) - I_A$$

und der Kapitalwert des Investitionsprojekts

$$C_o = \frac{1}{1+R_F}\left(E(X_A) - \frac{1}{2a}Cov(X_A,V_{M'})\right) - I_A .$$

des Investitionsprojektes

$$C_o = \frac{1}{1+R_F}\,\sigma_x L(u_x) - \frac{S(V_M)}{a}\,G(u_x)\frac{\sigma_{xM}}{S(V_M)} - I_A$$

wieder nur vom Risikenzusammenhang mit dem Endvermögen aller Gesellschaften abhängt. In allen anderen Fällen ist eine isolierte Bewertung der Investition nicht sinnvoll und der Kapitalwert des Projektes aus (167) zu berechnen.

Zusammenfassung

Ob Unternehmensleitungen im Interesse der Anteilseigner ihrer Gesellschaft handeln, läßt sich nur beurteilen, wenn ein Sachzusammenhang zwischen den Anteilseignerinteressen und den Handlungen der Unternehmensleitungen hergestellt werden kann. Dieser Zusammenhang läßt sich herstellen, wenn die alternativen Investitionsmöglichkeiten der Eigentümer vollständig beschrieben und die Zielsetzungen der Eigentümer soweit spezifiziert sind, daß sich die Konsequenzen der Unternehmensentscheidungen als Zielbeiträge in den individuellen Entscheidungsrechnungen der Eigentümer beschreiben lassen. Gelingt eine solche Beschreibung, dann ist es prinzipiell möglich, daß Unternehmenspläne daraufhin geprüft werden, ob sie den Interessen der Anteilseigner oder wenigstens dem Interesse eines Anteilseigners entsprechen.

Bei Unternehmen, deren Kapitalanteile an einem Markt gehandelt werden, weil eine Vielzahl von Anteilseignern täglich Eigentumsrechte verkauft und Eigentumsrechte erwirbt, ist eine unmittelbare Prüfung der Kompatibilität von Unternehmensdispositionen und Anteilseignerinteressen praktisch nicht durchführbar; eine indirekte Prüfung ist allerdings möglich, wenn man den Kurswert der Kapitalanteile an diesem Unternehmen als Marktpreis für die mit den Anteilsrechten verbundenen unsicheren zukünftigen Zahlungsströme auffassen kann und weiß, in welcher Weise der Kurs der Kapitalanteile von den Unternehmensdispositionen abhängt. Ist nämlich der Kurs der Kapitalanteile ein Marktpreis, dann werden bei gegebenen Ertragsaussichten der Anteile in diesem Kurs die alternativen Anlagemöglichkeiten und die Zielvorstellungen der Anteilseigner vollständig abgebildet, so daß Unternehmensdispositionen, die den Interessen der Anteilseigner entsprechen, bei vollkommenem Wettbewerb zu einer höheren Bewertung der Anteile führen (Marktwertkonzept der Unternehmensplanung).

Eine empirisch beobachtbare Höherbewertung von Anteilen läßt sich aber nur dann einer bestimmten Entscheidung der Unternehmensleitung zurechnen,

wenn sich nicht die alternativen Investitionsmöglichkeiten und die Zielsetzungen der Eigentümer verändert haben und außerdem sichergestellt ist, daß die Anteilseigner von der Entscheidung des Unternehmens auch tatsächlich informiert sind, so daß eine entsprechende Anpassung der Ertragsaussichten der Anteile an die Veränderung des Unternehmensplans erfolgen kann. Da diese Bedingungen in der Realität nicht einmal in Ausnahmefällen gemeinsam gegeben sein dürften, läßt sich aus dem Studium der Korrelationen von Aktienkursbewegungen und dispositiven Entscheidungen im allgemeinen nicht darauf schließen, daß bestimmte Dispositionen im Interesse der Anteilseigner vorgenommen werden und andere nicht.

Bei der Ausarbeitung von Unternehmensplänen kommt man dagegen nicht umhin, davon auszugehen, daß eine Zurechenbarkeit der Dispositionen zur Aktienkursentwicklung und somit zu den Interessen der Anteilseigner möglich wird. Zur Begründung kann beispielsweise unterstellt werden, daß sich die Zielsetzungen der Eigentümer im Zeitablauf nicht wesentlich verändern, daß die Anteilseigner über die Unternehmensdispositionen gleichermaßen informiert werden (These von der Kapitalmarkteffizienz) und daß keine relevanten Veränderungen der alternativen Investitionsmöglichkeiten der Anleger zu verzeichnen sind. Das in dieser Arbeit behandelte Kapitalmarktmodell basiert auf einer strengen Formulierung dieser Annahmen und ist somit ein statisches Modell, das für die Unternehmensplanung nur dann eine sinnvolle Grundlage bilden kann, wenn sich die Veränderung der Daten im Zeitablauf in engen Grenzen hält.

Im Rahmen des Kapitalmarktmodells wird der Kurs der Kapitalanteile an einem Unternehmen aus den gegebenen Zielvorstellungen der Anteilseigner, aus den gegebenen alternativen Anlagemöglichkeiten der Anteilseigner und aus den gegebenen unsicheren Ertragsaussichten der Anteile erklärt. Die Ertragsaussichten der Anteile - beschrieben als Wahrscheinlichkeitsverteilungen der zukünftigen Marktwerte - werden im Grundmodell als Daten vorausgesetzt. Bei der Anwendung des Kapitalmarktmodells auf die Verschuldungs- und Investitionspolitik von Unternehmen werden die Ertragsaussichten zwar mit den entsprechenden Entscheidungsparametern der Unternehmensleitungen verknüpft, es wird aber nicht erklärt, wie sich die Erwartungen aus bestimmten Informationen über die Geschäftspolitik von Unternehmen bilden. Vielmehr wird von der Vorstellung homogener Erwartungen ausgegangen, die besagt, daß alle Marktteilnehmer, also Geschäftsleitungen wie Kapitalanleger, von übereinstimmenden Erwartungen über die Zukunftsentwicklung der von den Unternehmen gehaltenen Realvermögensbestände ausgehen. Das Kapitalmarktmodell läßt sich auch für den Fall unterschiedlicher - aber nicht zu stark divergierender - Erwartungen formulieren. Wenn keine Annahmen über typische Muster der Erwartungsbildung bei einzelnen Anlegern oder Anlegergruppen getroffen werden, nimmt der Erklärungsgehalt des Modells mit der Aufhebung der Prämisse homogener Erwartungen aber nicht zu, weil sich das Entscheidungsverhalten einzelner Anleger nun sowohl auf deren Erwartungsbildung als auch auf deren Risikoeinstellung zurückführen läßt.

Bei gegebenen unsicheren zukünftigen Marktwerten der Kapitalanteile eines Unternehmens ist der Kurswert eines Anteils von den zukünftigen Marktwerten der übrigen Wertpapiere und der Bewertung durch die Anleger am Kapitalmarkt abhängig. Die Untersuchung dieser Abhängigkeit erfolgt im ersten und zweiten Kapitel dieser Arbeit.

