Oldenbourgs Lehr- und Handbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

# Einführung in die Mikroökonomie

Von

Dr. Edwin von Böventer
o. Professor für Volkswirtschaftslehre

Dr. Jörg Beutel
Dr. Gerhard Illing
Dr. Heimo Jürgen John
Dr. Robert Koll
Dr. Rudolf Matzka
Universität München

7., durchgesehene und verbesserte Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

**Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme**

**Einführung in die Mikroökonomie** / von Edwin von Böventer
... – 7., durchges. und verb. Aufl. – München ; Wien :
Oldenbourg, 1991
(Oldenbourgs Lehr- und Handbücher der Wirtschafts- und
Sozialwissenschaften)
ISBN 3-486-21993-6

NE: Böventer, Edwin von





Gesamtherstellung: Passavia, Passau

ISBN 3-486-21993-6

# Inhaltsverzeichnis

## Vorwort (zur 7. Auflage)

Gleichzeitig mit der dritten Auflage des Studien- und Arbeitsbuches erscheint eine Neuauflage des Lehrbuches. Dabei haben wir es durchgesehen und verbessert.

*München, im April 1991* *Edwin von Böventer*

## Vorwort (zur 6. Auflage)

Nachdem im letzten Jahr eine zweite Auflage des Studien- und Arbeitsbuches herausgekommen ist, hat die weiter zunehmende Verbreitung auch des Lehrbuches eine Neuauflage nötig gemacht. Wir haben Verbesserungen und Ergänzungen vor allem im Kapitel I vorgenommen. Diese sollen die Einordnung der Mikroökonomie in die gesamte Volkswirtschaftslehre erleichtern und das Verständnis der ökonomischen Rolle öffentlicher Güter vertiefen.

*München, im April 1989* *Edwin von Böventer*

## Vorwort (zur 5. Auflage)

Die anhaltende Nachfrage macht erfreulicherweise eine weitere Auflage erforderlich. Dies war uns Anlaß, das Lehrbuch durchzusehen und in einigen Abschnitten zu überarbeiten. Wir haben insbesondere innerhalb der Theorie des Haushalts die Ausführungen über die Präferenzordnung sowie die Analyse des Arbeitsangebots neugefaßt und ergänzt, ebenso in der Theorie der Unternehmung das „Ertragsgesetz" ausführlicher dargestellt.

In der Zwischenzeit ist ein Studien- und Arbeitsbuch (von Böventer, E., Illing, G., Koll, R., Mikroökonomie. Studien- und Arbeitsbuch, München 1986) erschienen, das in engem Zusammenspiel mit diesem Lehrbuch zu jedem Kapitel **Wiederholungsfragen, Übungsaufgaben** und **Weiterführende Fragen** (und deren Lösungen) enthält. Wir möchten damit das selbständige, intensive Studium der Mikroökonomie weiter fördern.

*München, im Dezember 1987* *Edwin von Böventer*

## Vorwort (zur 4. Auflage)

Dank des weiter beschleunigten Absatzes des Buches, bietet sich reichlich ein Jahr nach Erscheinen der 3. Auflage die Gelegenheit, eine neue Auflage herauszubringen. Darin ist Kapitel IV völlig neu – konzipiert von Dr. Gerhard Illing –, und Kapitel I und V sind verbessert und erweitert worden: neue aktuelle Fragen, Erfahrungen in der Lehre und Anregungen von Studenten sind dabei berücksichtigt worden, wofür ganz herzlichen Dank auszusprechen ist.

Dabei ist die erfolgreiche Grundkonzeption des Buches beibehalten worden: einen Zugang zu der von manchem scheel angesehenen Mikroökonomie von verschiedenen Seiten her zu bieten und damit unterschiedlichen Präferenzen entgegenzukommen, das Verständnis grundlegender **ökonomischer Prinzipien** in den Mittelpunkt zu stellen und besonderen Wert auf **wechselseitige Zusammenhänge** zwischen verschiedenen Entscheidungen und Einflüssen zu legen, bei welchen es so gut wie nie lediglich eine einseitige Kausalität gibt: ökonomisches Denken sollte als kritisches Denken in wechselseitigen Abhängigkeiten verstanden werden.

In diesem Sinne bringt Kapitel I einen allgemeinen, stark inhaltlich betonten Überblick über Fragestellungen, Methoden und damit allgemeine Prinzipien in der Mikroökonomie. Dort ist die Rede von Angebots- und Nachfragekurven und dem Verfügen über Güter: wie gewinnt man überhaupt solche Kurven aus vorliegenden Daten, und wie sollte über Umweltgüter verfügt werden? Diese Fragen werden einführend neu behandelt unter dem Konzept der **Identifikation** und unter der Frage nach besten institutionellen Regelungen ökonomischer Probleme.

Kapitel II enthält eine vertiefte breite Einführung in Methoden ökonomischer Analyse an Hand der Haushaltsentscheidungen und Kapitel III (auch wie bisher) eine stärker formalisierte Darstellung von Grundlagen der Produktionstheorie unter Rückgriff auf analoge Probleme in der Haushaltstheorie.

Kapitel IV ist neu: Die Behandlung der Probleme der **Koordinierung von Entscheidungen** ist wieder stärker verbal und um das Verständnis fundamentaler Zusammenhänge bemüht; das Kapitel enthält erstmals eine Einführung in die **Ungleichgewichtstheorie,** in dynamische Anpassungen in der Realität und dabei auch in zyklische Bewegungen, wie sie unter dem Begriff **Spinnweb-Theorien** bekannt geworden sind. Auch Kapitel V ist verbessert worden: es enthält eine in den Grundlagen leicht verständliche und sodann formalisierte Behandlung der Beurteilungsmöglichkeiten ökonomischer Prozesse und geht in dieser Auflage verstärkt auf die Problematik externer Effekte ein.

*München, im August 1986*

# Vorwort (zur 3. Auflage)

Die zweite Auflage war in weniger als zwei Jahren vergriffen. Wir haben diese „Markträumung“ genutzt, das Buch gründlich durchzusehen und Druckfehler zu beseitigen. Wir hoffen damit, das selbständige Durcharbeiten der einzelnen Kapitel weiter zu erleichtern. Wiederum haben wir allen zu danken, die uns beim Aufspüren der Fehler geholfen haben.

*München, im August 1984*

## Vorwort (zur 2. Auflage)

Die erste Auflage hat sich einer so regen Nachfrage erfreut, daß nach zwei Jahren eine Neuauflage nötig wurde. Bei dieser Gelegenheit haben wir in Kapitel 2 und 4 kleinere Mängel beseitigt und Kapitel 3 im wesentlichen neu gefaßt. Aufgrund seiner langjährigen Erfahrungen mit dem Stoff des Buches haben die bisherigen Autoren Herrn Dr. R. Koll in ihr Autoren-Team aufgenommen: er hat den größten Beitrag bei der Überarbeitung des Buches geleistet. Wir danken allen, nicht zuletzt den Studenten, die Vorschläge für mögliche Verbesserungen gemacht haben, recht herzlich.

*München, im September 1982*

## Vorwort (zur 1. Auflage)

Das vorliegende Lehrbuch entstand aus den mehrjährigen Erfahrungen mit Vorlesungen und Kursen an der Ludwig-Maximilian-Universität in München. Es wendet sich an Studenten der Wirtschaftswissenschaften in den ersten Semestern. Besonderer Wert wurde darauf gelegt, die Funktionsweise von totalen Gleichgewichtsmodellen einsichtig zu machen, ohne den Leser mit übertriebenem Formalismus zu belasten. Die Erstellung des Manuskripts war innerhalb des Autorenteams so geregelt, daß jedem der fünf Autoren die Konzeption und Formulierung eines der fünf Kapitel zukam:

| | |
|---|---|
| Edwin von Böventer | (Kapitel I) |
| Jürgen John | (Kapitel II) |
| Jörg Beutel | (Kapitel III) |
| Manfred Betz | (Kapitel IV) |
| Rudolf F. Matzka | (Kapitel V und mathematischer Anhang) |

Die Autoren bedanken sich für die geduldige Betreuung durch Herrn Weigert vom Oldenbourg Verlag, sowie für die unzähligen Fragen und Diskussionsbeiträge ihrer Studenten, ohne welche dieses Buch nicht hätte entstehen können.

*München, im November 1979*

# Kapitel I
# Einführung in Grundfragen und Methoden der Mikroökonomie

## A. Volkswirtschaftliche Probleme

Bedeutende ökonomische Probleme kennt jeder aus der Zeitung, aus Büchern oder aus eigener Erfahrung: Überwindung der Armut, Verbesserung der Versorgung mit Konsumgütern, Sicherung der Beschäftigung, Verhinderung oder Eindämmung einer Inflation, Erreichen einer als annehmbar angesehenen Einkommensverteilung, Entwicklung von Energiequellen, Schutz der Umwelt vor den Folgen ungebändigter Güterproduktion, Wiederaufbau einer Wirtschaft nach Kriegszerstörungen, Überwindung einer großen Krise. Solche Probleme sind in verschiedenen Ländern mit unterschiedlichen Gewichten aufgetreten, sie verändern ihr Aussehen mit der wirtschaftlichen Entwicklungen im Laufe der Zeit, sie wechseln häufig im Laufe der Jahrzehnte und erscheinen manchmal sogar alle paar Jahre in einem anderen Licht.

Die Volkswirtschaftslehre beschäftigt sich mit solchen Problemen. Dabei kann man sich entweder für die Entwicklungen des (aggregierten) Ganzen interessieren oder für das Geschehen im einzelnen – für die „großen Zusammenhänge“ zwischen aggregierten Größen oder für das Funktionieren der Wirtschaft „im Kleinen“. Das Einzelne betrifft das Handeln einzelner Menschen in einem bestimmten institutionellen Rahmen: ihre – *einzelwirtschaftlichen* – Entscheidungen in Haushalten, Unternehmungen oder in staatlichen Organisationen. Sie *entscheiden* (direkt oder indirekt) über die Verwendung von Gütern und Dienstleistungen sowie finanzieller Mittel, und diese Entscheidungen schlagen sich in *gesamtwirtschaftlichen* Größen nieder wie etwa der Gesamtversorgung mit Gütern, dem Niveau der Beschäftigung und der Arbeitslosigkeit, der Wachstumsrate und dem Preisniveau und in anderen aggregierten oder durchschnittlichen Größen für die Gesamtwirtschaft.

Bei der ersten Art des Ansatzes – bei einzelnen Wirtschaftseinheiten und ihren Entscheidungen über einzelne Güter – hat man eine **mikroökonomische Betrachtung,** bei dem zweiten – aggregierten – Ansatz eine **makroökonomische Betrachtung.**

Wenn die Volkswirtschaftslehre zur Lösung der anfangs erwähnten Probleme einen Beitrag leisten soll, muß man sich mit den grundlegenden Fragen und Zusammenhängen beschäftigen. Man muß versuchen zu verstehen, wie das System, das wir Wirtschaft nennen, im Kleinen wie im Großen funktioniert oder warum es in einer bestimmten Weise nicht funktioniert und auf welchen Arten von Entscheidungen und Entscheidungsmechanismen dies beruht. Dazu gehören Kenntnisse über Tatbestände wie die Güterproduktion, die Tauschprozesse und die Verteilung der Güter in dem betreffenden Lande, die dabei eingesetzten Produktionsfaktoren und die verwendeten Produktionsprozesse – die tatsächliche Produktion wie das vorhandene Produktionspotential, die Zahl der Beschäftigten in einzelnen Industriezweigen und in einzelnen Regionen wie auch die jeweiligen Arbeitslosenzahlen.

Grundlegende und für die Volkswirtschaftslehre zentrale Fragen sind: Wie wird erreicht, daß in einer hochentwickelten, arbeitsteiligen Wirtschaft die Güter jeweils zum richtigen Zeitpunkt dorthin gelangen, wo sie gebraucht werden? Was heißt dabei „sie werden gebraucht“? Wer bestimmt und wie wird bestimmt, ob sie woanders nicht noch dringender gebraucht werden und ob nicht andere Güter hätten produziert werden sollen? Wer entscheidet im einzelnen? Und wer koordiniert die einzelnen Entscheidungen?

Wie eine Wirtschaft funktioniert, das hängt nicht nur vom Verhalten der Unternehmer und der Haushalte, sondern in entscheidendem Maße von der Wirtschaftsordnung des betrachteten Landes sowie dem Einfluß des Staates ab, insbesondere von den wirtschaftlichen Rahmenbedingungen, die von der Wirtschaftspolitik gesetzt werden. Wichtig sind die Rolle der staatlichen Instanzen bei der Produktion und der Bereitstellung der genutzten Güter: welche Güter privat und welche durch den Staat bereitgestellt werden und wie das Steuersystem zur Finanzierung der staatlichen Aufgaben gestaltet sein sollte. Schließlich sind für das Funktionieren der Wirtschaft auch die Entscheidungsstrukturen innerhalb des Staates sowie die individuellen Entscheidungsmöglichkeiten in Unternehmungen und in Haushalten von Bedeutung, die oft durch Gesetze und Verordnungen des Staates, aber auch durch Sitte und Tradition eingeschränkt sind.

Die Volkswirtschaftslehre beschränkt sich nicht auf die Beschreibung und den Versuch einer Erklärung wirtschaftlicher Zusammenhänge, sondern sie versucht auch Aussagen darüber abzuleiten, was in einer bestimmten Situation, die durch Ziele und durch die wirtschaftlichen Möglichkeiten definiert ist, geschehen *sollte,* damit diese Ziele möglichst weitgehend erreicht werden, und was in bestimmten Situationen *hätte geschehen sollen:* Sie versucht auch zu *Urteilen* zu über das Geschehene zu gelangen, indem sie die Ereignisse entweder an bestimmten von unserer Wissenschaft erarbeiteten Maßstäben mißt oder an Kriterien, die von der Gesellschaft beziehungsweise den Regierenden gesetzt werden. Diese Kriterien sind auch dem Wandel unterworfen, ebenso wie sich die Wirtschaft und die Gesellschaft entwickeln und dabei auch die genannten großen Probleme sich ändern.

Analysiert man beobachtete Ereignisse und die Funktionsweise des Systems, so spricht man in den Wirtschaftswissenschaften von **positiver Ökonomie.** Davon zu unterscheiden ist die **normative Ökonomie,** in der es darum geht, für wohl definierte Probleme mit vorgegebenen Zielsetzungen – also bei *Zugrundelegung bestimmter Normen* der Beurteilung – die *beste* Lösung zu ermitteln. Diese beste Lösung hat gleichzeitig die Interessen der einzelnen Wirtschaftseinheiten und das langfristige Wohlergehen der Gesellschaft zu berücksichtigen. Die Resultate einzelwirtschaftlichen Handelns und Optimierens und die für die Gesamtgesellschaft gesetzten Rahmenbedingungen des Wirtschaftens sollten möglichst weitgehend übereinstimmen. Die gesamtwirtschaftliche Verantwortung eines jeden volkswirtschaftlichen Beraters liegt darin, beides zu berücksichtigen.

Die Volkswirtschaftslehre will somit Wirtschaftsprozesse **beschreiben** und **erklären,** sodann **Prognosen** über Entwicklungen in der Zukunft ableiten, diese **beurteilen** und schließlich **Empfehlungen** geben. Sie sieht sich als Teil der Gesellschaftswissenschaften.

## Beziehungen zu anderen Fragestellungen

Der von der Volkswirtschaftslehre betrachtete Ausschnitt aus der gesamten gesellschaftlichen Wirklichkeit ist nicht nur durch die Probleme selbst, sondern durch die *Art der Betrachtung* definiert – durch den in diesem Buch näher zu besprechenden ökonomischen Ansatz. Denn fast ausnahmslos haben wir es in der Volkswirtschaftslehre mit Fragen zu tun, die nicht nur den Wirtschaftswissenschaftler interessieren: die Wirtschaftswissenschaft ist keineswegs allein für sie zuständig. Fragen nach der

Produktion und den dabei angewandten Methoden und den eingesetzten Maschinen beschäftigen die Techniker, die Agrarwissenschaftler bis hin zu den Umweltforschern; mit dem Konsum und den Konsumgewohnheiten beschäftigen sich Psychologen, Soziologen, Verhaltensforscher, Ernährungswissenschaftler, Erziehungswissenschaftler; die Rolle des Staates in der Wirtschaft gehört auch zu den Studienobjekten der Juristen, der Politologen und der Soziologen; die Fragen der Einkommensverteilung oder des wirtschaftlichen Wachstums fallen auch in die Gebiete der Ethik oder der Kulturphilosophie – kurz, der Wirtschaftswissenschaftler teilt sein Interesse an seinen Erkenntnisobjekten mit sehr vielen anderen Disziplinen.

Was den Wirtschaftswissenschaftler interessiert, ist jeweils ein **bestimmter Gesichtspunkt,** der mit den **Entscheidungen** und **Funktionsmechanismen bei Alternativen,** der Frage nach der **günstigsten Art der Verwendung von knappen Gütern** und den besten Möglichkeiten der Verminderung der Knappheit der Güter zusammenhängt. Wir gehen davon aus, daß in unserer beschränkten Welt – insbesondere an bestimmten Orten – die vorhandenen Güter insgesamt knapp sind, daß es von den Wünschen und Zielen der Gesellschaft beziehungsweise der einzelnen abhängt, welche der jeweils vorhandenen Güter knapp sind und wie knapp sie sind, und daß deshalb Entscheidungen darüber zu treffen sind, wer die vorhandenen Güter bekommt und welche Güter in welchen Mengen in der Gegenwart und in der Zukunft produziert werden sollen. Das Problem der *Knappheit* der Güter ist also immer im Zusammenhang mit dem ihrer *Verteilung* zu sehen.

In jeder arbeitsteiligen Wirtschaft entscheiden **viele** gleichzeitig über die Verwendung von knappen Gütern – und dazu gehört auch die Arbeitskraft. Sie treten dabei in Beziehung zueinander, indem sie **Güter tauschen** und ihre Entscheidungen und Pläne miteinander abstimmen. Für das wechselseitige Abstimmen der Entscheidungen ist eine **Koordinierung** notwendig, und dafür braucht man in entwickelten Volkswirtschaften mehr oder weniger komplexe **Institutionen.** Auch diese Institutionen und die in ihnen verwirklichten Koordinierungsmechanismen sind für die Wirtschaftswissenschaften von großem Interesse. Es wird später noch weiter ausgeführt werden, daß als zwei mögliche Formen der Koordination wirtschaftlichen Handelns „Märkte" und „Bürokratien" gegenüberzustellen sind, die neben- und miteinander funktionieren und in verschiedenen Ländern wie auch Bereichen einer Wirtschaft unterschiedliche Gewichte besitzen. Auch die Zweckmäßigkeit solcher Institutionen und Koordinierungsmechanismen kann bei Zugrundelegung bestimmter gesellschaftlicher Zielsetzungen ökonomisch untersucht werden.

Die Wirtschaftswissenschaft beschäftigt sich mit der Wirtschaft – und das sind nicht Häuser, Fabriken, Maschinen, Autos; sondern es geht um **ökonomische Beziehungen** zwischen verschiedenen Menschen sowie zwischen Menschen und Dingen; und damit geht es um die Organisation bestimmter Tätigkeiten sowie die Art, Entscheidungen zu treffen.

Wer „wirtschaftet", der arbeitet innerhalb eines wohl definierten organisatorischen und institutionellen Rahmens: Dieser Rahmen bietet ihm *Möglichkeiten,* seine vorhandenen Güter einschließlich seiner finanziellen Mittel einzusetzen und aufgrund seiner geographischen Lage, seiner Lieferbeziehungen, seiner Fähigkeiten, seines Rufs und seines Kredits Waren und Dienstleistungen einzukaufen, zu verarbeiten und abzusetzen und damit Einkommen zu erzielen.

**Zentrale Probleme** unserer Wissenschaft sind somit die oben erwähnte **Bewältigung der Knappheit der Güter,** das **Zustandekommen der Entscheidungen** über die Verwendung knapper Güter sowie die **Institutionen und Koordinationsmechanismen** für die

Abstimmung der Entscheidungen. Solche Entscheidungen können sich auch auf unentgeltliche Zuwendungen (Transfers) beziehen, wie zum Beispiel Renten und Arbeitslosengeld. „Die Wirtschaft" kann man ziemlich allgemein umschreiben als *den Bereich des menschlichen Lebens, der hauptsächlich zu tun hat mit der* **Produktion** *und dem* **Tausch** *und der* **Übertragung** *(dem Transfer) von* **Waren und Dienstleistungen,** *mit den* **Institutionen** *dieser Tausch- und Transferbeziehungen und mit den* **Gütern,** *die dabei getauscht (oder transferiert) werden:* die Wirtschaftswissenschaften beschäftigen sich im wesentlichen mit dem **Funktionieren** dieser „Wirtschaft". Diese Definition ist in vielem unbestimmt, sie spiegelt wider, daß wirtschaftswissenschaftliche Analyse eine **Methode** mit vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten ist und damit die Grenzen der Wirtschaftswissenschaften zumindest zu einem Teil durch die Interessen dieser Disziplin selbst bestimmt werden und durch die Wünsche, die von der Gesellschaft an sie herangetragen werden. Neuere Beispiele für die Erweiterung des Gebietes sind die zunehmend immer wichtigeren Bereiche Bildungsökonomik, Gesundheitsökonomik und vor allem die **Umweltökonomik.** Dabei werden mit Methoden der ökonomischen Analyse jeweils Probleme der Bildung und Ausbildung der Menschen, der Krankenbehandlung sowie der Beziehungen zwischen der Umwelt und der Entwicklung von Wirtschaft und Gesellschaft analysiert.

Diese Erläuterungen mögen ausreichen, um klarzumachen, daß sich das Erkenntnisinteresse der Volkswirtschaftslehre *nicht* als ein bestimmtes *physisches* **Untersuchungsobjekt** beschreiben oder auch durch einen wohl bestimmbaren **Problemkreis** abgrenzen läßt.

Innerhalb der Wirtschaftswissenschaften beschäftigen sich die Volkswirtschaftslehre und die Betriebswirtschaftslehre mit dem gleichen Objekt Wirtschaft. Innerhalb der Volkswirtschaftslehre wiederum unterscheidet man, wie schon erwähnt, zwischen der mikroökonomischen und der makroökonomischen Betrachtungsweise. Die **Makroökonomie** hat es mit **gesamtwirtschaftlichen, aggregierten Größen** zu tun wie dem (gesamten) Volkseinkommen, der Gesamtproduktion, dem Konsum und den Investitionen in einer Volkswirtschaft, der Beschäftigung, der Arbeitslosigkeit, dem Preisniveau, der Ausfuhr und der Einfuhr, dem Wachstum der Volkswirtschaft und ähnlichen Konzepten. Das Objekt der **Mikroökonomie** sind dagegen **einzelne** Wirtschaftseinheiten oder Wirtschaftssubjekte, die **Märkte einzelner Güter** und die Beziehungen **zwischen einzelnen Wirtschaftseinheiten** und **zwischen einzelnen Gütern.** Gleitende Übergänge zwischen der Mikro- und der Makroökonomie hat man bei der Analyse der Sektoren oder einzelnen Branchen einer Volkswirtschaft.

**Unternehmungen** als einzelne Wirtschaftssubjekte stehen im Mittelpunkt des Faches **Betriebswirtschaftslehre.** Zwischen der Mikroökonomie und der Betriebswirtschaftslehre gibt es deshalb eine Menge gemeinsamer Interessen und damit auch viele Überschneidungen. Dies gilt vor allem für die Theorie der Produktion. Eine strikte Abgrenzung zwischen der Betriebswirtschaftslehre und der (volkswirtschaftlichen) Mikroökonomie ist deshalb nicht möglich, man kann nur Schwerpunkte der Untersuchung gegenüberstellen. Die Volkswirtschaftslehre beschäftigt sich *mehr* mit allgemeinen Prinzipien und mit Wechselbeziehungen auf vielen Märkten und intensiver mit Problemen einzelner Haushalte als die Betriebswirtschaftslehre. Die Betriebswirtschaftslehre untersucht, über die Beschäftigung mit allgemeinen Prinzipien weit hinausgehend, die innere Struktur der Betriebe, die Organisation der Produktion und des Absatzes, die im einzelnen festzulegende Preispolitik eines Betriebes, vor allem aber auch Finanzierungsfragen auf betrieblicher Ebene. Es spielen zum Beispiel in der Volkswirtschaftslehre die Wirkungen von Steueränderungen auf die Dispositionen von Betrieben und Haushalten eine Rolle, aber mehr praxisorientierte Analysen der Wirkungen solcher Änderungen innerhalb einzelner Betriebe werden in der betrieblichen Steuerlehre vorgenommen, während der Staatshaushalt wieder zum Untersuchungsgebiet der Volkswirtschaftslehre gehört.

Die Betriebswirtschaftslehre ist mehr an optimalen Entscheidungen aufgrund konkreter Ziele in einer Unternehmung interessiert; dagegen konzentriert sich die Mikroökonomie mehr auf die Wechselbeziehungen zwischen verschiedenen Unternehmungen und verschiedenen Märkten sowie auf die gesamtwirtschaftlichen Wirkungen solcher Abhängigkeiten. Eine Unterscheidung der beiden Disziplinen anders als durch solche relativ stärkeren oder relativ schwächeren Gewichte könnte in vielen Einzelfällen einen Widerspruch herausfordern, deshalb belassen wir es bei diesen allgemeinen Charakterisierungen und betonen noch einmal, daß eine exakte Abgrenzung des Gebietes der Mikroökonomie weder möglich noch sinnvoll ist. Genauso undeutlich muß, wie schon aus den anfangs aufgezählten Fragestellungen und den daran interessierten Disziplinen zu entnehmen, die Abgrenzung zu anderen Sozialwissenschaften bleiben.

Auch durch die Art der volkswirtschaftlichen Betrachtungsweise ist eine genaue Abgrenzung zu anderen Disziplinen schon deshalb nicht möglich, weil in manchen Disziplinen, zum Beispiel der Agrarwissenschaft, der Geographie oder den Geschichtswissenschaften, häufig mit ähnlichen Methoden gearbeitet wird. Über die in der Volkswirtschaftslehre angewandten Methoden und die erkenntnistheoretischen Probleme sowie die Probleme der *Beurteilung* von Entwicklungen in der Wirtschaft und der Gesellschaft bestehen viele gemeinsame Interessen mit der Mathematik, der Statistik und der Philosophie, insbesondere der Erkenntnistheorie bis hin zur Moralphilosophie, ja sogar zur Theologie. Die Verschränkungen mit so vielen anderen Disziplinen machen unser Fach schwierig und interessant zugleich.

## B. Wirtschaftliche Güter und Prinzipien der Verteilung

### 1. In der Volkswirtschaftslehre betrachtete Güter

Betrachten wir zunächst die Güter, *welche in die Produktion eingehen:* hier unterscheidet man zwischen

- **natürlichen Ressourcen** oder natürlichen Hilfsquellen eines Landes, welche man unterteilen kann in Boden- und Wasserflächen und Rohstoffvorkommen,
- **produzierten Gütern:**
  Maschinen, Bauten, Verkehrswege, (geförderte) Rohstoffe und halbfertige Güter sowie Hilfsstoffe und schließlich
- **Arbeitsleistungen.**

Die natürlichen Ressourcen und die Arbeitsleistungen faßt man auch zusammen zu den **Primärfaktoren.**

Unter den produzierten Gütern ist eine volkswirtschaftlich wichtige Unterscheidung die zwischen **Investitionsgütern** – welche für die Produktion anderer Güter eingesetzt werden – und **Konsumgütern** – welche von Haushalten verbraucht werden. Manche Güter können Investitionsgüter und Konsumgüter zugleich sein (zum Beispiel Autos, die als Privat- oder Geschäftswagen benutzt werden können).

Man unterscheidet auf einer weiteren Ebene zwischen

- **Gebrauchsgütern** und
- **Verbrauchsgütern.**

Gebrauchsgüter können über einen mehr oder weniger langen Zeitraum Nutzungen abgeben, während Verbrauchsgüter (wie Nahrungsmittel oder Rohstoffe) mit dem Verbrauch in einmaligem Nutzungsprozeß untergehen. Daher ist zwischen **Waren** und ihren Leistungsabgaben oder **Nutzungen** zu unterscheiden. Unter dem Begriff **Güter** werden **Waren** und **Dienstleistungen** zusammengefaßt: Dienstleistungen sind sowohl Nutzungen von Gütern als auch in Anspruch genommene **Arbeitsleistungen.** Ein typisches Beispiel für eine Dienstleistung ist der Transport von Personen und Waren.

Stellt man **Güterbestände** und **Leistungsabgaben** (Nutzungen) gegenüber, so hat man zwischen dem Kauf und der Bezahlung von Häusern, Bodenflächen oder Maschinen einerseits und dem Erwerb von Nutzungen und der Zahlung von Mieten und Pachten andererseits zu unterscheiden.

*Private und öffentliche Güter*

Wenn man der Koordinierung von Entscheidungen über die Bereitstellung und Verwendung von Gütern besondere Bedeutung beimißt, dann ist eine weitere Unterscheidung wichtig: die zwischen

- **privaten Gütern** und
- **öffentlichen Gütern.**

Dieser Unterscheidung liegt die Frage zugrunde, ob und welche **Eigentumsrechte** (oder *Nutzungsmöglichkeiten*) definiert sind.

Private Güter sind etwa Äpfel und Autos, öffentliche Güter etwa Rundfunkwellen und öffentliche Sicherheit. Hierbei gibt es in der Realität komplizierte gleitende Übergänge. Im einen *reinen* Fall des *privaten Gutes* kauft der einzelne ein Gut, erwirbt damit ein Eigentumsrecht, kann das Gut für sich allein nutzen und schließt insoweit andere von der Nutzung aus. Der Zweck ist entweder der (private) *Verbrauch* (etwa eines Apfels oder eines Kuchens) oder der (private) *Gebrauch* (etwa die Nutzung der [Dienst-]Leistungen eines Autos oder Kühlschranks). Bei öffentlichen Gütern in ihrer *reinen Form* sind solche Eigentumsrechte nicht definierbar. Es konkurriert erstens der Konsum des einen Haushalts nicht mit dem eines anderen und zweitens können andere Haushalte auch nicht vom Konsum ausgeschlossen werden: es besteht 1) **Nicht-Rivalität** der Nutzungen und 2) gilt **nicht das Ausschlußprinzip** – etwa beim Radioempfang oder beim Genuß der Sicherheit in einem Lande. Private Güter können einzeln auf Märkten erworben werden, während bei öffentlichen Gütern viele Nutzer gleichzeitig bedient werden: deshalb ist es nicht sinnvoll, daß jeder Nutzer für sich allein das Gut herstellt. Aus Gründen der Kostenminderung bietet sich die Bereitstellung durch staatliche Instanzen und die Bezahlung über Steuern und Gebühren an.

Weil bei öffentlichen Gütern *keine Eigentumsrechte* definierbar sind, können sie *von allen* frei genutzt werden: Dies ist gerechtfertigt, denn es entstehen keine zusätzlichen Kosten, wenn ein weiterer Nutzer hinzukommt; die Qualität der Güter und die Nutzungsmöglichkeiten für alle anderen werden dadurch nicht beeinträchtigt.

Dies gilt für den reinen Fall eines öffentlichen Gutes. In der Realität gibt es viele Fälle, in denen die Nicht-Rivalität mit zunehmender Intensität der Nutzung gemindert wird. Dies gilt etwa für die Nutzung des Straßennetzes oder eines Parks.

Eine vieldiskutierte Anwendung dieser Überlegungen ist die Nutzung der Umwelt-Ressourcen, vor allem der Luft als *Abfallmedium.* Auch für sie sind üblicherweise keine Eigentumsrechte definiert: in diesem Fall kann sie jeder frei nutzen. Dies ist nicht gerechtfertigt, denn soweit etwa die Luft sich nicht vollständig regeneriert, hat die *zusätzliche Nutzung* als Abfallmedium für Emissionen eine Verschlechterung ihrer Qualität zur Folge: In diesem Fall – wie auch in dem vorher erwähnten Fall der wechselseitigen Behinderung – treten zusätzliche *volkswirtschaftliche Kosten* auf. Eine volkswirtschaftliche Betrachtung führt hier zu der Schlußfolgerung, daß ein Ausgleich für solche Schäden angezeigt ist. Wir kommen darauf mehrfach zurück.

### *Die klassischen Produktionsfaktoren*

Häufig faßt man die in der Produktion eingesetzten Güter zu drei Typen von Produktionsfaktoren zusammen:

- **Boden** als die Gesamtheit der natürlichen Ressourcen,
- **Kapital** als produzierte Güter und
- **Arbeit.**

Das Kapital als Aggregat von Kapitalgütern *(Real-Kapital)* ist so zu unterscheiden von dem monetären (in dieser Einführung nicht weiter behandelten) Begriff des *Finanzkapitals*.

Die Einteilung der Produktionsfaktoren in Boden, Kapital und Arbeit liegt nahe, wenn man die Unterschiede zwischen naturgegebenen nicht vermehrbaren Gütern, produzierten beziehungsweise produzierbaren (und damit auch vermehrbaren) Gütern und der Arbeit als nicht den gleichen Kategorien zugehöriges Gut betonen will, und man folgt ihr in vielen empirischen Untersuchungen zur Vereinfachung – zur Verkleinerung der Zahl der zu betrachtenden Produktionsfaktoren.

Bei dieser Dreiteilung ist jedoch zu beachten: auch der Boden läßt sich längerfristig sowohl vernichten (zum Beispiel durch Raubbau) als auch produzieren (durch Eindeichung) und verbessern (und in diesem Sinne auch produzieren), während ganz kurzfristig die Maschinen und Bauten in ihrer Menge auch vorgegeben sind; was innerhalb eines bestimmten Zeitraums hinzugefügt werden kann, ist ebenfalls beschränkt. Und Arbeit kann nicht nur durch eine erfolgreiche Bevölkerungspolitik „produziert“, sondern durch eine Steigerung des Bildungs- und Ausbildungsniveaus in ihrer Qualität verbessert werden, was volkswirtschaftlich gesehen auch einer „produzierten Vermehrung“ gleichkommt.

Eine Zusammenfassung zu wenigen Güterkategorien ist immer problematisch, weil man es innerhalb dieser Kategorien jeweils mit unterschiedlichen Qualitäten zu tun hat. Diese kann man nur dann im Zuge einer Aggregation zusammenfassen, wenn man verschiedene Qualitäten so gewichtet, daß sie die gleiche Dimension bekommen. Dies geschieht, indem man jeder *einzelnen Qualität* einen bestimmten Preis zuordnet. Trotz dieser Probleme operiert man in der Makroökonomie häufig mit diesen drei Produktionsfaktoren.

### *Andere volkswirtschaftliche Güter*

Volkswirtschaftliche Güter werden als *knappe Güter* definiert – im Gegensatz zu den *freien* Gütern (vgl. Abschnitt D dieses Kapitels). Deshalb werden auch die **Freizeit,** die **Gesundheit** und die **Umwelt** in unserer Volkswirtschaftslehre als Güter betrachtet. Die Freizeit als Alternative zur Arbeit ist in mikroökonomischen wie auch in makroökonomischen Überlegungen eine wichtige Variable. Die anderen genannten Güter spielen ebenfalls in ökonomischen und insbesondere auch in wirtschaftspolitischen Erörterungen eine große Rolle, sie sind jedoch wegen der größeren Schwierigkeit bei der genauen Erfassung quantitativen Analysen schwerer zugänglich.

Bei allen Gütern kommt es nicht nur auf die physische Verfügbarkeit an, sondern auch auf die *erlaubten Nutzungsmöglichkeiten,* welche in jüngster Zeit im Zusammenhang mit den schon erwähnten **Eigentumsrechten** oder **Property Rights** diskutiert werden: werden diese eingegrenzt oder erweitert, ändert sich die Bewertung der entsprechenden Güter.

## 2. Prinzipien der Bereitstellung, Verteilung und Verwendung von Gütern

*Die Bereitstellung von Gütern*

Woher kommen die betrachteten Güter: wer stellt sie her oder wer stellt sie bereit? Und wer verteilt sie oder teilt sie denjenigen zu, die sie haben möchten? Diese einander entgegenstehenden Fragen zielen auf die institutionellen Bedingungen des Güterangebots und der Güternachfrage, mit ihnen wollen wir uns hier einführend beschäftigen.

Für die Erfüllung der Wünsche ist es natürlich am erfreulichsten, wenn die Güter

- als *Gaben der Natur* oder
- aus *Spaß und Altruismus*

von anderen Menschen bereitgestellt oder hergestellt werden. Dies allein reicht aber in den meisten Gesellschaften nicht aus. Selbst die ‚Gaben der Natur' in der Form etwa von Südfrüchten oder Rohstoffen müssen gepflückt oder gefördert und an die gewünschten Orte der Verwendung gebracht werden.

Und auch eine weitere Möglichkeit,

- *autoritärer Zwang*

auf die potentiellen Bereitsteller von Gütern, auf der Grundlage bestimmter Kriterien, kann in einer modernen Industriegesellschaft keine zufriedenstellende Güterversorgung sicherstellen. Man braucht darüber hinaus *Anreize.* Diese können zwar teilweise auch die Form von Lob, Orden, gesellschaftlichem Rang oder Prestige annehmen.

Es müssen *finanzielle Anreize* dazukommen in der Form

- erzielbaren Einkommens oder
- der möglichen Einsparung von Ausgaben.

*Die Verteilung und Verwendung von Gütern*

Bei der Verteilung und Verwendung von Gütern finden sich ähnlich unterschiedliche Methoden.

In einer arbeitsteiligen Wirtschaft werden Güter getauscht, da nicht nur niemand alles, sondern kaum jemand überhaupt irgendein Gut *allein* produziert – nicht einmal den Kohl im Gemüsegarten, denn auch dabei verwendet man im allgemeinen Geräte, die man nicht selbst hergestellt hat. In jedem Falle ist laufend ein Tausch der verschiedenen knappen Güter notwendig und dieser muß in irgendeiner Weise organisiert werden. Von *knappen Gütern* spricht man in der ökonomischen Theorie dann, wenn ein Gut in kleinerer Menge vorhanden ist als bei *kostenloser Verteilung* des Gutes insgesamt gewünscht würde. Wenn aber weniger vorhanden ist, als von allen Interessenten gewünscht wird, dann muß die geringe Menge in irgendeiner Form den Interessenten zugeteilt, das heißt sie muß in irgendeiner Form „rationiert" werden.

Sieht man von Fällen ab, in denen knappe Güter durch „Zufall" oder an die ersten in einer Warteschlange verteilt oder aber mit roher Gewalt von den physisch Stärkeren genommen werden, dann kann der *Tausch* nach vier Prinzipien organisiert werden: (1) Märkte, (2) Autorität, (3) Verhandlung, (4) Wahlen. Dies sei kurz erläutert.

(1) **Märkte.** Dieses Prinzip beinhaltet, daß die Zuteilung der Güter nach der Zahlungswilligkeit erfolgt: nur wer den Marktpreis bezahlt, bekommt das Gut, die anderen gehen leer aus.

(2) **Autorität.** Dieses Prinzip bedeutet Zwang: eine Autorität verteilt nach bestimmten, von ihr selbst gewählten oder in demokratischen Entscheidungsprozessen festgelegten Kriterien die Güter und erläßt zum Beispiel Gesetze, die die Verteilung der knappen Güter festlegen. Offen bleibt, ob die Entscheidungsträger vordringlich Eigeninteressen verfolgen oder sich für alle beteiligten Personen verantwortlich fühlen und die Bedürfnisse aller von der Entscheidung Betroffenen, so wie sie von den Entscheidungsträgern gesehen werden, berücksichtigen.

(3) **Verhandlung.** Die Verhandlungslösung ist ein im Disput aller von der Entscheidung Betroffenen (oder ihrer Repräsentanten) herbeigeführter Einigungsprozeß. Dabei mögen ihre Bedürfnisse, ihre wirtschaftlichen und politischen Machtpositionen, ihre Bereitschaft zur Erbringung von Gegenleistungen und nicht zuletzt das Verhandlungsgeschick eine Rolle spielen, und dabei mag auch die Tradition ins Spiel kommen. Die Tradition kann (zumindest zeitweise) auch ein eigenständiges Prinzip der Zuteilung sein.

(4) **Wahlen:** Hierbei werden den Betroffenen bestimmte Alternativen vorgelegt und es wird in allgemeinen Wahlen etwa über (Partei-)Programme oder in Volks- oder Kantonal- oder Familienabstimmungen direkt über spezielle Fragen entschieden.

*Anwendung dieser Prinzipien*

Die vier genannten Prinzipien lassen sich auf die Bereitstellung der Güter und auf deren Verteilung und Nutzung anwenden. Verschiedene Gesellschaften wählen unter diesen Möglichkeiten jeweils jenes Prinzip oder jene Kombination von Prinzipien aus, die sie in ihrer gegebenen gesellschaftlichen Situation für die beste halten. In ihren Erscheinungsformen in der Realität sind die genannten Prinzipien häufig nicht exakt voneinander zu trennen.

Das zweite Prinzip wird vom Staat angewandt, zum Beispiel wenn er öffentliche Güter zur Verfügung stellt und dafür Steuern einzieht. Mischungen von autoritären Festlegungen und Verhandlungslösungen findet man auf ganz verschiedenen Ebenen realisiert: in Weltorganisationen, wenn diese Mittel an einzelne Länder verteilen; ähnlich auch innerhalb der Europäischen Gemeinschaft oder innerhalb einzelner Länder bei Finanzzuweisungen und allgemein bei der Hilfe für weniger leistungsfähige Gebiete; zwischen Gemeinden eines Landkreises genauso wie innerhalb einer Familie, wie auch im Rahmen der gesamten Sozialpolitik eines Landes.

Durch das Ausmaß, in dem jeweils Entscheidungen über die Verwendung knapper Mittel nach den ersten beiden der oben genannten Prinzipien herbeigeführt werden, können unterschiedliche Typen von Wirtschaftssystemen klassifiziert werden. Am einen Extrem steht der *Typ* einer privat organisierten Wirtschaft ohne jeden Staat, am anderen Ende eine Zentralverwaltungswirtschaft als Befehlswirtschaft ohne Privateigentum und ohne Wahlmöglichkeiten der Haushalte in bezug auf ihren Konsum und ihren Arbeitseinsatz. Von diesen Extremen nähert man sich der Realität moderner Industriestaaten, wenn man auf der einen Seite einen Staat mit einer zunächst stark begrenzten, dann wachsenden Rolle im Wirtschaftsleben, auf der anderen Seite eine Planwirtschaft mit einer mehr oder weniger großen Dezentralisierung von Entscheidungsprozessen betrachtet. Eine solche Planwirtschaft mag Märkte für gewisse Konsumgüter und damit auch Privateigentum – zwar nicht an Produktionsmitteln (außer Klein-Gemüsegärten) –, aber doch an vielen Konsumgütern zulassen.

Zwischen den Extremen liegen viele mögliche Abstufungen. Eine Skala solcher Abstufungen in bezug auf Preise und Märkte kann so beschrieben werden (ohne daß hier auf wichtige Details eingegangen werden kann):

(1) **Befehlswirtschaft** ohne Preise: die Zuweisungen aller Arbeitsplätze wie auch die Zuteilungen aller Güter werden innerhalb staatlicher Instanzen festgelegt.

(2) **Planwirtschaft** mit zentral festgelegten Produktionsplänen: die staatlichen Instanzen operieren bei ihren Entscheidungen mit Verrechnungspreisen, aber ohne Geld und auch ohne Märkte.

(3) **Planung mit Preisen,** die aber noch eine sehr untergeordnete Rolle spielen.

(4) **Planungssystem** mit vom Staat kontrollierten Märkten; diese werden am ehesten für Konsumgüter zugelassen.

(5) **Beschränktes Marktsystem:** Märkte und Preise bei der Wahl der Güter durch die Konsumenten („Konsumentensouveränität"); staatliche Planung auf dem Investitionsgütersektor und umfangreiche staatliche Eingriffe in den gesamten Wirtschaftsablauf im Rahmen einer Stabilitäts- und Sozialpolitik.

(6) **Marktsystem** gekennzeichnet durch Wettbewerb, freie Preisbildung und Konsumentensouveränität; der Staat setzt Rahmenbedingungen (wie z.B. die Rechtsordnung) und treibt eine beschränkte Stabilitäts- und Sozialpolitik.

(7) **Marktsystem** ohne staatliche Eingriffe („Nachtwächterstaat").

Dies ist eine gewissermaßen *eindimensionale Darstellung* und betrifft auch nur rein ökonomische Unterschiede.

Jedes Marktsystem zeichnet sich dadurch aus, daß eine einzige Orientierungsgröße als wesentliche Entscheidungsgrundlage dient: der Preis. Wer zu dem Preis anzubieten bereit ist, kann verkaufen; wer kaufen möchte, bekommt auch die gewünschte Ware. Das Entgelt für dargebrachte Waren oder Leistungen wird einzig und allein nach der Leistung für den *Markt* festgelegt. Das Prinzip hat mit dem Ziel der (Verteilungs-) Gerechtigkeit in irgendeinem anderen Sinne nichts zu tun. Deshalb ist in vielen Ländern eine Ergänzung durch Maßnahmen eingeführt worden, die auf andere Prinzipien – wie Solidarität und Gerechtigkeit – gegründet sind, zum Beispiel im Rahmen der Sozialpolitik oder des sozialen Ausgleichs zwischen Regionen.

Im Marktsystem brauchen die einzelnen Marktteilnehmer für ihre Dispositionen grundsätzlich nur die *Preise*, nicht aber auch die insgesamt angebotenen und nachgefragten *Mengen* der verschiedenen Güter zu kennen. Über die Preise allein werden die Pläne der einzelnen Marktteilnehmer miteinander koordiniert. Früher hat man gegen die Einführung einer staatlichen Planung von Angebot und Nachfrage argumentiert, daß der Staat gar nicht die Funktion der vielen verschiedenen Märkte übernehmen könnte, weil das Sammeln und Verarbeiten der hierfür notwendigen Daten über die vorhandenen und gewünschten Mengen einer so großen Zahl von Gütern unüberwindbare Probleme aufwerfen würde. Nach der Entwicklung großer Computer spielt dies Argument eine geringere Rolle. Inzwischen hat sich aber mehr und mehr gezeigt, daß die **gesellschaftlichen** Probleme der Planung größer sind als erwartet. Diese Probleme sind den möglicherweise gar nicht vorhandenen Vorzügen staatlicher Aktivität in bezug auf eine weitergehende Berücksichtigung der Zukunft und des Wohles der Gesamtgesellschaft gegenüberzustellen. Zudem ist zu berücksichtigen, daß die Freiheit der Wahl ein Wert – oder ein Gut – an sich ist.

Bei der Betrachtung verschiedener Systeme sind alle ihre ökonomischen und soziopolitischen Aspekte gleichzeitig zu sehen. Bei der Organisation des Wirtschaftslebens insgesamt sind einige wichtige Gegensätze zu nennen; außer der genannten Gegenüberstellung von

- Entscheidungen auf **Märkten** oder durch **Bürokratien** sind dies:
- **Wettbewerb** oder **Zusammenarbeit,**
- mehr **Zentralisierung** von Entscheidungen oder ein größerer Grad an **Dezentralisierung,**
- **Privateigentum** oder **Gemeineigentum** insbesondere an Produktionsmitteln,
- mehr oder weniger große **materielle Anreize** für das Angebot an Arbeitsleistungen und anderen Produktionsfaktoren durch die einzelnen Haushalte.

In einer komplexen arbeitsteiligen Wirtschaft gibt es in keinem dieser Punkte klare Entweder-oder-Entscheidungen. Da in allen Ländern staatliche Instanzen in mehr oder weniger großem Umfang vielfältige Aufgaben zu lösen haben, sind neben Märkten auch immer regulierende Bürokratien nötig: Die Frage ist nur, wo sinnvollerweise (unter Zugrundelegung bestimmter gesellschaftlicher Zielsetzungen) die Grenze zwischen dem staatlichen und dem privaten Sektor zu ziehen ist und welche Güter besser vom Staat als von Privaten angeboten werden sollten (wie schon bei der Erörterung der öffentlichen Güter angedeutet). Bei all dem spielen natürlich die Tradition wie auch die *Qualität* der privaten Unternehmer gegenüber der des Beamtenapparates eine Rolle. Mit dem optimalen Grad der Zentralisierung von Entscheidungen schlagen sich sowohl Planwirtschaften als auch Ministerien in westlichen Industriewirtschaften und auch die Organisatoren in Groß- und Mittelunternehmen und – in Form der Frage der Delegierung von Verantwortung – sogar kleine organisatorische Einheiten herum. Daß materielle Anreize in Form von Einkommensdifferenzierung unumgänglich sind, hat sich in allen Ländern gezeigt: die Frage ist jeweils, wie *weit* diese Differenzierung gehen sollte.

Hiermit sollte keine erschöpfende Liste von Alternativen gegeben werden, sondern das Augenmerk auf die Tatsache gelenkt werden, daß (erstens) solche verschiedenen Möglichkeiten der Organisation des Wirtschaftslebens bestehen und diese verschiedenen Möglichkeiten unter ökonomischen Gesichtspunkten analysiert werden können und dies in noch viel stärkerem Umfang möglich und sinnvoll wäre als im allgemeinen geschehen und (zweitens) die relativen Vorzüge bestimmter Typen von Lösungen häufig immer kleiner werden, je mehr man sich den jeweiligen Extremen nähert. Sodann kann (drittens) nicht genug betont werden, daß alle „Lösungen“ nicht als abstrakte Prinzipien zu sehen sind, sondern selbst wesentliche Bestandteile des Lebens einer Gesellschaft darstellen und damit auch das Wohlbefinden der einzelnen beeinflussen. Nicht nur auf das **Ergebnis** von Entscheidungen, sondern auf die Entscheidungs**prozesse** selbst kommt es an. Es ist deshalb erstaunlich, daß manche, die zu Recht das Gesellschaftliche des Wirtschaftens betonen, diesen Gesichtspunkt bei der Diskussion der günstigsten Organisation des Wirtschaftslebens stark vernachlässigen.

Das Instrumentarium der mikroökonomischen Theorie, wie es in diesem Buch entwickelt wird, kann nicht nur auf die Produktion und den Konsum von wirtschaftlichen Gütern angewandt werden, sondern auch auf die Betrachtung ökonomischer Alternativen unter Einschluß ihrer Umweltwirkungen und – noch weitergehend – ihrer gesellschaftlichen Konsequenzen, was allerdings viel schwieriger ist.

# C. Wirtschaftssubjekte, deren Ziele und Entscheidungsalternativen

## 1. Typen von Wirtschaftssubjekten in einer Marktwirtschaft

In der Volkswirtschaftslehre betrachtet man drei **Typen** von handelnden Wirtschaftssubjekten: Haushalte, Unternehmungen und Staat (Bund beziehungsweise bundesweite Organe, Länder und Kommunen hier zu einem Begriff zusammengefaßt). Im Rahmen dieser Einführung kann man die „eigentlichen Funktionen" dieser drei Arten von Wirtschaftssubjekten so typisieren (vgl. Abbildung 1, in der die folgende Aufzählung allerdings nur teilweise wiedergegeben wird):

**Haushalte** stellen den **Unternehmungen** und dem **Staat Produktionsfaktoren** (Arbeitsleistungen und Unternehmerleistungen, Finanzierungsmittel, Häuser, Land) zur Verfügung und beziehen dafür entsprechende Zahlungen als **Einkommen** (Löhne und Gehälter, Gewinne, Zinsen und Dividenden, Mieten und Pachten). Dazu kommen noch **Leistungen an andere Haushalte:** häusliche Dienste, Vermietungen, Pachten (vgl. die Schleife in der Abbildung).

**Unternehmungen** produzieren mit diesen Produktionsfaktoren Güter – Waren und Dienstleistungen – und verkaufen sie an Haushalte und an den Staat, aber auch an andere Unternehmungen als Zwischenprodukte und Investitionsgüter, und sie erzielen damit Verkaufserlöse: damit können Kosten gedeckt und Gewinne gemacht (ausgeschüttet oder einbehalten) werden.

Bei den Leistungen der Haushalte und Unternehmungen werden die Güter gegen **direkte (gleichwertige) Bezahlung** (eventuell auf Kredit) abgegeben, deshalb beobachten wir dabei jeweils in entgegengesetzten Richtungen laufende Güterströme und Geldströme, während beim Staat eine solche Zuordnung für die *öffentlichen Güter* und die von den Haushalten und den Unternehmungen geleisteten Steuerzahlungen nicht möglich bzw. bei den *Gebühren* nur teilweise möglich ist.

Wie bereits erörtert, ist die Rolle des **Staates** in einer Volkswirtschaft und damit natürlich auch seine Einflußnahme auf diese in erster Linie von dem betrachteten Wirtschaftssystem abhängig (bzw. dadurch erst definiert). Dabei sind in der Realität

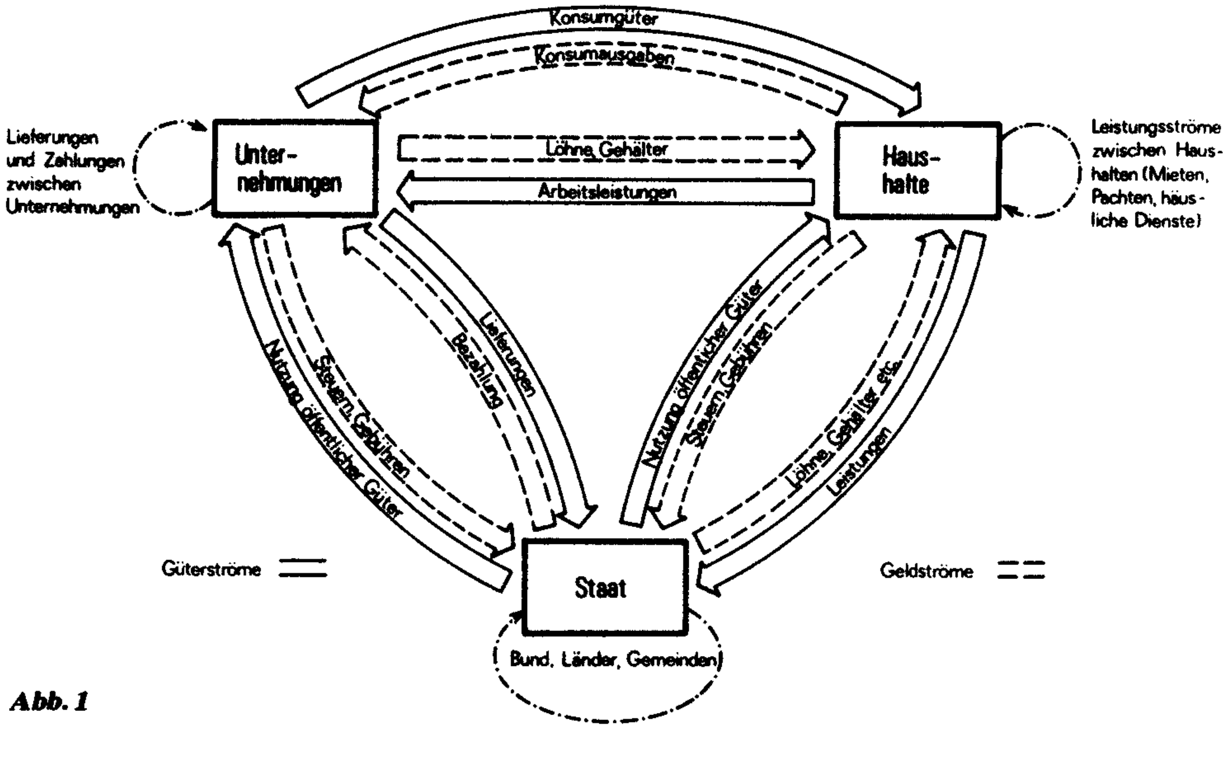



*Abb. 1*

die theoretischen Konstruktionsmerkmale – in unserem Beispiel die Skala der Abstufungen in bezug auf Märkte und Preise – nicht modellgetreu wiederzufinden. Die Art und Weise, in welcher der Staat in den modernen Marktwirtschaftstypen der westlichen Industriestaaten am Wirtschaftsgeschehen teilnimmt, durch Wirtschaftspolitik lenkend und korrigierend eingreift, differiert selbst innerhalb der Länder der Europäischen Gemeinschaft. Das exakte Maß und die spezifische Form der Einflußnahme des Staates auf den Wirtschaftsprozeß wird – natürlich nach einer Grundentscheidung für ein bestimmtes System – durch die historische Entwicklung *und* die jeweils aktuelle Willensbildung in einer Gesellschaft bestimmt. Die konkrete Ausgestaltung der Wirtschaft durch Rechts- und Verhaltensnormen und Institutionen (Wirtschaftsordnung) ist demnach als Ergebnis komplexer Entscheidungsprozesse zu sehen.

In der Bundesrepublik werden heute dem „Wirtschaftssubjekt Staat" folgende zentrale Aufgabengebiete zugeordnet:

- Bereitstellung **öffentlicher Güter,**
- Sorge für wirtschaftliche **Stabilität** (Vollbeschäftigung, Preisstabilität, stetiges Wachstum, außenwirtschaftliches Gleichgewicht) und für die **Sicherung der Zukunft** (z. B. Umweltbedingungen, Alterssicherung),
- **Gerechtigkeit bei der Einkommensverteilung.**

Öffentliche Güter werden, wie in Abschnitt B erwähnt, vom Staat angeboten, wenn z. B. bei Wirtschaftssubjekten ein Interesse an bestimmten Gütern besteht, deren privatwirtschaftliche Bereitstellung über den Markt – weil das erwähnte Ausschlußprinzip nicht gilt – aber nicht gewährleistet ist bzw. wenn eine Verteilung derartiger Güter nach den Gesetzen des Marktes eine Unterversorgung zur Folge hätte: der Staat stellt dann den Haushalten und Unternehmungen im Rahmen eines durch die Institutionen und Gesetze geordneten Gemeinwesens derartige öffentliche Güter wie innere und äußere Sicherheit, soziale Dienste und Bildungsgüter, die Nutzung der Straßen und des Kommunikationsnetzes zur Verfügung.

Der Staat garantiert die Durchsetzbarkeit *privater Eigentumsrechte;* indem er rechtliche Rahmenbedingungen setzt, ermöglicht er erst den Tausch privater Güter. Für eine ganze Reihe von knappen Gütern – wie etwa für gute Luft, reines Wasser, saubere Umwelt – sind jedoch, wie erläutert, keine Eigentumsrechte definiert. Es existieren deshalb auch keine Märkte für diese Güter, so daß für ihre Nutzung (etwa durch Lärm, Wasser- und Luftverschmutzung, Verkehrsbehinderungen) kein Preis gezahlt wird. Man bezeichnet die Wirkungen von Produktion und Konsum auf solche Güter als (negative) **externe Effekte** (Effekte, die nicht über einen Markt wirken). Externe Effekte sind (nicht kosten- beziehungsweise ausgabenwirksame) **Nebenwirkungen** der Produktion oder des Konsums **auf Unbeteiligte.** Diesen Unbeteiligten und damit der Gesamtgesellschaft entstehen durch die Nutzung dieser Güter Belastungen, für welche keine Marktpreise bezahlt werden – sie werden, volkswirtschaftlich gesehen, verschwendet.

Bei einem Betrieb, dessen Produktion Luftverschmutzung verursacht, sind die volkswirtschaftlichen **(sozialen)** Kosten höher als die **privaten Kosten,** die in seine Kostenrechnungen eingehen. Ohne die Einwirkung des Staates oder der Gemeinschaft würden die externen Effekte bei der Produktionsentscheidung nicht berücksichtigt, die Entscheidungsgrundlagen des Betriebes somit verzerrt. Deshalb muß die Gemeinschaft aufgrund ihrer Werturteile in politischen Prozessen für diese Güter **Nutzungsrechte definieren beziehungsweise selbst Preise festlegen** oder aber **Märkte schaffen,** auf denen sich Preise herausbilden.

Dies kann entweder (1) mit **Verordnungen** (Normen, Geboten und Verboten) erfolgen oder (2) mit **marktwirtschaftlichen Anreizen.** Dazu zählen **Steuern** und Gebühren (etwa für Luftverschmutzung), finanzielle Unterstützung **(Subventionen)** etwa für die Einführung umweltfreundlicher Technologien. (3) Schließlich kann man beides kombinieren.

Die privaten (von den Betrieben getragenen) Kosten und die (der Gesellschaft insgesamt entstehenden) sozialen Kosten würden zum Beispiel genau dann übereinstimmen, wenn der Betrieb **Steuern** in einer Höhe zahlen würde, die genau seiner Nutzung dieser Umweltgüter, also den von ihm **netto** verursachten **externen Effekten** entsprächen. Wegen der Schwierigkeiten der Ermittlung und Bewertung der externen Effekte ist eine exakte Übereinstimmung allerdings kaum möglich. In manchen Ländern wird (wie schon oben angedeutet) die Planung der Investitionen durch den Staat damit begründet, daß diese die *gesamte gesellschaftliche Entwicklung langfristig beeinflussen,* damit eine Bedeutung über die in private Investitionskalküle eingehenden Überlegungen hinaus erlangen, daß somit möglicherweise private und soziale Kosten und Nutzen auseinanderfallen und man deshalb langfristig Investitionsprojekte nicht der Entscheidung durch Private nach dem Gewinnprinzip allein überlassen sollte.

## 2. Ziele der Wirtschaftssubjekte

Die von den betrachteten Wirtschaftssubjekten in der Realität verfolgten Ziele sind nur schwer zu fassen und nicht eindeutig formulierbar. Immerhin sind sie für die Unternehmungen noch leichter faßbar als für die Haushalte und die staatlichen Instanzen: Daß der Staat das Wohlergehen seiner Bürger und der Haushalt das Wohlergehen seiner einzelnen Mitglieder im Auge habe, ist eine ziemlich leere Aussage, während das für die Unternehmungen im allgemeinen unterstellte Ziel der **Gewinnmaximierung** leichter faßbar scheint, weil Gewinne doch in Geldeinheiten gemessen werden können. Viele Unternehmungen verfolgen aber auch andere Ziele. Zunächst ist die Sicherung eines bestimmten Marktanteils wichtig, damit überhaupt längerfristig Produkte abgesetzt und Gewinne gemacht werden können, und bei alledem spielen der „Goodwill" und das „Image" der Unternehmung auch eine gewichtige Rolle. Der Ruf eines Unternehmers als schätzenswertes, verantwortungsvoll handelndes Mitglied der Gesellschaft kann ein wichtiger motivierender Faktor sein. Auch das Ziel der Gewinnmaximierung ist nicht eindeutig: Langfristige Gewinnmaximierung über Jahrzehnte oder Generationen hinweg bedeutet etwas anderes als kurzfristige (und kurzsichtige) Gewinnmaximierung und hängt (bei gegebenen Fähigkeiten) vom Einsatz der Unternehmungsleitung ab – ob sie vier oder acht oder zwölf Stunden am Tage für die Unternehmung da ist. Viele der neben der Gewinnmaximierung zu nennenden Ziele können in dem Begriff der *langfristigen* Gewinnmaximierung erfaßt werden; und die Sicherung eines bestimmten Marktanteils kann man leicht als eine *Nebenbedingung* einführen, unter deren Einhaltung der Gewinn zu maximieren ist. Für die Zwecke dieses einführenden Textes genügt es, durchweg vom Ziel der Gewinnmaximierung auszugehen; die Unterscheidung zwischen kurz- und langfristiger Gewinnmaximierung wird *hier* keine Bedeutung haben.

Für die **Haushalte** muß (und wird im folgenden) unterstellt werden, daß eine Einigung unter den Mitgliedern erzielt worden ist in dem Sinne, daß einer für alle (oder für einen klar abgegrenzten Teilbereich) spricht bzw. entscheidet. Man kann allgemein von der Sorge um das Wohlergehen der Familienmitglieder und somit davon ausgehen, daß der Haushalt jeweils das ihm am günstigsten erscheinende Gütersortiment auswählen wird, welches er mit dem ihm zur Verfügung stehenden Budget kaufen kann: die Budgetsumme und die zu zahlenden Preise legen jeweils eindeutig die insgesamt vorhandenen *Möglichkeiten* fest. In der älteren Literatur wurde statt der Annahme der Wahl des bestmöglichen Gütersortiments das Ziel der **Maximierung** des **Nutzens** – im Sinne eines Maximums an erreichter Bedürfnisbefriedigung –

formuliert: Theoretiker wie Gossen (1810–1858), Jevons (1835–1882) und Menger (1840–1921) strebten an, den Nutzen der Haushalte in bestimmten **Nutzeneinheiten** zu messen. Man hätte damit eine Theorie der Haushalte aufbauen können, die ganz in Analogie zur Theorie der Unternehmung gestanden hätte; die eine operierte mit dem Nutzen in Nutzeneinheiten, die andere mit dem Gewinn in Geldeinheiten – beide also mit *absoluten* Größen. Deshalb spricht man bei diesem Ansatz von einer **kardinalen** Nutzengröße. Diese Bestrebungen haben nicht den erhofften Erfolg gezeitigt; man hat allgemein in der Haushaltstheorie zurückgesteckt und beschränkt sich darauf, **Nutzenvergleiche** anzustellen. Man nimmt an, daß ein Haushalt in einer bestimmten Situation für jeweils zwei betrachtete Güterbündel angeben kann, ob eines der beiden Güterbündel einen größeren oder kleineren Nutzen hat als das andere oder ob ihm beide Güterbündel den gleichen Nutzen bringen, und fragt nicht mehr danach, wie groß die Nutzen*differenz* ist: Man hat sich auf ein **ordinales** Nutzenkonzept zurückgezogen, behält jedoch weiterhin das Ziel der Maximierung des Nutzens bei, wiewohl dieser nicht in absoluten Größen gemessen wird. Noch allgemeiner ist der in Kapitel II gewählte Ansatz, in dem auf die Annahme eines Maximierungsstrebens gänzlich verzichtet wird. Man geht einfach davon aus, daß der Haushalt unter verschiedenen Gütersortimenten Prioritäten setzen, d.h. eine **Präferenzordnung** aufstellen kann und so dasjenige Güterbündel wählt, das ihm *am besten* erscheint. Damit wird darauf verzichtet, irgendeine inhaltlich konkretisierende Aussage über *Ziele* und *Motive* des Haushalts zu machen. Am *Ergebnis* der Analyse ändert sich dadurch gegenüber den traditionellen Ansätzen nichts.

Die **wirtschaftlichen Ziele des Staates** sind – über die Formulierung der Aufgaben des Staates in einem allgemeinen Sinne hinaus – noch viel schwieriger zu formulieren als die eines einzelnen Haushalts, geht es doch um Tausende oder gar viele Millionen von Haushalten, deren Interessen gleichzeitig berücksichtigt werden sollten. Man spricht – in Analogie zur Nutzenfunktion der Einzelhaushalte – ziemlich abstrakt von der **gesamtwirtschaftlichen Wohlfahrtsfunktion**, welche die Interessen aller und damit das Gesamtinteresse widerspiegeln soll, und weiß dabei, daß die Art der Gewichtung der Einzelinteressen (die Berücksichtigung der Wünsche verschiedener Gruppen) und deren wirtschaftliche und politische Macht wichtig ist, daß dabei die Vermögensverteilung und die Einkommensverteilung eine große Rolle spielen und daß die Regierenden schließlich auch eigene Interessen haben und ihre Macht sichern oder in Demokratien wiedergewählt werden möchten.

Diese Fragen werden zum Teil in der ökonomischen Theorie der Politik behandelt; wir werden uns in diesem Buch nicht weiter mit ihnen beschäftigen und beschränken uns daher auf diese Andeutung von Problemen. Bei der Diskussion von Alternativen des staatlichen Handelns werden wir auf einige Wahlmöglichkeiten hinweisen, zwischen denen sich eine Gesellschaft – wie auch immer – entscheiden muß.

### 3. Wirtschaftliche Alternativen

Bevor auf in der Mikroökonomie angewendete Methoden eingegangen und der Typ eines ökonomischen Entscheidungsproblems vorgestellt wird, sollen zunächst typische Alternativen aufgezeigt werden, denen sich eine jede Gesellschaft gegenübersieht und zwischen denen vom einzelnen oder vom Staat Entscheidungen getroffen werden müssen. Wichtige wirtschaftliche Alternativen kann man wie folgt gegenüberstellen – wir zählen sie zunächst auf und betonen, daß sie fast alle miteinander zusammenhängen und häufig Entscheidungen über mehrere dieser Alternativen gleichzeitig getroffen werden:

(1) Auswahl unter verschiedenen Gütern oder Güterkombinationen,

(2) Auswahl unter verschiedenen Einsatzfaktoren bei der Produktion, beziehungsweise unter verschiedenen Produktionsprozessen,
(3) verbesserte Güterversorgung oder mehr Freizeit,
(4) verbesserte Güterversorgung oder mehr Umweltschonung,
(5) Konsum oder Sparen – mehr Gegenwartskonsum oder mehr die zukünftige Güterversorgung fördernde Investitionen,
(6) Investitionen in Prozesse mit herkömmlicher, bekannter Technologie oder Investitionen in Forschung und Entwicklung,
(7) Wahl eines sicheren Projektes gegenüber einem riskanten, aber möglicherweise ertragreicheren Projektes,

und da alle Überlegungen sich in der Zeit *und* im Raum abspielen, hat man schließlich jeweils auch

(8) die Wahl unter verschiedenen möglichen Standorten.

Sehen wir diese verschiedenen Alternativen nunmehr ein wenig genauer an.

(1) Die erste Alternative – **verschiedene Gütermengen** – besteht sowohl für Produzenten als auch für Konsumenten. Zur Einführung in später verwendete Darstellungen betrachten wir in Abbildung 2a in den Punkten $P^1$ und $P^2$ zwei verschiedene Mengenkombinationen zweier Güter, die mit *gleichem Aufwand* wahlweise hergestellt werden können. In der Landwirtschaft mögen dies die Mengen an Weizen und Hafer, in einem Industriebetrieb der Ausstoß an Pkw's eines bestimmten Typs und Lkw's sein. Die Abbildung bringt zum Ausdruck, daß entweder die Mengen $x_1^1$ und $x_2^1$ an Weizen und Hafer (bzw. an Pkw und Lkw) *oder* die *kleinere* Menge $x_1^2$ an Weizen (Pkw) und die *größere* Menge $x_2^2$ an Hafer (Lkw) produziert werden können. Die Punkte $P^1$ und $P^2$ können wir als zwei Punkte einer **Produktionsmöglichkeiten-Kurve** betrachten: Solch eine Kurve gibt für die beiden Güter sämtliche möglichen Mengenkombinationen an, die mit der gegebenen Produktionsmittelausstattung hergestellt werden können. Man bezeichnet sie auch als **Transformationskurve.** Anstelle der Mengenkombination $P^1$ kann man sich – beim Vergleich mit dem Punkt $P^2$ – die Mengendifferenz $x_1^1 - x_1^2$ des *ersten* Gutes gedanklich in die um $x_2^2 - x_2^1$ vergrößerte Menge des *anderen* Gutes „transformiert" vorstellen. Die Mengenrelation $\Delta x_2/\Delta x_1$ ist dann die *Rate der Transformation* der beiden Güter im Bereich der Punkte $P^1$ und $P^2$. Bei gleichem Aufwand kommt es nun darauf an zu ermitteln, welche der beiden Güterkombinationen am Markt den höheren Erlös erbringt. Für den Haushalt legen wir in Abbildung 2b in den Punkten $C^1$ und $C^2$ Alternativen zugrunde, die gleich hohe Ausgaben, eine gleich hohe *Budgetsumme* erfordern: ganz in Analogie zum Produzenten entscheidet sich der Haushalt für diejenige Kombination, die er höher schätzt – in der anderen Terminologie jene, die ihm den höheren Nutzen erbringt.

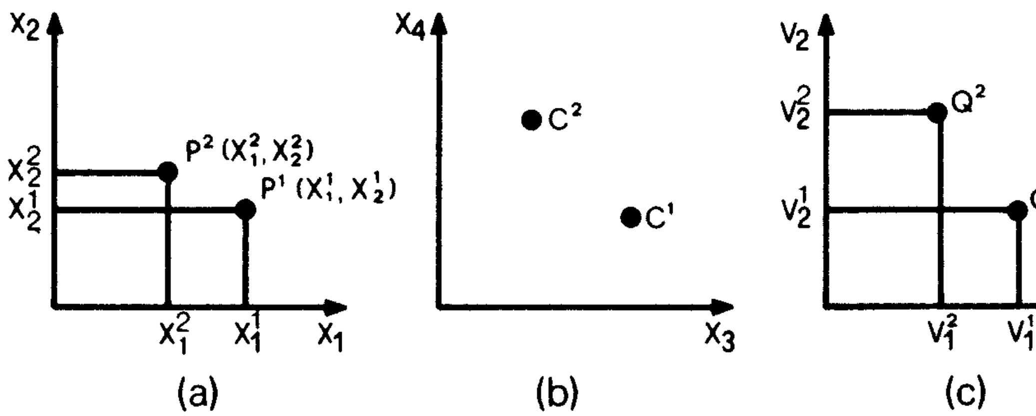



**Abb. 2**

(2) Die zweite Alternative kann man auf unterschiedliche **Faktormengenkombinationen** beziehen, mit denen eine **vorgegebene Produktmenge** erstellt werden kann – vereinfacht entweder (Punkt $Q^1$ in Abbildung 2c) mit $v_1^1$ Arbeitsstunden und $v_2^1$ Maschinenstunden oder (Punkt $Q^2$) mit $v_1^2$ Arbeitsstunden und $v_2^2$ Maschinenstunden. Hier ist die Frage, ob (in dem hier betrachteten begrenzten Rahmen) der teilweise Ersatz von Arbeit durch Maschinen (oder umgekehrt) zu einer Kostenerhöhung oder einer -senkung führt – ob, wie man es in unserem Fach ausdrückt, die **Substitution** von Arbeit durch Maschinen sich lohnt oder nicht. Inwieweit solche Substitutionsmöglichkeiten bestehen, das wird durch die verschiedenen zur Verfügung stehenden Produktionsprozesse bestimmt. Ob der Substitutionsprozeß (von $Q^1$ nach $Q^2$) zu einer Erhöhung oder Verminderung des Gewinns führt, hängt von den (relativen) Preisen der Produktionsfaktoren, hier den Kosten der Arbeits- und der Maschinenstunden ab.

