

Herausforderungen bei der statistischen Analyse von Strukturbrüchen

Anwendung und Diskussion am Beispiel
von Sozialindikatoren



Ludwig-Maximilians-Universität München

2010

Bachelorarbeit
von **Manuela Bitterlich**
Sommersemester 2010

Herausforderungen bei der statistischen Analyse von
Strukturbrüchen

Diskussion und Anwendung am Beispiel von Sozialindikatoren

Institut für Statistik
Ludwig-Maximilians-Universität München

Betreuer: Prof. Dr. Thomas Augustin

15.09.2010

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	5
Einleitung	6
1 Sozialindikatoren	8
1.1 Begriffserklärung	8
1.2 Entstehung	9
1.3 Gegenwärtige Situation	10
1.4 Eigenschaften	11
2 Bedeutung und Herausforderungen des Verkehrs	14
2.1 Begriffserklärung	14
2.2 Bedeutung des Verkehrs	15
2.3 Demografische Herausforderungen	16
2.4 Ökologische Herausforderungen	18
2.5 Sozialindikatoren im Bereich Verkehr	20
3 Statistische Analyse von Strukturbrüchen	22
3.1 Daten	22
3.2 Zeitreihenanalyse	23
3.3 Lineares Regressionsmodell	24
3.3.1 Annahmen im linearen Regressionsmodell	26
3.3.2 Überprüfung der Modellannahmen auf Gültigkeit	26
3.3.3 Bestimmung des Grades der Autokorrelation	32
3.3.4 Möglichkeiten zur Bereinigung von Autokorrelation	34
3.3.5 Konsequenzen bei verletzten Annahmen	36
3.4 Modellbasierte Rekursive Partitionierung	36
3.4.1 Segmentierte Modelle	37
3.4.2 Algorithmus der modellbasierten rekursiven Partitionierung	38
3.4.2.1 Parameterschätzung	38
3.4.2.2 Test auf Parameterinstabilitäten	38

3.4.2.3	Aufteilung	39
3.5	Generalisierte M-Fluktuationstests auf Parameterinstabilitäten	46
3.5.1	Generalisierter M-Fluktuationsprozess	46
3.5.2	Generalisierte M-Fluktuationstests	46
3.5.2.1	Bestimmung des Scores	47
3.5.2.2	Teststatistiken	47
4	Zusammenfassung und Ausblick	54
	Literaturverzeichnis	55
	Anhang	60
A	Ergebnisse der linearen Modelle mit dem Lag- bzw. dem Differenzen-Operator	60
B	CD	62

Abbildungsverzeichnis

2.1	Was gehört zum Verkehr? [DESTATIS, 2006]	14
2.2	Alterspyramiden im Vergleich zwischen 2010 und 2060 [DESTATIS, 2010a]	17
3.1	Zeitreihe der Variablen Getötete pro 10000 Einwohner	24
3.2	Streudiagramm zwischen den Variablen Getötete und Jahr mit eingezeichneten Regressionsgeraden	25
3.3	Annahme- und Ablehnbereiche beim Durbin-Watson-Test	27
3.4	Residualplots zur Überprüfung der Annahmen der linearen Einfachregression	30
3.5	Links: Autokorrelationsdiagramm für die Variable Getötete; Rechts: partielle Autokorrelationen für die Variable Getötete	33
3.6	Baum basierend auf linearer Regression für die Variable Getötete pro 10000 Einwohner	42
3.7	Residualplots für die einzelnen Splits zur Annahmenüberprüfung	45
3.8	Ergebnis des M-Fluktuationstests: Double Maximum Test	50
3.9	Linke Grafik: BIC und RSS für segmentiertes Modell. Rechte Grafik: Beobachtete und gefittete segmentierte Zeitreihe mit eingezeichneten Bruchpunkten und dazugehörigen Konfidenzintervallen	52
1	Residualplots für lineares Modell mit Lag-Operator	61
2	Residualplots für lineares Modell mit Differenzen-Operator	62

Einleitung

Verkehr ist ein zentraler Bestandteil des menschlichen Lebens. Ein leistungsfähiges Verkehrswesen und ein hoher Grad an Mobilität für die Bevölkerung sind Bedingungen für eine moderne Gesellschaft, für Wirtschaftswachstum und daraus folgend für Beschäftigung und Wohlstand.

Verkehr ermöglicht die aktive Teilnahme am gesellschaftlichen Leben und bietet jedem Menschen individuelle Bewegungsfreiheit. Denn Mobilität (Bewegung) entsteht immer, wenn es zu Ortsveränderungen kommt, sei es durch Wohnen, Arbeiten, Freizeitgestaltung etc.

Jedoch bringt Verkehr nicht nur positive Aspekte mit sich. Die verursachten Emissionen sind sowohl im Hinblick auf Schadstoffe als auch auf Lärm hoch. Weiter kommt es durch Rücksichtslosigkeit oder Fahrlässigkeit immer wieder zu Unfällen.

Um die positiven aber auch negativen Auswirkungen des Verkehrssektors beurteilen zu können, werden in den verschiedensten Bereichen Daten erhoben. Man spricht von Sozialindikatoren, genauer gesagt von Verkehrsindikatoren. Mithilfe dieser Indikatoren kann man einen Teil zur Berechnung von Lebensqualität beitragen, die über Indikatoren aus 14 Lebensbereiche messbar gemacht werden soll.

In dieser Arbeit werden ausgewählte Verkehrsindikatoren aus dem Straßenverkehr statistisch insbesondere auf Strukturbrüche untersucht. Die Daten behandeln Auswirkungen von Verkehrsunfällen wie zum Beispiel Sachschaden oder Personenschaden, Getötete oder Verletzte. Es wird untersucht, ob die Indikatoren über die Jahre annähernd konstant bleiben, oder ob es zu einer stärkeren Veränderung in der Struktur kommt. Dieses Verfahren tritt oft bei der statistischen Zeitreihenanalyse auf, bei der die Daten nach der diskreten Variable Zeit geordnet sind.

Man spricht von einem Strukturbruch, wenn sich über eine lange Zeitreihe hinweg ein geltendes Muster verändert. Das bedeutet, wenn bei einer Regressionsanalyse sich die Parameter signifikant verändern. Dabei werden das Verfahren der modellbasierten rekursiven Partitionierung und das Verfahren der generalisierten M-Fluktuationstests angewendet, bei denen jeweils das geltende Modell in Submodelle aufgeteilt wird und somit eine separate Anpas-

sung der Daten in den einzelnen Segmenten vorgenommen wird.

Die Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut:

In **Kapitel 1** wird der allgemeine Begriff Sozialindikator vorgestellt, insbesondere wie Sozialindikatoren entstanden sind und wie man heute man Ihnen umgeht und welche Eigenschaften sie erfüllen sollten.

Auf die Wichtigkeit und die Problematik des Verkehrssektors wird in **Kapitel 2** genauer eingegangen. Dabei werden speziell demografische und ökologische Herausforderungen betrachtet.

Im **dritten Kapitel** der statistischen Analyse von Strukturbrüchen werden die Verfahren zur Entdeckung von Strukturbrüchen, die modellbasierte rekursive Partitionierung und das Verfahren des M-Fluktuationstests, benutzt und am Beispiel des Verkehrsindicators Getötete angewendet. Außerdem wird zu Beginn der Analyse das lineare Regressionsmodell und die Zeitreihenanalyse kurz vorgestellt.

Zum Schluss in **Kapitel 4** wird die Arbeit noch kurz zusammengefasst und ein Ausblick für weitere mögliche Analysen erstellt.

Es wird noch darauf hingewiesen, dass sich alle genannten Beispiele auf den Verkehrssektor beziehen, die meisten mit Bezug auf die Variable Getötete.

Die Auswertung und die Ergebnisse der restlichen Variablen befinden sich kurz zusammengefasst auf der beigelegten CD.

Kapitel 1

Sozialindikatoren

1.1 Begriffserklärung

Der Begriff Indikator lässt sich vom lateinischen Wort „indicare“ ableiten, welches übersetzt „anzeigen, melden“ bedeutet. Ein Indikator ist also allgemein gesehen ein beobachtbarer beziehungsweise ein messbarer Anzeiger für bestimmte Sachverhalte, welcher dem Menschen gewisse Informationen liefert [Blumes, 2010]. Soziale Indikatoren beziehen sich somit auf bestimmte Sachverhalte aus dem Bereich der Sozialwissenschaften.

Soziale Indikatoren, auch Sozialindikatoren genannt, kann man als statistische Messinstrumente definieren mit denen das Niveau und die zeitliche Entwicklung sozialer Probleme und Ereignisse gemessen werden können. Weiter werden sie auch als ein repräsentatives Bild einer Gesellschaft angesehen, da sie überwiegend quantitative Daten zusammenfassen. Sie geben Auskunft über Lebensqualität, den Gesamtzustand und die Entwicklungen einer Gesellschaft und bieten eine Möglichkeit zur Beobachtung der Wohlfahrtsentwicklung. Soziale Indikatoren sollten einfach, dennoch präzise, eindeutig und aussagefähig sein. Um die Aussagefähigkeit zu gewährleisten, werden die zugrunde liegenden Daten zusammengefasst dargestellt und z.B. nach Geschlecht aufgeschlüsselt, was die Qualität der Informationen erhöht [Weiss, 2010].

Üblicherweise unterscheidet man zwischen Mittel- und Resultatindikatoren. Unter Mittelindikatoren versteht man den Ist-Zustand eines Prozesses. Dies bedeutet, dass die Intervention gemessen wird, zum Beispiel das Verkehrsrisko pro 1000 Einwohner in Deutschland. Resultatindikatoren stellen die Auswirkungen dieser Prozesse dar, zum Beispiel die Unfallrate. Wird das Verhältnis dieser beiden Indikatoren betrachtet, so ergibt sich die Effizienz der Intervention. Dabei steht der Mittelindikator im Zähler und der Resultatindikator im Nenner. Als Beispiel dient hierbei die Entwicklung der Anzahl der Fahrzeuge mit Neuzulassung in Abhängigkeit von der Unfallrate.

Somit kann man vier Arten von Kennzahlen unterscheiden. Einfache Kennzahlen, die verschiedene Sachverhalte aus dem sozialen Bereich beschreiben, Mittelindikatoren, die Interventionen messen, Resultatindikatoren, die die Auswirkungen der Prozesse genauer erklären und Verhältniskennzahlen, die Verhältnisse zwischen Mittel- und Resultatindikatoren darstellen [Thürk and Riedel, 2005].

1.2 Entstehung

Die Sozialindikatorenforschung entstand Mitte der sechziger Jahre in den USA. In einem Projekt der Weltraumbehörde NASA aus dem Jahre 1962 wurden die möglichen gesellschaftlichen Nebenwirkungen des Raumfahrtprogramms für die amerikanische Gesellschaft untersucht. Die Untersuchung kam zu dem Ergebnis, dass geeignete Daten schlichtweg fehlten. Der Leiter dieses Projekts Raymond A. Bauer prägte zudem den Begriff „social indicators“.

Durch dieses Projekt wurden weitere Forschungen in Gang gesetzt und Versuche unternommen, die Lebensbedingungen zusammenhängender als zuvor zu beschreiben. Der Durchbruch der Anerkennung von Sozialindikatoren gelang mit dem im Jahre 1966 entstandenen Expertengremium, welches im Rahmen eines Regierungsauftrags eine Art Prototyp eines Sozialberichts mit dem Titel „Toward a social report“ entwickelte, der im Jahr 1969 veröffentlicht wurde [Habich et al., 1994].

Vorläufer sozialer Indikatoren existieren ungeachtet dessen wohl schon so lange wie die Statistik selbst.

In der Geschichte gibt es etliche Beispiele für die Verwendung von Sozialindikatoren, die wegweisende und bedeutende Erkenntnisse brachten.

Anzuführen ist zum Beispiel die Untersuchung von Geburten und Sterbefällen von John Graunt, der in seinem Buch „Natural and Political Observations mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality“ aus dem Jahr 1662 die Geburten und Todesfälle in London zwischen 1604 und 1661 zusammenstellt. Graunt war von dem Gedanken geleitet worden, *„erfahren zu wollen, wie viele Menschen wohl existieren von jedem Geschlecht, Stand, Alter, Glauben, Gewerbe, Rang oder Grad etc. und wie durch selbiges Wissen Handel und Regierung sicherer und regulierter geführt werden könnten; weil, wenn man die Bevölkerung in erwähnter Zusammensetzung kennt, so könnte man den Verbrauch in Erfahrung bringen, den sie benötigen würde; auf dass Handel dort erhofft würde, wo er unmöglich ist“* [Romeike and Hager, 2009, Seite 34-35].

Aber auch der englische Statistiker William Petty (1623-1687), und die in Deutschland agierenden Johan Peter Süßmilch (1707-1767) und Caspar Neumann (1648-1715) sind hier zu nennen. Bereits im 17. und 18. Jahrhundert versuchten Petty und Jeremy Bentham (1748-1832) die öffentliche Moral zu erfassen, heute würde man es innere Sicherheit bezeichnen.

Daraufhin wurde erkannt, dass detaillierte Informationen über verschiedene Lebensbereiche wichtig sind und man diese sammeln und analysieren sollte [Buttler, 1976].

1.3 Gegenwärtige Situation

Heutzutage gibt es in der Bundesrepublik Deutschland ein ausgereiftes Indikatorensystem, das mit 14 Lebensbereichen einen Großteil aller mehr oder weniger interessierenden Größen abdeckt. Zudem kann man die Indikatoren auch auf andere Weise gliedern. Die Aufteilung der Indikatoren in ihre erfassten Bereiche unterscheidet sich je nach Institution.

So unterscheidet das Statistische Bundesamt Deutschland (DESTATIS) zwischen Konjunkturindikatoren, Strukturindikatoren, Nachhaltigkeitsindikatoren, zu denen die Umweltindikatoren gerechnet werden und weiteren sonstigen Indikatoren [DESTATIS, 2010b].

GESIS, das Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften, arbeitet mit dem „System Sozialer Indikatoren“ für die Bundesrepublik Deutschland, das vierzehn Lebensbereiche mit knapp 400 Indikatoren und über 3000 Zeitreihen umfasst. Der Zeitraum der Beobachtungen beginnt in den fünfziger Jahren bis heute. Zu den Lebensbereichen zählen Bevölkerung, sozioökonomische Gliederung und Schichtestufung, Arbeitsmarkt und Beschäftigungsbedingungen, Einkommen und seine Verteilung, Einkommensverwendung und Versorgung, Verkehr, Wohnung, Gesundheit, Bildung, Partizipation, Umwelt, Öffentliche Sicherheit und Kriminalität, Freizeit und Mediennutzung als auch allgemeine Wohlfahrtsmaße [Noll, 2010a]. Die meisten Indikatoren messen den Grad, inwieweit wohlfahrtsbezogene gesellschaftliche Werte und Ziele in den ausgewählten Lebens- oder Politikbereichen erreicht werden. Man geht davon aus, dass alle Bereiche für die individuelle Wohlfahrt wichtig und von politischem Interesse sind [Noll, 2010b].

Nicht nur in Deutschland sondern in zahlreichen Ländern werden Indikatoren zur Messung der Lebensbedingungen der Bevölkerung beschlossen und angewendet.

In Europa führte eine Liste von Indikatoren der OECD dazu, dass die meisten westlichen Staaten regelmäßig Übersichten über unterschiedliche Kriterien der Lebensbedingungen er-

stellen.

Zudem ist für Europa das Europäische System sozialer Indikatoren zu nennen, das neben den 27 EU-Ländern noch Norwegen und die Schweiz als auch Japan und die USA als Referenzgesellschaften umfasst. Dieses europäische System ist von Bedeutung, da somit Dauerbeobachtungen von individueller Lebensqualität verglichen werden können.

Deshalb sollten die Indikatoren bestimmten Voraussetzungen entsprechen [Noll, 2010c]:

- Beachtung einer „europäischen Dimension“
- Einbeziehung von neuen Dimensionen in den Bereichen Wohlfahrt und sozialer Wandel
- Benutzung der besten Datenquellen und Gewährleistung von internationaler Vergleichbarkeit

Allerdings hat man festgestellt, dass Sozialindikatoren keine Zauberformeln sind, *„die sich irgendwann einmal aus vollentwickelten sozialwissenschaftlichen Theorien erschließen, sondern sie sind - einfach und schwierig zugleich - nichts anderes als: relevante Statistiken zur Messung persönlicher Bedürfnisse und gesellschaftlicher Leistungen.“* [Buttler, 1976, Seite 16ff.].

Es handelt sich einfach um eine Aufstellung relevanter Statistiken, um den Begriff Lebensqualität besser operationalisieren, also messbar machen zu können. Problematisch dabei ist, dass Bereiche die nur schwer quantitativ fassbar sind, schnell übergangen werden. Allerdings sind diese Bereiche genauso wichtig und man muss versuchen diese mit Hilfe neuer Indikatoren zu messen. Denn nicht nur das was bereits zahlenmäßig erfasst wird, ist von Bedeutung [Buttler, 1976].

1.4 Eigenschaften

Sozialindikatoren haben verschiedene Eigenschaften die im Weiteren genauer betrachtet werden.