Im ersten Kapitel wird die Nachfrage eines Anlegers nach riskanten Kapitalanteilen aus einer Charakterisierung seines optimalen Wertpapierportefeuilles bestimmt. Dazu werden im Abschnitt 2. Eigenschaften der Zielfunktionen risikoscheuer Anleger diskutiert, wenn eine Beurteilung des unsicheren Endvermögens schon aus der Kenntnis von zwei Parametern der Ergebnisverteilung möglich ist (μ-σ-Analyse). Ein Beweis zeigt, daß für risikoscheue Anleger eine zunehmende Grenzrate der Substitution zwischen dem Erwartungswert und der Standardabweichung des Endvermögens gilt. Im Abschnitt 3. wird dann die Struktur optimaler bzw. effizienter Anlegerportefeuilles unter der Bedingung untersucht, daß für die zukünftigen Marktwerte der Wertpapiere eine Normalverteilung unterstellt werden kann. Bei der Portefeuilleanalyse wird zum einen auf die Bedeutung möglicher Alternativanlagen, zum anderen auf die Bedeutung des Ausgangsvermögens des Anlegers für die Festlegung der optimalen Wertpapierkombinationen hingewiesen. Darüber hinaus wird der Frage nachgegangen, unter welchen Bedingungen Anleger mit unterschiedlicher Vermögensausstattung und unterschiedlicher Risikoeinstellung trotzdem dieselbe Portefeuillestruktur realisieren (Separationstheorem).

Die Diskussion der Annahmen und Ergebnisse des Kapitalmarktmodells, dessen Entwicklung aus der Portefeuilletheorie auf die Arbeiten von Sharpe, Lintner und Mossin zurückgeht, ist Gegenstand des zweiten Kapitels. In den Abschnitten 2., 3. und 4. werden diese Arbeiten vergleichend dargestellt, Beurteilungen der speziellen Annahmen der Ansätze vorgenommen und die Aussagen des Kapitalmarktmodells zusammengestellt, die sich als Implikationen des Separationstheorems für den Fall ergeben, daß die Nachfrage nach Aktien dem vorgegebenen Angebot an Aktien entspricht.

Für den Ansatz des Kapitalmarktmodells bei Sharpe, Lintner und Mossin ist typisch, daß die Risikonutzenfunktionen der Anleger nicht explizit angeschrieben werden, so daß aus den Bedingungen für effiziente Wertpapierportefeuilles nur die Struktur der Aktiennachfrage beschrieben werden kann. Im Abschnitt 1 des zweiten Kapitels wird dagegen der Fall behandelt, daß die Präferenzfunktionen der Anleger bekannt sind. Auf der Grundlage konstanter absoluter Risikoaversion der Anleger werden aus den Bedingungen für optimale Wertpapierportefeuilles individuelle lineare Nachfragefunktionen entwickelt und diskutiert und die Marktnachfrage aus der - wegen eines am Markt einheitlichen Prohibitivkurses formal einfachen - Aggregation individueller Nachfragekurven bestimmt. Im Abschnitt 1.2. werden die Marktnachfragefunktionen zur Bestimmung partieller Gleichgewichtskurse herangezogen, im Abschnitt 1.3. wird die Kompatibilität partieller Gleichgewichtskurse im Kapitalmarktgleichgewicht geprüft.

Im dritten Kapitel der Arbeit werden die Ergebnisse des Kapitalmarktmodells zur Diskussion finanzierungstheoretischer Fragestellungen herangezogen. Ausgangspunkt dieser Diskussion, die wie in den vorangehenden Kapiteln auf den einperiodigen Ansatz beschränkt bleibt, ist die Theorie der Kapitalkosten mit ihren Hypothesen über die Abhängigkeit des für Investitionsentscheidungen relevanten Kalkulationszinsfußes von der Verschuldungspolitik eines Unternehmens. Die auf Risikoüberlegungen gründenden Erklärungsmuster für die Kapitalkostenhypothesen werden kritisiert und einem auf Marktannahmen beruhenden Erklärungsmuster gegenübergestellt. Danach folgt bei sicheren Erwartungen aus der Annahme eines einheitlichen geschlossenen Kapitalmarktes der Bruttogewinn-Ansatz (konstante Gesamtkapitalkosten) und aus der Annahme getrennter Märkte für Eigen- und Fremdkapitalanteile der Nettogewinn-Ansatz (abnehmende durchschnittliche Kapitalkosten bei einer positiven Differenz zwischen Eigen- und Fremdkapitalkosten).

Im Abschnitt 2. des dritten Kapitels werden aufbauend auf der Annahme eines vollkommenen und geschlossenen Kapitalmarktes Beweise des Theorems von der Irrelevanz der Kapitalstruktur für den Marktwert von Unternehmen diskutiert und auf der Basis der Ergebnisse des Kapitalmarktmodells die Eigenkapitalkosten mit Fremdmitteln arbeitender Unternehmen quantitativ aus dem Marktzins, dem bewerteten systematischen Unternehmensrisiko und dem vom Verschuldungsgrad abhängigen bewerteten systematischen Kapitalstrukturrisiko bestimmt. Die Berücksichtigung eines Kreditausfallrisikos bei der Bewertung von Gläubigerpositionen gibt zu einer grundsätzlichen Kritik der Annahme eines geschlossenen Kapitalmarktes Anlaß, da nach ihrem Risiko-Chancen-Gehalt differenzierte Anteile an einem Unternehmen nicht erklärt werden können, so daß zwar konstante Gesamtkapitalkosten bewiesen, sinnvolle Hypothesen über die Abhängigkeit der Eigen- und Fremdkapitalkosten eines Unternehmens von seiner Verschuldungspolitik aber ohne zusätzliche, aus dem Ansatz nicht begründbare Annahmen nicht gebildet werden können.

Im Abschnitt 3. des dritten Kapitels wird aufbauend auf der Annahme getrennter Kapitalmärkte für Eigen- und Fremdkapitalanteile (also auf der Annahme durch Restriktionen der Anleger behinderter Arbitragemöglichkeiten) und unter Berücksichtigung der auf das Unternehmensvermögen beschränkten Haftung der Kapitalgesellschaften gezeigt, daß nun eine Finanzierung durch Ausgabe nach ihrem Risiko-Chancen-Gehalt differenzierter Kapitalanteile zu unterschiedlichen Marktwerten und somit zu unterschiedlichen durchschnittlichen Kapitalkosten führen kann, daß zweitens die empirisch beobachtbare Differenzierung mit der in diesem Modell unter dem Gesichtspunkt der Marktwertmaximierung günstigen Differenzierung vereinbar ist und daß drittens U-förmige Kapitalkostenverläufe mit einem minimalen durchschnittlichen Kapitalkostensatz zu erwarten sind, wenn sich die Anleger auf beiden Teilmärkten risikoscheu verhalten. Die Gegenüberstellung der Marktwerte von Unternehmen bei einer Ausgabe unterschiedlich ausgestatteter Titel zeigt, daß die Wahl der Finanzierungsinstrumente auch vom geplanten Finanzierungsvolumen abhängt. Kriterien für den optimalen Einsatz zweier Finanzierungsinstrumente, nämlich die Ausgabe von Vorzugsaktien und die Ausgabe von Obligationen, werden bei unterschiedlichen Annahmen über die an den Teilmärkten herrschende Risikoaversion und die an den Teilmärkten bestehenden Restriktionen der Portefeuillebildung aus der Überlegung entwickelt, daß zwischen den von einem Unternehmen ausgegebenen, unterschiedlich ausgestatteten Kapitalanteilen ein möglichst starker Risikenzusammenhang bestehen muß, wenn das an den Teilmärkten bewertete Risiko möglichst niedrig gehalten werden soll.