In allen bisher betrachteten Fällen besteht ein negativer Zusammenhang – die Vergrößerung der einen Menge geht zu Lasten der anderen Menge. Häufig erhält man deshalb – soweit die betrachteten Güter beliebig teilbar sind – einen negativen Funktionalzusammenhang, wie auch in den Abbildungen festgehalten.

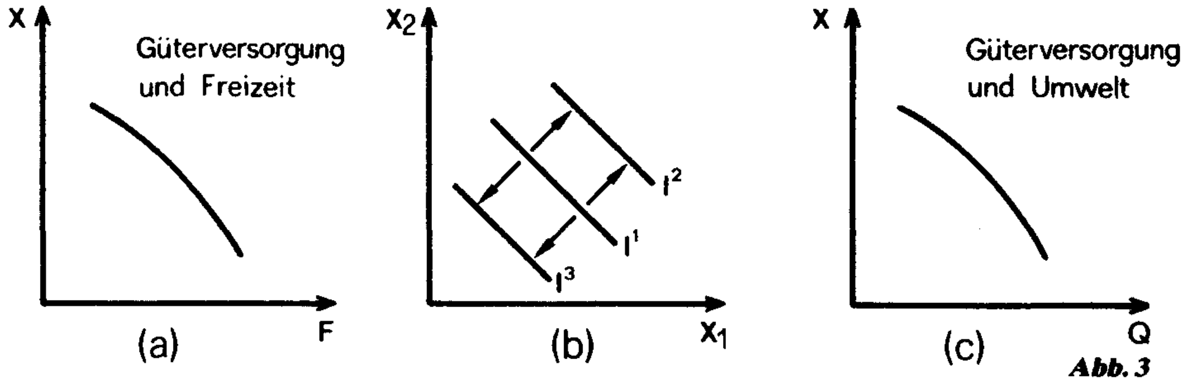



***Abb. 3***

(3) **Freizeit und Güterversorgung.** Auch bei dieser Alternative besteht bei gegebener Kapitalausstattung und gegebener Produktionstechnik ein negativer Zusammenhang zwischen den betrachteten Größen, denn bei mehr Freizeit (F) und damit geringerem Arbeitseinsatz nimmt die mögliche Produktionsmenge (x) ab (Abb. 3a).

Wenn *insgesamt* mehr Produktivkräfte eingesetzt werden, kann man von *beiden* betrachteten Gütern größere Mengen herstellen: in Abbildung 3b bedeutet dies eine Verschiebung der Linie l nach rechts oben (vgl. in Abbildung 3b die Pfeile von $l^1$ in Richtung auf die Linie $l^2$). Bei Inanspruchnahme von mehr Freizeit schrumpfen die Möglichkeiten der Güterproduktion *unter sonst gleichen Bedingungen:* man bewegt sich nach links unten (Linie $l^3$ in der Abbildung 3b).

(4) **Güterversorgung und Umweltschonung:** Dies ist eine weitere Alternative, denn die Güterproduktion geht in manchen Bereichen zu Lasten der Aufrechterhaltung der Umwelt beziehungsweise ihrer Qualität; auch können Produktionsfaktoren entweder für die Produktion von Gütern oder für die Verbesserung oder Aufrechterhaltung der Umwelt eingesetzt werden. Die Qualität der Umwelt läßt sich nicht durch *eine* Zahl angeben, sondern bestenfalls durch bestimmte Indikatoren messen. Beschränkt man sich auf einen Indikator oder faßt man (durch Gewichtung) verschiedene zusammen, dann erscheint die Wahl zwischen Gütermengen (x) und Umweltqualität (Q) in einem Diagramm ebenfalls als eine fallende Funktion (vgl. Abb.3c).

(5) **Gegenwart und Zukunft:** Man kann Güter entweder *sofort* oder zu einem *späteren* Zeitpunkt kaufen. Im zweiten Fall *spart* man und kann den Geldbetrag zinsbringend anlegen. Insoweit die erhaltenen Zinsen über eventuelle Preissteigerungen hinausgehen, kann man ein Jahr später eine größere Menge dieses Gutes kaufen.

Für den Haushalt besteht somit die Alternative darin, entweder die Menge $C_t$ (vgl. Punkt $A^1$ in Abbildung 4a) oder die Menge $C_{t+1}$ ein Jahr *später* zu verbrauchen (oder durch die Gerade g angedeutete Kombinationen zu wählen). Hierbei werden die Alternativen durch den Zinssatz unter Berücksichtigung der Preissteigerungen festgelegt: wieder kommt es auf die Wünsche oder Beurteilungen des Haushalts im Vergleich zu den Möglichkeiten ($A^1$, $A^2$ etc.) an.

Diese Überlegungen gelten für produzierte konsumreife Güter wie auch für natürliche Hilfsquellen (etwa Öl oder Metalle, wie auch zum Beispiel für Maschinen, die man schneller oder langsamer abnutzen kann). Die erwähnte Alternative (4) kann in bezug auf die Umwelt teilweise auch in diesem Sinne – als schnellerer oder langsamerer „Verbrauch" der Umwelt beziehungsweise größere Schonung für die Zukunft – interpretiert werden.

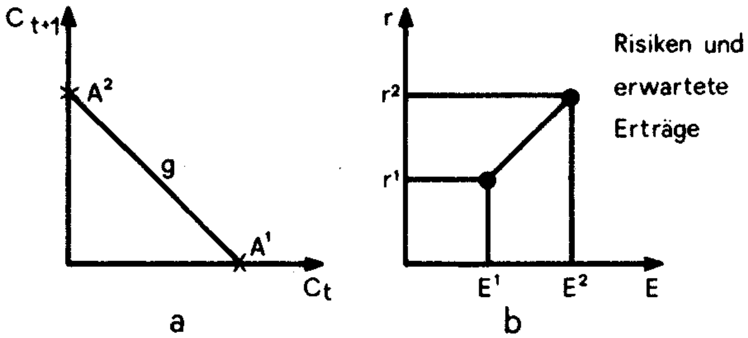



***Abb. 4***

(6) Viele Entscheidungen in der Wirklichkeit geschehen nicht unter vollkommener Information über die gegenwärtigen Möglichkeiten geschweige denn die zukünftige Entwicklung der Dinge. In dieser Situation muß in mindestens zwei weiteren Beziehungen eine Wahl getroffen werden: (i) Ein Wirtschaftssubjekt kann vor einer Disposition versuchen, sich weitere Informationen über auf dem Markt befindliche Konsum- oder Investitionsgüter zu verschaffen; ein Produzent kann mit gegebenem eigenen Wissen arbeiten *oder* zunächst einmal Mittel einsetzen, um zu lernen und um bessere Produktionsmethoden zu erfinden oder zu erproben; und schließlich kann man (ii) bei gegebenem Wissen über die Zukunft eine *mehr oder weniger* risikobehaftete Alternative wählen.

Die entsprechenden Alternativen sind beim Problem der Informationsbeschaffung über Konsumgüter **Ausgaben für Güter oder für die Informationsbeschaffung,** und bei der Produktion entsprechend **Ausgaben für die Güterproduktion** oder **Ausgaben für Forschung und Entwicklung.**

(7) Bei **Unsicherheit** über die Zukunft insbesondere in bezug auf die Absatzchancen bei unterschiedlichen Gütern oder in bezug auf die Erträge verschiedener Wertpapiere stellt sich die Alternative häufig als die Wahl zwischen einem gegebenen **Ertrag** ($E^1$) unter bestimmter (mehr oder weniger großer) **Sicherheit** (oder einem – wie immer definierten – **Risikofaktor** $r^1$) und einem erwarteten *höheren* Ertrag $E^2$ bei *größerer* Unsicherheit beziehungsweise einem größeren Risikofaktor $r^2$. Diese Wahlmöglichkeit ist in Abbildung 4b angedeutet. Der skizzierte Kurvenverlauf spiegelt das Sprichwort wider: „Wer nicht wagt, der nicht gewinnt."

Alle diese Entscheidungen betreffen jeweils Güterqualitäten und -mengen, und sie beziehen sich auf bestimmte Zeitpunkte und auf Alternativen im geographischen Raum (der erwähnte Punkt (8) auf S. 14).

Vereinfacht und sehr verkürzt formuliert: Die Einzelnen wie auch staatliche Instanzen beziehungsweise die Gesellschaft haben Wahlentscheidungen zu treffen bezüglich der **Arten von Gütern** (produzierten Gütern wie auch Produktionsfaktoren, Umweltqualitäten etc.), des **Ortes** ihrer Aktivitäten und des **Zeitpunktes;** sie tun dies bei im allgemeinen unvollständiger **Information** und unter mehr oder weniger großem **Risiko;** und sie treffen ihre Entscheidungen aufgrund ihrer **Wünsche oder Ziele** unter Beachtung ihrer **Beschränkungen,** nämlich ihrer Fähigkeiten beziehungsweise ihres Wissensstandes über verwertbare *Technologien* und ihrer Verfügungsgewalt über *knappe Ressourcen* dieser Welt beziehungsweise über *Finanzierungsmittel.* Diese Überlegungen kann man in einem einfachen Diagramm festhalten (Abb. 5), in dem insbesondere die *drei Dimensionen* der Güter ausdrücklich aufgeführt sind. Dabei ist die besondere Vereinfachung zu beachten, die darin besteht, daß zwar die Zeit selbst nur *eine* Dimension hat, der Raum selbst aber drei Dimensionen besitzt und Güterqualitäten möglicherweise nur durch eine sehr große Zahl von Charakteristika hinlänglich genau beschrieben werden können; auch geben die Begriffe „Informationsstand" und „Risikosituation" sehr komplexe Tatbestände wieder.

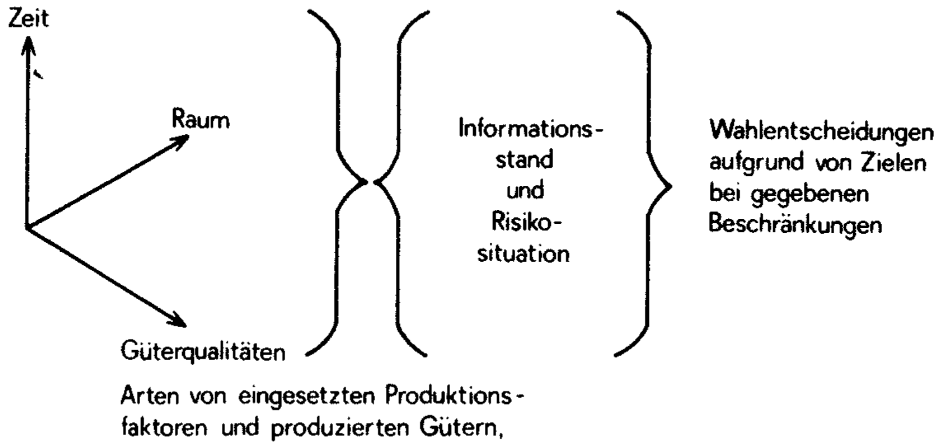



***Abb. 5***

Wichtige Grundlage für die Entscheidungen ist es, die angesprochenen Alternativen inhaltlich genau kennenzulernen, um welche es bei den verschiedenen Gütern und Produktionsfaktoren, den natürlichen Ressourcen und Umweltqualitäten, bei den Vergleichen zwischen den *Möglichkeiten* zu verschiedenen Zeitpunkten und an verschiedenen Standorten im einzelnen geht. Begründete Entscheidungen angesichts verschiedener Möglichkeiten erfordern, daß die Alternativen im einzelnen mehr oder weniger genau bekannt sind. Zur Beurteilung oder um Konsequenzen aus solchen Gegenüberstellungen (wie in den Abbildungen 2 bis 4) zu ziehen, braucht man eine möglichst genaue Kenntnis der Relationen, in denen die *Weiterverfolgung* eines Zieles die *Mindererreichung* eines anderen Zieles nach sich zieht (wenn jeweils gleich viel Mittel eingesetzt werden) – inwieweit zum Beispiel die Mehrproduktion an Lkw's (oder Weizen) eine Minderproduktion an Pkw's (oder Hafer) erfordert, der Kauf zusätzlicher Koteletts die Minderung der Einkäufe an Hackfleisch zur Folge hat.

Die Mengen an *anderen* Gütern, auf die man in einer Volkswirtschaft verzichten oder die man *mehr* einsetzen muß, wenn von einem betrachteten Gut *eine Einheit mehr* zur Verfügung gestellt werden soll, bezeichnet man als die **Opportunitätskosten dieses Gutes:** diese können in bestimmten *Mengen* eines anderen Gutes (Abb. 2a), in Einsatzmengen an Produktionsfaktoren oder auch Freizeit (Abb. 3a) oder aber auch in einer bestimmten Verschlechterung der Umweltqualität (3c) bestehen. Die Entscheidung, *eines* zu tun, beschränkt in gewisser Weise die *Möglichkeiten,* etwas *anderes* zu tun, daher der englische Ausdruck **opportunity costs,** der ins Deutsche übernommen worden ist. Beim Vergleich zweier Güter, die man alternativ produzieren, oder bei zwei Zielen, die man alternativ verfolgen kann, spricht man von einem **Trade-off** zwischen diesen

Gütern oder Zielen. Damit wird zum Ausdruck gebracht, daß die Ziele im Konflikt miteinander stehen. Bei der Produktion von Gütern läßt sich dieser Trade-off, wie wir gesehen haben, zahlenmäßig erfassen durch die **Transformationsrate:** sie gibt an, auf wie viele Einheiten eines zweiten Gutes man verzichten muß, wenn man eine Einheit des betrachteten Gutes zusätzlich herstellen will. Dieses Konzept wird auch auf wirtschaftspolitische Ziele angewendet, deren Erreichungsgrade einander wechselseitig beeinflussen. Opportunity costs, Trade-offs und Transformationsraten spielen in der ökonomischen Theorie eine zentrale Rolle. Dabei geht es insbesondere immer darum, daß solche Trade-offs beziehungsweise Transformationsraten in ihren numerischen Werten häufig stark davon abhängen, wieviel von verschiedenen Gütern schon produziert worden ist, beziehungsweise wie weit man sich verschiedenen Zielen schon genähert hat. Technisch formuliert: es ist wichtig, die Funktionsverläufe an verschiedenen Punkten in den Abbildungen 2 und 3 genau zu kennen, insbesondere auch die *Änderungen* in den Steigungen, die bei einer Erhöhung des Wertes einer Variablen und der gleichzeitigen Verminderung (oder Erhöhung) bei einer anderen Variablen resultieren, wenn man etwa über die in der Abbildung 2 bezeichneten Punkte hinausgeht.

Die verschiedenen möglichen Alternativen in der Produktion spiegeln den **Stand des Wissens,** die in einzelnen Betrieben und im Wirtschaftsleben allgemein realisierten **Produktionsverfahren** und insbesondere den angesammelten **Kapitalstock** in Form von Bauten, Maschinen, Verkehrswegen und anderen langlebigen Gütern wider.

Den **möglichen Alternativen** sind die **Wünsche** oder **Ziele** gegenüberzustellen. Die Wünsche sind natürlich nicht unabhängig von der Vergangenheit, sondern hängen stark vom erreichten Lebensstandard und von den Lebensgewohnheiten ab, wie sie sich in der Vergangenheit aufgrund nicht nur der wirtschaftlichen, sondern der gesamten gesellschaftlichen und kulturellen Entwicklung herausgebildet haben. In der ökonomischen Analyse interessieren uns nicht *primär* die Wünsche oder Präferenzen oder Zielvorstellungen, sondern wie sie sich in *konkretem Verhalten* niederschlagen – etwa in der Nachfrage nach bestimmten Gütern oder in dem Einsatz von Produktionsfaktoren innerhalb eines Betriebes.

In diesem Buch werden immer wieder Möglichkeiten (wie sie in den Abbildungen 2 bis 4 angedeutet sind) den Wünschen oder Präferenzen gegenübergestellt: es wird jeweils gefragt, welche der jeweiligen Alternativen höher geschätzt oder in irgendeiner Weise (etwa aufgrund der Absatzmöglichkeiten) **höher bewertet** wird. Wenn unter allen möglichen Alternativen die am **höchsten geschätzte ausgewählt** wird, so spricht man in unserer Theorie von **rationalem Verhalten.**

Auch wenn in den Kapiteln II und III nur die ersten drei Alternativen – (1), (2) und (3) zu Beginn dieses Abschnitts – ausdrücklich behandelt werden: in diesem Buch wird das theoretische Instrumentarium für die Analyse auch der folgenden Fälle bereitgestellt.

Die angesprochenen Entscheidungen können insbesondere unter zwei Gesichtspunkten gesehen werden: auf der einen Seite beeinflußt die Gesamtheit der Entscheidungen die *Zukunft der gesamten Gesellschaft* in einem wichtigen Punkte (zum Beispiel Entscheidungen über große Investionsvorhaben – Fabriken, Kraftwerke –, aber auch Entscheidungen über die Benutzung von Automobilen sind wichtig), auf der anderen Seite sind die *Entscheidungsprozesse selbst ein wesentlicher Teil des* (gegenwärtigen) *Lebens einer Gesellschaft: wie* Leute zu bestimmten Gütern oder Konsummöglichkeiten kommen, ist für den Ablauf des täglichen Lebens und für das Wohlbefinden der Menschen im allgemeinen ziemlich wichtig. Mit dem Begriff *Verfügungsgewalt* über knappe Ressourcen werden das Eigentum und die Eigentumsrechte angesprochen, im weitesten Sinne damit wieder die Wirtschaftsordnung des betrachteten Landes.

Wir können die Überlegungen dieses Abschnittes in der folgenden Weise zusammenfassen. Innerhalb einer jeden Gesellschaft erfordert das systematische Disponieren über knappe Güter *laufende Entscheidungen,* eine *laufende Koordination* der einzelnen Entscheidungen und eine längerfristig wirksame Festlegung *institutioneller Regeln* über die Koordinierungsmechanismen und den Entscheidungsrahmen der einzelnen handelnden Menschen.

Neben

(a) den **Entscheidungen** der Einzelnen und des Staates über die alternativen **Güterverwendungen** haben wir somit

(b) die **gesellschaftlichen Entscheidungen** über die **Organisation der Wirtschaft** im weitesten Sinne des Wortes und

(c) die **wirtschaftspolitischen Entscheidungen** über die Möglichkeiten der **Beeinflussung der inhaltlichen Entscheidungen.**

Unter Punkt (a) haben wir auch für *staatliche Instanzen* die Entscheidungsprobleme, wie sie gerade unter den Ziffern (1) bis (8) behandelt wurden: sie betreffen hier vor allem die Versorgung mit öffentlichen Gütern und die Investitionsentscheidungen. Die in Punkt (b) enthaltene Alternative zwischen Marktgeschehen und der Planung durch Bürokratien könnte, auf die gesamte Wirtschaftsordnung bezogen, auch als ein gesellschaftliches Optimierungsproblem angesehen werden, bei dem es darum geht, Vorteile und Nachteile der verschiedenen Möglichkeiten gegeneinander abzuwägen und dann eine Wahl zu treffen. In der Realität kann man jedoch meist nur in einem sehr abstrakten Sinne von einer Wahl sprechen; denn die Wahl der Wirtschaftsordnung ist in der Geschichte häufig durch Machtkämpfe, den Ausgang von Kriegen oder Revolutionen bestimmt worden und nicht durch Abstimmungen im Parlament oder durch das Volk. Ein solches Abwägen von Möglichkeiten geschieht eher bei einzelnen Projekten, deren Ausführung einer Privatinitiative oder einem Planungsstab des Staates überlassen werden kann; dies geschieht in starkem Maße bei der unter (c) erwähnten laufenden Politik des Staates zur Beeinflussung des wirtschaftlichen Geschehens. Unter Punkt (c) fällt aber vor allem, daß in Abwägung der verschiedenen – und von verschiedenen Parteien und gesellschaftlichen Gruppen natürlich keineswegs gleich beurteilten – Vorteile und Nachteile bestimmter Maßnahmen staatliche Instanzen laufend Entscheidungen im Sinne der Stabilisierung, der Sicherung des Wettbewerbs, der Aufrechterhaltung von Umweltqualitäten und anderer Ziele zu treffen haben.

Die mikroökonomische Analyse kann zeigen, welche Maßnahmen zum Beispiel zur Verbesserung der Umweltqualität vom volkswirtschaftlichen Standpunkt aus als *effizienter* zu beurteilen sind. Im allgemeinen sind Maßnahmen, die sich *marktwirtschaftlicher Instrumente* bedienen und dabei den betroffenen Menschen einen *Entscheidungsspielraum* lassen, sowohl vom ökonomischen wie auch vom sozialpsychologischen und politischen Standpunkt aus wirksamer als ‚gleich harte' Verordnungen, welche mit allgemeinen Normen sowie mit Geboten und Verboten arbeiten. – All diese mit der Aktivität des Staates zusammenhängenden Probleme werden uns indes im folgenden nicht primär beschäftigen.

Hier sollte lediglich aufgezeigt werden, daß auch weitergehende Alternativen, die sich nicht auf die Wahl bestimmter Güter im oben (Abschnitt B) definierten Sinne beziehen, mit Instrumenten der ökonomischen Theorie behandelt werden können. Als ein weitverbreitetes Anwendungsgebiet der mikroökonomischen Theorie im öffentlichen Bereich sei zum Schluß die **Kosten-Nutzen-Analyse** erwähnt; damit versucht man, die **Vorteile** („Nutzen") bestimmter öffentlicher Ausgaben – insbesondere von Investitionsprojekten – möglichst genau zu ermitteln, sie zu **bewerten** und sie sodann den jeweiligen **Kosten** und anderen Nachteilen, auch wieder bewertet, gegenüberzustellen und somit in bestimmtem Rahmen Anhaltspunkte für die günstigste Aufteilung eines Budgets oder Teilbudgets zu bekommen. – Mit diesen Hinweisen kehren wir zu den ökonomischen Entscheidungsproblemen in einem engeren Sinne zurück.

## D. Modelle und Märkte

### 1. Modelle

Die Volkswirtschaftslehre beschäftigt sich, wie wir gesehen haben, mit gewissen Aspekten eines kleinen Ausschnitts aus der Wirklichkeit. Will man Teile dieser für die Volkswirtschaftslehre interessanten Welt beschreiben und dabei Folgen von Ereignissen erfassen und Beziehungen und Abhängigkeiten zwischen einzelnen Beobachtungen ermitteln, dann muß man – entsprechend dem Untersuchungsziel – vereinfachen; man muß notwendigerweise auch viele vielleicht von anderen Studieninteressen her gesehen wichtige Tatbestände vernachlässigen. Man arbeitet durchweg, auch wenn man dies nicht ausdrücklich sagt, mit ökonomischen **Modellen.** So liegt schon der Aussage, daß *wegen* einer Ölkrise ein bestimmter Preis gestiegen sei, eine bestimmte Modellvorstellung über ökonomische Zusammenhänge und eine Anschauung über das Funktionieren einer Wirtschaft zugrunde.

Ein Modell ist entweder eine vereinfachte Darstellung eines vom „Darsteller" – hier dem Theoretiker – für wichtig gehaltenen Ausschnitts aus der Wirklichkeit oder ein System gedachter Zusammenhänge, mit denen die Konsequenzen bestimmter hypothetischer Handlungen oder Veränderungen untersucht werden für den Fall, daß die Betroffenen in ganz bestimmter, genau definierter Weise auf diese Ereignisse reagieren. Der Theoretiker möchte wissen, was geschieht, wenn unter bestimmten Bedingungen gewisse Ereignisse eintreten. Wenn er das weiß, kann er auch Vorhersagen machen, ähnlich wie er vorher vielleicht zu der Aussage über die Wirkungen von Ölpreissteigerungen gelangt ist. In vielen Situationen weiß man aber gar nicht genau, wie die betroffenen Menschen reagieren und wie das komplexe System Wirtschaft funktioniert. Deshalb arbeitet man in Modellen, ganz gleich, ob sie Wirklichkeit beschreiben sollen oder dem Durchdenken bestimmter Konsequenzen dienen sollen, immer mit **Annahmen.** Die Annahmen sollen im Falle der beabsichtigten Beschreibung der Wirklichkeit möglichst genau die Ausgangslage wiedergeben und das Verhalten von einzelnen oder Gruppen beziehungsweise die Reaktionen von Institutionen abbilden; im anderen Fall – bei der Herausarbeitung der Wirkung *hypothetischer* Veränderungen oder der *Erklärung von Prinzipien* – mag eine solche Übereinstimmung gar nicht wichtig und daher auch nicht einmal beabsichtigt sein.

Die Wirklichkeit – auch irgendein kleiner Ausschnitt – kann durch ein Modell nie „vollständig" oder „richtig" abgebildet werden, und damit gibt es logischerweise kein vollständig richtiges Modell: Es kann mit der Realität ja nicht *identisch* sein; dies würde einen Maßstab 1:1 erfordern. Ein Modell kann bestenfalls von einem Beobachter *akzeptiert* werden, wenn es bestimmte mehr oder weniger subjektiv gesetzte Kriterien erfüllt. Dies gilt zum Beispiel, wenn man Preisveränderungen näher untersuchen und dazu als eine sehr begrenzte Abbildung eines kleinen Ausschnitts aus der wirtschaftlichen Wirklichkeit eine Nachfragefunktion ermitteln, das heißt Beziehungen zwischen Preisen und nachgefragten Mengen eines Gutes beschreiben will. In unserer Wissenschaft haben sich allerdings gewisse Konventionen dafür, ob ein empirisch ermittelter Funktionalzusammenhang als eine für den betrachteten Zeitraum *gültige* Nachfragefunktion akzeptiert werden sollte, herausgebildet, aber keine *wissenschaftlich* begründeten Maßstäbe – genauso wie dies für die Betrachtung des Modells eines Hauses gilt. Deshalb gibt es in unserer Wissenschaft niemals *absolut* richtige Beschreibungen der wirtschaftlichen Wirklichkeit. Auch hängt es von den Interessen des einzelnen Wissenschaftlers ab, was überhaupt untersucht werden soll: was wesentlich und damit untersuchungswürdig ist, läßt sich nicht objektiv festlegen, man kann nur einen Konsens zu erzielen versuchen.

## Die in diesem Buche behandelten Modelle

In diesem Buch wollen wir Entscheidungen von Wirtschaftssubjekten analysieren und das Funktionieren eines Tauschsystems beschreiben. Wir arbeiten und leben zu diesem Zweck in einer von Theoretikern aufgebauten Modellwelt. Die Wirklichkeit ist viel zu verwickelt, als daß das Funktionieren einer Wirtschaft durch *ein Modell* realitätsnah abgebildet werden könnte: in einer Tauschwirtschaft gibt es so viele mögliche Verhaltensweisen von Unternehmungen und Haushalten in so vielen unterschiedlichen Situationen, daß jeder andere Versuch zum Scheitern verurteilt wäre. Tatsächlich gibt es aber einen Typ von Modell, der die Gesamtzusammenhänge zwischen den Aktionen vieler einzelner Wirtschaftseinheiten – Haushalten und Unternehmungen – *in einigen wichtigen Prinzipien* zufriedenstellend erfaßt und als Modell noch zu handhaben ist, und dies ist das **gesamtwirtschaftliche Konkurrenzmodell.** Dieses Modell soll gar nicht die Wirklichkeit beschreiben oder abbilden, sondern Grundlagen liefern, mit deren Hilfe der Leser bestimmte Prinzipien einer Tauschwirtschaft kennenlernen kann: Wir wollen dies innerhalb eines Systems tun, mit dem das *Zusammenspiel der Entscheidungen* vieler Wirtschaftssubjekte prinzipiell erfaßt werden kann und das gleichzeitig bestimmten wichtigen Kriterien *optimaler Lösungen* für die Bewältigung der Knappheit genügt. Es soll in gewissen Situationen als Maßstab dienen, mit dem Ereignisse in der Wirklichkeit *beurteilt* werden können. Das Modell einer Konkurrenzwirtschaft – wir werden es gleich wenigstens einführend etwas genauer kennzeichnen – erfüllt zwei wichtige Bedingungen: es ist überschaubar und es ist nicht nur für jemanden verständlich, der sich schon jahrelang mit volkswirtschaftlicher Theorie beschäftigt hat. Dies Modell hat deshalb eine nicht zu überschätzende didaktische Funktion. Wenn man ein solches System einmal begriffen hat, dann ist man besser dafür gerüstet, später Teilbereiche der Wirklichkeit anhand viel detaillierterer und realitätsnäherer Modelle zum Beispiel einzelner Märkte empirisch zu untersuchen, gesamtwirtschaftliche Ausgaben- und Einnahmeströme zu analysieren, die Wirkung von Steueränderungen und andere wirtschaftliche Eingriffe zu verstehen oder die Konsequenzen bestimmter außenwirtschaftlicher Entscheidungen vorherzusagen, als wenn man gleich von vornherein damit beginnen würde, an die Realität mit getrennten, mehr konkreten Fragestellungen heranzugehen. Für die Anwendung auf die Wirklichkeit liefert das Denken in diesem Modell nur eine *Grundlage,* auf der durch Ergänzungen, Modifikationen wie auch insbesondere durch die Einführung ganz anderer Verhaltensannahmen weitergehende Fragen untersucht werden können. Dies alles besagt nicht, daß es nicht Menschen gibt, die aus ihrer Erfahrung und ihrer Intuition und ihrem Fingerspitzengefühl viel mehr Wissen um diese Zusammenhänge ziehen, als ihnen je ein theoretisches Studium zu geben vermag – um so besser. Für diejenigen aber, die sich wissenschaftlich, theoretisch mit diesen Dingen beschäftigen wollen, ist die mikroökonomische Analyse anhand eines solchen Modells ein hervorragendes Instrument zur Einführung in das *Denken in Gesamtzusammenhängen.*

Wir legen ein Modell zugrunde, in dem prinzipiell alle Zusammenhänge zwischen den Unternehmungen und den Haushalten *gleichzeitig* erfaßt und dabei die Preise sowie produzierte, angebotene und nachgefragte Mengen *aller* Güter bestimmt werden. Zunächst aber arbeiten wir mit kleinen Ausschnitten aus dieser Modellwelt, nämlich den Entscheidungen einzelner Wirtschaftseinheiten in einer Welt, in der die allermeisten dieser wechselseitig abhängigen Größen als *konstant* angenommen werden. Wir nennen diese Ausschnitte aus unserer Modellwelt jeweils **Partialmodelle** im Gegensatz zu dem **mikroökonomischen Totalmodell,** das alles gleichzeitig erfaßt. In einem Partialmodell werden *Rückwirkungen* auf den betrachteten Markt *über andere Märkte* vernachlässigt (die Frage ist jeweils, inwieweit dies gerechtfertigt ist). Entsprechend ist ein **makroökonomisches Totalmodell** ein solches, in dem alle wechselseitig abhängigen aggregierten – makroökonomischen – Größen *gleichzeitig als Variable* auftreten. In diesem Buch werden wir für die Haushalte und die Unternehmungen zunächst mit Partialmodellen arbeiten, diese werden später zu einem mikroökonomischen Totalmodell zusammengefügt. Dieses gesamtwirtschaftliche Konkurrenzmodell ist im folgenden durch einige der wichtigsten Annahmen zu charakterisieren; damit sollen Aussagen über die hier angewendeten Methoden gemacht werden.

Unsere Modellwelt zeichnet sich durch **vollständige Konkurrenz** aus: Preise werden auf **vollkommenen Märkten** gebildet, auf denen *viele* Konkurrenten als Anbieter aufeinandertreffen, *viele* Nachfrager auftreten und *alle einzelnen* jeweils im Vergleich zu der auf dem Markt gehandelten Gesamtmenge so *geringe Teilmengen* anbieten oder nachfragen, daß sie durch ihre Handlungen den Preis nicht beeinflussen können – der Anteil der einzelnen ist vernachlässigbar gering. Der Begriff Markt beinhaltet nur, daß Angebot und Nachfrage aufeinandertreffen und Informationen ausgetauscht werden, nicht aber notwendigerweise, daß die einzelnen sich – wie etwa beim Wochenmarkt – persönlich an einem Ort treffen. Jeder *einzelne* betrachtet die Preise als gegeben – als durch *seine* Dispositionen nicht beeinflußbar – und paßt seine angebotenen und nachgefragten Mengen diesen Preisen an. Man sagt: er verhält sich als **Mengenanpasser.** So trachtet ein jeder, durch den Kauf oder Verkauf von Gütern aus seiner individuellen Situation das Beste zu machen; die Produzenten versuchen ihr mögliches Gewinnmaximum zu realisieren und erreichen dies auch; die Haushalte suchen das jeweils für sie bestmögliche Güterbündel aus.

Für jedes Gut gibt es nur einen Markt: von geographischen Entfernungen wird vollkommen abgesehen, alles Geschehen spielt sich an einem gedachten Punkte ab. Damit ist unser Modell das einer **Ein-Punkt-Wirtschaft.** Man kann das auch so interpretieren, als seien alle Transportkosten gleich Null. Trotzdem lassen sich wichtige Zusammenhänge unseres Modells leicht auf eine räumliche Wirtschaft anwenden; mit der Betrachtung jeweils vieler, räumlich durch Transportkosten getrennter Märkte wird das System allerdings viel komplizierter als in unserer einfachen Modellwelt.

Wir betrachten weiterhin nur **eine Zeitperiode,** in der nur einmal getauscht wird und in der deshalb auf diesem Markt für jedes Gut auch nur *ein* Preis zustande kommt. Über die Schwächen aller Modelle in bezug auf die Erklärung dessen, wie sich Preise in der Wirklichkeit bilden und wie sich Preise ändern, wenn jeder einzelne ihn doch als gegeben betrachtet, wird im Kapitel Koordination noch einiges zu sagen sein (weiter unten finden Sie einige Bemerkungen über andere als vollkommene Märkte). Während der einen betrachteten Zeitperiode sind das Wissen und die Wünsche der einzelnen Wirtschaftssubjekte in bezug auf die Produktionsmöglichkeiten (die Technologien) und den Konsum *vorgegebene* unveränderliche

Daten, welche aus der Vorperiode übernommen werden. Ebenso wird das Resultat des Wirtschaftens in dieser Periode der „Nachwelt" – der nächsten Zeitperiode – überlassen, ohne daß wir uns dann weiter darum kümmern. *Alle* Wirkungen von Ereignissen treten in der betrachteten Periode zutage. Alles, was in der Periode geschieht, ist von in dieser Periode beobachteten Größen abhängig – zeitliche Verzögerungen in den Reaktionen über die betrachtete Periode hinaus gibt es nicht. Beziehungen zwischen den Ereignissen **verschiedener Zeitperioden** oder auch **Geschwindigkeiten** von Bewegungen in der Zeit brauchen deshalb nirgendwo beachtet oder betrachtet zu werden. Eine solche Art der Analyse nennt man eine **statische Analyse,** während die Betrachtung von Anpassungsprozessen durch die Zeit eine **dynamische Analyse** darstellt. Unsere Modellwelt läßt sich daher kennzeichnen als ein **statisches mikroökonomisches Totalmodell einer Ein-Punkt-Konkurrenz-Wirtschaft.**

Das Modell ist ein **Gleichgewichtsmodell,** und die Gleichgewichtszustände erweisen sich als **Optimalzustände.** Gleichgewicht bedeutet hier, daß die Marktkräfte einen Zustand – genauer eine Konstellation sämtlicher Preise – herbeigeführt haben, in dem jeder Verkäufer und jeder Käufer genau das verkaufen beziehungsweise kaufen kann, was er zu diesen Preisen ins Auge gefaßt hat, und daß keine Tendenz zu einer Veränderung mehr besteht. Bewegungen von diesem Zustand weg würden jeweils Kräfte in Bewegung setzen, welche wiederum zum Ausgangspunkt zurückführen würden: es wird im folgenden gesagt, *warum* das geschieht, nicht aber *in welchen Schritten* sich dies vollzieht. Ein solches Gleichgewicht bezeichnet man als ein **stabiles Gleichgewicht.** Bei der einführenden Erörterung eines Marktes werden wir dies kurz erläutern, ausführlicher wird dieser Begriff im Kapitel „Koordination" behandelt. Zum Begriff „optimal" mag hier zunächst auch ein kurzer Hinweis genügen, der im Kapitel „Wohlfahrt" wieder aufgenommen wird: das hier verwendete Konzept eines Optimalzustandes zeichnet sich dadurch aus, daß für keinen Marktteilnehmer eine Verbesserung seiner Situation – Erhöhung seiner Konsummenge, des Einkommens oder des Gewinns – möglich ist, ohne daß nicht wenigstens ein anderes Wirtschaftssubjekt schlechter gestellt wird: eine Verbesserung der Lage *aller* ist unmöglich, jede Verbesserung bei einem geht zu Lasten von jemand anders. Dies Kriterium ist plausibel und in dieser allgemeinen Formulierung ganz akzeptabel, aber es hat auch, wie später zu zeigen ist, seine Grenzen.

## 2. Märkte

### a) Vollkommene und nicht vollkommene Märkte

Wir haben oben von Märkten geredet, auf denen Anbieter und Nachfrager – wenn auch nicht notwendigerweise physisch – zusammentreffen. Bezüglich der Zahl der Verkäufer auf einem Markt unterscheiden wir die beiden Extreme: im einen Falle nur ein einziger Anbieter des Gutes, ein **Monopolist,** im anderen Falle *sehr viele* Anbieter, die sich in vollkommener Konkurrenz befinden, wenn gewisse – zum Teil oben aufgezählte – Bedingungen erfüllt sind, vor allem jene, daß die Nachfrager die angebotenen Güter aller Anbieter als in jeder Beziehung identisch – als **homogen** – ansehen. Das ist in der Wirklichkeit natürlich durchweg bestenfalls näherungsweise erfüllt. Eine weitere Extremsituation hat man, wenn jeder einzelne Anbieter eine eigene Variante des Gutes anbietet: dann ist in einem sehr engen technischen Sinne ein jeder ein Monopolist, er muß aber mit sehr vielen sehr *ähnlichen* Produkten anderer Anbieter konkurrieren. Man spricht in diesem Falle von **monopolistischer Konkurrenz.** Im Gegensatz zur **homogenen Konkurrenz** spricht man hierbei auch von **heterogener Konkurrenz.** Dieser Typ von Konkurrenz herrscht auf Bodenmärkten, wo sich jedes Stück Land von jedem anderen zumindest in der Lage unterscheidet, wie auch auf vielen Märkten, auf denen sehr ähnliche Waren angeboten werden (zum Beispiel Textilien, Fahrräder, Automobile). Die drei Extremfälle sind durch Abbildung 6 veranschaulicht worden. Zwischen ihnen liegen Fälle, in denen wenige Anbieter auftreten – *zwei* wie beim **Duopol,** *einige* wie beim **Oligopol.** Diese Marktform kann sowohl bei homogenen wie auch bei heterogenen Gütern auftreten. Sodann kann man dem Bild eine dritte Dimension hinzufügen, indem man gleichzeitig auch die Zahl der Käufer variiert. Bei *einem* Käufer gegenüber vielen Anbietern spricht man von einem **Monopsonisten.**

Wir wollen es mit diesem Bild und diesen wenigen Bemerkungen bewenden lassen und die Frage stellen: in welchen dieser verschiedenen Fälle kann man das Verhalten der Marktteilnehmer genauer charakterisieren (vorausgesetzt man kennt deren Situation hinlänglich genau)?

(1) Der eine Fall ist der, daß jeder einzelne sich lediglich *passiv* auf das Marktgeschehen einstellen und selbst keinen merklichen Einfluß darauf ausüben kann: dies gilt, wenn der Preis als Datum betrachtet werden muß und der einzelne lediglich seine eigene Angebotsmenge variieren kann – beim **Mengenanpasser** unter den Bedingungen **vollkommener Konkurrenz.**

(2) Der zweite Fall ist folgender: der Anbieter kann aktiv das Marktgeschehen steuern, weil er für jede seiner Handlungen die (passiven) Reaktionen der anderen kennt. Diese Bedingung ist exakt dann erfüllt, wenn der Anbieter den Preis beliebig variieren und für jeden dieser Preise die Kaufwünsche vorhersagen kann und somit in der Lage ist, die für ihn günstigste Preis-Mengen-Konstellation auszuwählen und auch zu realisieren: dies gilt für den **Monopolisten.**

(3) Eine Kombination von Elementen dieser beiden ersten Fälle hat man bei **monopolistischer Konkurrenz:** in *gewissem Rahmen* kann jeder seinen Angebotspreis in sinnvoller Weise variieren und hat damit auch einen Einfluß auf die abgesetzte Menge. Dieser Rahmen wird durch die von seinen Konkurrenten geforderten Preise festgelegt: erhöht er seinen Preis zu weit über diejenigen seiner Konkurrenten, laufen ihm die Kunden weg, bei einem zu niedrigen Preis kann er nicht alle befriedigen und schmälert seinen Gewinn in unnötiger Weise.

(4) Schwerer zu charakterisieren ist das Verhalten bei nur *wenigen* Marktteilnehmern: in diesem Fall kann der einzelne durch eine kluge Taktik, durch Überraschungen seiner Konkurrenten, durch Bluff, durch Geschick und mit Fingerspitzengefühl

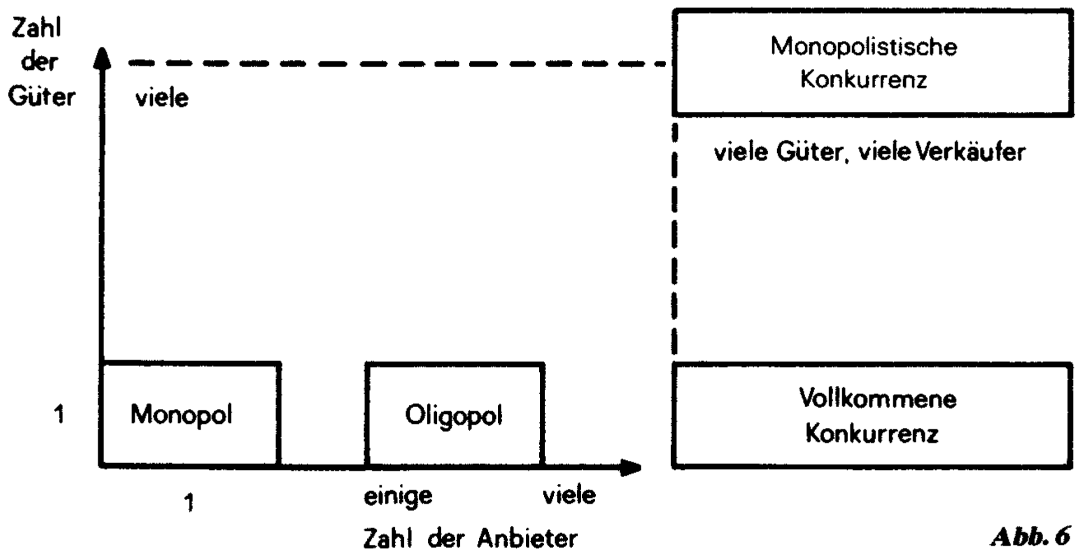



*Abb. 6*

häufig *viel* erreichen – es kommt viel mehr als in den anderen Fällen darauf an, *wie* er sein Produkt verkauft. Er kann nie mit einer konstanten Umwelt rechnen, sondern muß in seine Überlegungen mit einbeziehen, daß die anderen durch kluge Schachzüge seine eigenen Handlungen wieder neutralisieren. Bei nur sehr wenigen Marktteilnehmern kann man nun sehr wohl eindeutige Resultate ableiten, vorausgesetzt, man legt ganz *bestimmte Verhaltensreaktionen* auf jede einzelne Aktion zugrunde. Auch dann können sich bestimmte Gleichgewichtssituationen ergeben, aber nur, solange alle bei der zugrunde gelegten Taktik bleiben. Somit kann man für einzelne Fälle zwar interessante und vielleicht auch wesentliche Aspekte des Geschehens in der Wirklichkeit erfassen, aber man bewegt sich immer auf schwankendem Boden; Verallgemeinerungen oder auch nur Übertragungen der Ergebnisse auf andere Fälle sind sehr schwierig. Auf jeden Fall ist es unmöglich, ein lösbares gesamtwirtschaftliches Modell auf dieser Basis zu konstruieren – solche Ansätze gibt es nur für Teilbereiche.

Als Schlußfolgerungen aus diesen Überlegungen ergibt sich: *einfache allgemeine Prinzipien* des Marktgeschehens lassen sich außer für die vollkommene Konkurrenz nur für das Monopol und die monopolistische Konkurrenz formulieren. Als Beispiele für die Partialmodelle werden wir deshalb neben der vollkommenen Konkurrenz auch das Monopol behandeln.

## b) Angebot und Nachfrage

Zur Einführung in einige der später zu erörternden Probleme und zur Illustration des Gleichgewichtsbegriffes wollen wir hier einen einfachen hypothetischen Markt mit „normalem" Angebots- und Nachfrageverhalten betrachten:

an Gütern

(1) Je höher der Preis, desto weniger fragen die Käufer nach – unter sonst gleichen Umständen, wobei diese „Umstände" durch die Einkommen, die Preise anderer Güter und viele andere ökonomisch wichtige Variablen bestimmt sind, welche hier aber als konstant angenommen werden. Bilden wir nun für diese gegebene Situation die Beziehung zwischen Preisen und Mengen in einem Diagramm ab, so erhalten wir eine fallende **Nachfragefunktion** N (Abbildung 7), die für ganz *bestimmte Werte* der *anderen Variablen* gilt. (Beachten Sie, daß der Preis p auf der Ordinate und die Mengen x auf der Abszisse abgetragen sind – Näheres dazu später.)

(2) Eine normale **Angebotsfunktion** hat einen entgegengesetzten Verlauf: je höher der Preis, desto mehr wird angeboten, wir haben also eine *steigende* Angebotsfunktion (Linie A in Abbildung 7), wieder unter konstanten Bedingungen (Faktorpreise etc.) für die Anbieter. Mögliche Wechselbeziehungen zwischen dem Angebotsverhalten und dem Nachfrageverhalten werden vernachlässigt, ebenso wie alle Rückwirkungen auf andere Variablen (zum Beispiel andere Preise), welche ja wiederum die Kaufbereitschaft für dieses Gut wie auch das Angebot beeinflussen könnten.

Das Modell ist somit als ein Partialmodell zu kennzeichnen. Vergleichen wir nun kurz, was bei verschiedenen hypothetischen Preisen geschehen würde. Setzen wir zunächst willkürlich den Preis in Höhe von $p^0$ an. In dieser Konstellation beträgt die angebotene Menge ${}^{A}x^0$, die nachgefragte Menge ist gleich ${}^{N}x^0$ – viel größer als die Menge, die die Anbieter zu liefern bereit sind: wir haben bei $p^0$ eine Übernachfrage oder einen **Nachfrageüberschuß.** Wird in der wirklichen Welt ein solcher Fall beobachtet, dann geraten normalerweise die Preise nach oben in Bewegung. Man müßte nun genauer wissen, *wie* solche **Preisanpassungen** vonstatten gehen, und für das Modell müßte man die Reaktionen genau spezifizieren. Daß wir dies nicht tun und somit nicht einzelne Preisanpassungsschritte hier untersuchen, kennzeichnet unser Modell als

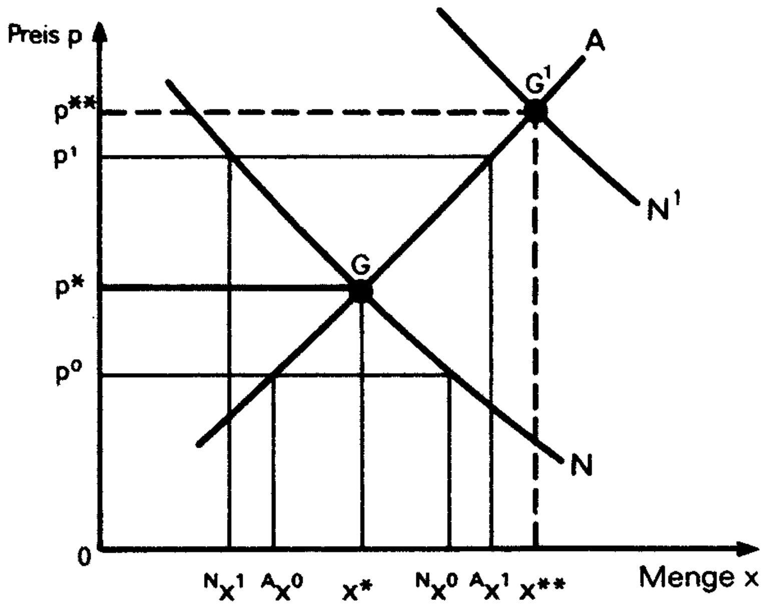



***Abb. 7***

ein statisches Modell: Wir wollen hier nur wissen, welcher Preis sich *am Ende* herausbildet. Zunächst noch ein anderer willkürlich herausgegriffener Preis $p^1$: dieser Preis ist zu hoch, denn die nachgefragte Menge $^Nx^1$ ist viel kleiner als die angebotene Menge $^Ax^1$. Wir haben es bei $p^1$ mit einem **Angebotsüberschuß** oder einem Nachfragedefizit zu tun. Nur *ein* Preis garantiert, daß die Nachfrager genau die Menge bekommen können, die sie zu diesem Preise wünschen, und die Anbieter die zu diesem Preis auf den Markt gebrachte Ware auch loswerden: dies ist der **Gleichgewichtspreis** $p^*$ mit der Menge $x^*$, die zugleich die angebotene und die nachgefragte Menge kennzeichnet. Der **Markt** wird **geräumt.** Jetzt besteht – solange wie angenommen alle anderen ökonomischen Größen konstant sind und sich weder das Angebotsverhalten noch das Nachfrageverhalten ändert – keine Tendenz zu weiteren Anpassungen des Preises oder der angestrebten Mengen. Der Punkt G in Abb. 7 beschreibt einen **Gleichgewichtszustand,** weil in diesem Zustand angebotene und nachgefragte Mengen ausgeglichen sind, dabei die Erwartungen aller Marktteilnehmer erfüllt werden und daher keine Tendenz zu irgendeiner (weiteren) Veränderung besteht – im Gegenteil: alle Tendenzen führen zu diesem Punkt hin.

Betrachten wir zum Abschluß dieser Überlegungen noch eine weitere Marktkonstellation. Die Nachfragekurve habe sich aus irgendwelchen Gründen – etwa aufgrund von Einkommenssteigerungen – von N nach $N^1$ nach rechts verschoben. Bleibt die Angebotskurve unverändert, dann ergibt sich im Punkte $G^1$ ein neuer, höherer Gleichgewichtspreis $p^{**}$ mit der größeren Austauschmenge $x^{**}$. Verzichtet man auf die Analyse des von G nach $G^1$ führenden Anpassungsprozesses und beschränkt sich auf den Vergleich der durch G und $G^1$ gekennzeichneten Gleichgewichtszustände, dann spricht man von einer **komparativ-statischen Analyse.** Eine dynamische Analyse würde die Betrachtung des von G nach $G^1$ führenden *Weges* beinhalten und damit Anpassungsreaktionen erfassen müssen.

Es gibt auch andere Verläufe der behandelten Funktionen. Ziel der ökonomischen Analyse muß es sein, die Verläufe der Angebots- und Nachfragefunktionen im einzelnen zu untersuchen. Zunächst beschäftigen wir uns mit zwei speziellen Typen von Angebotsfunktionen.

### c) Knappe und freie Güter

1. Ein besonderer Fall einer Angebotsfunktion liegt vor, wenn die vorhandene und angebotene Menge unveränderbar konstant ist. Man hat dann ein **starres Angebot:** die Menge ist vom Preise unabhängig, also für alle Preise gleich ($\bar{x}$ in Abbildung 8). Betrachten wir zunächst den Fall, das Gut werde für alle Haushalte anfangs frei zur Verfügung gestellt, ohne daß diese irgendeinen Preis zu zahlen oder irgendeine Mühe auf sich zu nehmen haben. Dann gibt es zwei Möglichkeiten. (1) Bei Gültigkeit der Nachfragefunktion $N^1$ sind die von allen Haushalten insgesamt gewünschten Mengen kleiner als die vorhandene Menge $\bar{x}$: dann ist das Gut ein *freies Gut* – wie etwa Sand am Meer. Schreiben wir die nachgefragte Menge in Abhängigkeit vom Preis als Funktion ${}^{N}x(p)$, dann haben wir für $p = 0$ den Ausdruck ${}^{N}x(0) = x^F$, wobei $x^F < \bar{x}$. Für eine gegenüber $\bar{x}$ vergrößerte Menge würde niemand etwas zu zahlen bereit sein, weil ja jeder ohnehin genug hat; selbst eine Verringerung gegenüber $\bar{x}$, ein Verschwinden gewisser Teilmengen würde niemandem auffallen und deshalb auch nicht stören. (2) Haben wir dagegen die Nachfragekurve $N^2$, dann ist die gewünschte Menge größer als die vorhandene Menge: Bezeichnen wir jetzt die als Funktion des Preises $p = 0$ nachgefrage Menge als $x^K$, dann gilt: $x^K > \bar{x}$. Es handelt sich jetzt um ein *knappes Gut.* Das Gut muß auf irgendeine Weise den Interessenten zugeteilt beziehungsweise rationiert werden. Nachdem wir in Teil A dieses Kapitels verschiedene Möglichkeiten der „Lösung" dieses Problems kennengelernt haben, wollen wir uns hier auf eine kurze Betrachtung der Rolle der *Preise* beschränken. Mit der Einführung eines positiven für dieses Gut zu zahlenden Preises in Höhe von $p^1$ geht die gewünschte, nachgefragte Menge von $x^K$ auf $x^1$ zurück, aber es herrscht noch immer Übernachfrage nach diesem Gut. Bei $p^2$ hätte man ein Nachfragedefizit beziehungsweise ein Überschußangebot. Nur bei $p = p^*$ sind die Angebots- und Nachfragemengen gleich: wir haben hier den Gleichgewichtspreis, der genau den *Markt räumt,* wie schon erwähnt. Bei der Nachfragefunktion $N^1$ würde durch eine Preiserhöhung der Angebotsüberschuß noch erhöht.

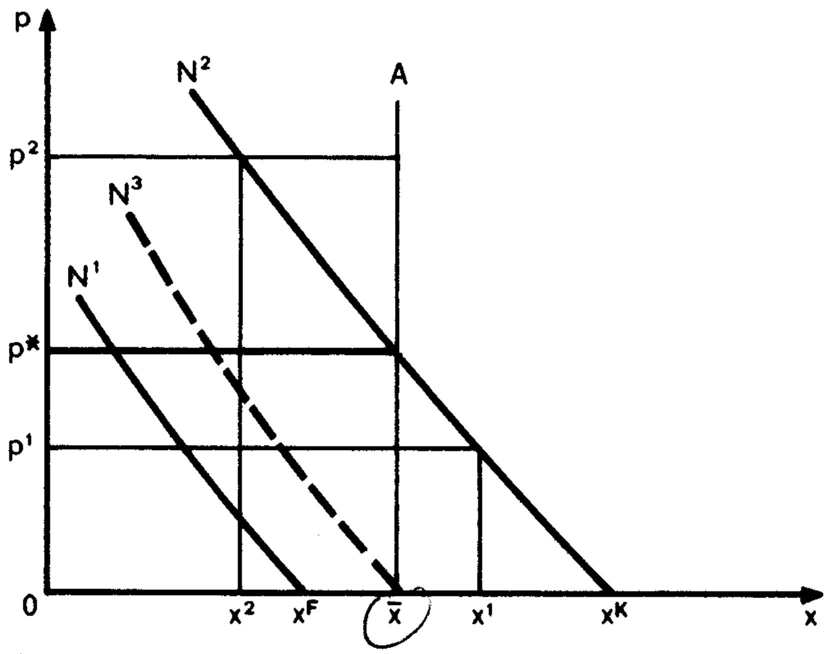



*Abb. 8*

(3) Auch bei dem zwischen (1) und (2) liegenden Spezialfall ($N^3$), in dem beim Preis gleich Null die gewünschte Menge gleich der vorhandenen Menge $\bar{x}$ ist, ergibt sich kein positiver Preis – ein Gleichgewicht beim Preis Null.

Man kann diese Überlegungen in der folgenden Formel zusammenfassen, in der der Gleichgewichtspreis $p^*$ mit dem (möglicherweise auftretenden) Nachfrageüberschuß $({}^N x(p^*) - \bar{x})$ multipliziert ist:

$$p^* \, ({}^N x(p^*) - \bar{x}) = 0$$

Dies ist eine Variante der *Kuhn-Tucker-Bedingung,* die in etwas veränderter Formulierung in *Lagrange-Ansätzen* für den optimalen Einsatz von Produktionsfaktoren wieder erscheinen wird: Preis mal Nachfrageüberschuß ist gleich Null.

(1) Entweder handelt es sich um ein freies Gut (${}^N x(p) < \bar{x}$ auch bei $p = 0$), dann ist $p^* = 0$ und damit auch das (mathematische) Produkt aus dem Gleichgewichtspreis und dem Überschußangebot gleich Null, oder (2) es ist – bei einem knappen Gut – die *Überschußnachfrage* durch einen positiven Preis $p^*$ auf Null zu reduzieren.

2. Ein anderer Spezialfall ist darin zu sehen, daß die Anbieter zu konstantem Preis $\bar{p}$ jede beliebige gewünschte Menge auf den Markt bringen können. Diesem Fall kann zugrunde liegen, daß die Anbieter bei $\bar{p}$ genau auf ihre Kosten kommen und mit Ausdehnung der Produktion (entweder in zusätzlichen Betrieben oder in den vorhandenen Betrieben) weitere Einheiten zu den *gleichen* Kosten und damit zum gleichen Preis auf den Markt gebracht werden können. In diesem Falle können die Nachfrager zu dem Preis $\bar{p}$ jede beliebige Menge haben. Man spricht dann, wie später weiter ausgeführt, von einem völlig elastischen Angebot, die Angebotsfunktion ist eine waagerechte Linie (Abbildung 9). Bei diesem **völlig elastischen Angebot** bestimmt die Nachfragefunktion allein die Menge. Hierzu ist allerdings zu bedenken, daß dies nur für einen relativ engen Bereich gilt, welcher durch die üblicherweise *begrenzten Möglichkeiten* der Anbieter eingeschränkt ist.

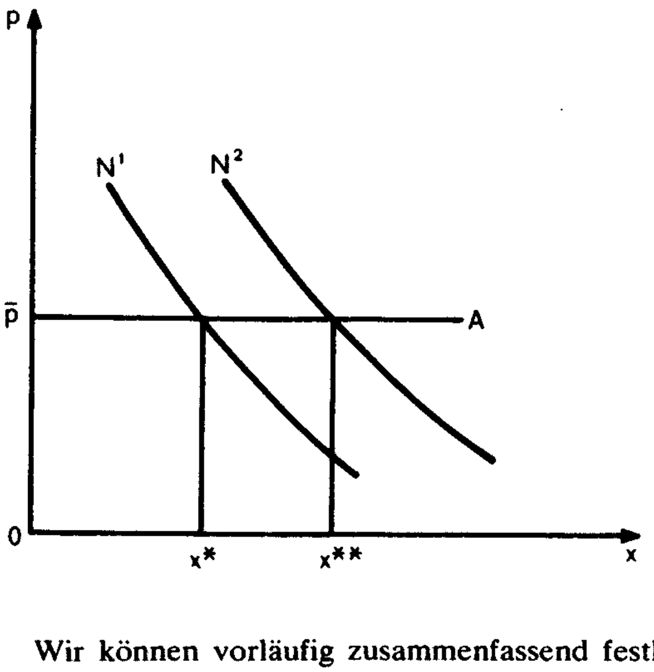



*Abb. 9*

Wir können vorläufig zusammenfassend festhalten: Bei völlig starrem, unelastischem Angebot bestimmt die vorhandene Menge über die Nachfragefunktion den Preis; bei völlig elastischem Angebot bestimmt die Nachfragefunktion die Menge, während in dem in Abbildung 7 dargestellten Fall alle diese Größen sich wechselseitig determinieren. Man hat früher häufig die Preise in Abhängigkeit von den angebotenen und den nachgefragten Mengen untersucht: dies ist der historische Grund dafür, daß es sich eingebürgert hat, die Preise auf der Ordinate abzutragen.

### d) Das ökonomische Identifikationsproblem

Nachfrage- und Angebotsfunktionen mit einem schönen Schnittpunkt, wie sie in Abb. 7 gezeigt werden, gehören seit jeher zu den fundamentalen Konzepten der ökonomischen Theorie. Es gibt sie aber nicht in der wirklichen Welt, und das Sammeln von Daten über Preise und Mengen bringt uns nur einen Teil des Weges zu ihnen. Sie bleiben **theoretische Konstrukte,** bei deren Ermittlung man immer mit – mehr oder weniger plausiblen – Hypothesen arbeiten muß. Nehmen wir als Beispiel die beiden in Abb. 10 wiedergegebenen Preis-Mengen-Beobachtungen über den Absatz eines Gutes. Eine korrekte Beschreibung des Sachverhaltes lautet: „Der Preis ist (von $p^1$ auf $p^2$) um einiges (sagen wir um ein Viertel) gefallen und die Menge ist auf mehr als das Doppelte gestiegen.“ Haben wir damit eine relativ starke Reaktion der Menge auf eine Preissenkung, eine hohe Preiselastizität der nachgefragten Menge? Die Antwort darauf lautet: „Kann sein – man weiß es nicht.“

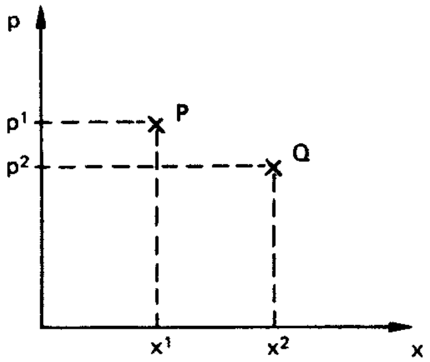



*Abb. 10*

Wieso? Dazu muß man sich klar machen, daß die Beobachtung zweier Punkte oder Wertepaare nur möglich ist, wenn sich mindestens eine der beiden Funktionen (Angebot oder Nachfrage) **verschoben** hat. Die beiden beobachteten Punkte können auf der Nachfragefunktion liegen (dann hat sich nur die Angebotsfunktion verschoben), oder sie liegen auf der Angebotsfunktion (und die Nachfragefunktion hat sich verschoben). Am wahrscheinlichsten ist es freilich, daß sich beide Funktionen verschoben haben.

In Abb. 11 a) haben wir den einfachen Fall, daß die Nachfragefunktion N unverändert geblieben ist und die beiden Punkte P und Q durch Verschiebungen der Angebotsfunktion realisiert worden sind: die (konstante) **Nachfragefunktion** läßt sich daher durch die (alleinige) **Verschiebung der Angebotsfunktion identifizieren,** wie man sagt. Im Fall b) dagegen hat sich – bei unveränderter Angebotsfunktion – die Nachfrage von N nach N′ verschoben: die Nachfrageverschiebung **identifiziert** hier die Angebotsfunktion, die hier einen nicht „normalen“ Verlauf aufweist.

Im allgemeinen werden sich aber **beide** Funktionen gleichzeitig verschieben; die Identifikation wird dann weit schwieriger: In Abb. 11 c) verschob sich bei der Bewegung von P nach Q die ziemlich **starre** Nachfragefunktion um den Betrag d (das mag etwa auf eine Einkommenserhöhung zurückzuführen sein). Gleichzeitig aber sind für die Angebotsfunktionen ganz unterschiedliche Verläufe mit entsprechenden Verschiebungen möglich (angedeutet durch die beiden gestrichelten bzw. punktierten Kurvenpaare). Die Punkte P und Q könnten sich aber auch ergeben haben auf Grund einer sehr **flachen** Nachfragefunktion, welche sich von N nach N′ verschoben hat, wenn gleichzeitig das Angebot von A nach A′ gestiegen ist (Abb. 11 d).

Eine Identifikation der Nachfragefunktion ist jedoch auch dann möglich, wenn man wie in Abb. 11c) auf Grund **anderer Informationen** die **Einkommenswirkung** auf die

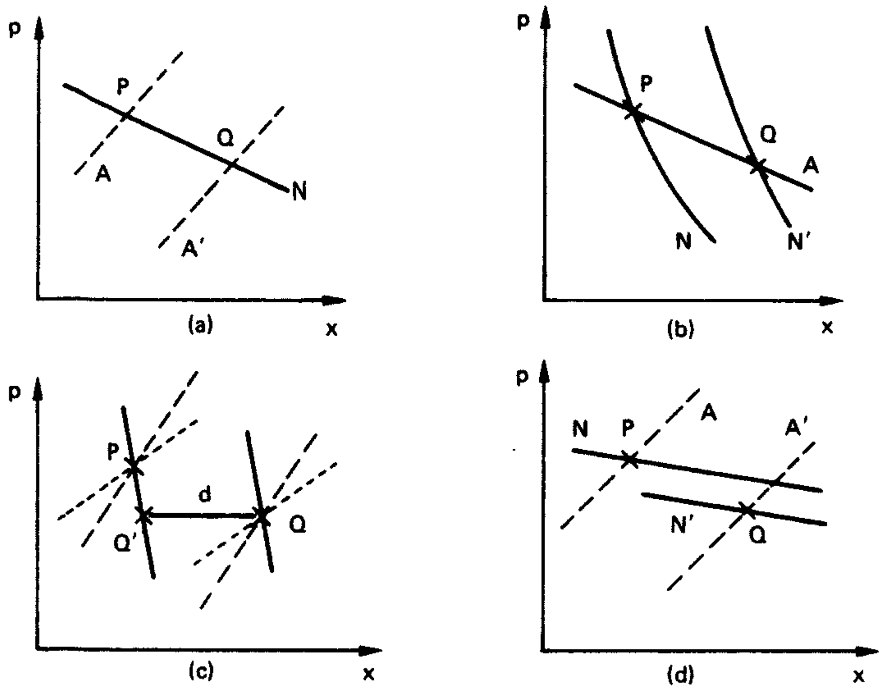



***Abb. 11***

Nachfrage – die Verschiebung um den Betrag d – **kennt** und gedanklich wieder rückgängig machen kann. Dadurch konstruiert man den Punkt Q′ und hat mit der Bewegung von P nach Q′ den **Preiseffekt** identifiziert.

Zur Ermittlung von Nachfrage- oder Angebotsfunktionen benötigt man also immer *mehr* Informationen über ökonomische Zusammenhänge, als man mit der Beobachtung von Preisen und Mengen alleine bekommt. Ähnliche Probleme – meist noch viel komplizierterer Art – hat man bei der Auswertung aller empirischer Beobachtungen. Das Identifikationsproblem ist deshalb ein zentrales Problem empirischer Wirtschaftsforschung. Dies macht deutlich, daß bei der Interpretation aller empirischen Daten, sei es über Bewegungen auf Gütermärkten oder auf Arbeitsmärkten, immer große Vorsicht geboten ist.

Bisher ist nichts darüber gesagt worden, was an ökonomischen Tatbeständen, an Zusammenhängen und an Überlegungen oder Entscheidungen hinter den aufgezeichneten Funktionen steckt. Jeder weiß, daß die Wahrnehmung der Vorteile der Arbeitsteilung den wichtigsten Anlaß für den Tausch liefert. Mit diesem Prinzip der Arbeitsteilung wollen wir uns jetzt einführend beschäftigen.

## E. Arbeitsteilung und Marginalprinzip

### 1. Arbeitsteilung: absolute und komparative Vorteile

#### a) Absolute Überlegenheit

Die Vorteile von Arbeitsteilung und anschließendem Tausch leuchten unmittelbar ein, wenn (1) in verschiedenen Ländern oder Regionen die natürlichen Produktionsbedingungen stark unterschiedlich sind – Klima und Bodenqualitäten in einer Region den Weinbau, in einer anderen den Getreidebau begünstigen, während in einer anderen Region am besten Fische gefangen werden – oder (2) verschiedene Menschen unterschiedliche Begabungsrichtungen besitzen. Dies sind Anlässe für eine Spezialisierung, daraus folgt aber noch nicht, daß eine solche Spezialisierung tatsächlich stattfindet. Denn nicht überall, wo Wein oder Weizen gut angebaut werden könnten, geschieht dies auch tatsächlich: das hängt von der Nachfrage und wirtschaftlichen Wechselbeziehungen ab, die in der Volkswirtschaftslehre genauer untersucht werden.

In modernen Industriegesellschaften treten neben diese naturgegebenen Unterschiede die Möglichkeiten der Arbeitsteilung durch Spezialisierung in den *erlernten Fähigkeiten* der Menschen und die *Anschaffung spezialisierter Maschinen.* Man glaubt leicht verstehen zu können, daß eine für alle vorteilhafte Arbeitsteilung dadurch charakterisiert ist, daß alle Güter von denjenigen produziert und angeboten werden, die sie jeweils – aufgrund ihrer Fähigkeiten und mit den angeschafften Maschinen – am billigsten auf den Markt bringen können. Um bei den eher überschaubaren Handwerksberufen zu bleiben: wenn – selbst bei gleichen ursprünglichen Begabungen – sich zehn Leute in zehn *verschiedenen* Handwerksbetrieben spezialisieren und hohe Investitionen in Geräten (etwa hochwertigen Präzisionsmaschinen) tätigen, dann können sie offensichtlich mehr und besser produzieren, als wenn jeder der zehn Handwerker zwischen zehn verschiedenen Maschinen hin und her pendelt und dabei in jeder Arbeitsrichtung mit einem Zehntel der Investitionen auskommen muß.

### b) Das Prinzip des komparativen Vorteils

Besonders interessant ist der Fall, in dem eine Wirtschaftseinheit – ein Produzent, eine Region oder ein Land – einer anderen Wirtschaftseinheit bei der Herstellung *aller* Güter *überlegen* ist. Kann es auch dann zu einer sinnvollen Arbeitsteilung und einem Tausch kommen, der sich für beide lohnt? Unsere Theorie sagt: ja, und die Praxis bestätigt dies – vorausgesetzt, die Überlegenheit des einen über den anderen ist bei verschiedenen Gütern *unterschiedlich* groß, und vorausgesetzt, die Wirtschaftseinheiten liegen nicht so *weit auseinander,* daß die entstehenden Transportkosten die möglichen Vorteile aufzehren. Die Arbeitsteilung zeichnet sich dann dadurch aus, daß der überlegene Produzent jeweils Güter herstellt, bei deren Produktion er *am meisten überlegen* ist, und der andere Produzent sich auf Güter spezialisiert, bei denen er *am wenigsten unterlegen* ist. Geringere Unterlegenheit gegenüber einem anderen Gut beinhaltet einen vergleichsweisen *(relativen)* Vorteil: man spricht von einem **komparativen Vorteil,** obwohl dieser Produzent absolut gesehen im Nachteil ist.

Erläutern wir das Prinzip des komparativen Vorteils an einem Beispiel, in dem wir zwei Wirtschaftseinheiten betrachten und diese als „Land A" und „Land B" bezeichnen; wir können uns dabei auf insgesamt zwei produzierte Güter, Nr. 1 und Nr. 2, beschränken und vernachlässigen alle Transportkosten. Zur leichteren Einführung in die weiteren Ableitungen wählen wir *zunächst* einen Fall, in dem jedes der beiden Länder bei der Produktion eines der beiden Güter überlegen (und jeweils beim anderen unterlegen) ist. In Tabelle 1 gibt Block (1) die Mengen ($x_1$ und $x_2$) der beiden

***Tabelle 1***

| | (1) Ausgangs-lage | | (2) Speziali-sierung | | (3) Tausch (9:9) | | (4) = (2) + (3) Konsum-mengen | | (5) = (4) − (1) Mehr-konsum | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_1$ | $x_2$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_1$ | $x_2$ |
| A | 8 | 12 | 0·8 = 0 | 2·12 = 24 | +9 | −9 | 9 | 15 | 1 | 3 |
| B | 12 | 6 | 2·12 = 24 | 0·6 = 0 | −9 | +9 | 15 | 9 | 3 | 3 |
| Σ | 20 | 18 | 24 | 24 | 0 | 0 | 24 | 24 | 4 | 6 |

Güter an, welche jeweils mit dem *(Mehr-)Einsatz* von 100 Arbeitstagen in Land A und von 100 Arbeitstagen in Land B zusätzlich produziert werden können (beziehungsweise beim Mindereinsatz von 100 Arbeitstagen weniger hergestellt werden), wenn bei Gut 1 und Gut 2 je die Hälfte der hier betrachteten Arbeitstage eingesetzt wird. Wir betrachten für jedes Land ausdrücklich nur diese 100 Arbeitstage, vernachlässigen dabei alle anderen Produktionsfaktoren und fragen, wo sie am günstigsten eingesetzt werden könnten, wenn ein Tausch zwischen den beiden Ländern ins Auge gefaßt werden soll. In der *Ausgangslage* werden mit 100 Arbeitstagen in Land A 8 Einheiten des ersten *und* 12 Einheiten des zweiten Gutes, in Land B dagegen 12 beziehungsweise 6 Einheiten – insgesamt also 20 Einheiten des ersten und 18 Einheiten des zweiten Gutes erstellt.

Land A ist bei Gut 2, Land B bei Gut 1 überlegen: werden nun jeweils *alle* 100 Arbeitstage dort eingesetzt, so kann die Produktion auf 24 Einheiten des ersten und auch 24 Einheiten des zweiten Gutes gesteigert werden – vgl. Block (2) in der Tabelle 1.