Objektive vs. Subjektive Indikatoren

Grundsätzlich wird zwischen objektiven und subjektiven Indikatoren unterschieden. Objektive Indikatoren liefern Informationen über Sachverhalte, die unabhängig von individuellen Empfindungen und Bewertungen ermittelt werden können. Somit können objektive Indikatoren auf unterschiedlichste Art und Weise gewonnen werden und beruhen nicht ausschließlich auf Befragungen. Zwar werden in der amtlichen Statistik etwa über den Mikrozensus

oder der Einkommens- und Verbrauchsstichprobe objektive Indikatoren via Befragungen erhoben, allerdings könnte man an diese Informationen auch über andere Wege gelangen. Bei subjektiven Indikatoren hingegen werden die Individuen nicht nur als Informanten sondern unmittelbar als Instanzen herangezogen. Sie spiegeln die persönlichen Beurteilungen, Ansichten und Wahrnehmungen wieder. Deshalb können subjektive Indikatoren ausschließlich über Befragungen erhoben werden. Im Bereich Verkehr stehen die objektiven Indikatoren im Vordergrund, so dass die folgenden Ausführungen darauf Bezug nehmen [Noll, 2000, Seite 4].

Prinzipien

Neben der Unterscheidung zwischen objektiven und subjektiven Indikatoren gibt es gewisse Anforderungen an soziale Indikatoren, die sich aus dem Verwendungszusammenhang heraus ergeben. Dabei unterscheidet man zwischen Anforderungen an einzelne Indikatoren und Anforderungen an die Gesamtheit aller Indikatoren. Die Prinzipien beziehen sich auf das Problem der sozialen Ausgrenzung, lassen sich jedoch auf viele weitere Arten von Indikatoren anwenden.

Als allgemeine Kriterien für einzelne Indikatoren können gelten: Erstens dass der Kern eines Problems aufgezeigt wird und für den Sachverhalt relevant ist. Denn ohne genaue Definition eines Problems können diese länder- oder bundesweit oder international nicht verglichen werden. Zweitens sollten die Indikatoren robust und statistisch valide sein, d.h. der Indikator zeigt genau den Sachverhalt an der definiert worden ist. Als drittes Kriterium ist zu nennen, dass Indikatoren nicht manipulierbar sein sollten. Daher ist es gut zu wissen, ob die Daten aus sicheren Quellen stammen. Viertens sollten die Indikatoren die Eigenschaft der nationalen und internationalen Vergleichbarkeit, Klassifizierbarkeit und Vollständigkeit erfüllen. Das letzte Kriterium stellt sicher, dass die Daten zeitnah und kontrollierbar erhoben werden und keine übermäßige Belastung für die Bürger darstellt.

Für die Gesamtheit der Indikatoren sollten zusätzliche Kriterien erfüllt sein. Zum einen wäre es gut, wenn die Indikatoren über verschiedene zu messende Dimensionen ausgewogen sind. Weiter sollte das Gewicht der einzelnen Indikatoren gleich sein und die Indikatoren sollten beim Vergleich keine Widersprüchlichkeit vorweisen, denn ansonsten kann es zu Missverständnissen und Irritationen kommen. Außerdem sollten sie transparent sein, das bedeutet, jeder sollte die Funktion der Indikatoren verstehen können [Atkinson et al., 2002].

Funktionen sozialer Indikatoren

Zu den bisherigen genannten Eigenschaften gibt es zudem noch verschiedene Funktionen, die soziale Indikatoren in ihrer Anwendung im Zusammenhang mit sozialen Problemen erfüllen.

- Identifizierungsfunktion: Erkennung von sozialen Problemen und deren Definition
- Gewichtungsfunktion: Bestimmung von Aussagen über die Größe und die Sachlichkeit sozialer Probleme
- Vergleichsfunktion: Vergleich zwischen unterschiedlichen gesellschaftlichen Systemen bezüglich sozialer Probleme
- Beobachtungsfunktion: Dauerbeobachtung sozialer Probleme und Beurteilung ihrer Entwicklungen
- Antizipationsfunktion: Funktion der Indikatoren als „Frühwarnsignale“ für zukünftige Entwicklungen
- Evaluationsfunktion: Unterstützung zur Beurteilung der Wirkungen sozialpolitischer Maßnahmen

Im Verkehrssektor finden speziell die Beobachtungs- und Antizipationsfunktion Anwendung. Die Verkehrsdaten liegen hauptsächlich über verschiedene Jahre vor und werden über Dauerbeobachtungen fortgeführt. Somit kann man sie auch als Frühwarnsignale bezeichnen, da sie Grundlage für Vorhersagen sind [Bohle, 1981].

Kapitel 2

Bedeutung und Herausforderungen des Verkehrs

2.1 Begriffserklärung

Den Begriff Verkehr assoziieren viele Menschen mit dem Straßenverkehr, da dieser am meisten wahrgenommen und genutzt wird. Zum Straßenverkehr gehören sowohl die Verkehrsmittel als auch die Verkehrswege und nicht zuletzt Tankstellen und Parkplätze. Allerdings zählen nicht nur der Straßenverkehr sondern auch der Schienenverkehr, die Binnenschifffahrt, die Seeschifffahrt, der Luftverkehr, Rohrleitungen und der Nachrichtenverkehr zum Oberbegriff Verkehr [DESTATIS, 2006].

Die Rohrleitungen und der Nachrichtenverkehr lassen sich zu sonstigen Verkehr zusammen-

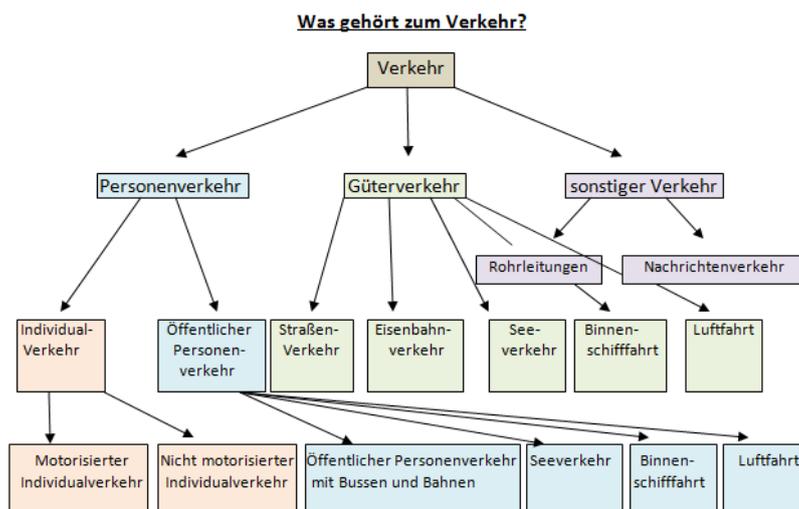


Abbildung 2.1: Was gehört zum Verkehr? [DESTATIS, 2006]

fassen. Hingegen können die anderen Teilbereiche des Verkehrs je nach Nutzung sowohl zum Personenverkehr als auch zum Güterverkehr gezählt werden. Wobei beim Personenverkehr noch weiter zwischen Individualverkehr und dem öffentlichen Personenverkehr unterschieden wird.

Verkehrstote beziehen sich hauptsächlich auf den Individualverkehr, also zum Personenverkehr, da über 90% der Verkehrstode im Straßenverkehr auftreten [Gesundheitsberichterstattung des Bundes, 2010].

Ohne den Verkehr würde die moderne Volkswirtschaft nicht funktionieren, denn dieser spielt eine zentrale Rolle. Durch Verkehr wird Mobilität erst möglich, die den einzelnen Menschen die Möglichkeit zur aktiven Teilnahme am gesellschaftlichen Leben gibt und als ein hohes Maß an individuellen Freiheiten gilt [Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2010]. Neben der Mobilität der Menschen darf die der Güter nicht vergessen werden, denn sie gewährleisten letztlich arbeitsteilige Wirtschaften und Wertschöpfung in allen Wirtschaftssektoren [DESTATIS, 2009]. Verkehr ermöglicht sowohl Tourismus und Freizeitaktivitäten als auch nationale und internationale Arbeitsteilung.

Verkehr bedeutet aber auch Belastung, wie etwa durch Unfälle, Lärm und Luftverschmutzung [DESTATIS, 2008].

Deshalb steht der Verkehr im Spannungsfeld zwischen Wachstum und Umwelt. Die Gesellschaft verlangt nach immer mehr Mobilität, jedoch muss ein gutes Mittelmaß mit der Umwelt gefunden werden, da die ständig wachsende Nachfrage nach Verkehr nicht allein durch den Bau neuer Infrastrukturen und durch die Öffnung der Märkte bewältigt werden kann. Ein modernes Verkehrssystem muss in wirtschaftlichen, sozialen und ökologischen Bereichen auf Dauer tragbar sein [Kommission der europäischen Gemeinschaften, 2001].

2.2 Bedeutung des Verkehrs

Dass der Sektor Verkehr von zentraler Bedeutung ist, zeigt die immer weiter zunehmende Nachfrage nach Mobilität. In der Bundesrepublik Deutschland entfallen im Jahr 2008 etwa 3.6% des Bruttoinlandsprodukts und ca. 4.2% der Arbeitsplätze auf den Bereich Verkehr [Bundesministerium für Verkehr Bau und Stadtentwicklung, 2009]. Dieser Anteil beschreibt nur unzureichend die Wichtigkeit dieses Sektors, da bei der Berechnung die funktionale Seite des Verkehrs nicht berücksichtigt wird.

In der Europäischen Union (EU) beträgt der Anteil eines weit gefassten Begriffs des Verkehrssektors ca. 7% am europäischen Bruttoinlandsprodukt und etwa 5% der Arbeitsplätze.

Dabei zählen zu den Arbeitsplätzen sowohl die Verkehrsdienstleistungen als auch der Fahrzeugbau.

Die Bedeutung des Verkehrs liegt aber auch darin, dass gegen die Belastungen, wie Unfälle, Lärm und Luftverschmutzung, Maßnahmen ergriffen werden müssen. Das angesprochene Spannungsfeld zwischen Wachstum und Umwelt benötigt Verbesserungen und Einschränkungen. Denn der Ausbau der Verkehrsinfrastruktur fordert Lebensräume für die Tier- und Pflanzenwelt. Auch im Bereich der Umwelt sind noch viele Verbesserungen erforderlich, denn der Anstieg an Treibhausgasemissionen war im Vergleich zu 1990 in keinem anderen Wirtschaftssektor der EU so hoch wie im Verkehrssektor. Um dem entgegenzuwirken wurden unter anderem strenge Emissionsnormen für bessere Luftqualität eingeführt [Europäische Kommission: Generaldirektion Energie und Verkehr, 2009]. In der Bundesrepublik Deutschland ist zum Beispiel die Einführung von Umweltzonen in Großstädten zu nennen, welche zur Verringerung der gefährlichen Feinstaubpartikel und zur Verbesserung der Luftqualität beitragen sollen.

Im Folgenden werden wichtige Herausforderungen an den Bereich Verkehr diskutiert, die möglicherweise einen großen Einfluss auf die Entwicklung des zukünftigen Verkehrs haben könnten. Es werden ausgewählte demografische und ökologische Herausforderungen genauer betrachtet, das jedoch nicht bedeutet, dass in anderen Bereichen nicht ebenso wichtige Entscheidungen zu treffen sind.

2.3 Demografische Herausforderungen

Aus demografischer Sicht ist es schwierig vorauszusagen, welche Entwicklungen am meisten Einfluss auf den zukünftigen Verkehr haben werden. Zwei wichtige Aspekte, die dem Verkehrssektor in Zukunft noch vor Schwierigkeiten und Herausforderungen stellen könnten, werden im Weiteren genauer betrachtet.

Alterung

Ein großes Problem stellt die Alterung der Bevölkerung dar. In der Bundesrepublik Deutschland leben heute etwa 82 Millionen Menschen, im Jahr 2060 wird die Bevölkerung nur mehr 65 Millionen Menschen umfassen. Allerdings wird sich die Altersstruktur erheblich ändern.

Diese Entwicklung der Bevölkerung lässt sich gut in den Alterspyramiden (Abbildung 2.2) ablesen. Im Jahr 2010 beträgt der Anteil der über 65-jährigen 21% an der Gesamtbevölkerung, dies wird sich voraussichtlich bis zum Jahr 2060 auf 34% an der Gesamtbevölkerung erhöhen.

Das bedeutet, dass 2060 wohl jeder Dritte über 65 Jahre alt sein wird. Diese Prognose ist jedoch vage, denn Annahmen über Bevölkerungsveränderungen sind eventuell unzureichend berücksichtigt.

Bei der Bevölkerungsvorausberechnung wurden folgende Annahmen getroffen:

- Die Geburtenhäufigkeit bleibt annähernd konstant bei 1,4 Kindern je Frau.
- Die Lebenserwartung für Neugeborene liegt im Jahr 2060 für Jungen bei 85,0 Jahren und für Mädchen bei 89,2 Jahren.
- Der jährliche Wanderungssaldo beträgt 100 000 Personen.

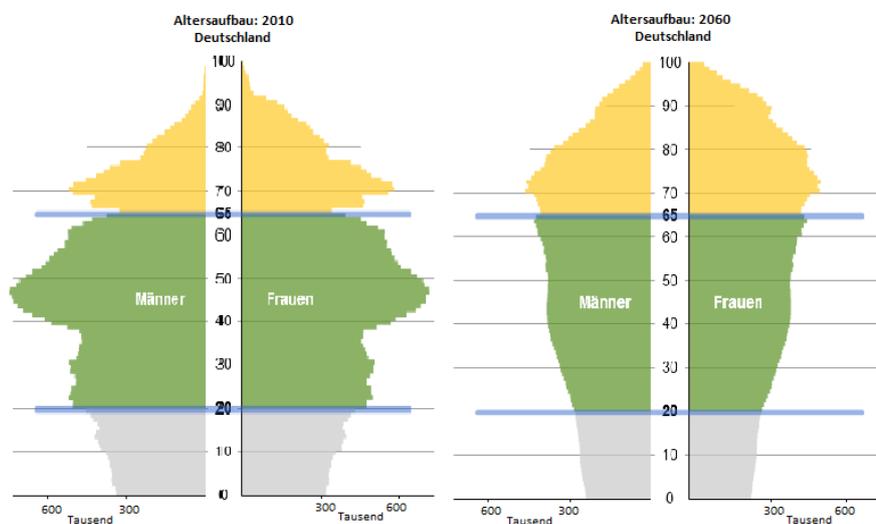


Abbildung 2.2: Alterspyramiden im Vergleich zwischen 2010 und 2060 [DESTATIS, 2010a]

In der Grafik ist zu erkennen, dass die Zahl der Geburten immer weiter zurückgehen wird und die Zahl der zwischen 20- und 64-jährigen abnehmen wird. Im Jahr 2010 beträgt der Anteil der 20 bis 64-jährigen 61% an der Gesamtbevölkerung, dieser wird im Jahr 2060 auf nur mehr 50% sinken. Außerdem sieht man die zunehmende Lebenserwartung, da die Gelbeinfärbung (oberes Drittel) über 90 Jahre eine größere Fläche abdeckt als im Jahr 2010.

Der Altenquotient gibt die Anzahl der Menschen im Rentenalter je 100 Personen im Erwerbsalter an. 2010 kommen dem zufolge 34 Rentner auf 100 Personen im Alter zwischen 20 und 64 Jahren. 2060 beträgt der Altenquotient, bei den gegebenen Annahmen 67 [Bundesministerium für Arbeit und Soziales, 2010].

Warum stellt Alterung der Gesamtbevölkerung eine Herausforderung für den Verkehrssektor dar?

Menschen ab einem gewissen Alter verreisen in der Regel weniger als zuvor, dennoch ist die Tendenz zu Reisen der Senioren von heute um einiges größer als bei den Generationen davor. Diese Entwicklung wird sich vermutlich weiter fortsetzen, denn sie wird unterstützt von besserer Gesundheit, einem umfangreicheren Reiseangebot und besseren Fremdsprachenkenntnissen.

Das Problem für den Verkehrssektor in einer älter werdenden Gesellschaft liegt vor allem darin, dass mehr öffentliche Mittel im Bereich der Gesundheitsfürsorge und Pflege und im Bereich der Rentenzahlungen benötigt werden. Somit wird der Anteil der öffentlichen Mittel für den öffentlichen Verkehr sinken und die Bereitstellung und Instandhaltung von Verkehrsinfrastrukturen einschränken.

Zuwanderung

Der zweite Aspekt für den Verkehrssektor ist die Zuwanderung. Die Zuwanderung wirkt auf dem Arbeitsmarkt der Alterung entgegen. Bei der Bevölkerungsvorausberechnung geht man von einem Wanderungssaldo von +100.000 Personen aus. Da dieser Wert positiv ist überwiegen somit die Zuwanderungen die Abwanderungen. Dennoch wurde bis vor wenige Jahre noch mit einem Wanderungssaldo von +200.000 Personen gerechnet. Gründe für diese sinkende Zuwanderung ist zum einen der Rückgang der Anzahlen deutschstämmiger Auswanderer, schlechte Aussichten auf Beschäftigungsmöglichkeiten für Zuwanderer und eine strenge Asylpolitik. Dies könnte einen Wettbewerb um qualifizierte Einwanderer zwischen den OECD-Ländern unterstützen, so dass ein Zuwanderungssaldo von über 100.000 Personen als unwahrscheinlich angesehen werden können [Canzler, 2010].

Für den Verkehr ist Zuwanderung dennoch eine große Unterstützung, denn Zuwanderer halten Verbindungen mit ihren Herkunftsländern, was zu einem verstärkten Personen- und Warenverkehr über die Grenzen führen kann. Weiter wird die Mobilität der Arbeitnehmer mit zunehmender Vertiefung des Binnenmarktes zunehmen [Europäische Kommission: Generaldirektion Energie und Verkehr, 2009].