Bei der isolierten Analyse der Finanzierungspolitik von Unternehmen wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Endvermögens der Gesellschaft als gegeben angenommen, so daß nur über die Qualität der Ansprüche an das Unternehmensvermögen und die Zuordnung der Ansprüche zu den potentiellen Financiers des Unternehmens zu befinden ist. Im Abschnitt 4. des dritten Kapitels wird die Annahme eines gegebenen Unternehmensvermögens aufgehoben und zugelassen, daß die Gesellschaften Realinvestitionen vornehmen. Die Diskussion des Investitionsmodells von Laux zeigt, daß selbst bei Gültigkeit der Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes (Kapitalanleger als Mengenanpasser) eine durch die Investition bewirkte Veränderung des von den Anlegern insgesamt bewerteten Vermögens zu widersprüchlichen Aussagen der üblichen Kriterien zur Beurteilung riskanter Investitionsprojekte führen kann. Nach den Ergebnissen dieses Ansatzes sind nämlich Investitionsentscheidungen auf der Grundlage des Marktwert- oder Kapitalkostenkriteriums nicht identisch und stehen nur in Ausnahmefällen mit den Interessen der Anteilseigner im Einklang. Mit Hilfe einer Zerlegung des Nutzenmaximierungskriteriums wird aber im Abschnitt 4.2.5. bewiesen, daß die Widersprüchlichkeit der Investitionskriterien aus einer Annahme resultiert, die die Möglichkeit gleichlautender dezentralisierter Entscheidungen über die Ausrichtung von Handlungen an Preisveränderungen stets in Frage stellt und daß bei Aufhebung dieser Annahme Marktwert-, Kapitalkosten- und Nutzenkonzept bei der Investitonsplanung gleichwertig anwendbar sind.

Im Abschnitt 4.3. wird hiervon ausgehend der Kapitalwert eines Investitionsprojektes aus den erwarteten Einzahlungen und dem Risikenzusammenhang mit dem Endvermögen aller Kapitalgesellschaften berechnet. Die Ermittlung des projektspezifischen Kapitalkostensatzes zeigt, daß bei geschlossenem Kapitalmarkt die durchschnittlichen Kapitalkosten eines Unternehmens für die Auswahl der Investitonsprojekte irrelevant sind und daß eine Diversifikation des Unternehmensvermögens keinen Einfluß auf den Marktwert des Unternehmens hat. Die letzte Konsequenz widerspricht den Ergebnissen der Theorie des optimalen Investitonsbudgets bei Unsicherheit und beschränktem Zugang zu Investitionsmitteln grundsätzlich. Der Widerspruch läßt sich aber überwinden, wenn auch im Rahmen einer kapitalmarktorientierten Investitionsplanung die These von einer Trennung der Eigen- und Fremdkapitalmärkte aufgegriffen und berücksichtigt wird, daß die Haftungsmasse von Kapitalgesellschaften auf das bestehende Unternehmensvermögen beschränkt ist.

Die Behandlung der Verschuldungs- und Investitionspolitik auf der Grundlage der Bewertungsgleichungen des Kapitalmarktmodells hat ergeben, daß sich bei unsicheren Erwartungen Kalkulationszinsfüße aus dem Marktzusammenhang endogen ermitteln lassen. Die Betrachtung getrennter Märkte für Eigen- und Fremdkapitalanteile hat darüber hinaus gezeigt, daß zum einen das Instrumentarium des Kapitalmarktmodells auch in diesem Fall eingesetzt werden kann und daß zum anderen die Annahme getrennter Märkte sowohl bei der Analyse der Verschuldungspolitik von Unternehmen als auch bei der Formulierung von Investitonskriterien zu Konsequenzen führt, die mit der betrieblichen Wirklichkeit eher im Einklang zu stehen scheinen als die aus der Annahme vollkommener und abgeschlossener Märkte resultierenden Ergebnisse. Bei der Untersuchung getrennter Finanzierungsmärkte konnte in dieser Arbeit nur ein erster Schritt getan werden, da zu vermuten ist, daß die in dieser Arbeit unterstellte Zweiteilung des Kapitalmarktes noch keine hinreichende Beschreibung realer Märkte für Finanzierungsmittel zuläßt. Die Charakterisierung und Typisierung von Marktsegmenten an Finanzierungsmärkten nach ihrer durchschnittlichen Risikoeinstellung, ihren Portefeuillerestriktionen und ihrem Volumen wird dazu führen, daß sich aus der Finanzierungstheorie eine Theorie der Absatzpolitik für Finanzierungstitel entwickeln kann. Daß das Kapitalmarktmodell nicht nur den Zugang zu einer solchen Theorie eröffnen kann, sondern auch zur Behandlung differenzierter Finanzierungsinstrumente geeignet ist, muß sich noch erweisen. Das gilt auch für den konstruktiven Einbau der 'financial intermediaries' in die Kapitalmarkttheorie.

Literaturverzeichnis

Adler, Michael	On the Risk-Return Trade-Off in the Valuation of Assets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 4 (1969), S. 493-512
Aivazian, Varouj	The Demand for Assets under Conditions of Risk: Comment, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 927-929
Albach, Horst	Entwicklung und Stand der Investitionstheorie, Einleitung zu: Albach, H. (Hrsg.), Investitionstheorie, Köln 1975, S. 13-26
Albach, Horst	Ungewißheit und Unsicherheit, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 4. Aufl., Stuttgart 1976, Sp. 4o36-4o41
Albach, Horst	Investitionsbudget, Planung des optimalen, in: Büschgen, H.E. (Hrsg.), Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, Stuttgart 1976, Sp. 833-848
Albach, Horst	Capital Budgeting and Risk Management, in: Albach, H., Helmstädter, E. und Henn, R. (Hrsg.), Quantitative Wirtschaftsforschung, Festschrift für Wilhelm Krelle, Tübingen 1977, S. 7-24
Albach, Horst und Schüler, Wolfgang	Zur Theorie des Investitionsbudgets bei Unsicherheit, in: Albach, H. (Hrsg.), Investitionstheorie, Köln 1975, S. 396-41o
Albach, Horst, Geisen, Bernd und Scholten, Theo	Rate of Return on Equity and Capital Structure - The Negative Leverage Effect, in: Bosman, H., Van den Eerenbeemt, H. und De Jong, S. (Hrsg.), Geld en onderneming, Festschrift für C.F. Scheffer, Tilsburg 1976, S. 159-168
Arrow, Kenneth J.	Essays in the Theory of Risk-Bearing, Amsterdam-London 197o
Assenmacher, Walter	Die Theorie der Kapitalkosten und Investition für Aktiengesellschaften unter Unsicherheit, Meisenheim am Glan 1976
Babcock, Guilford	A Note on Justifying Beta as a Measure of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 699-7o2
Baron, David P.	Firm Valuation, Corporate Taxes, and Default Risk, in: Journal of Finance, Bd. 3o (1975), S. 1251-1264

Baron, David P. — On the Utility Theoretic Foundations of Mean-Variance Analysis, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 1683-1697

Baron, David P. — Default Risk and the Modigliani-Miller Theorem: A Synthesis, in: American Economic Review, Bd. 66 (1976), S. 2o4-212

Bauer, Klaus-Peter — Zielfunktionen und finanzielle Nebenbedingungen in Investitonsmodellen bei Unsicherheit, Diss. Bonn 1969