Da nun von beiden Gütern größere Mengen zur Verfügung stehen, muß folglich ein Tausch zu bewerkstelligen sein, auf Grund dessen beide Länder besser gestellt werden: Dieses Kriterium liefert uns die Grenzen der **Tauschbereitschaft.** Land A würde für die mehr produzierten 12 Einheiten des zweiten Gutes mindestens jene 8 Einheiten des Gutes 1 haben wollen, die es auch selbst hätte produzieren können: die **Austauschmengenrelation** r von Gut 1 zu Gut 2 sollte also mindestens gleich der **Produktivitätsrelation** $\pi^A = 8:12$ dieses Landes sein, also mindestens $8:12 = 2/3$ betragen. Entsprechend sollte Land B für die nicht produzierten 6 Einheiten des Gutes 2 *höchstens* die 12 zusätzlich hergestellten Einheiten von Gut 1 hergeben müssen: dies beinhaltet wegen der Produktivitätsrelation $\pi^B$ von $12:6$ eine Austauschmengenrelation von höchstens $12:6 = 2$. Für r gibt es deshalb diese beiden Schranken:

$$\pi^A = 2/3 \leq r \leq 2 = \pi^B$$

Eine Austauschmengenrelation von z.B. 2:1 von Gut 1 für Gut 2 bedeutet, daß Gut 2 doppelt so teuer ist wie Gut 1, allgemein: das **Preisverhältnis** zweier Güter ist gleich dem **reziproken Austauschmengenverhältnis.** Deshalb kann man auch schreiben:

$$\pi^A = 2/3 \leq p_2/p_1 \leq 2 = \pi^B.$$

Wir können hier nicht ableiten, *welcher* Preis sich bei einem solchen Tausch einstellen würde, denn dafür brauchte man weitere Informationen über die Tauschbereitschaft der beiden Modell-Länder. Wir setzen als ein Beispiel für eine mögliche Preisrelation $p_2/p_1 = 1$. Wenn jetzt je 8 Einheiten der beiden Güter ausgetauscht werden, haben beide Länder von beiden Gütern mindestens so viel wie in der Ausgangssituation. Betrachten wir den für beide noch günstigeren Fall, daß jeweils 9 Gütereinheiten getauscht werden: A erhält 9 Einheiten von Gut 1 gegen 9 Einheiten von Gut 2. In Block (3) sind die entsprechenden Mengenänderungen eingetragen: Importe des Gutes 1 erhöhen, Exporte des Gutes 2 vermindern den möglichen Konsum im Vergleich zu den produzierten Mengen; deshalb erhalten Importe ein positives, Exporte ein negatives Vorzeichen. So ergeben sich die in Block (4) = (2) + (3) angegebenen Konsummengen und schließlich der gegenüber der Ausgangssituation mögliche Mehrkonsum (in (5) als (4) minus (1) aufgetragen).

Bei *diesem* Tausch hat offensichtlich Land B mehr gewonnen als Land A. Kann man dies leicht erklären? In der Tat: das liegt darin begründet, daß die Mengenrelation $r = 1$ mehr von $\pi^B = 2$ als von $\pi^A = 2/3$ abweicht – und bei $r = \pi^A$ hätte A ja durch einen Tausch gar nichts mehr zu gewinnen, wie umgekehrt bei $r = \pi^B = 2$ Land B nicht mehr besser gestellt wäre und sich deshalb indifferent verhalten würde. Die beiden Produktivitätsrelationen $\pi^A$ und $\pi^B$ kennzeichnen je eine Situation, in der für *ein* Land **Tausch-Indifferenz** vorliegt.

Zum Prinzip des **komparativen Vorteils** bei vollständiger **absoluter Unterlegenheit** gelangt man von dem bisher behandelten Fall durch eine einfache Veränderung nur einer einzigen Annahme: die für Land B in Tabelle 1 betrachteten Mengen werden nicht in jeweils 100 Arbeitstagen hergestellt, sondern es werden jeweils 300 Arbeitstage benötigt. Deren Produktivität sei also ein Drittel so groß, für 100 Arbeitstage sind die Mengen 4 und 2 Einheiten statt 12 und 6 Einheiten – vgl. Tabelle 2. Land B ist in beiden Produktionsrichtungen weit unterlegen. Hat sich damit an den *grundsätzlichen* Möglichkeiten eines lohnenden Tauschs etwas geändert? Offensichtlich nicht:

***Tabelle 2***

| | (1) | | (2) | | (3) | (4) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $x_1$ | $x_2$ | $x_1$ | $x_2$ | $\pi$ | $\pi_1$ | $\pi_2$ |
| A | 8 | 12 | 8 | 12 | 2/3 | 1/2 | 1/6 |
| B | 4 | 2 | 3·4 | 3·2 | 2 | | |

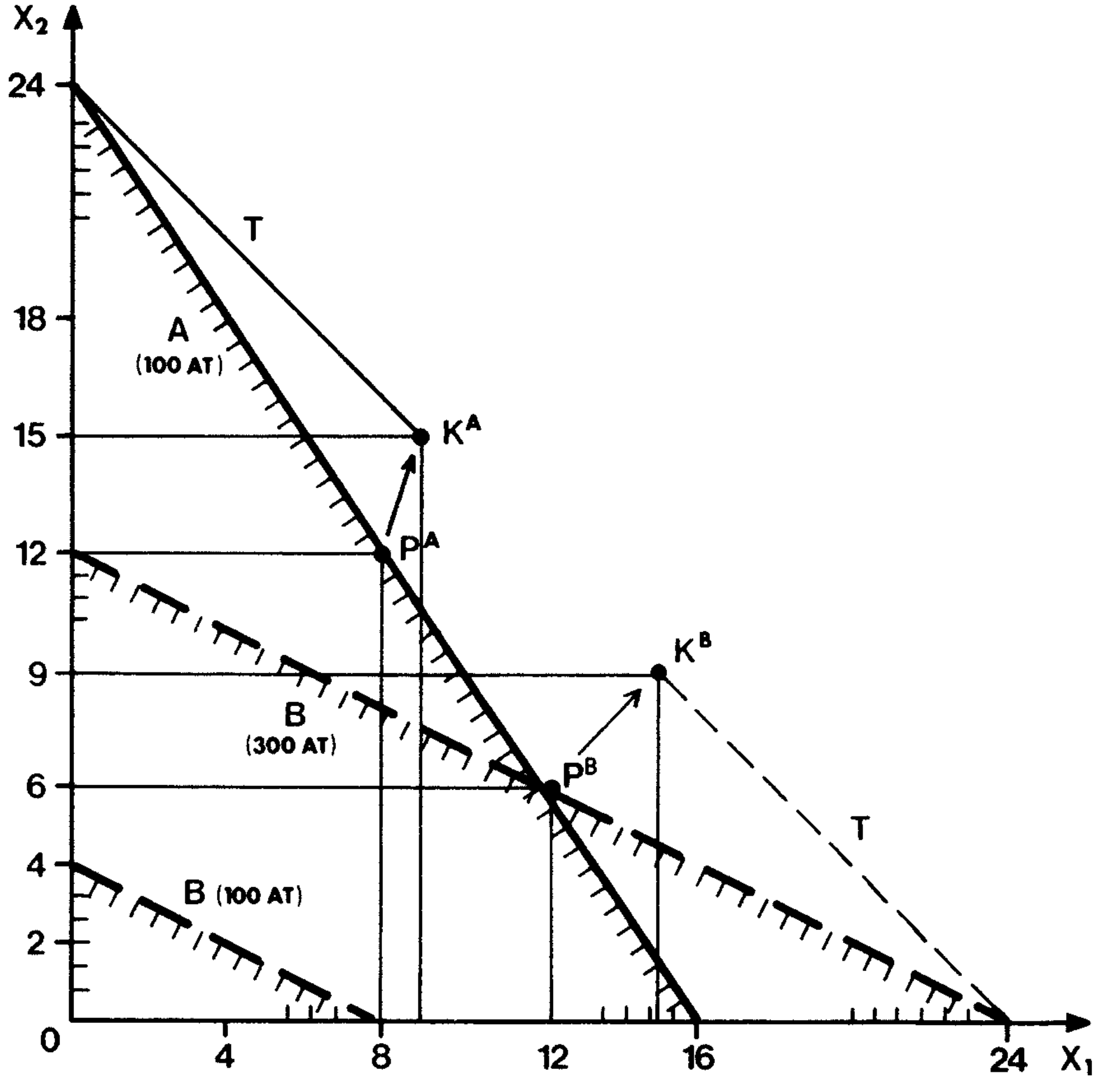



***Abb. 12:*** *Arbeitstage ($A^T$) und Gütermengen ($x_1$ und $x_2$) Produktionsmöglichkeiten für A (——) und B (– – –) sowie Tauschmöglichkeiten für A (——) und B (- - -) bei $p_2/p_1 = 1$.*

die Produktivitätsrelation $\pi^B$ für die beiden Produkte ist weiterhin gleich 2. Der komparative Vorteil liegt – da $\pi^A$ weiterhin gleich 2/3 ist – auch weiterhin in B bei Gut 1. Nur: wo in B bisher 100 Arbeitstage bei Gut 1 mehr und bei Gut 2 weniger eingesetzt wurden, ist jetzt eine Zahl von 300 Arbeitstagen notwendig (Block (2) in Tabelle 2). Am Prinzip des komparativen Vorteils hat sich für diese 100 beziehungsweise 3 mal 100 Arbeitstage nichts geändert. Sofern man für B nur mit jeweils 300 Arbeitstagen operiert, kann man genau dieselben Fälle wie in Tabelle 1 durchspielen und erhält dieselben Resultate. Die wirtschaftliche Lage in B muß jetzt allerdings eine andere sein als im obigen Beispiel und damit sehen auch die Tauschmöglichkeiten *insgesamt* anders aus: die *Grenzen* der Tauschbereitschaft (dargestellt durch r) sind dennoch die gleichen – wir kommen darauf gleich zurück.

Anhand von Abbildung 12 werden diese Zusammenhänge noch einmal erläutert. Die in Tabelle 1 Block (1) und in Tabelle 2 Block (2) angegebenen **Produktionsmöglichkeiten** (schraffiert und durch die Linien A und B beschränkt) sind ohne Handel identisch mit den jeweiligen *Konsummöglichkeiten.* Bei Tauschrelationen *zwischen* $r^A = 2/3$ und $r^B = 2$ können beide Länder ihre Konsummöglichkeiten auf Punkte *außerhalb* ihrer Produktionsmöglichkeiten erweitern, wie hier für $r = 1$ mit 9 getauschten Mengeneinheiten durch die beiden Linien T, insbesondere durch die möglichen Konsumpunkte $K^A$ und $K^B$ angezeigt. Beide Länder haben von beiden Gütern mehr als in der Ausgangssituation – in der Terminologie des 2. Kapitels: sie können nunmehr beide jeweils höhere Nutzenniveaus als in der Ausgangssituation erreichen.

Für die **Entlohnung der Produktionsfaktoren** hat der Fall absoluter Unterlegenheit des Landes B bei beiden Gütern gegenüber dem in Tabelle 1 dargestellten Fall eine wichtige Konsequenz. In beiden Fällen bringt der Tausch eine beachtliche Verbesserung der Konsummöglichkeiten. Wenn die Produktivitäten in B aber nur ein Drittel so hoch sind, können auch die Faktorentlohnungen nur ein Drittel so hoch sein. An den Vorteilen des Tausches ändert sich dadurch nichts. Für den Fall, daß vorher (mit dem Austausch von je 9 Gütereinheiten) bei einer Preisrelation und Austauschmengenrelation von 1 : 1 etwa das Lohnniveau in B genau so hoch war wie in A, so beträgt es jetzt nur noch ein Drittel; denn für 300 Arbeitstage, mit denen in B die 12 Einheiten des ersten Gutes erstellt werden, wird genau so viel gezahlt wie für die 100 Arbeitstage, die in A für die Produktion der 12 Einheiten des zweiten Gutes benötigt werden.

Dies ist eine Illustration dafür, daß die **Entlohnung der Produktionsfaktoren** von den **Faktorproduktivitäten** und (wie später noch gezeigt wird) von den **Güterpreisen abhängig** ist. Über die *Nachfrage* der Haushalte hängen *die Güterpreise von den Faktorpreisen ab.* Beides ist *interdependent.*

Wir können diese Überlegungen kurz weiterführen: wenn das Lohnniveau in B mehr als halb so hoch wäre wie in A, dann wäre *auch* Gut 1 in B *teurer* als in A, weil B ja nur halb so produktiv ist; und andererseits wäre *auch* das Gut 2, bei dem B nur ein Sechstel so produktiv ist wie A, in B *billiger* als in A, wenn die Löhne in B nicht *wenigstens* ein Sechstel so hoch wären wie in A.

Durch die **internen Produktivitätsrelationen** $\pi$ der beiden Länder, $\pi^A$ und $\pi^B$ (abgeleitet aus den Zeilen der Tabelle 2), ergeben sich somit die **Grenzen der Tauschbereitschaft** und damit **der Preisrelationen** der Güter, während durch die **internationalen Produktivitätsrelationen** der beiden Güter, $\pi_1 \equiv \pi_1^B/\pi_1^A = 4/8$ und $\pi_2 \equiv \pi_2^B/\pi_2^A = 2/12$ (abgeleitet aus den Spalten der Tabelle 2), die **Grenzen für die relativen Lohnniveaus** – hier B im Vergleich zu A – als 1/2 und 1/6 festgelegt werden.

*Notwendige und hinreichende Bedingung für erfolgreiche Konkurrenz einer weniger produktiven Wirtschaftseinheit mit einer anderen ist es in dieser Situation, daß die (Faktor-)Einkommen entsprechend niedriger sind als in der anderen Wirtschaftseinheit.*

### c) Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

1. Wir haben das Prinzip des komparativen Vorteils aus theoriegeschichtlichen Gründen anhand eines Beispiels zweier *Länder* erörtert. D. Ricardo (1772–1823) hat es in die volkswirtschaftliche Theorie eingeführt, indem er die Produktionsmöglichkeiten in „England" und „Portugal" bewußt an Hand von nicht mit der Wirklichkeit übereinstimmenden Zahlenrelationen beschrieb (deshalb hier die Anführungszeichen) und dabei die *Kosten* betrachtete und *komparative Kostenvorteile* ermittelte. Wenn man Prinzipien der Produktion und des Tausches erarbeiten will, muß man nicht unbedingt in den Beispielen „realitätsnah" sein – man kann sich mit geeigneten Annahmen eine für die eigenen Absichten zweckmäßige Modell-Welt schaffen.

(a) Das Prinzip des komparativen Vorteils ist auf *jede* Art von Wirtschaftseinheiten oder Produktionsfaktoren anwendbar – auf den Vergleich von Personen genau so wie auf verschiedene Regionen oder Länder. So haben auch verschiedene Regionen innerhalb eines Landes unterschiedliche komparative Vorteile, die es auszunutzen gilt. Für den interpersonellen Vergleich kann man hier das Beispiel eines Mannes erwähnen, der doppelt so gut mauern kann wie sein Polier, aber als Unternehmer hundertmal so tüchtig ist, und der deshalb die Maurerarbeiten anderen überläßt und als Unternehmensleiter ein Vielfaches verdient.

(b) Die Entlohnungs-Relationen der Produktionsfaktoren stehen in Beziehung zu den Produktivitätsrelationen; dabei ist allerdings auch der Einsatz anderer – in unserem Beispiel vernachlässigter – Produktionsfaktoren zu berücksichtigen; eine wichtige Rolle spielt die – hier auch nur erwähnte – Nachfrage nach den Gütern, die mit Hilfe dieser Produktionsfaktoren erstellt werden.

(c) Als wichtige Gleichgewichtsbedingung müssen jeweils die angebotenen Mengen des einen Landes gleich den nachgefragten Mengen des anderen Landes sein. Auch hier ist die Räumung des Marktes wieder eine wichtige Bedingung.

Es ist offensichtlich, daß diese Hinweise nur Anhaltspunkte für die Grenzen geben, innerhalb derer sich im Beispiel die Preisrelationen und die Entlohnungsrelationen bewegen können.

Hiermit sind einige wichtige Zusammenhänge aufgezählt, die uns in der mikroökonomischen Theorie immer wieder beschäftigen – wie eine Arbeitsteilung funktioniert und nach welchen Gesichtspunkten sich Preise der Güter und der Produktionsfaktoren herausbilden.

2. Es ist noch einmal zu betonen, daß Produktionsfaktoren *unterschiedlicher* Qualität und damit unterschiedlicher Produktivität auch als *unterschiedliche* Produktionsfaktoren zu behandeln sind. Man kann sie nur vergleichbar machen über die Preise, die sich im Wirtschaftsprozeß allerdings erst herausbilden. Wollte man verschieden qualifizierte Produktionsfaktormengen in verschiedenen Ländern einfach *zählen,* also in physischen Einheiten erfassen, so würde man im internationalen Vergleich Unvergleichbares gegenüberstellen. Und wollte man – wie dies gelegentlich geschehen ist, wenn der Ruf nach der Drosselung der Importe aus sogenannten Niedriglohnländern erschallt – zum Beispiel verlangen, daß in Entwicklungsländern durchweg gleiche Löhne gezahlt werden wie in hochentwickelten Industrieländern, dann würde der Handel zum Erliegen kommen, denn mit dem Rückgang dieser

Importe würden in gleicher Weise – wegen der schwindenden Zahlungsfähigkeit der Entwicklungsländer – auch die Exporte leiden.

Wir halten weiterhin fest: *Wo produktivere* Produktionsfaktoren höhere Entlohnungen erhalten als andere, kommen wir im Endeffekt doch wieder zu der Aussage zurück: Güter werden dort produziert, wo sie am billigsten hergestellt werden können. Diese Aussage muß aber auch gleich wieder modifiziert werden durch die Einschränkung, daß es in der Wirklichkeit viele Wettbewerbsverzerrungen, Handelshemmnisse, Zölle, Transportkosten und Informationskosten und vieles mehr gibt, was bei einer Anwendung dieses Prinzips auf die Realität gleichzeitig berücksichtigt werden muß.

3. Kehren wir zu dem behandelten Problem der komparativen Kosten zurück. Wir haben dabei zwei Fragen ausgeklammert, auf die wir noch kurz eingehen wollen.

(a) Die eine Frage bezieht sich auf das Verhalten von Produktionsfaktoren, wenn vergleichbare Faktoren in verschiedenen Ländern oder Regionen stark unterschiedliche Einkommen erzielen. Es kommt zu Bevölkerungsbewegungen, wie zu den großen Wanderungsströmen nach den Vereinigten Staaten besonders im letzten Jahrhundert und zu den Binnenwanderungen in der Bundesrepublik oder auch innerhalb der Europäischen Gemeinschaft und ihrer assoziierten Länder. Das behandelte Beispiel sieht von solchen Bewegungen ab, die Zahlen würden dadurch beeinflußt, das Prinzip aber nicht tangiert.

(b) Eine zweite Frage ist diese: Wenn durch den Mehreinsatz von 100 Arbeitstagen in Land A bei Gut 2 und von 100 oder 300 Arbeitstagen in Land B bei Gut 1 die Güterversorgung beider Länder verbessert werden kann, sollte dann nicht noch eine *weitere* Umorientierung in der Produktion dieser beiden Länder erfolgen? Wodurch wird dabei eine Grenze gesetzt? Die eine Grenze wäre die **vollständige Spezialisierung** eines oder gar beider Länder – das heißt, wenn *alle* Arbeitskräfte in A aus der Produktion des ersten Gutes oder in B aus der des zweiten Gutes abgezogen wären. (Daß sich *beide* Länder spezialisieren, ist zum Beispiel dann unwahrscheinlich, wenn das Land B ein sehr kleines Land im Vergleich zu A ist und es die Gesamtnachfrage beider Länder nach Gut 1 nicht befriedigen kann – oder umgekehrt für Land A und Gut 2.) Eine andere, theoretisch interessante Grenze wird dann erreicht, wenn mit *zusätzlichen,* weiteren Arbeitstagen immer *geringere* zusätzliche Produktmengen erzeugt werden können. Gilt das zum Beispiel für Gut 1 in Land B, dann wird mit dem Mehreinsatz von Arbeitstagen bei Gut 1 zu Lasten von Gut 2 das Produktivitätsverhältnis $\pi^B$ immer kleiner, es bewegt sich von dem Wert 2 (etwa) auf die Größe 1 zu.

Es kommt dazu, daß sich die Produktivitätsrelationen für zusätzliche Arbeitstage in beiden Ländern immer mehr annähern, insbesondere wenn ein ähnlicher (umgekehrter) Prozeß in Land A in Gang gesetzt wird. Sind diese Relationen für beide Länder gleich, dann sind die Grenzen einer sinnvollen Arbeitsteilung und Spezialisierung erreicht – eine *weitergehende* Umorientierung der Arbeitskräfte lohnte sich nicht mehr. Diese Zusammenhänge lassen sich noch besser erläutern, wenn wir das Marginalprinzip kennengelernt haben.

4. Zuvor verallgemeinern wir: Man *bietet* an, wovon man *relativ viel* hat, und man *frägt nach,* woran man relativ *knapp* ist. Bisher haben wir dies nur von den *Produktionsmöglichkeiten* abhängig gemacht. Daneben spielen die *Wünsche* oder *Präferenzen* eine gleichberechtigte Rolle: auf sie kommt es genauso an.

Dies erläutern wir zum Schluß dieses Abschnitts an Hand eines kleinen Beispiels für die Vorteile des Tausches. Die Person A schätzt eine weitere Einheit von Gut 1 relativ wenig im Vergleich zu Gut 2 und wäre bereit, zugunsten einer weiteren Einheit von Gut 2 auf zwei Einheiten des ersten Gutes zu verzichten. Person B dagegen mag Gut 1 relativ zu Gut 2 sehr gern und verzichtet auf 2 Einheiten des zweiten Gutes, wenn sie dafür eine Einheit des ersten Gutes bekommt.

Bei einem **Tauschverhältnis** zwischen den beiden Gütern mit $2:1 > r > 1:2$ **gewinnen beide** gegenüber der Ausgangssituation. Wie im Produktionsbeispiel auf die relativen (komparativen) Vorteile, so kommt es hier auf die **relative** ***(komparative)*** **Wertschätzung** durch die beiden Personen an. Die Wertschätzung zweier Güter wird als Substitutionsrate in der Theorie des Haushalts eine wichtige Rolle spielen.

## 2. Das Marginalprinzip

Das **Marginalprinzip** beinhaltet, daß es *nicht* auf durchschnittliche Größen – durchschnittliche Produktivitäten, durchschnittliche Kosten etc. – ankommt, sondern das richtige Kriterium für Entscheidungen in dem Vergleich der Produktivitäten (z.B.) *zusätzlicher* Faktoreinheiten, der Kosten *zusätzlicher* Gütereinheiten liegt. Man nennt diese Werte **marginale Größen.** Zur Einführung in die Marginalanalyse wollen wir einige der verwendeten Begriffe anhand eines extrem einfachen Modells der Produktion erläutern und dabei die Arbeitsweise dieses Prinzips anhand einfacher **ökonomischer Entscheidungsprobleme** aufzeigen.

### a) Anwendung des Marginalprinzips auf zwei einfache Fragen

Wir nehmen an, daß die Zahl x der produzierten Mengeneinheiten eines Gutes mit der Zahl v der eingesetzten Mengeneinheiten eines Produktionsfaktors in der folgenden Weise variiert (vgl. Tabelle 3):

***Tabelle 3***

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | $v$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| (2) | $x$ | 5 | 8 | 10 | 11 | 11,5 | 11,8 |
| (3) | $\Delta x$ | 5 | 3 | 2 | 1 | 0,5 | 0,3 |
| (4) | $x/v$ | 5 | 4 | 3,33 | 2,75 | 2,3 | 1,97 |

Der Grenzertrag oder das Grenzprodukt einer Faktoreinheit ist nun definiert als $\Delta x/\Delta v$: die **Erhöhung der Gütermenge,** welche sich aus einer **Erhöhung der Faktormenge** um **eine Einheit** ergibt; später werden wir den Begriff der **Grenzproduktivität** als den **Anstieg** $dx/dv$ der Ertragsfunktion kennenlernen, die x als Funktion von v angibt. Der Grenzertrag ist offensichtlich von der eingesetzten Menge v abhängig: die erste Faktoreinheit erbringt 5 Gütereinheiten, die zweite 3, die dritte 2, usw., und schließlich die sechste nur noch 0,3 Gütereinheiten. Man spricht in diesem Falle von **abnehmenden Ertragszuwächsen** oder **abnehmenden Grenzerträgen.** Bei solchen Formulierungen meint man *nie*, daß die einzelnen Faktoreneinheiten *nacheinander* eingesetzt werden oder gar die Ertragserhöhung dem Einsatz (etwa) der *fünften* Faktoreinheit zuzuschreiben ist, sondern es ist immer die Ertragserhöhung gemeint, die sich ergibt, wenn – *von vornherein* – statt vier (homogenen) Faktoreinheiten fünf eingesetzt werden.

Das Marginalprinzip können wir hierbei in zweifacher Weise anwenden:

(1) Eine erste Frage betrifft das Kriterium, nach dem man über die Höhe des Faktoreinsatzes entscheidet, wenn man die Größe v frei wählen kann. Dafür muß

man zunächst wissen, wieviel eine Gütereinheit erbringt und wieviel eine Faktoreinheit kostet, mit wie hohen **Güterpreisen** p und **Faktorpreisen** q man zu rechnen hat. Nehmen wir an, p und q seien **vorgegebene,** von den produzierten (und verkauften) Gütermengen und ebenso von den eingesetzten Faktormengen unabhängige **Größen.**

Unterstellen wir sodann für p den Wert 10 DM und für q 5 DM. Wenn der Gewinn – als Differenz aus dem Erlös px und den Kosten qv – maximiert werden soll, dann – so sieht man sofort – braucht man weder die jeweiligen Gesamtwerte px noch etwa die Durchschnittswerte zu betrachten, sondern man muß sich in unserem Beispiel nur die *marginalen Werte* $p\Delta x$ und $q\Delta v$ ansehen (vgl. Tabelle 4):

***Tabelle 4***

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | v | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| (5) | px | 50 | 80 | 100 | 110 | 115 | 118 |
| (6) | $p\Delta x$ | 50 | 30 | 20 | 10 | 5 | 3 |
| (7) | qv | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| (8) | $q\Delta v$ | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

Das Zahlenbeispiel zeigt einerseits in Zeile (6) mit $p\Delta x$ den Anstieg des Erlöses – **das Wertgrenzprodukt;** es ergibt sich als die mit dem Güterpreis bewertete Vermehrung der Produktmenge, welche durch die Erhöhung der Faktormenge um eine Einheit bewirkt wird. Zum Vergleich sieht man in Zeile (8) den damit verbundenen Aufwands- oder Kostenanstieg: dieser beträgt bei einer Erhöhung der Faktormenge um *eine* Einheit als $q\Delta v$ jeweils 5 DM. Mit steigender Faktormenge kann der Gewinn erhöht werden, solange das *Wertgrenzprodukt mindestens so groß ist wie der Faktorpreis,* also für $\Delta v = 1$ jeweils $p\Delta x \geqq q$ gilt: Diese Bedingung ist strikt erfüllt für die ersten vier Faktoreinheiten, und für die fünfte Faktoreinheit gilt das Gleichheitszeichen. Sowohl für v = 4 und v = 5 ist der – maximale – Gewinn gleich 90 DM. – Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man die *Gütermengen als Bezugsgröße* wählt: hierbei ist der *Güterpreis* mit den jeweiligen *Grenzkosten* zu vergleichen. Für $\Delta x = 1$ muß $p \geqq q\Delta v$ sein: die Grenzkosten $q\Delta v$ ergeben sich nach *Multiplikation mit dem Faktorpreis* aus der *Erhöhung der Faktormenge,* welche notwendig ist, wenn die produzierte Gütermenge um eine Einheit erhöht werden soll. Als Entscheidungskriterien haben wir somit

entweder: für $\Delta v = 1$ die Bedingung $p\Delta x \geqq q$.
oder: für $\Delta x = 1$ die Bedingung $p \geqq q\Delta v$.

Diese Bedingungen werden in Kapitel 3 ausführlich behandelt, dort werden wir sie im Zusammenhang mit der Output- und der Inputregel näher kennenlernen.

(2) Eine zweite Fragestellung geht von einer **vorgegebenen Faktormenge** aus: die Frage ist, *wieviel DM* in einer gegebenen Situation für eine *zusätzliche Faktoreinheit* gezahlt werden könnten, wenn der Güterpreis vorgegeben ist und *der Gewinn aufrechterhalten* werden soll, beziehungsweise: wieviel DM geboten werden müßten, damit auf den Einsatz der letzten Faktoreinheit *verzichtet* wird. Die zentrale *Variable* ist hier der *Faktorpreis.* Setzt man im eben behandelten Beispiel die (vorgegebene) Faktormenge v gleich 3, dann würde man auf den Einsatz der dritten Einheit nur dann verzichten, wenn man dafür mindestens 20 DM – als deren Wertgrenzprodukt $p\Delta x$ – erhielte bzw. wenn der Faktorpreis gleich 20 DM wäre; und für eine weitere (vierte) Faktoreinheit könnte höchstens deren Wertgrenzprodukt in Höhe von 10 DM gezahlt werden.

### b) Allokation einer Faktormenge auf zwei Prozesse

1. Bei der Behandlung der Frage nach den Prinzipien des Einsatzes von Produktionsfaktoren in verschiedenen Produktionsprozessen (Allokation) arbeiten wir zur Einführung wieder mit einer einfachen Erweiterung des Modells und geben gleichzeitig eine Einführung in die Struktur eines einfachen **Entscheidungsproblems.** In zwei verschiedenen Produktionsprozessen kann das *gleiche Gut* hergestellt werden, und die in diesen beiden Prozessen einsetzbaren Produktionsfaktormengen sind *insgesamt* beschränkt. Ein Unternehmer hat volle Information und Sicherheit über die in den beiden Produktionsprozessen zu erwartenden Gütermengen: diese sind von den jeweils eingesetzten Faktormengen abhängig. Das Ziel sei die Maximierung der insgesamt in den beiden Prozessen erstellten *Gütermengen.* Die Gütermengen aus den beiden Prozessen bezeichnen wir mit $x^1$ und $x^2$ (hier oberer Index, weil es sich um das gleiche Gut handelt), die dort eingesetzten Faktormengen mit $v^1$ und $v^2$; deren Summe ist vorgegeben als (höchstens) $\bar{v}$. Der Unternehmer weiß, daß $x^1$ von $v^1$ und $x^2$ von $v^2$ abhängt, und er kennt diese beiden Funktionen numerisch genau: $x^1 = F^1(v^1)$ und $x^2 = F^2(v^2)$. Alle anderen Produktionsfaktoren sind in ihren Mengen konstant und brauchen deshalb nicht ausdrücklich behandelt zu werden.

Das **Entscheidungsproblem** sieht nun so aus:

(1) Der Unternehmer hat eine **Zielfunktion**:
zu maximieren ist $x = x^1 + x^2$

(2) Er hat die **Beschränkung** oder **Nebenbedingung**
zu beachten: $v^1 + v^2 \leqq \bar{v}$,
und er weiß, wieviel mit dem Einsatz unterschiedlicher Faktormengen $v^1$ und $v^2$ maximal an $x^1$ und $x^2$ zu erzielen ist, er kennt also

(3) die **Produktionsfunktionen** 1.) $x^1 = F^1(v^1)$ und 2.) $x^2 = F^2(v^2)$.

Die Produktionsfunktionen sind Beschränkungen, welche eine *logische Verknüpfung* zwischen der *Faktormengenbeschränkung* und der *Zielfunktion* herstellen.

Würden in den beiden Produktionsprozessen verschiedene Güter mit verschiedenen Preisen gewonnen, so wäre der Erlös E zu maximieren und man hätte eine allgemeinere Zielfunktion

$$E = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

anstelle von (1) zu verwenden.

2. Als einfaches Beispiel legen wir die in Tabelle 3 wiedergegebenen Werte zweier Produktionsfunktionen mit ganzzahligen Faktormengen zugrunde.

Das Zahlenbeispiel ist wieder fast trivial, wir verwenden es lediglich zur *Erläuterung eines Prinzips* und betonen, daß in der Praxis wie auch in den eigentlichen Problemen der mikroökonomischen Theorie solcher Werte auf manchmal recht ver-

***Tabelle 5***

***Produktionsfunktionen***

| (1.1) | (1.2) | (1.3) | (1.4) | (2.1) | (2.2) | (2.3) | (2.4) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $v^1$ | $x^1$ | $\bar{x}^1$ | $\Delta x^1$ | $v^2$ | $x^2$ | $\bar{x}^2$ | $\Delta x^2$ |
| 1 | 5 | 5 | 5 | 1 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 8 | 4 | 3 | 2 | 5.5 | 2.75 | 2.5 |
| 3 | 10 | 3.33 | 2 | 3 | 7.5 | 2.5 | 2.0 |
| 4 | 11 | 2.75 | 1 | 4 | 9 | 2.25 | 1.5 |
| 5 | 11.5 | 2.30 | 0.5 | 5 | 10 | 2.0 | 1.0 |
| 6 | 11.8 | 1.97 | 0.3 | 6 | 10.5 | 1.75 | 0.5 |

wickelte Art und Weise ermittelt werden müssen. Obwohl die Lösung dieses Zahlenbeispiels äußerst einfach ist, sollte darauf hingewiesen werden, daß häufig die Antwort zu hören ist: „Die Faktormengen sollten dort eingesetzt werden, wo der Ertrag (die Produktivität) am größten ist", und damit ist dann der *Durchschnittsertrag* gemeint. Dieser Durchschnittsertrag $\bar{x}$ (wobei $\bar{x}^1 \equiv x^1/v^1$ und $\bar{x}^2 \equiv x^2/v^2$) ist für die angegebenen Faktormengen im *ersten* Produktionsprozeß größer als im zweiten. Ein wenig Überlegung führt jedoch zu dem Ergebnis, daß *beide* Produktionsprozesse genutzt werden sollten, solange $\bar{v}$ mindestens gleich 3 ist. Eine *systematische Lösung* des Problems operiert wieder mit den *Grenzerträgen* oder *marginalen Erträgen.* Die beiden in Tabelle 5 angegebenen Produktionsfunktionen haben die wichtige Eigenschaft, daß durchweg *abnehmbare Grenzerträge* vorliegen: mit dem Mehreinsatz von v wird $\Delta x$ immer kleiner – vgl. die Spalten (1.4) und (2.4) in Tabelle 5.

Zu der **Optimallösung** dieses Problems kann man bei abnehmenden Grenzerträgen dadurch gelangen, daß man jeweils die Grenzerträge zunehmender Faktormengen in beiden Prozessen abliest und miteinander vergleicht. So würde die erste Faktoreinheit im Prozeß Nr. 1 (mit $\Delta x^1 = 5$), die zweite und die dritte Faktoreinheit in Nr. 1 und Nr. 2 (da dann $\Delta x^1 = \Delta x^2 = 3$), die vierte Einheit in Nr. 2 (mit $\Delta x^2 = 2.5$) usw. eingesetzt. Würde man mit $\bar{v} = 6$ bei einer beliebigen Aufteilung, etwa $v^1 = 6$, $v^2 = 0$ mit $x = 11{,}8$ beginnen, hätte man – analog zu der Umverteilung der Arbeitsstunden zwischen den beiden (in E 1 b) betrachteten Gütern – zu fragen, ob eine gleichzeitige Verminderung von $v^1$ und Erhöhung von $v^2$ um eine Einheit eine Netto-Verbesserung erbringen kann. Da für die erste Faktoreinheit im zweiten Prozeß $\Delta x^2 = 3$ und für die sechste Faktoreinheit $\Delta x^1 = 0.3$ gilt, beträgt die Nettoerhöhung von x hier 2.7, und zwar von 11.8 auf 14.5. Im nächsten Schritt (bei $v^2 = 2$, $v^1 = 4$) würde man $2.5 - 0.5 = 2.0$ hinzugewinnen und im letzten hier sinnvollen Schritt noch einmal $2.0 - 1 = 1.0$. Ein weiterer Schritt würde netto $1.5 - 2 = -0.5$, also eine Verminderung der Produktmenge, ergeben. – Ein Ausgleich der *Durchschnittserträge* führt nicht zum Maximum. So sind bei $v^1 = 4$ und $v^2 = 2$ die Durchschnittserträge gleich hoch (nämlich 2.75), der Gesamtertrag (16.5) bleibt unter dem maximal möglichen Wert.

3. Probleme dieses Typs lassen sich in der folgenden Weise graphisch darstellen (vgl. Abb. 13). In Abbildung 13a haben wir die Beschränkung (2) hinsichtlich der Faktormenge $\bar{v}$: sie gibt für $\bar{v} = 6$ die jeweils maximal mögliche Aufteilung auf die beiden Produktionsprozesse an: $v^1 + v^2 \leqq 6$, wobei negative Faktormengen ausgeschlossen sind. Für Punkte auf der eingezeichneten Geraden gilt das Gleichheitszeichen. Wenn nicht die gesamte Menge eingesetzt würde, befänden wir uns links unterhalb der Geraden. Sie hat einen Anstieg von 45° (ihr Tangens ist gleich minus eins), weil jede Erhöhung von $v^1$ zu einer *gleich*hohen Verminderung von $v^2$ führen muß.

Die Produktionsfunktionen (3) $x^1 = F^1(v^1)$ und $x^2 = F^2(v^2)$ sind in Abbildung 13b) und 13c) wiedergegeben, unter Andeutung der jeweiligen maximalen Einsatzmengen in Höhe von 6. Es sei hier – als eine Vorübung für später – angedeutet, daß die Beschränkung und die Produktionsfunktionen leicht in einem Diagramm zusammengefaßt werden können (Abb. 13d), indem die Faktormengen aus Abbildung 13a nach unten und links aufgetragen und die dazugehörigen Produktionsfunktionen aus den Abbildungen 13b und c im vierten und zweiten Quadranten abgebildet werden (Abb. 13b gedreht und Abb. 13c gespiegelt). Die Bewegungen auf der Geraden im 3. Quadranten führen über entsprechende (einander entgegengesetzte) Veränderungen im 2. und 4. Quadranten: Die bei verschiedenen Aufteilungen der Faktormenge auf die beiden Prozesse jeweils maximal möglichen Ausbringungsmengen liest man sodann im ersten Quadranten ab. Sie liegen auf der **Transformationsfunktion** TF als dem **geometrischen Ort aller möglichen Mengenkombinationen der beiden Güter**

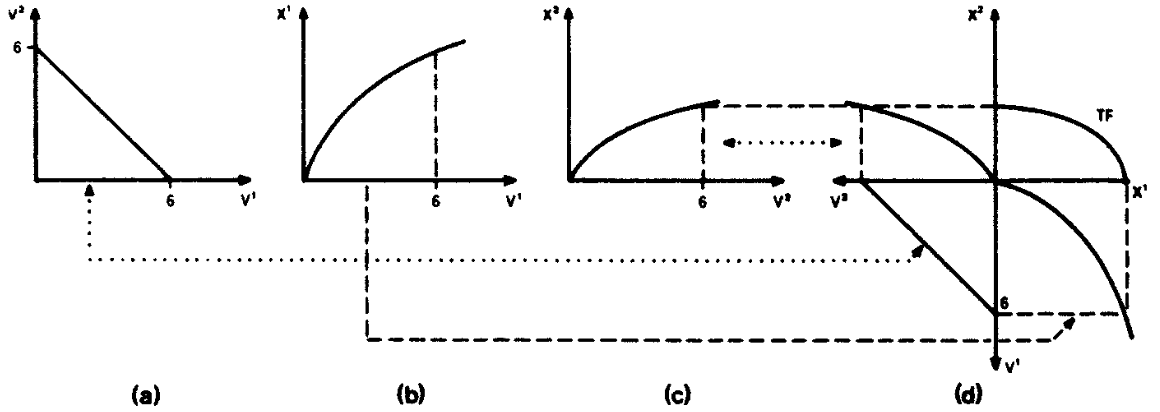



*Abb. 13*

bzw. hier der in den beiden Prozessen hergestellten Mengen dieses Gutes aufgrund unterschiedlicher Aufteilungen von $\bar{v}$ auf $v^1$ und $v^2$ (vgl. auch Kapitel 3 und 5).

Man kann diese Zusammenhänge auch so aufschreiben, wenn man die (paarweisen) Aufteilungen der Faktormenge (in der folgenden oberen Zeile) den möglichen Gütermengen-Kombinationen aus Tabelle 5 gegenüberstellt (untere Zeile) und dabei $\bar{v} = 6$ zugrunde gelegt:

$$(v^1; v^2) = \{(6; 0), \ (5; 1), \ (4; 2), \ (3; 3), \ (2; 4), (1; 5), \ (0; 6)\}$$
$$(x^1; x^2) = \{(11.8; 0), (11.5; 3), (11; 5.5), (10; 7.5), (8; 9), (5; 10), (0; 10.5)\}$$

Die Werte auf der rechten Seite der zweiten Gleichung kennzeichnen die Punkte der erwähnten Transformationsfunktion.

Die maximale Summe liest sich hier leicht ab als $10 + 7.5$, mit $v^1 = 3$ und $v^2 = 3$. In Abbildung 13 (d) findet man die maximale Ausbringungsmenge, indem man im ersten Quadranten auf eine möglichst weit rechts außen liegende Gerade mit einem Anstieg von minus eins zu gelangen sucht, die die Transformationskurve TF (gerade noch) berührt. Dies wird in den Kapiteln III und V weiter ausgeführt.

4. Die Optimallösung zeichnet sich durch den **Ausgleich der Grenzerträge** oder – allgemeiner bei Unteilbarkeit – durch einen *möglichst weitgehenden* Ausgleich der Grenzerträge aus: Bei vollständiger Teilbarkeit der Faktoren sollten die Ableitungen der beiden Funktionen, also deren **Grenzproduktivitäten,** gleich sein:

$$\frac{dx^1}{dv^1} = \frac{dx^2}{dv^2}$$

Verschiedene Varianten der mit diesem Beispiel angedeuteten **Marginalanalyse** spielen in diesem Buch die entscheidende Rolle bei der Bestimmung der in verschiedenen Produktionsprozessen eingesetzten Faktoren und produzierten Güter wie auch bei der Analyse des Verhaltens der Konsumenten. Immer wieder geht es um den Ausgleich marginaler Größen und damit die Anwendung des **Äqui-Marginalprinzips**.

### c) Komparativer Vorteil: eine Erweiterung des Beispiels

Bei der Behandlung der komparativen Vorteile hatten wir schon Marginalbetrachtungen angestellt, als wir erwähnten, daß eine zusätzliche Umorientierung des Arbeitskräfteeinsatzes möglicherweise immer kleiner werdende zusätzliche (marginale) Vorteile bringt. Wir wollen jene Überlegungen nun in folgender Weise weiterführen. Wenn dem Beispiel der Tabelle 2 durchweg abnehmende Grenzerträge zugrundeliegen, dann treten bei der Mehrproduktion des Gutes 2 in A und des Gutes 1 in B abnehmende Grenzerträge auf, und dies geht – bei *geringerer* Produktion der jeweiligen anderen Güter – mit einer *Erhöhung* der Grenzerträge dieser anderen Güter einher.

1. Wir hatten in Land A mit Grenzerträgen (der jeweils 100 Arbeitstage) von 8 und 12 Gütereinheiten begonnen: In Anwendung dieser Überlegungen würden wir mit *steigenden* Werten $x_2^A$ und *fallenden* $x_1^A$ *möglicherweise* bald Grenzerträge von 9 und 11, dann 10 und 10 und schließlich 11 und 9 Gütereinheiten erhalten, und für Land B würden sich die Grenzerträge von 4 und 2 Gütereinheiten *möglicherweise* über die Größen 3.7 und 2.2, 3.4 und 2.4 nach 3.1 und 2.6 hin bewegen. Die *marginalen Produktivitätsrelationen* könnten sich damit etwa so entwickeln:

$$\pi^A: \quad 8/12 \rightarrow \quad 9/11 \quad \rightarrow \quad 10/10 \quad \rightarrow \quad 11/9 \quad \approx 1.2$$

$$\pi^B \quad 4/2 \quad \rightarrow 3.7/2.2 \rightarrow 3.4/2.4 \rightarrow 3.1/2.6 \approx 1.2$$

*Nach* einer solchen Verschiebung der Produktion zu den Gütern mit den komparativen Vorteilen hin wären die marginalen Produktivitätsrelationen wieder ausgeglichen und damit wäre eine *weitergehende* Spezialisierung nicht mehr lohnend. Auch die zu Anfang weniger produktiven Branchen würden – wie auch in der Realität beobachtbar – nicht völlig eingehen. In diesem numerischen Beispiel wäre zum Schluß $\pi^A = \pi^B$ und damit wäre auch die Preisrelation $p_2/p_1 = 1.2$. Das Lohnniveau wäre in B weiter beträchtlich niedriger als in A, und es würden beide Güter jeweils in beiden Ländern gleich teuer sein. Das Ganze setzt – wie schon mehrfach erwähnt – wieder eine Markträumung voraus, bei der jeweils Exportangebot und Importnachfrage gleich sind.

2. Zum Schluß dieser Betrachtungen kehren wir zu den oben (in Abschnitt C.3) erwähnten Alternativen zurück (vgl. auch Abbildung 2a). Wir hatten schon die Rate der Transformation und die Transformationsfunktion definiert, durch welche jeweils Produktionsalternativen beschrieben wurden. Bei der Behandlung des komparativen Vorteils hatten wir solche Alternativen dadurch angegeben, daß durch den alternativen Einsatz von 50 Arbeitstagen in A entweder 8 Einheiten des ersten oder 12 Einheiten des zweiten Gutes erstellt werden können. Somit bewegen wir uns bei diesem Vergleich zwischen zwei Punkten einer Transformationsfunktion (wie $P^1$ und $P^2$ in Abbildung 2a), und die Relation 8:12 gibt die Grenzrate der Transformation zwischen den beiden Gütern *für die Ausgangssituation* dieses Landes an. Wir haben gesehen, daß sich diese Grenzrate der Transformation zumindest bei abnehmenden Grenzerträgen laufend ändert: mit den oben angegebenen Werten für $\pi^A$ und $\pi^B$ haben wir gleichzeitig Grenzraten der Transformation gemessen. Die gesamte Transformationsfunktion erhält man, wenn man die dazugehörigen (absoluten) Mengen der beiden Güter erfaßt und so sämtliche möglichen Gütermengenkombinationen der Güter ermittelt – von der vollständigen Spezialisierung auf die Produktion des einen bis hin zur Spezialisierung auf die Produktion des anderen Gutes. Die günstigste Art der Arbeitsteilung ist dadurch charakterisiert, daß – bei diesem Typ der Produktionsfunktion – die Grenzraten der Transformation bei den beiden Wirtschaftseinheiten gleich sind.

Anhand zweier etwas ausführlicher behandelter Beispiele für die Produktion und den Tausch haben wir somit einige wichtige Fragestellungen, Modellansätze, mögliche Bewegungen zu besseren Lösungen hin sowie Eigenschaften der jeweiligen günstigsten Lösung kennengelernt, welche alle in immer wieder modifizierter Form in diesem Buch häufig wiederkehren.

# F. Zum weiteren Aufbau des Buches

Ein zentrales Anliegen dieses Buches besteht darin, die Wirkungsweise von mikroökonomischen Totalmodellen verständlich zu machen, mit denen sozusagen aus der Vogelperspektive das Verhalten der vielen einzelnen Wirtschaftssubjekte und ihr über Märkte vermitteltes Zusammenwirken dargestellt wird. In unseren Totalmodellen unterscheiden wir, je nach Verwendung der dort gehandelten Ware, zwei Arten von Märkten: Gütermärkte und Faktormärkte; Märkte für Zwischenprodukte kommen also nicht vor. Die Haushalte bieten auf den Faktormärkten Produktionsfaktoren an, vor allem Arbeit, und sie beziehen aus dem Verkauf dieser Faktoren ihr Einkommen, oder wenigstens einen Teil ihres Einkommens. Zugleich fragen die Haushalte auf den Gütermärkten Konsumgüter nach, die sie aus ihrem Einkommen bezahlen. Die Unternehmungen ihrerseits produzieren Konsumgüter und bieten sie auf den Gütermärkten an, die Einnahmen aus den Güterverkäufen sind ihr Erlös. Damit sie überhaupt produzieren können, benötigen sie Produktionsfaktoren, welche sie auf den Faktormärkten nachfragen und aus dem Erlös bezahlen; in der Regel bleibt ihnen nach diesen Transaktionen ein Gewinn. In unseren Modellen schütten sie diesen Gewinn vollständig an die Haushalte aus, er wird zu einem weiteren Bestandteil von deren Einkommen.

Damit sind in groben Zügen die Warenströme und die Geldströme beschrieben, die in unseren Modellen fließen. Es fließt darin aber noch eine andere Art von Strömen, die für das Verständnis ihrer Funktionsweise wichtig ist: Informationsströme. Es fließen nämlich *Preis*-Informationen von den Märkten zu den Wirtschaftssubjekten und *Mengen*-Informationen von den Wirtschaftssubjekten zu den Märkten. Auf jedem Gütermarkt wird eine Güterart gehandelt, auf jedem Faktormarkt eine Faktorart, und jede Art von Gütern und Faktoren hat einen Preis. Die Information über dieses System von Preisen steht nun allen Haushalten und Unternehmungen zur Verfügung und bildet für sie die Grundlage ihrer Entscheidung über die Mengen von Gütern und Faktoren, die sie auf den jeweiligen Märkten anbieten bzw. nachfragen wollen. Die Informationen über diese Nachfrage- und Angebots-Mengen treffen dann auf den Märkten zusammen, und dort entscheidet sich, ob der jeweilige Markt im Gleichgewicht ist, d.h. ob die insgesamt angebotene Menge und die insgesamt nachgefragte Menge dieser Ware übereinstimmen.

Die Modelle in diesem Buch sind durchwegs statisch und nicht dynamisch. In einem dynamischen Modell würde der Wirtschaftsprozeß als eine zeitliche Abfolge von untereinander zusammenhängenden Ereignissen dargestellt, ähnlich wie in einem Kino-Film: ein statisches Modell gleicht demgegenüber eher einer (Moment-)Aufnahme einer besonderen Art von Ruhezustand des Wirtschaftsprozesses, in dem zwar alles fließt, aber alle Ströme konstante Wassermengen transportieren. Man kann sich etwa vorstellen, daß ein statisches Modell sich auf eine einzige „Wirtschaftsperiode“ bezieht, wobei allerdings offen bleibt, wie lang eine solche Periode konkret sein soll. Diese Beschränkung auf die „Gegenwart“ drückt sich auch in den Verhaltens-Annahmen aus, die wir über die Wirtschaftssubjekte treffen. Zum Beispiel haben wir für unsere Modell-Haushalte nicht die Möglichkeit der Zukunfts-Vorsorge vorgesehen, was zur Folge hat, das unsere Haushalte nicht sparen, sondern ihr ganzes Einkommen für Konsumgüter ausgeben. Ebenso geht der Planungs-Horizont unserer Modell-Unternehmungen über die eine Wirtschaftsperiode nicht hinaus, so daß sie keine Veranlassung haben, ihre produktiven Anlagen durch den Kauf von Investitionsgütern zu erweitern.

In den zwei folgenden Kapiteln stellen wir zunächst die beiden Typen von Wirtschaftssubjekten vor, die in unseren Totalmodellen vorkommen: Haushalte (Kapitel

II) und Unternehmungen (Kapitel III). Zum Teil gehen wir dabei weit über das hinaus, was zum Verständnis des totalen Gleichgewichts nötig wäre; insbesondere in Kapitel III führen wir in eine Fülle von Problemstellungen (und deren Lösungen) ein, mit denen eine Unternehmung konfrontiert sein kann. In Kapitel IV wird dann der Markt als Institution zur Vermittlung von Wirtschaftsbeziehungen zwischen Wirtschaftssubjekten eingeführt, und es werden Probleme einer konsistenten Aggregation von Angebots- und Nachfrageplänen besprochen und an Hand von Totalmodellen Fragen eines allgemeinen mikroökonomischen Gleichgewichts untersucht; das Kapitel enthält auch eine Einführung in die Ungleichgewichtstheorie und bringt Beispiele einer dynamischen Analyse. In Kapitel V schließlich wird der Markt-Mechanismus der vollständigen Konkurrenz daraufhin untersucht, ob das durch ihn herbeigeführte Ergebnis des Wirtschaftsprozesses „gut" ist, oder ob – im Rahmen der gegebenen Modellstruktur – objektiv bessere Ergebnisse denkbar sind.

Zur Erklärung und Erläuterung der Modelle wenden wir auch in den folgenden Kapiteln, um den persönlichen Begabungen und Neigungen der Leser entgegenzukommen, mit den verbalen Beschreibungen nebeneinander graphische Darstellungen und mathematische Ableitungen an.

# Kapitel II

# Theorie des Haushalts

## A. Einleitung

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit den wirtschaftlichen Entscheidungen, oder genauer: mit einem Teil der wirtschaftlichen Entscheidungen des Haushalts. Wir betrachten den Haushalt ganz unabhängig davon, aus wie vielen Personen er bestehen mag, als eine Einheit, d.h. als ein mit einem einheitlichen Willen ausgestattetes und zu einheitlichem Handeln befähigtes Wirtschaftssubjekt; um dies nachdrücklich zu betonen, werden wir den Haushalt auch als Konsumenten bezeichnen.

Der Haushalt ist ein Wirtschaftssubjekt, das Bedürfnisse hat, die es durch den Konsum von Gütern befriedigen kann. Die Güter muß er auf den Gütermärkten nachfragen und dafür einen Preis entrichten. Der Erwerb von Konsumgütern setzt also voraus, daß der Haushalt über finanzielle Mittel verfügt; da diese nicht unbegrenzt sind, ist der Haushalt auch in Hinblick auf seine Möglichkeiten, Güter zu erwerben und zu konsumieren, Beschränkungen unterworfen. Das zentrale Entscheidungsproblem des Haushalts besteht somit darin, zu bestimmen, welche Güter er in welchen Mengen zu Konsumzwecken nachfragen will. Die Entscheidung darüber hängt bei gegebenen finanziellen Mitteln zum einen von seinen Bedürfnissen ab, zum anderen aber auch davon, welches Urteil der Haushalt sich darüber gebildet hat, ob und wie gut die einzelnen Konsumgüter dazu geeignet sind, seine Bedürfnisse zu befriedigen. Wir werden nicht untersuchen, worin diese Bedürfnisse bestehen und wie sie zustande kommen; wir werden auch nicht der Frage nachgehen, wie der Haushalt die Informationen gewinnt und verarbeitet, auf die er sich bei der Beurteilung der Güter stützt. Wir gehen vielmehr einfach davon aus, daß der Haushalt auf der Grundlage bestimmter Bedürfnisse und einer bestimmten Beurteilung der Güter in Hinblick auf ihre Eignung zur Befriedigung seiner Bedürfnisse Konsumwünsche entwickelt, die er sich im Rahmen der ihm zur Verfügung stehenden finanziellen Mittel so weit wie möglich zu erfüllen sucht.

Die Mittel zum Erwerb von Konsumgütern beschafft sich der Haushalt in der Regel dadurch, daß er als Besitzer von Produktionsfaktoren Faktorleistungen an Unternehmungen verkauft und dafür ein Einkommen bezieht. Dabei handelt es sich vor allem um die Arbeitsleistungen des Haushalts. Als Besitzer seiner Arbeitskraft oder seines Arbeitsvermögens überläßt der Haushalt die Nutzung dieses Produktionsfaktors einer Unternehmung; als Entgelt für den Verkauf seiner Arbeitsleistung bezieht er von der Unternehmung ein Arbeitseinkommen.

Der Verkauf von Arbeitsleistungen ist für den Haushalt zwar häufig die wichtigste, aber nicht immer die einzige Einkommensquelle: Viele Haushalte sind auch Eigentümer der Produktionsfaktoren Boden und Kapital – unter Kapital verstehen wir hier alle langlebigen produzierten Produktionsmittel –, und als Entgelt für den Verkauf der Leistungen dieser Produktionsfaktoren beziehen die Haushalte ein Besitzeinkommen in Form von Pacht- und Zinseinnahmen. Betrachten Sie z.B. einen Haushalt, der Eigentümer eines Grundstücks ist; verpachtet er das Grundstück an eine Unternehmung, so erhält er als Entgelt für die Leistung des Produktionsfaktors Boden von der Unternehmung den vereinbarten Pachtbetrag. Bei den Produktionsfaktoren Boden und Kapital ist zu beachten, daß diese sich juristisch gesehen häufig nicht im Besitz von Haushalten, sondern von Unternehmungen befinden; in wirtschaftstheoretischer

Betrachtungsweise sind jedoch alle diese Produktionsfaktoren Eigentum von Haushalten.

Neben dem Arbeits- und dem Besitzeinkommen bildet die dritte Einkommensquelle der Haushalte schließlich der sog. Unternehmergewinn; diesen kann ein Haushalt erzielen, wenn er selbst unternehmerisch aktiv wird. Der Unternehmergewinn wird manchmal als Entgelt für einen weiteren speziellen Produktionsfaktor, nämlich die „Unternehmerleistung", interpretiert. Ganz in Analogie dazu, daß die Erzielung von Arbeitseinkommen ein Arbeitsvermögen und die Erzielung von Besitzeinkommen ein Eigentum an sachlichem Produktivvermögen voraussetzen, ist in dieser Interpretation für die Erzielung eines Unternehmergewinns Voraussetzung, daß der Haushalt ein bestimmtes Vermögen hat, daß man als „unternehmerische Fähigkeit" oder „unternehmerisches Talent" bezeichnen könnte. Freilich besteht zwischen Arbeits- und Besitzeinkommen einerseits und Einkommen in Form von Unternehmergewinn andererseits ein wesentlicher Unterschied. Die Leistungen der Produktionsfaktoren Arbeit, Boden und Kapital, die auf den Faktormärkten angeboten und nachgefragt werden, haben einen Preis, und das Arbeits- und Besitzeinkommen, das ein Haushalt bezieht, hängt von den geltenden Preisen und den Faktormengen ab, die er an Unternehmungen verkauft. Da die Abgabe dieser Faktorleistungen im allgemeinen auf der Grundlage eines Vertrages zwischen Käufer und Verkäufer abgewickelt wird, bezeichnet man Arbeits- und Besitzeinkommen als Kontrakteinkommen. Für die Unternehmerleistung gibt es dagegen weder einen Markt noch einen Preis – der Unternehmergewinn ist eine Residualgröße, nämlich die Differenz zwischen dem Erlös aus dem Verkauf der von der Unternehmung produzieren Güter und den Kosten der bei der Produktion dieser Güter verbrauchten Faktormengen. Der Unternehmergewinn wird daher auch als Residualeinkommen bezeichnet.

Der Haushalt muß nun wirtschaftliche Dispositionen darüber treffen, in welcher Weise und in welchem Umfang er sich das zum Erwerb von Konsumgütern notwendige Einkommen beschaffen will. Die Höhe des Arbeitseinkommens, das ein Haushalt für eine bestimmte Arbeitsleistung in der Güterproduktion bezieht, hängt bei gegebenem Lohnsatz von der Menge der erbrachten Arbeitsleistungen ab; dabei wird die Menge an Arbeitsleistungen für gewöhnlich in Zeiteinheiten gemessen. Kann der Haushalt zwischen verschiedenen Arbeitszeiten wählen (z.B. Teilzeit- oder Vollzeitbeschäftigung), so muß er eine Entscheidung über die Menge der von ihm angebotenen Arbeitsleistungen, oder kürzer: über die Höhe seines Arbeitsangebots, treffen. Verfügt der Haushalt über mehrere von den Unternehmungen nachgefragte Arbeitsqualifikationen, so muß er auch entscheiden, welche spezielle Arbeitsleistung er erbringen will. Sofern unterschiedliche Arbeitsleistungen unterschiedlich entlohnt werden, beeinflußt auch diese Entscheidung die Höhe des Arbeitseinkommens.

Die ökonomischen Dispositionen, die auf die Erzielung von Arbeitseinkommen gerichtet sind, beschränken sich keineswegs auf Entscheidungen darüber, welche Arbeitsleistungen in welchem Umfang der Haushalt bei gegebenem Arbeitsvermögen anbieten will. Das Arbeitsvermögen des Haushalts ist vielmehr selbst keine naturgegebene, unveränderliche Größe; niemand kommt als Schlosser oder Bankkaufmann auf die Welt. Die wirtschaftlichen Entscheidungen des Haushalts in Hinblick auf sein Arbeitsvermögen sind im wesentlichen Entscheidungen über die Art der schulischen und beruflichen Ausbildung, aber auch z.B. Dispositionen, die die Gesundheitsvorsorge betreffen, denn der Gesundheitszustand des Haushalts bestimmt sein Arbeitsvermögen und damit die Möglichkeiten der Erzielung von Arbeitseinkommen mit.

In bezug auf die Erzielung von Besitzeinkommen muß der Haushalt entscheiden, welchen Vermögensbestand er zu halten wünscht; bei gegebenen Preisen für die

Nutzung der Produktionsfaktoren Boden und Kapital kann der Haushalt ein um so höheres Besitzeinkommen erzielen, je größer der in seinem Eigentum befindliche Bestand an sachlichem Produktivvermögen ist. Darüber hinaus muß der Haushalt auch entscheiden, in welcher Form er sein Vermögen zu halten wünscht, denn der Haushalt ist mit einer Reihe alternativer Anlagemöglichkeiten konfrontiert – denken Sie etwa an Immobilien oder an die große Anzahl von Wertpapieren, deren Besitz wirtschaftliches Eigentum an sachlichem Produktivvermögen darstellt. Die Dispositionen in Hinblick auf die Erzielung von Besitzeinkommen beziehen sich also sowohl auf die Bildung von Vermögen wie auf die Vermögensanlage. Schließlich muß der Haushalt auch entscheiden, ob und wie er sein „unternehmerisches Talent" einsetzen soll, um eventuell ein Einkommen in Form eines residualen Unternehmergewinns zu erzielen.

Die wirtschaftlichen Dispositionen des Haushalts richten sich also zum einen auf den Erwerb von Konsumgütern, zum anderen auf die Einkommenserzielung, und diese Dispositionen sind nicht unabhängig voneinander, denn die Höhe des Haushaltseinkommens bestimmt im wesentlichen den Entscheidungsspielraum, den der Haushalt in Hinblick auf die Nachfrage nach Konsumgütern hat. Die wirtschaftlichen Entscheidungsprobleme des Haushalts sind aber nur sehr unzureichend beschrieben, wenn wir sagen, der Haushalt habe festzulegen, welche Güter er in welchen Mengen zum Zwecke der Einkommenserzielung anbieten und zu Konsumzwecken nachfragen will. Alle ökonomischen Dispositionen haben auch einen zeitlichen Aspekt, und dadurch werden die Entscheidungsprobleme selbst und die Interdependenzen zwischen den einzelnen Entscheidungen sehr viel komplizierter.

Betrachten wir z.B. einen Haushalt, der innerhalb eines gewissen Zeitraums ein Einkommen in bestimmter Höhe erzielt. Der Haushalt steht nun vor der Wahl, ob er das ganze Einkommen während dieses Zeitraums wieder für den Kauf von Konsumgütern ausgeben oder einen Teil seines Einkommens sparen und diese Ersparnisse zur Bildung von Eigentum an sachlichem Produktivvermögen verwenden soll. Dieser Prozeß der Vermögensbildung schränkt seinen Konsumspielraum im Moment zwar ein, erweitert ihn aber in späteren Perioden, und zwar in der Regel nicht erst dann, wenn er das erworbene Vermögen wieder veräußert, sondern auch schon während der Zeit des Vermögensbesitzes, denn sein Eigentum verschafft ihm ein Besitzeinkommen. Umgekehrt steht der Haushalt auch vor der Frage, ob er während eines bestimmten Zeitraums für den Erwerb von Konsumgütern mehr Mittel ausgeben soll, als er während dieses Zeitraums an Einkommen erzielt, indem er einen Teil seines Vermögens veräußert oder einen Kredit aufnimmt. Dies erweitert seinen Konsumspielraum im Moment, schränkt ihn aber in der Zukunft ein, denn ein geringeres Vermögen wirft ein geringeres Besitzeinkommen ab, und ein aufgenommener Kredit muß auch wieder zurückgezahlt werden.

Die Schwierigkeit, die mit der Berücksichtigung des zeitlichen Aspekts ökonomischer Dispositionen auftritt, besteht nun nicht einfach darin, daß der Haushalt zusätzlich zu der Entscheidung, welche Güter er in welchen Mengen nachfragen und anbieten will, auch noch entscheiden muß, wann er diese Mengen nachfragen und anbieten will. Vielmehr ergibt sich als weiteres Problem, daß die zeitlichen Dispositionen die Restriktionen beeinflussen, denen der Haushalt bei seiner Mengenplanung unterworfen ist. Dies können Sie sich leicht am Beispiel der Ersparnisbildung oder der Kreditaufnahme klarmachen: Wenn Sie einen Teil Ihres laufenden Einkommens sparen und Ihre Ersparnisse zu einem späteren Zeitpunkt wieder auflösen, so haben Sie – über den ganzen Zeitraum hinweg betrachtet – mehr finanzielle Mittel für Konsumzwecke zur Verfügung, als wenn Sie Ihr laufendes Einkommen fortwährend verausgaben;

wenn Sie dagegen einen Kredit aufnehmen, so sind – wieder über den gesamten Zeitraum hinweg gesehen – die finanziellen Mittel, über die Sie für Konsumzwecke disponieren können, geringer als Ihr Einkommen während des betrachteten Zeitraums. In beiden Fällen entspricht die Differenz natürlich genau den Zinsen, die Sie für Ihre Spareinlagen erhalten bzw. für den Kredit bezahlen. Somit sind Mengen- und Zeitdispositionen interdependente Entscheidungsprobleme des Haushalts.

Die Einbeziehung des Zeitmoments in die Analyse der wirtschaftlichen Entscheidungen des Haushalts wirft ein weiteres Problem auf: Vermögen kann auch als konsumtives Vermögen gehalten werden, und zwar sowohl in Form von Gebrauchsgütern wie auch in Form von Verbrauchsgütern (eine Vorratsbildung an Verbrauchsgütern mag z. B. erfolgen, wenn der Haushalt einen starken Preisanstieg dieses Gutes erwartet). Der für eine bestimmte Zeitperiode geplante Güterkonsum muß also nicht identisch sein mit der für diesen Zeitraum geplanten Konsumgüternachfrage – Konsumplanung und Nachfrageplanung hängen zwar eng miteinander zusammen, sind aber keineswegs ein und dasselbe Entscheidungsproblem des Haushalts.

Wir wollen hier nicht die ganze Fülle der ökonomischen Entscheidungen des Haushalts modelltheoretisch analysieren, sondern uns auf jene Entscheidungen beschränken, die die Konsumgüternachfrage und das Arbeitsangebot des Haushalts betreffen. Dagegen klammern wir sämtliche Vermögensentscheidungen (und damit auch Entscheidungen über das Angebot an Leistungen anderer Produktionsfaktoren, die im Besitz der Haushalte sind) aus unserer Untersuchung aus. Um den zeitlichen Aspekt ökonomischer Dispositionen ausblenden zu können, konstruieren wir ein ganz einfaches Modell, dessen wichtigste Merkmale wie folgt beschrieben werden können:

Wir nehmen an, daß der Haushalt seinen Güterkonsum und sein Arbeitsangebot für eine bestimmte Periode – sagen wir, für eine Woche oder für einen Monat – plant; alles, was in der Zukunft, also nach Ablauf dieser Periode, geschehen mag, interessiert den Haushalt nicht im geringsten. Wir nehmen weiter an, daß der Haushalt zu Beginn dieser Periode über keinerlei Konsumgüterbestände verfügt. Zusammen mit der Annahme, daß der Planungshorizont des Haushalts auf die betrachtete Periode beschränkt ist, bedeutet dies, daß der für diese Periode geplante Verbrauch an Konsumgütern identisch mit der für diese Periode geplanten Nachfrage nach Konsumgütern ist.

Der Haushalt verfügt über ein exogen vorgegebenes Arbeitsvermögen; der Einfachheit halber wird angenommen, daß er nur eine spezifische Arbeitsqualifikation besitzt, die er den Unternehmungen anbieten kann. Neben dem Arbeitseinkommen, das der Haushalt aus dem Verkauf seiner Arbeitsleistungen erzielt, bezieht der Haushalt weiterhin ein Einkommen aus den Gewinnausschüttungen der Unternehmungen. Die Höhe des Gewinneinkommens, das der Haushalt erhält, hängt einerseits von den Gewinnen der Unternehmungen, andererseits von den Gewinnanteilsrechten ab, mit denen der Haushalt ausgestattet ist. Das Eigentum an diesen Anteilsrechten ist ebenfalls modellexogen vorgegeben.

Bei der Planung seiner Güternachfrage und seines Arbeitsangebots verhält sich der Haushalt als Mengenanpasser, d.h. er betrachtet die geltenden Güterpreise und den geltenden Lohnsatz als durch seine Nachfrage- und Angebotsentscheidungen nicht beeinflußbar, und er nimmt an, daß er zu diesem Lohnsatz und zu diesen Güterpreisen jede beliebige Menge an Gütern kaufen und jede beliebige Menge an Arbeitsleistungen verkaufen kann.

Wir werden die Entscheidungen des Haushalts innerhalb dieses extrem einfachen Modells in zwei Schritten analysieren. Zunächst nehmen wir an, daß der Haushalt über die ihm für Konsumzwecke zur Verfügung stehende Geldsumme bereits eine Entscheidung getroffen hat, d.h. wir untersuchen zuerst, welche Güter der Haushalt in welchen Mengen nachfragt, nachdem er schon festgelegt hat, welchen Geldbetrag er maximal für Konsumgüter ausgeben will. Die Höhe dieses Geldbetrags entspricht in unserem Modell dem Haushaltseinkommen; da es für diesen Schritt der Analyse aber gleichgültig ist, ob die Höhe dieses Budgets gleich dem Einkommen des Haushalts ist oder nicht, sprechen wir statt von der Güternachfrage des Haushalts bei gegebenem Einkommen auch etwas neutraler von der Konsumgüternachfrage des Haushalts bei gegebener Budgetsumme.

Im zweiten Schritt der Analyse werden wir die Annahme einer gegebenen Budgetsumme wieder rückgängig machen; die Konsummöglichkeiten des Haushalts hängen in unserem Modell ja von der Höhe seines Einkommens ab; und das Arbeitseinkommen als Bestandteil des Haushaltseinkommens ist bei gegebenem Lohnsatz vom Arbeitsangebot des Haushalts (also von der Länge der Arbeitszeit, die der Haushalt zu arbeiten bereit ist) abhängig. In diesem zweiten Untersuchungsschritt werden wir analysieren, wie der Haushalt seine Konsumgüternachfrage und sein Arbeitsangebot simultan bestimmt.

## B. Konsumpläne, Güterbündel und Vektoren

Nehmen wir an, es gebe in der Volkswirtschaft n verschiedene Konsumgüter, die der Haushalt in seine Konsumüberlegungen einbezieht. Der Haushalt stellt zu Beginn der betrachteten Periode einen **Konsumplan** auf; in einem solchen Konsumplan legt der Haushalt fest, welche der n Güter er in welchen Mengen während dieser Periode verbrauchen will. Ein nach Art und Menge genau spezifiziertes Sortiment an Gütern nennen wir ein **Güterbündel;** mit der Aufstellung eines Konsumplans bestimmt der Haushalt also, welches Güterbündel er während der Konsumperiode verbrauchen will. Da der Haushalt annahmegemäß zu Beginn der Konsumperiode über keinerlei Vorräte an Konsumgütern verfügt und auch keine Vorräte für spätere Perioden anlegen will, sind die für die betrachtete Konsumperiode geplanten Verbrauchsmengen genau gleich den Gütermengen, die der Haushalt auf den Konsumgütermärkten nachfragt.

Die Nachfragemöglichkeiten des Haushalts sind bei gegebenen Konsumgüterpreisen durch die Höhe seines Einkommens (oder allgemeiner: durch die dem Haushalt für Konsumzwecke zur Disposition stehende Budgetsumme) begrenzt. Diese Einkommensgrenze zwingt den Haushalt nicht, ein ganz bestimmtes Güterbündel nachzufragen; er muß vielmehr nur darauf achten, daß die Ausgaben, die der Kauf eines Güterbündels erfordert, sein Einkommen nicht überschreiten. Die durch das Einkommen begrenzten Nachfragemöglichkeiten bestimmen ihrerseits den Entscheidungsspielraum, den der Haushalt bei seiner Konsumplanung hat. Da der Haushalt mit einer gegebenen Einkommenssumme verschiedene Güterbündel nachfragen kann, ist er auch nicht von vornherein auf einen ganz bestimmten Konsumplan festgelegt; er hat vielmehr die Wahl zwischen einer Menge verschiedener Konsumpläne. Bevor wir das Modell entwickeln, mit Hilfe dessen wir die Entscheidung des Haushalts für einen bestimmten Konsumplan und damit gleichzeitig die Konsumgüternachfrage des Haushalts erklären können, müssen wir uns zunächst mit der Frage befassen, wie wir Konsumpläne in einer möglichst einfachen und zweckmäßigen Form beschreiben können.

Es ist naheliegend, einen Konsumplan in Form einer Liste zu beschreiben, auf der genau verzeichnet ist, welches der n Güter in welcher Menge während der Konsumperiode verbraucht werden soll. Eine besonders einfache Gestalt können solche Listen dann annehmen, wenn wir zunächst eine Vereinbarung darüber treffen, in welchen Mengeneinheiten die Güter gemessen und in welcher Reihenfolge sie auf der Liste aufgeführt werden sollen. Sind nämlich diese Konventionen einmal festgelegt worden, dann kann jeder Konsumplan durch eine geordnete Menge von Zahlen – durch einen Vektor – dargestellt werden.