2.4 Ökologische Herausforderungen

Umweltbelastungen

Die ökologischen Herausforderungen liegen wie bereits angesprochen bei den enormen Umweltbelastungen die der Verkehr mit sich bringt. Ziel sollte sein, dass in allen Bereichen

die schwerwiegenden Umweltbelastungen angegangen werden. Zum Beispiel trägt der Verkehrssektor zur Verringerung der Treibhausgasemissionen eine Schlüsselrolle, da der Anstieg in diesem Wirtschaftssektor am höchsten ist. In einigen europäischen Ländern liegt eine gefährlich hohe Belastung durch Luftverschmutzung und Lärm vor. Speziell die Konzentration von PM10, Feinstaub, übersteigt in mehreren Gebieten den Grenzwert von 2005, hier ist der Verkehr die zweitwichtigste Quelle.

Diese Maßnahmen sind in Zukunft notwendig, da bekannt ist, dass Umweltbelastungen den Klimawandel weiter vorantreiben und dieser auch Auswirkungen auf den Verkehrssektor haben wird. So führt zum Beispiel der Anstieg des Meeresspiegels zur Schwächung von Küsteninfrastrukturen und Häfen. Auch starke Unwetter können die Sicherheit verschiedenster Verkehrsmittel beeinträchtigen und ihren Einsatz beschränken. Fluten und Hochwasser als auch Dürren können den Binnenschiffsverkehr behindern.

Verknappung fossiler Brennstoffe

Die Verknappung fossiler Brennstoffe ist speziell für den internationalen Schiffsverkehr von Bedeutung, da momentan der Transport von fossilen Brennstoffen etwa die Hälfte des Volumens der Transporte auf See ausmacht.

Öl ist eine der wertvollsten Ressourcen für unser Leben, denn es ist eine der wichtigsten Energiequellen. Die Ölvorräte schwinden, aber die Nachfrage nach Erdöl und anderen Brennstoffen wird die Preise weiter in die Höhe treiben. Die bestehenden Ölquellen können den steigenden Bedarf nicht mehr decken. Es bleibt nicht aus, dass neue Technologien zur Energieerzeugung eingesetzt werden müssen. Die vermehrte Nutzung von Energien erneuerbarer Quellen führt durch technologische Fortschritte und Massenproduktion zu einer deutlichen Preisreduzierung. Dadurch werden Investitionen in die neuen Energiequellen zunehmen. Die Errichtung entsprechender Infrastrukturen und die lange Nutzungsdauer von Fahrzeugen werden den Prozess jedoch hinauszögern.

Verstädterung

Eine weitere Herausforderung für den Verkehrssektor liegt in der immer weiter zunehmenden Verstädterung. Der Anteil an Menschen die in Städten wohnt, betrug im Jahr 2007 72% der EU-Bevölkerung und soll bis zum Jahr 2050 auf 84% ansteigen. In Deutschland lebten 2007 etwa 88% der Bevölkerung in Städten [Auswärtiges Amt der Bundesrepublik Deutschland, 2007]. Der Grund für die Verstädterung liegt darin, dass die räumliche Nähe von Menschen und Wirtschaftstätigkeiten Vorteile mit sich bringt.

In Europa hebt sich in den letzten 50 Jahren der Anstieg der Bevölkerung in städtischen Gebieten gegenüber dem Anstieg der Wohnbevölkerung ab. Diese Veränderung stellt eine Herausforderung für den Nahverkehr dar, da es mit einer Forderung nach mehr Individualverkehr einhergeht und zudem Staus und Umweltprobleme vermehrt auftreten. Bereits 40% der CO₂-Emissionen werden durch den Nahverkehr verursacht. Weiter haben die Transportunternehmen ihren Ursprung in städtischen Randgebieten, so dass Verkehrsüberlastungen in Städten auch negative Auswirkungen im Überlandverkehr bringen [Europäische Kommission: Generaldirektion Energie und Verkehr, 2009].

2.5 Sozialindikatoren im Bereich Verkehr

Sozialindikatoren im Bereich Verkehr sind zum Beispiel das Verkehrsrisiko, die Unfallrate, Verletzte und Getötete im Straßenverkehr oder aber in anderen Bereichen, Umweltverschmutzung durch bestimmte Verkehrsmittel usw. Verkehr umfasst somit Nachhaltigkeitsindikatoren aber auch Strukturindikatoren. Die Analyse auf Strukturbrüche behandelt in der vorliegenden Arbeit ausschließlich den Indikator Getötete im Straßenverkehr. Dabei handelt es sich um einen Resultatindikator, da die Anzahl der tödlich Verunglückten ein Resultat des Verkehrsrisikos ist.

Verkehr ist einer der 14 Lebensbereiche von GESIS, der zur Operationalisierung des Begriffs Lebensqualität beiträgt. Denn ist zum Beispiel die Zahl der Getöteten im Straßenverkehr sehr hoch, wirkt sich dies negativ auf die Lebensqualität aus, da man einer ständigen Gefahr im Verkehr ausgesetzt ist.

Dass es sich bei der Variable Getötete tatsächlich um einen Sozialindikator handelt, kann man über die Erfüllung der Anforderungen an Indikatoren überprüfen. Die Daten über Verkehrstote werden zeitnah jährlich erhoben und stellen keine Belastung für die Bevölkerung dar, denn sie werden von den Registern der Polizei erfasst. Somit entstammen die Daten aus sicheren Quellen und sind nicht manipulierbar.

Wenn Daten aus staatlichen oder halbstaatlichen Einrichtungen, aus Statistischen Ämtern oder aus sozialwissenschaftlichen Datenarchiven vorliegen, die für Sekundäranalysen bereitgestellt werden, spricht man von prozessproduzierten Daten. Die Daten werden in den genannten Institutionen in den jeweiligen Arbeitsbereichen gesammelt und durch Verwaltungsvorgänge erzeugt. Der Vorteil liegt darin, dass es sich um ein nichtreaktives Messverfahren handelt, d.h. die Daten unterliegen nicht der Gefahr, dass sie beeinflusst oder gefälscht werden können [Ghanbari, 2002].

Außerdem kann man die Daten international vergleichen, denn die Angaben sind in Ab-

solutzahlen gegeben, sodass man sie in das gewünschte Format leicht umändern kann. Jedoch muss man die Definition von Verkehrstoten des jeweiligen Landes berücksichtigen. In Deutschland zählen bis 1952 die am Unfalltag Verstorbenen Personen zu den Getöteten. Seit 1953 zählen zu den Getöteten im Straßenverkehr die Personen, die auf der Stelle getötet werden oder die innerhalb von 30 Tagen an Unfallfolgen sterben [DESTATIS, 2010d].

Kapitel 3

Statistische Analyse von Strukturbrüchen

3.1 Daten

Die folgende Analyse basiert auf Daten, die das Statistische Bundesamt der Öffentlichkeit zur Verfügung stellt, d.h. bei den Daten handelt es sich um prozessproduzierte Daten. Es handelt sich um Zeitreihen ab dem Jahr 1950 bis zum Jahr 2008 und behandelt das Thema Straßenverkehr. Der Datensatz enthält die Variablen Unfälle, Getötete, Verletzte, Verunglückte, Sachschaden und Personenschaden jeweils in Absolutzahlen gemessen. Um diese zu normieren, ist zusätzlich noch die Variable Bevölkerung mit in den Datensatz aufgenommen.

Bei den genannten Variablen handelt es sich um ausgewählte Verkehrsindikatoren, die in der folgenden Analyse auf Strukturbrüche untersucht werden.

Unfälle: Unter einem Verkehrsunfall versteht man ein plötzliches und meistens für einen Beteiligten ungewolltes Ereignis im Straßenverkehr, bei dem Personen- oder Sachschaden entstehen. Höchststand der polizeilich registrierten Verkehrsunfälle war bisher das Jahr 1999 mit über 2,4 Millionen Unfällen. Zu Beachten ist allerdings, dass Bagatellschäden, die privat geregelt werden, nicht berücksichtigt sind.

Getötete: Unter der Variable Getötete versteht man die Anzahl der bei einem Verkehrsunfall tödlich Verunglückten Personen. Im Jahr 1970 kamen über 19000 Personen im Straßenverkehr ums Leben. Seitdem wurden viele verschiedene Maßnahmen, wie zum Beispiel Gurtanlegepflicht, Geschwindigkeitsbeschränkungen etc. ergriffen um die Verkehrssicherheit zu verbessern. Dass diese Maßnahmen erfolgreich durchgesetzt werden, zeigt der aktuelle Tiefststand von 4152 Personen im Jahr 2009.

Verunglückte: Bei der Variable Verunglückte handelt es sich um die Personen, die bei einem Verkehrsunfall entweder leichtverletzt, schwerverletzt oder getötet wurden. Der Großteil in dieser Gruppe wird von den Leichtverletzten abgedeckt, das heißt von Personen, die nicht

stationär behandelt werden müssen. Die Zahl der Verunglückten hat im Jahr 1970 mit mehr als 550000 Personen ihr Maximum erreicht, das bis zum Jahr 2008 auf knapp 400000 reduziert werden konnte [ADAC, 2010].

In dieser Arbeit wird, wie bereits erwähnt, nur die Auswertung der Variablen „Getötete“ vorgestellt. Das bedeutet, dass sich alle Beispiele und Ausführungen hauptsächlich auf diese Variable beziehen.

3.2 Zeitreihenanalyse

Unter einer Zeitreihe versteht man eine nach der Zeit geordnete Abfolge von Beobachtungen. Dabei muss der zeitliche Abstand zwischen den Beobachtungen gleich bleiben, um spätere Interpretationen zu ermöglichen. Die Zeit kann z.B. in Minuten, Stunden, Tagen, Jahren usw. gemessen werden.

Ein Phänomen, das oft bei der Zeitreihenanalyse auftritt ist, dass die Beobachtungen oft zeitverzögert mit sich selbst korreliert sind. Darunter ist zu verstehen, dass Beobachtungen an verschiedenen Zeitpunkten zusammenhängen, und dass man von heutigen Beobachtungen eventuell auf spätere Beobachtungen schließen kann.

Wenn bei direkt aufeinander folgenden Messungen ein solcher Zusammenhang besteht, spricht man von *Autokorrelation erster Ordnung*. Es kann natürlich auch *Autokorrelation höherer Ordnung* vorliegen, wenn sich Autokorrelation mit größerer Zeitverzögerung ergibt [Brosius, 1997].

Bei den vorliegenden Daten handelt es sich um Zeitreihen genannter Verkehrsindikatoren und nicht um einzelne Stichproben. Ob auch hier Autokorrelation beliebiger Ordnung vorhanden ist wird später genauer untersucht. Außerdem wird versucht Veränderungen der Indikatoren über die Zeit zu finden, darzustellen und zu interpretieren. Dazu wird der Kontext linearer Modelle gewählt.

Beispiel 3.1. Getötete im Straßenverkehr - Zeitreihenanalyse

Die Daten werden für die Analyse in eine Zeitreihe übertragen, wobei die gemessene Einheit der Zeit den Jahren entspricht. In Abbildung 3.1 ist zu erkennen, dass die Daten ab 1950 zunächst stark ansteigen. Im Jahr 1970 war, wie bereits erwähnt, die Zahl der im Verkehr Getöteten am höchsten. Seitdem hat die Zahl der Verkehrstoten bis 1990 abgenommen und im Jahr 1990 kam es zu einem erneuten Anstieg. Seit 1991 nimmt die Zahl der Verkehrstoten stetig ab.

Allein bei der Betrachtung einer Zeitreihe lässt sich eine gewisse Struktur erkennen. Zunächst steigt diese an, dann fällt sie bis zum Jahr 1990 ab, dort gibt es

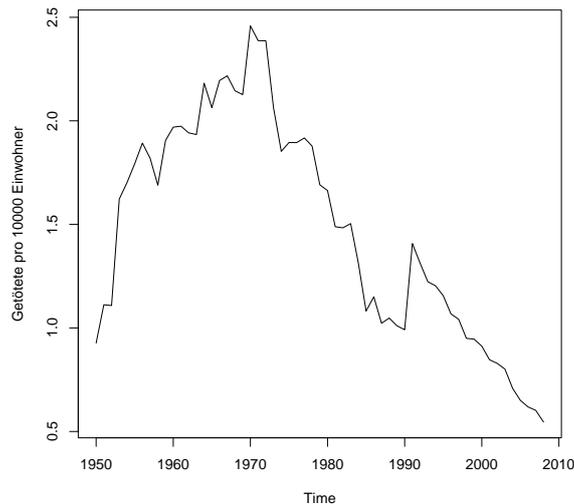


Abbildung 3.1: Zeitreihe der Variablen Getötete pro 10000 Einwohner

erneut einen kleinen Anstieg und seitdem fällt sie stetig ab. Ob tatsächlich Strukturbrüche in der Zeitreihe zu finden sind, wird in den Abschnitten 3.4 und 3.5 gezeigt. Allerdings ist an der Zeitreihe zu erkennen, dass der Indikator Getötete als Grundlage für Vorhersagen dienen kann und somit als Frühwarnsignal bezeichnet werden kann.

3.3 Lineares Regressionsmodell

Zu Beginn der Analyse wird ein Spezialfall des linearen Regressionsmodells, das einfache lineare Regressionsmodell betrachtet:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i; \quad i = 1, \dots, n$$

Dabei sollen die Eigenschaften der *Zielvariablen* (*Zufallsgröße*) y_i durch die *Kovariablen* x_i erklärt werden. Y kann auch als *abhängige Variable* und die Kovariablen x als *erklärende Variable* oder *Regressor* bezeichnet werden. Ein entscheidendes Merkmal bei der Modellierung ist, dass der Zusammenhang zwischen der Zielvariable und der erklärenden Variable sich nicht eindeutig als Funktion $f(x_i)$ von x_i darstellen lässt, sondern dieser durch zufällige Störungen verzerrt ist. Diese zufällige Abweichung ϵ wird auch als *Fehlerterm*, *Störgröße*, *Residuum* oder *stochastische Komponente* bezeichnet. Die Funktion $f(x_i)$ nennt man systematische Komponente.

Diese entspricht dem Erwartungswert $E(y_i|x_i)$, d.h.

$$y_i = f(x_i) + \epsilon_i = E(y_i|x_i) + \epsilon_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i \quad i = 1, \dots, n$$

Die allgemeine Beziehung wird als linear angenommen [Fahrmeir et al., 2007, Seite 19-20].

Beispiel 3.2. Getötete im Straßenverkehr - Lineare Einfachregression

Aus dem Datensatz wird die Variable Getötete gewählt. Es wird nun ein linearer Zusammenhang zwischen der Zielgröße Getötete pro 10000 Einwohner und der Kovariable Jahr modelliert:

$$\text{Getötete}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Jahr}_i + \epsilon_i \quad (3.1)$$

Alternativ lässt sich sagen, dass die erwartete Anzahl an tödlich Verunglückten Personen sich als eine lineare Funktion der Variable Jahr darstellen lässt. In Abbildung 3.2 ist gut zu erkennen, dass ein linearer Zusammenhang nicht die ideale Anpassung für die Daten ist.

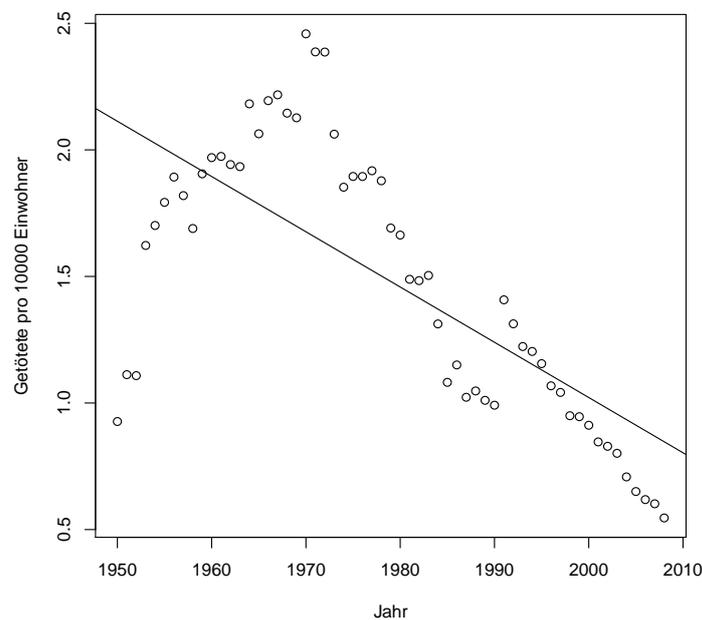


Abbildung 3.2: Streudiagramm zwischen den Variablen Getötete und Jahr mit eingezeichneter Regressionsgeraden

3.3.1 Annahmen im linearen Regressionsmodell

In der linearen Einfachregression werden über den Zufallsfehler ϵ_i Annahmen gemacht.

- (1) $E(\epsilon_i) = 0$
- (2) $V(\epsilon_i) = \sigma^2$
- (3) $\epsilon_i | i = 1, \dots, n$ stochastisch unabhängig
- (4) $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Annahmen (1) und (2) implizieren, dass ϵ_i unabhängig und identisch verteilt ist. Die Eigenschaft, dass alle Fehlerterme gleich große Varianzen besitzen bezeichnet man als *Homoskedastizität*. Die Normalverteilungsannahme (4) benötigt man zur Konstruktion von Konfidenzintervallen und Teststatistiken.

Um die unbekannt Parameter β_0 und β_1 des betrachteten Modells zu schätzen, wendet man die Methode der kleinsten Quadrate (KQ-Methode) an.

$$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = \arg \min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$$

Dabei werden die geschätzten Parameter $\hat{\beta}_0$ und $\hat{\beta}_1$ so bestimmt, dass die Summe der quadratischen Abweichungen minimal wird. Indem man die Schätzungen in die Modellgerade einsetzt, erhält man die geschätzte Regressionsgerade [Fahrmeir et al., 2007, Seite 21-22].