Baumol, William J. und Malkiel, Burton G. — The Firm's Optimal Debt-Equity Combination and the Cost of Capital, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 81 (1967), S. 547-578

Baxter, Nevins D. — Leverage, Risk of Ruin and the Cost of Capital, in: Journal of Finance, Bd. 22 (1967), S. 395-4o3

Beja, Avraham — On Systematic and Unsystematic Components of Financial Risk, in: Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 37-45

Ben-Shahar, Haim — The Capital Structure and the Cost of Capital: A Suggested Exposition, in: Journal of Finance, Bd. 23 (1968), S. 639-653

Ben-Shahar, Haim — On the Capital Structure Theorem: Reply, in: Journal of Finance, Bd. 25 (197o), S. 678-681

Ben-Zion, Uri und Balch, Michael — On the Analysis of Corporate Financial Theory under Uncertainty: A Comment, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 87 (1973), S. 29o-295

Bierman, Harold — Financial Policy Decisions, London 197o

Bierman, Harold und Hass, Jerome E. — Capital Budgeting under Uncertainty: A Reformulation, in: The Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 119-129

Bierman, Harold und Thomas, L. Joseph — Ruin Considerations and Debt Issuance, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 1361-1378

Bierwag, G.O. — The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Comment, in: American Economic Review, Bd. 64 (1974), S. 431-433

Bierwag, G.O. und Grove, M.A. — On Capital Asset Prices: Comment, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 89-93

Bierwag, G.O. und Grove, M.A. — Indifference Curves in Asset Analysis, in: Economic Journal, Bd. 76 (1966), S. 337-343

Black, Fischer — Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, in: Journal of Business, Bd. 45 (1972), S. 444-454

Black, Fischer	Equilibrium in the Creation of Investment Goods Under Uncertainty, in: Jensen, M.C. (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York-Washington-London 1972, S. 249-265
Black, Fischer, Jensen, Michael C. und Scholes, Myron	The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests, in: Jensen, M.C. (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York-Washington-London 1972, S. 79-121
Böhner, Willi	Kapitalaufbau und Aktienbewertung - Die Kapitalstruktur einer Unternehmung in der Analyse und Bewertung ihrer Aktien, Berlin 1971
Bogue, Marcus C. und Roll, Richard	Capital Budgeting of Risky Projects with 'Imperfect' Markets for Physical Capital, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 6o1-613
Bolten, Steven E.	Managerial Finance, Principles and Practise, Boston e.a. 1976
Boness, A. James	A Pedagogic Note on the Cost of Capital, in: Journal of Finance, Bd. 19 (1964), S. 99-1o6
Borch, Karl	A Note on Uncertainty and Indifference Curves, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 1-4
Borch, Karl	The Capital Structure of a Firm, in: The Swedish Journal of Economics, Bd. 71 (1969), S. 1-13
Borch, Karl	The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Comment, in: American Economic Review, Bd. 64 (1974), S. 428-43o
Brennan, Michael J.	Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 1197-12o5
Brenner, Menachem und Subrahmanyam, Marti G.	Intra-Equilibrium and Inter-Equilibrium Analysis in Capital Market Theory: A Clarification, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 1313-1319
Brockhoff, Klaus	Zum Problem des optimalen Wertpapierbudgets, in: Unternehmensforschung, Bd. 11 (1967), S. 162-172
Budd, A.P. und Litzenberger, Robert H.	The Market Price of Risk, Size of Market and Investor's Risk Aversion: A Comment, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 54 (1972), S. 2o4-2o6
Budd, A.P. und Litzenberger, Robert H.	Changes in the Supply of Money, the Firm's Market Value and Cost of Capital, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 49-57

Büschgen, Hans E.	Die Bedeutung des Verschuldungsgrades einer Unternehmung für die Aktienbewertung und seine Berücksichtigung im Aktienbewertungsmaßstab, in: Deutsche Vereinigung für Finanzanalyse und Anlageberatung (Hrsg.), Beiträge zur Aktienanalyse, Heft 4, Frankfurt/M. 1966, S. 15-39
Büschgen, Hans E.	Wertpapieranalyse - Die Beurteilung von Kapitalanlagen in Wertpapieren, Stuttgart 1966
Buser, Stephen A.	Mean-Variance Portfolio Selection with Either a Singular or Nonsingular Variance-Covariance Matrix, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 347-361
Cass, David und Stiglitz, Joseph E.	The Structure of Investor Preferences and Asset Returns, and Separability in Portfolio Allocation: A Contribution to the Pure Theory of Mutual Funds, in: Journal of Economic Theory, Bd. 2 (197o), S. 122-16o
Chen, Andrew H., Kim, E. Han und Kon, Stanley J.	Cash Demand, Liquidation Costs and Capital Market Equilibrium under Uncertainty, in: Journal of Financial Economics, Bd. 2 (1975), S. 293-3o8
Codina, Ramón	The Cost of Capital, Corporate Finance, and the Theory of Investment with Corporate Income Taxes and Bankruptcy Costs, Manuskript, Instituto de Estudios Superiores de la Empresa, Universität Navarra, Research Paper No. 2o, Barcelona, Febr. 1977
Crowell, Richard A.	Risk Measurement: Five Applications, in: Financial Analysts Journal, Bd. 29 (1973), No. 4, S. 81-87
Culbertson, J.	The Interest Rate Structure, Towards Completion of the Classical System, in: Hahn, F. H. und Brechling, F.P.R. (Hrsg.), The Theory of Interest Rates, London-Toronto-New York 1966, S. 173-2o5
Curran, Ward S.	Principles of Financial Management, New York e.a. 197o
Diamond, Peter A.	The Role of a Stock Market in a General Equilibrium Model with Technological Uncertainty, in: American Economic Review, Bd. 57 (1967), S. 759-776
Drukarczyk, Jochen	Bemerkungen zu den Theoremen von Modigliani-Miller, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 22. Jg. (197o), S. 528-545

Drukarczyk, Jochen	Probleme individueller Entscheidungsrechnung - Kritik ausgewählter normativer Aussagen über individuelle Entscheidungen in der Investitions- und Finanzierungstheorie, Wiesbaden 1975
Durand, David	Costs of Debt and Equity Funds for Business: Trends and Problems of Measurement, in: Solomon, E. (Hrsg.), The Management of Corporate Capital, London 1959, S. 91-116
Ebel, Jörg	Portefeuilleanalyse: Entscheidungskriterien und Gleichgewichtsprobleme, Köln-Berlin-Bonn-München 1971
Elton, Edwin J. und Gruber, Martin J.	Portfolio Theory when Investment Relatives are Lognormally Distributed, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 1265-1273
Engels, Wolfram	Rentabilität, Risiko und Reichtum, Tübingen 1969
Engels, Wolfram	Verschuldgungsgrad, optimaler, in: Büschgen, Hans E. (Hrsg.), Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, Stuttgart 1976, Sp. 1773-1786
Fama, Eugene F.	Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market, in: Management Science, Bd. 11 (1965), S. 4o4-419
Fama, Eugene F.	Risk, Return, and Equilibrium: Some Clarifying Comments, in: Journal of Finance, Bd. 23 (1968), S. 29-4o
Fama, Eugene F.	Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, in: Journal of Finance, Bd. 25 (197o), S. 383-417
Fama, Eugene F.	Risk, Return, and Equilibrium, in: Journal of Political Economy, Bd. 79 (1971), S. 3o-55
Fama, Eugene F.	Perfect Competition and Optimal Production Decisions under Uncertainty, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 5o9-53o
Fama, Eugene F.	A Note on the Market Model and the Two-Parameter Model, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 1181-1185
Fama, Eugene F.	Foundations of Finance, Portfolio Decisions and Securities Prices, New York 1976
Fama, Eugene F. und MacBeth, James D.	Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests, in: Journal of Political Economy, Bd. 81 (1973), S. 6o7-636
Fama, Eugene F. und Miller, Merton H.	The Theory of Finance, New York e.a. 1972