Unterstellen wir zur Illustration des Verfahrens, es gebe nur drei Konsumgüter: Eier, Brot und Wein. Ein Konsumplan könnte dann z.B. den Verbrauch von drei Eiern, einem Kilogramm Brot und zwei Litern Wein vorsehen; ein anderer Konsumplan könnte darin bestehen, daß der Haushalt vier Kilogramm Brot und einen halben Liter Wein verbrauchen will. Treffen wir nun folgende Vereinbarung: Eier seien Gut 1, gemessen in Stück, Brot sei Gut 2, gemessen in Kilogramm, und Wein sei Gut 3, gemessen in Litern. Dann können die beiden Konsumpläne einfach durch die Vektoren

$$\left\{3, 1, 2\right\} \text{ und } \left\{0, 4, \frac{1}{2}\right\}$$

beschrieben werden. Beachten Sie, daß man bei Verwendung der Vektorschreibweise für Güter, die nicht in einem Konsumplan enthalten sind, die Mengenangabe „0" einsetzen muß, da man sonst nicht feststellen könnte, welche Güter in dem betreffenden Konsumplan überhaupt enthalten sind.

Wir werden die Vektorschreibweise nicht nur für Konsumpläne verwenden; es ist offensichtlich, daß man in der gleichen Weise auch einen Gütervorrat, den ein Haushalt besitzt, oder die Konsumgüternachfrage eines Haushalts oder einfach ein bestimmtes Güterbündel selbst beschreiben kann. Kehren wir noch einmal zu unserem obigen Beispiel zurück und interpretieren den Vektor $\{3, 1, 2\}$ nicht als einen Konsumplan, sondern als den Gütervorrat eines Haushalts; dann beschreibt dieser Vektor einen Gütervorrat, der sich aus drei Eiern, einem Kilo Brot und zwei Litern Wein zusammensetzt. Interpretieren wir den Vektor $\{0, 4, 1/2\}$ nicht als Konsumplan, sondern als Güternachfrage des Haushalts, dann beschreibt dieser Vektor die Nachfrage des Haushalts nach vier Kilogramm Brot und einem halben Liter Wein.

Verallgemeinern wir unsere bisherigen Überlegungen für den Fall von n Gütern. Jeder Konsumplan kann nach Festlegung der Reihenfolge und der Mengeneinheiten der Güter durch einen Vektor

$$x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$$

dargestellt werden, wobei x die Bezeichnung für den Konsumplan ist und die Vektorelemente $x_1, x_2, \ldots, x_n$ Variablen sind, deren Werte angeben, wie groß die geplanten Verbrauchsmengen der Güter 1, 2, ..., n sind. Interpretieren Sie nun selbst die Bedeutung dieser Symbole für den Fall, daß mit dem Vektor $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ der Gütervorrat eines Haushalts, die Konsumgüternachfrage eines Haushalts oder einfach ein Güterbündel beschrieben wird.

In formaler Hinsicht müssen Sie beachten, daß wir in diesem Kapitel den Buchstaben x ohne einen rechten unteren Index nie zur Bezeichnung einer Variablen, sondern immer nur zur Bezeichnung eines Vektors verwenden. Wenn wir gleichzeitig mehrere Konsumpläne oder Güterbündel betrachten müssen, so erhalten die Symbole zur Unterscheidung einen oberen Index; zwei verschiedene Konsumpläne werden dann z.B. als $x^1 = \{x_1^1, x_2^1, \ldots, x_n^1\}$ und $x^2 = \{x_1^2, x_2^2, \ldots, x_n^2\}$ geschrieben.

Vektoren lassen sich auch geometrisch interpretieren, und solange wir es nicht mit mehr als drei Vektorelementen zu tun haben, führt uns die geometrische Deutung von Vektoren als Punkte in Räumen wieder zu einer graphischen Darstellungsweise zurück, wie wir sie im ersten Kapitel ja schon häufig zur Illustration bestimmter Fragestellungen der mikroökonomischen Theorie verwendet haben. Nehmen wir an, es gebe nur zwei Konsumgüter: Gut 1 und Gut 2. Ein Güterbündel möge aus vier Mengeneinheiten von Gut 1 und drei Mengeneinheiten von Gut 2 bestehen. Dieses Güterbündel können wir, unseren obigen Überlegungen folgend, durch den Vektor $x = \{4, 3\}$ beschreiben. Betrachten Sie nun Abbildung 1. In dieser Abbildung ist jedem der beiden Güter eine Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems zugeordnet. Dieses Koordinatensystem bildet einen zweidimensionalen Raum, den wir **Güterraum** nennen wollen. Der Punkt x mit den Koordinatenwerten $x_1 = 4$ und $x_2 = 3$ ist das geometrische Gegenstück des Vektors $x = \{4, 3\}$ und damit die geometrische Darstellung eines Güterbündels, das vier Mengeneinheiten von Gut 1 und drei Mengeneinheiten von Gut 2 enthält. Ebenso können wir den Punkt x als geometrische Darstellung eines Konsumplans, eines Gütervorrats oder der Güternachfrage eines Haushalts betrachten. Diese Möglichkeit einer ganz unterschiedlichen inhaltlichen Interpretation wird uns die formale Beschreibung vieler Probleme, mit denen wir uns im folgenden beschäftigen werden, sehr erleichtern.

Die Anschaulichkeit der geometrischen Interpretation von Vektoren geht natürlich verloren, wenn man von mehr als drei Gütern ausgeht. Da wir aber auf den großen

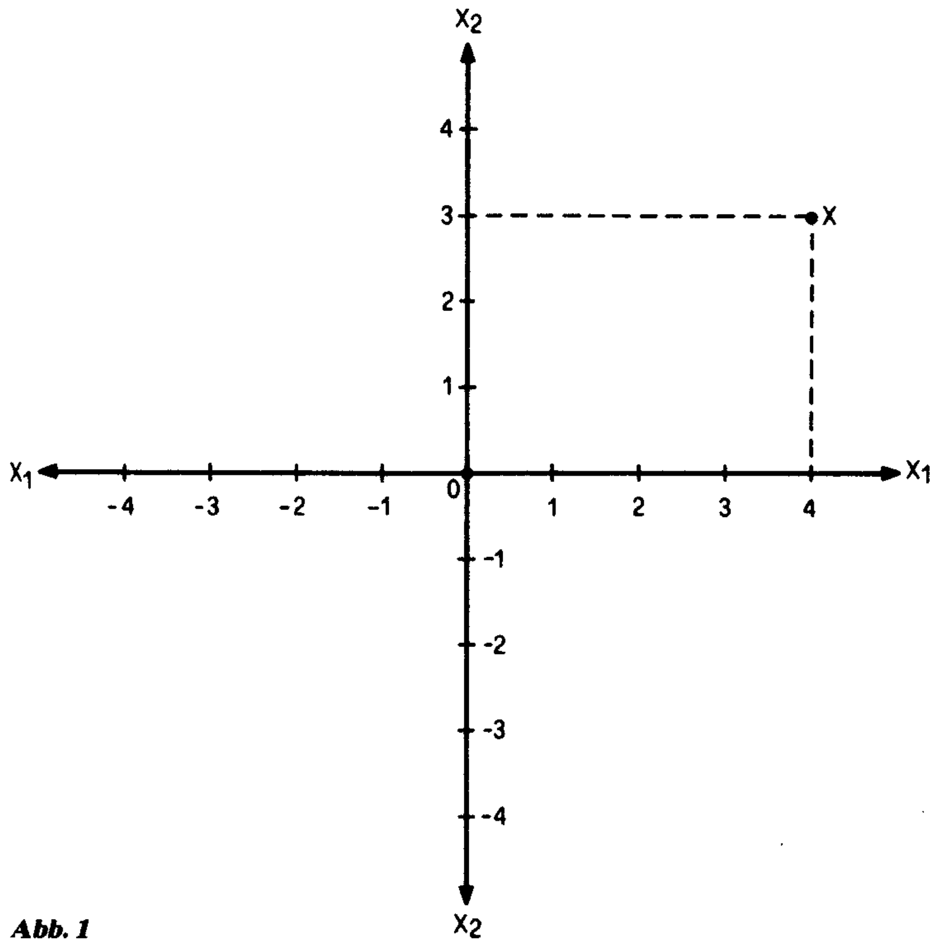



***Abb. 1***

Vorteil der Anschaulichkeit von Graphiken nicht verzichten wollen und graphische Darstellungen besonders einfach sind, wenn man sich nur in zwei Dimensionen bewegt, werden wir zur Illustration des Modells der Konsumgüternachfrage sehr häufig auf den Fall von nur zwei Konsumgütern zurückgreifen.

## C. Die Wahlmöglichkeiten des Haushalts

### 1. Die Konsummenge

Die Theorie der Konsumgüternachfrage soll eine Erklärung dafür bieten, welche Güter der Haushalt in welchen Mengen auf den Gütermärkten nachfragt. Der erste Schritt beim Aufbau des Modells ist es daher zweckmäßigerweise, zu präzisieren, welche Wahlmöglichkeiten dem Haushalt überhaupt offenstehen. Im vorigen Abschnitt haben wir gezeigt, daß jeder Konsumplan durch einen Vektor $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ beschrieben werden kann. In Umkehrung der Betrachtungsweise ist nun zu fragen, welche der Vektoren oder Punkte im Güterraum zu den Alternativen gezählt werden sollen, zwischen denen der Haushalt bei seiner Konsumplanung wählen kann. Nun ist klar, daß der Haushalt allein schon deshalb nicht jeden beliebigen Konsumplan wählen kann, weil er die Güter, die er verbrauchen will, zuerst auf den Gütermärkten kaufen muß und seine Nachfragemöglichkeiten durch die Höhe seines Einkommens beschränkt sind. Wir wollen diesen Aspekt aber zunächst beiseite lassen und uns fragen, welche Grenzen den Wahlmöglichkeiten des Haushalts ganz unabhängig von der Frage der Finanzierbarkeit eines Konsumplans gesetzt sind.

Betrachten wir also für einen Moment einen Haushalt, der bei seiner Konsumplanung keiner Einkommens- oder Budgetrestriktion unterworfen ist. Die einzige Einschränkung, die wir diesem Haushalt auferlegen wollen, ist die, daß er keinen Konsumplan wählt, der für irgendeines der n Konsumgüter eine negative Verbrauchsmenge vorsieht, oder anders formuliert, der Haushalt soll jeden Konsumplan wählen können, der sich dadurch auszeichnet, daß die geplanten Verbrauchsmengen aller Güter nicht negativ sind. Jeden Konsumplan, der diese Eigenschaft erfüllt, nennen wir einen **möglichen Konsumplan;** die Menge aller möglichen Konsumpläne wird als die **Konsummenge** X (oder in geometrischer Interpretation: als **Konsumraum** X) bezeichnet.

Für den Fall von zwei Konsumgütern kann man sich die Konsummenge leicht anhand einer graphischen Darstellung veranschaulichen. Betrachten Sie nochmals die Abbildung 1: Im Falle zweier Güter stellt jeder Punkt innerhalb des positiven Quadranten und auf den Achsenabschnitten dieses Quadranten einen möglichen Konsumplan dar; nicht möglich sind entsprechend Konsumpläne, die durch Punkte außerhalb dieses Quadranten abgebildet werden.

Es bedarf sicher keiner Diskussion darüber, daß wir Konsumpläne mit negativen Verbrauchsmengen aus der Konsummenge ausgeschlossen haben; denn man kann Güter nicht in negativen Mengen konsumieren. Mit Blick auf die Realität problematisch ist freilich die Annahme, daß wir alle Konsumpläne x, soweit die geplanten Verbrauchsmengen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ nur nichtnegative reelle Werte annehmen, als mögliche Konsumpläne betrachten. Damit wird unterstellt, daß jedes Gut **stetig teilbar,** also unendlich fein teilbar ist. Nun sind z.B. Eier keine teilbaren Güter, und selbst Güter, die sehr fein teilbar sind, wie z.B. Butter oder Mehl, kann man häufig nur in bestimmten Verpackungsmengen und damit ebenfalls nicht in jeder beliebigen Menge erwerben. Bei realistischer Betrachtungsweise müßte man also die Menge der möglichen Konsumpläne sehr viel enger eingrenzen. Die Annahme stetiger Teilbarkeit von Gütern erleichtert aber die formale Behandlung vieler Probleme der ökonomischen Theorie ganz beträchtlich; und so werden wir diese die Wirklichkeit nur näherungsweise charakterisierende Annahme auch der Analyse der Konsumgüternachfrage des Haushalts zugrunde legen.

## 2. Die Budgetmenge

Wenden wir uns der zweiten Beschränkung zu, unter der der Haushalt seine Konsumwahl zu treffen hat: der Budgetbeschränkung. Dieser Aspekt ist für uns ungleich wichtiger, denn erst die finanziellen Restriktionen, denen der Konsument unterworfen ist, machen das Problem der Konsumwahl zu einem ökonomischen Problem. Jeder mögliche Konsumplan ist mit einer bestimmten Ausgabensumme A verbunden; die Ausgaben für einen Konsumplan lassen sich leicht errechnen, indem man zunächst die einzelnen Verbrauchsmengen mit den jeweils zugehörigen Güterpreisen multipliziert und dann die einzelnen Ausgabenposten für alle Güter aufaddiert. Bezeichnet man die Preise der n Güter mit $p_1, p_2, \ldots, p_n$ und den Vektor der Güterpreise mit p, so gilt definitionsgemäß:

(1) $A = p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n = \sum_{i=1}^{n} p_ix_i,$ oder einfacher:

(2) $A = px.$

Der Haushalt kann unter den möglichen Konsumplänen nur jene realisieren, für die die Gesamtausgaben die dem Haushalt zur Verfügung stehende Budgetsumme M – in unserem Falle also das Einkommen des Haushalts – nicht übersteigen, d. h. für die die Ungleichung

(3) $px \leqq M$

erfüllt ist. Ungleichung (3) wird **Bilanz-** oder **Budget-Ungleichung** genannt. Ein möglicher Konsumplan, der bei gegebenen Preisen p und bei gegebener Budgetsumme M die Budgetungleichung erfüllt, soll als **finanziell möglicher Konsumplan,** die Menge aller finanziell möglichen Konsumpläne als die **Budgetmenge** C (oder in geometrischer Interpretation: als **Budgetraum** C) bezeichnet werden. Die Budgetmenge umfaßt damit die tatsächlichen Wahlmöglichkeiten des Haushalts: Sie enthält alle Konsumpläne, die einen Verbrauch an Gütern in solchen Mengen vorsehen, daß sie der Konsument bei gegebenem Einkommen und den geltenden Preisen auf den Gütermärkten auch nachfragen kann.

Wir wollen uns anhand des Zwei-Güter-Falls das Konzept der Budgetmenge graphisch veranschaulichen. Zu diesem Zweck betrachten wir zunächst nur jene Konsumpläne, für die die Gesamtausgabensumme genauso groß ist wie die Budgetsumme. Für diese Konsumpläne wird die Budgetungleichung zur **Budget-** oder **Bilanzgleichung:**

(4) $px = M$, oder für den Zwei-Güter-Fall ausgeschrieben:

(5) $p_1x_1 + p_2x_2 = M.$

Löst man Gleichung (5) nach $x_2$ auf, so erhält man:

(6) $x_2 = M/p_2 - (p_1/p_2) \cdot x_1.$

Geometrisch wird durch Gleichung (6) eine Gerade in der Konsumebene bestimmt, die man **Budgetgerade** nennt. Der Verlauf der Budgetgeraden läßt sich leicht ermitteln: Wie aus Gleichung (6) ersichtlich ist, ergibt sich die Steigung der Geraden aus dem Preisverhältnis der beiden Güter: die Achsenabschnitte auf der Ordinate und der Abszisse erhält man durch Nullsetzen von $x_1$ bzw. $x_2$.

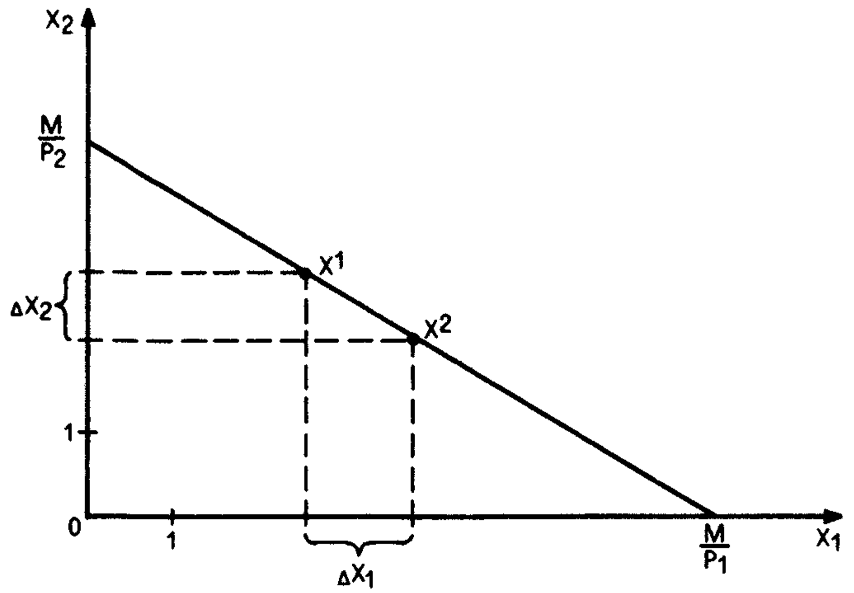



***Abb. 2***

Die Budgetgerade teilt den Konsumraum in zwei Teile auf. Alle Punkte oberhalb der Budgetgeraden repräsentieren Konsumpläne, die für den Haushalt finanziell nicht möglich sind. Die Budgetmenge bilden dagegen alle Punkte auf und unterhalb der Budgetgeraden; alle diese Punkte stellen Konsumpläne dar, für die die Gesamtausgaben nicht größer sind als die Budgetsumme. Punkte auf der Budgetgeraden sind solche Güterbündel, zu deren Erwerb der Haushalt sein ganzes Einkommen aufwenden muß; die Achsenabschnitte der Budgetgeraden zeigen an, wie viele Mengeneinheiten von Gut 1 oder Gut 2 der Haushalt maximal nachfragen kann, wenn er sein ganzes Budget für den Kauf jeweils nur eines Gutes verwendet. Punkte unterhalb der Budgetgeraden repräsentieren solche Konsumpläne, die nicht die Verausgabung der ganzen Budgetsumme erfordern.

Aus dem Preisverhältnis der beiden Güter läßt sich unmittelbar ablesen, auf wie viele Mengeneinheiten von Gut 2 der Konsument bei voller Ausschöpfung seines Budgets verzichten muß, wenn er eine Einheit von Gut 1 mehr nachfragen will, und umgekehrt, wie viele Einheiten von Gut 2 er mehr verbrauchen kann, wenn er auf den Konsum einer Mengeneinheit des Gutes 1 verzichtet. Dieser Sachverhalt muß auch in der graphischen Darstellung der Budgetgleichung zum Ausdruck kommen, denn die Steigung der Budgetgeraden wird, wie wir gesehen haben, durch das Preisverhältnis bestimmt. Betrachten Sie in Abbildung 2 die beiden Konsumpläne $x^1$ und $x^2$; die Unterschiede in den Verbrauchsmengen sind als $\Delta x_1$ und $\Delta x_2$ bezeichnet. Da die Steigung der Budgetgeraden durch das Preisverhältnis bestimmt wird, muß auch $\Delta x_2/\Delta x_1 = -p_1/p_2$ gelten. Enthält nun $x^2$ von Gut 1 eine Mengeneinheit mehr als $x^1$, so erhalten wir $\Delta x_2/\Delta x_1 = \Delta x_2 = -p_1/p_2$.

Da die Budgetmenge von der Budgetsumme M und den Preisen $p_1$ und $p_2$ abhängig ist, muß sich bei Veränderung einer dieser Größen auch die Budgetmenge verändern. Betrachten wir zunächst den Fall der Veränderung eines Preises. Nehmen wir an, $p_2$ sinke von $p_2^0$ auf $p_2^1$, während M und $p_1$ konstant bleiben. Dies bedeutet, daß sich die für den Haushalt maximal mögliche Verbrauchsmenge des Gutes 2 erhöht, während die maximal mögliche Verbrauchsmenge des Gutes 1 konstant bleibt. Graphisch wirkt sich damit die Senkung von $p_2$ in einer Drehung der Budgetgeraden um den konstant bleibenden Abszissenabschnitt nach oben aus. Steigt hingegen der Preis von Gut 2 von $p_2^0$ auf $p_2^2$, dann vermindert sich die Menge dieses Gutes, die der Konsument maximal nachfragen kann, während das Maximum für Gut 1 wiederum unberührt bleibt. Damit dreht sich bei einer Preiserhöhung die Budgetgerade um den konstant bleibenden Abszissenabschnitt nach unten. Beide Fälle sind in Abbildung 3 illustriert.

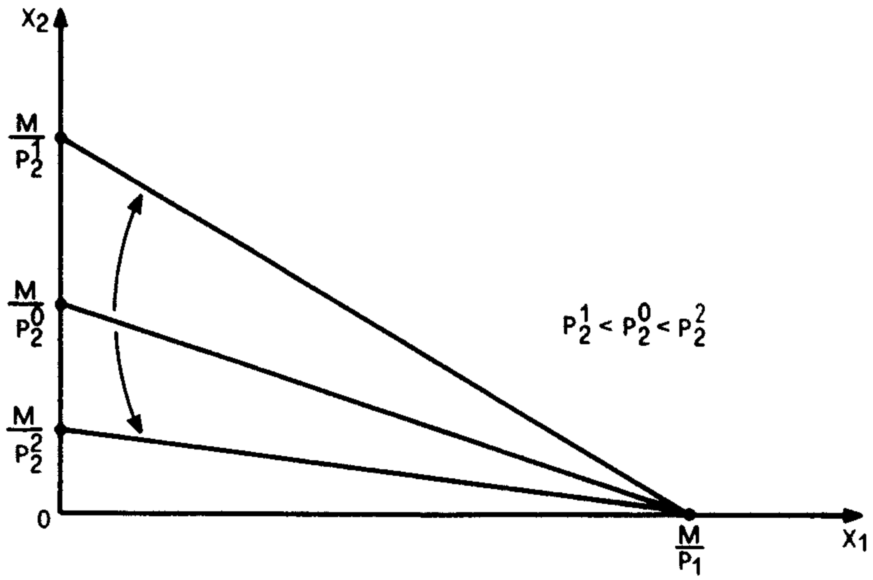



***Abb. 3***

Für Veränderungen von $p_1$ bei konstantem $p_2$ und M ergibt sich analog eine Drehung der Budgetgeraden um den Ordinatenabschnitt.

Untersuchen wir nun den Fall einer Veränderung des Einkommens (allgemeiner: der Budgetsumme) bei konstanten Preisen. Steigt das Einkommen, so kann der Konsument von jedem Gut mehr nachfragen als vorher; da wir die Preise – und damit auch das Preisverhältnis – als konstant angenommen haben, kann sich an der Steigung der Budgetgeraden nichts ändern. Dies bedeutet, daß sich bei einer Erhöhung von M die Budgetgerade parallel nach außen verschiebt. Dementsprechend führt eine Senkung des Einkommens zu einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden in Richtung des Koordinatenursprungs.

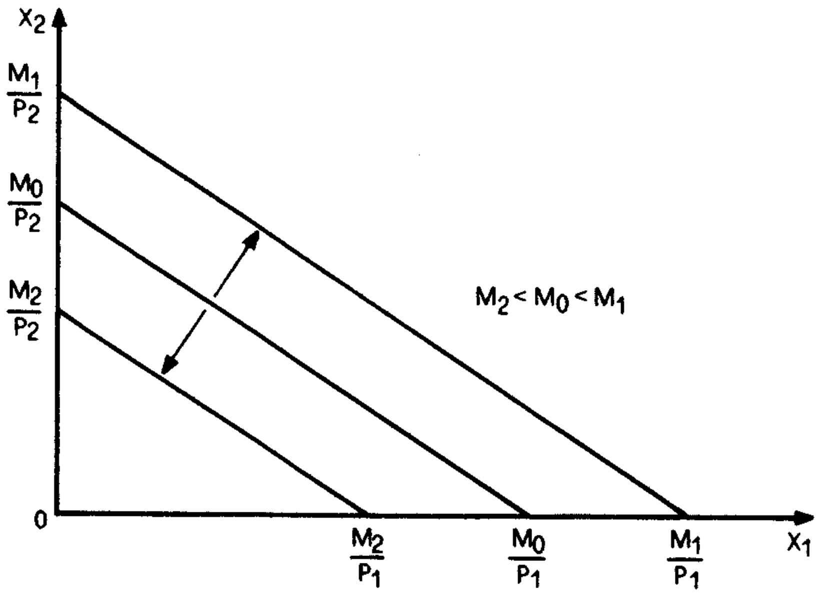



***Abb. 4***

Prüfen Sie selbst nach, daß eine proportionale Veränderung der Preise bei konstanter Budgetsumme ebenfalls zu einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden führt!

Schließlich können Veränderungen der Preise und der Budgetsumme auch gleichzeitig auftreten. Wir beschränken uns hier auf einen Fall von speziellem theoretischem Interesse: Nehmen wir an, $p_1$, $p_2$ und M variieren proportional, steigen oder sinken also um den gleichen Prozentsatz. Man kann sich leicht klarmachen, daß eine solche Variation die Budgetgerade und damit die Budgetmenge nicht verändern kann. Unterstellen wir beispielsweise eine Verdoppelung der Budgetsumme und der Güterpreise. Bei einer Verdoppelung beider Preise ändert sich am Preisverhältnis der Güter und daher an der Steigung der Budgetgeraden nichts; hat sich das Einkommen und gleichzeitig der Preis eines Gutes verdoppelt, so kann man von diesem Gut nicht mehr und nicht weniger kaufen als vorher, also bleiben auch die Achsenabschnitte der Budgetgeraden unverändert. Wenn Sie sich überzeugen wollen, daß dies für jede beliebige proportionale Variation gilt, so brauchen Sie nur Gleichung (6) noch einmal zu betrachten. Verändert man in der Gleichung für die Budgetgerade M, $p_1$ und $p_2$ um einen beliebigen Proportionalitätsfaktor, so kann man diesen Faktor sofort wieder herauskürzen.

## D. Die Präferenzordnung des Haushalts

### 1. Der rationale Konsument

Nachdem wir im vorigen Abschnitt die Wahlmöglichkeiten des Haushalts präzise beschrieben haben, besteht der zweite Schritt im Aufbau des Modells in der Formulierung einer Hypothese über das Wahlverhalten des Haushalts, aus der wir ableiten können, welche Güter in welchen Mengen der Haushalt bei gegebenen Güterpreisen und gegebenem Einkommen tatsächlich nachfragen wird. Die grundlegende Vorstellung, die wir uns über das Verhalten des Haushalts bilden wollen, läßt sich am leichtesten verstehen, wenn wir für einen Moment einmal unterstellen, daß die Konsummenge nur eine endliche Zahl möglicher Konsumpläne enthält. Dann können wir die Wahl des Haushalts in der folgenden Weise charakterisieren:

Wir nehmen an, daß der Haushalt in der Lage ist, alle möglichen Konsumpläne seiner subjektiven Wertschätzung entsprechend in Form einer Liste zu ordnen, in der die Güterbündel in der Rangfolge ihrer Erwünschtheit aufgereiht sind, beginnend mit dem Güterbündel, das sich der Haushalt am meisten wünscht, und endend mit dem Güterbündel, das sich der Haushalt am wenigsten wünscht. Wir wollen dabei nicht ausschließen, daß der Haushalt verschiedene Güterbündel als gleich erwünscht betrachtet; diese stehen dann in der Liste an dem ihnen zugewiesenen Rangplatz nebeneinander. Die Reihenfolge, in der die Güterbündel auf der Liste aufgeführt sind, nennen wir die **Präferenzordnung** des Haushalts, und auf der Basis dieser Präferenzordnung trifft der Haushalt seine Wahl.

Bei seiner Entscheidung darüber, welchen Konsumplan er wählen soll, befolgt der Haushalt, so wollen wir weiter annehmen, eine einfache Entscheidungsregel: Er wählt unter den finanziell möglichen Konsumplänen jenen Konsumplan aus, der in seiner Präferenzordnung den höchsten Rangplatz einnimmt, mit anderen Worten, der Haushalt wählt unter den Konsumplänen, die er sich bei gegebenem Einkommen und gegebenen Güterpreisen leisten kann, den Konsumplan aus, den er sich am meisten wünscht. Den in diesem Sinne besten Konsumplan bezeichnen wir als den **optimalen**

**Konsumplan.** Der optimale Konsumplan muß natürlich nicht immer jener Konsumplan sein, der in der Präferenzordnung des Haushalts den ersten Platz einnimmt, denn der Haushalt hat ja nicht die Wahl zwischen jedem beliebigen Konsumplan, sondern er kann sich nur zwischen den in der Budgetmenge enthaltenen Konsumplänen entscheiden.

Illustrieren wir das bisher Gesagte anhand eines kleinen Beispiels. Herr Z. geht zu recht später Stunde zum Essen in eine Imbißstube. Die vielen Besucher, die vor ihm schon dort waren, haben die Vorräte der Imbißstube sehr reduziert; alles, was man ihm am Büfett noch anbieten kann, ist eine Käse- und eine Wurstsemmel. In dieser Situation existieren für unseren Herrn Z. vier mögliche Konsumpläne – vergessen Sie nicht, daß auch x = {0, 0} ein möglicher Konsumplan ist –, die in Abbildung 5 durch Punkte markiert sind.

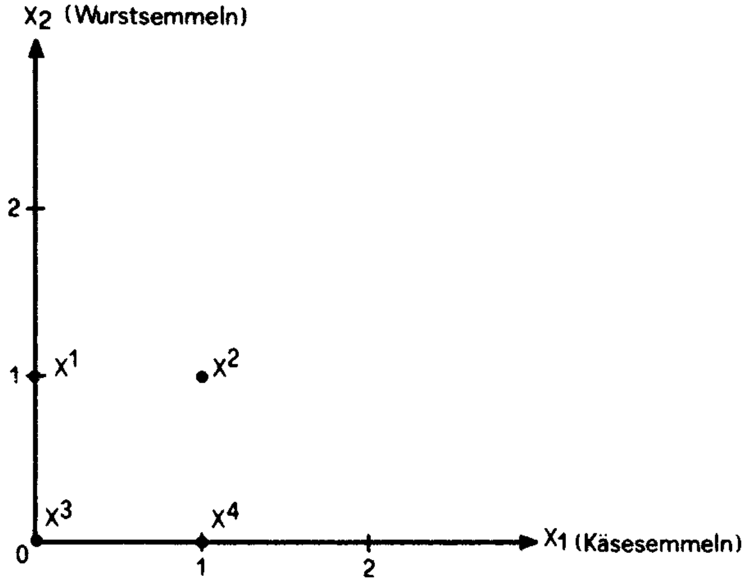



***Abb. 5***

Die Entscheidungsgrundlage des Haushalts ist seine Präferenzordnung. Dies bedeutet in unserem Beispiel, daß Herr Z. alle vier Konsumpläne in eine seinen Wünschen entsprechende Rangfolge bringen kann. Wenn er sehr hungrig ist, so können wir annehmen, daß er am liebsten beide Semmeln ißt; $x^2$ nimmt also den ersten Platz in seiner Präferenzordnung ein. Unterstellen wir weiter, es sei Herrn Z. egal, ob er eine Käsesemmel oder eine Wurstsemmel bekommt; dann folgen $x^1$ und $x^4$ gemeinsam auf dem zweiten Platz. Auf dem dritten und letzten Platz landet schließlich der am wenigsten erwünschte Konsumplan $x^3$. Damit können wir die Präferenzordnung von Herrn Z. in Form der folgenden Liste darstellen:

| Rang | Konsumplan |
|---|---|
| 1 | $x^2$ |
| 2 | $x^1, x^4$ |
| 3 | $x^3$ |

Der Konsument verfährt bei der Wahl des optimalen Konsumplans nach der Entscheidungsregel, unter den finanziell realisierbaren Alternativen jene zu wählen, die in seiner Präferenzordnung den höchsten Rang einnimmt. Dies bedeutet für unser Beispiel, daß die Entscheidung von Herrn Z. davon abhängt, was die Semmeln kosten und wieviel Geld er in der Tasche hat. Nehmen wir an, eine Käsesemmel koste 0,80 DM, eine Wurstsemmel koste 1 DM und Herr Z. könne 2 DM für sein Abendessen ausgeben. Damit erhalten wir in Abbildung 6 als Budgetgerade die Gerade $M_1$. In dieser Situation gehören alle möglichen Konsumpläne zur Budgetmenge, und dann ist der optimale Konsumplan $x^2$. Nehmen wir dagegen an, eine Wurstsemmel koste 0,50 DM, eine Käsesemmel koste 1,50 DM und Herr Z. habe 0,75 DM zur Verfügung, so wird die Budgetrestriktion durch $M_2$ dargestellt. Als Alternativen stehen Herrn Z. nur noch die Konsumpläne $x^1$ und $x^3$ offen. Folgt er der unterstellten Entscheidungsregel, so wählt er $x^1$, denn $x^1$ nimmt unter den in der Budgetmenge enthaltenen Konsumplänen in seiner Präferenzordnung den höchsten Rang ein. Daß bei $M_2$ nun $x^1$ der optimale Konsumplan ist, bedeutet natürlich keineswegs, daß sich Herr Z. nun $x^1$ mehr wünscht als $x^2$; er mag nach wie vor lieber beide Semmeln essen, jedoch reicht dazu sein Geld nicht aus. Unter dem optimalen Konsumplan verstehen wir also, um dies nochmals zu betonen, den gemäß der Präferenzordnung *und* unter Berücksichtigung der Budgetrestriktion besten Konsumplan. Damit ist im übrigen auch klar, daß es bei unseren Annahmen über die Konsummenge X für einen Haushalt einen im Sinne dieser Definition optimalen Konsumplan immer geben muß: Der Null-Vektor ist ein möglicher Konsumplan, und dieser ist auch bei einer noch so kleinen Budgetsumme immer in der Budgetmenge enthalten. Hat Herr Z. z.B. nur fünf Groschen in der Tasche und kostet jede Semmel 1 DM, so reduziert sich die Budgetmenge auf den Konsumplan $x^3$, und $x^3$ ist der optimale Konsumplan, auch wenn Herr Z. vermutlich kaum auf die Idee käme, nichts essen zu können als optimal zu bezeichnen.

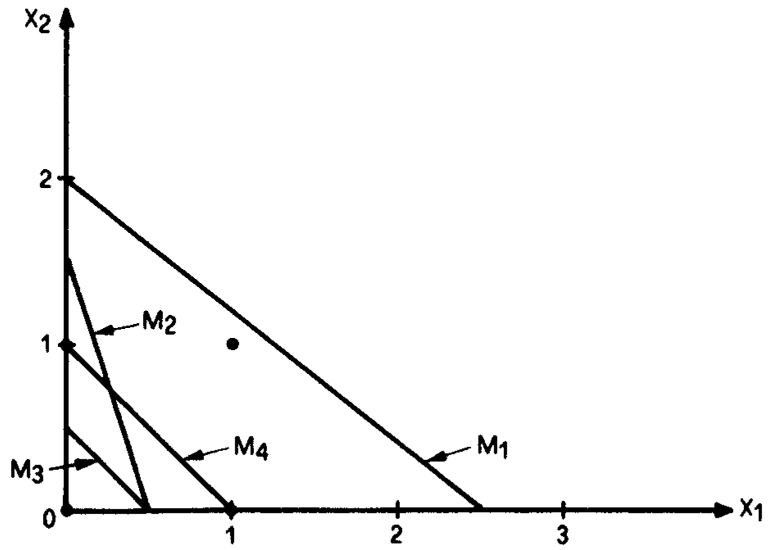



***Abb. 6***

In gewisser Weise sind unsere bisherigen Vorstellungen darüber, wie sich der Haushalt zwischen alternativen Konsumplänen entscheidet, unvollständig. Strapazieren wir unser kleines Beispiel noch einmal und nehmen an, jede Semmel koste 1 DM und die Budgetsumme von Herrn Z. betrage ebenfalls 1 DM; in diesem Fall gilt in Abbildung 6 die Budgetgerade $M_4$ und die Budgetmenge enthält alle möglichen Konsumpläne mit Ausnahme von $x^2$. Nun gibt es gleich zwei Konsumpläne – $x^1$ und $x^4$ –, die in der Präferenzordnung von Herrn Z. den höchsten Rang einnehmen. Irgendwie wird sich Herr Z. sicher entscheiden, aber unsere Entscheidungsregel reicht offensichtlich nicht aus, zu erklären, ob und warum er sich für $x^1$ oder $x^2$ entscheidet. Wir werden nicht versuchen, diese Lücke durch die Formulierung einer weiteren Annahme darüber zu schließen, wie sich ein Haushalt zwischen Güterbündeln entscheidet, die er sich in gleichem Maße wünscht. Statt dessen werden wir dieses recht diffizile Problem durch Einführung einer zusätzlichen Annahme über die Präferenzordnung, die wir später noch erläutern, einfach umgehen.

Besteht die Konsummenge nicht aus einer endlichen Zahl von Konsumplänen, sondern – wie wir ja angenommen haben – aus unendlich vielen Konsumplänen, so können wir uns die Präferenzordnung des Haushalts natürlich nicht als eine Liste veranschaulichen, in der die Güterbündel in der Reihenfolge ihrer Erwünschtheit angeordnet sind, denn diese Liste würde nie enden. Wir müssen deshalb die Vorstellung einer die Wünsche des Haushalts ausdrückenden Präferenzordnung in anderer Weise präzisieren.

Zu diesem Zweck verwenden wir sog. zweistellige Relationen; dies sind sprachliche Ausdrücke, in denen zwei Objekte (daher der Terminus „zweistellig") unter einem bestimmten Aspekt miteinander in Beziehung gesetzt oder, wie man auch sagen kann, unter einem bestimmten Aspekt geordnet werden. Am leichtesten läßt sich der Gedanke einer Präferenzordnung für alle möglichen Konsumpläne durch die Verwendung der Relation „... wird vom Haushalt als mindestens ebenso gut betrachtet wie ..." präzisieren. Wir wollen diesen recht langen sprachlichen Ausdruck durch das Zeichen $\succsim$ symbolisieren. „$x^1 \succsim x^2$" ist damit zu lesen als: „Konsumplan $x^1$ wird vom Haushalt als mindestens ebenso gut betrachtet wie Konsumplan $x^2$". Diese Relation soll nun die beiden folgenden Eigenschaften haben:

**Annahme 1:** Für alle $x$, $x'$ in $X$ gilt entweder $x \succsim x'$ oder $x' \succsim x$ oder beides **(Vollständigkeit).**

Diese Annahme besagt, daß der Haushalt jedes beliebige Paar von Güterbündeln unter dem Aspekt ihrer Erwünschtheit miteinander vergleichen kann und sich für eine der drei folgenden Möglichkeiten entscheidet:

(1) $x \succsim x'$, aber nicht $x' \succsim x$. Wenn der Haushalt $x$ als mindestens ebenso gut betrachtet wie $x'$, aber $x'$ nicht als mindestens ebenso gut wie $x$, so heißt dies, daß er den Konsumplan $x$ für besser hält als den Konsumplan $x'$, oder, wie wir statt dessen auch sagen: Konsumplan $x$ wird vom Haushalt dem Konsumplan $x'$ vorgezogen. Dies schreiben wir kurz als $x \succ x'$.

(2) $x' \succsim x$, aber nicht $x \succsim x'$. Dies bedeutet analog, daß der Haushalt den Konsumplan $x'$ dem Konsumplan $x$ vorzieht, also $x' \succ x$.

(3) $x \succsim x'$ und gleichzeitig $x' \succsim x$. Dies heißt offensichtlich, daß der Haushalt beide Konsumpläne als gleich gut betrachtet, oder, wie wir statt dessen auch sagen: Der Haushalt ist zwischen Konsumplan $x$ und Konsumplan $x'$ indifferent. Dies schreiben wir kurz als $x \sim x'$.

Damit läßt sich Annahme 1 auch in der folgenden Weise formulieren: Für jedes Paar von Konsumplänen $x$, $x'$ in $X$ gilt, daß der Haushalt entweder $x$ gegenüber $x'$ vorzieht oder $x'$ gegenüber $x$ vorzieht oder zwischen $x$ und $x'$ indifferent ist, oder, ausgedrückt in unserer Symbolsprache: Für alle $x$, $x'$ in $X$ gilt entweder $x \succ x'$ oder $x' \succ x$ oder $x \sim x'$.

**Annahme 2:** Für alle $x$, $x'$, $x''$ in $X$ gilt: Wenn $x \succsim x'$ und $x' \succsim x''$, dann auch $x \succsim x''$ **(Transitivität).**

Die Transitivitätsannahme besagt in Worten: Wenn der Haushalt Konsumplan $x$ als mindestens ebenso gut wie Konsumplan $x'$ und gleichzeitig Konsumplan $x'$ als mindestens ebenso gut wie Konsumplan $x''$ betrachtet, dann hält er auch Konsumplan $x$ für mindestens ebenso gut wie Konsumplan $x''$. Dies klingt ganz plausibel, und aus Annahme 1 und 2 zusammen ergeben sich einige weitere Schlußfolgerungen, die sich ebenfalls ganz vernünftig anhören, so z.B.:

(1) Wenn $x \succ x'$ und $x' \succ x''$, dann auch $x \succ x''$;

(2) Wenn $x \sim x'$ und $x' \sim x''$, dann auch $x \sim x''$;

(3) Wenn $x \succ x'$ und $x' \sim x''$, dann auch $x \succ x''$;

(4) Wenn $x \sim x'$ und $x' \succ x''$, dann auch $x \succ x''$.

Die Beweismethode für alle diese Schlußfolgerungen ist immer die gleiche. Man geht jeweils von der gegenteiligen Schlußfolgerung aus und zeigt, daß sich in diesem Fall ein Widerspruch ergibt. Wir wollen dies anhand von Schlußfolgerung (1) demonstrieren: Nehmen wir an, daß $x \succ x''$ falsch ist und statt dessen $x'' \succsim x$ gilt. Da aber $x' \succ x''$ und damit auch $x' \succsim x''$, ergibt sich nach Annahme 2 wegen $x' \succsim x''$ und $x'' \succsim x$, daß dann auch $x' \succsim x$ gelten muß. Dies widerspricht aber der Voraussetzung, von der wir in Schlußfolgerung (1) ausgegangen sind.

Mit den Annahmen 1 und 2 haben wir nun exakt definiert, was wir unter der Präferenzordnung des Haushalts verstehen wollen. Wenn Sie nun noch einmal zu unserem kleinen Beispiel für eine Präferenzordnung zurückkehren, das wir vorhin diskutiert haben, so werden Sie schnell feststellen, daß Vollständigkeit und Transitivität der Relation $\succsim$ genau die Eigenschaften sind, die auch im Falle einer endlichen Anzahl von Konsumplänen erfüllt sein müssen, damit man die Präferenzordnung des Haushalts in Form einer Liste schreiben kann, in der die Güterbündel in der Reihenfolge ihrer Erwünschtheit angeordnet sind.

Nachdem wir die Präferenzordnung definiert haben, müssen wir nun noch die Entscheidungsregel formulieren, die der Haushalt bei der Wahl des Konsumplans befolgt. Die Annahme der rationalen Wahl besagt, daß der Haushalt niemals einen Konsumplan x aus der Budgetmenge C wählt, wenn in C ein anderer Konsumplan x' enthalten ist, den er dem Konsumplan x vorzieht. Dies können wir so ausdrücken:

**Annahme 3:** Wird der Konsumplan x aus der Budgetmenge C gewählt, so gilt für alle x' in C: $x \succsim x'$ **(Rationale Wahl).**

Überlegen wir noch kurz, warum wir nicht behauptet haben, daß der Haushalt den bestmöglichen unter allen finanziell realisierbaren Konsumplänen wählt, warum also, wenn x aus C gewählt wird, nicht $x \succ x'$ für alle x' in C gelten soll. Wir haben eingangs schon auf das Problem hingewiesen, das uns diese Formulierung verbietet. Da wir Indifferenz zwischen Güterbündeln nicht ausgeschlossen haben, müssen wir mit der Möglichkeit rechnen, daß es gleichzeitig mehrere Konsumpläne in der Budgetmenge gibt, die in der Präferenzordnung des Haushalts den höchsten Rang einnehmen.

Die Annahmen 1, 2 und 3 ergeben zusammen eine spezielle Variante dessen, was man in der ökonomischen Theorie unter **rationalem Verhalten** versteht: Hat ein Entscheidungssubjekt eine Reihe von Alternativen zur Auswahl, so entscheidet es sich auf der Basis einer vollständigen und transitiven Präferenzordnung zugunsten der gemäß dieser Präferenzordnung als am besten erachteten Alternative. Diese Vorstellung bildet nicht nur die Grundlage der Haushaltstheorie, sondern Sie werden sie in nahezu allen mikroökonomischen Modellen wiederfinden, in denen die Entscheidungen von Wirtschaftssubjekten Gegenstand der Analyse sind.

## 2. Ergänzende Bemerkungen zur Annahme rationalen Verhaltens

### a) Zum Rationalitätsbegriff

Der Begriff „rational" wird gerne mit dem Begriff „vernünftig" assoziiert; nun wird aber „vernünftig" umgangssprachlich in sehr verschiedenem Sinne verwendet, und nicht in jeder dieser Bedeutungen deckt sich das, was man in der ökonomischen Theorie unter rationalem Verhalten versteht, mit dem, was man in der Alltagssprache unter vernünftigem Verhalten verstehen kann. Betrachten wir einen Konsumenten, der an extrem hohem Übergewicht leidet und sich bei der Wahl zwischen einem Schweinebraten mit Knödeln (Menü A) und einer Salatplatte (Menü B) zugunsten von A entscheidet. Wir sind leicht geneigt, ein solches Verhalten als unvernünftig zu bezeichnen, weil hohes Übergewicht die Ursache vieler Krankheiten sein kann und weil wir der Ansicht sind, die Menschen sollten auf ihre Gesundheit achten; und auch wenn der Konsument uns beteuert, der Schweinebraten schmecke eben besser als die Salatplatte, werden wir unsere Meinung, daß dies eine recht unvernünftige Einstellung sei, nicht revidieren. Als unvernünftig in diesem Sinne bezeichnen wir also das Handeln von Menschen, die sich nicht an bestimmten Wert- und Zielvorstellungen orientieren, die wir für richtig halten (in unserem Beispiel also etwa die Wertvorstellung, Gesundheit sei das „höchste Gut").

Auf dieser Ebene ist der Rationalitätsbegriff der Ökonomie nicht angesiedelt. Ob unser übergewichtiger Konsument auf seine Gesundheit achtet und daher aufgrund einer „vernünftigen" Präferenzordnung $B > A$ Menü B wählt oder ob er nur daran denkt, was ihm besser schmeckt, und deshalb aufgrund einer „unvernünftigen" Präferenzordnung $A > B$ Menü A wählt, er handelt in beiden Fällen rational im Sinne der ökonomischen Theorie. Der Rationalitätsbegriff bezieht sich also nur darauf, wie die Entscheidung zustande kommt, nicht aber auf das Ergebnis der Entscheidung selbst.

Als unvernünftig bezeichnen wir umgangssprachlich auch das Verhalten von Menschen, die in Verfolgung bestimmter Wert- oder Zielvorstellungen Entscheidungen treffen, die diesen Vorstellungen nicht angemessen sind. Hat z.B. unser übergewichtiger Konsument das Ziel, sein Gewicht zu reduzieren, und ißt er dennoch statt der Salatplatte den Schweinebraten, so empfinden wir ein solches Verhalten als irrational. In diesem Fall wäre die Entscheidung des Konsumenten auch irrational im Sinne der ökonomischen Theorie, denn angesichts des Kaloriengehalts der beiden Menüs sollte B von dem Konsumenten gegenüber A als besser betrachtet werden und nach dem Prinzip der rationalen Wahl die Entscheidung zugunsten von A fallen.

Betrachten wir das Problem von einer anderen Seite und fragen uns, unter welchen Bedingungen wir allein aus der Wahl eines bestimmten Konsumgüterbündels den Schluß ziehen könnten, daß sich ein Konsument irrational verhält. Aus dem eben Gesagten folgt offensichtlich, daß dies höchstens dann möglich wäre, wenn man von bestimmten Annahmen darüber ausginge, von welchen Motiven, Werten und Zielen sich der Haushalt bei seiner Konsumgüternachfrage leiten läßt. Genau dies tut aber die Haushaltstheorie nicht: Die Haushaltstheorie unterstellt lediglich, daß der Haushalt Güterbündel miteinander vergleichen und angeben kann, ob er ein Güterbündel einem anderen vorzieht oder zwischen beiden indifferent ist; dagegen wird keine Annahme darüber getroffen, in Hinblick auf welche Ziele oder aufgrund welcher Bewertungskriterien der Konsument die Güterbündel miteinander vergleicht. Bei Entscheidungsmodellen, in denen das Bewertungs- und Zielsystem des Entscheidungssubjekts nicht spezifiziert wird, spricht man von Modellen mit **formaler Rationalität**. Die Entscheidungsmodelle der Haushaltstheorie sind typische Beispiele für Modelle dieser Art.

Nicht jedes Entscheidungsmodell der mikroökonomischen Theorie ist ein Modell mit formaler Rationalität. Im nächsten Kapitel werden wir die Entscheidungen der Unternehmen analysieren. Wie die Haushalte die Wahl zwischen verschiedenen Konsumplänen haben, so haben die Unternehmen die Wahl zwischen verschiedenen Produktionsplänen, d.h. sie können entscheiden, welche Güter sie in welchen Mengen produzieren, und sie können im Rahmen der gegebenen technischen Möglichkeiten entscheiden, wie sie diese Güter produzieren (ob sie also z.B. mehr Arbeitskräfte und weniger Maschinen oder mehr Maschinen und weniger Arbeitskräfte einsetzen). Wieder werden wir annehmen, daß die Unternehmen eine Präferenzordnung aller möglichen Produktionspläne haben und jenen Produktionsplan realisieren, der gemäß ihrer Präferenzordnung der beste Produktionsplan ist. Im Unterschied zur Haushaltstheorie werden wir für die Unternehmung aber eine Annahme darüber treffen, aufgrund welches Bewertungskriteriums ein Unternehmen Produktionspläne miteinander vergleicht, und wir werden annehmen, daß dieses Bewertungskriterium der Gewinn ist. Die Unternehmung ordnet also die Produktionspläne nach dem mit ihnen verbundenen Gewinn, und die Wahl der bestmöglichen Alternative bedeutet damit nichts anderes als die Wahl des Produktionsplans mit dem höchstmöglichen Gewinn. Bei Modellen, in denen das Bewertungssystem des Entscheidungssubjekts konkretisiert ist, spricht man von Modellen mit **substantieller Rationalität**. Das Entscheidungsmodell, das wir für die Unternehmung entwickeln werden, ist ein typisches Beispiel für Modelle dieser Art.

### b) Präferenzordnung, Unsicherheit und optimaler Konsumplan

Analysieren wir die Entscheidung eines Haushalts noch einmal etwas näher. Betrachten wir einen Konsumenten, der am Abend nach getaner Arbeit etwas Unterhaltung sucht; er habe nur zwei Wahlmöglichkeiten: den Besuch einer Theatervorstellung (Konsumplan A) oder einer Kinovorstellung (Konsumplan B). Im Theater spielt man eine griechische Tragödie, im Kino wird ein spannender Western gezeigt. Nehmen Sie an, der Konsument sei ein Westernfan und finde griechische Tragödien ziemlich langweilig. Unter diesen Umständen wird er lieber ins Kino gehen, denn die Realisierung von Konsumplan B hat zur Folge, daß er sich gut unterhalten wird, während die Realisierung von Konsumplan A zur Folge hat, daß er sich den ganzen Abend langweilen wird. Bemühen wir als zweites Beispiel wieder unseren übergewichtigen Konsumenten, der die Wahl zwischen kalorienreichen und kalorienarmen Speisen hat. Wenn der Konsument abnehmen will, so wird er eine Salatplatte einem Schweinebraten vorziehen, denn der Genuß kalorienreicher Gerichte ist mit der Konsequenz einer weiteren Gewichtszunahme, der Genuß kalorienarmer Gerichte dagegen mit der Konsequenz einer Gewichtsabnahme verbunden.

Beide Fälle zeichnen sich dadurch aus, daß die Präferenzordnung der Konsumpläne offensichtlich auf der Präferenzordnung der Konsequenzen beruht, mit denen die Wahlmöglichkeiten verbunden sind: Der erste Konsument zieht es vor, sich gut zu unterhalten, statt sich zu langweilen, der zweite Konsument zieht es vor abzunehmen, statt weiter zuzunehmen. Der optimale Konsumplan ist damit der Konsumplan, der hinsichtlich der den Haushalt interessierenden Konsequenzen, die mit der Entscheidung zugunsten dieses Konsumplans verbunden sind, der beste Konsumplan ist.

Dies klingt ganz selbstverständlich, ja geradezu trivial. Es zeigt sich aber schnell, daß eine solche Interpretation rationalen Verhaltens nur in seltenen Fällen möglich ist, und zwar deshalb, weil dem Entscheidungssubjekt in aller Regel die Konsequenzen, die die Wahl einer Handlungsalternative nach sich zieht, nicht genau bekannt sind. Bei der Konsumgüternachfrage des Haushalts kommt Unsicherheit über die Konsequenzen von Alternativen auf zweierlei Weise ins Spiel:

1. Den Konsumenten sind die sie interessierenden Güterqualitäten häufig nicht oder nur ungenau bekannt. Wenn Sie im Restaurant ein Menü bestellen, so ist es leicht möglich, daß das, was Sie tatsächlich essen werden, wenig mit dem zu tun hat, was

Sie sich bei der Bestellung ausgemalt hatten, und daß Sie in Hinblick auf die Konsequenzen Ihrer Wahl – etwa, ob das Essen Ihnen schmeckt oder ob Sie satt werden – mit der Bestellung eines anderen Gerichts besser beraten gewesen wären. Ein Konsument mag ein gut funktionierendes Farbfernsehgerät einer schlecht funktionierenden Waschmaschine und umgekehrt eine zuverlässig arbeitende Waschmaschine einem Farbfernsehgerät vorziehen, bei dem kurz nach Ablauf der Garantiezeit die erste teure Reparatur fällig wird. Die Alternativen des Haushalts bestehen in Wirklichkeit leider nur in Waschmaschinen oder Farbfernsehgeräten von jeweils nicht genau bekannter Qualität, und so muß der optimale Konsumplan im Sinne der Präferenzordnung der Wahlmöglichkeiten hinsichtlich der Konsequenzen der Entscheidung keineswegs optimal sein.

2. Eine weitere Quelle der Unsicherheit sind fehlende Informationen über die Umstände, unter denen man Güter konsumiert. Betrachten Sie beispielsweise einen Konsumenten, der sich überlegt, ob er zwei Wochen Urlaub in dem am Mittelmeer gelegenen Hotel A oder in dem in den Alpen gelegenen Hotel B verbringen soll. Angenommen, der Konsument sei über die Qualität der Unterbringung und Verpflegung in den beiden Hotels umfassend und korrekt informiert, ob er mit seinem Urlaub zufrieden ist, hänge daneben aber auch vom Wetter ab. Das Wetter kann aber sowohl in den Alpen wie am Mittelmeer gut oder schlecht sein, und so können sich die folgenden vier Situationen $S_1, \ldots, S_4$ ergeben:

| Alternative | gutes Wetter | schlechtes Wetter |
|---|---|---|
| Hotel A | $S_1$ | $S_2$ |
| Hotel B | $S_3$ | $S_4$ |

Unterstellen wir die Präferenzordnung $S_3 > S_1 > S_4 > S_2$. Leider kann sich der Konsument das Wetter nicht aussuchen, sondern nur zwischen den beiden Hotels wählen; und somit haben wir wieder den Fall, daß der optimale Konsumplan nicht optimal im Sinne der Konsequenzen der Entscheidung sein muß: Wenn der Haushalt aufgrund der Präferenzordnung $B > A$ Hotel B wählt und während der Urlaubszeit am Mittelmeer die Sonne scheint, während es in den Bergen regnet, so hätte sich der Haushalt besser gestellt, wenn er Hotel A gebucht hätte.

Für die Analyse der Probleme, mit denen sich die Haushaltstheorie befaßt, ist die Frage, ob Entscheidungen bei Sicherheit oder unter Unsicherheit über die resultierenden Konsequenzen getroffen werden, nicht weiter von Bedeutung. Diese Frage spielt dagegen eine wichtige Rolle bei den Problemen, mit denen wir uns später beschäftigen werden, nämlich den Problemen des Gleichgewichts und der Wohlfahrt in einem marktwirtschaftlich organisierten Wirtschaftssystem. Da gleichgewichts- und wohlfahrtstheoretische Analysen sehr schwierig sind, wenn man Risiko- und Unsicherheitselemente einbezieht, und wir hier nur ein ganz einfaches Modell eines marktwirtschaftlichen Systems entwickeln wollen, werden wir im folgenden von einer sehr gravierenden Prämisse ausgehen: Wir unterstellen, daß alle Wirtschaftssubjekte – sowohl die Haushalte wie die Unternehmen – die sie betreffenden Konsequenzen ihrer Entscheidungen genau kennen. Für die Konsumgüternachfrage des Haushalts bedeutet dies, daß der Haushalt sowohl über die ihn interessierenden Qualitäten der Konsumgüter wie auch über die für ihn wesentlichen Umstände, unter denen er die Güter konsumiert, vollständige und richtige Informationen besitzt. Unter diesen Voraussetzungen ist der optimale Konsumplan also auch der beste Konsumplan in Hinblick auf die Folgen der Entscheidung des Haushalts.

### c) Zur Transitivitätsannahme

Die Transitivitätsannahme ist auf den ersten Blick ganz unproblematisch. Wenn jemand, auf seine Präferenzen gegenüber verschiedenen Obstsorten befragt, antwortet, er möge Orangen lieber als Äpfel, Äpfel lieber als Birnen und Birnen wiederum lieber als Orangen, so empfinden wir diese Antwort als widersprüchlich, und vermutlich können wir uns einiger Zweifel an der geistigen Klarheit des Antwortenden nicht ganz erwehren. So erscheint es nur natürlich, daß die Haushaltstheorie auf der Transitivitätsannahme aufbaut. Man sollte jedoch nie vorschnell urteilen: Die beiden folgenden Beispiele werden zeigen, daß wir manchmal auch bereit sind, Intransitivitäten in der Präferenzordnung als ganz normal zu akzeptieren.

Stellen Sie sich einen Arbeitnehmer vor, der, unzufrieden mit seinem bisherigen Arbeitsplatz, nach einer anderen Stelle sucht. Er erhält von drei Firmen A, B und C, die an unterschiedlichen Orten ansässig sind, ein jeweils gleich gut dotiertes Angebot. Bei seinen Überlegungen, welche Stelle er annehmen soll, stützt sich der Arbeitnehmer auf drei Entscheidungskriterien: die Attraktivität des Aufgabenbereichs an seinem neuen Arbeitsplatz ($E_1$), Freizeit- und Erholungsmöglichkeiten ($E_2$) und die schulischen und beruflichen Ausbildungsmöglichkeiten für seine Kinder ($E_3$) am Ort des neuen Arbeitsplatzes. Unter Zugrundelegung jeweils eines Entscheidungskriteriums habe der Arbeitnehmer folgende Präferenzordnung:

$$E_1\colon\ A \succ B \succ C\,,$$
$$E_2\colon\ C \succ A \succ B\,,$$
$$E_3\colon\ B \succ C \succ A\,.$$

Würde sich der Arbeitnehmer nur an einem Entscheidungskriterium orientieren, wäre die Entscheidung kein Problem; da ihm aber alle Kriterien wichtig sind, ist die Lage etwas verwickelt. Nach einigem Nachdenken kommt er zu folgendem Ergebnis: Er zieht A gegenüber B vor, da A zwar die schlechteren Ausbildungsmöglichkeiten hat, aber einen interessanteren Aufgabenbereich und einen höheren Freizeitwert bietet als B. Bei einem entsprechenden Vergleich zwischen B und C neigt er B zu, denn B schneidet nur hinsichtlich des Freizeitwerts schlechter als C, sonst aber besser als C ab. Schließlich gibt er C gegenüber A den Vorzug, da er sich für die eher langweilige Tätigkeit in C durch ein angenehmeres Leben nach Feierabend entschädigt sieht und zudem die schulische Versorgung der Kinder besser als in A ist. All dies klingt recht einleuchtend, denn der Arbeitnehmer gibt ja beim Vergleich zweier Alternativen jeweils der den Vorzug, die er nach der Mehrzahl der Entscheidungskriterien als besser betrachtet; und doch resultiert aus diesen Überlegungen offensichtlich eine intransitive Präferenzordnung: Es gilt nämlich $A \succ B$ und $B \succ C$, aber nicht $A \succ C$, sondern umgekehrt $C \succ A$! Da man eine solche Präferenzordnung auch als $A \succ B \succ C \succ A$ schreiben kann, spricht man bei Intransitivitäten dieser Art von ringförmigen Präferenzen (eine hübsche literarische Illustration hierfür findet sich in dem Grimmschen Märchen vom „Hans im Glück").

Nun haben wir ringförmige Präferenzen mit gutem Grund ausgeschlossen. Wie Sie leicht nachprüfen können, ist es bei einer solchen Präferenzordnung nicht möglich, Wahlhandlungen durch die Hypothese der rationalen Wahl zu erklären (wie immer sich der Arbeitnehmer entscheidet, in jedem Fall befindet sich unter den Arbeitsplatzangeboten, die er ausgeschlagen hat, eines, das er für besser hält als jenes, das er akzeptiert hat). Andererseits wird man schwerlich eine alternative, auch nur halbwegs vernünftig erscheinende Verhaltensmaxime finden, mit der sich Entscheidungen auch im Falle ringförmiger Präferenzen widerspruchsfrei erklären ließen.

Betrachten wir ein weiteres Beispiel. Ein Elternpaar möchte seinem Sohn anläßlich einer mit großem Erfolg bestandenen Schulprüfung eine Freude machen und bietet ihm als Geschenk einen dreiwöchigen Urlaub an der Nordsee (N) oder in den Alpen (A) an. Nehmen wir an, der Sohn betrachte beide Urlaubsziele als gleich attraktiv, es gelte also $A \sim N$. Um ihrem Sohn die Entscheidung etwas zu erleichtern, machen die Eltern ihm folgenden Vorschlag: Wenn er sich für N entscheidet, bekommt er zusätzlich 1 DM Taschengeld geschenkt. Wir können uns ohne Schwierigkeiten vorstellen, daß dieses Angebot dem Sohn die Entscheidung darüber, wohin er fahren soll, überhaupt nicht erleichtert, daß also auch $A \sim N + 1$ DM gilt, denn worin besteht schon der Unterschied zwischen einem Urlaub, bei dem man alle „Extras" selbst finanzieren muß, und einem Urlaub, bei dem man „Extras" in Höhe von 1 DM finanziert bekommt? Denken wir uns nun eine ganze Reihe weiterer Alternativen: N + 1 DM oder A + 2 DM, A + 2 DM oder N + 3 DM, N + 3 DM oder A + 4 DM, ... usw. ..., bis N + 999 DM oder A + 1000 DM. Wieder können wir uns leicht vorstellen, daß der Sohn zwischen diesen Paaren von alternativen Angeboten jeweils indifferent ist, daß also gilt:

$$\begin{aligned} A &\sim N + 1\,\text{DM}, \\ N + 1\,\text{DM} &\sim A + 2\,\text{DM}, \\ A + 2\,\text{DM} &\sim N + 3\,\text{DM}, \\ N + 3\,\text{DM} &\sim A + 4\,\text{DM}, \\ &\vdots \\ N + 999\,\text{DM} &\sim A + 1000\,\text{DM}, \end{aligned}$$

denn was macht schon eine Mark mehr oder weniger Taschengeld aus?

Sollen wir nun aber annehmen, daß es dem Sohn auch gleich ist, ob er einen dreiwöchigen Urlaub in den Bergen ohne Taschengeld oder denselben Urlaub und dazu noch 1000 DM Taschengeld geschenkt bekommt? Dies ist recht unwahrscheinlich, und doch folgt genau dies aus der Tatsache, daß wir Transitivität auch für die Indifferenzrelation angenommen haben.

Das Problem, auf das wir hier gestoßen sind, besteht darin, daß Menschen ungleiche Objekte, Zustände oder Sachverhalte (seien dies Paare von Güterbündeln oder – wie in unserem Beispiel – Kombinationen von Gütern und Geldsummen oder auch ganz andere Paare von Alternativen wie etwa unterschiedliche Temperaturen oder Farbtöne) nur dann als unterschiedlich beurteilen, empfinden oder wahrnehmen können, wenn die Unterschiede nicht zu gering sind, oder umgekehrt, wenn die Unterschiede ein gewisses Mindestmaß – die sog. Fühlbarkeitsschwelle – überschreiten. Diese zweite Art von Intransitivität läßt sich im Unterschied zum Fall ringförmiger Präferenzen noch mit der Annahme rationalen Verhaltens vereinbaren, indem man die Transitivitätsannahme etwas weniger streng formuliert, als wir dies getan haben. Freilich werden Entscheidungsmodelle dann sehr kompliziert, und wir wollen das Problem der Fühlbarkeitsschwellen deshalb hier einfach übergehen. Wir hoffen aber, Ihnen anhand dieses Beispiels deutlich genug demonstriert zu haben, daß scheinbar harmlose und selbstverständliche Annahmen Implikationen haben können, die man nicht mehr als im gleichen Maße selbstverständlich und plausibel zu akzeptieren bereit ist.

Die Transitivitätsannahme wirft noch ein weiteres Problem auf, das wir im Rahmen dieser Einführung ebenfalls nur kurz andeuten können. Besteht ein Haushalt aus mehr als einer Person, so ist es nicht selbstverständlich, daß dieser Haushalt eine transitive Präferenzordnung hat, selbst wenn die Präferenzordnungen aller Familienmitglieder transitiv sind. Bemühen wir wieder unsere Familie und nehmen an, diese plane ihre Ferienreise; neben den Alpen (A), der Nordsee (N) stehe als drittes Urlaubsziel Griechenland (G) zur Debatte. Die Familienmitglieder mögen folgende Präferenzen haben:

Vater: $A \succ N \succ G$,
Mutter: $G \succ A \succ N$,
Sohn: $N \succ G \succ A$.

Es ist nun nicht recht zu sehen, auf welche Weise der Haushalt als Gesamtheit aller Familienmitglieder zu einer transitiven Präferenzordnung kommt. Wir können einfach nur annehmen, daß es irgendeinen Prozeß der Verständigung und Einigung in der Familie gibt, der zu einer transitiven Präferenzordnung des Haushalts führt, ohne daß wir in der Lage sind, anzugeben, wie ein solcher Verständigungsprozeß beschaffen sein muß. In diesem Zusammenhang ist es interessant, zu sehen, daß eine Verständigung in Form eines demokratischen Abstimmungsverfahrens, in dem jeweils über Paare von Alternativen abgestimmt wird, nicht zu einer transitiven Präferenzordnung führt. Bei den obengenannten Präferenzen der Familienmitglieder würde man nämlich folgende Abstimmungsresultate erhalten:

- Abstimmung über A oder N: zwei Stimmen gegen eine Stimme für A;
- Abstimmung über G oder N: zwei Stimmen gegen eine Stimme für N;
- Abstimmung über A oder G: zwei Stimmen gegen eine Stimme für G.

Wollte man die Präferenzordnung des Haushalts aufgrund dieser Abstimmungsergebnisse konstruieren, so würde sich offensichtlich eine ringförmige Präferenzordnung $A \succ N \succ G \succ A$ ergeben.

## 3. Zusätzliche Annahmen über die Präferenzordnung

Eine Theorie der Konsumnachfrage, die allein auf der Hypothese rationalen Verhaltens basiert, ist recht unbefriedigend, da sie uns nicht mehr zu sagen erlaubt, als daß der Haushalt bei gegebenem Einkommen und gegebenen Güterpreisen ein Güterbündel nachfragen wird, das er für besser (oder zumindest nicht schlechter) hält als andere Güterbündel, die er sich in der betreffenden Preis-Einkommens-Konstellation ebenfalls leisten könnte. Wir werden deshalb noch einige weitere Annahmen einführen, die alle bestimmte Eigenschaften der Präferenzordnung des Haushalts beschreiben. Aufgrund dieser zusätzlichen Annahmen werden wir sehr viel mehr über die Konsumnachfrage des Haushalts aussagen können. So wird sich etwa zeigen, um ein wichtiges Resultat unserer Analyse vorwegzunehmen, daß der Haushalt auf jede Veränderung eines Güterpreises mit der Wahl eines anderen Konsumplans reagiert. Was Sie dabei immer im Auge behalten müssen, ist die Tatsache, daß jedes Ergebnis unserer Analyse eine Implikation der Modellannahmen ist und eine Änderung der Annahmen möglicherweise zu ganz anderen Resultaten führen kann. Wir werden deshalb im Rahmen unserer Modellanalyse an einzelnen Stellen auch überprüfen, wie sich andere denkbare Annahmen über die Präferenzen auf das Nachfrageverhalten des Haushalts auswirken.

### a) Nichtsättigung

Die erste zusätzliche Annahme, die wir treffen, ist, daß der Haushalt lieber mehr als weniger Güter verbraucht, oder genauer formuliert, wir nehmen an, daß der Haushalt einen Konsumplan x dem Konsumplan x' vorzieht, wenn x von allen Gütern mindestens ebensoviel wie x' und mindestens von einem Gut mehr als x' enthält. Wir wollen auch diese – **Nichtsättigungsannahme** genannte – Hypothese kurz gefaßt zum Ausdruck bringen und uns zu diesem Zweck zunächst mit der folgenden Schreibweise vertraut machen. Vergleichen wir die Gütermengen in zwei Konsumplänen $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ und $x' = \{x'_1, x'_2, \ldots, x'_n\}$, so schreiben wir

- für den Fall, daß die beiden Konsumpläne von jedem Gut die gleiche Menge enthalten ($x_1 = x'_1, x_2 = x'_2, \ldots, x_n = x'_n$): $x = x'$;
- für den Fall, daß x von jedem Gut mehr enthält als x' ($x_1 > x'_1, x_2 > x'_2, \ldots, x_n > x'_n$): $x > x'$;
- für den Fall, daß x von jedem Gut mindestens so viel enthält wie x', wir aber die Möglichkeit nicht ausschließen wollen, daß $x = x'$ ($x_1 \geqq x'_1, x_2 \geqq x'_2, \ldots, x_n \geqq x'_n$): $x \geqq x'$; und schließlich
- für den Fall, daß x von jedem Gut mindestens die gleiche Menge wie x' und mindestens von einem Gut mehr als x' enthält ($x_1 \geqq x'_1, x_2 \geqq x'_2, \ldots, x_n \geqq x'_n$ und $x \neq x'$): $x \geq x'$.

Damit können wir die Annahme der Nichtsättigung so formulieren:

**Annahme 4:** Für alle x, x' in X gilt: Wenn $x \geq x'$, dann $x \succ x'$.

Diese Annahme, die – allerdings in einer sehr speziellen Weise – zum Ausdruck bringt, daß der Haushalt Güter als gut betrachtet, ist in vielen Fällen sicherlich plausibel; sie ist aber nicht ganz so selbstverständlich, wie sie auf den ersten Blick vielleicht erscheinen mag. Zunächst impliziert diese Annahme ein extrem feines Wahrnehmungsvermögen bzw. die Nichtexistenz von Fühlbarkeitsschwellen, ein Problem, das wir schon im Zusammenhang mit der Transitivitätsannahme angesprochen haben. Lassen wir diesen Einwand beiseite und betrachten für einen Moment die Situation, daß jemand zum Abendessen eingeladen wird und die Wahl zwischen drei Menüs A, B und C hat, die sich nur in der Größe der Portionen, nicht aber qualitativ voneinander unterscheiden. Menü A sei so reichlich, daß unser Gast, falls er sich für A entscheidet, auf den Tellern und Platten mehr zurücklassen würde, als er essen könnte, mit Menü B möge er gerade satt werden, Menü C schließlich enthalte so kleine Portionen, daß der Gast auch nach dem Essen noch Hunger hätte. Welches Menü wird der Gast nun wählen? Aus Annahme 4 folgt wegen $A > B > C$ die Präferenzordnung $A \succ B \succ C$; damit sollte er sich für A entscheiden. Aber vielleicht denkt unser Gast auch an seine ohnehin schon etwas füllige Figur oder daran, daß er mit vollem Magen sehr schlecht schläft, und wählt Menü C, um sich durch seinen knurrenden Magen nicht in Versuchung bringen zu lassen, mehr zu essen, als ihm guttut. Leidet unser Gast nicht unter diesen lästigen Problemen und möchte sich gerne satt essen, so wird er zwar A und B gegenüber C vorziehen, aber warum sollte er zwischen A und B nicht indifferent sein, wo doch beide Menüs reichlich genug sind, um seinen Hunger zu stillen? Dieser Fall illustriert ein Argument, das manchmal kritisch gegen die Nichtsättigungshypothese vorgetragen wird, nämlich die Existenz physiologischer Sättigungsgrenzen. Allzuweit trägt dieser Einwand freilich nicht, denn es könnte ja sein, daß der Gast außer dem Bedürfnis, sich satt zu essen, auch eine Schwäche für einen opulent gedeckten Tisch hat und deshalb A gegenüber B vorzieht! Umgekehrt können wir uns ebensogut vorstellen, daß der Gast B gegenüber A vorzieht, sei es, weil der bloße Anblick überfüllter Teller ihm den Appetit verdirbt oder weil der Gedanke daran, daß bei einer Wahl von A der größte Teil des guten Essens im Abfalleimer landet, moralische Skrupel bei ihm wachruft.