3.3.2 Überprüfung der Modellannahmen auf Gültigkeit

Die Gültigkeit der Modellannahmen lassen sich über sogenannte Residualplots oder über geeignete Testverfahren überprüfen. Insbesondere interessiert man sich für die Unkorreliertheit und Homoskedastizität der Störgrößen und für die Linearität der Kovariablen.

Unkorreliertheit der Störgrößen

Speziell bei Zeitreihen ist die Annahme der Unkorreliertheit der Störgrößen unrealistisch. Oft treten autokorrelierte Störgrößen auf, die im einfachsten Fall aus einer linearen Beziehung zwischen den Störungen ϵ_i zum Zeitpunkt i und den Störungen ϵ_{i-1} der Vorperiode besteht.

$$\epsilon_i = \rho \epsilon_{i-1} + u_i$$

Dabei sind die u_i unabhängig und identisch verteilte Zufallsvariablen. Hierbei handelt es sich um Autokorrelation 1. Ordnung.

Autokorrelation tritt dann auf, wenn eine Fehlspezifikation des Regressionsmodells vorliegt. Gründe in Zeitreihen können nicht beobachtbare relevante Kovariablen sein, die einen zeitlichen Trend oder saisonale Schwankungen aufweisen.

Um die Annahme der Unkorreliertheit der Störgrößen zu überprüfen, kann man den Durbin-Watson-Test auf vorliegende Autokorrelation durchführen. Dieser testet die Hypothesen

$$H_0 : \rho = 0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \rho \neq 0$$

und besitzt die Teststatistik

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\hat{\epsilon}_i - \hat{\epsilon}_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \hat{\epsilon}_i^2}.$$

Aus der Teststatistik lässt sich folgender Zusammenhang ableiten.

$$d \approx 1 + 1 - 2\hat{\rho} = 2(1 - \hat{\rho})$$

Daraus folgt wegen $-1 < \hat{\rho} < 1$, dass $0 < d < 4$. Die Nullhypothese wird folglich abgelehnt wenn die Teststatistik d Nahe bei 0 oder 4 liegt.

Eine Testentscheidung ist sehr schwierig, da bei der Bestimmung der Verteilung der Teststatistik Abhängigkeit zur Designmatrix vorliegt. Es gibt jedoch eine Teillösung für die eine Entscheidung möglich ist [Fahrmeir et al., 2007, Seite 136-144].

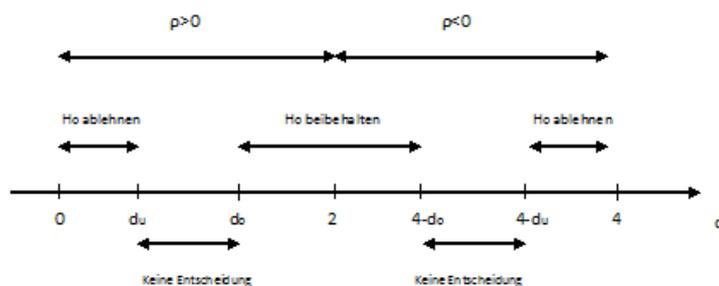


Abbildung 3.3: Annahme- und Ablehnbereiche beim Durbin-Watson-Test

Homoskedastizität der Varianzen der Störgrößen

Wenn homoskedastische Varianz der Störgrößen vorliegt, schwanken die Beobachtungen zufällig um die Regressionsgerade. Liegt keine Homoskedastizität vor, werden die Fehler ϵ_i in Abhängigkeit von der Zielvariable y bzw. von einer oder mehreren Kovariablen x_j systematisch größer oder kleiner. Falls keine Homoskedastizität vorliegt nennt man dies auch heteroskedastische Störgrößen. Zur Überprüfung ob Heteroskedastizität vorliegt werden die Residuen untersucht. Ein möglicher Test auf Heteroskedastizität ist der Breusch-Pagan-Test

mit den Hypothesen

$$H_0 : \alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0 \quad \text{gegen} \quad H_1 : \alpha_j \neq 0 \text{ für mindestens ein } j$$

Dabei ist der Test auf einem multiplikativen Modell für die Fehlervarianz aufgebaut:

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 \cdot h(\alpha_0 + \alpha_1 z_{i1} + \dots + \alpha_q z_{iq})$$

Die Funktion h hängt nicht von i ab und z_1, \dots, z_q stellen Kovariablen dar, von denen ein Einfluss auf die Varianz erwartet wird.

Führt man den Test durch, benötigt man eine Hilfsregression

$$g_i = \frac{\hat{\epsilon}_i^2}{\hat{\sigma}_{ML}^2}$$

Wobei $\hat{\epsilon}_i$ die Residuen und $\hat{\sigma}_{ML}^2$ der ML-Schätzer für σ^2 des linearen Modells mit homoskedastischen Fehlern darstellen. Die Teststatistik lautet:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\hat{g}_i - \bar{g})^2$$

Falls keine Heteroskedastizität vorliegt gilt $\hat{g}_i \approx \bar{g}$. Daraus lässt sich schließen, dass man die Nullhypothese ablehnen wird, wenn T umso größer ist. Unter H_0 ist die Teststatistik asymptotisch χ^2 -verteilt mit q Freiheitsgraden, also $T \stackrel{a}{\sim} \chi_q^2$ und T ist unabhängig von der Funktion h . Die Nullhypothese wird abgelehnt, wenn die Teststatistik T größer als das $(1 - \alpha)$ -Quantil der χ_q^2 -Verteilung ist. Eine geeignete Maßnahme bei Vorliegen von Heteroskedastizität ist Variablentransformation [Fahrmeir et al., 2007, Seite 128-133].

Linearität der Kovariablen

Zur Überprüfung, ob die Kovariablen tatsächlich einen linearen Einfluss haben gibt es den RESET-Test. Der RESET (Regression Equation Specification Error Test)-Test von Ramsey (1969) dient zur Feststellung, ob das Modell korrekt oder fehlspezifiziert ist, zum Beispiel durch vernachlässigte Variablen oder durch eine falsche funktionale Form. Hierzu wird zunächst ein lineares Modell über die KQ-Methode geschätzt. Die geschätzten Parameter werden in das Modell eingesetzt und es wird überprüft ob die Variable y durch Hinzunahme von Variablen y^2, y^3, y^4, \dots ins Modell besser erklärt werden kann. Dabei dienen die Variablen y^2, y^3, y^4, \dots als mögliche Approximationen für z.B. vernachlässigte Variablen [Rottmann and Auer, 2010]. Daraus resultiert folgende Beziehung:

$$y = \beta x + \delta_1 \hat{y}^2 + \dots + \delta_{k-1} \hat{y}^k + \epsilon$$

Die Nullhypothese testet nun, ob die Parameter der hinzugefügten Variablen alle den Wert Null annehmen, also

$$H_0 : \delta_i = 0 \quad \forall i = 1, \dots, k - 1$$

Wird die Nullhypothese abgelehnt, kann man daraus schließen, dass ein Spezifikationsfehler vorliegt, jedoch nicht welcher Art. Die zugehörige Teststatistik lautet

$$T = \frac{\frac{R_1^2 - R_0^2}{k-1}}{\frac{1-R_1^2}{n-k}} \sim F(k-1, n-k)$$

Hierbei steht R_0 für das Ursprungsmodell, R_1 für das Modell mit möglichen Spezifikationsfehler, n ist die Stichprobengröße und k steht für die Anzahl der Parameter im Ramsey Modell. Ist die F-Statistik signifikant, weist dies auf einen Spezifikationsfehler hin [Wooldridge, 2009, Seite 303-304].

Beispiel 3.3. Getötete im Straßenverkehr - Lineare Einfachregression

Nach der KQ-Methode ergeben sich für das Modell (3.1) die Parameterschätzer $\hat{\beta}_0 = 44.6809$ und $\hat{\beta}_1 = -0.0218$. Somit erhält man die Gleichung

$$\hat{f}(\text{Jahr}) = 44.6809 - 0.0218 \cdot \text{Jahr}$$

Daraus ergibt sich folgende Interpretation für den Steigungsparameter $\hat{\beta}_1$. Erhöht sich die Variable Jahr um eine Einheit, also um ein Jahr, so nimmt die Zahl der Getöteten pro 10000 Einwohner um 0.0218 ab. Das Bestimmtheitsmaß R^2 besagt, dass durch die erklärende Variable Jahr 49.72% der Daten erklärt werden. Mit knapp 50% ist die Anpassung an die Daten recht gut.

Wie bereits erwähnt, lassen sich die Modellannahmen sowohl über Residualplots als auch über geeignete Testverfahren überprüfen.

Schon in Abbildung 3.2 kann man erkennen, dass Autokorrelation in den Daten vorliegt, da auf positive (negative) Abstände der einzelnen Beobachtungspunkte zur Regressionsgeraden meistens wiederum positive (negative) Abstände folgen.

Betrachtet man die Residualplots, erhält man vier Grafiken zur Analyse der Modellannahmen.

- *Residualplot*, dabei werden die Residuen gegen die angepassten Werte abgetragen.
- *QQ-Plot*, bei dem die standardisierten Residuen gegen die theoretischen Quantile einer Standard-Normalverteilung gegenübergestellt werden.

- *Scale-Location Plot*, diesmal werden die Wurzeln der standardisierten Residuen zu den angepassten Werten betrachtet.
- *Leverage Plot*, bei dem Datenpunkte mit sehr großen individuellen Einfluss auf die Anpassung erkannt werden können, und zusätzlich noch die Höhenlinie der *Cook's Distance* eingezeichnet ist [Ligges, 2005, Seite 140-141].

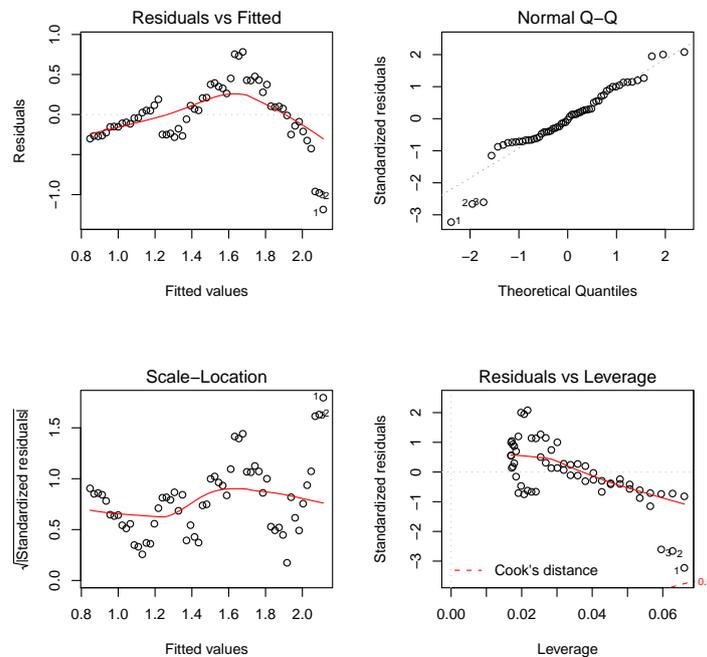


Abbildung 3.4: Residualplots zur Überprüfung der Annahmen der linearen Einfachregression

Im Residualplot sollten die Störungen zufällig um Null schwanken, das heißt es wird die Annahmen $E(\epsilon_i) = 0$ überprüft. Weiter kann man systematische Abweichungen in den Residuen erkennen, die aufzeigen, dass das Modell unvollständig ist. In dem Beispiel mit der Variable *Getötete* schwanken die Beobachtungen nicht zufällig um die Null sondern es ist eindeutig eine Struktur zu erkennen, also weisen die Residuen systematische Schwankungen auf.

Beim QQ-Plot (Quantil-Quantil-Plot) mit nach der Größe geordneten Beobachtungen, werden die Residuen gegen $\Phi^{-1}(i/(n+1)), i = 1, \dots, n$ abgetragen, wobei Φ^{-1} die Quantilfunktion der Standardnormalverteilung ist. Somit wird in diesem Diagramm die Annahme der normalverteilten Fehler überprüft, indem man die Residuen mit ideal normalverteilten Beobachtungen vergleicht. In dem Beispiel liegen die Daten einigermaßen gut auf der Geraden der ideal normalverteilten Beobachtungen, nur an den Rändern weichen die Datenpunkte ab. Eventuell kann man ein besseres Ergebnis erreichen, wenn die Daten transformiert betrachtet werden.

Der Scale-Location Plot stellt $\sqrt{|\hat{r}_i|}$ (für die standardisierten Residuen r_i) gegen \hat{y}_i dar. Dabei werden die standardisierten Residuen folgendermaßen berechnet:

$$r_i = \frac{\hat{\epsilon}_i}{\hat{\sigma}\sqrt{1 - h_{ii}}}$$

mit h_{ii} als Diagonalelemente der Hat-Matrix $H = X(X^T X)^{-1}X^T$. Dies dient zur Überprüfung der Annahme, dass die Fehler identisch verteilt sind, genauer gesagt, dass Varianzhomogenität vorliegt $V(\epsilon_i) = \sigma^2$. In der Grafik zeigt sich, dass die Annahme verletzt ist, d.h. es liegt Autokorrelation vor.

Der Leverage Plot, bei dem die standardisierten Residuen gegen den Leverage abgebildet sind zeigt, dass in den Daten wenig Ausreißerbeobachtungen vorhanden sind. Somit liegen wenig extreme Beobachtungen vor [Kleiber and Zeileis, 2008, Seite 94-98].

Führt man die genannten Testverfahren auf das spezifizierte Modell mit Zielvariable Getötete und Kovariable Jahr durch, erhält man die folgenden Testergebnisse. In R benötigt man zur Durchführung der Tests das package `lmtest` [Hothorn et al., 2010b].

Zunächst der Durbin-Watson Test:

```
> dwtest(get10000~Jahr, data=straße)
```

```
Durbin-Watson test
```

```
data: get10000 ~ Jahr
```

```
DW = 0.1441, p-value < 2.2e-16
```

```
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Die Teststatistik, hier mit DW bezeichnet, hat einen Wert von 0.1441, das bedeutet der Wert liegt nahe der Null. Auch der p-Wert ist sehr klein, sodass man insgesamt zu dem Ergebnis kommt, dass die Nullhypothese abgelehnt wird, das heißt, es liegt Autokorrelation in den Daten vor.

Testet man auf Heteroskedastizität kommt man zu folgenden Ergebnis:

```
> bptest(get10000~Jahr, data=straße)
```

```
studentized Breusch-Pagan test
```

```
data: get10000 ~ Jahr
```

```
BP = 11.6971, df = 1, p-value = 0.000626
```

Die Teststatistik wird abgelehnt, wenn sie einen großen Wert annimmt und die Teststatistik größer ist als das $(1 - \alpha)$ -Quantil der χ_q^2 -Verteilung. Hier nimmt der Vergleichswert $\chi_{0,95}^2$ den Wert 3.8415 an und ist somit kleiner als die Teststatistik zu einem Signifikanzniveau von 5%. Der p-Wert bestätigt das Ergebnis, da er sehr klein ist. Das heißt die Nullhypothese wird abgelehnt und man kann daraus schließen das zudem Heteroskedastizität in den Daten vorliegt.

Der Test auf Linearität der Kovariablen ergibt:

```
> resettest(get10000~Jahr, data=straße, type="regressor", power=2)
```

```
RESET test
```

```
data: get10000 ~ Jahr
```

```
RESET = 56.4669, df1 = 1, df2 = 56, p-value = 4.886e-10
```

Da auch hier der p-Wert einen sehr kleinen Wert aufweist wird ebenfalls die Nullhypothese abgelehnt, d.h. es liegt ein Spezifikationsfehler in den Daten vor, man kann jedoch nicht sagen welcher Natur er ist.

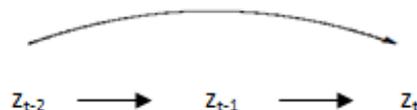
3.3.3 Bestimmung des Grades der Autokorrelation

Nachdem man Kenntnis davon hat, dass in den Daten Autokorrelation vorliegt, ist die Bestimmung der Ordnung wichtig um darauf reagieren zu können.

Um die Ordnung der Autokorrelation bestimmen zu können, benötigt man ein sogenanntes Autokorrelationsdiagramm. In diesem Diagramm lässt sich sowohl die Autokorrelationsfunktion als auch die partielle Autokorrelationsfunktion darstellen.

Die Autokorrelationsfunktion zeigt an, ob die betrachteten Variablen unabhängig voneinander sind, oder ob sie in Beziehung stehen. Dabei trifft oft zu, dass sich die Werte der betrachteten Variable in benachbarten Einheiten, z.B. Jahren, relativ ähnlich sind, und sich erst größere Unterschiede für weiter auseinanderliegende Jahre ergeben [Brosius, 1997].

Untersucht man die Beziehung zwischen der Zeitreihe und einer um k Zeiteinheiten verschobenen Zeitreihe, so weiß man nicht, ob der Zusammenhang direkt gilt, oder ob dieser Zusammenhang durch dazwischen liegende Punkte entstanden ist. Deshalb wird für diesen



Zusammenhang die partielle Autokorrelationsfunktion berechnet, da diese die Wirkungen der dazwischen liegenden Beobachtungen eliminiert [Prof. Dr. W. Hussy, 2005].

Beispiel 3.4. Getötete im Straßenverkehr - Bestimmung des Grades der Autokorrelation

Um den Grad der Autokorrelation zu bestimmen, wird das Autokorrelationsdiagramm und die partielle Autokorrelation jeweils für die Variable Getötete betrachtet (Abbildung 3.5). In R benötigt man hierfür das package `tseries` [HorNIK, 2009]. In der linken Grafik (3.5) zeigt das Diagramm, die Autokorrelationen

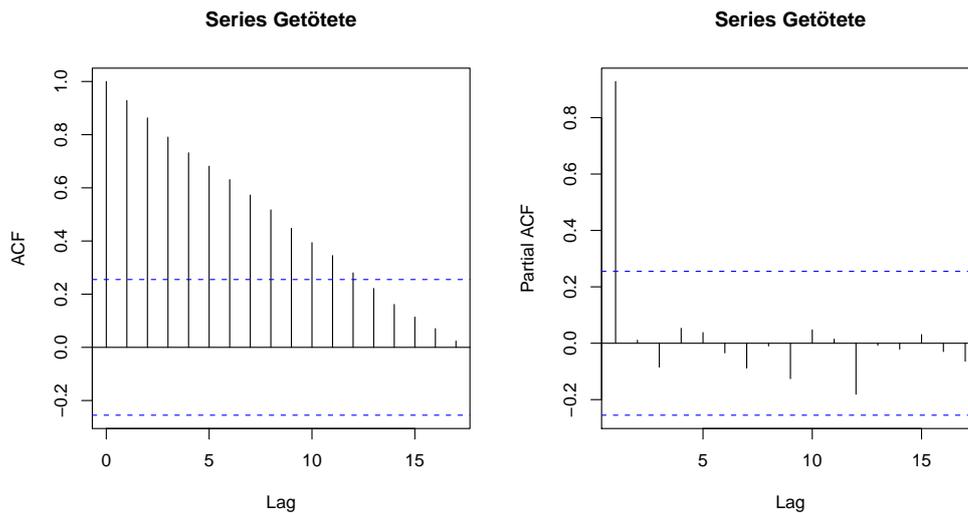


Abbildung 3.5: Links: Autokorrelationsdiagramm für die Variable Getötete; Rechts: partielle Autokorrelationen für die Variable Getötete

verschiedener Ordnungen, d.h. die Stärke der Autokorrelation für unterschiedliche Lags. Bei einem Lag (deutsch: Verschiebung) handelt es sich um eine um k Zeitpunkte verschobene Zeitreihe. Ist $k = 1$, liegt demnach eine Verschiebung um ein Jahr vor und die Autokorrelation ist am stärksten. Die eingezeichneten gestrichelten Linien sind die 95%- Konfidenzintervalle. Liegen die Korrelationen der verschiedenen Lags über den Signifikanzgrenzen, kann man von Autokorrelation ausgehen.

Die Korrelationen nehmen mit höherem Lag ab, jedoch sind bis zu einer Verzögerung von 11 Jahren signifikante positive Korrelationen abzulesen. Um herausfinden zu können, ob die Korrelationen direkt gelten, wird die partielle Autokorrelation betrachtet.

In der rechten Grafik (3.5) ist zu erkennen, dass die Autokorrelation erster Ordnung genauso hoch ist wie davor. Alle anderen Korrelationen sind nicht mehr signifikant, und positive und negative partielle Autokorrelationen wechseln sich

scheinbar zufällig ab.

Deshalb lässt sich vermuten, dass in diesem Beispiel Autokorrelation erster Ordnung vorliegt [Brosius, 1997].

3.3.4 Möglichkeiten zur Bereinigung von Autokorrelation

Es gibt Möglichkeiten, mit denen man vorhandene Autokorrelation bereinigen kann. Hier liegt Autokorrelation erster Ordnung vor, das heißt Beobachtungen direkt aufeinander folgender Messungen stehen im Zusammenhang. Es werden zwei Möglichkeiten vorgestellt mit denen man Autokorrelation bereinigen kann.

Zum einem gibt es den sogenannten Lag-Operator, der hier die Zeitreihe um eine Einheit, also um ein Jahr, verschiebt. Wenn man diesen Lag-Operator zusätzlich im linearen Modell berücksichtigt, kann man die Autokorrelation oftmals bereinigen, d.h. in dem neuen Modell ist keine Autokorrelation mehr zu beobachten.

Zum anderen gibt es den Differenzen-Operator, der die Differenz zwischen der jetzigen Zeitreihe und der um eine Einheit verschobenen Zeitreihe berücksichtigt. Nimmt man diesen Operator mit ins lineare Modell, so lässt sich ebenfalls Autokorrelation bereinigen.

Zusätzlich könnte man unter Berücksichtigung dieser Operatoren auf Strukturbrüche testen, wird in dieser Arbeit jedoch nicht durchgeführt.

Im folgenden werden die genannten Operatoren genauer vorgestellt:

Beim Lag-Operator handelt es sich um einen linearen Operator, der die Zeitreihe um eine Periode verzögert. Er ist definiert als

$$Lx_t = x_{t-1}.$$

Dabei sind folgende Rechenregeln zu beachten

- $L^0 \equiv 1$
- $La = a$, wenn a konstant ist
- $L(Lx_t) = L^2x_t = x_{t-2}$

Das bedeutet, dass L^0 als Konstante eins definiert ist, weiter gilt, dass eine Konstante nicht um eine Periode verschoben werden kann. Berechnet man den Lag von einem Lag so ergibt sich eine zeitliche Verschiebung um zwei Einheiten.

Der Differenzen-Operator lässt sich aus dem Kontext des Lag-Operators ableiten. Die erste Differenz ist definiert als

$$\Delta x_t = x_t - x_{t-1} = x_t - Lx_t = (1 - L)x_t$$

Dabei entspricht Δ dem Konstrukt $(1 - L)$ [Greene, 2008].

Beispiel 3.5. Getötete im Straßenverkehr - Bereinigung von Autokorrelation

Um das lineare Modell von der vorhandenen Autokorrelation erster Ordnung zu bereinigen, werden nun zusätzlich entweder der Lag- oder der Differenzen-Operator mit berücksichtigt. Die Ergebnisse aus R sind in Anhang A zu finden. Zunächst wird der Lag-Operator berücksichtigt. Dazu benötigt man zunächst eine Zeitreihe der Variable Getötete pro 10000 Einwohner. Der Lag, hier mit `get1` bezeichnet, wird zusätzlich zur Variable Jahr als Kovariable im linearen Modell eingesetzt.

```
getts<- ts(straße$get10000, start=1950, end=2008, frequency=1)
get_dat<- ts.intersect(getts, get1=lag(getts, -1), jahr1=straße$Jahr[-1])
summary(lm(getts~get1 + jahr1, data=get_dat))
```

Das R^2 dieses neuen Modells ist 0.9459, das heißt die Anpassung an die Daten über dieses Modell ist sehr gut. Betrachtet man die Residuenplots zur Annahmenüberprüfung so ist zu erkennen, dass jetzt im Residualplot, die Störungen zufällig um Null schwanken, d.h. es liegen keine systematischen Schwankungen vor. Im Scale-Location Plot zeigt sich, dass nun Varianzhomogenität vorliegt, und somit keine Autokorrelation mehr.

Wird der Differenzen-Operator berücksichtigt, muss man erst den Lag einer Periode definieren. Beim linearen Modell wird nun die Differenz als Zielvariable und das Jahr als Kovariable festgelegt.

```
#Lag in Datensatz mit aufnehmen um Differenz berechnen zu können
straße$lag1 <- NA
for(i in 2:dim(straße)[1]){
  straße$lag1[i] <- straße$get10000[i-1]
}
straßekomp <- straße[2:58,]
straßekomp$dif <- (straßekomp$get10000-straße$lag1)
summary(lm(dif~Jahr, data=straßekomp))
```

In diesem Modell nimmt das R^2 einen Wert von 0.9958 an, d.h. die Anpassung ist nahezu perfekt. Betrachtet man auch hier die Residuenplots, kommt man zu einem ähnlichen Ergebnis, vor allem dass keine Autokorrelation mehr vorliegt.

3.3.5 Konsequenzen bei verletzten Annahmen

Es wurden bereits die Annahmen des linearen Modells und deren Überprüfung auf Verletzungen diskutiert. Des Weiteren wurden Möglichkeiten zur Bereinigung von Autokorrelation vorgestellt. Nun sollen Konsequenzen diskutiert werden, die aus Annahmenverletzungen resultieren.

Eine vorhandene Annahmenverletzung impliziert nicht, dass das benutzte Modell nicht geeignet ist.

Wie man mit Autokorrelation umgehen kann wurde in Abschnitt 3.3.4 geschildert. Das heißt, wenn Autokorrelation erster Ordnung vorliegt, besteht die Möglichkeit den Lag- bzw. den Differenzen-Operator mit zu berücksichtigen. Außerdem gilt bei Autokorrelation, dass die Schätzer nach wie vor konsistent und unverzerrt sind. Allerdings sind sie nicht mehr effizient, das heißt sie besitzen nicht mehr die kleinste Varianz. Zudem kann man keine t-Tests mehr durchführen. Dieselben Konsequenzen ergeben sich bei Heteroskedastizität. Wenn man Schätzverfahren anwendet, z.B. durch Berücksichtigung einer der genannten Operatoren, die die Verletzungen dieser Annahmen berücksichtigt, so erhält man effizientere Schätzer und man kann t-Tests durchführen.

Ist die Annahme der Normalverteilung verletzt lassen sich Signifikanztests zumindest noch asymptotisch durchführen.

Daraus lässt sich schließen, dass Annahmenverletzungen zwar zu einem fehlspezifizierten Modell führen, die Schätzer dennoch konsistent und unverzerrt sind. Sie sind zwar nicht mehr effizient, lassen sich allerdings durch verschiedene Möglichkeiten wieder in effiziente Schätzer umwandeln [Brümmer, 2002].

3.4 Modellbasierte Rekursive Partitionierung

In parametrischen Modellen werden Strukturveränderungen durch Parameterinstabilitäten beschrieben. Wird diese Instabilität ignoriert, verlieren Parameterschätzungen an Bedeutung, Inferenz ist stark verzerrt und Vorhersagen fehlt es an Genauigkeit. In der Zeitreihenregression versteht man unter Strukturveränderungen die Veränderung der Beziehung zwischen den abhängigen und den erklärenden Variablen über die Zeit.

Zur Berechnung von Parameterinstabilitäten gibt es eine Vielzahl an Tests. Hier wird die Rahmenstruktur des generalisierten M-Fluktuationstests verwendet, die als Werkzeug zur Konstruktion von Parameterinstabilitätstest in den verschiedensten Situationen dient. Basierend auf diesem System lässt sich eine Klasse von Tests für generalisierte lineare Regressionsmodelle bilden, z.B. sogenannte Poisson- oder Logit-Modelle.

Ein Test zur Überprüfung auf Parameterinstabilitäten wird folgendermaßen gebildet:

Zuerst wählt man eine geeignete Schätzfunktion, mit der man auf Parameterinstabilität im geschätzten Modell testet. Das Ergebnis, das sich aus der Schwankung innerhalb des Prozesses ergibt, wird als Teststatistik bezeichnet. Diese wird dann mit der Verteilung der Zielfunktion verglichen [Zeileis and Hornik, 2007].

Aufbauend auf diese Ideen wird innerhalb des Framework ein segmentiertes parametrisches Modell angepasst, indem ein Baum berechnet wird. Die Zielfunktion des Modells wird sowohl zur Schätzung der Parameter als auch der sogenannten Bruchpunkte verwendet. Die dazugehörigen Scores werden in jedem Punkt auf Parameterinstabilitäten getestet, um herausfinden zu können, nach welcher Variable partitioniert werden soll. Vorteil bei diesem Vorgehen ist, dass die Zielfunktion neben der Parameterschätzung auch zur Partitionierung verwendet werden kann [Zeileis et al., 2008].

3.4.1 Segmentierte Modelle

Betrachtet wird ein parametrisches Modell mit Beobachtungen Y und ein k -dimensionaler Vektor mit Parametern θ . Für n Beobachtungen Y_i ($i = 1, \dots, n$) kann das Modell durch Minimierung der Zielfunktion $\Psi(Y, \theta)$ bezüglich der Parameterschätzung $\hat{\theta}$ berechnet werden

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Theta} \sum_{i=1}^n \Psi(Y_i, \theta)$$

Schätzer dieser Art schließen bekannte Schätztechniken wie zum Beispiel die Methode der kleinsten Quadrate (OLS) oder der Maximum-Likelihood (ML) Methode unter den M-Schätzern ein. Im Fall von OLS entspricht Ψ der Fehlerquadratsumme und im Fall von ML der negativen Log-Likelihood.

In vielen Situationen ist es unrealistisch anzunehmen, dass eine einzige globale Funktion für alle n Beobachtungen eine gute Anpassung erreicht. Aber es ist eventuell möglich die Beobachtungen nach Kovariablen zu partitionieren (aufteilen), sodass in jeder lokalen Zelle der Partition ein gut angepasstes Modell resultiert. In diesem Fall kann man den Ansatz der rekursiven Partitionierung basierend auf l Partitionsvariablen Z_j ($j = 1, \dots, l$) anwenden um eine gute Approximation in dieser Partition zu erhalten.

Wenn die richtige Partition bekannt ist, erhält man die Schätzung des Parameters θ , der die globale Zielfunktion minimiert, durch Berechnung der lokalen optimalen Parameterschätzungen $\hat{\theta}$ in jedem Segment.

In der Strukturbruchanalyse gibt es nur eine Partitionsvariable ($l = 1$) die Zeit, mit der man die optimale Aufteilung einfach finden kann. Damit nicht jede Beobachtung ein eigenes Segment erhält, werden diese Fälle über eine Minimalanzahl an Beobachtungen pro Segment ausgeschlossen [Zeileis et al., 2008].

3.4.2 Algorithmus der modellbasierten rekursiven Partitionierung

Die Grundidee des modellbasierten rekursiven Partitionierens ist es, das volle Modell das die gesamte Stichprobe umfasst in Submodelle (Unterknoten) aufzuteilen. Dabei liegt jedem Submodell ein eigenes Modell zugrunde. Um feststellen zu können, ob eine Aufteilung (Split) des Modells notwendig ist, wird ein Fluktuationstest durchgeführt, der auf Parameterinstabilitäten testet (Kapitel 3.5.2). Liegt eine nachweisbare signifikante Instabilität durch einige partitionierende Variablen Z_j vor, wird das Modell in B lokale, optimale Segmente aufgeteilt und das Vorgehen wird wiederholt. Werden keine neuen signifikanten Instabilitäten gefunden stoppt der Rekursionsprozess. Grafisch erhält man einen Baum, bei dem jedes Submodell (oder Ast) vom gleichen Typ ist. Genauer lassen sich die Schritte des Algorithmus darstellen:

1. Passe das Modell zunächst für alle Beobachtungen im derzeitigen Modell durch Schätzung von $\hat{\theta}$ mittels Minimierung der Zielfunktion Ψ an.
2. Überprüfe ob die Parameterschätzungen über alle geordneten Z_1, \dots, Z_l stabil sind. Liegt Instabilität vor, wählt man die dazugehörige Variable Z_j mit der höchsten Parameterinstabilität, d.h. mit dem kleinsten p-Wert.
3. Berechne die Bruchpunkte (Splitpunkte) die Ψ entweder für eine feste oder für eine angepasste Anzahl von Splits lokal optimieren.
4. Teile das Modell in Submodelle auf und wiederhole das Vorgehen.

Die Schritte 1-3 werden im Weiteren genauer beschrieben.

3.4.2.1 Parameterschätzung

Es kann gezeigt werden, dass die Schätzung $\hat{\theta}$ auch berechnet werden kann, wenn die Bedingung erster Ordnung

$$\sum_{i=1}^n \psi(Y_i, \hat{\theta}) = 0$$

gelöst wird. Dabei ist

$$\psi(Y, \theta) = \frac{\partial \Psi(Y, \theta)}{\partial \theta}$$

die Score- oder Schätzfunktion zu $\Psi(Y, \theta)$. Die Scorefunktion, bewertet an den geschätzten Parametern $\hat{\psi}_i = \psi(Y_i, \hat{\theta})$ für n Beobachtungen ($i = 1, \dots, n$), wird dann im nächsten Schritt auf systematische Abweichungen zum Mittelwert 0 geprüft.

3.4.2.2 Test auf Parameterinstabilitäten

In diesem Schritt möchte man herausfinden, ob die Parameter des angepassten Modells über alle Partitionsvariablen Z_j stabil sind, oder ob eine Aufteilung der Stichprobe nach

einer der Variablen Z_j mögliche Instabilitäten aufdeckt und somit die Anpassung verbessert. Die Idee Parameterinstabilitäten aufzudecken liegt darin, zu überprüfen, ob die Scores $\hat{\psi}_i$ zufällig um ihren Mittelwert 0 schwanken oder systematische Abweichungen von 0 über die Z_j aufweisen. Diese Abweichungen können über den empirischen Fluktuationsprozess überprüft werden

$$W_j(t) = \hat{J}^{-1/2} n^{-1/2} \sum_{i=1}^{\lfloor nt \rfloor} \hat{\psi}_\sigma(z_{ij}) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

Dabei steht $\sigma(Z_{ij})$ für den Anordnungsprozess welcher den Beobachtungen Z_j die Ränge im Vektor $Z_j = (Z_{1j}, \dots, Z_{nj})^T$ nimmt. Daher ist $W_j(t)$ der partielle Summenprozess der Scores geordnet nach der Variable Z_j , mit der Zahl der Beobachtungen n skaliert und einer sinnvollen Schätzung \hat{J} für die Kovarianzmatrix $COV(\psi(Y, \hat{\theta}))$.

Zeileis and Hornik [2007] zeigen, dass der empirische Fluktuationsprozess zu einer Brownschen Brücke W^0 konvergiert.

Wie die Strukturbruchanalyse genau funktioniert wird im Abschnitt 3.5 genauer vorgestellt.

3.4.2.3 Aufteilung

In diesem Schritt des Algorithmus wird das angepasste Modell nach der Variablen Z_j in ein segmentiertes Modell mit B Segmenten aufgeteilt, wobei B entweder fest ist oder bestimmt werden muss. Bei einer fixierten Anzahl von Splits können zwei konkurrierende Aufteilungen einfach verglichen werden indem man die segmentierten Zielfunktionen $\sum_{b=1}^B \sum_{i \in I_b} \Psi(Y_i, \theta_b)$ vergleicht.

Man unterscheidet die Aufteilung nach numerischen und kategorialen Variablen.

Somit sind zwei Strategien zu unterscheiden. Einerseits kann man immer binäre Splits verwenden, z.B. indem man eine fixierte Anzahl an Segmenten $B = 2$ wählt. Andererseits kann man B für numerische Variablen bestimmen indem man immer $B = C$ für kategoriale Variablen verwendet. C entspricht der Anzahl an Kategorien. Das vorliegende Beispiel greift auf die erste Strategie zurück, denn es gilt $B = 2$.

Hiermit ist die erste Iteration des rekursiven Partitionierungsalgorithmus beendet. Die Schritte 1-3 werden solange in jedem Submodell wiederholt, bis keine weiteren signifikanten Instabilitäten im zweiten Schritt entdeckt werden [Zeileis et al., 2008].

Beispiel 3.6 Getötete im Straßenverkehr - Rekursive Partitionierung

Im Folgenden wird nun das Prinzip der rekursiven Partitionierung auf den vorliegenden Datensatz angewandt. Es wird also getestet, ob sich die Beziehung zwischen der Zielvariable Getötete pro 10000 Einwohner und der erklärenden Variable Jahr in ihrer Struktur verändert. Beispiele dafür wären etwa eine Änderung des Steigungsparameters oder des Intercepts oder des gesamten zugrundeliegen-

den Modells.

Wenn sich die bestehende Beziehung verändert erhält man als Ergebnis einen Baum, bei dem in jeder Untergruppe der Aufteilung ein eigen angepasstes parametrisches Modell resultiert. Um die optimale Aufteilung (Split) zu erhalten, wird jede Beobachtung auf eine vorliegende Parameterinstabilität getestet. In diesem Beispiel ist festgelegt, dass nach der Variablen Jahr partitioniert wird. Das Verfahren der modellbasierten rekursiven Partitionierung wird angewandt, da man gesehen hat, dass eine lineare Anpassung über alle Daten kein optimales Ergebnis liefern konnte.

Deshalb wird nun untersucht ob eine Aufteilung des Datensatzes in Submodelle die Daten besser anpassen kann. Damit nicht jede einzelne Beobachtung eine eigenes Modell darstellt wird als Minimum der Beobachtungen in einem Segment 10 Beobachtungen festgelegt.

In R kann man das Prinzip der modellbasierten rekursiven Partitionierung über die Funktion `mob()` im package `party` durchführen [Hothorn et al., 2010a]. Die Formel für R um das Problem der modellbasierten rekursiven Partitionierung zu übertragen ist folgendermaßen aufgebaut: $y \sim x_1 + \dots + x_k \mid z$. Dabei ist z die Partitionierungsvariable Jahr, y ist die Zielvariable Getötete pro 10000 Einwohner des linearen Modells und $x_1 + \dots + x_k$ sind die erklärenden Variablen. In diesem Beispiel gibt es nur eine erklärende Variable Jahr, d.h. es gibt nur x_1 . Führt man die modellbasierte rekursive Partitionierung in R durch erhält man folgenden Output:

```
> mob1 <- mob(get10000 ~ Jahr | Jahr, data=straße, model=linearModel,
+ control = mob_control(alpha = 0.05, bonferroni = TRUE, minsplit = 10,
+ trim = 0.01,
+ objfun = deviance, breakties = FALSE, parm = NULL, verbose = TRUE)
+ )
```

```
-----
Fluctuation tests of splitting variables:
```

```
      Jahr
statistic 3.097530e+01
p.value   5.958644e-06
```

```
Best splitting variable: Jahr
Perform split? yes
-----
```

```
Node properties:  
Jahr <= 1972; criterion = 1, statistic = 30.975
```

```
-----  
Fluctuation tests of splitting variables:
```

```
      Jahr  
statistic 5.227469  
p.value   0.197557
```

```
Best splitting variable: Jahr  
Perform split? no
```

```
-----  
-----  
Fluctuation tests of splitting variables:
```

```
      Jahr  
statistic 2.133294e+01  
p.value   4.344947e-04
```

```
Best splitting variable: Jahr  
Perform split? yes
```

```
-----  
Node properties:  
Jahr <= 1990; criterion = 1, statistic = 21.333
```

Der Algorithmus der Partitionierung wird somit durchlaufen. Es wird ausgegeben, dass ein Split bei der Variable Jahr durchgeführt wird, da der p-Wert bei einer Teststatistik von 30.975 signifikant ist. Weiter erhält man die Information, dass der Split im Jahr 1972 erfolgt, d.h. der Datensatz wird in zwei Submodelle von 1950 bis 1972 und von 1973 bis 2008 aufgeteilt. Nun wird getestet, ob in dem Segment ab 1950 eine weitere Unterteilung sinnvoll ist. Hierbei weist der p-Wert keine Signifikanz mehr auf, somit wird diese Teilstichprobe nicht weiter aufgeteilt. Daraufhin wird das zweite Segment ab 1973 auf Parameterinstabilitäten untersucht. Im Jahr 1990 kommt es zu einer weiteren Aufteilung, da auch hier der p-Wert signifikant ist.

Das Ergebnis wird grafisch in einem Baum dargestellt. In dem Baum (Abbildung 3.6) ist die beschriebene Situation anschaulich dargestellt. Im ersten Schritt wird der Datensatz im Jahr 1972 unterteilt. Daraus ergibt sich eine Subgruppe mit $n = 23$ Beobachtungen als sogenannter Endknoten. Der Datensatz mit den Beob-

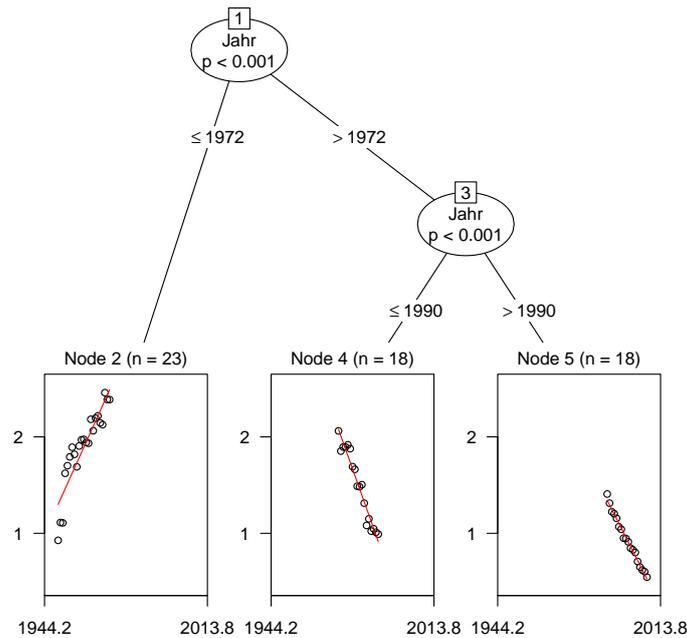


Abbildung 3.6: Baum basierend auf linearer Regression für die Variable Getötete pro 10000 Einwohner

achtungen ab 1973 wird im Jahr 1990 nochmals aufgrund von Parameterinstabilität geteilt. Hierbei ergeben sich die zwei weiteren Segmente mit jeweils $n = 18$ Beobachtungen.

In den jeweiligen Teilstichproben wird nun ein eigenständiges lineares Modell angepasst. Schon allein in der Grafik lassen sich Unterschiede bei den Steigungen erkennen. Die linearen Anpassungen in den einzelnen Segmenten scheinen sehr viel besser zu sein, als es die lineare Anpassung über alle Daten ist.

```
> lapply(splitdat, function(x){
+ summary(lm(get10000 ~ Jahr,data=x))})
```

#Lineares Modell für erstes Submodell von 1950 bis 1972

Call:

```
lm(formula = get10000 ~ Jahr, data = x)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-3.726e-01	-8.433e-02	6.569e-05	1.282e-01	2.691e-01

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.040e+02	1.065e+01	-9.764	2.94e-09 ***
Jahr	5.400e-02	5.431e-03	9.942	2.14e-09 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1728 on 21 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.8248, Adjusted R-squared: 0.8164
F-statistic: 98.85 on 1 and 21 DF, p-value: 2.144e-09

#Lineares Modell für das Submodell ab 1973 bis 1990

Call:

```
lm(formula = get10000 ~ Jahr, data = x)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.176006	-0.041671	0.007969	0.054444	0.141395

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	137.077150	8.051807	17.02	1.13e-11 ***
Jahr	-0.068423	0.004063	-16.84	1.33e-11 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.08944 on 16 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9466, Adjusted R-squared: 0.9432
F-statistic: 283.5 on 1 and 16 DF, p-value: 1.334e-11

#Lineares Modell für das Submodell ab 1990 bis 2008

Call:

```
lm(formula = get10000 ~ Jahr, data = x)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-----	----	--------	----	-----

-0.056801 -0.015321 -0.001067 0.017100 0.064685

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	97.013149	2.614384	37.11	<2e-16 ***
Jahr	-0.048051	0.001308	-36.75	<2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02878 on 16 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9883, Adjusted R-squared: 0.9876

F-statistic: 1351 on 1 and 16 DF, p-value: < 2.2e-16

Betrachtet man die R^2 der einzelnen linearen Modelle so ist zu erkennen, dass sich die Anpassung, im Vergleich zum linearen Modell über alle Daten, stark verbessert. Im ersten Segment (Node 2) ist das Modell mit einem R^2 von 82.48% schon sehr gut angepasst. Die Anpassung im zweiten Modell ist mit einem R^2 von 89.44% noch ein bisschen besser wie im ersten Modell. Im dritten und letzten Modell beträgt das R^2 98.83%. Die Anpassung ist nahezu perfekt.

Im ersten Modell beträgt die Steigung der Geraden 0.054, d.h. sie steigt an. Im zweiten Modell nimmt die Steigung einen Wert von -0.068 an, das bedeutet, dass diese Gerade abfällt. Im dritten Segment ist die Steigung ebenfalls negativ mit einem Wert von -0.048.

Natürlich stellt sich die Frage, warum in den Jahren 1972 und 1990 Strukturbrüche auftreten. Es kann nicht eindeutig bestimmt werden, warum in diesen Jahren Strukturbrüche vorkommen. Allerdings lassen sich Vermutungen aufstellen, zum Beispiel durch einschneidende Ereignisse im Bereich Verkehr. Jedoch können auch einfach z.B. technische Verbesserungen zu diesen strukturellen Veränderungen geführt haben.

Der Bruch im Jahr 1990 könnte somit daraus resultieren, dass in diesem Jahr die deutsche Wiedervereinigung stattfand. Dies hatte zur Folge, dass im Jahr 1990 die Zahl der Verkehrstoten kurz anstieg, seitdem jedoch stetig abnimmt.

Der Strukturbruch im Jahr 1972 ist wohl eine Folge daraus, dass im Jahr 1972 das Tempolimit 100 km/h auf Landstraßen eingeführt wurde [DESTATIS, 2010c]. Diese Beschränkung der Geschwindigkeit auf Landstraßen hatte einen positiven Effekt, da sich die Anzahl der im Straßenverkehr Getöteten positiv änderte und sehr stark zurückging.

Da vorher bei der Anpassung eines linearen Modells über alle Daten Annahmen verletzt waren, werden diese nun für die einzelnen Endknoten überprüft. Jede Zeile mit ihren vier Residualplots steht jeweils für ein Submodell. In den vier Spalten befinden sich somit Residualplot, QQ-Plot, Scale-Location Plot und Leverage Plot. Betrachtet wird zunächst der Residualplot. Die Werte der

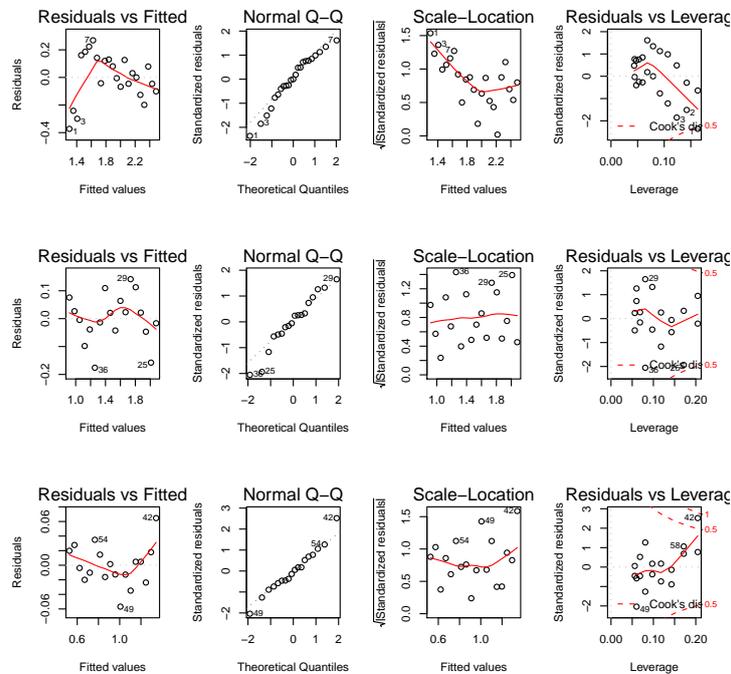


Abbildung 3.7: Residualplots für die einzelnen Splits zur Annahmenüberprüfung

Störgrößen sollten auch hier zufällig um die Null schwanken um die Annahme $E(\epsilon_i) = 0$ zu erfüllen. Für die Daten ab 1950 bis 1972 ist diese Annahme nicht erfüllt, da eine Struktur zu erkennen ist. Ab 1972 ist für beide Submodelle die Annahme erfüllt. Die Annahme der normalverteilten Fehler ist in allen Untermodellen recht gut erfüllt, da man bedenken muss, dass in den jeweiligen Gruppen wenig Daten vorhanden sind. Die Varianzhomogenität ist für die Daten ab 1973 weitestgehend vorhanden, nur im ersten Untermodell liegt Varianzheterogenität vor. In allen drei Modellen sind wenig bis keine Ausreißer zu erkennen.

Schließlich lässt sich sagen, dass sich die Anpassung in den einzelnen Segmenten stark verbessert hat. Die Annahmen des linearen Modells sind in den Submodellen Node 4 und Node 5 nicht mehr verletzt, Ausnahme ist das Submodell Node 2, bei dem nicht alle Annahmen erfüllt sind. Wie man mit verletzten Annahmen vorgehen kann wurde bereits gezeigt.

3.5 Generalisierte M-Fluktuationstests auf Parameterinstabilitäten

3.5.1 Generalisierter M-Fluktuationsprozess

Um die generalisierten M-Fluktuationstests durchführen zu können, muss zunächst eine generelle Klasse von Fluktuationsprozessen entwickelt werden, die Parameterinstabilitäten in parametrischen Modellen aufdecken können.

Zunächst wird ein Modellrahmen definiert. Es werden n vektorwertige unabhängige Beobachtungen angenommen

$$Y_i \sim F(\theta_i) \quad (i = 1, \dots, n),$$

die zu einer Verteilung F mit k -dimensionalem Parameter θ_i verteilt sind. Der Index $i = 1, \dots, n$ steht für die nach der Zeit geordneten Beobachtungen einer externen Variable.

Die Nullhypothese lautet

$$H_0 : \theta_i = \theta_0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

und testet, ob die Parameter über die Zeit konstant bleiben. Daher benötigt man auch die Anordnung nach der Zeit, denn hätte man diese nicht, könnte man eine auftretende Strukturänderung nicht sinnvoll interpretieren.

Es wird nun auch hier, wie beim modellbasierten rekursivem Partitionieren, der empirische Fluktuationsprozess

$$W_j(t) = \hat{J}^{-1/2} n^{-1/2} \sum_{i=1}^{\lfloor nt \rfloor} \hat{\psi}_\sigma(z_{ij}) \quad (0 \leq t \leq 1)$$

betrachtet, der nach Zeileis and Hornik [2007] gegen eine Brownsche Brücke konvergiert.

Die Annahme der unabhängigen Beobachtungen ist häufig, speziell bei der Zeitreihenanalyse verletzt. Es gibt mehrere Ansätze um die vorgestellte Methode auf abhängige Daten zu übertragen. Verwendet man zum Beispiel die ML-Methode so können die Parameter über die Likelihood oder eine bedingte Likelihood bestimmt werden, aus dem der Fluktuationsprozess abgeleitet werden kann [Zeileis and Hornik, 2007].

3.5.2 Generalisierte M-Fluktuationstests

Der generalisierte M-Fluktuationstest ist ein allgemeiner Ansatz zum Testen auf Parameterstabilitäten und wurde durch Zeileis and Hornik [2007] entwickelt. Es wird die M-Schätzung zur Schätzung der Parameter θ verwendet, da diese viele Schätztechniken durch eine sinnvolle Wahl der Scorefunktion ψ enthält.

3.5.2.1 Bestimmung des Scores

Die häufigste Wahl für ψ ist die partielle Ableitung der Zielfunktion Ψ

$$\psi(y, \theta) = \frac{\partial \Psi(y, \theta)}{\partial \theta}$$

wobei Ψ die Residuenquadratsumme oder die Log-Likelihood sein könnte, wenn man für $\hat{\theta}$ die Methode der kleinsten Quadrate oder die ML-Schätzung verwendet. In beiden Fällen führt die kumulative Summe erster Ordnung ψ zum vorher beschriebenen Fluktuationsprozess. Liegt eine Misspezifikation vor wird die Scorefunktion oder Schätzfunktion ψ direkt gewählt, z.B. robuste M-Schätzung oder Quasi-Maximum-Likelihood welche für verletzte Annahmen von Standardmodellen bekannt sind.