Feldstein, M.S.	Mean-Variance Analysis in the Theory of Liquidity Preference and Portfolio Selection, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 5-12
Fisher, Irving	Die Zinstheorie, Jena 1932
Fisher, Lawrence und Lorie, James H.	Some Studies of Variability of Returns on Investments in Common Stocks, in: Journal of Business, Bd. 43 (197o), S. 99-134
Franke, Günter	Verschuldungs- und Ausschüttungspolitik im Licht der Portefeuille-Theorie, Köln-Berlin-Bonn-München 1971
Franke, Günter	Conflict and Compatibility of Wealth and Welfare Maximization, in: Zeitschrift für Operations Research, Bd. 19 (1975), S.1-13
Friend, Irwin	Mythodology in Finance, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 257-272
Glenn, David W.	Super Premium Security Prices and Optimal Corporate Financing Decisions, in: Journal of Finance, Bd. 31 (1976), S. 5o7-524
Gonzales, Nestor, Litzenberger, Robert und Rolfo, Jaques	On Mean Variance Models of Capital Structure and the Absurdity of their Predictions, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 165-179
Gutenberg, Erich	Zum Problem des optimalen Verschuldungsgrades, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 36. Jg. (1966), S. 681-7o3
Gutenberg, Erich	Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre, Dritter Band: Die Finanzen, 7. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1975
Haegert, Lutz	Die Aussagefähigkeit der Dualvariablen und die wirtschaftliche Deutung der Optimalitätsbedingungen beim Chance-Constrained Programming, in: Hax, H. (Hrsg.), Entscheidung bei unsicheren Erwartungen, Köln und Opladen 197o, S. 1o1-128
Hakansson, Nils H.	Risk Disposition and the Separation Property in Portfolio Selection, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 4 (1969), S. 4o1-416
Haley, Charles W. und Schall, Lawrence D.	The Theory of Financial Decisions, New York e.a. 1973
Hamada, Robert S.	Portfolio Analysis, Market Equilibrium and Corporation Finance, in: Journal of Finance, Bd. 24 (1969), S. 13-31
Hamada, Robert S.	Investment Decision with a General Equilibrium Mean-Variance Approach, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 85 (1971), S. 667-683

Hart, Oliver, D.	On the Existence of Equilibrium in a Securities Model, in: Journal of Economic Theory, Bd. 9 (1974), S. 293-311
Haugen, Robert A. und Pappas, James L.	A Comment on the Capital Structure and the Cost of Capital: A Suggested Exposition, in: Journal of Finance, Bd. 25 (197o), S. 674-677
Haugen, Robert A. und Pappas, James L.	Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments, and the Question of Optimal Capital Structure, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 943-953
Haugen, Robert A. und Pappas, James L.	Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments, and the Question of Optimal Capital Structure: A Reply, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 2oo5-2oo8
Haugen, Robert A. und Senbet, Lemma W.	The Insignificance of Bankruptcy Costs to the Theory of Optimal Capital Structure, in: Journal of Finance, Bd. 33 (1978), S. 383-393
Hax, Herbert	Der Kalkulationszinsfuß in der Investitionsrechnung bei unsicheren Erwartungen, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 16. Jg. (1964), S. 187-194
Hax, Herbert	Der Einfluß der Investitions- und Ausschüttungspolitik auf den Zukunftserfolgswert der Unternehmung, in: Busse von Colbe, Walther und Sieben, Günter (Hrsg.), Betriebswirtschaftliche Information, Entscheidung und Kontrolle, Festschrift für Hans Münstermann, Wiesbaden 1969, S. 359-38o
Hax, Herbert	Bezugsrecht und Kursentwicklung von Aktien bei Kapitalerhöhungen, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 23. Jg. (1971), S. 157-163
Hax, Herbert	Investitionstheorie, 2. Aufl., Würzburg-Wien 1972
Hax, Herbert und Laux, Helmut	Investitionstheorie, in: Menges, G. (Hrsg.), Beiträge zur Unternehmensforschung, Würzburg-Wien 1969, S. 227-284
Hax, Herbert und Laux, Helmut	Einleitung zu Hax, H. und Laux, H. (Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, S. 11-33
Hecker, Günter	Aktienkursanalayse zur Portfolio Selection, Eine empirische und theoretische Untersuchung über die Ermittlung der relevanten Entscheidungsparameter und über das Verhalten deutscher Aktienkurse, Meisenheim am Glan 1974

Heinen, Edmund — Die Zielfunktion der Unternehmung, in: Koch, H. (Hrsg.), Zur Theorie der Unternehmung, Festschrift zum 65. Geburtstag von Erich Gutenberg, Wiesbaden 1962, S. 9-71

Helmstädter, Ernst — Wirtschaftstheorie, Bd. 1: Einführung - Dispositionsgleichgewicht - Marktgleichgewicht, München 1974

Hess, Alan C. — The Riskless Rate of Interest and the Market Price of Risk, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 89 (1975), S. 444-455

Hirshleifer, Jack — Kapitaltheorie, Köln 1974

Ichiishi, T. — A Note on a Covariance Matrix with its Application to the Two-Parameter Hypothesis on Risky-Asset Choice, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 254-256

Imai, Yutaka und Rubinstein, Mark — Equilibrium in the Pricing of Capital Assets, Risk-Bearing Debt Instruments, and the Question of Optimal Capital Structure: A Comment, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 2oo1-2oo3

Jacob, Nancy L. — The Measurement of Systematic Risk for Securities and Portfolios: Some Empirical Results, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 815-833

Jensen, Michael C. — The Foundations and Current State of Capital Market Theory, in: Jensen, M.C. (Hrsg.), Studies in the Theory of Capital Markets, New York-Washington-London 1972, S. 3-43

Jensen, Michael C. — Capital Markets: Theory and Evidence, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 357-398

Jensen, Michael C. und Long, John B. — Corporate Investment under Uncertainty and Pareto Optimality in the Capital Markets, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 151-174

Jensen, Michael C. und Meckling, William H. — Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure, in: Journal of Financial Economics, Bd. 3 (1976), S. 3o5-36o

Kappler, Ekkehard und Rehkugler, Heinz — Kapitalwirtschaft, in: Heinen (Hrsg.), Industriebetriebslehre, Entscheidungen im Industriebetrieb, Wiesbaden 1972, S. 575-672

Kim, E. Han — A Mean-Variance Theory of Optimal Capital Structure and Corporate Debt Capacity, in: Journal of Finance, Bd. 33 (1978), S.45-63

Kirsch, Werner — Einführung in die Theorie der Entscheidungsprozesse, 2. Aufl., Wiesbaden 1977

Koch, Helmut — Die Problematik der Bernoulli-Nutzentheorie, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 29. Jg. (1977), S. 415-426