Es ist uns nicht schwergefallen, für nahezu jede Präferenzordnung plausible Erklärungen anzubieten; unser simples Beispiel illustriert damit deutlich genug, daß die Dinge in Wirklichkeit nicht ganz so eindeutig liegen, wie wir mit Annahme 4 unterstellen. Dennoch wollen wir uns nicht zu viel Kopfzerbrechen darüber machen, daß die Nichtsättigungsannahme in dieser Form in der Realität sicher nicht in jedem Fall zutrifft. Sie dürfen vor allem nicht vergessen, daß der Haushalt seine Wahlentscheidung nicht innerhalb des ganzen Konsumraums, sondern nur innerhalb des Budgetraums treffen kann. Im Bereich normaler Einkommen kann man aber die Annahme der Nichtsättigung für einen großen Teil der Konsumgüter als eine akzeptable Hypothese betrachten.

Zum Schluß unserer kurzen Überlegungen zur Plausibilität der Nichtsättigungsannahme sei noch vor einem Trugschluß in der Diskussion über das Für und Wider um diese Annahme gewarnt. Die Tatsache, daß die meisten Menschen auch bei sehr hohem Einkommen noch Konsumwünsche haben, die ihre finanziellen Möglichkeiten übersteigen, ist kein Argument, das zur Stützung dieser Annahme herangezogen werden kann. Unbefriedigte Konsumwünsche müssen ja nicht auf den Mehrkonsum von Gütern zielen, die man bereits konsumiert, sondern sie können sich ebenso auf den Konsum von Gütern beziehen, die man sich nach der Befriedigung der als vergleichsweise dringender empfundenen Konsumbedürfnisse nicht mehr leisten kann.

Die Nichtsättigungshypothese hat zwei wichtige Implikationen, die wieder anhand des Zwei-Güter-Falls graphisch erläutert werden sollen. Zunächst folgt aus Annahme 4, daß der Haushalt bei jedem beliebigen Güterpreisvektor und jedem beliebigen Einkommen sein ganzes Einkommen für Konsumgüter verausgabt. Betrachten Sie Abbildung 7: Nehmen wir an, der Haushalt wähle Konsumplan x, also einen Konsumplan unterhalb der Budgetgeraden. Legt man nun durch x Parallelen zu den Koordinaten der Konsumebene, so erhält man in der Budgetebene eine dreieckige Fläche mit den Eckpunkten x, P und Q. Für alle Punkte x' (x' $\neq$ x) dieser Fläche gilt nun offensichtlich x' $\geq$ x; aus Annahme 4 folgt x' $\succ$ x, und damit widerspricht die Wahl von x der Annahme der rationalen Wahl. Hieraus folgt unmittelbar, daß der optimale Konsumplan nur auf der Budgetgeraden liegen kann.

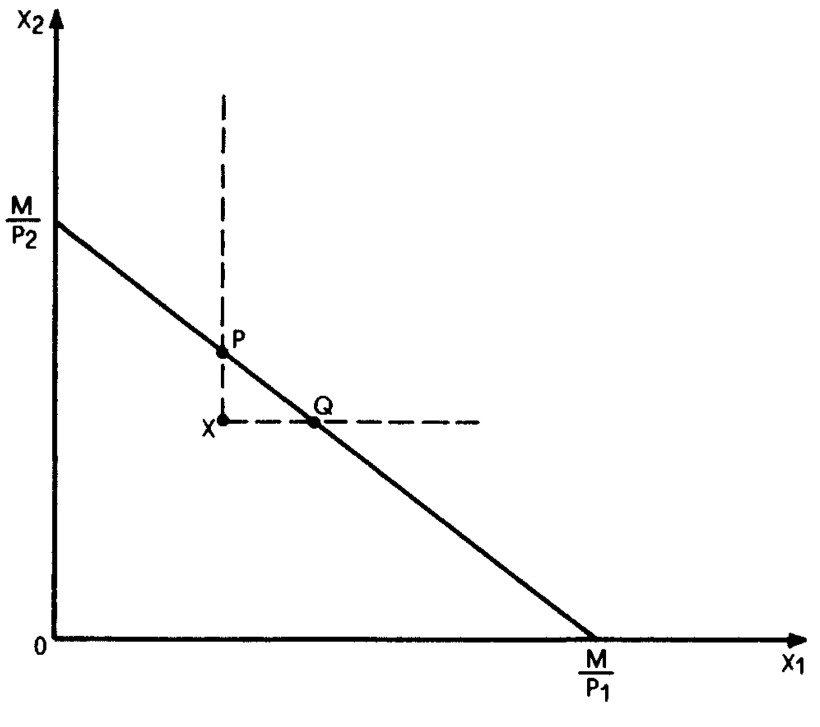



*Abb. 7*

Die zweite Folgerung aus der Nichtsättigungsannahme ist, daß ein Haushalt zwischen zwei Konsumplänen x und x' nur unter bestimmten Bedingungen indifferent sein kann. Gilt $x \geq x'$, so folgt $x \succ x'$, gilt dagegen $x' \geq x$, so folgt $x' \succ x$. Hieraus ergibt sich, daß $x \sim x'$ nur dann möglich ist, wenn x mindestens von einem Gut mehr enthält als x' und gleichzeitig x' mindestens von einem Gut mehr enthält als x. Vergegenwärtigen wir uns diesen Sachverhalt graphisch. In Abbildung 8 ist in der Konsumebene ein weiteres Koordinatenkreuz mit dem Ursprung im Konsumplan x eingezeichnet. Aus Annahme 4 folgt, daß alle Punkte des nordöstlichen Quadranten x vorgezogen werden, x wiederum allen Punkten des südwestlichen Quadranten vorgezogen wird. Dabei ist zu beachten, daß auch für alle x' ($x' \neq x$) auf den Achsen des Koordinatensystems durch x nur $x \succ x'$ oder $x' \succ x$, nicht aber $x \sim x'$ gelten kann. Über die Präferenzbeziehungen zwischen x und den Konsumplänen innerhalb der beiden schraffierten Quadranten läßt sich dagegen aus der Nichtsättigungsannahme keine Aussage ableiten; hier können sowohl Konsumpläne x' mit $x \succ x'$ oder $x' \succ x$ oder $x \sim x'$ liegen (letztere also nur in diesen beiden Quadranten!).

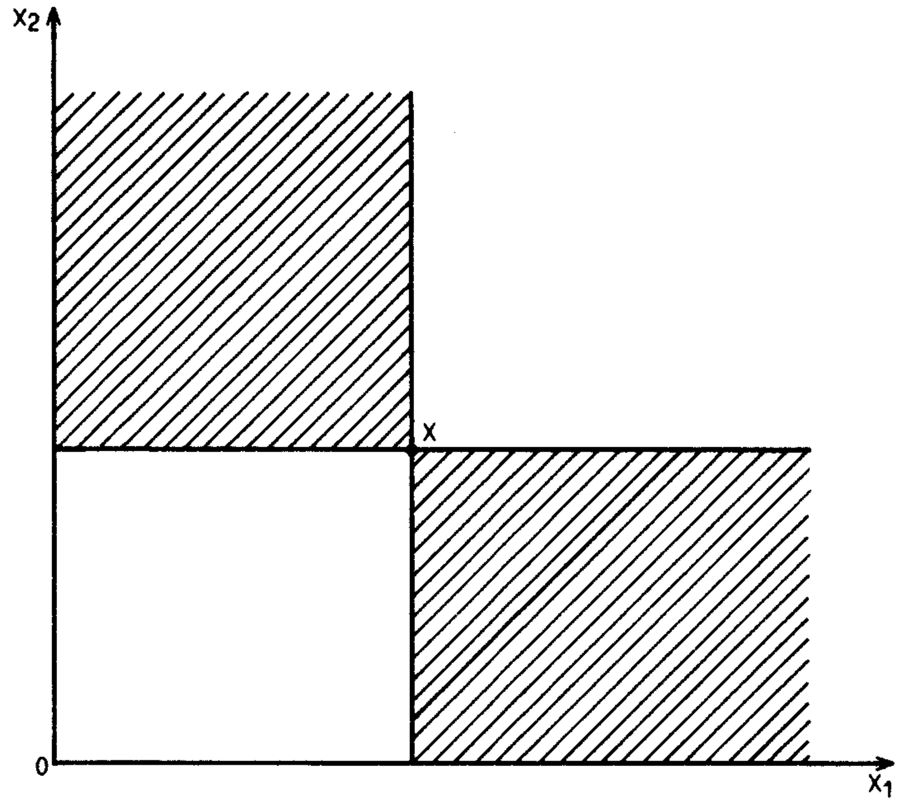



***Abb. 8***

## b) Stetigkeit der Präferenzen

Die nächste Annahme, die wir treffen wollen, ist die, daß der Haushalt **stetige Präferenzen** hat. Das Konzept stetiger Präferenzen ist nicht ganz einfach, und wir werden deshalb nicht eine allgemeine und formal präzise Definition dieses Begriffs entwikkeln, sondern wir wollen nur versuchen, Ihnen die Bedeutung dieser Annahme anhand des Zwei-Güter-Falls und unter Voraussetzung der Nichtsättigungsannahme klarzumachen (obwohl Präferenzen auch dann stetig sein können, wenn es für einzelne oder alle Güter Sättigungsgrenzen gibt).

Betrachten Sie in Abbildung 9 den Konsumplan x. Legen wir eine beliebige Gerade durch den Ursprung in die Konsumebene hinein. Bewegt man sich auf dieser Geraden vom Ursprung aus nach oben, so muß man, um irgendeinen Punkt zu erreichen, der x vorgezogen wird, erst alle Punkte überschreiten, denen der Konsumplan x vorgezogen wird. Unterstellen wir zum Beweis das Gegenteil und nehmen an, auf G befände sich oberhalb eines Punktes x', für den $x' > x$ gilt, ein Punkt $x^0$, für den $x > x^0$ gilt. Aus $x' > x$ und $x > x^0$ folgt aber $x' > x^0$; dies widerspricht der Nichtsättigungsannahme, die $x^0 > x'$ verlangt. Wir geraten gleichermaßen in einen Widerspruch, wenn wir annehmen, auf G gebe es unterhalb eines Punktes, dem x vorgezogen wird, einen Punkt, den der Haushalt höher einschätzt als x.

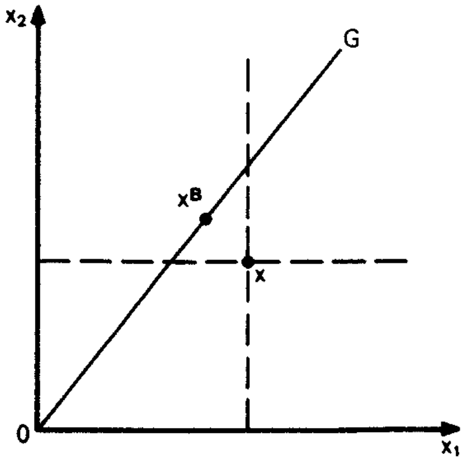



*Abb. 9*

Damit muß es auf der Geraden G einen Konsumplan geben, der sich dadurch auszeichnet, daß alle Punkte auf der Geraden oberhalb dieses Konsumplans gegenüber x vorgezogen werden und x allen Punkten auf der Geraden unterhalb dieses Konsumplans vorgezogen wird; nennen wir diesen Konsumplan $x^B$. Für die beiden Konsumpläne $x^B$ und x muß nun, wie für jedes andere Paar von Konsumplänen auch, entweder $x^B > x$ oder $x > x^B$ oder $x \sim x^B$ gelten. Die Annahme der Stetigkeit der Präferenzen besagt nun einfach, daß für den Konsumplan $x^B$ nur die dritte Möglichkeit zutreffen darf: Für den Konsumplan, der auf einer beliebigen Geraden durch den Ursprung in die Konsumebene die Grenze zwischen den Konsumplänen bildet, die der Haushalt für besser als x hält, und den Konsumplänen, die er für schlechter als x hält, muß gegenüber x die Indifferenzrelation gelten.

Bezeichnen wir die zu einem bestimmten Konsumplan x gehörenden Konsumpläne $x^B$ als die Menge B(x), so können wir die Stetigkeitsannahme wie folgt formulieren:

**Annahme 5:** Für alle x in X gilt: Gehört ein Konsumplan x' zu B(x), so gilt $x' \sim x$.

Veranschaulichen wir uns die Bedeutung dieser Annahme nochmals etwas plastischer. Wenn wir uns auf irgendeiner Geraden durch den Ursprung nach oben bewegen, so ist es nicht möglich, daß wir abrupt von einem Punkt, dem x vorgezogen wird, zu einem Punkt kommen, der x vorgezogen wird. Da auf jeder Geraden ein zu B(x) gehörender Konsumplan x' existiert und für alle diese Konsumpläne $x' \sim x$ gilt, müssen wir bei der Bewegung von einem gegenüber x schlechteren zu einem gegenüber x besseren Konsumplan immer einen Konsumplan passieren, den der Haushalt für ebenso gut hält wie x.

Man kann sich leicht klarmachen, daß man, wenn man alle Konsumpläne, die der Haushalt für ebenso gut hält wie x, in die Konsumebene einzeichnet, eine stetige (d.h. keine Lücken oder Sprungstellen aufweisende) und abwärts verlaufende Kurve erhält. Eine solche Kurve, also der geometrische Ort aller Konsumpläne, zwischen denen der Haushalt indifferent ist, wird **Indifferenzkurve** genannt. Prüfen wir zunächst, warum eine Indifferenzkurve nur eine fallende Kurve sein kann. In Abbildung

10 sind Indifferenzkurven mit steigenden und parallel zu den Achsen verlaufenden Abschnitten skizziert. Greifen wir aus jedem dieser Abschnitte ein Paar von Konsumplänen $x'$, $x''$ heraus.

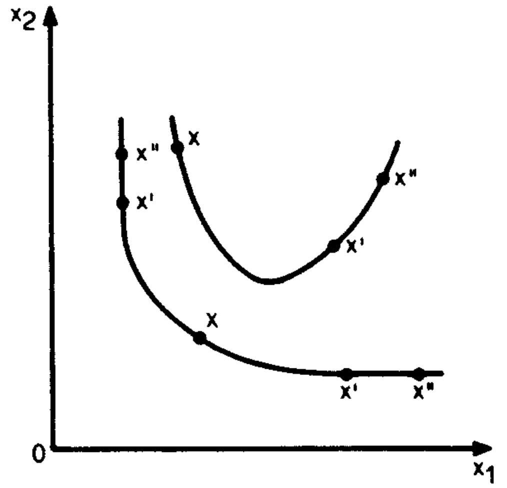



***Abb. 10***

Für jedes dieser Paare gilt definitionsgemäß $x' \sim x$ und $x'' \sim x$ und wegen der Transitivitätsannahme also auch $x' \sim x''$. Damit kann eine Indifferenzkurve nicht zwei Konsumpläne $x'$, $x''$ mit $x' \geq x''$ oder $x'' \geq x'$ enthalten, denn für ein solches Paar von Konsumplänen muß wegen der Nichtsättigungsannahme $x' > x''$ oder $x'' > x'$ gelten. Prüfen wir nun, ob eine Indifferenzkurve eine Sprungstelle oder eine Lücke haben kann. Eine Sprungstelle wie in Abbildung 11a ist allein schon deshalb nicht möglich, weil es, wie wir eben gesehen haben, auf einer Indifferenzkurve keine zwei Konsumpläne $x'$, $x''$ geben kann, für die $x' \geq x''$ gilt.

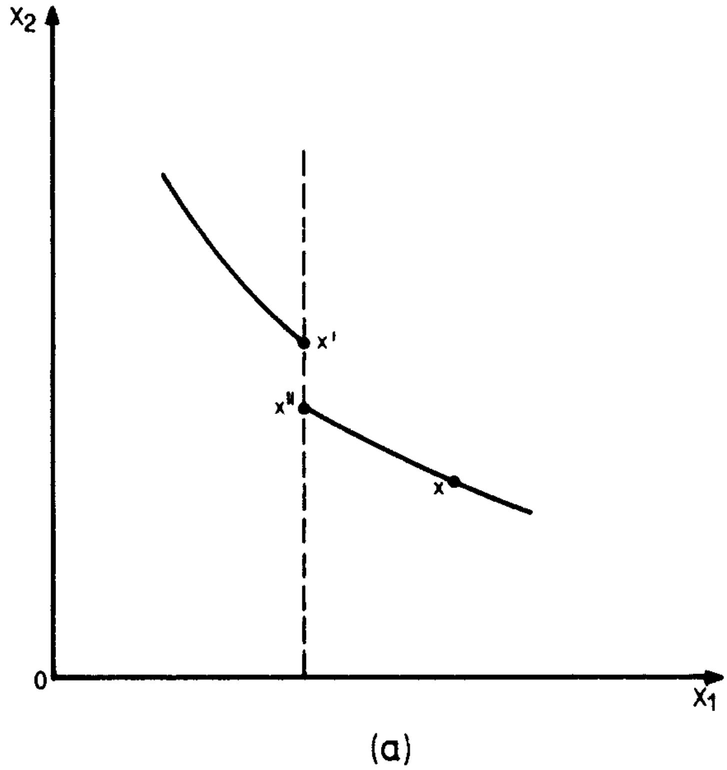



***Abb. 11***

(a)

In Abbildung 11b ist zwischen $x'$ und $x''$ eine Lücke in der Indifferenzkurve angenommen; legen wir durch diese Lücke eine Gerade G. Auf G muß es einen zu B(x) gehörenden Konsumplan und damit auch einen Punkt der Indifferenzkurve geben.

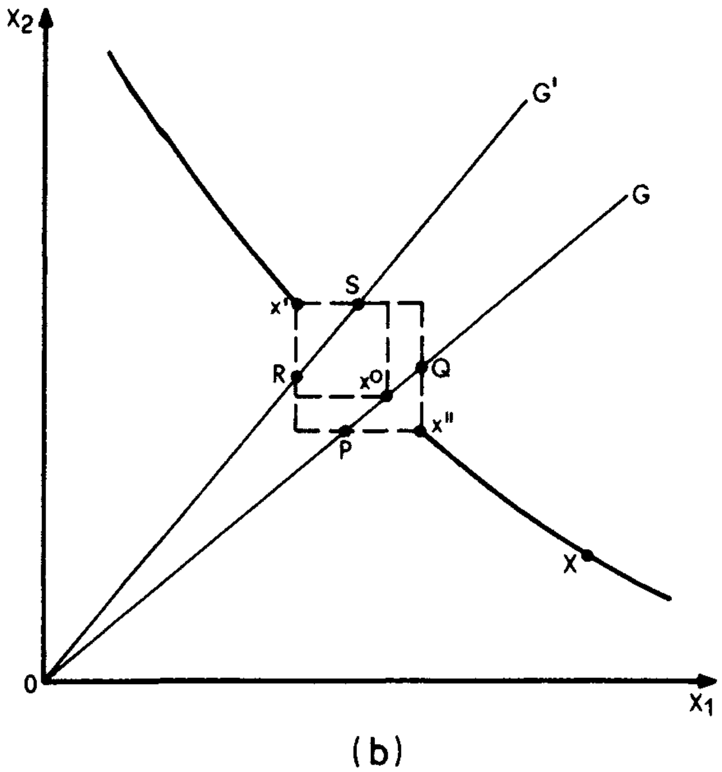



*Abb. 11*

Dieser Punkt muß sich zwischen P und Q befinden; sei $x^0$ dieser Punkt. Nun können wir durch die Lücke zwischen $x^0$ und $x'$ eine Gerade $G'$ legen, und aus dem gleichen Argument ergibt sich wieder, daß auf $G'$ zwischen R und S ein Punkt der Indifferenzkurve existieren muß. Wie klein auch immer also die unterstellte Lücke ist, es muß in dieser Lücke noch weitere Punkte der Indifferenzkurve geben. Eine Indifferenzkurve muß daher einen stetigen Verlauf aufweisen.

Damit können wir uns bei Stetigkeit der Präferenzen im Zwei-Güter-Fall die Präferenzordnung des Haushalts als eine Schar von Indifferenzkurven in der Konsumebene vorstellen. In Abbildung 12 sind einige Beispiele für Präferenzordnungen dargestellt, die den Annahmen 1–5 genügen.

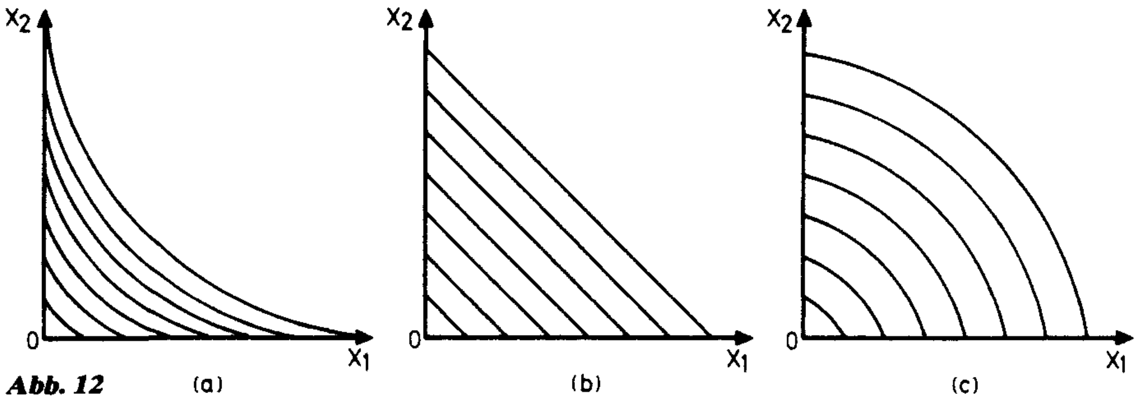



*Abb. 12*

Beachten Sie bei dieser Abbildung, daß man eine Präferenzordnung auch nur für einen Teil der Konsumebene nie vollständig darstellen kann: Es gibt unendlich viele Indifferenzkurven, und wollte man sie alle in die Diagramme einzeichnen, so könnte man die einzelnen Indifferenzkurven nicht mehr voneinander unterscheiden.

Machen wir uns die Bedeutung der in Abbildung 12 dargestellten Indifferenzkurvensysteme in Hinblick auf die Präferenzordnung des Haushalts noch einmal klar. Alle Konsumpläne, die auf derselben Indifferenzkurve liegen, betrachtet der Haushalt als gleichwertig. Konsumpläne oberhalb einer Indifferenzkurve werden Konsumplänen auf dieser Indifferenzkurve vorgezogen; jeder Konsumplan auf einer Indifferenzkurve wird jedem Konsumplan unterhalb dieser Indifferenzkurve vorgezogen. Da durch jeden Konsumplan eine Indifferenzkurve verläuft, kann man auch sagen: Konsumpläne auf höheren Indifferenzkurven werden Konsumplänen auf niedrigeren Indifferenzkurven vorgezogen. Damit ist die Annahme der rationalen Wahl gleichbedeutend mit der Annahme, daß der Haushalt einen Konsumplan auf der höchstmöglichen Indifferenzkurve wählt, die er bei gegebenem Einkommen und gegebenen Güterpreisen erreichen kann.

Indifferenzkurven können sich niemals schneiden. In Abbildung 13 ist unterstellt, daß sich zwei Indifferenzkurven schneiden. Betrachten Sie nun die drei Konsumpläne x, x' und x''. Für diese Konsumpläne muß gelten: $x \sim x'$, $x \sim x''$ und $x'' > x'$. Aus der Transitivitätsannahme folgt, daß gleichzeitig auch $x'' \sim x'$ gilt. Die Vollständigkeitsannahme schließt aber aus, daß sowohl $x'' \sim x'$ als auch $x'' \succ x'$ zutrifft. Daher können sich Indifferenzkurven nicht schneiden.

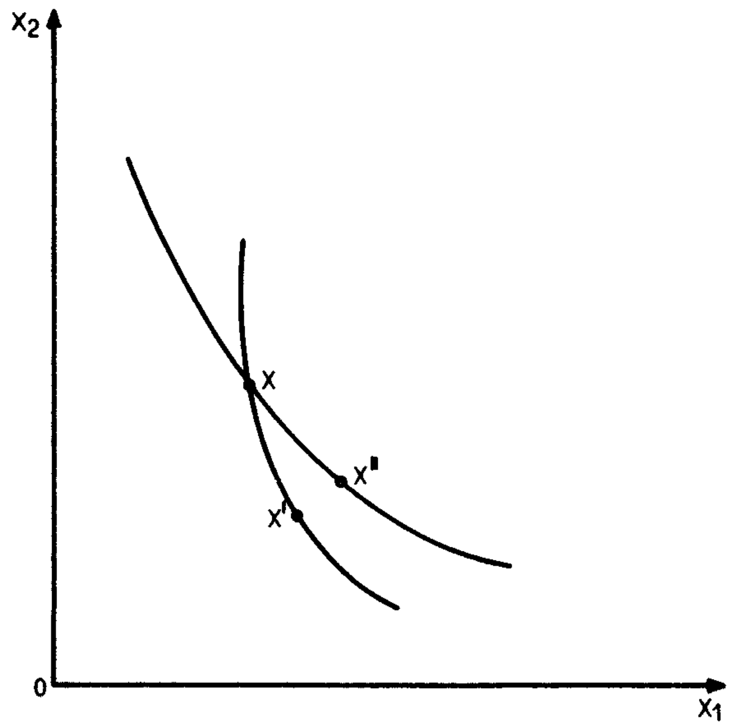



***Abb. 13***

Unstetigkeiten in den Präferenzen wollen wir deshalb ausschließen, weil die Berücksichtigung von Unstetigkeiten bei der Behandlung vieler wichtiger Fragen der mikroökonomischen Theorie zu schwierigen formalen Problemen führt. In Hinblick auf die empirische Interpretationsfähigkeit unseres Modells sollten Sie aber nicht übersehen, daß Stetigkeit der Präferenzen bestenfalls eine Approximation an die Realität sein kann. In Wirklichkeit ist mit Unstetigkeiten in den Präferenzen schon allein deshalb zu rechnen, weil Güter nicht stetig teilbar sind.

### c) Strenge Konvexität der Präferenzen

Formal wesentlich einfacher, inhaltlich aber weitaus gravierender als die eben diskutierte Stetigkeitsannahme ist die dritte zusätzliche Annahme, auf der wir das Modell der Konsumgüternachfrage des Haushalts aufbauen wollen: Wir unterstellen, daß die **Präferenzen** des Haushalts streng **konvex** sind. Zum Verständnis dieser Annahme erläutern wir zunächst, was unter einer konvexen bzw. einer streng konvexen Menge zu verstehen ist.

Eine *konvexe Menge* ist einfach eine Menge von Punkten, die sich dadurch auszeichnet, daß für jedes beliebige Paar von Punkten der Menge jede konvexe Kombination, d. h. jeder Punkt auf der Verbindungsgeraden zwischen beiden Punkten, ebenfalls ein Punkt dieser Menge ist. Nehmen wir als Beispiel drei Punktemengen in Form einer rechteckigen ($S_1$), einer kreisförmigen ($S_2$) und einer nierenförmigen Fläche ($S_3$).

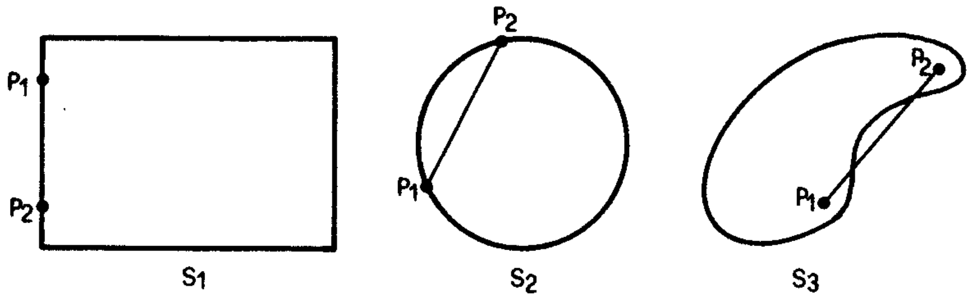



**Abb. 14**

$S_1$ und $S_2$ sind konvexe Mengen, denn Punkte auf den Verbindungsgeraden zwischen zwei Punkten der Fläche gehören ebenfalls zu $S_1$ bzw. $S_2$. $S_3$ ist dagegen nicht konvex; es fällt nicht schwer, zwei Punkte $P_1$ und $P_2$ so auszuwählen, daß die Verbindungsgerade zwischen diesen teilweise oder ganz außerhalb von $S_3$ verläuft.

*Streng konvex* ist eine Menge dann, wenn jede konvexe Kombination zwischen zwei Punkten der Menge im Inneren dieser Menge (also nicht auf deren Rand) liegt. Betrachten Sie wieder unsere Beispiele in Abbildung 14. $S_1$ ist konvex, aber nicht streng konvex, denn die Verbindungsgerade zwischen $P_1$ und $P_2$ gehört zwar zu $S_1$, liegt aber nicht innerhalb von $S_1$, sondern fällt mit dem Rand von $S_1$ zusammen. $S_2$ ist dagegen streng konvex, da jede Verbindungsgerade zwischen zwei Punkten von $S_2$ im Inneren von $S_2$ liegt. $S_3$ schließlich ist, wie wir gesehen haben, nicht konvex und kann daher auch nicht streng konvex sein.

Wählen wir nun einen beliebigen Konsumplan x in X aus und bezeichnen die Menge aller Konsumpläne, die der Konsument gegenüber x als gleichwertig oder besser betrachtet (also alle $x' \gtrsim x$) als R(x). R(x) ist eine Teilmenge der Konsummenge X. Als den Rand dieser Teilmenge bezeichnen wir alle Punkte, die die Menge R(x) von allen als schlechter bewerteten Konsumplänen abgrenzt – das ist gerade die Indifferenzkurve durch x. Betrachten wir nun zwei beliebige Konsumpläne x und x', zwischen denen der Haushalt indifferent ist. Wir bezeichnen die Präferenzen des Haushaltes als **streng konvex,** wenn er alle Punkte auf der Verbindungsgeraden zwischen x und x' für strikt besser hält, wenn diese Punkte also im Inneren von R(x) liegen. Anders formuliert:

**Annahme 6:** Für beliebige x, x', die als gleich gut bewertet werden ($x \sim x'$), gilt: jede konvexe Kombination zwischen x und x' wird als strikt besser betrachtet.

Diese Annahme bedeutet, daß Indifferenzkurven einen – vom Koordinatenursprung aus betrachtet – durchgängig konvex gekrümmten Verlauf haben müssen, also weder konkav gekrümmt noch linear sein dürfen. Bei konkaver Krümmung – in Abbildung 15a zwischen x und x' – lassen sich immer Konsumpläne in R(x) finden, deren Verbindungsgerade zumindest teilweise außerhalb von R(x) liegt, bei linearem Verlauf – in Abbildung 15b zwischen x und x' – gibt es Paare von Konsumplänen in R(x), deren Verbindungsgerade mit dem Rand von R(x) zusammenfällt. Nur ein konvexer

Verlauf von Indifferenzkurven, wie in Abbildung 15c, schließt solche Möglichkeiten aus, da in diesem Fall auch die Verbindungsgerade zwischen zwei Randpunkten von R(x) immer innerhalb von R(x) liegt.

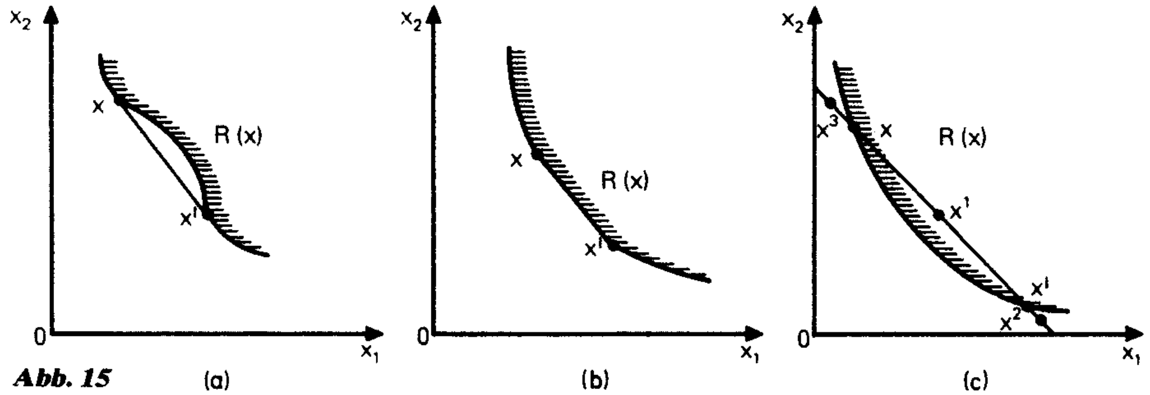



***Abb. 15***

Eine gewisse sachliche Rechtfertigung für die Annahme eines konvexen Verlaufs der Indifferenzkurven liegt in der im allgemeinen plausiblen Vorstellung, daß der Haushalt ein ausgewogen proportioniertes Güterbündel einem sehr einseitig zusammengesetzten Güterbündel vorzieht. Wie Sie anhand von Abbildung 15c ersehen können, wird dieser Vorstellung durch die Annahme streng konvexer Indifferenzkurven Rechnung getragen: Auf der durch x und x' verlaufenden Geraden sind drei weitere Konsumpläne $x^1$, $x^2$ und $x^3$ eingezeichnet; $x^1$ ist gegenüber x und x' gleichmäßiger zusammengesetzt, $x^2$ und $x^3$ sind dagegen noch einseitiger als x und x'. Aus unseren Annahmen folgt unmittelbar, daß $x^1$ den Konsumplänen x und x' vorgezogen wird und diese wiederum $x^2$ und $x^3$ vorgezogen werden.

Freilich lassen sich leicht auch Fälle finden, in denen die Präferenzordnung eines Konsumenten eher durch konkav gekrümmte Indifferenzkurven darzustellen wäre. Wählen wir als Beispiel den Bereich der Freizeitaktivitäten und interpretieren wir in Abbildung 15c Gut 1 als ein ganzes Bündel von Gütern, die einer sportlichen Freizeitbeschäftigung dienen, Gut 2 als ein Bündel von Gütern, die eine musisch-künstlerische Freizeitgestaltung ermöglichen. Nun mag jemand, auch wenn er beiden Aktivitäten gleichermaßen zugeneigt ist, sich dennoch lieber auf eine der beiden Tätigkeiten konzentrieren, vielleicht, weil er sehr leistungsorientiert eingestellt ist und deshalb auch in seinem Hobby zu möglichst großer Perfektion gelangen möchte, oder einfach auch deshalb, weil sich Vergnügen und Freude an manchen Dingen erst bei intensiver Zuwendung zu ihnen einstellen. Wie auch immer, eine Präferenz für x oder x' gegenüber $x^1$ erscheint manchmal nicht unplausibel, und in der Tat beobachten wir ja nicht selten, daß Menschen es vorziehen, ihre Freizeit überwiegend einem Hobby zu widmen, anstatt viele Freizeitaktivitäten mehr oder weniger gleichmäßig zu betreiben.

### d) Beschränkte Substituierbarkeit

Durch eine weitere Annahme schließen wir aus, daß Konsumgüter vollständig substituiert werden können. Wir fordern, daß der Haushalt niemals bereit ist, auf den Konsum eines Gutes ganz zu verzichten. Dies formulieren wir folgendermaßen als eine Annahme an den Verlauf der Indifferenzkurven:

**Annahme 7:** Indifferenzkurven berühren die Achsen der Konsumebenen nicht.

Eine einfache Überlegung verdeutlicht, warum aus Annahme 7 folgt, daß Konsumgüter nur beschränkt substituierbar sind: würde eine Indifferenzkurve die Koordinaten berühren – wie etwa in Abb. 16 –, so wäre der Haushalt bereit, bei entsprechenden

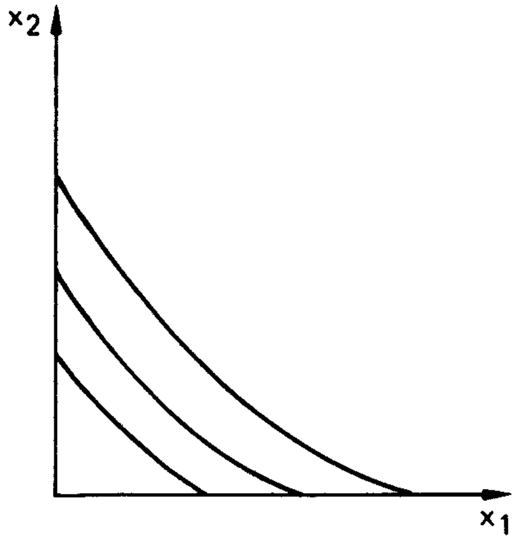



*Abb. 16*

Substitutionsmöglichkeiten auf den Konsum eines Gutes ganz zu verzichten; er könnte dieses Gut ja vollständig durch den Konsum des anderen Gutes substituieren. Berühren dagegen Indifferenzkurven die Achsen der Konsumebenen nicht, so ist der Haushalt selbst für eine noch so große zusätzliche Menge eines Gutes nicht bereit, auf das andere Gut ganz zu verzichten. Der Haushalt fragt also bei jeder beliebigen Preis-Einkommens-Relation jedes Gut nach. Dies ist nun freilich eine recht merkwürdige Implikation, steht sie doch in krassem Widerspruch zu unserer ökonomischen Alltagserfahrung; denn die meisten von uns entscheiden sich nach einem Vergleich zwischen dem Preis eines Gutes und dem Inhalt ihres Geldbeutels recht häufig dafür, auf den Konsum eines Gutes ganz zu verzichten. So mag es verwundern, daß diese Annahme lange Zeit zu den Standardannahmen der Haushaltstheorie gehört hat. Wir werden sie ebenfalls zunächst zugrunde legen, weil sie vor allem die analytische Bestimmung des optimalen Konsumplans, mit der wir uns im nächsten Abschnitt beschäftigen werden, wesentlich erleichtert, im weiteren Verlauf unserer Untersuchung bei der Erörterung der wichtigsten Fragen aber überprüfen, welche Konsequenzen sich für das Nachfrageverhalten des Haushalts ergeben, wenn man Annahme 7 durch eine realitätsnähere Hypothese ersetzt, die es erlaubt, daß auch Konsumpläne auf den Achsen der Konsumebene optimale Konsumpläne sein können.

### e) Differenzierbarkeit der Indifferenzkurven

Aus unseren bisher getroffenen Annahmen folgt, daß sich die Präferenzordnung eines Haushalts für den Zwei-Güter-Fall durch eine Schar stetiger, fallender, konvex gekrümmter und die Koordinaten der Konsumebene nicht berührender Indifferenzkurven darstellen läßt. Die letzte Annahme, die wir noch benötigen, betrifft wieder eine Eigenschaft der Indifferenzkurven: Wir wollen annehmen, daß Indifferenzkurven keine Knicke haben (wie in Abbildung 17a), sondern einen glatten Verlauf ohne jede Ecke aufweisen (wie in Abbildung 17b).

In der Sprache der Differentialrechnung formuliert, bedeutet dies, daß **Indifferenzkurven** an jedem Punkt **stetig differenzierbar** sein müssen bzw. daß die 1. Ableitung einer Indifferenzkurve eine stetige Funktion ist. Diese Eigenschaft trifft auf die Indifferenzkurve in Abbildung 17a nicht zu. Am Punkt x, an dem die Indifferenzkurve einen Knick hat, ist die Steigung der Indifferenzkurve nicht eindeutig bestimmt, und damit hat die 1. Ableitung der Indifferenzkurve an diesem Punkt eine Sprungstelle. Unsere siebte und letzte Annahme lautet also:

**Annahme 8:** Indifferenzkurven sind an jedem Punkt stetig differenzierbar bzw. die 1. Ableitung einer Indifferenzkurve ist eine stetige Funktion.

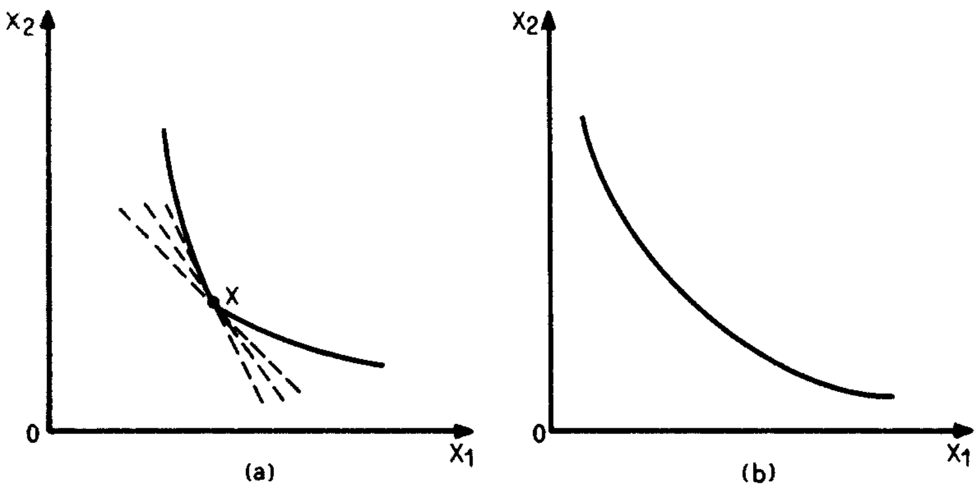



*Abb. 17*

Wir wollen im Zusammenhang mit der Diskussion dieser Annahme ein Paar von Begriffen kennenlernen: **Durchschnittsrate** und **Grenzrate der Substitution.** Wie Sie noch sehen werden, spielt vor allem der an zweiter Stelle genannte Begriff eine zentrale Rolle in der mikroökonomischen Theorie.

In Abbildung 18 ist angenommen, daß der Haushalt zwischen den Konsumplänen $x^0 = \{1, 6\}$, $x^1 = \{2, 4\}$, $x^2 = \{3, 3\}$ und $x^3 = \{4, 2{,}5\}$ indifferent ist. Nehmen wir an, der Haushalt sei im Besitz des Güterbündels $x^0$. Aus $x^0 \sim x^1$ folgt, daß, wenn wir dem Haushalt eine zusätzliche Mengeneinheit von Gut 1 geben und ihm gleichzeitig weniger als zwei Mengeneinheiten des Gutes 2 wegnehmen, sich der Haushalt besser stellt als mit $x^0$. Nehmen wir dem Haushalt für eine zusätzliche Einheit von Gut 1 mehr als zwei Einheiten von Gut 2 weg, so stellt er sich schlechter als mit $x^0$. Geben wir ihm schließlich eine Mengeneinheit von Gut 1 und nehmen ihm gleichzeitig zwei Mengeneinheiten von Gut 2 weg, so stellt sich der Haushalt genausogut wie vorher, denn in diesem Fall bleibt er auf der durch $x^0$ verlaufenden Indifferenzkurve.

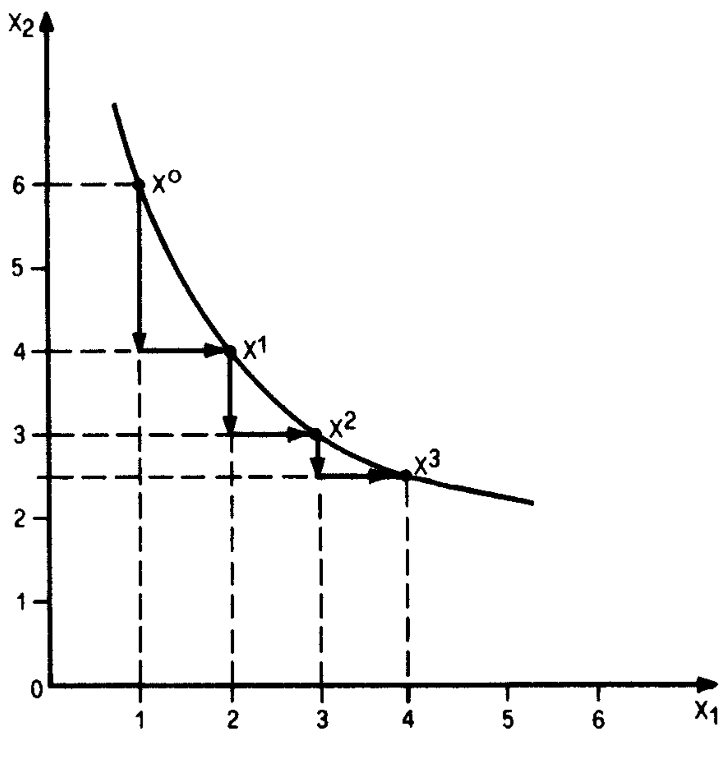



*Abb. 18*

Der absolute Wert des Verhältnisses der Mengenveränderung von Gut 2 zur Mengenveränderung von Gut 1, das den Haushalt genau auf der Indifferenzkurve beläßt, auf der er sich zunächst befand, wird nun Durchschnittsrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 – oder kürzer: Substitutionsrate von Gut 2 durch Gut 1 – genannt. Bezeichnen wir die Mengenveränderungen als $\Delta x_1$ bzw. $\Delta x_2$, so ist die Substitutionsrate von Gut 2 durch Gut 1 also definiert als $|\Delta x_2/\Delta x_1|$, und in dem eben betrachteten Fall erhalten wir $|\Delta x_2/\Delta x_1| = |(-2)/(+1)| = 2$. Stellen wir die gleichen Überlegungen unter der Annahme an, der Haushalt besitze Güterbündel $x^1$, und fragen, wie groß die Durchschnittsrate der Substitution von Gut 2 und Gut 1 ist, wenn er eine Mengeneinheit von Gut 1 zusätzlich erhält: In diesem Fall ergibt sich $|\Delta x_2/\Delta x_1| = 1$. Bei einer Bewegung von $x^2$ nach $x^3$ erhalten wir schließlich für die Durchschnittsrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 einen Wert von 1/2.

Formulieren wir das Konzept der Substitutionsrate etwas allgemeiner: Gegeben sei ein Güterbündel $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Die Durchschnittsrate der Substitution von Gut i durch Gut j ($i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, n$; $i \neq j$) ist definiert als $|\Delta x_i/\Delta x_j|$, wobei $\Delta x_j$ eine bestimmte zusätzliche Menge des Gutes j ist und $\Delta x_i$ jene Mengenveränderung des Gutes i ist, so daß für das neue Güterbündel $x'$ ($x'_h = x_h$ für alle $h = 1, 2, \ldots, n$ außer $h = i, j$; $x'_h = x_h + \Delta x_h$ für $h = i, j$) gilt: $x' \sim x$.

Wir haben den Haushalt eben als ein sehr passives und unselbständiges Wesen behandelt, dem man nach Belieben etwas geben und nehmen kann, und von dieser Vorstellung ausgehend die Substitutionsrate als ein Verhältnis von Mengenänderungen zweier Güter definiert, die den Haushalt auf der Indifferenzkurve belassen, auf der er sich vorher befand. Wir können die Durchschnittsrate der Substitution aber auch in anderer Weise interpretieren. Nehmen Sie an, der Konsument – nennen wir ihn Konsument A – besitze Güterbündel $x^0$. Nun kommt Konsument B zu ihm und bietet A an, ihm eine Einheit von Gut 1 zu geben, wenn A ihm dafür 1,5 Einheiten des Gutes 2 abgibt. Wird A dieses Angebot akzeptieren? Würde der Tausch vollzogen, so befände sich A im Besitz eines Güterbündels $x' = \{2, 4{,}5\}$; $x'$ liegt oberhalb der durch $x^0$ verlaufenden Indifferenzkurve, und damit gilt $x' \succ x^0$. Bei einem Tausch stellt sich A also besser als vorher, und wenn A sich rational verhält, wird er das Angebot akzeptieren.[1] Nehmen wir dagegen an, B biete A eine Einheit von Gut 1 gegen Abgabe von 2,5 Einheiten des Gutes 2 an. Bei einem solchen Tausch würde sich A verschlechtern, und aus der Hypothese der rationalen Wahl folgt, daß A dieses Tauschangebot ablehnt. Man sieht nun sehr schnell, daß A jedes Tauschangebot akzeptiert, das ihm für eine zusätzlichen Einheit von Gut 1 weniger als zwei Einheiten von Gut 2 abverlangt (jeder solche Tausch führt A auf eine höhere Indifferenzkurve und damit zu einer Verbesserung), und daß A jedes Tauschangebot ablehnt, bei dem ihm für eine Einheit von Gut 1 mehr als zwei Einheiten von Gut 2 abgefordert werden (jeder solche Tausch führt A auf eine niedrigere Indifferenzkurve und damit zu einer Verschlechterung).

Was aber, wenn B von A für eine Einheit des Gutes 1 zwei Einheiten von Gut 2 verlangt? Akzeptiert A, so ist er im Besitz von Güterbündel $x^1$, da aber $x^0 \sim x^1$, können wir aus der Annahme der rationalen Wahl nicht ableiten, ob A das Angebot

---

[1] Genaugenommen gilt dies nur, wenn A annimmt, daß er nur die Alternative hat, das Angebot entweder zu akzeptieren oder abzulehnen, aber nicht mit der Möglichkeit rechnet, durch Tauschverhandlungen evtl. ein noch besseres Angebot zu erreichen. Wir wollen von diesem Problem hier absehen.

annimmt oder ausschlägt. Wir wollen an dieser Stelle etwas großzügig sein und davon ausgehen, daß A jedes Angebot annimmt, bei dem er sich nicht verschlechtert. A ist also bei einer Güterausstattung von $x^0$ bereit, äußerstenfalls zwei Einheiten von Gut 2 gegen eine Einheit von Gut 1 abzugeben, oder anders formuliert: Das maximale Tauschverhältnis von Gut 2 gegen Gut 1, das A gerade noch akzeptiert, beträgt zwei Mengeneinheiten von Gut 2 gegen eine Mengeneinheit von Gut 1. Dieses Verhältnis von 2:1 ist aber genau gleich der Durchschnittsrate der Substitution. Damit können wir die Durchschnittsrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 auch als das maximale Tauschverhältnis von Gut 2 gegen Gut 1 interpretieren, das der Haushalt gerade noch bereit ist zu akzeptieren.

Das Konzept der Durchschnittsrate der Substitution hat eine für die theoretische Analyse der Konsumgüternachfrage sehr störende Eigenschaft. Betrachten Sie nochmals Abbildung 18 und nehmen Sie an, der Haushalt sei im Besitz von Güterbündel $x^1$. Für eine zusätzliche Einheit von Gut 1 ist er bereit, maximal eine Einheit von Gut 2 abzugeben; das Tauschverhältnis, das der Haushalt also gerade noch akzeptiert, beträgt eine Einheit von Gut 2 gegen eine Einheit von Gut 1 (1:1). Soll er umgekehrt eine Einheit von Gut 1 abgeben, so ist er dazu nur bereit, wenn er dafür mindestens zwei Einheiten von Gut 2 erhält; nun beträgt das Tauschverhältnis, das der Haushalt gerade noch akzeptiert, zwei Mengeneinheiten von Gut 2 gegen eine Mengeneinheit von Gut 1 (2:1). Das Tauschverhältnis zwischen zwei Gütern, das ein Haushalt gerade noch bereit ist zu akzeptieren, hängt also davon ab, ob es sich um den Fall einer Erhöhung oder um den Fall einer Reduzierung der Menge von Gut 1 handelt. Diese Komplikation kann vermieden werden, wenn man statt der Substitutionsrate das Konzept der Grenzrate der Substitution verwendet.

Die **Grenzrate der Substitution** von Gut i durch Gut j ist definiert als der Wert, dem sich die Durchschnittsrate der Substitution von Gut i durch Gut j nähert, wenn wir die zusätzliche Menge des Gutes j gegen Null gehen lassen. Sie gibt damit an, welches Austauschverhältnis zwischen Gut j und Gut i der Haushalt gerade noch akzeptiert, wenn man ihm eine ganz geringfügige Menge des Gutes j anbietet, oder, wie wir auch sagen können, die Grenzrate der Substitution von Gut i durch Gut j gibt an, in welchem Mengenverhältnis der Haushalt bereit ist, Gut i durch Gut j zu substituieren, wenn er eine sehr kleine zusätzliche Menge von Gut j erhält.

Nun haben wir angenommen, daß Indifferenzkurven in jedem Punkt differenzierbar sind, und dadurch wird es sehr einfach, die Grenzrate der Substitution zu bestimmen. Nehmen wir wieder den Zwei-Güter-Fall an, so ist die Grenzrate der Substitution in Punkt x bestimmt durch die Steigung der Indifferenzkurve in dem betrachteten Punkt. Betrachten Sie Abbildung 19: In Punkt $x^0$ ist die Steigung der Indifferenz-

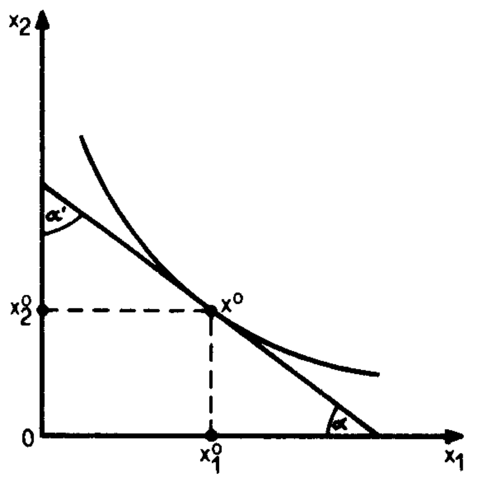



*Abb. 19*

kurve $dx_2/dx_1$ gleich $-\text{tg}\,\alpha$; damit können wir die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 einfach durch den absoluten Wert der Steigung der Indifferenzkurve ausdrücken, und im Punkt $x^0$ erhalten wir somit als Wert der Grenzrate der Substitution $|dx_2/dx_1| = \text{tg}\,\alpha$.

Betrachten wir nun umgekehrt den Grenzwert der Substitutionsrate von Gut 1 durch Gut 2, so erhalten wir als Wert der Grenzrate der Substitution von Gut 1 durch Gut 2 $|dx_1/dx_2| = \text{tg}\,\alpha' = 1/\text{tg}\,\alpha$. Die Grenzrate der Substitution von Gut 1 durch Gut 2 ist also gleich dem Kehrwert der Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1. Damit ist aber das Tauschverhältnis zwischen den beiden Gütern, das der Haushalt gerade noch akzeptiert, wenn ihm eine sehr kleine zusätzliche Menge von Gut 1 oder von Gut 2 angeboten wird, in beiden Fällen das gleiche. Wir brauchen uns also nicht mehr darum zu kümmern, ob $x_1$ reduziert und $x_2$ erhöht wird oder ob $x_1$ erhöht und $x_2$ gesenkt wird; solange es sich nur um ganz kleine Mengenveränderungen handelt, gibt die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 (und ebenso die Grenzrate der Substitution von Gut 1 durch Gut 2) gleichzeitig an, in welchem Mengenverhältnis der Haushalt Gut 2 durch Gut 1 und Gut 1 durch Gut 2 zu substituieren bereit ist.

Wir haben die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 inhaltlich als das Tauschverhältnis von Gut 2 gegen Gut 1 interpretiert, das der Haushalt, wenn ihm eine „sehr kleine" zusätzliche Menge von Gut 1 angeboten wird, gerade noch akzeptiert. Diese Aussage ist strenggenommen nicht korrekt; wegen der konvexen Krümmung der Indifferenzkurve ist das Mengenverhältnis, in dem der Haushalt bereit ist, Gut 2 durch Gut 1 zu substituieren, auch bei einer noch so kleinen zusätzlichen Menge von Gut 1 niemals genau gleich der Grenzrate der Substitution. Nun ist aber die Differenz zwischen Durchschnitts- und Grenzrate der Substitution um so kleiner, je kleiner die betrachtete zusätzliche Menge des Gutes ist, und somit ist bei einer „sehr kleinen" zusätzlichen Menge auch die Differenz zwischen den beiden Raten „sehr klein". Wenn wir bei der inhaltlichen Interpretation der Grenzrate der Substitution von der Grenzwertbetrachtung wieder zur Betrachtung einer bestimmten zusätzlichen Menge eines Gutes zurückkehren, so wollen wir unter einer „sehr kleinen" oder – in der ökonomischen Fachterminologie ausgedrückt – einer „marginalen" Mengenänderung eine Mengenveränderung verstehen, die so klein ist, daß es praktisch keinen Unterschied macht, ob wir das Mengenverhältnis, in dem der Haushalt ein Gut durch ein anderes zu substituieren bereit ist, durch die Substitutionsrate oder durch die Grenzrate der Substitution ausdrücken.

Rekapitulieren wir abschließend die Annahmen 4 bis 8 und prüfen wir, welche Folgerungen sich aus diesen Annahmen hinsichtlich der Grenzrate der Substitution ziehen lassen. Aus den Annahmen 4 und 5 folgt für den Zwei-Güter-Fall, daß durch jeden Punkt der Konsumebene eine abwärts geneigte Indifferenzkurve verläuft. Annahme 6 bedeutet, daß Indifferenzkurven konvex gekrümmt sein müssen. Annahme 7 impliziert, daß die Steigung der Indifferenzkurve immer steiler wird (gegen unendlich strebt), wenn von einem Gut immer weniger konsumiert wird (wenn also der Konsum dieses Gutes gegen Null geht). Annahme 8 schließt Knicke in den Indifferenzkurven aus. Aus alldem folgt nun, daß die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 ihrerseits eine stetige und fallende Funktion der Menge von Gut 1 ist. Dieser in Abbildung 20 dargestellte Zusammenhang wird in der ökonomischen Literatur manchmal als „Gesetz der fallenden Grenzrate der Substitution" bezeichnet.

Die inhaltliche Interpretation dieses „Gesetzes" sollte Ihnen nun nicht mehr schwerfallen: Je mehr ein Haushalt von einem bestimmten Gut schon hat, um so weniger wird er für eine zusätzliche Einheit dieses Gutes von anderen Gütern abzuge-

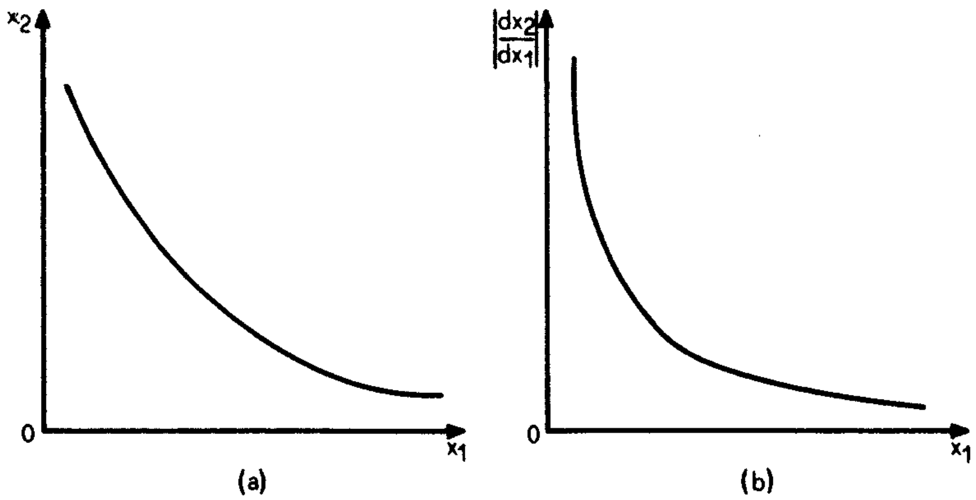



***Abb. 20***

ben bereit sein, und um so mehr wird er von diesem Gut abzugeben bereit sein, um eine zusätzliche Einheit eines anderen Gutes zu erhalten.

## 4. Präferenzordnung und Nutzenfunktion

Gehen wir wie zu Beginn unserer Diskussion der Hypothese rationalen Verhaltens wieder davon aus, daß die Konsummenge – aus welchen Gründen auch immer – nur aus einer endlichen Zahl von Konsumplänen $x_1, x_2, \ldots, x_6$ besteht (vgl. Abbildung 21).

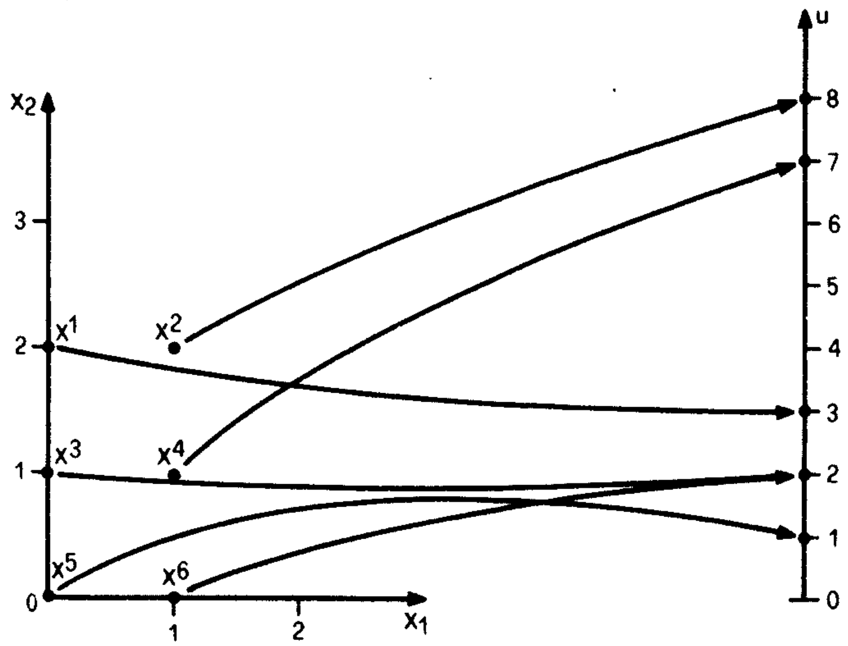



***Abb. 21***

Nehmen wir an, der Haushalt habe folgende Präferenzordnung:

$$x^2 \succ x^4 \succ x^1 \succ x^3 \sim x^6 \succ x^5$$

Wir wollen nun jedem Konsumplan eine bestimmte reelle Zahl u in der Weise zuordnen, daß für jedes beliebige Paar von Konsumplänen x, x' gilt: Wird ein Konsumplan x einem Konsumplan x' vorgezogen, so ist x eine größere Zahl u zugeordnet als x'; ist der Haushalt zwischen zwei Konsumplänen x und x' indifferent, so ist beiden Konsumplänen die gleiche Zahl zugeordnet. Wie Sie leicht sehen können, ist eine Zuordnung mit diesen Eigenschaften ohne Probleme möglich: Wir müssen $x^2$ die größte

Zahl zuweisen, $x^4$ die zweitgrößte, $x^1$ die drittgrößte, $x^3$ und $x^6$ jeweils die gleiche Zahl, die aber kleiner als die Zahl sein muß, die wir $x^1$ zugeordnet haben, und $x^5$ muß schließlich die kleinste Zahl erhalten. Ein Beispiel für eine Zuordnung, die die geforderten Eigenschaften erfüllt, wäre etwa:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Konsumplan: | $x^2$ | $x^4$ | $x^1$ | $x^3$ | $x^6$ | $x^5$ |
| Zahl u: | 8 | 7 | 3 | 2 | 2 | 1 |

Selbstverständlich gibt es beliebig viele Möglichkeiten der Zuordnung, die ebenfalls die genannten Kriterien erfüllen; wenn Sie z. B. jede der von uns zugeordneten Zahlen mit einem konstanten Faktor multiplizieren oder zu allen Zahlen eine jeweils gleiche Zahl hinzuaddieren, so erhalten Sie eine andere Zahlenreihe, die auch die verlangten Eigenschaften aufweist.

Die Zuordnung bestimmter reeller Zahlen zu den einzelnen Konsumplänen, wie sie schematisch in Abbildung 21 dargestellt ist, ist nun nichts anderes als eine Funktion $u = f(x) = f(x_1, x_2)$, die die Präferenzordnung des Haushalts beschreibt. Denn da wir den Konsumplänen Zahlen in der Weise zugeordnet haben, daß, wenn $x \sim x'$, dann und nur dann $f(x) = f(x')$ und wenn $x \succ x'$, dann und nur dann $f(x) > f(x')$, können wir natürlich auch umgekehrt aus den Werten, die die Funktion $u = f(x)$ für alternative Konsumpläne annimmt, auf die Präferenzordnung des Haushalts zurückschließen: Wenn $f(x) = f(x')$, dann und nur dann $x \sim x'$, und wenn $f(x) > f(x')$, dann und nur dann $x \succ x'$. Diese Funktion, die die Präferenzordnung des Haushalts beschreibt, nennt man **Nutzenfunktion;** auch die abhängige Variable der Nutzenfunktion hat einen Namen: Sie wird als **Nutzenindex** oder einfach als **Nutzen** bezeichnet.

Gehen wir nun einen Schritt weiter und unterstellen eine bestimmte Budgetsumme $M_1$ (vgl. Abbildung 22). Bei $M_1$ sind alle Konsumpläne mit Ausnahme von $x^2$ in der Budgetmenge enthalten. Bei rationaler Wahl entscheidet sich der Haushalt für den Konsumplan $x^4$. Betrachten Sie nun die Zahlen, die wir den Konsumplänen zugeordnet haben: Konsumplan $x^4$ weist von allen in der Budgetmenge enthaltenen Konsumplänen den höchsten Wert für die Variable u, also den höchsten Nutzen, auf. Gehen wir nun von der Budgetsumme $M_2$ aus. Bei $M_2$ sind $x^2$ und $x^4$ nicht mehr in der Budgetmenge enthalten, und der optimale Konsumplan ist $x^1$. Wieder fällt bei rationalem Verhalten die Wahl des Haushalts zugunsten des Konsumplans mit dem höchsten Nutzen aus. Betrachten wir schließlich die Budgetsumme $M_3$. Bei $M_3$ sind nur noch die Konsumpläne $x^3$, $x^5$ und $x^6$ in der Budgetmenge enthalten, und aus $x^3 \sim x^6 > x^5$

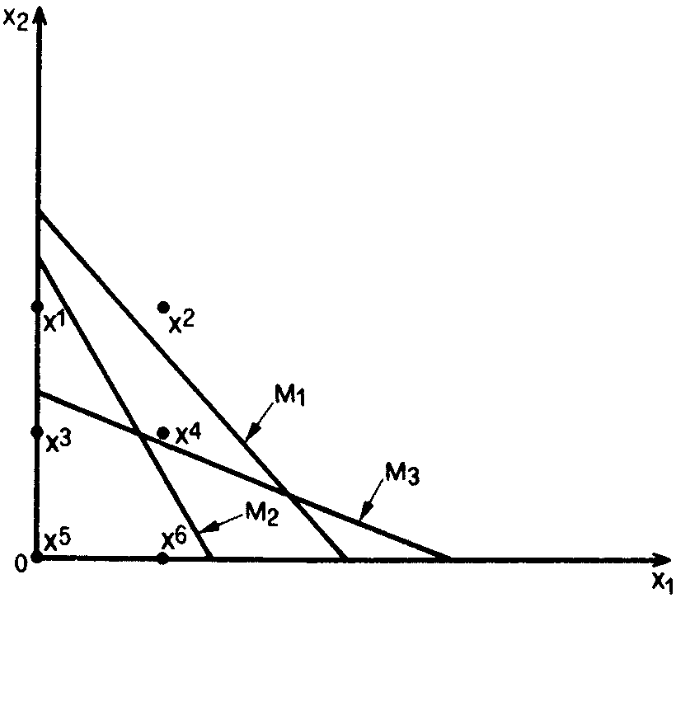



**Abb. 22**

folgt, daß sich der Haushalt entweder für $x^3$ oder für $x^6$ entscheidet. Auf welchen der beiden Konsumpläne auch immer die Wahl des Haushalts fällt, auf jeden Fall gilt, daß es in der Budgetmenge keinen Konsumplan gibt, der einen höheren Nutzenindex aufweist als der Konsumplan, für den der Haushalt sich entscheidet.

Dieses Ergebnis, daß der Haushalt immer den Konsumplan mit dem höchsten Nutzen wählt, ist nicht weiter überraschend, denn es ist einfach die logische Folge der Art und Weise, auf die wir den einzelnen Konsumplänen die Nutzenindices zugeordnet haben. Denn selbstverständlich gilt auch für die in der Budgetmenge enthaltenen Konsumpläne, daß $f(x)$ dann und nur dann gleich $f(x')$ ist, wenn der Haushalt zwischen $x$ und $x'$ indifferent ist, und daß $f(x)$ dann und nur dann größer als $f(x')$ ist, wenn der Haushalt $x$ gegenüber $x'$ vorzieht. Nun besagt Annahme 3 aber, daß, wenn $x$ aus der Budgetmenge $C$ gewählt wird, für alle $x'$ in $C$ entweder $x \succ x'$ oder $x \sim x'$ gelten muß. Aus der Zuordnungsregel für die Nutzenindizes folgt damit aber, daß dann auch für alle $x'$ in $C$ entweder $f(x) > f(x')$ oder $f(x) = f(x')$ gelten muß.

Wir haben oben darauf hingewiesen, daß uns die Zuordnungsregel für die Nutzenindices nicht auf eine bestimmte Funktion festlegt, sondern daß es viele verschiedene Funktionen gibt, die alle die Präferenzordnung des Haushalts gleichermaßen richtig wiedergeben können. Prüfen Sie nun für unser kleines Beispiel selbst nach, daß die Wahl einer anderen Nutzenfunktion $u = g(x)$, die die angegebene Präferenzordnung korrekt darstellt, nichts an dem Resultat ändert, daß der Haushalt bei gegebener Budgetsumme immer den Konsumplan wählt, der unter den finanziell realisierbaren Konsumplänen den höchsten Nutzenindex aufweist!

Fassen wir unsere Überlegungen wie folgt zusammen: Ist die Präferenzordnung des Haushalts durch eine Nutzenfunktion darstellbar, so können wir die Annahme der rationalen Wahl auch in der Form ausdrücken, daß der Konsument unter Berücksichtigung seiner Budgetrestriktion den Konsumplan mit dem höchsten Nutzen wählt, oder kürzer gefaßt: Die Annahme der rationalen Wahl ist gleichbedeutend mit der Hypothese der **Nutzenmaximierung.** Die Redewendung vom „nutzenmaximierenden Haushalt" ist freilich nicht gerade sehr glücklich gewählt, suggeriert sie doch sehr leicht die Vorstellung, damit werde behauptet, der Konsument betrachte alle Dinge nur unter dem Aspekt ihrer Nützlichkeit, handle also nach dem Motto: „Was mir nützt, ist gut, was mir nicht nützt, ist mir gleichgültig". Auch liegt es nahe, den Begriff des Nutzens mit Begriffen wie Wohlergehen, Glück, Zufriedenheit in Verbindung zu bringen und dementsprechend die Annahme der Nutzenmaximierung als eine recht simple psychologische Hypothese zu interpretieren. Nichts von alldem ist gemeint, wenn in der ökonomischen Theorie von Nutzenmaximierung gesprochen wird; die Annahme der Nutzenmaximierung beinhaltet keine auch noch so vage formulierte Aussage darüber, aufgrund welcher Motive der Haushalt einen Konsumplan $x$ einem Konsumplan $x'$ vorzieht oder welche Ziele der Haushalt mit der Wahl eines bestimmten Konsumplans verfolgt. Am leichtesten können Sie sich dies klarmachen, wenn Sie sich noch einmal vor Augen führen, wie wir den Begriff des Nutzens eingeführt haben: Wir haben nicht gesagt, daß der Konsument Güterbündel $x$ gegenüber Güterbündel $x'$ vorzieht, *weil* $x$ für den Haushalt einen größeren Nutzen hat als $x'$, sondern umgekehrt: weil der Haushalt $x$ gegenüber $x'$ vorzieht, ordnen wir $x$ eine größere Zahl zu als $x'$, und die zugeordneten Zahlen bezeichnen wir als den Nutzen der Güterbündel. Die Annahme der Nutzenmaximierung impliziert daher überhaupt nicht die Vorstellung, daß der Konsument sich für ein bestimmtes Güterbündel deshalb entscheidet, weil er mit der Wahl dieses Güterbündels irgend etwas maximiert.

Wir wollen damit aber nicht behaupten, es sei unsinnig anzunehmen, daß der Haushalt sich bei der Konsumgüternachfrage von Nützlichkeitserwägungen leiten läßt oder daß der Haushalt Güter deshalb nachfragt, weil der Konsum dieser Güter ihn glücklich und zufrieden macht. Vielmehr ist jedes System von Motiven, Wert- und Zielvorstellungen mit der Hypothese der Nutzenmaximierung vereinbar, solange der Haushalt aufgrund seiner Motive, Wertvorstellungen und Ziele eine Präferenzordnung entwickelt, die durch eine Nutzenfunktion darstellbar ist. Nun kommt die Verwendung des Nutzenbegriffs in der ökonomischen Theorie nicht von ungefähr: In der älteren Haushaltstheorie ist man in der Tat von der Vorstellung ausgegangen, daß das Handeln der Menschen durch das Streben nach einem Maximum an Nutzen motiviert sei, wobei unter Nutzen ein psychischer Zustand, nämlich der Zustand erreichter Bedürfnisbefriedigung zu verstehen ist. In dieser ursprünglichen Interpretation besagt die Nutzenmaximierungshypothese also, daß der Haushalt unter allen Güterbündeln, die ihm zurWahl stehen, jenes wählt, das ihm ein Maximum an Bedürfnisbefriedigung stiftet. Wir können hier nicht im Detail auf die traditionelle Nutzentheorie eingehen, wollen aber auf zwei Probleme dieser Verhaltenshypothese hinweisen: Sie setzt erstens voraus, daß wir uns den Nutzen als eine eindimensionale Größe denken müssen, denn nur dann kann man sinnvollerweise davon sprechen, daß der Haushalt nach einem *Maximum* an Bedürfnisbefriedigung strebt. Sie setzt zweitens voraus, daß der Haushalt über vollständige und korrekte Informationen darüber verfügt, welche Güter in welchem Ausmaß zur Befriedigung seiner Bedürfnisse beitragen, denn nur dann ist der Haushalt überhaupt imstande, jenes Güterbündel auszuwählen, dessen Konsum ihm einen maximalen Nutzen verschafft.