3.5.2.2 Teststatistiken

Es werden die empirischen Fluktuationsprozesse verwendet, da diese Abweichungen von der Nullhypothese auf Parameterstabilität aufdecken können. Bereits die Betrachtung von Grafiken kann Informationen liefern, ob H_0 verletzt ist oder nicht. Allerdings ist eine bildliche Betrachtung nicht ausreichend, deshalb werden Tests basierend auf empirischen Fluktuationsprozessen abgeleitet, bei denen die Fähigkeit als erklärendes Instrument erhalten bleibt. Die Strategie zur Konstruktion der Teststatistik ist eine Funktion λ zu berücksichtigen, die sich auf den Fluktuationsprozess bezieht [Zeileis and Hornik, 2007]. Die Teststatistik ist also von der Form $\lambda(efp)$.

In Stichproben vom Umfang n ist der Fluktuationsprozess eine Matrix $(efp_j(i/n))_{i,j}$ mit $i = 1, \dots, n$ entsprechend den „Zeit-“ Punkten und mit $j = 1, \dots, k$ entsprechend den unabhängigen Komponenten des Prozesses, die normalerweise Komponenten des Parametervektors θ sind. Daraus lassen sich zwei Strategien zur Konstruktion von Teststatistiken ableiten:

1. Der Prozess wird zuerst über die Zeit aggregiert und es ergeben sich k unabhängige univariate Teststatistiken, wovon jede mit einer Komponente des Prozesses verbunden ist.
2. Es wird erst über die Komponenten aggregiert und man erhält einen Fluktuationsprozess, der den Zeitpunkt eines möglichen Strukturbruches erkennen kann.

Die zweite Strategie wählt man, wenn man an der Frage interessiert ist, wann ein Strukturbruch auftritt. Dies lässt sich auch grafisch überprüfen, z.B. indem man überprüft, ob der Prozess eine bestimmte Grenze $b(t) = c \cdot d(t)$ überschreitet, wobei c für das Signifikanzniveau und $d(t)$ für die Form der Grenze stehen. Bei der ersten Strategie kann man, wenn die allgemeine Hypothese abgelehnt wird, die Komponenten von θ , die die Instabilität verursachen, identifiziert werden: Alle Komponenten die eine signifikante Statistik haben,

z.B. die einen Grenzwert c überschreiten, sind im Konflikt mit der Nullhypothese.

Das bedeutet, dass in vielen Situationen die Funktion λ in zwei Komponenten aufgeteilt werden kann: λ_{time} und λ_{comp} die jeweils über Zeit und Komponenten aggregieren. Gängige Werte für λ_{time} sind das absolute Maximum L_∞ , der Mittelwert oder der Durchschnitt. Typische Funktionen λ_{comp} beinhalten ebenfalls die Maximumnorm L_∞ oder die quadrierte euklidische Norm L_2 . Abhängig von der Durchführung der Aggregation, wie schon vorgestellt, kann entweder die Zeit der Veränderung oder die Komponenten, die dadurch bestimmt werden, identifiziert werden [Zeileis, 2006].

Die Visualisierung von all diesen Teststatistiken enthält Informationen über das Zeitintervall der Änderung (falls vorhanden) und ist ein mächtiges erklärendes Instrument.

Der Modellrahmen der generalisierten M-Fluktuationstest umfasst viele Strukturbruchtests, mit denen man auf Parameterinstabilitäten testen kann. Dazu zählen basierend auf OLS der CUSUM und der MOSUM Test, Score basierte Tests und Statistiken basierend auf Lagrange multipliiert Tests. Ein Überblick über mögliche Teststatistiken ist in Zeileis [2005] gegeben. Jeder dieser Tests, aus dem Framework, kann auf den Algorithmus der rekursiven Partitionierung angewendet werden. Jedoch sind zwei Teststatistiken hervorzuheben, da diese einmal für metrische und einmal für kategoriale Partitionierungsvariablen Z_j besonders geeignet sind.

Ist die Variable metrisch so gilt folgende Teststatistik:

$$\lambda_{\text{sup LM}}(W_j) = \max_{i=\underline{i}, \dots, \bar{i}} \left(\frac{i}{n} \cdot \frac{n-i}{n} \right)^{-1} \left\| W_j \left(\frac{i}{n} \right) \right\|_2^2$$

Das ist die Maximum Lagrange-multiplier Statistik, auch supLM Statistik genannt. Sie testet gegen die Alternative, dass nur ein einziger Bruchpunkt im Intervall $[\underline{i}, \bar{i}]$ vorliegt.

Ist hingegen die Variable kategorial (mit $c = 1, \dots, C$ Kategorien) ist folgende Teststatistik besser geeignet:

$$\lambda_{\chi^2}(W_j) = \sum_{c=1}^C \frac{|I_c|^{-1}}{n} \left\| \Delta_{I_c} W_j \left(\frac{i}{n} \right) \right\|_2^2$$

Dabei ist Δ_{I_c} die Erhöhung über die $c - te$ Kategorie. Diese Teststatistik ist invariant gegenüber der Umordnung der C Kategorien. Die Teststatistik deckt Instabilitäten über die C Teilstichproben auf [Strobl et al., 2010].

Aus den vielen Teststatistiken wird hier nur der Double Maximum Test genauer betrachtet [Zeileis et al., 2008].

Die Double Maximum Teststatistik ist nämlich die einzigste Funktion, die für beide Kom-

ponenten von λ , λ_{time} und λ_{comp} , Interpretationen ermöglicht. Die Teststatistik lautet:

$$\max_{i=1,\dots,n} \max_{j=1,\dots,k} \left| \frac{efp_j(i/n)}{b(i/n)} \right|$$

Dabei wird die Maximumnorm L_∞ zur Aggregation in beide Richtungen verwendet. Die Nullhypothese wird abgelehnt, wenn das Maximum eine Grenzfunktion $b(t)$ überschreitet, welche normalerweise als konstant, z.B. $b(t) = 1$ angenommen wird [Zeileis, 2006].

Beispiel 3.7 Getötete im Straßenverkehr - M-Fluktuationstests

Um Tests auf Parameterinstabilitäten im Rahmen des empirischen Fluktuationsprozesses durchführen und sinnvoll interpretieren zu können, müssen die Daten zunächst in eine Zeitreihe übertragen werden. Wie bei der modellbasierten rekursiven Partitionierung wird getestet, ob die Variable Getötete annähernd konstant verläuft, oder ob signifikante Strukturveränderungen auftreten. In R kann man den generalisierten empirischen Fluktuationsprozess mit der Funktion `gefp()` durchführen, dazu benötigt man das package `strucchange` [Zeileis et al., 2010]. Nun wird der Double Maximum Test auf die Zeitreihe angewendet.

Beim Double Maximum Test wird nun also auf Parameterinstabilität getestet. Wird ein kritischer Wert c gekreuzt, liegt ein Strukturbruch in den Daten vor. Der Test auf Strukturbruch wird in R über die Funktion `sctest` (structural change test) durchgeführt.

```
> seatbelt<- ts(straße[,c(1,12)], start=1950, end=2008, frequency=1)
> scus.seat <- gefp(get10000 ~ Jahr, data=seatbelt, fit = lm)
> sctest(scus.seat, functional = maxBB)
```

M-fluctuation test

```
data: scus.seat
f(efp) = 2.4917, p-value = 1.620e-05
```

Das Ergebnis des Tests zeigt, dass in den Daten ein Strukturbruch vorliegt, da der p-Wert signifikant ist. Grafisch ist das Ergebnis in Abbildung 3.8 dargestellt. Es bestätigt sich, dass in den Daten eine strukturelle Änderung vorliegt, denn ein kritischer Wert c wird sogar mehrmals gekreuzt.

Durch das Testverfahren weiß man, dass ein Strukturbruch oder mehrere Strukturbrüche in den Daten vorliegen, nur noch nicht genau wann sie auftreten. Nun

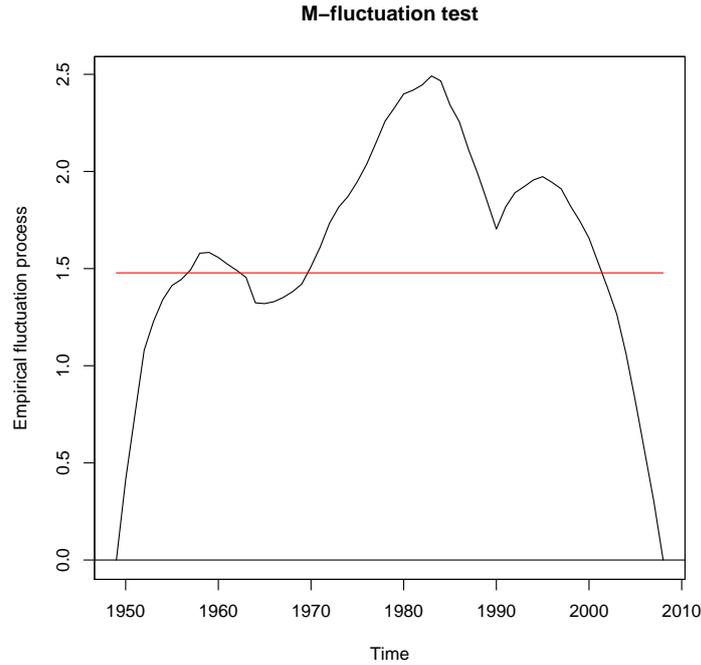


Abbildung 3.8: Ergebnis des M-Fluktuationstests: Double Maximum Test

wird ein Modell gesucht, welches die Strukturbrüche mit berücksichtigt. Wenn die Brüche plötzlich auftreten führt dies dazu, dass die Daten, wie beim modellbasierten rekursivem Partitionieren, in Segmente aufgeteilt werden und in jedem Submodell das Modell angepasst wird. Bei linearen Regressionsmodellen ist der Aufbau folgendermaßen

$$y_t = x_t^T \beta^{(j)} + \epsilon_t, \quad t = n_{j-1} + 1, \dots, n_j, \quad j = 1, \dots, m + 1$$

Dabei ist $j = 1, \dots, m$ der Index im jeweiligen Segment und $\beta^{(j)}$ steht für die segmentspezifischen Regressionskoeffizienten. Die Indizes $\{n_1, \dots, n_m\}$ bezeichnen die Anzahl der unbekanntenen Punkte, an denen gesplittet wird.

Um die Bruchpunkte schätzen zu können wird die generelle Methode von Bai und Perron [1998, 2003] verwendet, die in R in der Funktion `breakpoints()` implementiert ist.

Die Zahl dieser Bruchpunkte ist im Voraus nicht bekannt. Eine Möglichkeit die optimale Anzahl zu erhalten ist es, für $m = 0, 1, \dots$ Brüche das Modell zu wählen, welches zum Beispiel das Informationskriterium BIC (Bayesianisches Informationskriterium) minimiert. Eine andere Möglichkeit besteht darin, ein Modell mit $m + 1$ Segmenten und m Bruchpunkten zu finden, für das die Resi-

duenquadratsumme(RSS) minimiert wird.

Das RSS und das BIC sind in der linken Grafik von Abbildung 3.9 abgebildet. Das BIC hat sein Minimum eindeutig bei drei Bruchpunkten, die Residuenquadratsumme(RSS) hat ihr Minimum bei $m = 4$ Brüchen obwohl kein großer Unterschied zu $m = 3$ und $m = 5$ zu erkennen ist [Kleiber and Zeileis, 2008, Seite 169-176].

Somit ist ein Modell mit drei Brüchen optimal. In R erhält man diese über die Funktion `breakpoints()`.

```
> get_bp <- breakpoints(get10000 ~ Jahr, data=seatbelt)
> get_bp
```

Optimal 4-segment partition:

Call:

```
breakpoints.formula(formula = get10000 ~ Jahr, data = seatbelt)
```

Breakpoints at observation number:

```
8 23 41
```

Corresponding to breakdates:

```
1957 1972 1990
```

Die optimale Partition besteht demnach aus vier Segmenten mit drei Knoten in den Jahren 1957, 1972 und 1990. Für die jeweiligen Segmente kann man sich, wie bei der Funktion `coef()`, die Koeffizienten der linearen Modelle ausgeben lassen.

```
> coef(get_bp)
              (Intercept)           Jahr
1950 - 1957  -284.15833  0.14622743
1958 - 1972   -82.22395  0.04291554
1973 - 1990   137.07715 -0.06842293
1991 - 2008    97.01315 -0.04805132
```

Die Unterschiede bei den Koeffizienten sind gut zu erkennen. Im ersten Segment ist der Intercept negativ mit -284.16, die Steigung ist jedoch positiv mit einem Wert von 0.15. Im zweiten Segment von 1958 bis 1972 besitzen die Koeffizienten die selben Vorzeichen, unterscheiden sich jedoch zahlenmäßig. Hier beträgt der Intercept lediglich -82.22 und die Steigung nimmt einen Wert von 0.04 an. Im

dritten Segment ist der Intercept mit 137.08 positiv und hat eine negative Steigung von -0.07 , d.h. die Gerade fällt im Gegensatz zu den Geraden der ersten beiden Segmente ab. Im vierten und letzten Segment ist der Intercept mit 97.01 geringer wie im dritten Segment und die Gerade hat ebenfalls eine negative Steigung von -0.05 .

Wie bei der modellbasierten rekursiven Partitionierung treten in den Jahren 1972 (Einführung von Tempolimit 100 km/h auf Landstraßen) und 1990 (Wiedervereinigung von Deutschland) Bruchpunkte auf. Zusätzlich resultiert bei diesem Verfahren ein Bruchpunkt im Jahr 1957. Ein möglicher Grund für diese struktu-

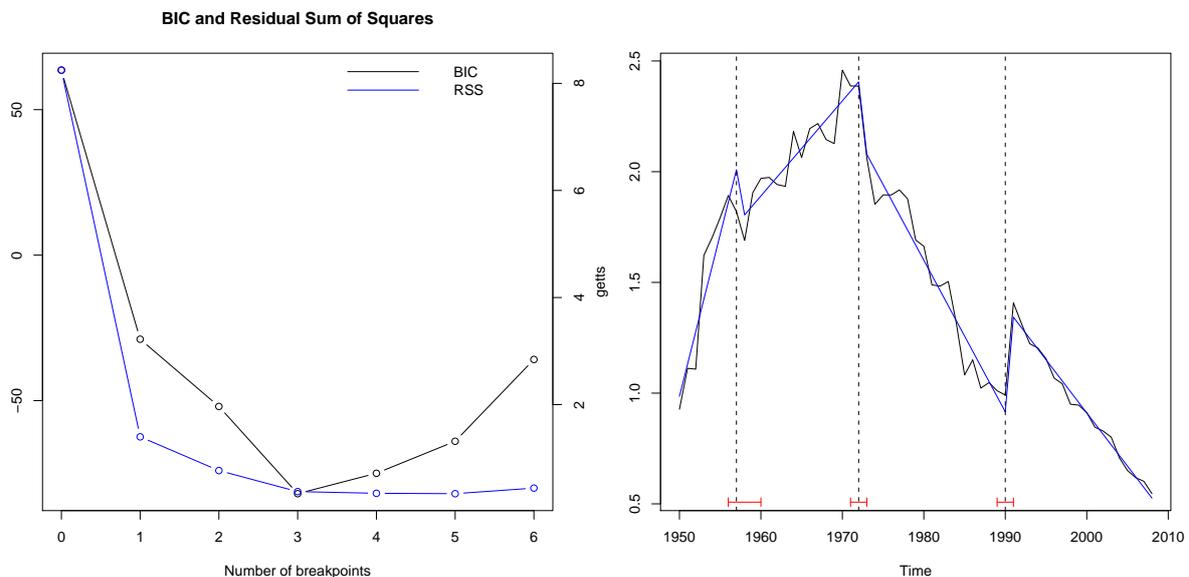


Abbildung 3.9: Linke Grafik: BIC und RSS für segmentiertes Modell. Rechte Grafik: Beobachtete und gefittete segmentierte Zeitreihe mit eingezeichneten Bruchpunkten und dazugehörigen Konfidenzintervallen

relle Veränderung ist wahrscheinlich die Einführung der Höchstgeschwindigkeit von 50 km/h innerhalb von Ortschaften [DESTATIS, 2010c].

Die Zeitreihe kann man grafisch mit ihren Bruchpunkten und den dazugehörigen Konfidenzintervallen darstellen (rechte Abbildung 3.9). Zudem ist die gefittete Zeitreihe über die beobachtete Zeitreihe eingezeichnet. Es ist gut zu erkennen, dass die einzelnen linearen Anpassungen die Daten besser erklären.

Beide vorgestellten Verfahren, modellbasierte rekursive Partitionierung und M-Fluktuationstests, dienen dazu Parameterinstabilitäten aufzudecken und zu identifizieren. Um eine optimale Anpassung an die Daten zu bekommen, werden diese

in Segmente aufgeteilt und somit die Bruchpunkte bestimmt. Es ergeben sich zwei identische Aufteilungen in den Jahren 1972 und 1990. Die Teilung des Datensatzes im Jahr 1957 resultiert nur im Verfahren des M-Fluktuationsprozesses. Auch wenn man die Minimalzahl an Beobachtungen im modellbasierten rekursiven Partitionierungsprozess ignoriert, erhält man im Jahr 1957 keinen Strukturbruch.

Daher stellt sich die Frage, weshalb beim Verfahren über die M-Fluktuationstests ein Strukturbruch mehr in den Daten auftritt als beim Verfahren der modellbasierten rekursiven Partitionierung.