Köhler, Christian — Zur Theorie der optimalen Dividendenpolitik - Der Einfluß von Risikoneigung, Portefeuillestruktur, Steuern und Erwartungsstruktur der Anteilseigner auf die Dividendenpolitik der Unternehmung, Frankfurt/Main und Zürich 1973

Krainer, Robert E. — Interest Rates, Leverage, and Investor Rationality, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 1-16

Kraus, Alan und Litzenberger, Robert H. — A State - Preference Model of Optimal Financial Leverage, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 911-922

Krelle, Wilhelm — Präferenz- und Entscheidungstheorie, Tübingen 1968

Kreyszig, Erwin — Statistische Methoden und ihre Anwendungen, 3. Aufl., Göttingen 1968

Krümmel, Hans-Jacob — Kursdisparitäten im Bezugsrechthandel, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 16. Jg. (1964), S. 485-498

Krümmel, Hans-Jacob — Finanzierungsrisiken und Kreditspielraum, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Bd. 36 (1966), 1. Ergänzungsheft, S. 134-157

Krümmel, Hans-Jacob — Zur Theorie der Kapitalkosten, in: Albach, Horst und Simon, Hermann (Hrsg.), Investitionstheorie und Investitionspolitik privater und öffentlicher Unternehmen, Wiesbaden 1976, S. 145-166

Krümmel, Hans-Jacob — Börsen und Börsengeschäfte, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 4. Aufl., Stuttgart 1974, Sp. 969-986

Kumar, Prem — Security Pricing and Investment Criteria in Competitive Markets: Comment, in: American Economic Review, Bd. 62 (1972), S. 143-146

Kumar, Prem — Market Equilibrium and Corporation Finance: Some Issues, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 1175-1188

Kupsch, Peter Uwe — Risiko und Entscheidung, Ein Beitrag zur Fundierung betriebswirtschaftlicher Grundmodelle unter dem Aspekt des Risikoverhaltens, Diss. München 1971

Lassak, Hans-Peter — Kapitalbudget, Unsicherheit und Finanzierungsentscheidung, Meisenheim am Glan 1973

Laux, Helmut — Kapitalkosten und Ertragssteuern, Köln-Berlin-Bonn-München 1969

Laux, Helmut — Expected Utility Maximization and Capital Budgeting Subgoals, in: Unternehmensforschung, Bd. 15 (1971), S. 13o-146

Laux, Helmut — Graphische Analyse der Struktur optimaler Aktienportefeuilles, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 23. Jg. (1971), S. 631-648

Laux, Helmut — Marktwertmaximierung, Kapitalkostenkonzept und Nutzenmaximierung, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 131 (1975), S. 113-133

Lehmann, Matthias — Zum Problem der Kapitaltheorie: intertemporale Nutzenfunktionen und Kapitalkosten bei vollkommenem Kapitalmarkt, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 27. Jg. (1975), S. 4o-59

Levy, Haim — The Demand for Assets under Conditions of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 79-96

Levy, Haim — The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Comment, in: American Economic Review, Bd. 64 (1974), S. 434-441

Levy, Haim — The Demand for Assets under Conditions of Risk: Reply, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 93o-932

Lewellen, Wilbur G. — The Cost of Capital, Belmont, California 1969

Lintner, John — Optimal Dividends and Corporate Growth under Uncertainty, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 78 (1964), S. 49-95

Lintner, John — The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 47 (1965), S. 13-37

Lintner, John — Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 587-615

Lintner, John — The Market Price of Risk, Size of Market and Investor's Risk Aversion, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 52 (197o), S. 87-99

Lintner, John	Expectations, Mergers and Equilibrium in Purely Competitive Securities Markets, in: American Economic Review, Bd. 61 (1971), Papers and Proceedings, S. 1o1-111
Lintner, John	Inflation and Security Returns, in: The Journal of Finance, Bd. 3o (1975), S. 259-28o
Lintner, John	Bankruptcy Risk, Market Segmentation, and Optimal Capital Structure, in: Friend, I. und Bicksler, J.L. (Hrsg.), Risk and Return in Finance, Bd. II, Cambridge, Mass. 1977, S. 1-128
Litzenberger, Robert H. und Budd, Alan P.	Corporate Investment Criteria and the Valuation of Risk Assets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 5 (197o), S. 395-419
Litzenberger, Robert H. und Budd, Alan P.	Secular Trends in Risk Premiums, in: Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 857-864
Lloyd-Davies, Peter R.	Optimal Financial Policy in Imperfect Markets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 1o (1975), S. 457-481
Loistl, Otto und Rosenthal, Harald	Risikominimierung bei der Portfolioplanung unter besonderer Berücksichtigung singulärer Kovarianzmatrizen, Arbeitspapiere des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft, Paderborn 1978
Long, John	Wealth, Welfare, and the Price of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 27 (1972), S. 419-433
Lorie, James H. und Hamilton, Mary T.	The Stock Market: Theories and Evidence, Homewood, Ill. 1973
Mann, Dietrich	Die Einbeziehung des finanziellen Bereichs in makro-ökonomische Modelle, Diss. Göttingen 1973
Mao, James C.T.	Corporate Financial Decisions, Palo Alta, Calif. 1976
Markowitz, Harry M.	Portfolio Selection, in: Journal of Finance, Bd. 7 (1952), S. 77-91
Markowitz, Harry M.	Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments, New York-London-Sydney 1959
Mendelson, Morris und Robbins, Sidney	Investment Analysis and Securities Markets, New York 1976
Menezes, C.F. und Hanson, D.L.	On the Theory of Risk Aversion, in: International Economic Review, Bd. 11 (197o), S. 481-487

Merton, Robert C.	An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 7 (1972), S. 1851-1872
Merton, Robert C. und Subrahmanyam, Marti G.	The Optimality of a Competitive Stock Market, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 5 (1974), S. 145-17o
Miller, Merton H.	Debt and Taxes, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 261-275
Miller, Merton und Modigliani-Franco	Dividended Policy, Growth, and the Valuation of Shares, in: Journal of Business, Bd. 34 (1961), S. 411-433
Miller, Stephen M.	Measures of Risk Aversion: Some Clarifying Comments, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 1o (1975), S. 299-3o9
Milne, Frank	Corporate Investment and Finance Theory in Competive Equilibrium, in: Economic Record, Bd. 5o (1974), S. 511-533
Milne, Frank	Choice over Asset Economies: Default Risk and Corporate Leverage, in: Journal of Financial Economics, Bd. 2 (1975), S. 165-185
Modigliani, Franco und Miller, Merton H.	The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment, in: American Economic Review, Bd. 48 (1958), S. 261-297
Modigliani, Franco und Miller, Merton H.	Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction, in: The American Economic Review, Bd. 53 (1963), S.433-443
Modigliani, Franco und Pogue, Gerald A.	An Introduction to Risk and Return, Concepts and Evidence, in: Financial Analysts Journal, Bd. 3o (1974), Teil 1, No. 2, S. 68-8o, Teil 2, No. 3, S. 69-86
Mossin, Jan	Equilibrium in a Capital Asset Market, in: Econometrica, Bd. 34 (1966), S.768-783
Mossin, Jan	Optimal Multiperiod Portfolio Policies, in: Journal of Business, Bd. 41 (1968), S. 215-229
Mossin, Jan	Security Pricing and Investment Criteria in Competitive Markets, in: American Economic Review, Bd. 59 (1969), S. 749-756
Mossin, Jan	Security Pricing and Investment Criteria in Competitive Markets: Reply, in: American Economic Review, Bd. 62 (1972), S. 147-148