Die Hypothese, daß der Haushalt seine Wahl auf der Basis einer Präferenzordnung trifft, ist demgegenüber sehr viel allgemeiner: Sie schließt ein Maximierungsstreben des Haushalts nicht aus, setzt es aber auch nicht voraus. Die Annahme rationalen Verhaltens ist überdies völlig unabhängig davon, ob der Haushalt vollständige Information über die Konsequenzen seiner Entscheidung hat oder nicht. Wie schon angedeutet, unterstellen wir in unserem Modell vollständige Information des Haushalts nur deshalb, um uns die Analyse gleichgewichts- und wohlfahrtstheoretischer Probleme zu erleichtern.

Sie werden nun mit Recht fragen, welchen Sinn es denn hat, die Präferenzordnung durch eine Nutzenfunktion darzustellen und die Annahme der rationalen Wahl umzuformulieren zur Hypothese der Nutzenmaximierung. Der Grund hierfür ist rein formaler Natur. Erfüllt die Präferenzordnung des Haushalts alle Annahmen 1–8, so ist dies eine hinreichende Bedingung dafür, daß

1. jedem Konsumplan x in X eine bestimmte reelle Zahl u zugeordnet werden kann, so daß $u = f(x) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ und daß für alle x, x' in X dann und nur dann $f(x) \geqq f(x')$ gilt, wenn $x \gtrsim x'$, und daß

2. die diese Präferenzordnung darstellende Nutzenfunktion $u = f(x) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ eine stetige und differenzierbare Funktion ist.

Die Annahmen 1–8 sichern also, daß rationales Verhalten als Maximierung einer differenzierbaren Funktion beschrieben werden kann. In der Differenzierbarkeit dieser Funktion liegt nun gerade der große Vorteil ihrer Verwendung: Wir können dann nämlich alle wichtigen Implikationen der Annahmen 1–8 für die Konsumgüternachfrage des Haushalts mit Hilfe des relativ einfachen mathematischen Instrumentariums der Differentialrechnung herausarbeiten.

Da die Nutzenfunktion lediglich eine bestimmte Darstellung der Präferenzordnung und die Hypothese der Nutzenmaximierung nur eine andere Formulierung der Annahme der rationalen Wahl ist, müssen wir jede Annahme, die wir über die

Präferenzordnung getroffen haben, auch als Eigenschaft der Nutzenfunktion ausdrücken können. Wir wollen dies im folgenden tun, soweit im Rahmen dieses Textes dafür Platz ist.

(1) Aus den Eigenschaften der reellen Zahlen folgt, daß von zwei Zahlen $f(x)$ und $f(x')$ die erste entweder größer oder kleiner als die zweite oder gleich der zweiten Zahl sein muß; dies entspricht der Annahme der Vollständigkeit, nach der für jedes Paar von Konsumplänen entweder $x \quad x'$ oder $x' \succ x$ oder $x \sim x'$ gelten muß.

(2) Aus den Eigenschaften der reellen Zahlen folgt ebenfalls: Wenn für drei Zahlen $f(x^1)$, $f(x^2)$ und $f(x^3)$ gilt, daß $f(x^1) \geqq f(x^2)$ und $f(x^2) \geqq f(x^3)$, dann gilt auch $f(x^1) \geqq f(x^3)$. Dies ist der Transitivitätsannahme äquivalent.

(3) Die Annahme der rationalen Wahl haben wir schon in die Nutzenmaximierungshypothese übersetzt: Wählt der Konsument $x$ aus der Budgetmenge $C$, so muß für alle $x'$ in $C$ die Beziehung $f(x) \geqq f(x')$ gelten, was gleichbedeutend ist mit $x \succsim x'$ für alle $x'$ in $C$.

(4) Da die Nutzenfunktion an allen Punkten $x$ in $X$ differenzierbar ist, wenn die Annahmen 1–8 erfüllt sind, können wir die Annahme der Nichtsättigung in folgender Weise formulieren: An jedem Punkt $x$ in $X$ gilt $\partial u/\partial x_i > 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Das heißt, wir nehmen an, daß die partiellen Ableitungen der Nutzenfunktion nach allen Variablen positiv sind. Bewegt man sich also von einem Konsumplan $x$ zu einem Konsumplan $x'$, der mit Ausnahme von einem Gut von jedem Gut die gleiche Menge enthält wie $x'$, von einem Gut aber mehr als $x$, so gilt $f(x') > f(x)$, ganz gleich, wie nahe $x'$ an $x$ liegt. Dies ist äquivalent der Nichtsättigungsannahme, die $x' \succ x$ verlangt, wenn $x' \geq x$ gilt. Würden wir im Gegenteil annehmen, daß an irgendeiner Stelle des Konsumraums für irgendein Gut $\partial u/\partial x_i \leqq 0$ gilt, so würde dies bedeuten, daß man zwei Konsumpläne $x$ und $x'$ (wobei $x' \geq x$) finden kann, für die $x \succsim x'$ gilt. Dies widerspräche offensichtlich der Nichtsättigungsannahme.

Nachdem wir der Funktion, die die Präferenzordnung des Haushalts beschreibt, und der abhängigen Variablen dieser Funktion Namen gegeben haben, wollen wir auch den partiellen Ableitungen der Nutzenfunktion nach den Variablen $x_1$, $x_2$, …, $x_n$ einen Namen geben: Wir nennen die partielle Ableitung der Nutzenfunktion nach der Variablen $x_i$ kurz den **Grenznutzen** von Gut i.

In der älteren Nutzentheorie verstand man unter dem Grenznutzen des Gutes i die Veränderung des Nutzens, also die Veränderung des Ausmaßes an Bedürfnisbefriedigung, die der Konsument empfindet, wenn er von diesem Gut eine Einheit mehr oder weniger und von allen anderen Gütern die gleichen Mengen wie vorher konsumiert. Wenn wir dagegen davon sprechen, der Grenznutzen des Gutes i sei positiv, so drücken wir damit lediglich mit Hilfe der Nutzenfunktion aus, daß der Haushalt den Konsumplan $x$ dem Konsumplan $x'$ vorzieht, wenn $x$ von Gut i eine infinitesimal kleine Menge mehr als $x'$ und von allen anderen Gütern ebensoviel wie $x'$ enthält.

(5) Die Annahme der Konvexität der Präferenzen impliziert einen konvexen Verlauf der Indifferenzkurven. Dies bedeutet, daß der Haushalt irgendein gewogenes Mittel zweier Konsumpläne $x$ und $x'$, für die $x \sim x'$ gilt, gegenüber $x$ und $x'$ vorzieht; er findet also z.B. einen Konsumplan, der aus der Hälfte von $x$ plus der Hälfte von $x'$ besteht, besser als $x$ oder $x'$. Damit muß die Nutzenfunktion

folgende Eigenschaft haben: Gilt für zwei Konsumpläne x, x' die Beziehung f(x) = f(x'), dann muß für jeden Konsumplan x" = ax + (1 – a) x', (0<a<1), gelten: f(x") > f(x). Wir wollen uns diese recht abstrakt klingende Formulierung graphisch veranschaulichen.

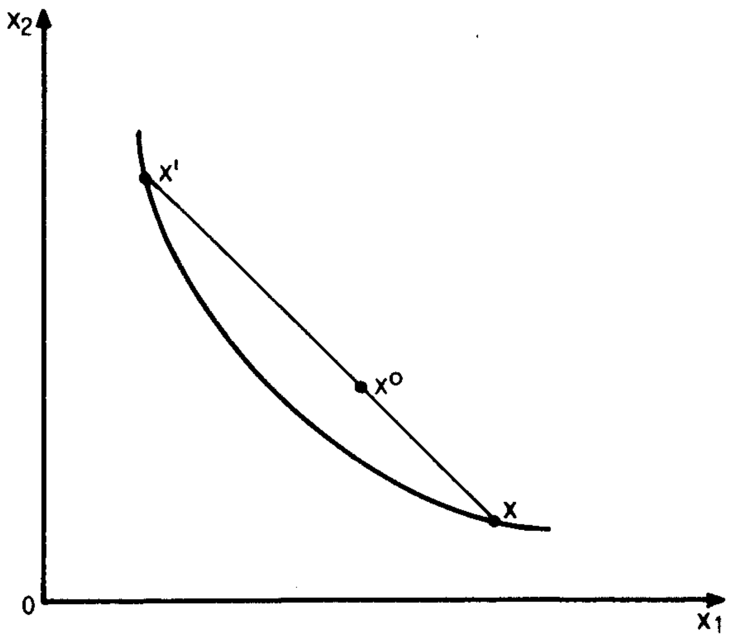



*Abb. 23*

Annahmegemäß gilt für jedes Paar von Konsumplänen x, x' auf einer Indifferenzkurve f(x) = f(x'). Ein Konsumplan $x^0 = ax + (1-a)\,x'$, $(0<a<1)$, ist in graphischer Darstellung ein Punkt auf der Verbindungsgeraden zwischen x und x'. Soll für jedes $x^0$, also für jede Linearkombination der Konsumpläne x und x' $f(x^0) > f(x')$ bzw. $f(x^0) > f(x)$ gelten, so ist dies nur möglich, wenn jeder Konsumplan $x^0$ oberhalb der durch x und x' verlaufenden Indifferenzkurve liegt. Dies ist nur bei konvexer Krümmung der Indifferenzkurven der Fall. Bei linearem Verlauf der Indifferenzkurve gälte $f(x^0) = f(x) = f(x')$; bei konkaver Krümmung läge $x^0$ unterhalb der Indifferenzkurve und folglich gälte $f(x^0) < f(x) = f(x')$.

(6) Die Annahme, daß Indifferenzkurven die Achsen der Konsumebene nicht berühren dürfen, bedeutet, daß die Grenzrate der Substitution unendlich hoch wäre, wenn von einem Gut nichts konsumiert werden würde ($\delta U/\delta x_1 = \infty$, falls $x_1 = 0$).

(7) Die Annahmen 5 (Stetigkeit der Präferenzen) und 8 (stetige Differenzierbarkeit der Indifferenzkurven) sind Bedingungen dafür, daß die Nutzenfunktion eine stetige und differenzierbare Funktion ist. Der Beweis hierfür ist nicht leicht und ohnehin nur von formalem Interesse, so daß wir auf eine Begründung verzichten können.

Wir hatten für unser kleines Beispiel zu Beginn dieses Abschnitts festgestellt, daß die Präferenzordnung des Konsumenten durch viele verschiedene Zuordnungen von reellen Zahlen zu Konsumplänen dargestellt werden konnte. Dies gilt in gleicher Weise auch dann, wenn die Präferenzordnung eines Haushalts allen acht Annahmen genügt, die wir getroffen haben. Man kann sich dies relativ leicht klarmachen. Legen wir irgendein Indifferenzkurvensystem zugrunde (vgl. Abbildung 24). Die Regel, nach der den Konsumplänen reelle Zahlen u zugewiesen werden sollen, lautete: Ist der Haushalt zwischen zwei Konsumplänen indifferent, so erhalten beide Konsumpläne die gleiche Zahl zugeordnet; zieht der Haushalt von zwei Konsumplänen einen vor, so erhält derjenige Konsumplan die größere Zahl, den der Haushalt vorzieht. Dies bedeutet für das Indifferenzkurvensystem, daß allen Konsumplänen, die auf der gleichen Indifferenzkurve liegen, der gleiche Nutzenindex zugewiesen wird; da Konsumpläne auf höheren Indifferenzkurven Konsumplänen auf niedrigeren Indifferenzkurven vorgezogen werden, bedeutet dies weiter, daß einer Indifferenzkurve ein um so höherer Nutzen zugeordnet wird, je weiter eine Indifferenzkurve vom Ursprung der Konsumebene entfernt ist. Damit sind wir wiederum nicht auf die Zuordnung bestimmter Zahlen festgelegt; vielmehr gibt es eine unendliche Vielfalt von Möglichkeiten, Indifferenzkurven Zahlen so zuzuweisen, daß die Zuordnungsregel erfüllt ist. Für die vier Indifferenzkurven in Abbildung 24 haben wir willkürlich zwei Möglichkeiten herausgegriffen.

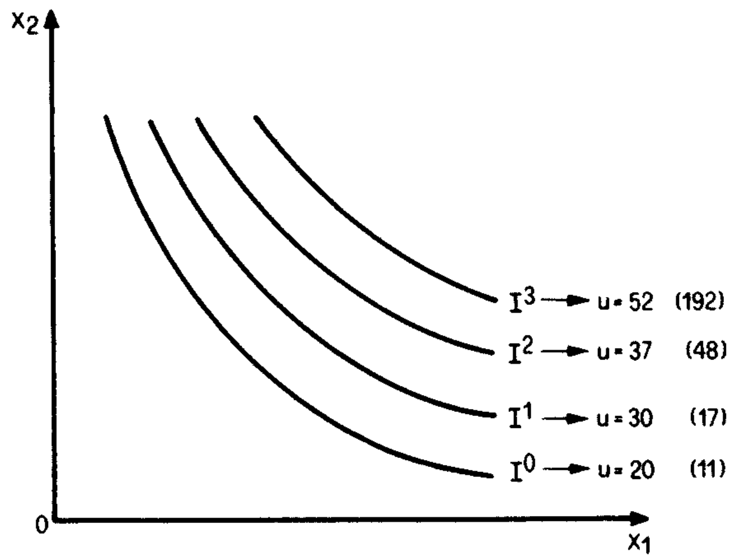



*Abb. 24*

Allgemein kann man sagen: Stellt eine Funktion $u = f(x)$ eine Präferenzordnung dar, so wird diese Präferenzordnung auch durch jede andere Funktion $U = g[f(x)]$, $dU/du > 0$, beschrieben, oder mit Worten: Jede monoton steigende Funktion einer Nutzenfunktion, die eine bestimmte Präferenzordnung darstellt, beschreibt diese Präferenzordnung ebenfalls richtig. Es wird sich zeigen, daß alle Schlußfolgerungen, die wir aus den Annahmen über die Präferenzordnung in Hinblick auf die Konsumgüternachfrage des Haushalts ableiten können, völlig unabhängig davon sind, welche der unendlich vielen Nutzenfunktionen, mit denen man die Präferenzordnung eines Haushalts darstellen kann, wir unserer Analyse zugrunde legen.

## E. Der optimale Konsumplan

Mit der Beschreibung der Wahlmöglichkeiten und der Präferenzordnung des Haushalts ist der Aufbau unseres Modells des Konsumentenverhaltens abgeschlossen. Es gilt nun zu prüfen, welche Konsequenzen sich aus diesem Modell für die Konsumgüternachfrage des Haushalts ergeben. Wir wollen diese Konsequenzen in zwei Schritten untersuchen: In diesem Abschnitt werden wir untersuchen, welchen Konsumplan der Haushalt bei gegebenem Einkommen und gegebenen Konsumgüterpreisen wählt, im nächsten Abschnitt werden wir prüfen, in welcher Weise der Haushalt hinsichtlich seiner Konsumgüternachfrage auf Veränderungen des Einkommens und der Güterpreise reagiert. Wenden wir uns also zunächst der Bestimmung des optimalen Konsumplans bei gegebenem Einkommen bzw. gegebener Budgetsumme und gegebenen Preisen zu.

## 1. Geometrische Bestimmung des optimalen Konsumplans

Betrachten wir der Einfachheit halber wieder den Zwei-Güter-Fall, und versuchen wir vorerst einmal, den optimalen Konsumplan des Haushalts ohne Verwendung der Nutzenfunktion zu bestimmen. Die Präferenzordnung des Haushalts läßt sich graphisch durch ein System von Indifferenzkurven darstellen, und die Budgetmenge erhält man, indem man die Budgetgerade in die Konsumebene einzeichnet (vgl. Abbildung 25).

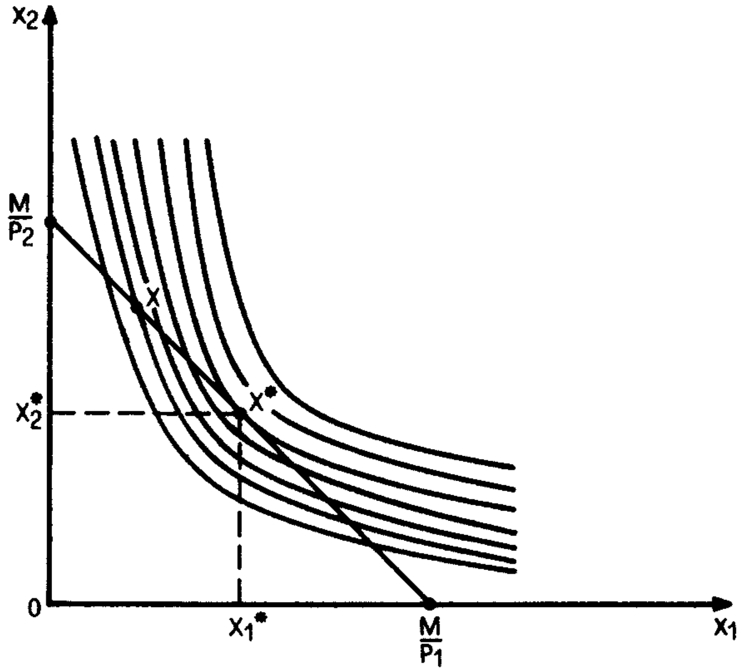



***Abb. 25***

Aus der Nichtsättigungsannahme folgt, daß der optimale Konsumplan nur auf der Budgetgeraden liegen kann; daher können wir uns bei der Suche nach dem optimalen Konsumplan auf diejenigen Konsumpläne beschränken, die die Verausgabung des ganzen Einkommens erfordern. Wählen wir einen beliebigen Konsumplan x auf der Budgetgeraden aus und prüfen wir, ob dies der optimale Konsumplan ist. Bewegt man sich vom Punkt x aus auf der Budgetgeraden nach oben, so kommt man auf Indifferenzkurven, die unterhalb der durch x verlaufenden Indifferenzkurven liegen, und damit zu Konsumplänen, denen der Konsumplan x vorgezogen wird. Bewegt man sich dagegen vom Punkt x aus auf der Budgetgeraden nach unten, so kommt man auf Indifferenzkurven, die oberhalb der durch x verlaufenden Indifferenzkurven liegen, und damit zu Konsumplänen, die x vorgezogen werden; daher kann x nicht der optimale Konsumplan sein. Setzt man die Bewegung auf der Budgetgeraden nach unten fort, so erreicht man fortwährend höhere Indifferenzkurven bis zu dem Punkt, an dem eine Indifferenzkurve die Budgetgerade tangiert; dieser Punkt ist in Abbildung 25 mit x* bezeichnet. Geht man über den Punkt x* hinaus, so kommt man wieder auf Indifferenzkurven, die unterhalb der durch x* verlaufenden Indifferenzkurve liegen. Damit ist der Konsumplan x* der optimale Konsumplan. $x_1^*$ und $x_2^*$ sind die optimalen Verbrauchsmengen der beiden Güter; da der Konsument annahmegemäß zu Beginn der Konsumperiode keine Gütervorräte hat, sind $x_1^*$ und $x_2^*$ gleichzeitig die Gütermengen, die er bei gegebenem Einkommen und den geltenden Preisen auf den Gütermärkten nachfragt.

Im Punkt x* wird die Budgetgerade von einer Indifferenzkurve tangiert. Budgetgerade und Indifferenzkurve haben in diesem Punkt also die gleiche Steigung. Nun wissen wir bereits, daß die Steigung der Budgetgeraden gleich $-p_1/p_2$ ist; folglich muß für den optimalen Konsumplan gelten:

(1) $dx_2/dx_1 = -p_1/p_2$

Da aber die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 gleich dem absoluten Wert der Steigung der Indifferenzkurve ist, muß der optimale Konsumplan die folgende Bedingung erfüllen:

(2) $|dx_2/dx_1| = p_1/p_2$,

d.h. der optimale Konsumplan des Haushalts ist dadurch charakterisiert, daß die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 gleich dem umgekehrten Verhältnis der beiden Güterpreise ist. Beachten Sie, daß sich in Gleichung (2) das Vorzeichen für das Preisverhältnis umkehrt, da $dx_2/dx_1$ wegen des fallenden Verlaufs der Indifferenzkurve kleiner als Null ist.

Diese Bedingung der Gleichheit von Grenzrate der Substitution und umgekehrtem Preisverhältnis gilt auch dann, wenn wir mehr als zwei Güter betrachten. In diesem Fall lautet die **Bedingung für den optimalen Konsumplan**, daß **für jedes Paar von Gütern die Grenzrate der Substitution gleich dem umgekehrten Preisverhältnis der beiden Güter** sein muß, also:

(3) $|dx_i/dx_j| = p_j/p_i \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n$

Daß der optimale Konsumplan diese Bedingung erfüllen muß, können wir uns zwar nicht mehr graphisch veranschaulichen, aber doch relativ leicht plausibel machen, indem wir die Gleichungen (2) und (3) inhaltlich interpretieren. Betrachten wir zunächst den Zwei-Güter-Fall. Das Preisverhältnis drückt aus, auf wie viele Mengeneinheiten von Gut 2 (Gut 1) der Haushalt bei voller Ausschöpfung seines Budgets verzichten muß, wenn er eine Mengeneinheit von Gut 1 (Gut 2) mehr konsumieren will, das Preisverhältnis gibt also die Substitutions*möglichkeiten* zwischen den beiden Gütern an, die der Haushalt hat. Die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1 (bzw. von Gut 1 durch Gut 2) gibt an, in welchem Mengenverhältnis der Haushalt bereit ist, die beiden Güter gegeneinander zu substituieren; die Grenzrate der Substitution gibt also die Substitutions*bereitschaft* des Haushalts zwischen den beiden Gütern an. Gleichung (2) besagt damit, daß der optimale Konsumplan durch die **Gleichheit** von **Substitutionsmöglichkeit** und **Substitutionsbereitschaft** charakterisiert ist.

Nehmen wir einmal hypothetisch an, der Haushalt würde einen Konsumplan x wählen, für den $|dx_2/dx_1| > p_1/p_2$ gilt. Dann ist bei einer marginalen Mengenerhöhung von Gut 1 die Menge von Gut 2, auf die der Haushalt bei den geltenden Preisen verzichten muß, kleiner als die Menge von Gut 2, auf die der Haushalt zu verzichten bereit wäre. Folglich verbessert er sich bei einer Substitution von Gut 1 durch Gut 2, und damit widerspricht die Wahl von Konsumplan x unserer Annahme der rationalen Wahl.

Diese Überlegung können wir für den Fall beliebig vieler Güter verallgemeinern. Unterstellen wir wieder hypothetisch, der Haushalt würde bei voller Verausgabung seines Einkommens einen Konsumplan x wählen, bei dem für irgendein Paar von Gütern i und j die Grenzrate der Substitution von Gut i durch Gut j größer als $p_j/p_i$ ist. Im Falle von n Gütern gibt $|dx_i/dx_j|$ an, in welchem Mengenverhältnis der Haushalt bereit ist, die beiden Güter bei Konstanz der übrigen Gütermengen gegeneinander zu substituieren. Gilt nun, wie angenommen, $|dx_i/dx_j| > p_j/p_i$, so bedeutet dies, daß bei gleichen Verbrauchsmengen aller anderen Güter und einer marginalen Mengenerhöhung von Gut j die Menge von Gut i, auf die der Haushalt bei den Preisen $p_j$ und $p_i$ verzichten muß, kleiner ist als die Menge, auf die er zu verzichten bereit wäre. Da er aber weniger aufgeben muß, als er es tun könnte, ohne sich zu verschlechtern, verbessert sich der Haushalt bei Substitution von Gut i durch Gut j, und daher kann Konsumplan x nicht der optimale Konsumplan sein. Fassen wir zusammen: Solange Substitutionsmöglichkeit und Substitutionsbereitschaft divergieren, kann sich der Haushalt immer verbessern; folglich kann optimal nur ein solcher Konsumplan sein, bei dem die durch das Preisverhältnis gegebene Substitutionsmöglichkeit und die durch die Grenzrate der Substitution ausgedrückte Substitutionsbereitschaft des Haushalts für alle Paare von Gütern jeweils übereinstimmen.

Kehren wir wieder zum Zwei-Güter-Fall zurück. Wenn Sie Abbildung 25 nochmals betrachten, wird Ihnen schnell klarwerden, welche entscheidende Bedeutung der Konvexitätsannahme in Hinblick auf die Bestimmung des optimalen Konsumplans zukommt. Annahme 6 impliziert, wie wir gesehen haben, einen konvex gekrümmten Verlauf der Indifferenzkurven. Damit ist sichergestellt, daß es nur *einen* Tangentialpunkt zwischen Budgetgerade und Indifferenzkurve geben kann, daß also bei gegebenem Einkommen und gegebenen Güterpreisen der **optimale Konsumplan eindeutig bestimmt** ist. Hätten wir die Möglichkeit von (teilweise) linearen Indifferenzkurven nicht ausgeschlossen, so könnte es zu der in Abbildung 26 dargestellten Situation kommen:

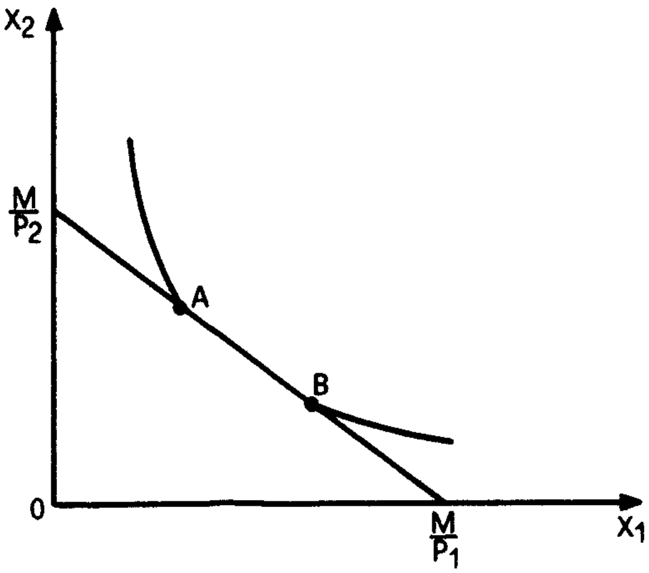



*Abb. 26*

Bei dem angenommenen Preisverhältnis fällt die Indifferenzkurve auf dem Geradenabschnitt $\overline{AB}$ mit der Budgetgeraden zusammen. Nun sind alle Konsumpläne auf der Strecke $\overline{AB}$ gleichermaßen bestmögliche Konsumpläne. Die Annahme der rationalen Wahl erlaubt uns nicht, zu sagen, welchen dieser Konsumpläne der Haushalt wählt, und somit ist der optimale Konsumplan nicht eindeutig bestimmt. Annahme 6 schließt solche Komplikationen aus, und wir müssen uns nicht weiter den Kopf darüber zerbrechen, wie sich der Haushalt entscheidet, wenn er die Wahl zwischen mehreren bestmöglichen Konsumplänen hat. Vielleicht fragen Sie sich, worin denn das Problem besteht, daß wir in der durch Abbildung 26 illustrierten Situation nicht eindeutig bestimmen können, für welchen Konsumplan der Haushalt sich entscheidet. Erinnern Sie sich daran, daß zu den zentralen Fragen, die wir untersuchen wollen, auch die Frage zählt, ob und unter welchen Bedingungen die Pläne, die die einzelnen Wirtschaftssubjekte aufstellen, miteinander kompatibel sind. Im Rahmen dieser Fragestellung ergeben sich fundamentale Schwierigkeiten, wenn wir nicht genau wissen, welche Güter in welchen Mengen Haushalte und Unternehmungen in einer bestimmten Situation nachfragen und anbieten.

Nun sieht man im Zwei-Güter-Fall sehr schnell, daß es wegen der konvexen Krümmung der Indifferenzkurven nur einen optimalen Konsumplan geben kann. Ist der optimale Konsumplan aber auch im Fall beliebig vieler Güter eindeutig bestimmt? Dies ist tatsächlich so, und man kann sich recht leicht klarmachen, warum dies so sein muß. Unterstellen wir, es gäbe bei gegebenem Einkommen und gegebenen Güterpreisen gleichzeitig zwei optimale Konsumpläne x und x'. Aus der Konvexitätsannahme folgt, daß der Haushalt jeden Konsumplan x'', der aus einer Linearkombination von x und x' besteht, gegenüber x und x' vorzieht, daß also für alle $x'' = ax + (1 - a)x'$, $(0 < a < 1)$, gilt: $x'' \succ x$ und $x'' \succ x'$. Wenn aber x und x' zur Budgetmenge gehören, so muß auch jeder Konsumplan x'' zur Budgetmenge gehören, denn aus $px \leqq M$ und $px' \leqq M$ folgt, daß dann auch $a \cdot px + (1-a)px' \leqq M$ gelten muß. Da jeder Konsumplan x'' zur Budgetmenge gehört und gegenüber x und x' vorgezogen wird, kann weder x noch x' ein optimaler Konsumplan sein. Folglich kann es bei Konvexität der Präferenzen niemals mehr als einen optimalen Konsumplan geben.

Annahme 7 besagt, daß Indifferenzkurven die Achsen der Konsumebene nicht berühren können. Hieraus folgt, daß der optimale Konsumplan immer im Inneren des Budgetraums liegt, daß also bei jedem beliebigen Einkommen $>0$ und jedem beliebigen Preisvektor alle Güter nachgefragt werden. Damit ist der optimale Konsumplan geometrisch *immer* durch einen Tangentialpunkt zwischen Indifferenzkurve und Budgetgerade gegeben; dies bedeutet gleichzeitig, daß der optimale Konsumplan bei jeder Preis-Einkommens-Konstellation die durch die Gleichung (2) bzw. (3) beschriebene Bedingung erfüllt: Bei jedem Einkommen und jedem Preisvektor ist der optimale Konsumplan dadurch charakterisiert, daß für jedes beliebige Paar von Gütern i und j die Grenzrate der Substitution von Gut i durch Gut j gleich dem reziproken Preisverhältnis der beiden Güter i und j ist. Die Gültigkeit dieser Bedingung ist *nicht mehr* gesichert, wenn wir zulassen, daß Indifferenzkurven die Achsen berühren können.

Eine solche Situation ist in Abbildung 27 illustriert. Bei der unterstellten Steigung der Budgetgeraden $M_1$ ist x* der optimale Konsumplan, denn er liegt auf der höchsten Indifferenzkurve, die der Haushalt erreichen kann. Im Punkt x* hat aber die Budgetgerade eine flachere Steigung als die Indifferenzkurve, und somit gilt für den optimalen Konsumplan nicht $|dx_2/dx_1| = p_1/p_2$, sondern $|dx_2/dx_1| > p_1/p_2$. Eine kleinere Menge als Null kann der Haushalt nicht nachfragen, und daher ist auch eine weitere Substitution von Gut 2 durch Gut 1 nicht möglich.

Enthält der optimale Konsumplan nicht alle Güter, so spricht man von einem **Randoptimum**. Fragt ein Haushalt ein Gut nicht nach, so kann man daraus nicht den Schluß ziehen, daß er dieses Gut prinzipiell nicht zu konsumieren wünscht. Betrachten Sie die Budgetgerade $M_2$ in Abbildung 27: Bei veränderter Güterpreisrelation und/oder verändertem Haushaltseinkommen kann ein solches Gut (hier Gut 2) wieder im optimalen Konsumplan enthalten sein.

Wir haben schon darauf verwiesen, daß die Annahme beschränkter Substituierbarkeit, die nur sog. **innere Optima** zuläßt – dies sind optimale Konsumpläne, bei denen alle Güter konsumiert werden –, in Hinblick auf die Wirklichkeit einer hochentwikkelten Industriegesellschaft sehr realitätsfern ist. Zur Befriedigung jedes auch noch so spezifischen Konsumbedürfnisses steht uns eine sehr breite und hochdifferenzierte Angebotspalette an Gütern gegenüber, und niemals fragen wir alle Güter nach, sondern wir treffen immer eine Auswahl. Die Annahme charakterisiert daher eher die

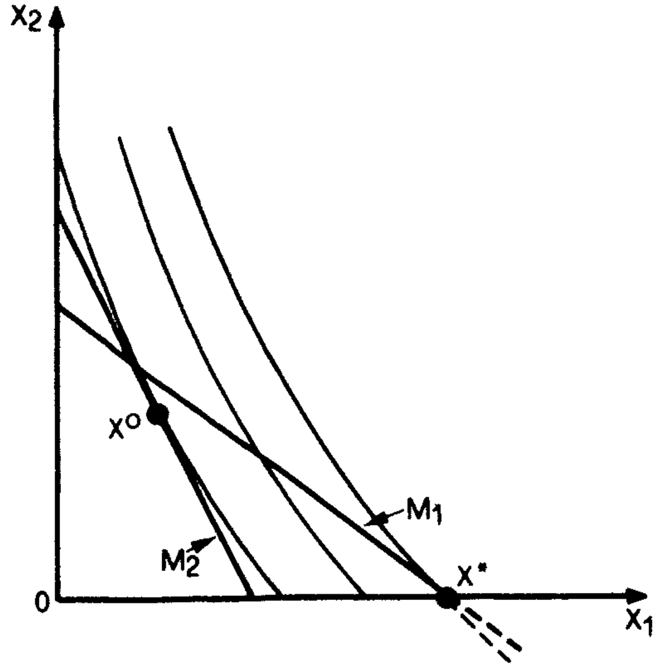



*Abb. 27*

Präferenzordnung eines Konsumenten in einer sehr wenig entwickelten Wirtschaftsgesellschaft, in der eine ziemlich geringe Anzahl von Gütern produziert wird, so daß der Konsument auch bei der Befriedigung seiner elementaren Grundbedürfnisse kaum Wahlmöglichkeiten zwischen verschiedenen Gütern hat.

Für die modelltheoretische Analyse des Konsumentenverhaltens hat der Ausschluß der Möglichkeit von Randoptima einen großen Vorteil. Bei drei Gütern wird es schwierig und bei mehr als drei Gütern ganz unmöglich, den optimalen Konsumplan des Haushalts geometrisch zu bestimmen. Wir müssen daher im allgemeinen Fall von n Gütern zu einer algebraischen Methode übergehen, und für den Fall, daß Randoptima nicht auftreten können, gibt es, wie Sie gleich sehen werden, eine einfache Technik zur Bestimmung des optimalen Konsumplans. Zum leichteren Verständnis dieser Technik wollen wir aber zunächst zeigen, daß man die Bedingung der Gleichheit von Grenzrate der Substitution und umgekehrtem Preisverhältnis auch in anderer Weise formulieren kann.

Der optimale Konsumplan $x^*$ ist im Zwei-Güter-Fall geometrisch dadurch gekennzeichnet, daß die Steigung der durch $x^*$ verlaufenden Indifferenzkurve gleich der Steigung der Budgetgeraden ist. Nun kann die Präferenzordnung des Haushalts durch eine Nutzenfunktion $u = f(x)$ – im Zwei-Güter-Fall also $u = f(x_1, x_2)$ – beschrieben werden. Eine Indifferenzkurve ist definitionsgemäß der geometrische Ort aller Konsumpläne, zwischen denen der Haushalt indifferent ist. Daher ist auch allen Konsumplänen auf derselben Indifferenzkurve der gleiche Nutzenindex zugeordnet. Sei dieser Nutzenindex gleich $u^0$; dann gilt für jeden auf derselben Indifferenzkurve liegenden Konsumplan:

$$f(x_1, x_2) = u^0$$

Folglich muß bei einer Bewegung entlang einer Indifferenzkurve das totale Differential der Nutzenfunktion gleich Null sein:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = d(u^0) = 0, \quad \text{woraus folgt}$$

$$dx_2/dx_1 = -(\partial u/\partial x_1)/(\partial u/\partial x_2),$$

d.h. die Steigung einer Indifferenzkurve ist in jedem Punkt der Indifferenzkurve gleich dem negativ reziproken Verhältnis der partiellen Ableitungen der Nutzenfunktion an der betrachteten Stelle. Damit gilt für die Grenzrate der Substitution von Gut 2 durch Gut 1:

$$(4) \qquad |dx_2/dx_1| = \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big/ \frac{\partial u}{\partial x_2}$$

Die Grenzrate der Substitution zwischen zwei Gütern ist also gleich dem reziproken Verhältnis der Grenznutzen der beiden Güter, und somit können wir Bedingung (2) auch so ausdrücken, daß wir sagen: Für den optimalen Konsumplan muß gelten, daß das Verhältnis der Grenznutzen gleich dem Preisverhältnis der beiden Güter ist:

$$(5) \qquad |dx_2/dx_1| = \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big/ \frac{\partial u}{\partial x_2} = p_1/p_2$$

Gleichung (5) läßt sich unschwer für den Fall von n Gütern verallgemeinern. Bilden wir zunächst das totale Differential der Nutzenfunktion $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 + \cdots + \frac{\partial u}{\partial x_n} dx_n$$

Die Grenzrate der Substitution von Gut i durch Gut j gibt an, in welchem Verhältnis Gut i durch Gut j bei einer infinitesimal kleinen Veränderung der Menge $x_j$ und Konstanz aller anderen Gütermengen substituiert werden muß, wenn sich der Haushalt nicht besser und nicht schlechter als vorher stellen soll, mit anderen Worten, die Grenzrate der Substitution gibt das Substitutionsverhältnis zweier Güter bei Konstanz aller anderen Gütermengen und Konstanz des Nutzenindex an. Setzen wir also die Mengenveränderungen aller Güter mit Ausnahme zweier Güter i und j gleich Null an und wählen wir $dx_i$ und $dx_j$ so, daß $du = 0$ gilt:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial u}{\partial x_j} dx_j = 0; \quad \text{daraus folgt}$$

$$(6) \qquad |dx_i/dx_j| = \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big/ \frac{\partial u}{\partial x_i}$$

Die Grenzrate der Substitution zwischen zwei Gütern ist also auch im Fall von n Gütern gleich dem reziproken Verhältnis der Grenznutzen, und somit muß für den optimalen Konsumplan gelten:

$$(7) \qquad |dx_i/dx_j| = \frac{\partial u}{\partial x_j} \Big/ \frac{\partial u}{\partial x_i} = p_j/p_i \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

Der **optimale Konsumplan** ist folglich dadurch gekennzeichnet, daß **für jedes Güterpaar das Grenznutzenverhältnis gleich dem Preisverhältnis** ist.

Fassen wir zusammen: Erfüllt die Präferenzordnung des Haushalts die Annahmen 1 bis 8, so gibt es in jeder Preis-Einkommens-Konstellation nur einen optimalen Konsumplan. Für den optimalen Konsumplan muß gelten, daß

1. die Gesamtausgaben gleich der Budgetsumme bzw. dem Einkommen sind, und
2. für jedes Güterpaar die Grenzrate der Substitution gleich dem umgekehrten Preisverhältnis bzw. das Grenznutzenverhältnis gleich dem Preisverhältnis ist.

Gleichzeitig können wir einen Umkehrschluß ziehen: Erfüllt ein Konsumplan die genannten Bedingungen, so muß dieser Konsumplan der optimale Konsumplan sein.

Unter den Annahmen 1 bis 8 sind damit die volle Verausgabung des Budgets und Gleichheit von Grenzrate der Substitution und umgekehrtem Preisverhältnis bzw. Gleichheit von Grenznutzen- und Preisverhältnis sowohl ***notwendige*** wie ***hinreichende*** Bedingungen dafür, daß ein Konsumplan der optimale Konsumplan des Haushalts ist.

## 2. Analytische Bestimmung des optimalen Konsumplans

Die Präferenzordnung des Haushalts kann durch eine Nutzenfunktion $u = f(x)$ dargestellt werden. Die Annahme der rationalen Wahl ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß der Haushalt nur einen Konsumplan x wählt, dessen Funktionswert $f(x)$ nicht kleiner ist als der Funktionswert $f(x')$ irgendeines anderen ebenfalls zur Budgetmenge gehörenden Konsumplans x'. Die Wahl des optimalen Konsumplans läßt sich somit analytisch beschreiben als Maximierung der Nutzenfunktion unter der Nebenbedingung, daß die Budgetrestriktion eingehalten wird – in Kurzschreibweise:

$$\text{Max } u = f(x) \text{ bei } px \leqq M$$

Die Bestimmung dieses Maximums der Nutzenfunktion kann zu einem recht komplizierten mathematischen Problem werden. Glücklicherweise ist aber durch unsere Annahmen sichergestellt, daß

- der optimale Konsumplan nur ein Konsumplan sein kann, der die Verausgabung des ganzen Budgets erfordert (Annahme 4); damit muß für das gesuchte Maximum der Nutzenfunktion $px = M$ gelten, und daß
- der optimale Konsumplan nur ein Konsumplan sein kann, der für alle Güter positive Verbrauchsmengen vorsieht (Annahme 6); damit muß $x_i > 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ für das gesuchte Maximum der Nutzenfunktion gelten.

Unter diesen Bedingungen können die optimalen Verbrauchsmengen unter Verwendung einer einfachen Technik aus der Nutzenfunktion abgeleitet werden: der sog. **Methode der Lagrange-Multiplikatoren**. Diese Methode ist, allgemein gesprochen, eine Technik zur Bestimmung des Extremums von Funktionen unter Nebenbedingungen in Form von Gleichungen. In unserem konkreten Anwendungsbeispiel gilt es, die Nutzenfunktion $u = f(x)$ unter der Nebenbedingung $px = M$ zu maximieren. Gehen wir der Übersichtlichkeit halber zunächst von nur zwei Gütern aus; dann ist das Maximum der Funktion $u = f(x_1, x_2)$ unter der Nebenbedingung $p_1x_1 + p_2x_2 = M$ zu bestimmen. Dabei sind M, $p_1$ und $p_2$ fest vorgegeben, also keine Variablen, sondern Konstanten.

Im ersten Schritt formt man die Budgetgleichung so um, daß auf einer Seite Null steht, also

$$p_1x_1 + p_2x_2 - M = 0 \qquad \text{oder} \qquad M - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

Im nächsten Schritt bildet man die Lagrange-Funktion L, indem man die Nebenbedingung mit einem Lagrange-Multiplikator λ multipliziert und den erhaltenen Ausdruck zu der zu maximierenden Nutzenfunktion hinzuaddiert (oder von der zu maximierenden Funktion abzieht – das ist gleichgültig).

$$L = f(x_1, x_2) + \lambda(M - p_1x_1 - p_2x_2) \tag{8}$$

Die Lagrange-Funktion enthält drei unabhängige Variablen: $x_1$, $x_2$ und λ. Wären mehrere Nebenbedingungen zu berücksichtigen, so hätte man diese in gleicher Weise umzuformen, mit weiteren Lagrange-Multiplikatoren zu multiplizieren und ebenfalls von der zu maximierenden Funktion zu subtrahieren oder zu dieser hinzuzuzählen. Sucht man das Minimum einer Funktion unter Nebenbedingungen in Form von Gleichungen, verfährt man genauso. Wesentlich ist nun, daß die Lagrange-Funktion genau an der Stelle ihr unbeschränktes Extremum hat, an der auch die zu extremierende Funktion ihr durch die Nebenbedingung(en) beschränktes Extremum hat. Damit kann man bei der Bestimmung des Extremums einer Funktion unter Nebenbedingungen in Form von Gleichungen bei Verwendung der Methode der Lagrange-Multiplikatoren in der gleichen Weise vorgehen, wie man dies bei der Bestimmung des Extremums einer Funktion ohne Nebenbedingungen tut: Man bildet die partiellen Ableitungen der Lagrange-Funktion nach den unabhängigen Variablen und setzt diese anschließend gleich Null. Für unser Problem benötigen wir die partiellen Ableitungen von L nach $x_1$, $x_2$ und $\lambda$:

$$\text{(9)} \qquad \frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} - \lambda p_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2} - \lambda p_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = M - p_1 x_1 - p_2 x_2$$

Setzen wir die partiellen Ableitungen von L gleich Null, so erhalten wir:

$$\text{(10)} \qquad \begin{aligned} &\partial u/\partial x_1 - \lambda p_1 &&= 0 \\ &\partial u/\partial x_2 - \lambda p_2 &&= 0 \\ &M - p_1 x_1 - p_2 x_2 &&= 0 \end{aligned}$$

Die Extremwertbedingungen für L bestehen also aus einem System von drei Gleichungen, dessen Lösung die Werte der zwei Variablen $x_1$ und $x_2$ – also der optimalen Verbrauchsmengen – sowie der später noch zu erörternden Variablen $\lambda$ liefert, für die die Lagrange-Funktion ein Extremum annimmt. Wir wollen uns nun überzeugen, daß das Extremum von L tatsächlich das gesuchte Maximum der Nutzenfunktion ist.

Betrachten Sie die letzte Gleichung von (10); für ein Extremum von L muß gelten: $M - px = 0$. Daraus kann man zunächst unmittelbar ersehen, daß für ein Extremum der Lagrange-Funktion $L = u$ gilt, denn für $M - px = 0$ erhält man $L = f(x) - \lambda \cdot 0 = f(x)$. Von dieser Bedingung für ein Extremum von L wissen wir aber schon, daß sie gleichzeitig auch eine Bedingung für den optimalen Konsumplan und damit für das gesuchte Maximum der Nutzenfunktion ist. Betrachten Sie nun die beiden ersten Gleichungen von (10); man erhält durch Umformung:

$$\partial u/\partial x_1 = \lambda p_1 \quad \text{und} \quad \partial u/\partial x_2 = \lambda p_2 \quad \text{und damit}$$

$$\text{(11)} \qquad \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big/ \frac{\partial u}{\partial x_2} = p_1/p_2$$

Mit dieser Gleichung haben wir wieder die bekannte Bedingung der Gleichheit von Grenzrate der Substitution und umgekehrtem Preisverhältnis. Die Bedingungen für ein Extremum von L sind damit identisch mit den notwendigen und hinreichenden Bedingungen für den optimalen Konsumplan; daher können wir sicher sein, daß das Extremum der Lagrange-Funktion gleich dem beschränkten Maximum der Nutzenfunktion ist, daß uns also die Lösung von Gleichungssystem (10) tatsächlich die optimalen Verbrauchsmengen des Haushalts liefert.

Im allgemeinen Fall von n Gütern geht man ganz analog vor. Man bildet die Lagrange-Funktion

$$\text{(12)} \qquad L = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \lambda(M - p_1 x_1 - p_2 x_2 - \cdots - p_n x_n),$$

differenziert L partiell nach den Variablen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ und $\lambda$, und setzt die Ableitungen gleich Null. Man erhält ein System von $n + 1$ Gleichungen

$$
(13) \quad \begin{aligned}
&\partial u/\partial x_1 - \lambda p_1 = 0 \\
&\partial u/\partial x_2 - \lambda p_2 = 0 \\
&\quad \vdots \\
&\partial u/\partial x_n - \lambda p_n = 0 \\
&M - p_1 x_1 - p_2 x_2 - \cdots - p_n x_n = 0,
\end{aligned}
$$

dessen Lösung die Werte der Variablen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ liefert, für die die Nutzenfunktion ein durch die Budgetrestriktion beschränktes Maximum annimmt. Die ersten n Gleichungen von (13) lassen sich umformen zu der bekannten Bedingung:

$$
(14) \quad \frac{\partial u}{\partial x_j} \bigg/ \frac{\partial u}{\partial x_i} = p_j/p_i \quad \text{für alle } i, j = 1, 2, \ldots, n
$$

Wiederum sehen wir, daß die Bedingungen für ein unbeschränktes Extremum von L genau gleich den notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür sind, daß ein Konsumplan der optimale Konsumplan des Haushalts ist.

Wir kehren noch einmal kurz zu der Variablen $\lambda$ zurück. Betrachten wir die in (12) angegebene Lagrange-Funktion und unterstellen wir, die Budgetsumme M sei variabel. Wir leiten L nach M ab und erhalten $\delta L/\delta M = \lambda$; $\lambda$ gibt also an, um welchen Betrag sich L verändert, wenn die Budgetsumme um eine (infinitesimal kleine) Einheit erhöht wird. Da die Lagrange-Funktion für alle Vektoren x, die die Beschränkungsgleichung $M - px = 0$ erfüllen, und mithin auch für alle nutzenmaximalen Konsumpläne mit der Nutzenfunktion identisch ist, gibt $\lambda$ offenbar auch an, um welchen Betrag sich u verändert, wenn M um eine (infinitesimal kleine) Einheit erhöht wird; es gilt also auch $\delta u/\delta M = \lambda$. Bei Zugrundelegung der in Kapitel I erwähnten *kardinalen* nutzentheoretischen Vorstellungen ist $\lambda$ daher interpretierbar als Maß für den mit einer (infinitesimal kleinen) Erhöhung der Budgetsumme verbundenen Nutzenzuwachs und wird deshalb in dieser Interpretation als *Grenznutzen des Geldes* oder *Grenznutzen des Einkommens* bezeichnet. Bei *ordinalem* Nutzenverständnis ist (ganz entsprechend) $\lambda$ die Erhöhung des Wertes u der Nutzenindexfunktion bei einer Veränderung der Budgetsumme um eine Geldeinheit.

Bei der analytischen Bestimmung der optimalen Verbrauchsmengen des Haushalts kann man freilich nur dann in der beschriebenen Weise vorgehen, wenn die Präferenzordnung des Haushalts alle Annahmen erfüllt, die wir eingeführt haben. Nehmen Sie z.B. an, der Haushalt betrachte zwei Güter als vollständig substituierbar. Dann kann es zu der in Abbildung 27 illustrierten Situation eines Randoptimums kommen; bei der Budgetgeraden $M_1$ galt dort $|dx_2/dx_1| > p_1/p_2$ und folglich auch $(\partial u/\partial x_1)/(\partial u/\partial x_2) > p_1/p_2$. Die Bedingung für ein unbeschränktes Extremum der Lagrange-Funktion ist aber $(\partial u/\partial x_1)/(\partial u/\partial x_2) = p_1/p_2$. In diesem Fall unterscheiden sich die Bedingungen für das gesuchte beschränkte Maximum der Nutzenfunktion und die Bedingungen für ein Extremum der Lagrange-Funktion voneinander, und somit ist klar, daß die Werte der Variablen $x_1, x_2, \ldots x_n$, für die L ein Extremum annimmt, nicht gleich den gesuchten optimalen Verbrauchsmengen sein können. Ähnliche Probleme ergeben sich, wenn Indifferenzkurven einen konkaven Verlauf haben oder wenn die Nichtsättigungsannahme nicht erfüllt ist. In all diesen Fällen erfordert die analytische Bestimmung der optimalen Verbrauchsmengen den Einsatz komplizierterer mathematischer Methoden, auf die wir hier nicht eingehen wollen.

Wir hatten erwähnt, daß die Präferenzordnung eines Haushalts nicht nur durch eine bestimmte Nutzenfunktion, sondern durch jede monotone Transformation dieser Nutzenfunktion beschrieben werden kann. Nun kann sich natürlich der optimale Konsumplan bei gegebenen Preisen und gegebener Budgetsumme nicht ändern, wenn man den Konsumplänen andere Nutzenindices zuordnet – je nachdem, durch welche

Nutzenfunktion wir die Präferenzordnung des Haushalts beschreiben, mag sich der Wert des beschränkten Maximums dieser Funktion ändern, die optimalen Verbrauchsmengen müssen aber konstant bleiben. Soll die eben beschriebene Methode zur Ermittlung des optimalen Konsumplans sinnvoll sein, so setzt dies also voraus, daß man bei Verwendung jeder monotonen Transformation der Nutzenfunktion zur gleichen Lösung gelangt. Wie man leicht zeigen kann, ist dies tatsächlich der Fall; der mathematisch interessierte Leser kann sich im Anhang dieses Buches davon überzeugen.

Illustrieren wir die Anwendung der Methode der Lagrange-Multiplikatoren auf unser Problem der analytischen Bestimmung des optimalen Konsumplans noch anhand eines numerischen Beispiels. Gehen wir vom Zwei-Güter-Fall aus und nehmen an, die Präferenzordnung des Haushalts lasse sich durch die Funktion $u = x_1 x_2$ beschreiben. Die Preise der Güter seien mit $p_1 = 5$ DM und $p_2 = 10$ DM gegeben; die Budgetsumme des Konsumenten betrage 100 DM. Die Bilanzgleichung lautet also:

$$5x_1 + 10x_2 = 100$$

Die Bilanzgleichung ist die Nebenbedingung, unter der die Nutzenfunktion zu maximieren ist. Wir formen diese so um, daß auf einer Seite Null steht:

$$100 - 5x_1 - 10x_2 = 0$$

Wir bilden die Lagrange-Funktion, indem wir die Nebenbedingung mit dem Lagrange-Multiplikator $\lambda$ multiplizieren und den so erhaltenen Ausdruck zur Nutzenfunktion hinzuaddieren:

$$L = x_1 x_2 + \lambda(100 - 5x_1 - 10x_2)$$

Wir bilden die partiellen Ableitungen von L nach $x_1$, $x_2$ und setzen dann diese Ableitungen gleich Null:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2 - 5\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 - 10\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 100 - 5x_1 - 10x_2$$

Aus den beiden ersten Bedingungen für ein Extremum von L erhalten wir $x_2 = \frac{1}{2}x_1$, und durch Substitution von $x_1$ bzw. $x_2$ in der dritten Bedingung für ein Extremum von L ermitteln wir als optimale Verbrauchsmengen $x_1 = 10$ und $x_2 = 5$.

Wir haben viel darüber gesagt, durch welche Bedingungen der optimale Konsumplan charakterisiert ist und wie er sich analytisch aus der Nutzenfunktion ableiten läßt. Die abgeleiteten Bedingungen für den optimalen Konsumplan bzw. das Maximum der Nutzenfunktion dürfen Sie nicht mißverstehen: Es handelt sich dabei weder um irgendwelche zusätzlichen Bedingungen, die der Haushalt bei seinen Konsumentscheidungen zu berücksichtigen hätte – denn trifft der Haushalt eine rationale Wahl und entspricht seine Präferenzordnung den zugrunde gelegten Annahmen, so ist der von ihm gewählte Konsumplan durch die genannten Bedingungen charakterisiert –, noch handelt es sich dabei etwa um Definitionskriterien des optimalen Konsumplans – denn der optimale Konsumplan ist einfach der Konsumplan, den der Haushalt in einer gegebenen Preis-Einkommens-Konstellation für den bestmöglichen Konsumplan hält. Vollausschöpfung des Budgets und Gleichheit von Grenzrate der Substitution und umgekehrtem Preisverhältnis sind lediglich spezifische Eigenschaften des optimalen Konsumplans, die dieser nur dann aufweist, wenn alle Annahmen, von denen wir ausgegangen sind, Gültigkeit besitzen. Auch wollen wir nicht unterstellen, daß der Haushalt seine Konsumplanung unter Zuhilfenahme der Differentialrechnung und der Algebra durchführt; vielmehr benutzen *wir* als Theoretiker mathematische Methoden, um die Implikationen unserer Modellannahmen für die Konsumgüternachfrage des Haushalts leichter untersuchen zu können. Wir wollen aber versuchen, im weiteren Verlauf unserer Analyse mit dem Einsatz mathematischer Hilfsmittel möglichst sparsam umzugehen.

## F. Die Güternachfrage des Haushalts

Nachdem wir gezeigt haben, wie sich die von dem Haushalt in einer gegebenen Preis-Einkommens-Konstellation nachgefragten Gütermengen bestimmen lassen, wollen wir nun untersuchen, ob und wie die nachgefragten Gütermengen durch Änderungen der Budgetsumme und/oder der Güterpreise beeinflußt werden. Dabei nehmen wir eine kleine analytische Vereinfachung vor: Wir wollen annehmen, daß dem Haushalt zur Finanzierung seiner Konsumausgaben nur sein Einkommen E zur Verfügung steht, das er während der betrachteten Konsumperiode bezieht, und daß die Budgetbeschränkung, die sich der Haushalt bei seiner Konsumplanung setzt, genau seinem Einkommen entspricht, daß er also keine Ersparnisse aus seinem laufenden Einkommen plant. Es gilt damit die Budgetrestriktion $M = E \geqq px$, und aus der Nichtsättigungsannahme folgt unmittelbar, daß bei Realisierung des optimalen Konsumplans das ganze Einkommen tatsächlich für Konsumzwecke verausgabt wird, mithin auch keine ungeplanten Ersparnisse anfallen.

### 1. Die allgemeine Nachfragefunktion

Bei gegebener Präferenzordnung des Haushalts hängen die optimalen Verbrauchsmengen vom Haushaltseinkommen und von den Güterpreisen ab, d.h. die nachgefragte Menge jeden Gutes i ist eine Funktion des Preises des Gutes i, der Preise aller anderen Güter sowie des Einkommens:

$$
(1) \qquad \begin{aligned}
x_1 &= f_1(p_1, p_2, \ldots, p_n, E)\\
x_2 &= f_2(p_1, p_2, \ldots, p_n, E)\\
&\vdots\\
x_n &= f_n(p_1, p_2, \ldots, p_n, E)
\end{aligned}
$$

Die Funktion $x_i = f_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, E)$ bezeichnet man als **allgemeine Nachfragefunktion** für Gut i. Anhand des Zwei-Güter-Falls kann man sich die funktionale Abhängigkeit der nachgefragten Gütermengen von den Güterpreisen und vom Einkommen graphisch veranschaulichen: Der optimale Konsumplan ermittelt sich geometrisch als Tangentialpunkt zwischen Bilanzgerade und Indifferenzkurve; die Lage der Bilanzgerade in der Konsumebene ist aber von $p_1$, $p_2$ und E abhängig, und da es bei Konvexität der Präferenzen nur einen Tangentialpunkt zwischen Bilanzgerade und Indifferenzkurve geben kann, sind die optimalen Verbrauchsmengen bei gegebener Präferenzordnung durch die Werte von $p_1$, $p_2$ und E eindeutig bestimmt.

Wie Sie an Abbildung 28 ablesen können, ergeben sich bei einer Veränderung der Güterpreise und/oder des Einkommens andere Bilanzgeraden, mithin andere Tangentialpunkte zwischen Bilanzgerade und Indifferenzkurve und damit in der Regel für alle Güter auch andere, in jedem Fall aber eindeutig bestimmte optimale Verbrauchsmengen.

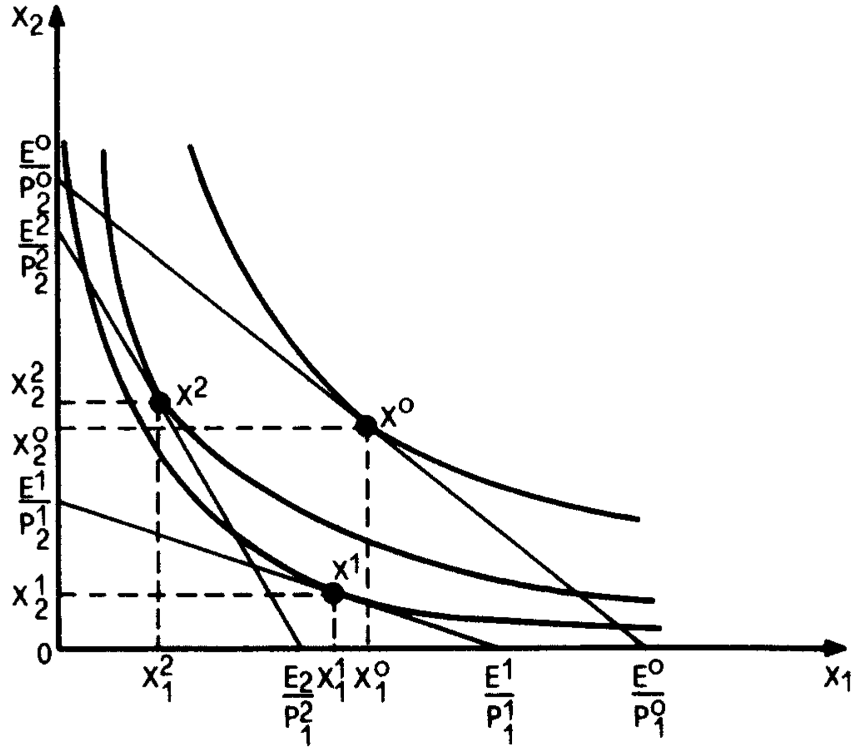



***Abb. 28***

Leitet man die nachgefragten Gütermengen aus der Nutzenfunktion ab, so erhält man diese, wie gezeigt, aus der Lösung des Gleichungssystems

$$
\begin{aligned}
\partial u/\partial x_1 - \lambda p_1 &= 0 \\
\partial u/\partial x_2 - \lambda p_2 &= 0 \\
&\vdots \\
\partial u/\partial x_n - \lambda p_n &= 0 \\
E - px &= 0
\end{aligned}
$$

Durch dieses Gleichungssystem ist der optimale Konsumplan eindeutig bestimmt, und damit gilt auch im Mehr-Güter-Fall, daß bei gegebener Nutzenfunktion die nachgefragten Gütermengen Funktionen der Güterpreise und des Einkommens sind.

Im allgemeinen ziehen Einkommens- und Preisvariationen Veränderungen der nachgefragten Gütermengen nach sich. Eine wichtige Ausnahme von dieser Regel ergibt sich für den Fall, daß sich das Einkommen und alle Güterpreise gleichzeitig um denselben Prozentsatz verändern; in diesem Fall bleiben die nachgefragten Mengen aller Güter konstant, gleich wie die Präferenzordnung des Haushalts im einzelnen aussieht. Im Zwei-Güter-Fall ist dies unmittelbar einsichtig: Wenn Einkommen und Preise proportional variieren, verändert sich die Lage der Budgetgerade nicht, und deshalb kann es auch keinen neuen Tangentialpunkt zwischen Bilanzgerade und Indifferenzkurve geben – der optimale Konsumplan bleibt unverändert. Bei proportionaler Variation aller unabhängigen Variablen der allgemeinen Nachfragefunktion bleiben also die Nachfragemengen konstant; der Haushalt handelt, wie man sagt, ohne Geldillusion. Mathematisch ausgedrückt bedeutet dies, daß die allgemeinen Nachfragefunktionen homogen vom Grade 0 in den Preisen und im Einkommen sind.

## 2. Nachfragereaktionen bei Veränderungen des Einkommens

Wir wollen nun den Zusammenhang zwischen der Höhe des Haushaltseinkommens und den nachgefragten Gütermengen untersuchen. Dabei betrachten wir alle Güterpreise als konstant; so ist es möglich, die Auswirkungen von Einkommensveränderungen auf die Güternachfrage getrennt von denen möglicher Preisveränderungen zu analysieren. Diese in der ökonomischen Theorie sehr häufig verwendete Untersuchungstechnik der isolierten Betrachtung des Ursache-Wirkungs-Zusammenhangs zwischen der abhängigen und *einer* unabhängigen Modellvariablen bei Konstanz aller übrigen unabhängigen Variablen wird als **Ceteris-Paribus-Analyse** bezeichnet. Auch wir werden uns dieser Technik im folgenden noch öfters bedienen; damit immer ganz klar ist, welche Modellgrößen wir als variabel und welche wir als konstant annehmen, werden wir die jeweils als konstant angesetzten Modellgrößen zur Kennzeichnung mit einem Querstrich versehen. Zunächst interessiert uns also die Beziehung

(2) $x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, \bar{p}_n, E), \qquad i = 1, 2, \ldots, n$

d.h. die funktionale Beziehung zwischen Nachfragemengen und Haushaltseinkommen bei Konstanz der Güterpreise.

### a) Einkommens-Konsum-Kurven

Geht man vom Zwei-Güter-Fall aus, so bedeutet eine Veränderung des Einkommens bei Konstanz der Preise eine Parallelverschiebung der Bilanzgeraden. Bei einer Einkommenserhöhung von $E^0$ auf $E^1$ verbessert sich der Haushalt, denn der neue optimale Konsumplan $x^1$ liegt auf einer höheren Indifferenzkurve, und folglich gilt $x^1 > x^0$; bei einer Einkommenssenkung von $E^0$ auf $E^2$ verschlechtert sich der Haushalt, denn der neue optimale Konsumplan liegt auf einer niedrigeren Indifferenzkurve, und damit muß $x^0 > x^2$ gelten.

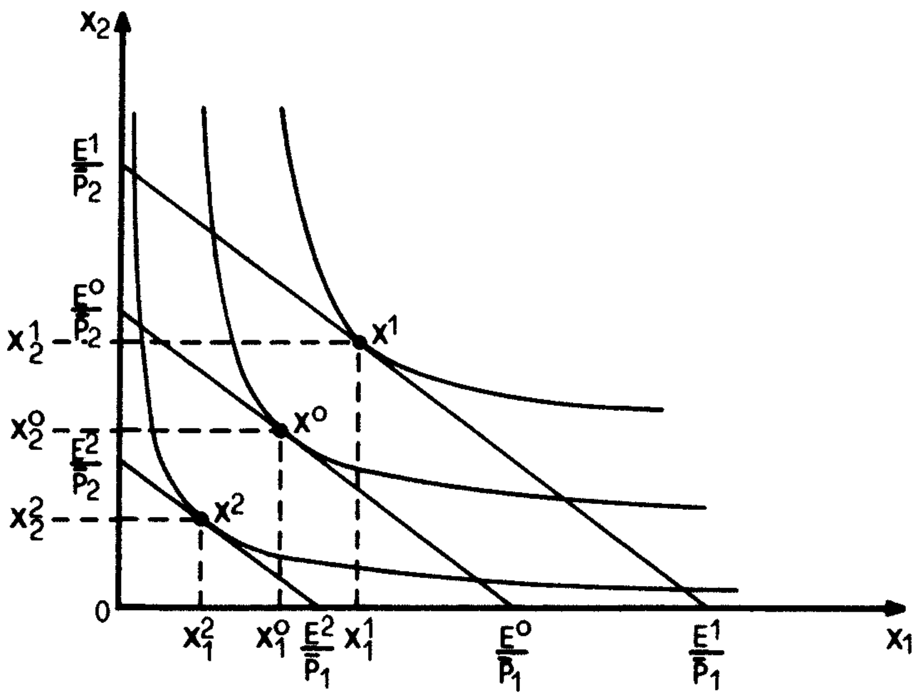



***Abb. 29***

Wie sich eine Einkommensänderung auf die nachgefragten Gütermengen auswirkt, hängt von der Präferenzordnung des Haushalts ab. In Abbildung 29 haben wir ein

Indifferenzkurvensystem dargestellt, bei dem Einkommensvariationen jeweils zu gleichgerichteten Nachfrageveränderungen für beide Güter führen. Wird ein Gut bei einer Einkommenserhöhung (-senkung) in größerer (kleinerer) Menge als vorher nachgefragt, so spricht man von einem **superioren** Gut. Dieser Effekt einer Veränderung des Haushaltseinkommens ist freilich nicht zwangsläufig. Unsere Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts schließen nicht aus, daß Indifferenzkurven anders verlaufen: In Abbildung 30a bleibt die nachgefragte Menge von Gut 1 bei einer Einkommensveränderung konstant, während in Abbildung 30b eine Einkommensvariation zu einer entgegengerichteten Veränderung der Nachfragemenge von Gut 1 führt.

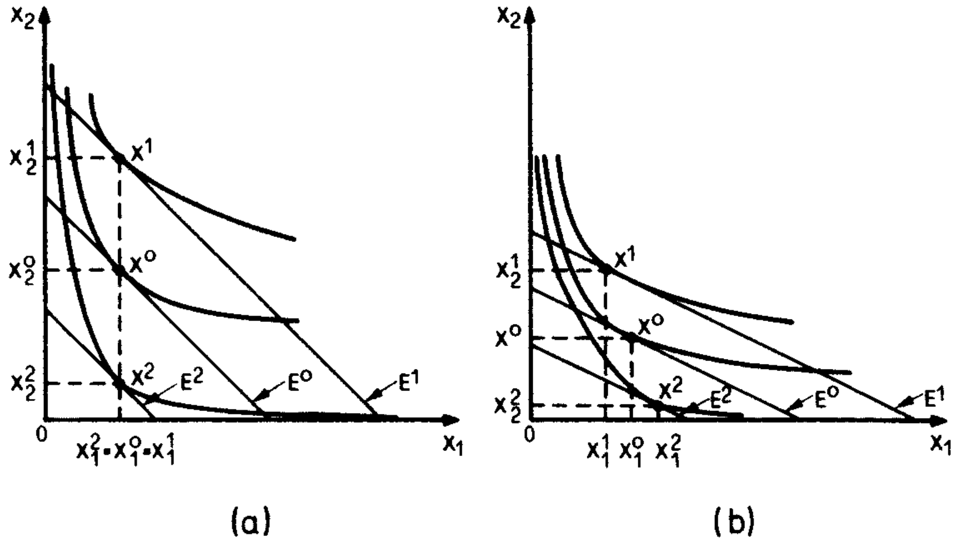



***Abb. 30***

Ein Gut, das der Haushalt bei einer Einkommenserhöhung (-senkung) in kleinerer (größerer) Menge als vorher nachfragt, wird als **inferiores** Gut bezeichnet. Eine solche Nachfragereaktion ist nicht so ungewöhnlich, wie sie auf den ersten Blick vielleicht erscheinen mag. Einkommenszuwächse veranlassen Haushalte recht häufig dazu, vom Konsum „minderwertiger" Güter auf den Konsum von Gütern des „gehobenen Bedarfs" überzugehen; denken Sie etwa an die Substitution von Malzkaffee durch Bohnenkaffee oder von Margarine durch Butter im Verlauf des wirtschaftlichen Aufschwungs der Bundesrepublik während der 50er Jahre.

Die Abbildungen 30a und b sind in zweierlei Hinsicht aufschlußreich: Zunächst kann man unmittelbar ersehen, daß aus der Nichtsättigungsannahme folgt, daß der Haushalt bei einer Einkommenssteigerung von mindestens einem Gut mehr nachfragen muß als vor der Einkommenserhöhung; es kann also z. B. nicht sein, daß der Haushalt gleichzeitig alle Güter als inferiore Güter betrachtet. Umgekehrt ist ebenso klar, daß aus der Nichtsättigungsannahme *nicht* folgt, daß der Haushalt bei einer Einkommenssteigerung von *jedem* Gut mehr nachfragen muß. Man kann also aus der Beobachtung, daß ein Haushalt nach einer Einkommenserhöhung von einem Gut nicht mehr als vorher konsumiert, nicht den Schluß ziehen, der Haushalt habe beim Konsum dieses Gutes eine Sättigungsgrenze erreicht.

Läßt man die Einkommensvariable eine breite Skala von Werten durchlaufen, so erhält man unendlich viele Budgetgeraden und damit unendlich viele Berührpunkte zwischen Bilanzgeraden und Indifferenzkurven. Die Menge dieser Tangentialpunkte bildet eine stetige Linie in der Konsumebene, die **Einkommens-Konsum-Kurve** genannt wird. Sind beide Güter superiore Güter, nehmen also die Nachfragemengen der

Güter mit steigendem Einkommen zu, so hat die Einkommens-Konsum-Kurve eine positive Steigung; ein Beispiel für diesen Fall ist in Abbildung 31 a illustriert. Ist eines der beiden Güter ein inferiores Gut, so hat die Einkommens-Konsum-Kurve einen komplizierteren Verlauf. Bei einem inferioren Gut geht die nachgefragte Menge mit steigendem Einkommen zurück; da aber bei E = 0 die Nachfragemengen gleich Null sind, muß bei kleinen Einkommenswerten die nachgefragte Menge eines Gutes zunächst einmal steigen, bevor sie bei größeren Einkommenswerten wieder abnehmen kann. Betrachten wir das Problem von der anderen Seite: Bei einem inferioren Gut steigt die nachgefragte Menge mit sinkendem Einkommen. In Abbildung 31 b nimmt die nachgefragte Menge von Gut 2 bei einer Einkommensreduzierung von $E^4$ bis auf $E^2$ ständig zu; die bei $E^2$ nachgefragte Menge $x_2^2$ kann der Haushalt aber aufgrund der Budgetrestriktion nicht mehr nachfragen, wenn sein Einkommen kleiner als $E^1$ ist. Jedes Gut, das innerhalb eines bestimmten Einkommensintervalls ein inferiores Gut ist, muß also bei einer hinreichend starken Reduzierung des Einkommens die Eigenschaft der Inferiorität verlieren. Damit hat die Einkommens-Konsum-Kurve zunächst auf jeden Fall einen steigenden Verlauf, nimmt aber von der Einkommenshöhe an, bei der ein Gut ein inferiores Gut wird, eine negative Steigung an. Bei Annahme beschränkter Substituierbarkeit der Güter kann die Einkommens-Konsum-Kurve im übrigen auch dann, wenn ein Gut ein inferiores Gut ist, bei positiven Werten der Einkommensvariablen niemals eine der Achsen der Konsumebene berühren.

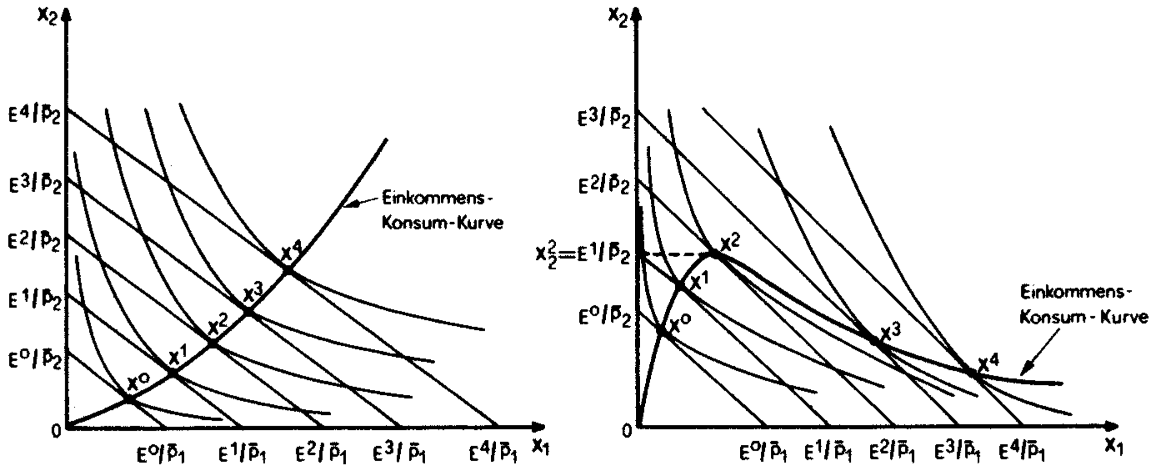



***Abb. 31*** (a) (b)

## b) Engel-Kurven

Stellt man den Zusammenhang zwischen der nachgefragten Menge eines Gutes und dem Haushaltseinkommen in einem Diagramm dar, bei dem auf der Abszisse die Einkommenshöhe und auf der Ordinate die Nachfragemenge abgetragen wird, so erhält man die sog. **Engel-Kurve.**[1] Ist ein Gut ein superiores Gut, so hat die Engel-Kurve eine positive Steigung.