Beim partitionieren nach einer einzigen Variable, typischerweise der Zeit, gibt es mehrere Möglichkeiten auftretende Bruchpunkte zu schätzen.

Bei der modellbasierten rekursiven Partitionierung wird zum Auffinden von Strukturbrüchen der Algorithmus mit seinen vier Schritten durchlaufen. Dabei beginnt man mit der Anpassung eines Modells über alle Beobachtungen durch Minimierung der Zielfunktion. Daraufhin wird auf Parameterinstabilität getestet und die Bruchpunkte berechnet, die die Zielfunktion lokal optimieren. Das Modell wird somit in Submodelle aufgeteilt und der Algorithmus wird auf das Neue durchlaufen bis keine signifikanten Parameterinstabilitäten mehr zu entdecken sind. Das heißt bei diesem Verfahren wird die Zielfunktion lokal in jedem Schritt geschätzt.

Betrachtet man hingegen das Verfahren über die M-Fluktuationstests wird eine andere Möglichkeit zum Entdecken von Strukturbrüchen angewendet. Hier werden alle Bruchpunkte simultan und nicht lokal in jedem Schritt geschätzt. Das heißt das Modell ist in diesem Fall bezüglich der Zielfunktion in allen Bruchpunkten simultan, also gleichzeitig, optimal [Zeileis et al., 2008].

Kapitel 4

Zusammenfassung und Ausblick

Letztlich lässt sich die Auswertung des Verkehrsindikators Getötete pro 10000 Einwohner folgendermaßen zusammenfassen. Die Anwendung des einfachen linearen Regressionsmodells hat gezeigt, dass eine lineare Anpassung nicht optimal für die Gesamtheit der Daten ist. Es sind einige Annahmen verletzt worden, man hat jedoch auch gesehen, dass es verschiedene Möglichkeiten gibt mit verletzten Annahmen umzugehen.

Bei der Durchführung der modellbasierten rekursiven Partitionierung basierend auf linearer Regression wurde das Modell in Submodelle aufgeteilt. Durch Anwendung dieses Verfahrens wurden in den Jahren 1972, evtl. durch Einführung von Tempolimit 100 km/h auf Landstraßen, und 1990, evtl. durch die deutsche Wiedervereinigung, Strukturbrüche entdeckt. Für die drei resultierenden Submodelle ist die Anpassung nahezu perfekt. Über das Verfahren des generalisierten empirischen Fluktuationstests, welches auch beim Verfahren der modellbasierten rekursiven Partitionierung angewendet wurde, ergaben sich für den Indikator drei Strukturbrüche. Zusätzlich zu den zwei bereits genannten Brüchen, resultierte im Jahr 1957 ein Weiterer, wahrscheinlich durch die Einführung von Tempolimit 50 km/h in Ortschaften. Dieser zusätzliche Strukturbruch resultiert daraus, dass die Bruchpunkte nicht nur lokal in jedem Schritt sondern simultan geschätzt werden.

Außerdem lässt sich feststellen, dass der Verkehrsindikator Getötete als Frühwarnsignal und somit als Grundlage für Vorhersagen gilt. Jedoch wird sich die Prädiktion des linearen Modells nicht immer weiter fortsetzen, denn eine stetige Abnahme an Verkehrstoten seit dem Jahr 1991 wird nicht zur Folge haben, dass diese in der Zukunft bei Null enden wird. Das heißt man kann nicht annehmen, dass es irgendwann keine Verkehrstoten mehr geben wird. Die Anzahl wird sich vermutlich an einem bestimmten Zeitpunkt stabilisieren, aber nicht weiter abfallen.

Für die Zukunft ergibt sich durch die Auswertung der Analyse eine neue Forschungsfrage. Denn es wurde die modellbasierte rekursive Partitionierung berechnet, obwohl das lineare Modell für die verwendeten Daten nicht adäquat war.

Literaturverzeichnis

- ADAC. Verkehrsunfälle in Deutschland, 2010. URL http://www1.adac.de/Verkehr/Statistiken/unfaelle_deutsch/default.asp?ComponentID=252616&SourcePageID=7939. [Online ; accessed 09 - August - 2010].
- Tony Atkinson, Bea Cantillon, Eric Marlier, and Brian Nolan. *Social Indicators: The EU and Social Inclusion*. Oxford University Press, 2002. ISBN 0-19-925249-1.
- Auswärtiges Amt der Bundesrepublik Deutschland. Eu 2007.de-Bevölkerung, 2007. URL http://www.eu2007.de/de/Germany/Overview/population_d.html. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Prof. Blumes. Was ist ein Indikator?, 2010. URL <http://www.chemieunterricht.de/dc2/indikator/indi01.htm>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Dr. Hans Hartwig Bohle. *Soziale Probleme und Soziale Indikatoren*. Duncker & Humblot, 1981. ISBN 3-428-04877-6.
- B. Brümmer. Marktlehre, 2002. URL <http://www.uni-kiel.de/marktlehre/courses/sommersemester/2002/QMMA/folien12062002.pdf>. [Online ; accessed 03 - September - 2010].
- Felix Brosius. *SPSS CHAID - Statistische Datenanalyse für Segmentierungsmodelle und Database Marketing*. International Thomson Publishing, Bonn, 1997. ISBN 978-3826602863.
- Bundesministerium für Arbeit und Soziales. Der Demograf-Altenquotient, 2010. URL <http://www.der-demograf.de/index.php?id=79&area=af>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Bundesministerium für Verkehr Bau und Stadtentwicklung. *Verkehr in Zahlen 2009/2010*. DVV Media Group GmbH, 2009. ISBN 978-3-87154-407-1.
- Günter Buttler. *Sozialindikatoren: Grundlagen und Möglichkeiten*. Institut der deutschen Wirtschaft, 1976. ISBN 3-88054-120-5.

- Weert Canzler. Demographie und Verkehrspolitik. *Aus Politik und Zeitgeschichte*, (29), 2010.
- DESTATIS. Was gehört zum Verkehr, 2006. URL <http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Grafiken/Verkehr/Fotografie/Verkehrsbild,templateId=renderLarge.psml>. [Online ; Eigene Darstellung; accessed 04 - June - 2010].
- DESTATIS. *Datenreport 2008: Ein Sozialbericht für die Bundesrepublik Deutschland*. Statistisches Bundesamt, 2008. ISBN 978-3-89331-909-1.
- DESTATIS. *Statistisches Jahrbuch 2009: Für die Bundesrepublik Deutschland*. Statistisches Bundesamt, 2009. ISBN 978-3-8246-0839-3.
- DESTATIS. 12. Koordinierte Bevölkerungsvorausrechnung, 2010a. URL <http://www.destatis.de/bevoelkerungspyramide/>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- DESTATIS. Startseite, 2010b. URL http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Navigation/Navigationsknoten__Startseite1.psml. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- DESTATIS. Entwicklung der Zahl der im Straßenverkehr Getöteten 1953-2009, 2010c. URL <http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Grafiken/Verkehr/Diagramme/Strassenverkehrstote,templateId=renderPrint.psml>. [Online ; accessed 19 - August - 2010].
- DESTATIS. Regionalatlas der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2010d. URL <http://ims.destatis.de/indikatoren/Default.aspx>. [Online ; accessed 24 - August - 2010].
- Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt. DLR: Institut für Verkehrsforschung, 2010. URL http://www.dlr.de/vf/DesktopDefault.aspx/tabid-938/1391_read-6295/. [Online ; accessed 28 - May - 2010]0,.
- Europäische Kommission: Generaldirektion Energie und Verkehr. Eine nachhaltige Zukunft für den Verkehr: Wege zu einem integrierten, technologieorientierten und nutzerfreundlichen System, 2009. URL http://ec.europa.eu/transport/publications/doc/2009_future_of_transport_de.pdf. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Ludwig Fahrmeir, Thomas Kneib, and Stefan Lang. *Regression - Modelle, Methoden und Anwendungen*. Springer-Verlag, 2007. ISBN 978-3-540-33932-8.
- Gesundheitsberichterstattung des Bundes. Verkehrstote, 2010. URL <http://www.gbe-bund.de/glossar/Verkehrstote.html>. [Online ; accessed 28 - August - 2010].

- Dr. Shahram Azizi Ghanbari. *Einführung in die Statistik für Sozial- und Erziehungswissenschaftler*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2002. ISBN 3-540-43118-7.
- William H. Greene. *Econometric Analysis*. Pearson Prentice Hall, 2008. ISBN 978-0-13-513245-6.
- Roland Habich, Heinz-Herbert Noll, and Wolfgang Zapf. *Soziale Indikatoren und Sozialberichterstattung: Internationale Erfahrungen und gegenwärtiger Forschungsstand*. Bundesamt für Statistik (Schweiz), 1994. ISBN 3-303-16031-7.
- Kurt Hornik. *tseries: Time series analysis and computational finance*, 2009. URL <http://CRAN.R-project.org>. R package version 0.10-22.
- Torsten Hothorn, Kurt Hornik, Carolin Strobl, and Achim Zeileis. *party: A Laboratory for Recursive Partytioning*, 2010a. URL <http://CRAN.R-project.org>. R package version 0.9-9997.
- Torsten Hothorn, Achim Zeileis, Giovanni Millo, and David Mitchell. *lmtest: Testing Linear Regression Models*, 2010b. URL <http://CRAN.R-project.org>. R package version 0.9-27.
- Christian Kleiber and Achim Zeileis. *Applied Econometrics with R*. Springer-Verlag, New York, 2008. ISBN 978-0-387-77316-2.
- Die Kommission der europäischen Gemeinschaften. Weissbuch: Die europäische Verkehrspolitik bis 2010: Weichenstellungen für die Zukunft, 2001. URL http://ec.europa.eu/transport/strategies/doc/2001_white_paper/lb_com_2001_0370_de.pdf. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Uwe Ligges. *Programmieren mit R*. Springer Verlag, 2005. ISBN 3-540-20727-9.
- Heinz-Herbert Noll. Informationsfeld Subjektive Indikatoren, 2000. URL http://www.gesis.org/fileadmin/upload/institut/wiss_arbeitsbereiche/soz_indikatoren/Publikationen/KVI-Noll-Subjektive-Indikatoren.pdf. [Online ; accessed 27 - May - 2010].
- Heinz-Herbert Noll. System sozialer Indikatoren, 2010a. URL <http://www.gesis.org/dienstleistungen/daten/soziale-indikatoren/system-sozialer-indikatoren/>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Heinz-Herbert Noll. Einführung, 2010b. URL <http://www.gesis.org/dienstleistungen/daten/soziale-indikatoren/system-sozialer-indikatoren/einfuehrung/>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].

- Heinz-Herbert Noll. Europäisches System sozialer Indikatoren: Einführung, 2010c. URL <http://www.gesis.org/dienstleistungen/daten/soziale-indikatoren/eusi/einfuehrung/>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Dipl.-Psych. Haug Leuschner Prof. Dr. W. Hussy. Zeitreihenanalysen: Univariate Verfahren-Interventionsanalysen-Multivariate Verfahren, 2005. URL <http://www.psych-methoden.uni-koeln.de/veranstaltungen/evaluation/einzelfall/Einzelfall-14-Zeitreihenanalyse-Handout.pdf>. [Online ; accessed 31 - August - 2010].
- Frank Romeike and Peter Hager. *Erfolgsfaktor Risiko-Management 2.0: Methoden, Beispiele, Checklisten Praxishandbuch für Industrie und Handel*. Gabler/GMV Fachverlage GmbH, 2009. ISBN 978-3-8349-0895-7.
- Prof. Dr. Horst Rottmann and Dipl.-BW (FH) Benjamin Rainer Auer. RESET-Test von Ramsey, 2010. URL <http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Definition/reset-test-von-ramsey.html>. [Online ; accessed 13 - August - 2010].
- Carolin Strobl, Florian Wickelmaier, and Achim Zeileis. Accounting for individual differences in Bradley-Terry models by means of recursive partitioning. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 2010. URL <http://statmath.wu.ac.at/~zeileis/papers/Strobl+Wickelmaier+Zeileis-2010.pdf>. Forthcoming.
- Bernd Thürk and Jörg Riedel. Sozialbilanz in sozialen Beschäftigungsunternehmen: Ein Überblick. *Arbeitsheft 7*, page 37, 2005. URL <http://www.best3s.de/Endberichte/Handbuch%20Sozialbilanz%20Steremat-print2209.pdf>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Pierre Weiss. Wörterbuch der Sozialpolitik: Sozialindikatoren, 2010. URL <http://www.socialinfo.ch/cgi-bin/dicopossode/show.cfm?id=607>. [Online ; accessed 28 - May - 2010].
- Jeffrey M. Wooldridge. *Introductory Econometrics - A Modern Approach*. South-Western Cengage Learning, 2009. ISBN 978-0-324-58162-9.
- Achim Zeileis. A unified approach to structural change tests based on ML scores, F statistics, and OLS residuals. *Econometric Reviews*, 24(4):445–466, 2005. URL <http://statmath.wu.ac.at/~zeileis/papers/Zeileis-2005a.pdf>.
- Achim Zeileis. Implementing a class of structural change tests: An econometric computing approach. *Computational Statistics & Data Analysis*, 50(11):2987–3008, 2006. URL <http://statmath.wu.ac.at/~zeileis/papers/Zeileis-2006.pdf>.

Achim Zeileis and Kurt Hornik. Generalized M-Fluctuation Tests for Parameter Instability. *Statistica Neerlandica*, 61(4):488–508, 2007. URL <http://statmath.wu.ac.at/~zeileis/papers/Zeileis+Hornik-2007.pdf>.

Achim Zeileis, Torsten Hothorn, and Kurt Hornik. Model-Based Recursive Partitioning. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 17(2):492–514, 2008. URL <http://statmath.wu.ac.at/~zeileis/papers/Zeileis+Hothorn+Hornik-2008.pdf>.

Achim Zeileis, Friedrich Leisch, Bruce Hansen, Kurt Hornik, and Christian Kleiber. *strucchange: Testing, Monitoring and Dating Structural Changes*, 2010. URL <http://CRAN.R-project.org>. R package version 1.4-1.

Anhang

A Ergebnisse der linearen Modelle mit dem Lag- bzw. dem Differenzen-Operator

#Ergebnis des linearen Modells mit dem Lag-Operator

```
> summary(lm(getts~get1 + jahr1, data=get_dat))
```

Call:

```
lm(formula = getts ~ get1 + jahr1, data = get_dat)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.221581	-0.045855	0.004796	0.031293	0.414614

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	11.936239	2.739801	4.357	5.82e-05 ***
get1	0.848713	0.044053	19.266	< 2e-16 ***
jahr1	-0.005919	0.001361	-4.349	5.96e-05 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1258 on 55 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9459, Adjusted R-squared: 0.944

F-statistic: 481.1 on 2 and 55 DF, p-value: < 2.2e-16

#Ergebnis des linearen Modells mit dem Differenzen-Operator

```
> summary(lm(dif~Jahr, data=straßekomp))
```

Call:

```
lm(formula = dif ~ Jahr, data = straÙekomp)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.3351883	-0.0533256	0.0004222	0.0423697	0.4550610

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	5.437963	2.207345	2.464	0.0169 *
Jahr	-0.002751	0.001115	-2.466	0.0168 *

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.1385 on 55 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.09958, Adjusted R-squared: 0.08321

F-statistic: 6.082 on 1 and 55 DF, p-value: 0.0168

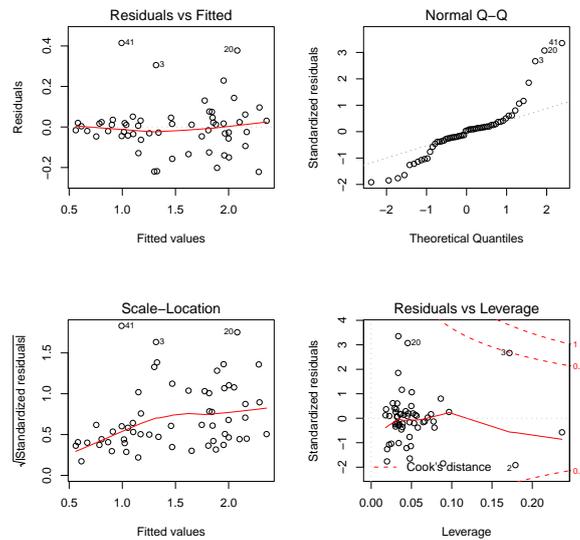


Abbildung 1: Residualplots für lineares Modell mit Lag-Operator

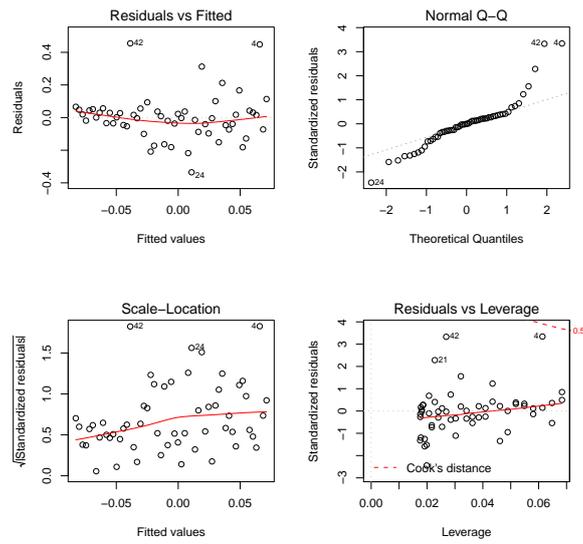


Abbildung 2: Residualplots für lineares Modell mit Differenzen-Operator

B CD

Erklärung zur Urheberschaft

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe.

München, den 15.09.2010

(Manuela Bitterlich)