Mossin, Jan	Theory of Financial Markets, Englewood Cliffs, N.J. 1973
Mossin, Jan	Stock Price Changes as Signals to Management, Manuskript zum 'Workshop in Structural Changes in the Industrial Firm, EIASM/University of Gothenburg, Jan.1977
Mossin, Jan	The Economic Efficiency of Financial Markets, Lexington, Mass. und Toronto 1977
Moxter, Adolf	Präferenzstruktur und Aktivitätsfunktion des Unternehmers, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 16. Jg. (1964), S. 6-35
Moxter, Adolf	Grundsätze ordnungsmäßiger Unternehmensbewertung, Wiesbaden 1976
Myers, Stewart C. und Turnbull, Stuart M.	Capital Budgeting and the Capital Asset Pricing Model: Good News and Bad News, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 321-332
Neukirchen, Kajo	Die Berücksichtigung der Beteiligungsfinanzierung in Investitionsmodellen von Publikums-Aktiengesellschaften auf der Grundlage einer Theorie der Eigenkapitalattraktivität, Diss. Bonn 1973
Nielsen, Niels Christian	The Price and Output Decisions of the Firm under Uncertainty, in: Swedish Journal of Economics, Bd. 77 (1975), S. 459-469
Nielsen, Niels Christian	The Investment Decision of the Firm under Uncertainty and the Allocative Efficiency of Capital Markets, in: Journal of Finance, Bd. 31 (1976), S. 587-6o2
Pack, Ludwig	Maximierung der Rentabilität als preispolitisches Ziel, in: Koch, H. (Hrsg.), Zur Theorie der Unternehmung, Festschrift zum 65. Geburtstag von Erich Gutenberg, Wiesbaden 1962, S. 73-137
Perridon, Louis und Steiner, Manfred	Finanzwirtschaft der Unternehmung, München 1977
Pogue, Gerald A. und Lall, Kishore	Corporative Finance: An Overview, in: Sloan Management Review, Bd. 15 (1974), No. 3, S. 19-38
Porterfield, James T.S.	Investment Decisions and Capital Costs, Englewood Cliffs, N.J. 1965
Pratt, John W.	Risk Aversion in the Small and in the Large, in: Econometrica, Bd. 32 (1964), S. 122-136

Pratt, John W., Raiffa, Howard und Schlaifer, Robert — Introduction to Statistical Decision Theory, New York e.a. 1965

Pyle, David H. und Turnovsky, Stephen J. — Safety-First and Expected Utility Maximization in Mean-Standard Deviation Portfolio Analysis, in: Review of Economics and Statistics, Bd. 52 (197o), S. 78-81

Raiffa, Howard und Schlaifer, Robert — Applied Statistical Decision Theory, Boston 1961

Richter, Hans — Wahrscheinlichkeitstheorie, 2. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1966

Rittershausen, Heinrich — Industrielle Finanzierungen, Wiesbaden 1964

Robichek, Alexander A. und Cohn, Richard A. — The Economic Determinants of Systematic Risk, in: Journal of Finance, Bd. 29 (1974), S. 439-447

Robichek, Alexander A. und Myers, Stewart C. — Optimal Financing Decisions, Englewood Cliffs, N.J. 1965

Robichek, Alexander, A. und Myers, Stewart C. — Problems in the Theory of Optimal Capital Structure, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 1, Heft 2, (1966), S. 1-35

Roll, Richard — A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests, Part I: On Past and Potential Testability of the Theory, in: Journal of Financial Economics, Bd. 4 (1977), S. 129-176

Ross, Stephen A. — The Capital Asset Pricing Model (CAPM), Short-Sale Restrictions and Related Issues, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 177-183

Roy, A.D. — Safety First and the Holding of Assets, in: Econometrica, Bd. 2o (1952), S.431-449

Rubinstein, Mark E. — A Mean-Variance Synthesis of Corporate Financial Theory, in: Journal of Finance, Bd. 28 (1973), S. 167-181

Rubinstein, Mark E. — Corporate Financial Policy in Segmented Securities Markets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 8 (1973), S. 749-761

Rubinstein, Mark E. — A Comparative Statics Analysis of Risk Premiums, in: Journal of Business, Bd. 46 (1973), S. 6o5-615

Rubinstein, Mark — An Aggregation Theorem for Securities Markets, in: Journal of Financial Economics, Bd. 1 (1974), S. 225-244

Rudolph, Bernd — Die Kreditvergabeentscheidung der Banken, Opladen 1974

Rudolph, Bernd — Zum Beweis der Theoreme von Modigliani-Miller im Rahmen des Kapitalmarktmodells, Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität, Nr. 17, Bonn 1976

Saelzle, Rainer — Investitionsentscheidungen und Kapitalmarkttheorie, Wiesbaden 1976

Saelzle, Rainer — Kapitalmarktreaktionen bei Investitionsentscheidungen, in: Die Unternehmung, Bd. 3o (1976), S. 319-331

Sarnat, Marshall — A Note on the Implications of Quadratic Utility for Portfolio Theory, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 9 (1974), S. 687-689

Schall, Lawrence D. — Asset Valuation, Firm Investment, and Firm Diversification, in: Journal of Business, Bd. 45 (1972), S. 11-28

Schemmann, Gert — Zielorientierte Unternehmensfinanzierung - Finanzierungsentscheidungen im Hinblick auf die Zielsetzungen der Kapitalgeber, Köln und Opladen 197o

Scherrer, Gerhard — Die Wirkung des Überschuldungsrisikos auf die optimale Kapitalstruktur der Unternehmung, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 28. Jg. (1976), S. 189-198

Schmidt, Hartmut — Börsenorganisation zum Schutz der Anleger, Tübingen 197o

Schmidt, Reinhard H. — Aktienprognose, Aspekte positiver Theorien über Aktienkursänderungen, Wiesbaden 1976

Schmidt, Reinhard H. — Empirische Kapitalmarktforschung und Anlageentscheidungen, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 132 (1976), S. 649-678

Schmidt, Reinhard H. — Zwischen empirischer Theorie, Gleichgewichtstheorie und Handlungstheorie (Methodologische Aspekte der positiven Aktienkurstheorie), Unveröffentlichtes Manuskript, o.O., Febr. 1976

Schmidt, Reinhart — Optimale Kapitalanlage am Aktienmarkt, Habilitationsschrift, Bonn 1971

Schmidt, Reinhart — Determinants of Corporate Debt Ratios in Germany, in: Brealey, R. und Rankine, G. (Hrsg.), European Finance Association, 1975 Proceedings, Amsterdam-New York-Oxford 1976, S. 3o9-328

Schneeweiß, Hans — Entscheidungskriterien bei Risiko, Berlin-Heidelber-New York 1967

Schneider, Dieter — Emissionskurs und Aktionärsinteresse, i: Forster, K.-H. und Schuhmacher, P. (Hrs.), Aktuelle Fragen der Unternehmensfinanzierung und Unternehmensbewertung, Stuttgat 197o, S. 167-18o