Die Abbildungen 32a und b zeigen zwei sehr unterschiedliche Verläufe von Engel-Kurven für superiore Güter. In Abbildung 32a nimmt die nachgefragte Menge des Gutes i relativ langsamer zu als das Einkommen; dies können Sie daran ablesen, daß der Quotient $x_i/E$ mit wachsendem Einkommen abnimmt. Da die Güterpreise als

---

[1] Diese Kurve hat ihren Namen nach dem deutschen Statistiker Christian Lorenz Ernst Engel, der Mitte des 19. Jahrhunderts den Zusammenhang zwischen Einkommensentwicklung und Nahrungsmittelnachfrage untersuchte.

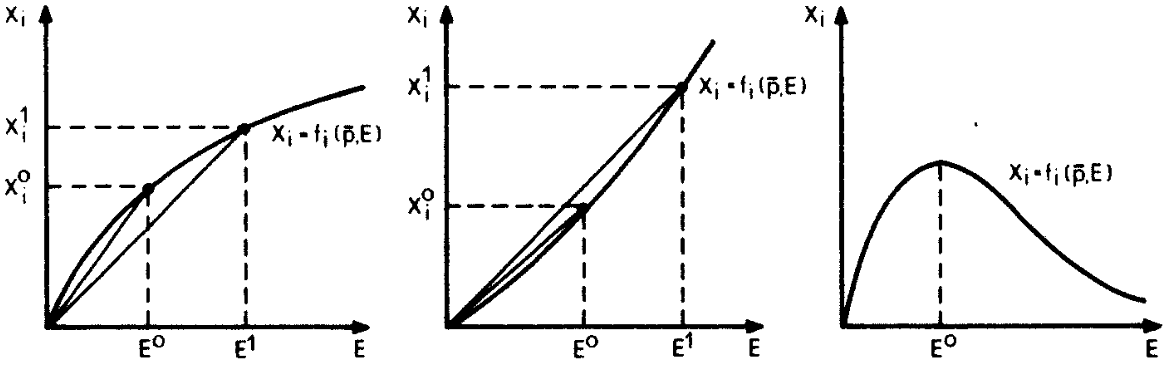



*Abb. 32* (a) (b) (c)

konstant angenommen sind, folgt hieraus, daß mit zunehmendem Einkommen der Quotient $\bar{p}_i x_i/E$ ebenfalls abnimmt. Ein konkaver Verlauf der Engel-Kurve bedeutet daher, daß für das betreffende Gut der Ausgabenanteil an den gesamten Konsumausgaben mit wachsendem Haushaltseinkommen ständig zurückgeht. Ein typisches Beispiel für solche Güter sind Grundnahrungsmittel. Abbildung 32 b zeigt den entgegengesetzten Fall: die nachgefragte Menge dieses Gutes und damit auch die Konsumausgaben für dieses Gut steigen relativ schneller als das Einkommen. Hat also die Engel-Kurve für ein Gut eine konvexe Krümmung, so nimmt der auf dieses Gut entfallende Anteil an den Gesamtausgaben mit wachsendem Einkommen ständig zu. In Abbildung 32 c ist der Verlauf der Engel-Kurve für ein inferiores Gut skizziert; mit steigendem Einkommen ($E > E^0$) nimmt die Nachfrage nach Gut i ab. Wieder müssen Sie beachten, daß einer Nachfragesteigerung bei sinkendem Einkommen durch die Budgetrestriktion Grenzen gesetzt sind; für sehr kleine Werte von E muß die Engel-Kurve eine positive Steigung haben.

Abbildung 33 stellt schließlich einen Spezialfall der Engel-Kurve dar. Hier variiert die Nachfrage nach Gut i proportional mit dem Einkommen; infolgedessen variieren auch die Ausgaben für Gut i proportional mit dem Einkommen, und der auf Gut i entfallende Anteil an den Gesamtausgaben bleibt konstant.

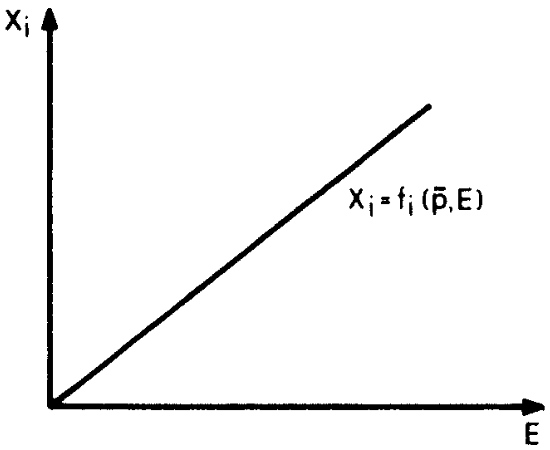



*Abb. 33*

Sind die Engel-Kurven für alle Güter durch den Ursprung verlaufende Geraden, so verändern sich die Proportionen der optimalen Verbrauchsmengen der Güter bei einer Einkommensvariation nicht: die Struktur der Güternachfrage bleibt konstant. Ist im Zwei-Güter-Fall die Engel-Kurve für ein Gut eine durch den Ursprung verlaufende Gerade, so ist die Engel-Kurve für das andere Gut ebenfalls eine durch den Ursprung verlaufende Gerade, denn bei konstantem Ausgabenanteil für ein Gut muß bei nur zwei Gütern auch der auf das andere Gut entfallende Anteil an den Gesamtausgaben konstant bleiben. Für die Einkommens-Konsum-Kurve bedeutet dies, daß auch sie in diesem Fall eine im Ursprung der Konsumebene beginnende Gerade ist.

### c) Die Einkommenselastizität der Nachfrage

Man kann die Nachfragereaktionen des Haushalts auf Einkommens- oder Preisveränderungen in sehr zweckmäßiger Weise beschreiben, indem man sog. (Punkt-)Elastizitäten berechnet.[1] Eine Elastizität ist, allgemein gesprochen, ein Maß, mit dem die Reagibilität der abhängigen Variablen einer Funktion auf eine (infinitesimal) kleine Veränderung einer unabhängigen Variablen dieser Funktion ausgedrückt wird. Elastizitäten werden nicht nur in der Haushaltstheorie, sondern überall in der ökonomischen Theorie zur Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen verwendet; es ist deshalb wichtig, daß Sie sich die Bedeutung dieses Konzepts von Anfang an ganz klarmachen.

Die **Einkommenselastizität** der Nachfrage nach Gut i mißt die Richtung und die Stärke der Reaktion der Nachfrage des Haushalts nach Gut i auf eine marginale Veränderung des Einkommens bei Konstanz aller Güterpreise; sie ist definiert als:

$$\eta_{x_i,E} = \frac{\partial x_i}{\partial E} \cdot \frac{E}{x_i} \tag{3}$$

Grob gesprochen gibt die Einkommenselastizität der Nachfrage nach Gut i an, um wieviel Prozent sich die nachgefragte Menge des Gutes i verändert, wenn sich das Haushaltseinkommen um ein Prozent verändert und die Preise aller Güter konstant bleiben. Betrachten wir Formel (3) etwas genauer, so entdecken wir zwei angenehme Eigenschaften dieses Reaktionsmaßes. Alle Größen, von denen der Wert der Einkommenselastizität abhängt, sind dimensionierte Größen: Mengeneinheiten je Geldeinheit ($\partial x_i/\partial E$), Geldeinheiten (E) und Mengeneinheiten ($x_i$). Wie unmittelbar ersichtlich ist, kürzen sich die Dimensionen der Variablen aus der Formel für die Einkommenselastizität heraus; die Einkommenselastizität ist – wie jede andere Elastizität auch, die wir noch einführen werden – eine dimensionslose Zahl. Noch wichtiger ist der Umstand, daß der Wert der Einkommenselastizität von einer Umdimensionierung der Variablen unberührt bleibt: Ob wir das Einkommen in DM, Pfennigen oder Dollars messen oder ob wir die Menge z. B. des Gutes Butter in Kilogramm, Tonnen oder Feinunzen messen – der Wert der Einkommenselastizität wird hierdurch nicht verändert. Auch dies ist eine Eigenschaft, die jede Elastizität hat; der Wert einer Elastizität ist also invariant gegenüber einer Umdimensionierung von Variablen.

Die Einkommenselastizität der Nachfrage nach einem Gut i läßt sich mit Hilfe der Engel-Kurve für das betreffende Gut leicht graphisch bestimmen. Die Engel-Kurve ist, wie wir gesehen haben, die geometrische Darstellung der funktionalen Beziehung zwischen der nachgefragten Menge eines Gutes und der Höhe des Haushaltseinkommens bei konstanten Güterpreisen:

$$x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, \bar{p}_n, E) = g_i(E)$$

Die Ableitung der die Engel-Kurve beschreibenden Funktion $x_i = g_i(E)$ für $p = \bar{p}$ ist gleich der partiellen Ableitung der allgemeinen Nachfragefunktion nach der Varia-

[1] Neben Punktelastizitäten werden manchmal auch sog. Bogenelastizitäten berechnet, bei denen man eine endliche Veränderung einer unabhängigen Variablen unterstellt. Wenn wir im folgenden von Elastizitäten sprechen, so sind ausschließlich Punktelastizitäten gemeint. Die allgemeine Definition einer Elastizität können Sie dem mathematischen Anhang dieses Textes entnehmen.

blen E für $p = \bar{p}$. Die partielle Ableitung der allgemeinen Nachfragefunktion nach E an der Stelle $E = E^0$ ist daher gleich dem Wert der Steigung der Engel-Kurve an der Stelle $E = E^0$. Somit bestimmt sich in Abbildung 34a die Einkommenselastizität der Nachfrage nach Gut i beim Einkommen $E^0$ in folgender Weise:

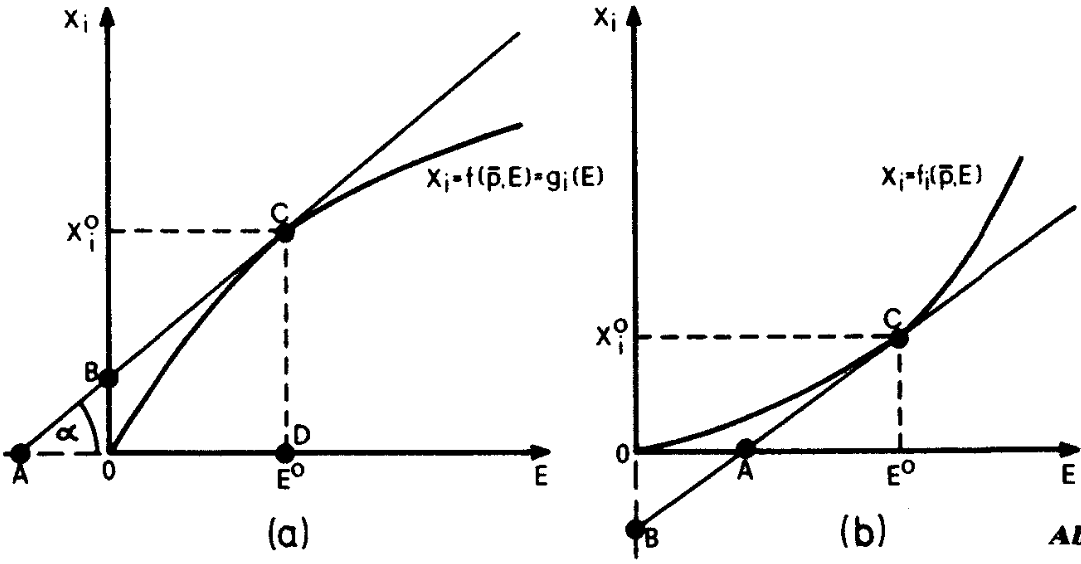



***Abb. 34***

$$\frac{\partial x_i}{\partial E} = \frac{d}{dE} g_i = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}; \quad \frac{E^0}{x_i^0} = \frac{\overline{0D}}{\overline{CD}} \quad \text{und folglich}$$

$$\eta_{x_i, E} = \frac{\partial x_i}{\partial E} \cdot \frac{E^0}{x_i^0} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} \cdot \frac{\overline{0D}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{0D}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

Wie Sie sehen, läßt sich die Einkommenselastizität der Nachfrage geometrisch sehr leicht ermitteln: Man legt in den betrachteten Punkt der Engel-Kurve eine Tangente, und die Einkommenselastizität ergibt sich aus dem Verhältnis zweier Streckenabschnitte dieser Tangente, wobei im Zähler die Strecke zwischen dem betrachteten Punkt und der Achse steht, der die Nachfragemenge (also die abhängige Variable) zugeordnet ist, während im Nenner die Strecke zwischen dem betrachteten Punkt und der Achse steht, der die Einkommensvariable (also die unabhängige Variable) zugeordnet ist. In dieser Weise kann man bei der geometrischen Bestimmung jeder Elastizität verfahren. Als Faustregel können Sie sich merken: Der Absolutbetrag der Elastizität einer Kurve im Punkt P ermittelt sich aus dem Verhältnis zweier Streckenabschnitte einer Tangenten in P, wobei im *Zähler* der Streckenabschnitt zwischen P und der Achse der ***abhängigen*** Variablen und im *Nenner* der Streckenabschnitt zwischen P und der Achse der ***unabhängigen*** Variablen steht. Bewegt man sich (wie hier) zu den beiden Achsen in der gleichen Richtung, so ist die Elastizität positiv, andernfalls ist sie negativ, mit anderen Worten, ist die Steigung der Kurve in P positiv (negativ), so ist auch die Elastizität positiv (negativ).

Da sich die Elastizität geometrisch aus zwei Streckenabschnitten einer Tangenten bestimmt, kann man auch leicht erkennen, ob der (absolute) Wert der Elastizität kleiner oder größer als 1 ist. In Abbildung 34a ist der Tangentenabschnitt zur Mengenachse (BC) kürzer als der zur Einkommensachse (AC); folglich muß die Einkommenselastizität im Punkt ($x_i^0$, $E^0$) kleiner als 1 sein. In Abbildung 34b ist umgekehrt im Punkt ($x_i^0$, $E^0$) die Einkommenselastizität größer als 1, denn der Tangentenabschnitt von diesem Punkt zur Mengenachse ist länger als der Tangentenabschnitt zur Einkommensachse.

In der Regel verändert sich die Einkommenselastizität der Nachfrage bei einer Bewegung auf der Engel-Kurve. Eine Ausnahme ergibt sich für den Fall, daß die Engel-Kurve eine Gerade durch den Ursprung ist:

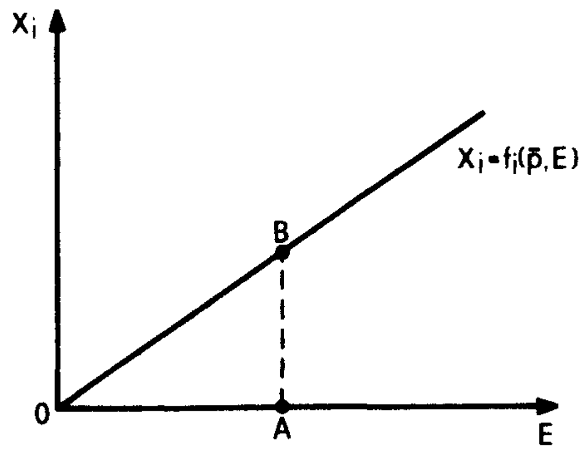



*Abb. 35*

In diesem Fall erhalten wir für jeden beliebigen Punkt der Engel-Kurve als Einkommenselastizität der Nachfrage:

$$\eta_{x_i,E} = \frac{\partial x_i}{\partial E} \cdot \frac{E}{x_i} = \frac{\overline{AB}}{\overline{0A}} \cdot \frac{\overline{0A}}{\overline{AB}} = 1$$

Wir hatten oben superiore Güter als solche Güter definiert, deren Nachfragemenge mit steigendem Einkommen zunimmt. Da die Engel-Kurve dann eine positive Steigung hat, muß die Einkommenselastizität der Nachfrage nach einem superioren Gut größer als Null sein. Damit können wir superiore Güter auch als Güter definieren, deren Einkommenselastizität größer als Null ist. Entsprechend sind inferiore Güter solche, deren Einkommenselastizität kleiner als Null ist.

Da die Einkommenselastizität die Nachfragereaktion bei konstanten Güterpreisen mißt, kann man genau wie aus dem Verlauf der Engel-Kurve auch aus dem Wert der Einkommenselastizität ablesen, wie sich bei einer marginalen Einkommensvariation die Ausgaben für ein Gut verändern. Bei einer Einkommenselastizität $< 0$ sinken mit wachsendem Einkommen die Ausgaben für dieses Gut; bei einer positiven Einkommenselastizität nehmen sie mit steigendem Einkommen zu. Für $\eta_{x_i,E} = 1$ ist die Veränderungsrate des Einkommens gleich der Veränderungsrate der nachgefragten Menge von Gut i; die Ausgaben für dieses Gut verändern sich also proportional zur Einkommensvariation, und damit bleibt der auf dieses Gut entfallende Anteil an den Gesamtausgaben konstant. Gilt für ein Gut $\eta_{x_i,E} > 1$, so ist die Veränderungsrate der Nachfrage nach diesem Gut größer als die Veränderungsrate des Einkommens; bei einer Einkommenserhöhung (-senkung) ist die relative Ausgabenveränderung größer als die relative Einkommensänderung, und dementsprechend steigt (sinkt) der auf dieses Gut entfallende Anteil an den Gesamtausgaben. Hieraus folgt, daß die Einkommenselastizitäten der einzelnen Güter nicht gänzlich unabhängig voneinander sein können. Steigt z.B. das Einkommen um ein Prozent, so ist es aufgrund der Budgetrestriktion nicht möglich, daß die Ausgaben für jedes Gut z.B. um fünf Prozent zunehmen. Ist also für ein Gut oder mehrere Güter die Einkommenselastizität größer als 1, so muß mindestens ein Gut eine Einkommenselastizität kleiner als 1 haben.

## 3. Nachfragereaktionen bei Veränderungen der Güterpreise

Wir wollen nun untersuchen, wie sich die Nachfrage des Haushalts nach einem Gut verändert, wenn sich die Preise der Güter verändern. Wiederum werden wir den Effekt von Preisänderungen unter der Ceteris-paribus-Annahme analysieren: Zuerst betrachten wir den Fall, daß sich der Preis des betrachteten Gutes verändert, während das Haushaltseinkommen und die Preise aller anderen Güter konstant bleiben; anschließend untersuchen wir die Nachfrageveränderung nach einem Gut für den Fall, daß sich der Preis irgendeines anderen Gutes ändert, während die Preise aller übrigen Güter – einschließlich des Preises des betrachteten Gutes – und das Einkommen als konstant angenommen werden.

### a) Die Nachfragefunktion

Untersuchen wir zunächst die funktionale Beziehung zwischen Nachfragemenge und Preis eines Gutes i bei Konstanz aller übrigen Variablen der allgemeinen Nachfragefunktion für dieses Gut:

(4) $x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, p_i, \ldots, \bar{p}_n, \bar{E})$

Diesen Spezialfall der allgemeinen Nachfragefunktion bezeichnet man einfach als die **Nachfragefunktion** für ein Gut. Spricht man also von einer Nachfragefunktion, so ist damit immer der Zusammenhang zwischen der nachgefragten Menge und dem Preis des gleichen Gutes (bei Konstanz aller anderen Variablen der allgemeinen Nachfragefunktion) gemeint.

Betrachten wir zunächst den Fall von nur zwei Gütern. Nehmen wir den Preis von Gut 2 als variabel an; der Preis von Gut 1 und das Haushaltseinkommen seien konstant. Variationen von $p_2$ bewirken eine Drehung der Budgetgeraden um den Abszissenabschnitt, und zu jedem Wert von $p_2$ ergibt sich ein neuer Tangentialpunkt zwischen Budgetgerade und Indifferenzkurve und somit ein anderer optimaler Konsumplan. Läßt man die Preisvariable die ganze Skala von positiven Werten durchlaufen, so erhält man unendlich viele optimale Konsumpläne, die in geometrischer Darstellung eine stetige Linie in der Konsumebene bilden, die **Preis-Konsum-Kurve** genannt wird (vgl. Abbildung 36a).

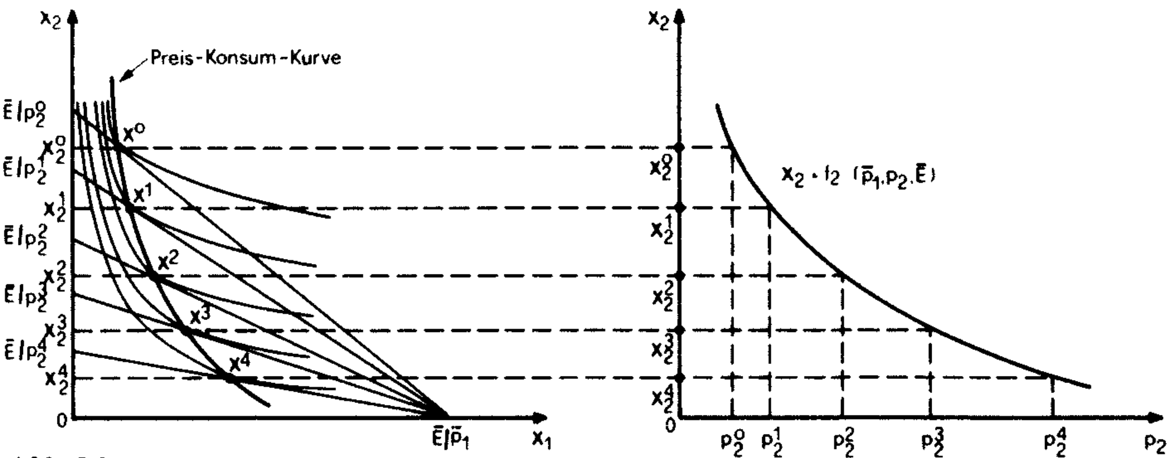



***Abb. 36***

(a) (b)

Die Preis-Konsum-Kurve ist der geometrische Ort aller optimalen Konsumpläne bei Variation eines Güterpreises und Konstanz des Einkommens sowie des Preises des anderen Gutes. Die Abbildung des Zusammenhangs zwischen nachgefragter Menge und dem Preis eines Gutes in Form der Preis-Konsum-Kurve hat den Nachteil, daß man zwar die bei den jeweiligen Preisen nachgefragten Mengen direkt an den Achsen der Konsumebene ablesen kann, die zugehörigen Preise aber nur indirekt aus den Achsenabschnitten der Bilanzgeraden zu entnehmen sind. Übertragen wir also die Preis-Mengen-Kombinationen in ein gesondertes Diagramm (Abbildung 36b): Die bei den jeweiligen Preisen $p_2$ nachgefragten Mengen $x_2$ können wir direkt auf die Ordinate übertragen, und die zugehörigen Preise tragen wir auf der Abszisse ab.

Abbildung 36b ist die geometrische Darstellung der Nachfragefunktion für Gut 2. Die geometrische Darstellung einer Nachfragefunktion wird **Nachfragekurve** genannt; die Nachfragekurve zeigt an, welche Mengen eines Gutes der Haushalt bei verschiedenen Preisen dieses Gutes und gegebenen Preisen der anderen Güter (in unserem Falle also nur des Preises $p_1$) sowie bei konstantem Einkommen nachfragt. Abbildung 37 zeigt die übliche Darstellung der Nachfragekurve: Aus theoriegeschichtlichen Gründen, die wir in Kapitel I schon erwähnt haben, hat es sich eingebürgert, die Nachfragekurve so darzustellen, daß auf der Abszisse die Nachfragemenge, also die abhängige Variable, und auf der Ordinate der Güterpreis, also die unabhängige Variable, abgetragen wird.

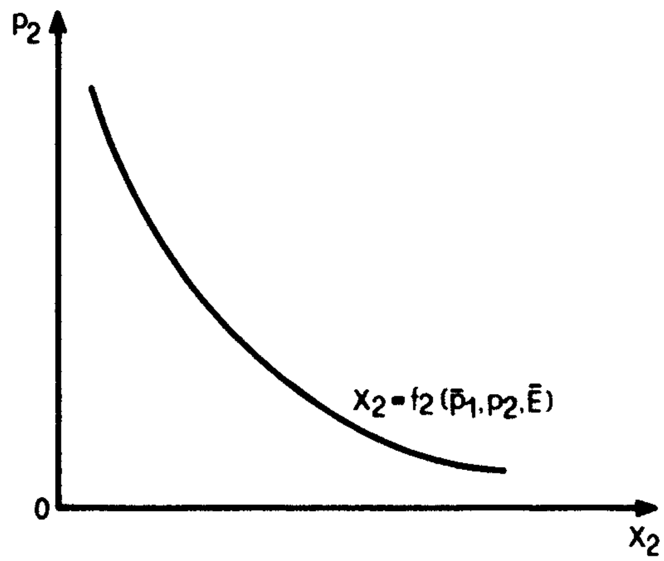



*Abb. 37*

Bei dem in Abbildung 36a zugrunde gelegten Indifferenzkurvensystem ergab sich eine Preis-Konsum-Kurve dergestalt, daß die nachgefragte Menge von Gut 2 mit steigendem Preis dieses Gutes zurückging; folglich hatte die Nachfragekurve eine negative Steigung. Der in Abbildung 37 illustrierte Zusammenhang einer rückläufigen Nachfragemenge bei steigendem Preis ist sehr plausibel; hat die Nachfragekurve eine negative Steigung, so spricht man von einem **typischen** oder **normalen** Verlauf dieser Kurve. Dennoch folgt ein solcher Verlauf der Nachfragekurve nicht zwingend aus unseren Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts. In Abbildung 38a ist ein Indifferenzkurvensystem zugrunde gelegt, bei dem innerhalb eines gewissen Schwankungsbereichs von $p_2$ die nachgefragte Menge dieses Gutes konstant ist. Die zugehörige Nachfragekurve (vgl. Abbildung 38b) verläuft in diesem Preisintervall vertikal.

Abbildung 39a zeigt schließlich den Fall einer Präferenzordnung, bei der innerhalb eines bestimmten Variationsbereichs von $p_2$ die nachgefragte Menge von Gut 2 mit steigendem Preis sogar zunimmt ($x_2^2 > x_2^1 > x_2^0$ bei $p_2^2 < p_2^1 < p_2^0$). Die zugehörige Nachfragekurve, die in Abbildung 39b dargestellt ist, hat innerhalb dieses Preisinter-

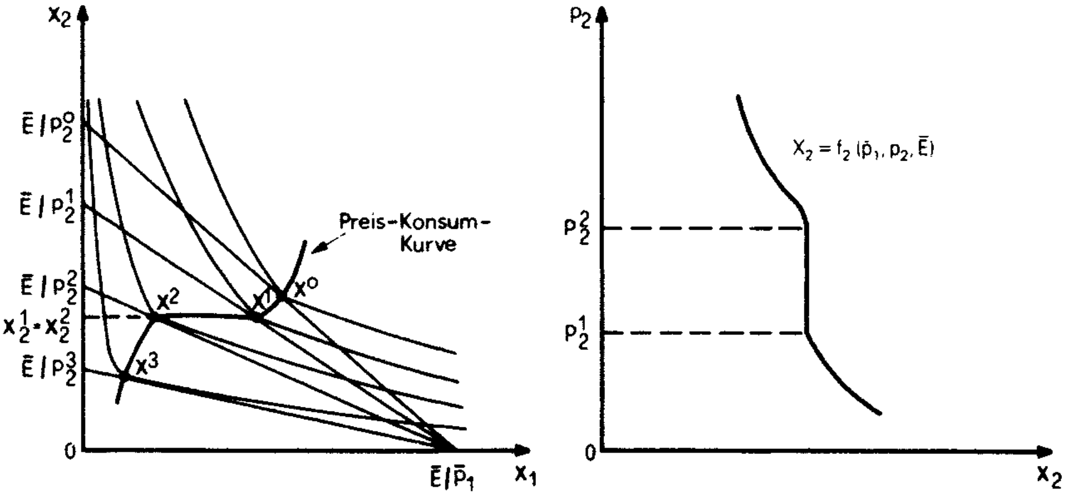



**Abb. 38** (a) (b)

valls eine positive Steigung. Güter, deren Nachfragemenge mit steigendem Preis zunimmt, werden **Giffen-Güter** genannt.

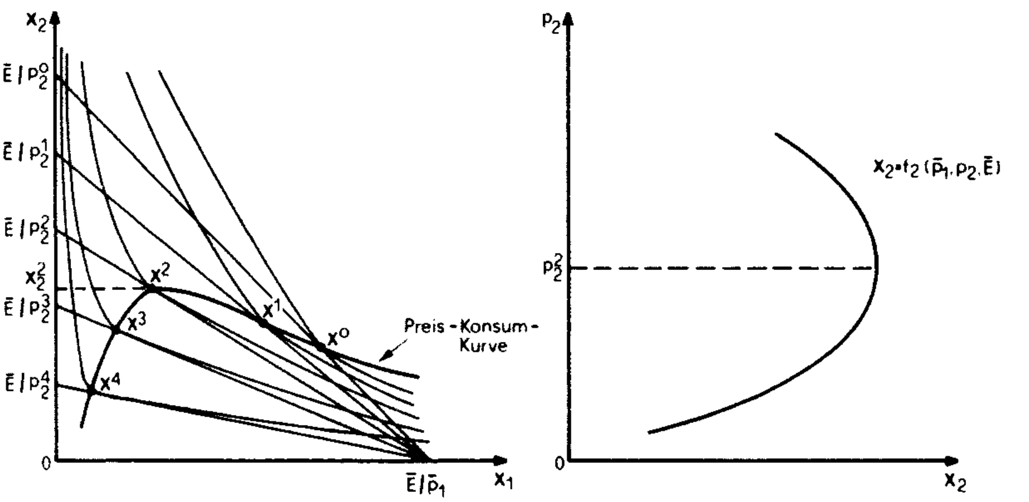



**Abb. 39** (a) (b)

Wir haben schon gesehen, daß ein bestimmtes Gut nicht über den ganzen Bereich der möglichen Einkommenswerte $E \geqq 0$ hinweg ein inferiores Gut sein kann. Ebensowenig ist es möglich, daß irgendein Gut i für das ganze Preisintervall $p_i > 0$ ein Giffen-Gut ist. Betrachten Sie Abbildung 39a: Steigt der Preis des Gutes 2 von $p_2^0$ über $p_2^1$ auf $p_2^2$, so nimmt die nachgefragte Menge dieses Gutes kontinuierlich zu. Bei weiteren Preissteigerungen muß die nachgefragte Menge aufgrund der Budgetrestriktion zwangsläufig wieder zurückgehen; schon beim Preis $p_2^3$ ist die Menge von Gut 2, die der Haushalt maximal nachfragen könnte, kleiner als die beim Preis $p_2^2$ nachgefragte Menge. Daher kann auch eine Nachfragekurve niemals über das ganze Preisintervall $p_i > 0$ eine positive Steigung haben – bei einer positiven Steigung spricht man von einem **atypischen** oder **anomalen** Verlauf der Nachfragekurve; vielmehr muß sie bei hinreichend hohen Preisen wieder einen normalen fallenden Verlauf aufweisen.

---

[1] Diese Güter haben ihren Namen nach Robert Giffen, der in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts beobachtete, daß bei steigendem Brotpreis die Nachfrage nach Brot in den ärmeren Bevölkerungsschichten nicht zurückging, sondern zunahm.

Aus unseren Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts folgt, daß die Nachfragekurve die Achsen des Preis-Mengen-Diagramms nicht berühren kann. Die Nichtsättigungsannahme impliziert, daß die Nachfragekurve die Abszisse nicht berühren kann; wäre ein bestimmtes Gut i ein freies Gut, gälte also $p_i = 0$, so würde der Haushalt eine unendlich große Menge dieses Gutes nachfragen. Aus der Annahme der beschränkten Substituierbarkeit folgt, daß der Haushalt in jeder Preis-Einkommens-Konstellation alle Güter nachfragt; daher ist bei einem noch so hohen Preis $p_i$ die nachgefragte Menge von Gut i immer größer Null. Ist eine vollständige Substituierbarkeit der Güter zulässig, so sinkt die nachgefragte Menge eines Gutes mit zunehmendem Preis auf Null. Nehmen wir zur Illustration dieses Falles den Preis von Gut 1 als variabel an; $p_2$ und E seien konstant. Betrachten Sie in Abbildung 40a zunächst den Preis $p_1^3$; die bei diesem Preis höchsterreichbare Indifferenzkurve ist $I^2$, und der optimale Konsumplan wird durch den Punkt $x^2$ dargestellt. Wir haben ein Randoptimum, und in $x^2$ ist die für $p_1^3$ geltende Bilanzgerade steiler als die Indifferenzkurve, die durch $x^2$ verläuft; folglich gilt bei $p_1 = p_1^3$ für den optimalen Konsumplan: $|dx_2/dx_1| < p_1/\bar{p}_2$. Nehmen wir nun eine Senkung des Preises auf $p_1^2$ an. Immer noch ist $x^2$ der optimale Konsumplan, und Gut 1 wird nicht nachgefragt; die für $p_1^2$ geltende Bilanzgerade und die Indifferenzkurve $I^2$ tangieren sich aber in $x^2$ (zur Verdeutlichung haben wir daher Bilanzgerade und Indifferenzkurve über die Ordinate hinaus verlängert), und damit gilt für den optimalen Konsumplan $|dx_2/dx_1| = p_1^2/\bar{p}_2$. Sinkt der Preis von Gut 1 unter $p_1^2$, so wird auch Gut 1 nachgefragt, und für jeden Preis $p_1 < p_1^2$ ist der optimale Konsumplan ebenfalls durch die Gleichheit von Grenzrate der Substitution und umgekehrtem Preisverhältnis charakterisiert.

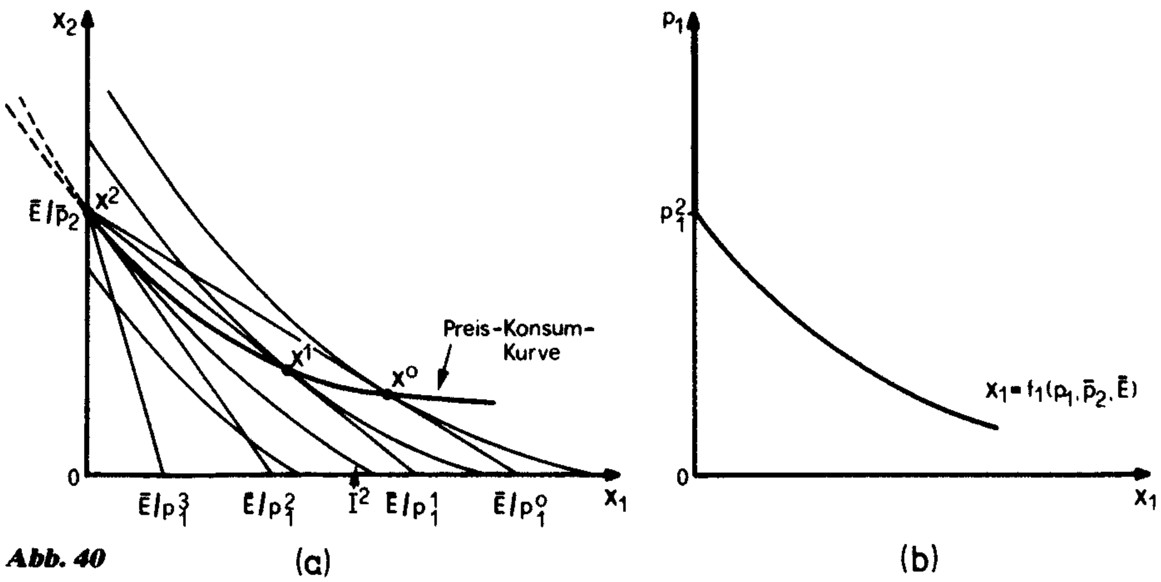
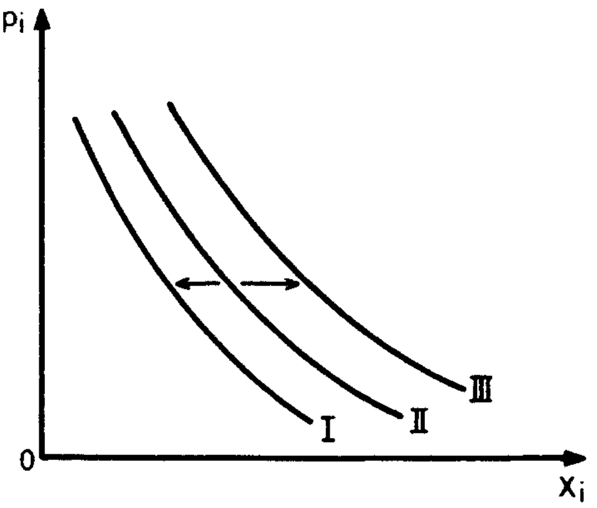



***Abb. 40***

Die Nachfragekurve für Gut 1 hat damit die in Abbildung 40b illustrierte Gestalt: Für $p_1 \geqq p_1^2$ fällt sie mit der Ordinate des Preis-Mengen-Diagramms zusammen, die nachgefragte Menge ist also gleich Null, und für $p_1 < p_1^2$ hat sie bei der unterstellten Präferenzordnung den üblichen fallenden Verlauf. Der Ordinatenabschnitt des innerhalb des Preis-Mengendiagramms verlaufenden Astes der Nachfragekurve ist durch die Obergrenze des Preisintervalls von Gut 1 bestimmt, für das im Haushaltsoptimum $|dx_2/dx_1| = p_1/\bar{p}_2$ gilt.

Der Zusammenhang zwischen der nachgefragten Menge eines Gutes und dem Preis des gleichen Gutes zählt zu den wichtigsten Funktionen der ökonomischen Theorie. Was Sie bei Ihren vermutlich noch recht häufigen Begegnungen mit Nachfragefunktionen nie übersehen dürfen, ist die Tatsache, daß wir die Nachfragefunktion für ein Gut unter der Ceteris-paribus-Annahme abgeleitet haben. Jede Veränderung der als Parameter betrachteten anderen unabhängigen Variablen der allgemeinen Nachfragefunktion kann zu einer Veränderung der Nachfragekurve für das Gut führen. Wir wollen die möglichen Wirkungen der Variation von Preisen anderer Güter vorläufig beiseite lassen und nur untersuchen, wie sich Einkommensveränderungen auf die Nachfragefunktion auswirken können und uns auch dabei auf den Fall „normaler" Güter beschränken. Wegen der positiven Einkommenselastizität der Nachfrage führt eine Einkommenszunahme bei jedem Preis des betrachteten Gutes zu einer Erhöhung der nachgefragten Menge; umgekehrt führt eine Einkommenssenkung bei jedem beliebigen Preis zu einer Abnahme der von diesem Gut nachgefragten Menge. Die Wirkung einer Einkommensveränderung auf die Lage der Nachfragekurve ist damit leicht auszumachen:




I: $x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, p_i, \dots, \bar{p}_n, \bar{E}^0)$

II: $x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, p_i, \dots, \bar{p}_n, \bar{E}^1)$

III: $x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, p_i, \dots, \bar{p}_n, \bar{E}^2)$

$$\bar{E}^0 < \bar{E}^1 < \bar{E}^2$$

*Abb. 41*

Eine Einkommenserhöhung verschiebt die Nachfragekurve für ein normales Gut vom Ursprung weg, eine Einkommenssenkung verschiebt sie zum Ursprung hin. In diesem Zusammenhang ist noch eine Anmerkung zur Fachterminologie der Ökonomie angebracht: Bei Bewegungen auf einer Nachfragekurve spricht man von einer **Veränderung der Nachfragemenge**; bei Veränderungen der Nachfragefunktion bzw. Verschiebungen der Lage der Nachfragekurve spricht man dagegen kurz von einer **Veränderung der Nachfrage**.

## b) Die Preiselastizität der Nachfrage

Zur Messung der Reagibilität der Nachfrage des Haushalts nach einem Gut bei einer marginalen Veränderung des Preises des gleichen Gutes und Konstanz aller übrigen Güterpreise sowie des Einkommens wird – formal analog zur Einkommenselastizität der Nachfrage – die **Preiselastizität** der Nachfrage verwendet.[1] Die Preiselastizität der

[1] Um zu betonen, daß es um die Nachfragereaktion bei einer Veränderung des Preises des gleichen Gutes geht, wird die Preiselastizität manchmal auch als direkte Preiselastizität der Nachfrage bezeichnet.

Nachfrage nach Gut i ist definiert als

(5) $$\eta_{x_i,p_i} = \frac{\partial x_i}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{x_i}$$

und gibt näherungsweise an, um wieviel Prozent sich die von Gut i nachgefragte Menge verändert, wenn sich der Preis dieses Gutes um ein Prozent verändert. Geometrisch läßt sich die Preiselastizität mit Hilfe der Nachfragekurve für Gut i bestimmen. Die Nachfragekurve ist, wie wir wissen, die geometrische Darstellung der Nachfragefunktion $x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, p_i, \ldots, \bar{p}_n, \bar{E}) = g_i(p_i)$. Die Ableitung der Nachfragefunktion $x_i = g_i(p_i)$ ist gleich der partiellen Ableitung der allgemeinen Nachfragefunktion nach der Variablen $p_i$. Bei der geometrischen Ermittlung des Werts von $\partial x_i/\partial p_i$ an der Stelle $p_i = p_i^0$ müssen wir wieder beachten, daß der unabhängigen Variablen die Ordinate und der abhängigen Variablen die Abszisse zugeordnet ist. Folglich ist die partielle Ableitung der allgemeinen Nachfragefunktion nach $p_i$ an der Stelle $p_i = p_i^0$ gleich dem reziproken Wert der Steigung der Nachfragekurve an dieser Stelle. Somit bestimmt sich in Abbildung 42 die Preiselastizität der Nachfrage nach Gut i im Punkt $(p_i^0, x_i^0)$ in folgender Weise:

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{\partial p_i}{\partial x_i} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} \quad \text{und damit} \quad \frac{\partial x_i}{\partial p_i} = -\frac{\overline{DB}}{\overline{AD}};$$

$$\frac{p_i^0}{x_i^0} = \frac{\overline{0D}}{\overline{0E}} = \frac{\overline{0D}}{\overline{DB}}. \quad \text{Hieraus folgt:}$$

$$\eta_{x_i,p_i} = \frac{\partial x_i}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i^0}{x_i^0} = -\frac{\overline{DB}}{\overline{AD}} \cdot \frac{\overline{0D}}{\overline{DB}} = -\frac{\overline{0D}}{\overline{AD}} = -\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

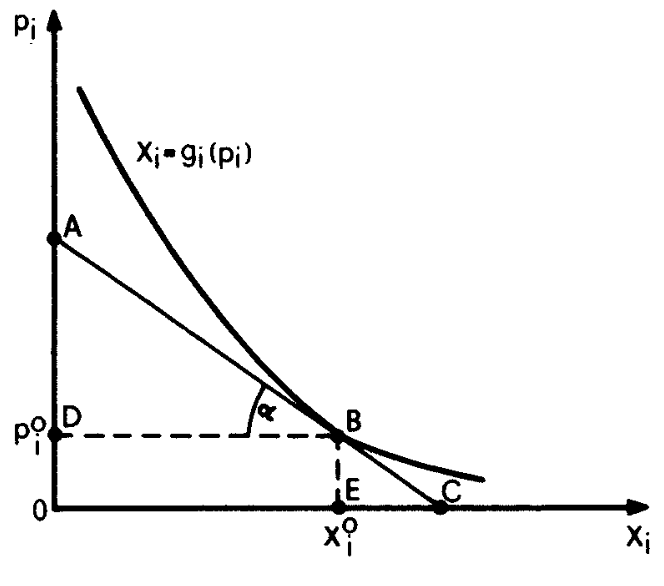



*Abb. 42*

Der Absolutbetrag der Preiselastizität der Nachfrage nach Gut i ist also gleich dem Verhältnis der beiden Streckenabschnitte $\overline{BC}$ und $\overline{AB}$ der Tangenten in dem betrachteten Punkt $(p_i^0, x_i^0)$. Die Anwendung unserer Faustregel zur geometrischen Bestimmung einer Elastizität (Streckenlänge der Tangente vom Tangentialpunkt zur Achse der abhängigen Variablen dividiert durch die Länge des Tangentenabschnitts vom Tangentialpunkt zur Achse der unabhängigen Variablen) beinhaltet bei normalem fallendem Verlauf der Nachfragekurve, daß man sich vom Tangentialpunkt aus in verschiedenen Richtungen bewegt; die Preiselastizität ist bei diesem Verlauf der Nachfragekurve also negativ. Sie sehen im übrigen, daß unsere Faustregel auch dann gilt, wenn die Zuordnung der Variablen zu den Achsen nicht in der üblichen Weise erfolgt.

Wieder können wir aus dem Vergleich der Länge der Strecken $\overline{BC}$ und $\overline{AB}$ entnehmen, ob die Preiselastizität größer oder kleiner als $-1$ ist; in Abbildung 42 gilt $\overline{BC} < \overline{AB}$, und folglich ist im Punkt $(p_i^0, x_i^0)$ die Preiselastizität größer als $-1$. Hat die Nachfragekurve eine positive Steigung, so ist auch die Preiselastizität der Nachfrage positiv; wir können Giffen-Güter daher auch als Güter definieren, deren Preiselastizität positiv ist.

Um die Veränderung der Nachfragemenge eines Gutes bei einer Veränderung des Preises des gleichen Gutes im Falle einer normalen Nachfragereaktion verbal etwas detaillierter zu beschreiben, hat sich der Gebrauch folgender Redewendungen eingebürgert:

- Ist die Preiselastizität der Nachfrage kleiner als 0, aber größer als $-1$, so spricht man von einer **unelastischen** Nachfrage;
- nimmt die Preiselastizität der Nachfrage einen endlichen Wert kleiner als $-1$ an, so spricht man von einer **elastischen** Nachfrage.

Normalerweise ist die Preiselastizität der Nachfrage entlang einer Nachfragekurve nicht konstant. Betrachten Sie in Abbildung 43 die Punkte A, D und L. In D ist die Preiselastizität kleiner als in A, denn es gilt offensichtlich $\overline{DE}/\overline{DF} < \overline{AB}/\overline{AC}$. In L ist die Preiselastizität größer als in D, denn es gilt $\overline{LM}/\overline{LN} > \overline{DE}/\overline{DF}$.

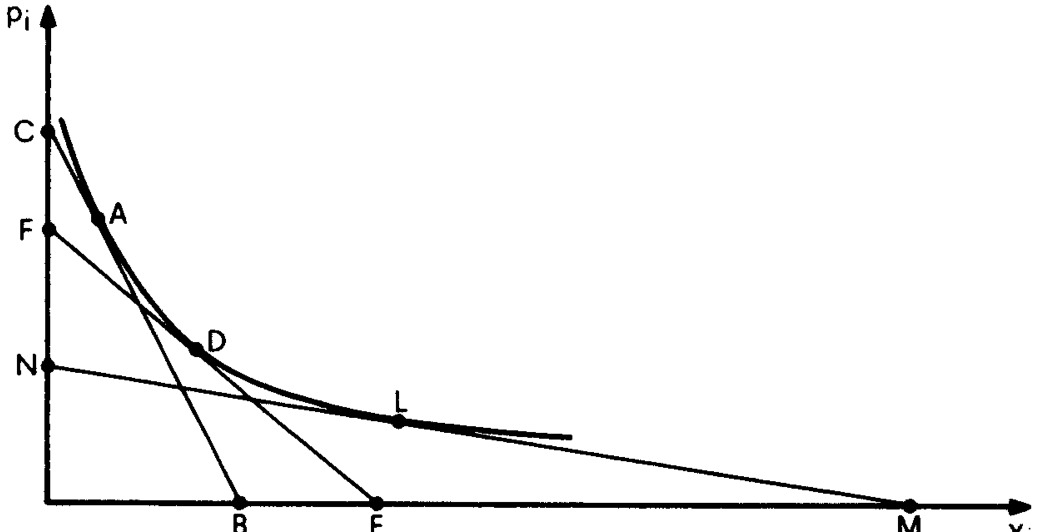



***Abb. 43***

Es gibt aber auch Nachfragekurven, die in jedem Punkt die gleiche Preiselastizität haben; in diesem Fall spricht man von einer **isoelastischen** Nachfrage. Beachten Sie z. B. die Nachfragefunktion

$$x_i = g_i(p_i) = K/p_i,$$

wobei K eine beliebige positive Konstante ist. Als Preiselastizität der Nachfrage nach Gut i erhalten wir

$$\eta_{x_i,p_i} = \frac{\partial x_i}{\partial p_i} \cdot \frac{p_i}{x_i} = \frac{d}{dp_i} g_i \cdot \frac{p_i}{x_i} = -\frac{K}{p_i^2} \cdot \frac{p_i}{x_i},$$

und da $x_i = K/p_i$, folgt hieraus

$$\eta_{x_i, p_i} = -\frac{K}{p_i^2} \cdot \frac{p_i}{K/p_i} = -1$$

Die Nachfragefunktion $x_i = K/p_i$, die geometrisch durch eine gleichseitige Hyperbel dargestellt wird, hat also eine konstante Preiselastizität der Nachfrage von $-1$. Zwei Grenzfälle isoelastischer Nachfragekurven sind in den Abbildungen 44a und b illustriert. Verläuft die Nachfragekurve parallel zur Ordinate, bleibt also die Nachfragemenge eines Gutes bei einer Preisvariation unverändert, so spricht man von einer **vollständig unelastischen** Nachfrage; die Preiselastizität der Nachfrage nach Gut i ist in diesem Fall gleich 0. Verläuft die Nachfragekurve parallel zur Abszisse, so gilt $\eta_{x_i, p_i} = -\infty$, und in diesem Fall spricht man von einer **vollständig elastischen** Nachfrage nach einem Gut.

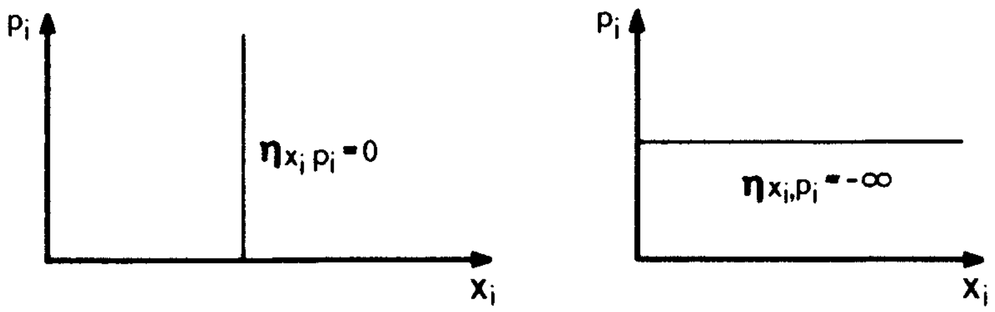



***Abb. 44*** (a) (b)

Aus der Größe der Einkommenselastizität konnten wir ablesen, wie sich die Ausgaben für ein Gut bei einer marginalen Einkommensvariation verändern. Ebenso kann man aus der Größe der Preiselastizität der Nachfrage nach Gut i ersehen, ob und wie sich die Ausgaben für Gut i bei einer sehr kleinen Preisvariation dieses Gutes verändern. Betrachten Sie zunächst die Abbildungen 45a, b und c. Wir haben drei Nachfragekurven dargestellt, die alle durch den gleichen Punkt $(p_i^0, x_i^0)$ verlaufen. Die Steigungen der Nachfragekurven und damit auch die Preiselastizitäten sind aber im betrachteten Punkt $(p_i^0, x_i^0)$ unterschiedlich. In Abbildung 45a haben wir den Fall einer unelastischen Nachfrage, in Abbildung 45b ist die Preiselastizität der Nachfrage gleich $-1$, und in Abbildung 45c ist schließlich der Fall einer elastischen Nachfrage illustriert.

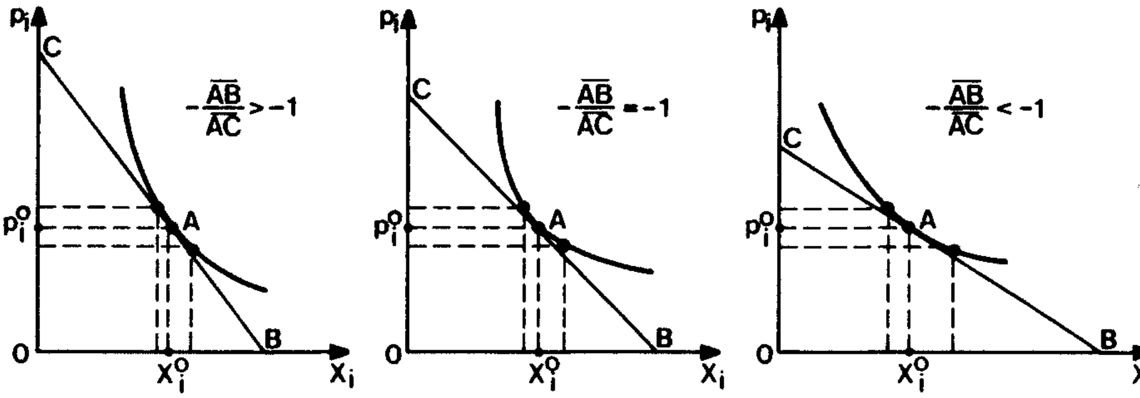



***Abb. 45*** (a) (b) (c)

Legt man in allen drei Fällen eine jeweils gleiche (sehr kleine) Preisvariation $\Delta p_i$ zugrunde, so ist die Veränderung der Nachfragemenge um so größer, je elastischer die Nachfrage im Punkt $(p_i^0, x_i^0)$ ist.

Betrachten wir nun nochmals die eben diskutierte Nachfragefunktion $x_i = K/p_i$. Löst man nach K auf, so erhält man: $K = p_i x_i$; die Ausgaben für dieses Gut sind bei jedem Preis gleich K, also konstant. Nun hatten wir schon gesehen, daß für diese Nachfragefunktion die Preiselastizität gleich $-1$ ist; daraus können wir als erstes Ergebnis den Schluß ziehen:

1. Ist die Preiselastizität der Nachfrage gleich $-1$, so erhöht (senkt) der Haushalt bei einer marginalen Preissenkung (-erhöhung) die Nachfragemenge in dem Umfang, daß die Ausgaben für dieses Gut und damit auch der auf dieses Gut entfallende Anteil an den Gesamtausgaben unverändert bleiben.

Geht man von einer Preiselastizität kleiner als $-1$ aus, so ist aus Abbildung 45c ersichtlich, daß der Haushalt auf eine marginale Preisvariation mit einer stärkeren Nachfrageveränderung reagiert, als er dies im Falle einer Preisvariation gleichen Umfangs bei einer Preiselastizität gleich $-1$ tun würde. Da aber bei $\eta_{x_i,p_i} = -1$ die Ausgaben für ein Gut gerade unverändert bleiben, folgt unmittelbar:

2. Bei elastischer Nachfrage nach einem Gut nehmen die Ausgaben für dieses Gut bei einer Preissenkung zu und bei einer Preiserhöhung ab. Daher nimmt auch der auf dieses Gut entfallende Anteil an den Gesamtausgaben bei einer Preissenkung zu und bei einer Preissteigerung ab.

Aus Abbildung 45a wissen wir, daß bei einer unelastischen Nachfrage nach einem Gut die Nachfragereaktion bei einer marginalen Preisveränderung schwächer ist als bei einer Preiselastizität von $-1$ und einer Preisveränderung gleichen Ausmaßes. Somit können wir schließen:

3. Bei unelastischer Nachfrage nach einem Gut resultiert aus einer Preissenkung auch eine Senkung der Ausgaben und aus einer Preiserhöhung auch eine Erhöhung der Ausgaben für das betreffende Gut. Daher nimmt der auf dieses Gut entfallende Anteil an den Gesamtausgaben bei einer Preissenkung ab und bei einer Preiserhöhung zu.

### c) Kreuzpreiseffekte

Wenden wir uns abschließend der funktionalen Beziehung zwischen der nachgefragten Menge eines Gutes i und dem Preis eines anderen Gutes j zu:

(6) $$x_i = f_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, \bar{p}_i, \ldots, p_j, \ldots, \bar{p}_n, \bar{\bar{E}}) = g_i(p_j)$$

Wir wollen also untersuchen, wie sich die nachgefragte Menge des Gutes i ändert, wenn sich der Preis eines anderen Gutes ändert und die Preise aller übrigen Güter – also auch der des betrachteten Gutes selbst – sowie das Haushaltseinkommen konstant bleiben. Diese Beziehung ist recht komplizierter Natur, und wir wollen uns deshalb im wesentlichen auf den Zwei-Güter-Fall beschränken, um den uns interessierenden Zusammenhang graphisch veranschaulichen zu können.

Gehen wir von einer Variation des Preises $p_2$ bei Konstanz von $p_1$ und E aus und verwenden wir zur graphischen Ableitung der Beziehung zwischen $p_2$ und $x_1$ wieder das Instrument der Preis-Konsum-Kurve. In Abbildung 46 ist ein Indifferenzkurvensystem unterstellt, bei dem bei steigendem Preis von Gut 2 die nachgefragte Menge des Gutes 1 zurückgeht; beachten Sie dabei, daß $x_2$ mit steigendem $p_2$ ebenfalls sinkt, die Nachfragekurve für Gut 2 also einen normalen Verlauf aufweist.

Geht mit steigendem Preis eines Gutes j die nachgefragte Menge eines anderen Gutes i zurück, gilt also $\partial x_i/\partial p_j < 0$, so bezeichnet man Gut i als ein **Komplement** von Gut j. Als Beispiel mögen vielleicht Benzin und Autoreifen dienen. Fährt ein Konsu-

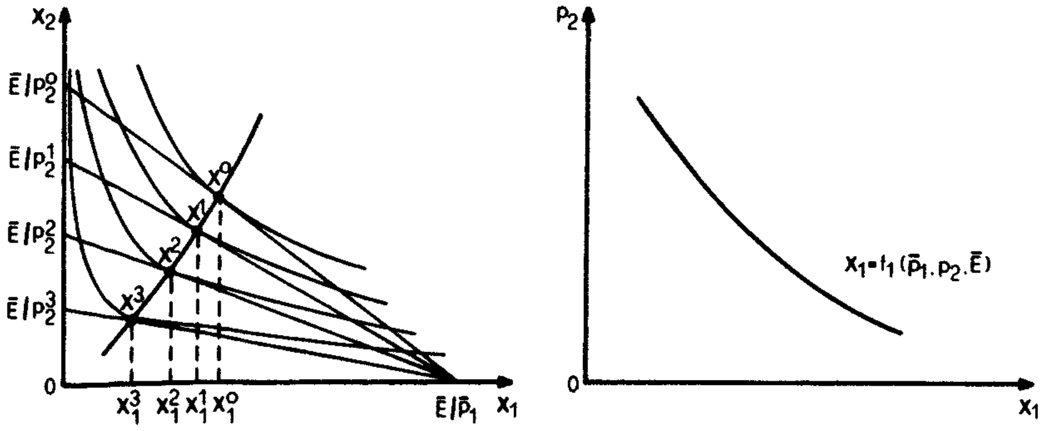



**Abb. 46** (a) (b)

ment bei steigendem Benzinpreis weniger Auto als vorher, so wird auch seine Nachfrage nach Autoreifen abnehmen.

Während Giffen-Güter sicher eine sehr seltene Ausnahme sind und ein fallender Verlauf der Nachfragekurve daher zu Recht als normaler Verlauf bezeichnet werden kann, macht es wenig Sinn, die Nachfragefunktion $x_i = g_i(p_j)$ als „normal" bezeichnen zu wollen, wenn die Nachfragemenge $x_i$ mit steigendem Preis $p_j$ zurückgeht. Ebenso plausibel und durch unsere Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts auch nicht ausgeschlossen ist der in Abbildung 47b illustrierte Zusammenhang; hier nimmt mit steigendem Preis von Gut 2 die Nachfragemenge von Gut 1 zu. Gleichzeitig verzeichnen wir eine normale Nachfragereaktion in Hinblick auf Gut 2.

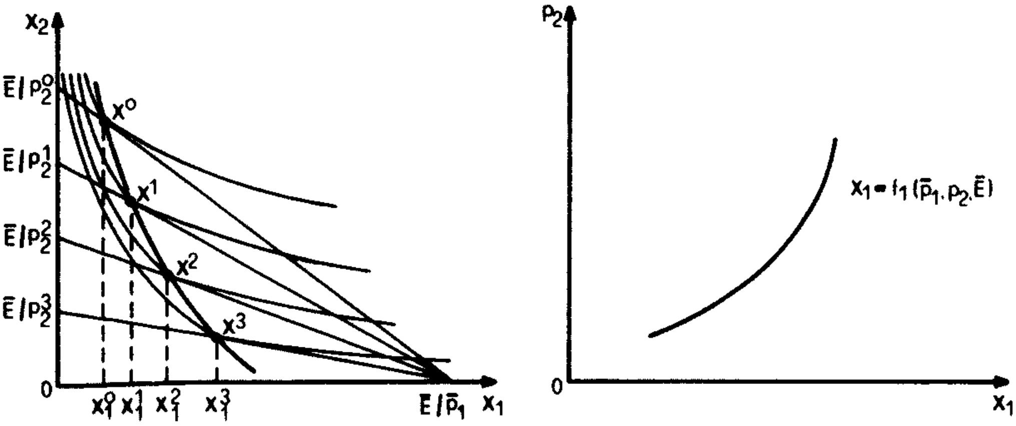



**Abb. 47** (a) (b)

Nimmt mit steigendem Preis von Gut j die nachgefragte Menge eines anderen Gutes i zu, gilt also $\partial x_i/\partial p_j > 0$, so bezeichnet man Gut i als **Substitut** für Gut j. Als Beispiele seien die Güter „Briefbeförderung" und „Fernsprechdienst" genannt: Wird bei sinkenden Telefongebühren und gleichbleibendem Briefporto mehr telefoniert, so werden wahrscheinlich weniger Briefe geschrieben, und die Nachfrage nach dem Gut „Briefbeförderung" geht zurück. Eine positive Steigung der Nachfragefunktion $x_i = g_i(p_j)$ ist also ebenso „normal" wie eine negative Steigung. Eine positive Steigung dieser Funktion bedeutet auch keineswegs, daß eines der beiden Güter i und j ein inferiores Gut oder ein Giffen-Gut sein müßte; Abbildung 48a macht dies deutlich. Sinkt bei den Preisen $p_1^0$ und $p_2^0$ das Einkommen von $E^0$ auf $E^1$, so geht die Nachfrage nach beiden Gütern zurück (Bewegung von $x^0$ nach $x^1$); beide Güter sind also normale

Güter. Steigt bei $E^0$ und $p_2^0$ der Preis von Gut 1 von $p_1^0$ auf $p_1^1$, so fragt der Haushalt von Gut 1 weniger und von Gut 2 mehr nach (Bewegung von $x^0$ nach $x^3$). Die Nachfragekurve von Gut 1 hat also den typischen Verlauf, und gleichzeitig ist Gut 2 ein Substitut für Gut 1. Steigt umgekehrt bei $E^0$ und $p_1^0$ der Preis des Gutes 2 von $p_2^0$ auf $p_2^1$, so fragt der Haushalt von Gut 2 weniger und von Gut 1 mehr nach (Bewegung von $x^0$ nach $x^2$). Wiederum hat die Nachfragekurve für Gut 2 die normale negative Steigung, während die Nachfragekurve für Gut 1 in Abhängigkeit von $p_2$ einen steigenden Verlauf aufweist.

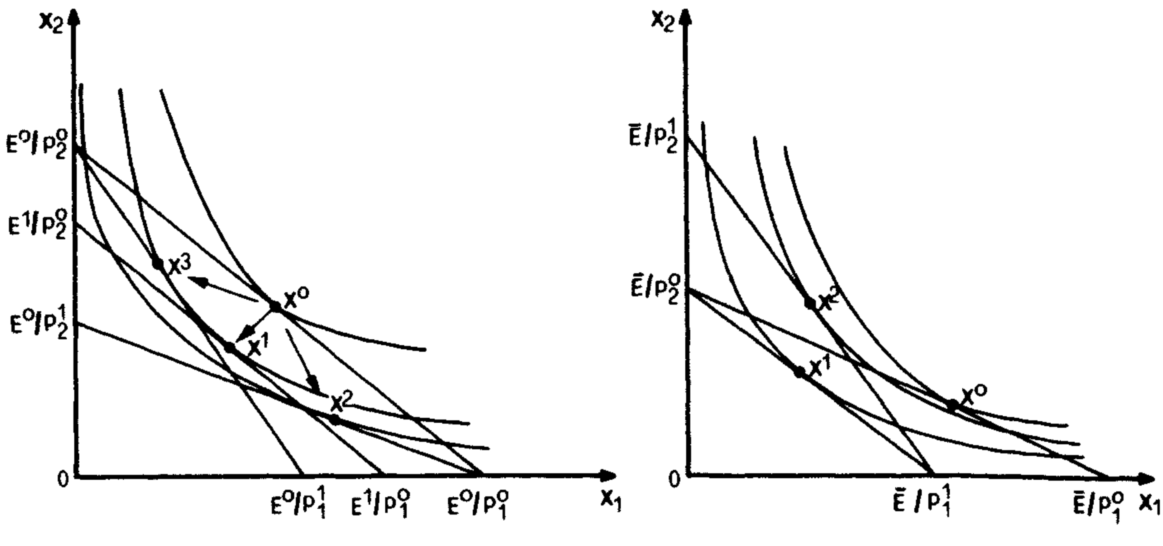



***Abb. 48*** (a) (b)

Ist Gut i ein Substitut für Gut j, so muß nicht zwangsläufig auch Gut j ein Substitut für Gut i sein; dies geht aus Abbildung 48b hervor. Steigt der Preis von Gut 1 bei konstantem Einkommen und $p_2 = p_2^0$ von $p_1^0$ auf $p_1^1$, so nimmt die nachgefragte Menge des Gutes 1 ab und die des Gutes 2 zu (Bewegung von $x^0$ nach $x^1$); Gut 2 ist also ein Substitut für Gut 1. Sinkt nun $p_2$ ceteris paribus von $p_2^0$ auf $p_2^1$, so nehmen die nachgefragten Mengen beider Güter zu (Bewegung von $x^0$ nach $x^2$), und Gut 1 ist damit ein Komplement von Gut 2.

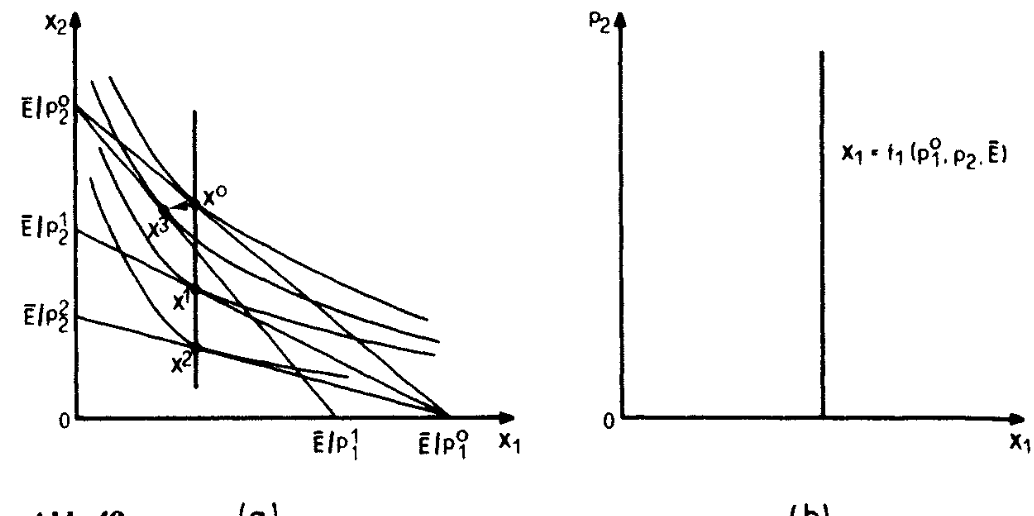



***Abb. 49*** (a) (b)

In Abbildung 49 ist schließlich der Spezialfall dargestellt, daß die nachgefragte Menge $x_1$ unabhängig von $p_2$ ist; Gut 1 ist also weder ein Substitut noch ein Komplement von Gut 2. Auch dabei müssen Sie wieder beachten, daß dies keineswegs impliziert, daß in diesem Fall auch die Nachfrage nach Gut 2 unabhängig von $p_1$ ist. Wir haben hier durch die Bilanzgeraden für $\overline{E}$, $p_2^0$ und $p_1^0$ bzw. $p_1^1$ den Fall angedeutet, daß bei einer Zunahme von $p_1$ die nachgefragten Mengen beider Güter ceteris paribus zurückgehen, Gut 2 also ein Komplement von Gut 1 ist. Versuchen wir, uns auch diese Situation anhand eines Beispiels plausibel zu machen. Nehmen Sie an, Gut 1 seien Zigaretten und Gut 2 seien Zündhölzer. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß der Zigarettenverbrauch eines Konsumenten unabhängig vom Zündholzpreis ist; steigt z.B. der Preis für Zündhölzer, so wird der Konsument vielleicht zur Benutzung eines Feuerzeugs übergehen, sich aber kaum dazu veranlaßt sehen, weniger zu rauchen. Steigt hingegen der Zigarettenpreis, so mag der Haushalt sehr wohl mit einer Reduzierung seines Zigarettenkonsums reagieren, und in diesem Fall wird er vermutlich auch weniger Zündhölzer kaufen.

Im Zwei-Güter-Fall können wir aus dem Zusammenhang zwischen der nachgefragten Menge eines Gutes und dem Preis des anderen Gutes einen eindeutigen Rückschluß auf die Preiselastizität des Gutes ziehen, dessen Preis wir variieren lassen. Betrachten Sie nochmals die Abbildungen 46b, 47b und 49b. Da $p_1$ konstant ist, nehmen in Abbildung 46b die Ausgaben für Gut 1 mit sinkendem Preis von Gut 2 zu, und da auch E konstant ist, müssen folglich die Ausgaben für Gut 2 bei sinkendem $p_2$ abnehmen. In Abbildung 47b nehmen umgekehrt mit sinkendem Preis von Gut 2 die Ausgaben für Gut 1 ab und damit die Ausgaben für Gut 2 zu. In Abbildung 49b sind schließlich bei jedem Preis von Gut 2 die Ausgaben für beide Güter konstant. Daher muß im Zwei-Güter-Fall folgende Beziehung gelten:

1. Ist bei einem bestimmten Preis für Gut i die Nachfrage nach diesem Gut elastisch, so muß Gut j ein Substitut dieses Gutes sein.
2. Ist bei einem bestimmten Preis für Gut i die Nachfrage nach diesem Gut unelastisch, so muß Gut j ein Komplement dieses Gutes sein.

Dieser eindeutige Zusammenhang zerfällt, wenn wir mehr als zwei Güter betrachten. Bei elastischer Nachfragereaktion nehmen im Falle der Preissenkung eines Gutes die Ausgaben für dieses Gut zu; dies impliziert natürlich nicht, daß dann die Ausgaben für jedes andere Gut abnehmen müssen. Daher müssen wir für den n-Güter-Fall das Resultat unserer Überlegungen etwas modifizieren:

1. Ist bei einem bestimmten Preis $p_i$ die Nachfrage nach Gut i elastisch, so muß es mindestens ein anderes Gut j geben, das ein Substitut für Gut i ist.
2. Ist bei einem bestimmten Preis $p_i$ die Nachfrage nach Gut i unelastisch, so muß es mindestens ein anderes Gut j geben, das ein Komplement für Gut i ist.

Auch die Stärke und Richtung der Nachfragereaktion für ein bestimmtes Gut auf die Veränderung des Preises eines anderen Gutes kann man durch eine Elastizität messen; die Elastizität der Nachfrage nach Gut i bei einer marginalen Veränderung des Preises $p_j$ wird **Kreuzpreiselastizität** genannt und ist definiert als:

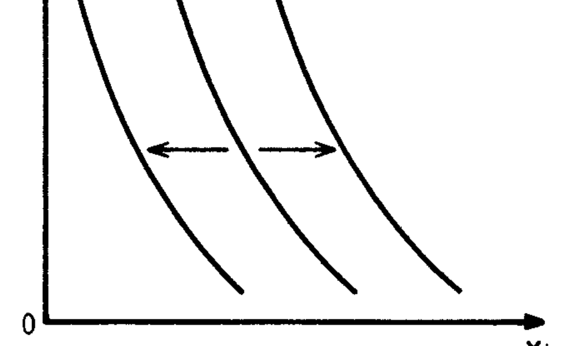
$$(7) \qquad \eta_{x_i,p_j} = \frac{\partial x_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i}$$

Die Kreuzpreiselastizität gibt grob gesprochen an, um wieviel Prozent sich die Nachfragemenge $x_i$ verändert, wenn sich der Preis eines Gutes j um ein Prozent verändert und alle übrigen Preise sowie das Haushaltseinkommen konstant bleiben. Die geometrische Bestimmung der Kreuzpreiselastizität erfolgt ganz analog zur Bestimmung der Preiselastizität oder der Einkommenselastizität, so daß wir auf eine nochmalige Darstellung dieser Technik verzichten können.