Schneider, Dieter — Investition und Finanzierung, 2. Aufl., Opladen 1971

Schweim, Joachim — Integrierte Unternehmensplanung, Bielefeld 1969

Scott, James, H. — A Theory of Optimal Capital Structure in: Bell Journal of Economics, Bd. 7 (1976), S. 33-54

Scott, James, H. — Bankruptcy, Secured Debt, and Optimal Capital Structure, in: Journal of Finane, Bd. 32 (1977), S. 1-19

Sharpe, William F. — A Simplified Model for Portfolio Analyss, in: Management Science, Bd. 9 (1963), S. 277-293

Sharpe, William F. — Capital Asset Prices: A Theory of Marke Equilibrium under Conditions of Risk, in: Journal of Finance, Bd. 19 (1964), S. 425-442

Sharpe, William F. — Reply, in: Journal of Finance, Bd. 2o (1965), S. 94-95

Sharpe, William F. — Portfolio Theory and Capital Markets, New York e.a. 197o

Sharpe, William F. — Risk, Market Sensitivity and Diversification, in: Financial Analysts Journal, Bd. 28 (1972), No. 1, S. 74-79

Sharpe, William F. und Cooper, Guy M. — Risk-Return Classes of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967, in: Financial Analysts Journal, Bd. 28 (1972), No. 2, S. 46-54 und 81

Sher, William — An Alternative Proof of the B-M Theorem on the Existence of the Firm's Optimal Capital Structure, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 87 (1973), S. 474-481

Smith, Vernon L. — Corporate Financial Theory under Uncertainty, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 84 (197o), S. 451-471

Smith, Vernon L. — Default Risk, Scale, and the Homemade Leverage Theorem, in: American Economic Review, Bd. 62 (1972), S. 66-76

Sohmen, Egon — Allokationstheorie und Wirtschaftspolitik, Tübingen 1976

Solomon, Ezra	The Theory of Financial Management, New York und London 1963
Standop, Dirk	Optimale Unternehmensfinanzierung, Zur Problematik der neueren betriebswirtschaftlichen Kapitaltheorie, Berlin 1975
Stapleton, Richard C.	Portfolio Analysis, Stock Valuation and Capital Budgeting Decision Rules for Risky Projects, in: Journal of Finance, Bd. 26 (1971), S. 95-117
Stapleton, Richard C.	Some Aspects of the Pure Theory of Corporate Finance: Bankruptcies and Take-Overs: Comment, in: Bell Journal of Economics, Bd. 6 (1975), S. 7o8-71o
Stiglitz, Joseph E.	A Re-Examination of the Modigliani-Miller Theorem, in: American Economic Review, Bd. 59 (1969), S. 784-793
Stiglitz, Joseph E.	On the Optimality of the Stock Market Allocation of Investment, in: Quarterly Journal of Economics, Bd. 86 (1972), S. 25-6o
Stiglitz, Joseph E.	Some Aspects of the Pure Theory of Corporate Finance: Bankruptcies and Take-Overs, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Bd. 3 (1972), S. 458-482
Stiglitz, Joseph E.	On the Irrelevance of Corporate Financial Policy, in: American Economic Review, Bd. 64 (1974), S. 851-866
Stiglitz, Joseph E.	Some Aspects of the Pure Theory of Corporate Finance: Bankruptcies and Take-Overs: Reply, in: Bell Journal of Economics, Bd. 6 (1975), S. 711-714
Stone, Bernell Kenneth	Risk, Return, and Equilibrium - A General Single-Period Theory of Asset Selection and Capital-Market Equilibrium, Cambridge, Mass. und London 197o
Strömer, Joachim	Ausschüttungspolitik und Unternehmenswert von Publikumsgesellschaften, Frankfurt/M. und Zürich 1973
Süchting, Joachim	Zur Problematik von Kapitalkosten-Funktionen in Finanzierungsmodellen, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 4o. Jg. (197o), S. 329-348
Süchting, Joachim	Finanzmanagement - Theorie und Politik der Unternehmensfinanzierung, Wiesbaden 1977
Swoboda, Peter	Finanzierungstheorie, Würzburg-Wien 1973

Swoboda, Peter — Kapitaltheorie, betriebswirtschaftliche, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaftslehre, 4. Aufl., Stuttgart 1975, Sp. 2123-2134

Thompson, Howard E. — Mathematical Programming, the Capital Asset Pricing Model and Capital Budgeting of Interrelated Projects, in: Journal of Finance, Bd. 31 (1976), S.125-131

Tinsley, P.A. — Capital Structure, Precautionary Balances, and Valuation of the Firm: The Problem of Financial Risk, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 5 (197o), S. 33-62

Tobin, James — Liquidity Preference as Behavior towards Risk, in: Review of Economic Studies, Bd. 25 (1958), S. 65-86

Tobin, James — The Theory of Portfolio Selection, in: Hahn, F.H. und Brechling, F.P.R. (Hrsg.), The Theory of Interest Rates, London 1965, S. 3-51

Tobin, James — Comment on Borch and Feldstein, in: Review of Economic Studies, Bd. 36 (1969), S. 13-14

Tsiang, S.C. — The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis, Skewness Preference, and the Demand for Money, in: American Economic Review, Bd. 62 (1972), S. 354-371

Tsiang, S.C. — The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Reply and Errata for Original Article, in: American Economic Review, Bd. 64 (1974), S. 442-45o

Van Horne, James C. — Financial Management and Policy, 3. Aufl., London 1975

Vasicek, Oldrich A. und McQuown, John A. — The Efficient Market Model, in: Financial Analysts Journal, Bd. 28 (1972), No. 5, S. 71-84

Vickers, Douglas — Elasticity of Capital Supply, Monopsonistic Discrimination, and Optimum Capital Structure, in: Journal of Finance, Bd.22 (1967), S. 1-9

Wagner, Wayne H. und Lau, Sheila C. — The Effect of Diversification on Risk, in: Financial Analysts Journal, Bd. 27 (1971), No. 6, S. 48-53

Walras, Léon — Eléments d'économie politique pure, Edition définitive, Lausanne und Paris 1926

Warner, Jerold B. — Bankruptcy Costs: Some Evidence, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 337-347

Weingartner, H. Martin — Capital Rationing: n Authors in Search of a Plot, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 14o3-1431

Weston, J. Fred — Valuation of the Firm and its Relation to Financial Management, in: Robichek, A. (Hrsg.), Financial Research and Management Decisions, New York-London-Sydney 1967, S. 1o-28

Weston, J. Fred und Brigham, Eugene F. — Managerial Finance, 3. Aufl., London-New York-Sydney-Toronto 197o

Whitmore, G.A. — Market Demand Curve for Common Stock and the Maximization of Market Value, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 5 (197o), S. 1o5-114

Wilhelm, Jochen — Risikohorizont und Kreditspielraum, in: Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität, Nr. 12, Bonn 1975

Wilhelm, Jochen — Zum Beweis der Theoreme von Modigliani und Miller im Rahmen des Kapitalmarktmodells: Kommentar, in: Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität, Nr. 22, Bonn 1977

Williams, Joseph T. — A Note on Indifference Curves in the Mean-Variance Model, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 12 (1977), S. 121-126

Wippern, Ronald F. — Utility Implications of Portfolio Selection and Performance Appraisal Models, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Bd. 6 (1971), S. 913-924

Yawitz, Jess B. — Externalities and Risky Investments, in: Journal of Finance, Bd. 32 (1977), S. 1143-1149