Ist die Kreuzpreiselastizität für ein Gut i bei Preisveränderung eines Gutes j negativ, so ist Gut i ein Komplement von Gut j; ist die Kreuzpreiselastizität dagegen positiv, so ist Gut i ein Substitut für Gut j. Je größer die Kreuzpreiselastizität ist, in desto größerem Umfang wird bei gegebener marginaler Veränderung von $p_j$ Gut j durch Gut i substituiert. Verdeutlichen wir uns dies anhand eines Zahlenbeispiels für den Zwei-Güter-Fall. Bei $E = 100$ und $p_1 = p_2 = 1$ sei der optimale Konsumplan $x^* = (50, 50)$; es gelte $\eta_{x_2, p_1} = 1$. Dies bedeutet ungefähr, daß bei einer einprozentigen Erhöhung von $p_1$ die nachgefragte Menge von Gut 2 ebenfalls um 1%, also um eine halbe Mengeneinheit, zunehmen muß; Sie können sich leicht ausrechnen, daß dann die Nachfragemenge $x_1$ um etwa eine halbe Mengeneinheit abnehmen muß. Gilt dagegen $\eta_{x_2, p_1} = 10$, so bedeutet dies näherungsweise, daß bei einer einprozentigen Erhöhung von $p_1$ die Nachfragemenge $x_2$ um 10% zunimmt; in diesem Fall fragt der Haushalt von Gut 2 fünf Mengeneinheiten mehr und von Gut 1 etwa fünfeinhalb Mengeneinheiten weniger nach.

Ab und zu werden Sie lesen können, die Kreuzpreiselastizität sei ein Maß für die Stärke der Substitutionsbeziehungen *zwischen* zwei Gütern. Bei dieser Formulierung ist Vorsicht am Platze; wir haben in Abbildung 48b gezeigt, daß wir, wenn Gut 2 ein Substitut für Gut 1 ist, nicht folgern können, Gut 1 sei auch ein Substitut für Gut 2. Selbst wenn dies aber der Fall ist, sind in der gleichen Preis-Einkommens-Konstellation die Kreuzpreiselastizitäten für ein Paar von Gütern in aller Regel nicht identisch.

Kehren wir abschließend noch einmal zur Beziehung zwischen der Nachfragemenge eines Gutes und dem Preis des gleichen Gutes zurück. Wir haben die Nachfragefunktion für ein Gut i unter der Ceteris-paribus-Abnahme, d.h. unter Annahme der Konstanz aller übrigen Güterpreise und des Einkommens abgeleitet. Daher kann sich die Nachfragefunktion für ein Gut i nicht nur bei einer Einkommensvariation verändern, sondern auch dann, wenn sich der Preis irgendeines anderen Gutes j ändert. Ob und wie sich die Nachfragefunktion in diesem Fall verändert, hängt offensichtlich von der Kreuzpreiselastizität $\eta_{x_i, p_j}$ ab. Ist die Kreuzpreiselastizität positiv, so führt eine Erhöhung von $p_j$ dazu, daß bei konstantem $p_i$ die Nachfragemenge $x_i$ steigt; graphisch drückt sich dies in einer Verschiebung der Nachfragekurve nach rechts aus. Ist die Kreuzpreiselastizität negativ, so reduziert der Haushalt bei einer Erhöhung von $p_j$ und konstantem $p_i$ die Nachfragemenge $x_i$, und die Nachfragekurve verschiebt sich nach links. Für den Fall einer Preissenkung gilt genau das Umgekehrte. Bei einer Kreuzpreiselastizität von Null bleibt die Nachfragekurve für Gut i nach einer Veränderung von $p_j$ in ihrer alten Lage.




I: $x_i = f_i(\bar{p}_1, \ldots, p_i, \bar{p}_j^0, \ldots, \bar{p}_n, \bar{E})$

II: $x_i = f_i(\bar{p}_1, \ldots, p_i, \bar{p}_j^1, \ldots, \bar{p}_n, \bar{E})$

III: $x_i = f_i(\bar{p}_1, \ldots, p_i, \bar{p}_j^2, \ldots, \bar{p}_n, \bar{E})$

$\bar{p}_j^0 < \bar{p}_j^1 < \bar{p}_j^2$ für $\eta_{x_i, p_j} > 0$

$\bar{p}_j^0 > \bar{p}_j^1 > \bar{p}_j^2$ für $\eta_{x_i, p_j} < 0$

**Abb. 50**

## 4. Einkommens- und Substitutionseffekt einer Preisänderung

Wir wollen die Auswirkungen der Preisänderung eines Gutes auf die Nachfragemenge dieses Gutes nun etwas genauer analysieren. Gehen wir wieder vom Zwei-Güter-Fall aus und nehmen wir an, daß der Preis von Gut 2 steigt, während der Preis von Gut 1 und das Haushaltseinkommen konstant bleiben. Diese Preissteigerung hat zwei Folgen: Die Drehung der Bilanzgeraden um den Abszissenabschnitt nach unten bewirkt, daß der Haushalt den ursprünglichen optimalen Konsumplan ($x^0$) nicht mehr realisieren kann; der neue optimale Konsumplan ($x^1$) liegt auf einer niedrigeren Indifferenzkurve, und somit verschlechtert sich der Haushalt. In dieser Hinsicht ist der Effekt einer Preissteigerung durchaus mit dem Effekt einer Einkommenssenkung bei konstanten Güterpreisen vergleichbar. Das Einkommen ist zwar **nominal** konstant geblieben, reicht aber nicht mehr aus, um so viel wie vor der Preissteigerung nachfragen zu können – die Preissteigerung bewirkt einen **Real**einkommensverlust. Die zweite Folge der Preiserhöhung ist die, daß sich das Preisverhältnis der beiden Güter geändert hat: Gut 1 ist im Vergleich zu Gut 2 relativ billiger geworden.

Für die Untersuchung vieler Probleme der mikroökonomischen Theorie ist es sehr nützlich, die Auswirkungen des Realeinkommensverlusts und der Veränderung der Preisrelation auf die Konsumgüternachfrage getrennt voneinander zu analysieren. Betrachten Sie Abbildung 51: Beim Einkommen $\bar{E}$ und den Preisen $\bar{p}_1$ und $p_2^0$ ist $x^0$ der optimale Konsumplan; steigt der Preis von Gut 2 ceteris paribus auf $p_2^1$, ist $x^1$ der optimale Konsumplan. Den Übergang von $x^0$ zu $x^1$ wollen wir nun gedanklich in zwei Schritte zerlegen. Zunächst untersuchen wir, welche Nachfrageveränderung sich ergäbe, wenn sich nur das Preisverhältnis von $\bar{p}_1/p_2^0$ auf $\bar{p}_1/p_2^1$ verändern würde, es dem Haushalt aber möglich wäre, auf der durch $x^0$ verlaufenden Indifferenzkurve $I^0$ zu verbleiben.

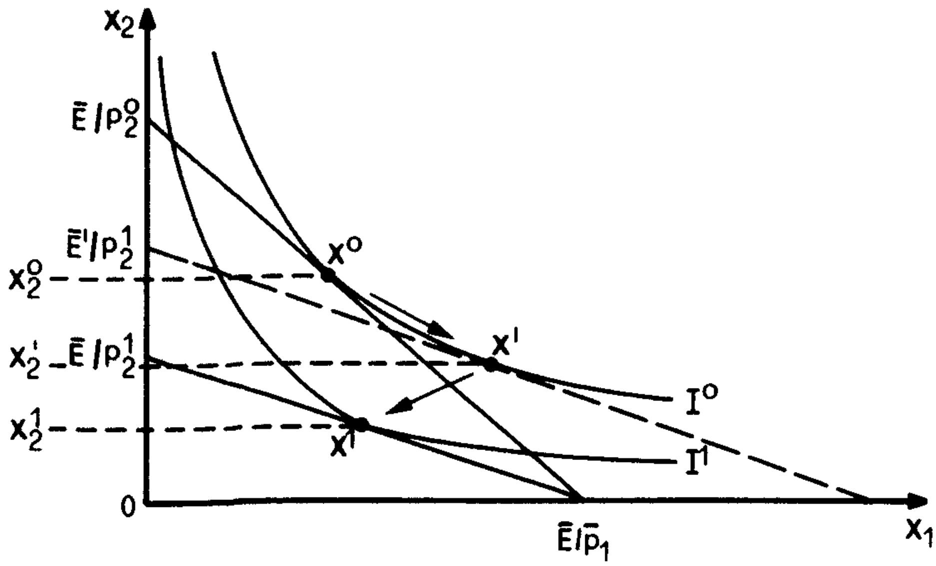



*Abb. 51*

Zu diesem Zweck müssen wir dem Haushalt eine hypothetische Einkommenserhöhung gewähren, die so bemessen ist, daß er für die Preiserhöhung von Gut 2 genau entschädigt wird, sich also nicht besser und nicht schlechter als beim alten Preis $p_2^0$ stellt. Geometrisch ermittelt sich diese Einkommenserhöhung sehr einfach: Wir müssen die für den neuen Preis $p_2^1$ geltende Bilanzgerade so weit parallel nach oben verschieben, bis sie die Indifferenzkurve $I^0$ tangiert. Multiplizieren wir den Ordinatenabschnitt dieser Tangenten mit $p_2^1$, so erhalten wir das hypothetische Einkommen $\bar{E}'$, das es dem Haushalt erlaubt, auf der Indifferenzkurve $I^0$ zu verbleiben. Würden wir also dem Haushalt beim Preisverhältnis $\bar{p}_1/p_2^1$ das Einkommen $\bar{E}'$ zugestehen, so würde er den Konsumplan $x'$ wählen und sich genausogut stellen wie vor der Preiserhöhung. Prüfen wir nun, wie sich die Nachfragemengen in dieser Situation verändern. Jede beliebige Erhöhung von $p_2$ bewirkt, daß die neue Bilanzgerade flacher verläuft als die alte Bilanzgerade; damit muß natürlich auch die $I^0$ tangierende Parallele zur neuen Bilanzgeraden flacher sein als die alte Bilanzgerade. Aus dem Verlauf der Indifferenzkurve folgt deshalb zwangsläufig, daß Konsumplan $x'$ von Gut 2 weniger und von Gut 1 mehr enthalten muß als Konsumplan $x^0$ – das teurer gewordene Gut 2 wird durch das (relativ) billiger gewordene Gut 1 substituiert.

Dieser Effekt einer Preiserhöhung wird **Substitutionseffekt** genannt. Der Substitutionseffekt gibt an, wie sich die nachgefragten Gütermengen bei einer Variation des Preisverhältnisses der Güter verändern, wenn gleichzeitig das Einkommen des Haushalts so verändert wird, daß der neue optimale Konsumplan des Haushalts auf der gleichen Indifferenzkurve liegt wie der optimale Konsumplan beim ursprünglichen Preisverhältnis. Wie wir gesehen haben, ist der Substitutionseffekt für das teurer gewordene Gut immer negativ: Wird ein Gut teurer, so geht bei einer kompensatorischen Einkommenserhöhung die nachgefragte Menge dieses Gutes zurück. Graphisch stellt sich der Substitutionseffekt in Abbildung 51 als Bewegung von $x^0$ nach $x'$ dar; bei dieser Bewegung fällt die nachgefragte Menge des Gutes 2 von $x_2^0$ auf $x_2'$.

Im zweiten Schritt unserer Analyse machen wir nun die hypothetische Einkommenserhöhung von $\bar{E}$ auf $\bar{E}'$ wieder rückgängig, d.h. wir untersuchen beim Preisverhältnis $\bar{p}_1/p_2^1$ den Effekt einer Einkommenssenkung um den Betrag $\bar{E}'-\bar{E}$ auf die Nachfrage nach Gut 2. Dieser Effekt wird **Einkommenseffekt** genannt und stellt sich in Abbildung 51 als Bewegung von $x'$ nach dem tatsächlichen neuen optimalen Konsumplan $x^1$ dar. Bei dem in dieser Abbildung skizzierten Indifferenzkurvensystem sind offensichtlich Gut 1 und Gut 2 superiore Güter, d.h. der Einkommenseffekt der Preiserhöhung besteht in einem Rückgang der nachgefragten Mengen beider Güter. In bezug auf das teurer gewordene Gut 2 haben wir also einen negativen Einkommens- und einen negativen Substitutionseffekt, und damit besteht in diesem Falle auch der Gesamteffekt der Preiserhöhung, der sich einfach aus der Summe von Substitutions- und Einkommenseffekt ergibt, für das teurer gewordene Gut in einem Rückgang der Nachfragemenge von $x_2^0$ auf $x_2^1$.

Während der Substitutionseffekt in Hinblick auf das teurer gewordene Gut immer darin bestehen muß, daß die Nachfragemenge dieses Gutes abnimmt, ist der Einkom-

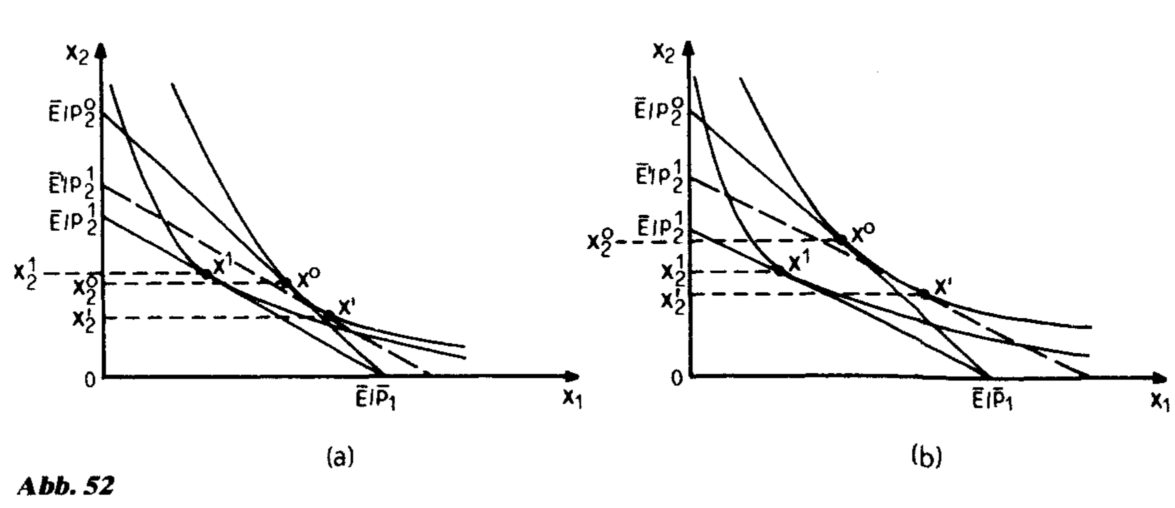



*Abb. 52*

menseffekt in diesem Sinne nicht eindeutig, denn im Falle inferiorer Güter führen Einkommensvariationen zu einer gegenläufigen Veränderung der Nachfragemengen. Nehmen wir an, Gut 2 sei ein inferiores Gut; dann kann eine Preiserhöhung dieses Gutes zu der in Abbildung 52a illustrierten Situation führen.

Der Substitutionseffekt bewirkt einen Rückgang der Nachfragemenge des Gutes 2 von $x_2^0$ auf $x_2'$. Machen wir nun die hypothetische Einkommenserhöhung rückgängig, so resultiert aus der Einkommenssenkung von $\overline{E}'$ auf $\overline{E}$ eine Zunahme der Nachfragemenge von $x_2'$ auf $x_2^1$. Der Einkommenseffekt ist für Gut 2 dem Substitutionseffekt entgegengerichtet und (absolut) größer als der Substitutionseffekt. Als Gesamteffekt resultiert aus der Preiserhöhung von Gut 2 eine Zunahme der nachgefragten Menge dieses Gutes. Gut 2 ist also ein Giffen-Gut, und nun können wir genauer beschreiben, unter welchen Umständen es zu einer solchen atypischen Nachfragereaktion kommen kann: Ein Giffen-Gut muß ein inferiores Gut sein, bei dem sich die Nachfragemenge aufgrund des positiven Einkommenseffektes so stark erhöht, daß der negative Substitutionseffekt der Preiserhöhung überkompensiert wird.

Mit dieser Beschreibung haben wir schon angedeutet, daß nicht jedes inferiore Gut auch ein Giffen-Gut sein muß. Abbildung 52b zeigt den Fall eines inferioren Gutes mit normalem Verlauf der Nachfragekurve. Erhöht sich der Preis von Gut 2, so besteht der Substitutionseffekt in bezug auf Gut 2 in einem Rückgang der Nachfragemenge von $x_2^0$ auf $x_2'$; der Einkommenseffekt der Preisänderung geht für Gut 2 zwar in die entgegengesetzte Richtung, ist aber (absolut) kleiner als der Substitutionseffekt, so daß sich als Gesamteffekt der Erhöhung von $p_2$ ein Rückgang der Nachfragemenge $x_2$ ergibt.

Betrachten wir nun kurz den Fall, daß der Preis von Gut 2 sinkt; der optimale Konsumplan liegt nun auf einer höheren Indifferenzkurve, d.h. der Haushalt hat sich verbessert. Um den Substitutionseffekt vom Einkommenseffekt zu trennen, müssen wir das Einkommen des Haushalts hypothetisch so weit reduzieren, daß der Haushalt gezwungen ist, auf der alten Indifferenzkurve zu verbleiben. Aus Abbildung 53 ersehen Sie, daß der Substitutionseffekt einer Senkung von $p_2$ darin besteht, daß sich die Nachfragemenge von Gut 2 erhöht und die Nachfragemenge von Gut 1 abnimmt. Damit können wir festhalten, daß der Substitutionseffekt für das Gut, dessen Preis sich geändert hat, immer in einer Mengenänderung resultiert, die der Richtung der Preisänderung entgegengesetzt ist.

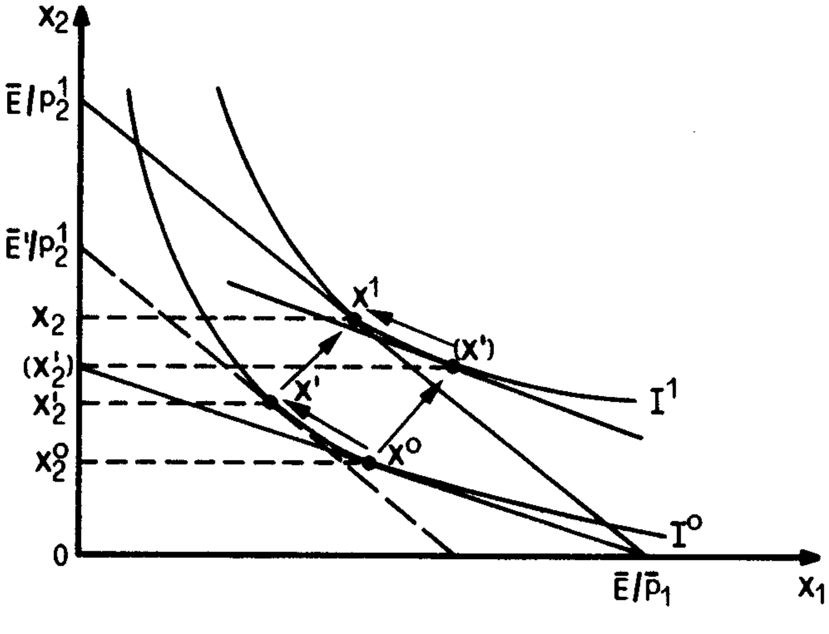



***Abb. 53***

Machen wir jetzt die fiktive Einkommenssenkung wieder rückgängig, so ergibt sich bei dem in Abbildung 53 illustrierten Indifferenzkurvensystem der Einkommenseffekt der Preissenkung als Zunahme der Nachfragemengen beider Güter. Ist das Gut, dessen Preis sich geändert hat, ein superiores Gut, so gehen also auch im Falle einer Preissenkung der Substitutionseffekt und der Einkommenseffekt in bezug auf dieses Gut in dieselbe Richtung; in beiden Effekten ist die Mengenänderung positiv.

Abbildung 53 demonstriert zugleich einen etwas merkwürdig anmutenden Sachverhalt. Wir haben den Substitutionseffekt bislang immer zuerst gemessen, und zwar als Bewegung auf der Indifferenzkurve, auf der sich der optimale Konsumplan vor der Preisänderung befand, und daran anschließend haben wir dann den Einkommenseffekt ermittelt. Da wir mit der getrennten Betrachtung des Substitutionseffekts ja nur sehen wollen, welche Nachfrageveränderungen sich bei einer Veränderung der Preisrelation und bei Konstanz des Nutzenindex ergibt, könnten wir folglich auch in umgekehrter Reihenfolge vorgehen: Wir könnten zuerst fragen, welche Nachfrageveränderung sich ergäbe, wenn der Haushalt die neue Indifferenzkurve, auf der sich sein optimaler Konsumplan nach der Preisveränderung befindet, bei der alten Preisrelation erreichen könnte (dies ist definitionsgemäß der Einkommenseffekt), und könnten dann erst fragen, welche Nachfrageveränderung daraus resultiert, daß auch die Preisrelation sich geändert hat. In diesem Falle würden wir also in Abbildung 53 von $x^0$ nach $x^1$ über $(x')$ statt über $x'$ wandern. In dieser Zeichnung ist nun bei einer solchen Bewegung der Substitutionseffekt kleiner und der Einkommenseffekt größer als bei der ursprünglichen Bewegungsabfolge.

Damit hat es den Anschein, also ob der Einkommens- und der Substitutionseffekt gar nicht eindeutig gemessen werden könnten. Des Rätsels Lösung besteht darin, daß Substitutions- und Einkommenseffekte für infinitesimal kleine Preisveränderungen definiert und in diesem Falle auch eindeutig bestimmt sind. Die graphische Darstellung, bei der wir notgedrungen mit endlichen Preisveränderungen operieren müssen, illustriert nur das Prinzip der Zerlegung in den Substitutions- und den Einkommenseffekt einer infinitesimal kleinen Preisveränderung. Wenn Sie sich heuristisch klarmachen wollen, warum die Effekte bei einer infinitesimal kleinen Preisveränderung eindeutig bestimmt sind, so können Sie sich vielleicht mit folgender Vorstellung behelfen: Je kleiner die Preisveränderung ist, desto mehr rücken die beiden betrachteten Indifferenzkurven aneinander heran, desto ähnlicher muß also ihr Verlauf sein, desto kleiner werden gleichzeitig die Abstände zwischen den tatsächlich gewählten und den hypothetischen Konsumplänen und damit auch die Unterschiede in den Krümmungen der Indifferenzkurven an den beiden jeweils betrachteten Punkten. Für eine sehr kleine Preisveränderung können wir uns deshalb die beiden Indifferenzkurvenabschnitte als parallel zueinander verlaufende, gleich lange Geraden vorstellen, und in diesem Fall hängt das Ausmaß der beiden Effekte natürlich nicht mehr von der Bewegungsabfolge ab.

Fassen wir unsere bisherigen Überlegungen zusammen: Die analytische Trennung der Auswirkung einer Preisänderung auf die Güternachfrage des Haushalts in einen Substitutions- und einen Einkommenseffekt der Preisänderung hat uns gezeigt, daß der **Substitutionseffekt für das Gut, dessen Preis sich erhöht hat, immer negativ** sein muß. Hieraus folgt als notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für einen anomalen Verlauf der Nachfragekurve eines Gutes, daß dieses Gut ein inferiores Gut sein muß; zu einer atypischen Nachfragereaktion kommt es aber erst dann, wenn der Einkommenseffekt der Preisänderung (absolut) größer als der Substitutionseffekt ist. Ziehen wir hieraus den Umkehrschluß, so kommen wir zu einem wichtigen Ergebnis der mikroökonomischen Theorie der Konsumgüternachfrage: Nimmt die Nachfragemenge eines Gutes mit steigendem Einkommen zu, so muß sie mit steigendem Preis abnehmen, oder anders formuliert, **die Nachfragekurve eines superioren Gutes muß einen normalen Verlauf haben.**

Dieses Resultat ist von so großer Bedeutung, daß wir seine Gültigkeit auch für den Mehr-Güter-Fall nachweisen wollen; hierzu genügt es zu zeigen, daß der Substitutionseffekt der Preiserhöhung eines Gutes auch im Mehr-Güter-Fall darin bestehen muß, daß die nachgefragte Menge des teurer gewordenen Gutes abnimmt. Beginnen wir mit einer kurzen Vorüberlegung, die wir anhand des Zwei-Güter-Falls illustrieren wollen. Betrachten Sie in Abbildung 54 Güterbündel $x^0$, das der Haushalt bei den Preisen $p^0$ nachfragt, und das auf derselben Indifferenzkurve liegende Güterbündel $x^1$, das der Haushalt bei den Preisen $p^1$ nachfragt. $x^0$ ist bei den Preisen $p^0$ der einzige Punkt auf der durch $x^0$ verlaufenden Indifferenzkurve, den der Haushalt bei den Preisen $p^0$ auf dieser Indifferenzkurve erreichen kann; jedes andere Güterbündel auf dieser Indifferenzkurve gehört nicht zur Budgetmenge, ist also teurer als $x^0$. So könnte der Haushalt z.B. Güterbündel $x^1$ bei den Preisen $p^0$ nur nachfragen, wenn man die bei $p^0$ geltende Budgetgerade nach außen bis in den Punkt $x^1$ verschieben würde. Umgekehrt ist bei den Preisen $p^1$ der Punkt $x^1$ der einzige Punkt, den der Haushalt auf dieser Indifferenzkurve erreichen kann.

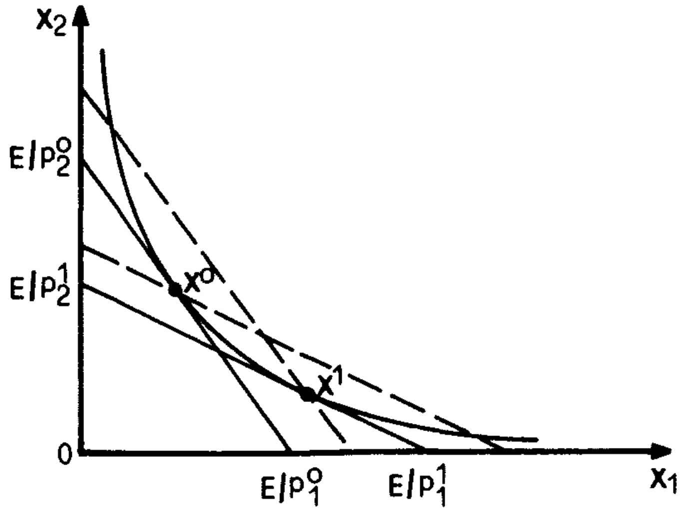



*Abb. 54*

Ein Güterbündel x, das der Haushalt bei den Preisen p nachfragt, ist damit immer jenes Güterbündel auf einer Indifferenzkurve, das bei den Preisen p unter allen Güterbündeln auf der gleichen Indifferenzkurve die geringsten Ausgaben erfordert. Ist daher $x^0$ bei $p^0$ und $x^1$ bei $p^1$ der optimale Konsumplan und ist der Haushalt zwischen $x^0$ und $x^1$ indifferent, so muß bei den Preisen $p^0$ Güterbündel $x^1$ teurer als $x^0$ und bei den Preisen $p^1$ Güterbündel $x^0$ teurer als $x^1$ sein:

(8) $\quad p^0x^1 > p^0x^0$

(9) $\quad p^1x^0 > p^1x^1$

Die Beziehungen (8) und (9) gelten, wie man sich leicht klarmachen kann, auch für den Mehr-Güter-Fall. Bezeichnen wir die Menge aller Güterbündel, zwischen denen der Haushalt indifferent ist, als eine Indifferenzklasse. Der Haushalt habe bei den Preisen $p^0$ Güterbündel $x^0$ gewählt. Nehmen wir nun an, es gebe in der Indifferenzklasse, zu der $x^0$ gehört, ein Güterbündel $x^1$, das bei den Preisen $p^0$ billiger als $x^0$ ist. Dann könnte der Haushalt, ohne sich zu verschlechtern, $x^1$ statt $x^0$ wählen und hätte einen Teil seines Einkommens übrig; folglich kann der Haushalt bei rationalem Verhalten nicht $x^0$ gewählt haben. Nehmen wir an, es gebe in der Indifferenzklasse, zu der $x^0$ gehört, ein Güterbündel $x^1$, das bei den Preisen $p^0$ genauso teuer wie $x^0$ ist. Dann wäre aber auch eine Linearkombination von $x^0$ und $x^1$ nicht teurer als $x^0$, und da der Haushalt gemäß der Konvexitätsannahme eine Linearkombination zweier Konsumpläne diesen beiden Konsumplänen immer vorzieht, kann er bei rationalem Verhalten wiederum nicht $x^0$ gewählt haben. Für zwei (bei je verschiedenen Preisen) optimale Konsumpläne, zwischen denen der Haushalt indifferent ist, müssen die Ungleichungen (8) und (9) daher immer erfüllt sein.

Aus den Ungleichungen (8) und (9) folgt unmittelbar:

$$p^1x^1 + p^0x^0 - p^1x^0 - p^0x^1 < 0 \tag{10}$$

$$p^1(x^1 - x^0) - p^0(x^1 - x^0) < 0 \tag{11}$$

und damit

$$(p^1 - p^0)(x^1 - x^0) < 0 \tag{12}$$

Schreiben wir Ungleichung (12) zur Verdeutlichung aus und setzen wir $p_i^1 - p_i^0 = \Delta p_i$ bzw. $x_i^1 - x_i^0 = \Delta x_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$:

$$\Delta p_1 \Delta x_1 + \Delta p_2 \Delta x_2 + \cdots + \Delta p_n \Delta x_n < 0 \tag{12'}$$

Nehmen Sie nun an, der Haushalt gehe aufgrund der Veränderung eines einzigen Preises $p_i$ vom Konsumplan $x^0$ zum Konsumplan $x^1$ über; dabei muß natürlich gleichzeitig sein Einkommen so verändert werden, daß er in derselben Indifferenzklasse verbleibt. Unter diesen Umständen ist der Übergang von $x^0$ und $x^1$ definitionsgemäß der Substitutionseffekt der Preisänderung des Gutes i. Da alle anderen Preise konstant geblieben sind, reduziert sich Ungleichung (12) zu

$$\Delta p_i \Delta x_i < 0 \tag{13}$$

Folglich ist auch im Mehr-Güter-Fall der Substitutionseffekt einer Preisänderung in Hinblick auf das Gut, dessen Preis sich geändert hat, der Preisänderung immer entgegengesetzt: Steigt der Preis von Gut i und gewähren wir dem Haushalt eine Einkommenserhöhung in dem Umfang, daß er in der gleichen Indifferenzklasse verbleiben kann, so sinkt die Nachfragemenge $x_i$; sinkt $p_i$ und reduzieren wir das Einkommen so, daß der Haushalt in der gleichen Indifferenzklasse verbleiben muß, so nimmt $x_i$ zu. Ist Gut i ein superiores Gut, so ist der Einkommenseffekt einer Erhöhung (Senkung) von $p_i$ in bezug auf dieses Gut negativ (positiv), und wiederum folgt, daß die Nachfragekurve für Gut i den normalen fallenden Verlauf haben muß.

Wir haben uns bei der Diskussion des Einkommens- und Substitutionseffektes einer Preisänderung auf den Fall innerer Optima beschränkt. Dies war insofern gerechtfertigt, als unsere Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts Randoptima ausschließen. Läßt man Randoptima zu, so müssen wir, wie Abbildung 55 zeigt, die Ergebnisse unserer Analyse etwas modifizieren.

Beim Preis $p_2^0$ wird Gut 2 nicht nachgefragt; steigt nun der Preis dieses Gutes auf $p_2^1$, so bleibt natürlich $x^0$ der optimale Konsumplan. Es bedarf also keiner kompensatorischen Einkommenserhöhung, um den Konsumenten für den Preisanstieg von Gut 2 zu entschädigen – der Substitutions- und der Einkommenseffekt sind in bezug auf beide Güter gleich Null. Dies kann auch bei einer Senkung von $p_2$ gelten: Reduziert sich der Preis des Gutes 2 von $p_2^0$ auf $p_2^2$, so ist $x^0$ immer noch der optimale Konsum-

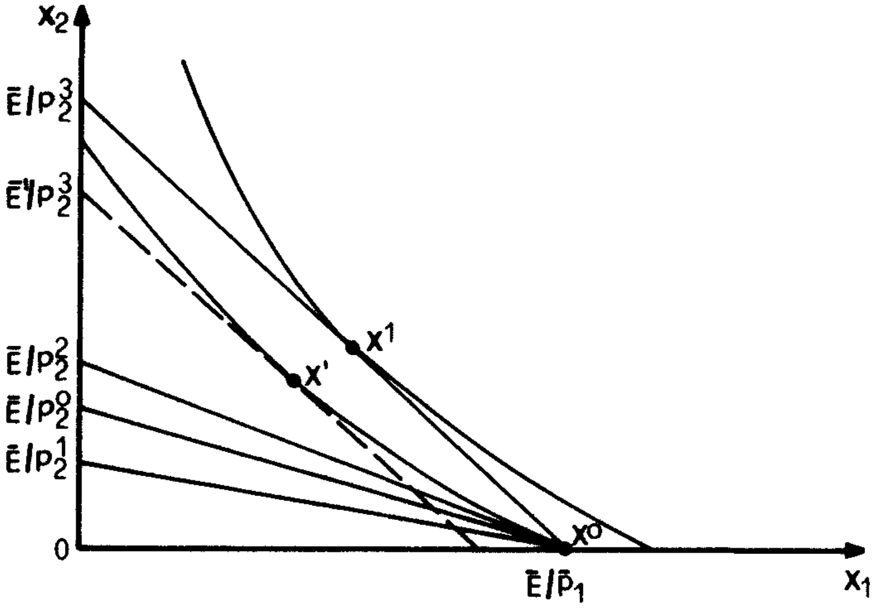



*Abb. 55*

plan; die Preisveränderung löst also keine Nachfragereaktion aus. Bei einer hinreichend starken Preissenkung, z. B. auf $p_2^3$, kann sich der Haushalt dagegen verbessern, er wählt nun statt $x^0$ den Konsumplan $x^1$. Spalten wir nun die Auswirkung der Preisveränderung wieder analytisch in den Substitutions- und den Einkommenseffekt auf, so sehen Sie, daß der Substitutionseffekt in einer Abnahme von $x_1$ und einer Zunahme von $x_2$ besteht.

Somit kann auch dann, wenn Randoptima zulässig sind, der Substitutionseffekt in bezug auf das Gut, dessen Preis sich erhöht, niemals positiv sein, oder anders gesagt: Wenn Preisveränderungen überhaupt eine Nachfragereaktion auslösen, muß der Substitutionseffekt in bezug auf das teurer gewordene Gut negativ sein.

## G. Das Arbeitsangebot des Haushalts

Bei unserer bisherigen Analyse des Konsumentenverhaltens haben wir uns ganz auf die Frage konzentriert, welche Konsumgüter der Haushalt in welchen Mengen nachfragt. Grundlage für die Beantwortung dieser Frage war ein Modell, aus dem sich ergab, daß die nachgefragten Gütermengen von der Präferenzordnung des Haushalts, von den Güterpreisen und vom Einkommen des Haushalts abhängen. Für Konsumgüter muß der Haushalt einen Preis entrichten; der Erwerb von Konsumgütern setzt also voraus, daß der Haushalt über ein Einkommen verfügt. Wir haben uns keine Gedanken darüber gemacht, wodurch die Höhe dieses Einkommens bestimmt wird, und eine Antwort auf diese Frage können wir aus dem Modell, das wir bisher verwendet haben, auch nicht ableiten, denn dieses Modell enthält als zu erklärende Variablen – als **endogene** Modellvariablen – nur die nachgefragten Gütermengen, während die Höhe des Haushaltseinkommens in dem Modell als eine erklärende Variable – als **exogene** Variable – auftritt.

Der wichtigste Einkommensbestandteil ist für die meisten Haushalte das Arbeitseinkommen, also das Entgelt für die in einer Unternehmung bei der Produktion von Gütern erbrachte Arbeitsleistung. Wir wollen unser Modell des Konsumentenverhaltens nun so erweitern, daß das Arbeitseinkommen zu einer endogenen Modellvariablen wird. Wir wählen dazu einen Ansatz, der es uns, wie Sie gleich sehen werden, möglich macht, bei der Erklärung der Höhe des Arbeitseinkommens, über das ein Haushalt in der betrachteten Konsumperiode verfügt, allein mit Hilfe des bisher erarbeiteten analytischen Instrumentariums auszukommen.

## 1. Die Modellannahmen

Wir gehen davon aus, daß der Haushalt eine ganz bestimmte Arbeitsqualifikation hat; er bietet seine Arbeitsleistung auf dem Arbeitsmarkt an, und die Unternehmungen, die diese spezifische Arbeitsqualifikation benötigen, fragen sie nach. Den **Lohnsatz**, also das Arbeitseinkommen je Arbeitsstunde, betrachten wir als konstant, d.h. als unabhängig von der Dauer der Arbeitszeit; die Höhe des Arbeitseinkommens des Haushalts variiert damit proportional mit der Anzahl der geleisteten Arbeitsstunden. Wir unterstellen weiter, daß es dem Haushalt völlig frei steht, darüber zu entscheiden, wie lange er während der betrachteten Konsumperiode arbeiten möchte. Nehmen Sie an, die Konsumperiode sei eine Woche (= 168 Stunden), und als unverzichtbares Minimum an Erholung benötige der Konsument acht Stunden je Tag (= 56 Stunden je Woche); dann beträgt die ihm maximal mögliche Arbeitszeit sechzehn Stunden je Tag (= 112 Stunden je Woche). Für welche Arbeitszeit zwischen Null und diesem Maximum auch immer sich der Konsument entscheiden mag, er findet annahmegemäß immer eine Unternehmung, die bereit ist, ihn zu dem herrschenden Lohnsatz für die von ihm gewünschte Dauer der Arbeitszeit zu beschäftigen. Schließlich unterstellen wir, daß sich der Haushalt wie auf den Konsumgütermärkten auch auf dem Arbeitsmarkt als Mengenanpasser verhält: Er betrachtet den herrschenden Lohnsatz als unabhängig von seinem Arbeitsangebot, mit anderen Worten, der Konsument geht davon aus, daß der geltende Lohnsatz durch die von ihm angebotene Menge an Arbeitsleistung (also die von ihm angebotene Anzahl der Arbeitsstunden) nicht beeinflußt wird.

Unter diesen Umständen hat der Haushalt ein weiteres Entscheidungsproblem: Er muß nicht nur entscheiden, welche Konsumgüter er in welchen Mengen konsumieren will, sondern er hat auch eine Entscheidung darüber zu treffen, wie lange er zu arbeiten wünscht. Diese Entscheidungen sind aber nicht unabhängig voneinander, denn die Länge seiner Arbeitszeit bestimmt die Höhe seines Arbeitseinkommens und diese wiederum den Spielraum, den der Haushalt bei seiner Konsumgüternachfrage hat. Beide Entscheidungen müssen daher simultan getroffen werden.

Bevor wir zeigen, wie unser Modellhaushalt dieses Entscheidungsproblem löst, wollen wir die bislang eingeführten Annahmen kurz auf ihren Realitätsgehalt hinterfragen. Die Vorstellung, daß jeder Haushalt seinen eigenen Wünschen entsprechend mehr oder weniger lange arbeiten kann, erfordert ein gerüttelt Maß an Phantasie. In den meisten Fällen hat man in Wirklichkeit kaum Wahlmöglichkeiten: Man muß sich entweder dem Arbeitsrhythmus eines bestimmten Unternehmens anpassen oder sich eine andere Stelle suchen; in seltenen Fällen besteht höchstens die Wahl zwischen einer Teilzeit- und einer Vollzeitbeschäftigung. Andere Variationsmöglichkeiten der Arbeitszeit wie z.B. unbezahlter Urlaub oder Überstunden liegen nie alleine im Dispositionsspielraum der Arbeitnehmer; die Ausnutzung solcher Variationsmöglichkeiten setzt praktisch immer ein gleichgerichtetes Interesse der Unternehmung voraus. Auch die Annahme eines konstanten, von der Arbeitszeit unabhängigen Lohnsatzes ist bestenfalls eine ganz grobe Approximation an die realen Verhältnisse. Überstunden werden in vielen Berufszweigen mit höheren als den normalen Lohnsätzen, in anderen Berufszweigen aber überhaupt nicht vergütet; auf bestimmte Lohnbestandteile haben häufig nur die Vollzeit-, aber nicht die Teilzeitbeschäftigten einen Anspruch usw. Schließlich gibt es eine Reihe beruflicher Tätigkeiten, bei denen die Höhe des Einkommens das Resultat eines Verhandlungsprozesses zwischen dem einzelnen Arbeitnehmer und einer Unternehmung ist. Von all diesen Komplikationen wollen wir in unserer einfachen Modellwelt absehen.

Bei der Bestimmung der Güternachfrage sind wir davon ausgegangen, daß die Entscheidungsgrundlage des Haushalts bei der Wahl des optimalen Konsumplans seine auf der Konsummenge definierte Präferenzordnung ist. Diesen Gedanken behalten wir bei, erweitern aber nun den Konsumraum um eine Dimension: Wir nehmen an, daß es für den Haushalt außer den Konsumgütern, die er auf den Gütermärkten nachfragen kann, noch etwas anderes gibt, was er als ein Gut betrachtet, nämlich seine Freizeit. Ein möglicher Konsumplan enthält somit neben den geplanten Verbrauchsmengen an Konsumgütern die geplante Menge des „Konsums" an Freizeit. Schließlich wollen wir unterstellen, daß die auf dem um das Gut „Freizeit" erweiterten Konsumraum definierte Präferenzordnung sämtlichen Annahmen 1 bis 8 entspricht, die wir zu Anfang dieses Kapitels eingeführt haben.

Machen wir uns anhand einer Graphik klar, was dies im einzelnen besagt. Um mit einer zweidimensionalen Zeichnung auszukommen, wollen wir einmal annehmen, daß es neben dem Gut „Freizeit", dessen Menge wir in Stunden messen und mit F bezeichnen, nur ein einziges produziertes Konsumgut gibt. Um Verwechslungen mit Vektoren auszuschließen, bezeichnen wir die Menge dieses Gutes mit $x_1$ und das Gut selbst als Gut 1. Erfüllt die Präferenzordnung alle Annahmen, die wir getroffen haben, so stellt sie sich im Zwei-Güter-Fall geometrisch wieder als ein System konvex gekrümmter und die Achsen der Konsumebene nicht berührender Indifferenzkurven dar (Abbildung 56). Zu den Koordinaten tritt jetzt eine weitere Begrenzung der Konsummenge hinzu: Die in der betrachteten Planungsperiode konsumierbare Freizeit kann ein bestimmtes Maximum, das sich aus der Länge dieser Periode abzüglich der unverzichtbaren Regenerationsphase ergibt und mit T bezeichnet werden soll, nicht überschreiten. In Abbildung 56 präsentiert sich diese technische Beschränkung des Konsumraums als Vertikale über F = T; die Streckenlänge $\overline{OT}$ entspricht dem Maximum an Freizeit und gleichzeitig natürlich auch der maximal möglichen Arbeitszeit bzw. der auf Arbeit und Freizeit aufzuteilenden Gesamtzeit.

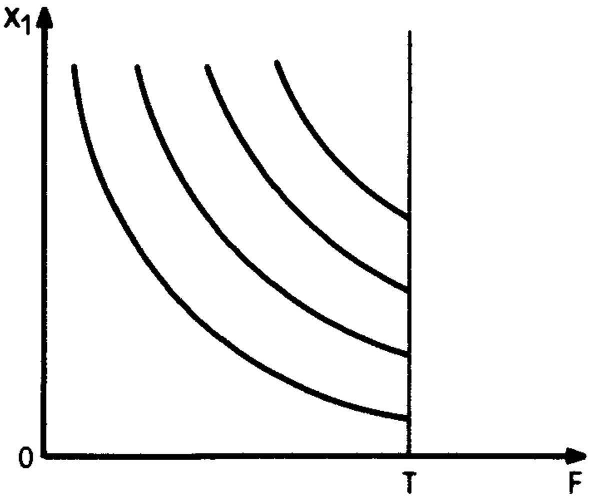


*Abb. 56*

Eine Indifferenzkurve ist nun der geometrische Ort aller Kombinationen des Konsums von Freizeit und von Gut 1, zwischen denen der Haushalt indifferent ist. Auch für den Konsum von Freizeit gilt die Nichtsättigungsannahme; dies drückt sich darin aus, daß wir bei einer Bewegung auf einer Parallelen zur Abszisse nach rechts auf immer weiter vom Ursprung gelegene Indifferenzkurven gelangen. Konvexität der Präferenzen bedeutet jetzt eine mit zunehmendem Konsum von Freizeit abnehmende Grenzrate der Substitution von Gut 1 durch Freizeit – die Menge von Gut 1, die der Haushalt zugunsten einer zusätzlichen Stunde Freizeit abzugeben bereit ist, wird mit zunehmender Freizeit immer geringer. Annahme 7 bedeutet, daß der Haushalt das (produzierte) Konsumgut und Freizeit als nur beschränkt substituierbar betrachtet; das erscheint plausibel, denn von Freizeit allein kann man auf Dauer schlecht leben, und umgekehrt setzt der Verbrauch vieler Konsumgüter voraus, daß man über Freizeit verfügt.

Wie für produzierte Konsumgüter soll auch für den Konsum von Freizeit die Nichtsättigungsannahme gelten; dies drückt sich darin aus, daß man bei einer Bewegung auf einer Parallelen zur Abszisse nach rechts auf immer weiter vom Ursprung gelegene Indifferenzkurven gelangt. Diese Annahme ist weniger selbstverständlich, als sie scheinen mag. Freizeit und Arbeitszeit ergänzen sich zur Gesamtzeit, die dem Konsumenten nach Abzug seiner Regenerationsphase zur Verfügung steht. Wenn der Konsument Freizeit als Gut betrachtet, von dem er lieber mehr als weniger hat, so folgt daraus, daß er Arbeit gleichzeitig als ein „Übel" betrachten muß, denn Arbeit erfordert Verzicht auf Freizeit. Das einzige Motiv, das unseren Modellhaushalt zur Arbeit veranlassen kann, besteht offensichtlich darin, daß er gerne auch in den Genuß von Konsumgütern käme, für die er einen Preis bezahlen muß, deren Erwerb ihm also nur möglich ist, wenn er über ein Einkommen disponieren kann. Diese Sicht der Dinge ist vermutlich etwas einseitig: Arbeit kann (manchmal) auch Vergnügen bereiten, und das Leben eines reichen Müßiggängers ist nicht jedermanns Sache.

Da die Präferenzordnung des Haushalts voraussetzungsgemäß alle Annahmen 1 bis 8 erfüllt, kann das in Abbildung 56 illustrierte Indifferenzkurvensystem durch eine stetige und differenzierbare Nutzenfunktion $u = f(x_1, F)$ mit dem Definitionsbereich $x_1 \geq 0$ und $0 \leq F \leq T$ beschrieben werden. Entsprechend der Nichtsättigungsannahme sind die partiellen Ableitungen der Nutzenfunktion (die Grenznutzen von Freizeit und von Gut 1) an jeder Stelle positiv, und die Grenzrate der Substitution zwischen den beiden Gütern kann wieder durch das umgekehrte Verhältnis der Grenznutzen ausgedrückt werden.

Damit sind die Modellannahmen vollständig beschrieben. Wir zeigen nun, wie sich die optimalen Verbrauchsmengen an (produzierten) Konsumgütern und die optimale Konsummenge an Freizeit und damit uno actu das optimale Arbeitsangebot des Haushalts simultan bestimmen lassen.

## 2. Der optimale Konsumplan bei endogenem Arbeitseinkommen

Gehen wir zunächst wieder vom Zwei-Güter-Fall aus; der Preis von Gut 1 und der Lohnsatz seien gegeben. Es ist nun unmittelbar einsichtig, daß der Haushalt nicht jeden beliebigen Punkt in der Konsumebene ereichen kann: Je mehr er von der

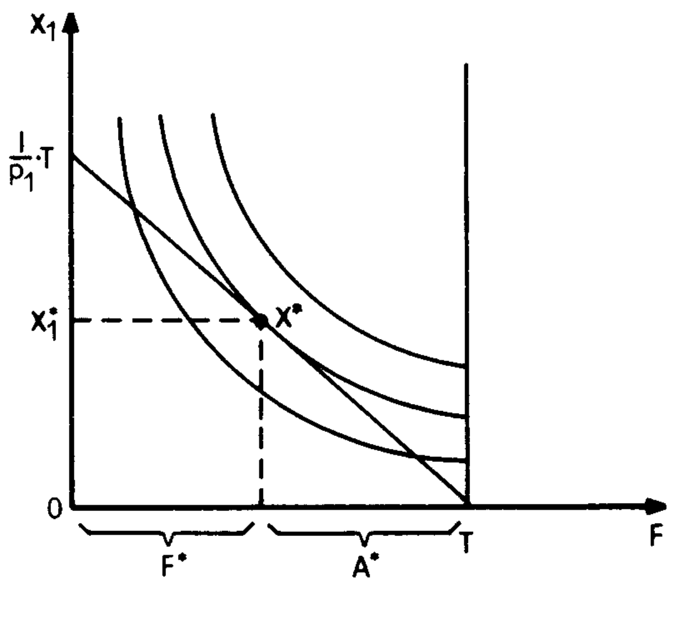



*Abb. 57*

Gesamtzeit, die ihm zur Verfügung steht, als Freizeit verwendet, desto weniger bleibt an Arbeitszeit übrig, desto geringer ist aber bei gegebenem Lohnsatz auch sein Einkommen und damit die Menge von Gut 1, die der Haushalt bei gegebenem Preis dieses Gutes nachfragen kann. Offensichtlich existiert also auch jetzt eine Art von Budgetrestriktion; versuchen wir, uns den Verlauf dieser Budgetrestriktion in der Konsumebene klarzumachen.

Bezeichnen wir den Lohnsatz mit l und die dem Haushalt maximal mögliche Arbeitszeit, die gleichzeitig seine maximal mögliche Freizeit ist, mit T. Verwendet der Haushalt die Gesamtzeit T als Freizeit und ist der Verkauf seiner Arbeitsleistung die einzige Möglichkeit für ihn, ein Einkommen zu erzielen – hiervon gehen wir zunächst aus –, so bedeutet dies, daß er von Gut 1 nichts nachfragen kann; der Abszissenabschnitt der Budgetgerade ist also durch den Wert von T bestimmt. Verzichtet der Haushalt hingegen völlig auf Freizeit und arbeitet während der gesamten Zeit T, so erzielt er ein Einkommen $E = l \cdot T$. Die Menge $x_1$, die er mit diesem maximal erzielbaren Einkommen nachfragen kann, hängt vom Preis $p_1$ ab; für den Ordinatenabschnitt der Budgetgeraden erhalten wir $x_1 = (l/p_1)T$, also einfach die Anzahl der Mengeneinheiten von Gut 1, die er für einen Stundenlohn erhält, multipliziert mit der Anzahl der Stunden, die der Haushalt maximal arbeiten kann. Fragen wir nun, auf wie viele Mengeneinheiten von Gut 1 der Haushalt verzichten muß, wenn er nicht während der Gesamtzeit T arbeitet, sondern sich eine Stunde Freizeit nimmt. Die Antwort ist simpel: Da er für einen Stundenlohn $l/p_1$ Mengeneinheiten bekommt, kann er pro Stunde Freizeit $l/p_1$ Mengeneinheiten weniger nachfragen; die Steigung der Bilanzgeraden ist damit durch das Verhältnis von Lohnsatz und Güterpreis, den sog. **Reallohnsatz,** bestimmt. Als Gleichung für die Budgetgerade ergibt sich also:

(1) $$x_1 = \frac{l}{p_1} \cdot T - \frac{l}{p_1} \cdot F$$

Alle Konsumpläne oberhalb der Budgetgeraden sind für den Haushalt nicht realisierbar; die Budgetmenge besteht aus den Konsumplänen auf und unterhalb dieser Geraden.

Bei rationalem Verhalten wählt der Haushalt einen Konsumplan auf der höchsterreichbaren Indifferenzkurve; infolge des konvexen Verlaufs der Indifferenzkurven ist dieser Konsumplan eindeutig bestimmt. Wiederum gilt als Optimumbedingung die schon bekannte Bedingung der Gleichheit von Substitutionsmöglichkeit und Substitutionsbereitschaft zwischen den beiden Gütern. In Abbildung 57 ergibt sich als optimaler Konsumplan $x^* = (x_1^*, F^*)$, und da die Arbeitszeit A definitionsgemäß gleich der Differenz aus Gesamtzeit und Freizeit ist, ist simultan mit den optimalen Verbrauchsmengen von Gut 1 und Freizeit auch das optimale Arbeitsangebot als $A^* = T - F^*$ bestimmt.

Bei mehreren Gütern läßt sich der optimale Konsumplan nicht mehr geometrisch ermitteln; wir müssen daher wieder zur analytischen Bestimmung mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren übergehen. Das Einkommen des Haushalts ist:

(2) $$E = l \cdot A = l(T - F).$$

Die Nutzenfunktion $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n, F)$ ist wegen der Nichtsättigungsannahme wieder unter der Nebenbedingung zu maximieren, daß das Einkommen *gleich* den Ausgaben ist:

(3) $$l(T - F) - p_1x_1 - p_2x_2 - \cdots - p_nx_n = 0.$$

Wir bilden die Lagrange-Funktion

(4) $$L = f(x_1, x_2, \ldots, x_n, F) + \lambda[l(T - F) - p_1x_1 - p_2x_2 - \cdots - p_nx_n],$$

differenzieren partiell nach $x_1, x_2, \ldots, x_n$, F und $\lambda$ und setzen anschließend die Ableitungen gleich Null:

(5) $$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_n} = \frac{\partial u}{\partial x_n} - \lambda p_n = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial F} = \frac{\partial u}{\partial F} - \lambda l \ = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = l(T - F) - p_1x_1 - p_2x_2 - \cdots - p_nx_n = 0.$$

Die Lösung von Gleichungssystem (5) liefert uns die Werte für die bei den geltenden Preisen p und dem geltenden Lohnsatz l nachgefragten Mengen der Konsumgüter 1, 2, ..., n sowie der nachgefragten Menge des Gutes „Freizeit" und damit wiederum gleichzeitig auch das Arbeitsangebot des Haushalts. Die ersten n + 1 Gleichungen von (5) lassen sich zusammenfassen zu:

(6) $$\left|\frac{dx_i}{dx_j}\right| = \frac{\partial u}{\partial x_j}\Big/\frac{\partial u}{\partial x_i} = \frac{p_j}{p_i} \qquad i, j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\left|\frac{dx_i}{dF}\right| = \frac{\partial u}{\partial F}\Big/\frac{\partial u}{\partial x_i} = \frac{l}{p_i} \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

Die Grenzrate der Substitution zwischen zwei (produzierten) Konsumgütern muß jeweils gleich dem reziproken Preisverhältnis sein, und die Grenzrate der Substitution eines Konsumgutes durch Freizeit muß für alle Güter gleich dem Verhältnis von Lohnsatz zu Güterpreis sein. Durch die Endogenisierung des Arbeitseinkommens verändert sich also in Hinblick auf die Optimalbedingungen nichts.

Prüfen wir nun, welche Auswirkungen auf den optimalen Konsumplan sich ergeben, wenn der Haushalt neben einem Arbeitseinkommen auch einen exogen gegebenen Anteil am Gewinn einer oder mehrerer Unternehmungen bezieht. Es genügt, wenn wir uns dieses Problem anhand des Zwei-Güter-Falls graphisch veranschaulichen (vgl. Abbildung 58). Erhält der Haushalt einen Unternehmensgewinn (-anteil) in Höhe von $G^0$ Geldeinheiten zugewiesen, so kann er, ohne zu arbeiten, $G^0/p_1$ Mengeneinheiten von Gut 1 nachfragen; verwendet er die Gesamtzeit T als Arbeitszeit, so kann er $(G^0 + l \cdot T)/p_1$ Mengeneinheiten nachfragen. Die Bilanzgerade verschiebt sich also um die Strecke $\overline{0\,G^0/p_1}$ parallel nach oben. Beachten Sie dabei, daß sich durch das zusätzliche Einkommen $G^0$ die Budgetmenge nur links von der Vertikalen über T vergrößert – dieses zusätzliche Einkommen vergrößert zwar den Dispositionsspielraum des Haushalts im Hinblick auf die Nachfrage nach Gut 1, kann aber natürlich die maximal mögliche Freizeit nicht erhöhen. Offenbar ändert sich in unserem Beispiel zunächst nichts an den Eigenschaften, durch die das Haushaltsoptimum bei einem zusätzlichen, exogen bestimmten Gewinneinkommen charakterisiert sind: Das gesamte verfügbare Einkommen, das sich nun als $E = G^0 + l \cdot A = G^0 + l\ (T - F)$ errechnet, wird für den Kauf des Konsumgutes ausgeschöpft, und die Grenzrate der

Substitution des Konsumgutes durch Freizeit ist gleich dem Verhältnis von Lohnsatz zu Güterpreis. Wie sich die nachgefragte Menge von Gut 1 und das Arbeitsangebot durch das zusätzliche Gewinneinkommen im einzelnen ändern, hängt von den Präferenzen des Haushalts ab; in Abbildung 58 ist unterstellt, daß sowohl Gut 1 als auch Freizeit superiore Güter sind – die nutzenmaximale Arbeitszeit wird also reduziert.

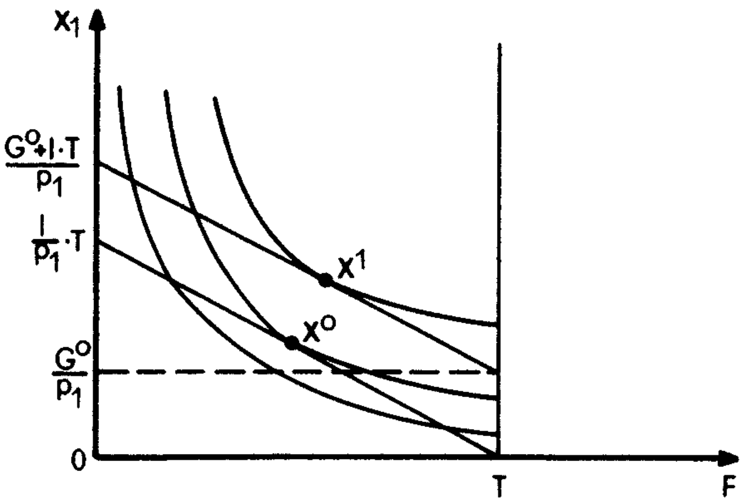



*Abb. 58*

Bei genauerer Betrachtung stellt sich jedoch heraus, daß sich die Dinge bei Einführung eines exogenen Gewinneinkommens aufgrund der Mengenrestriktion für den Freizeitkonsum $F \leqq T$ doch komplizierter gestalten. Die Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts sind nämlich nicht mehr stark genug, um in jedem Falle ein Randoptimum auszuschließen. Ein solches Randoptimum stellt sich in Abbildung 59 bei einem Gewinneinkommen $G^1$ ein. Der optimale Konsumplan ist hier $x^1$; der Haushalt zieht es vor, nicht zu arbeiten und dementsprechend den Konsum von

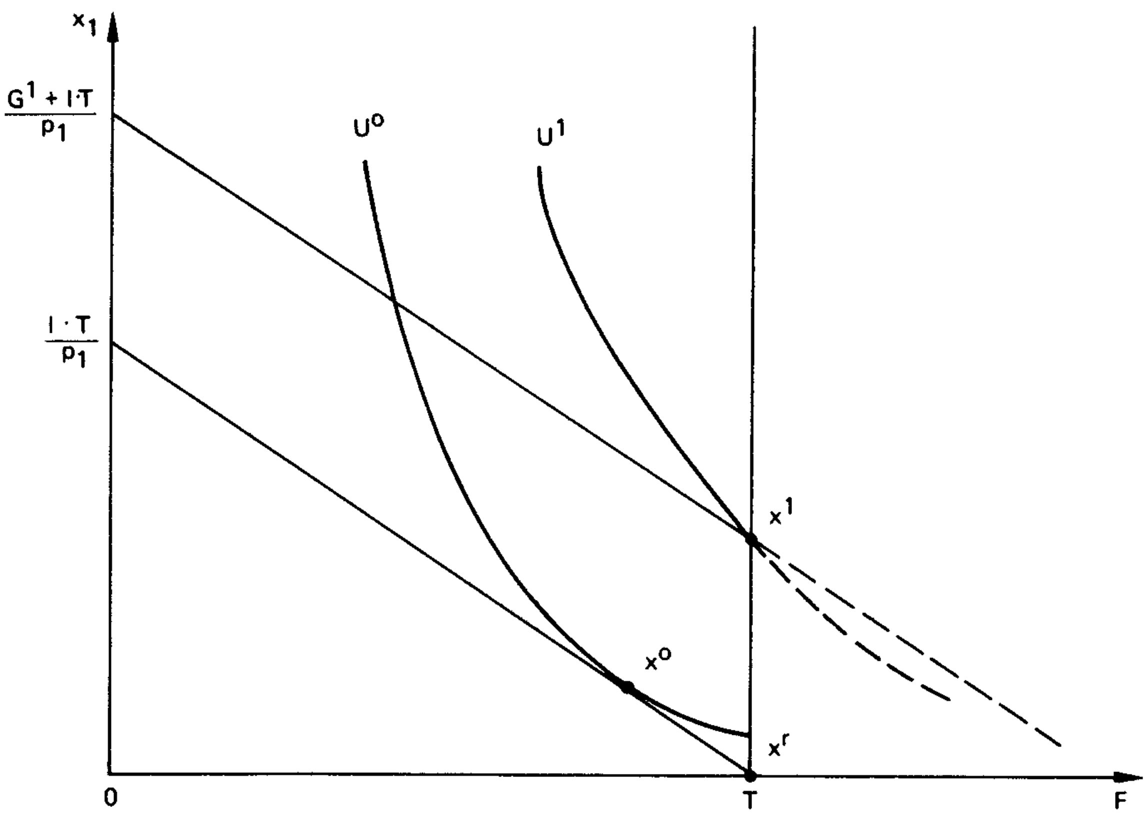



*Abb. 59*

Gut 1 auf die durch das Gewinneinkommen finanzierbare Menge zu beschränken. Offensichtlich ist dies aber keine Tangentiallösung, d.h. die Optimalbedingung (6) ist nicht erfüllt. Diese Bedingung ist bei exogenem Gewinneinkommen zwar eine hinreichende, aber keine notwendige Bedingung für das Haushaltsoptimum. Ohne zusätzliche Annahmen können wir also nicht davon ausgehen, daß sich das gesuchte beschränkte Maximum der Nutzenfunktion $u = f(x_1, F)$ mit Hilfe der Lagrange-Methode bestimmen läßt. Die daraus resultierenden analytischen Schwierigkeiten sollen hier aber nicht weiter verfolgt werden.

Abschließend wollen wir noch einmal zu der Ausgangssituation ohne exogenes Gewinneinkommen zurückkehren und uns fragen, warum wir dort trotz der Beschränkung $F \leqq T$ die Lagrange-Methode ohne Probleme anwenden konnten. Die Antwort ist einfach: Solange der Haushalt kein Gewinneinkommen bezieht, gehört von allen Konsumplänen auf dem durch $T = F$ beschriebenen Rand des Konsumraums nur ein einziger zur Budgetmenge, nämlich der Konsumplan $x^r$ mit $T = F$ und $x_1 = 0$ (vgl. Abbildung 59). Dieser Konsumplan scheidet aber wegen der Annahme beschränkter Substituierbarkeit von Konsumgütern und Freizeit als optimaler Konsumplan von vorneherein aus; mithin wissen wir, daß die Lösung des Maximierungsproblems nur ein inneres Optimum sein kann.

## 3. Die Arbeitsangebotskurve

Abbildung 59 gibt uns für den Fall zweier Güter einen zusammenfassenden Überblick darüber, wovon in unserem Modell des Konsumentenverhaltens die Güternachfrage und das Arbeitsangebot abhängig sind; es sind dies:

- die Präferenzordnung des Haushalts und die ihm maximal mögliche Arbeitszeit,
- die Höhe des exogen gegebenen Einkommensbestandteils in Form der Gewinnbeteiligung des Haushalts,
- der Lohnsatz und
- der Preis des Konsumgutes.

Bei gegebener Präferenzordnung und gegebener maximaler Arbeitszeit des Haushaltes hängen Güternachfrage und Arbeitsangebot damit alleine vom Lohnsatz, vom Güterpreis und vom Gewinn ab. Aus der Annahme konvexer Indifferenzkurven folgt, daß der optimale Konsumplan eindeutig bestimmt ist, und somit sind Güternachfrage und Arbeitsangebot Funktionen des Lohnsatzes, des Güterpreises und des Gewinns. Dies gilt in gleicher Weise für den Fall beliebig vieler Güter; bei Konstanz der beiden erstgenannten Einflußfaktoren sind die Nachfragemengen aller Güter und das Arbeitsangebot des Haushalts Funktionen der Güterpreise, des Lohnsatzes und des Gewinns:

$$(7) \qquad \begin{aligned} x_i &= f_i\,(p_1, p_2, \ldots, p_n, l, G) \qquad i = 1, 2, \ldots, n \\ A &= f_A\,(p_1, p_2, \ldots, p_n, l, G) \end{aligned}$$

In der Regel verändern sich die Nachfragemengen nach Konsumgütern und die angebotene Menge an Arbeitsleistung, wenn sich Güterpreise, der Lohnsatz und/oder der Gewinn verändern. Eine Ausnahme von dieser Regel ergibt sich für den Fall einer proportionalen Variation aller Preise, des Lohnsatzes und des Gewinns. Ein Blick auf Abbildung 57 zeigt Ihnen, daß die Budgetgerade bei proportionaler Variation von $p_1$ und $l$ ihre Lage beibehält und der optimale Konsumplan somit unverändert bleibt. Wie man in Abbildung 58 sieht, bleiben die Budgetgerade und der optimale Konsumplan auch unverändert, wenn sich Preis, Lohnsatz und Gewinn proportional verändern. Nachfrage- und Angebotsfunktionen sind also **homogen vom Grade Null in den Preisen, im Lohnsatz und im Gewinn.** (Zur Homogenität vergleiche im mathematischen Anhang den Abschnitt C 2c.)

Wir wollen nun die **Arbeitsangebotskurve** des Haushalts ableiten. Die Arbeitsangebotskurve ist – ganz in Analogie zur Nachfragekurve – die unter der Ceteris-paribus-Bedingung abgeleitete geometrische Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Höhe des Lohnsatzes und der vom Haushalt angebotenen Menge an Arbeitsleistung. Gehen wir wieder vom Zwei-Güter-Fall aus und sehen wir der Einfachheit halber zunächst von einem exogenen Einkommensbestandteil ab. Lassen wir nun den Lohnsatz eine breite Skala verschiedener Werte durchlaufen, so wirkt sich dies geometrisch in einer Drehung der Budgetgeraden um den Abszissenabschnitt aus. Wir erhalten eine unendliche Menge von Berührpunkten zwischen Bilanzgeraden und Indifferenzkurven, die eine stetige Kurve in der Konsumebene bilden (vgl. Abbildung 60).

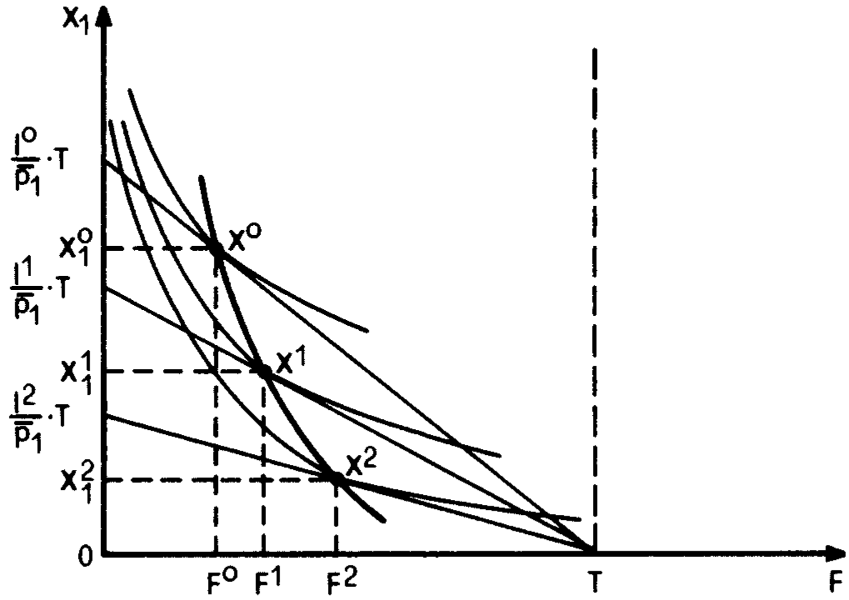



***Abb. 60***

Bei steigendem Lohnsatz und damit – in Einkommens- bzw. Konsumverzicht zu messendem – steigendem „Preis" der Freizeit nimmt in unserem Beispiel die Nachfrage nach Gut 1 zu und die Nachfrage nach Freizeit ab; Gut 1 und Freizeit sind also Substitute. In Abbildung 61a haben wir den bei diesem Indifferenzkurvensystem resultierenden Zusammenhang zwischen Lohnsatz und Freizeit dargestellt; dieser Zusammenhang wird **Lohn-Freizeit-Kurve** genannt. Da sich das Arbeitsangebot aus

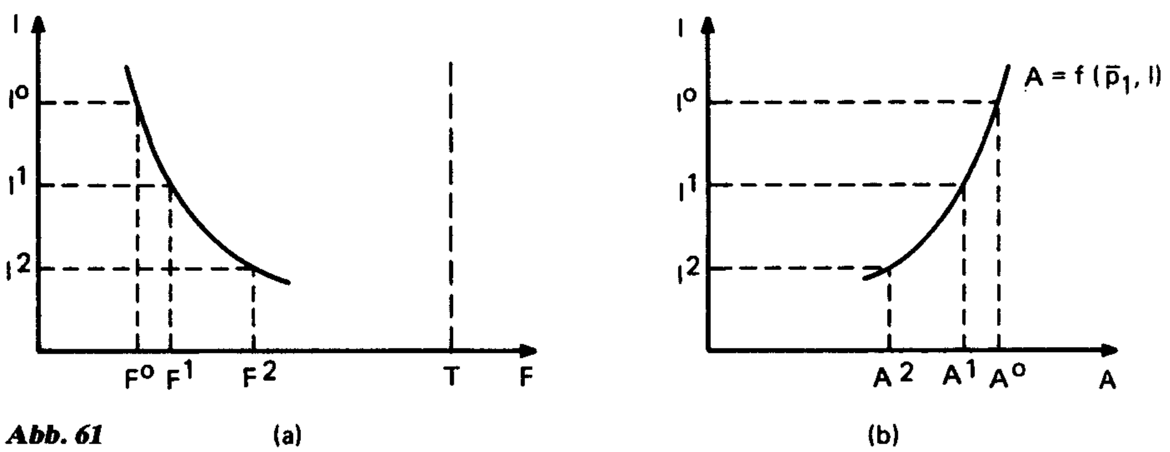



***Abb. 61***

der Differenz zwischen der Gesamtzeit T und der Freizeitnachfrage ermittelt, können wir das Arbeitsangebot direkt aus Abbildung 61a entnehmen; wir brauchen lediglich den horizontalen Abstand zwischen der Lohn-Freizeit-Kurve und der Vertikalen über T nach Abbildung 61 b zu übertragen und erhalten somit die Arbeitsangebotskurve.

In unserem Beispiel hat die Arbeitsangebotskurve eine positive Steigung; wie wir im Rahmen der Theorie der Unternehmung sehen werden, nimmt die Angebotsmenge eines Gutes mit steigendem Preis dieses Gutes normalerweise zu. Die Angebotskurve in Abbildung 61b ist daher ein Beispiel für eine normale oder typische Reaktion des Angebots. Mit einer typischen Angebotsreaktion ist freilich im Falle des Arbeitsangebots nicht immer zu rechnen, und sie folgt auch keineswegs aus unseren Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts. Wir können uns ebensogut ein Indifferenzkurvensystem denken, bei dem das Konsumgut und Freizeit Komplemente sind, und dann erhalten wir eine atypische Reaktion des Arbeitsangebots auf Lohnsatzveränderungen (vgl. Abbildung 62).

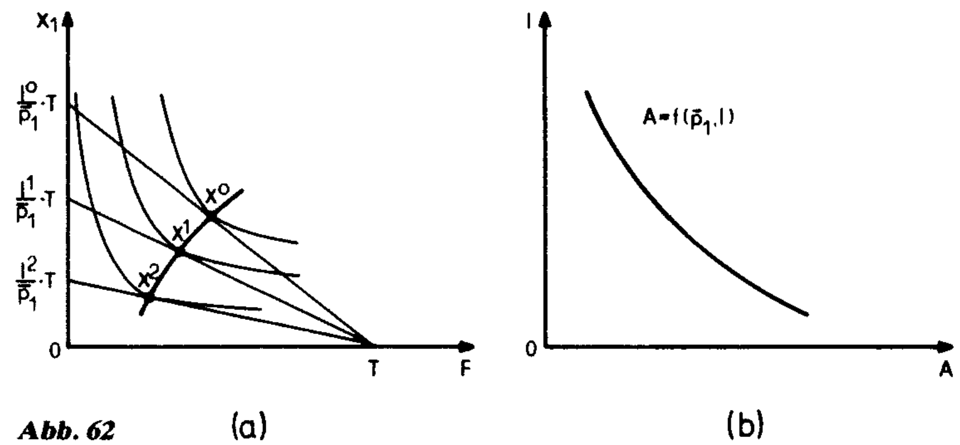



**Abb. 62**

Schließlich kann man sich auch Kombinationen dieser beiden Fälle vorstellen; Abbildung 63 illustriert eine solche Situation, in der wir unterhalb von $l^0$ und oberhalb von $l^1$ eine atypische und im Bereich zwischen $l^0$ und $l^1$ eine typische Angebotsreaktion verzeichnen.

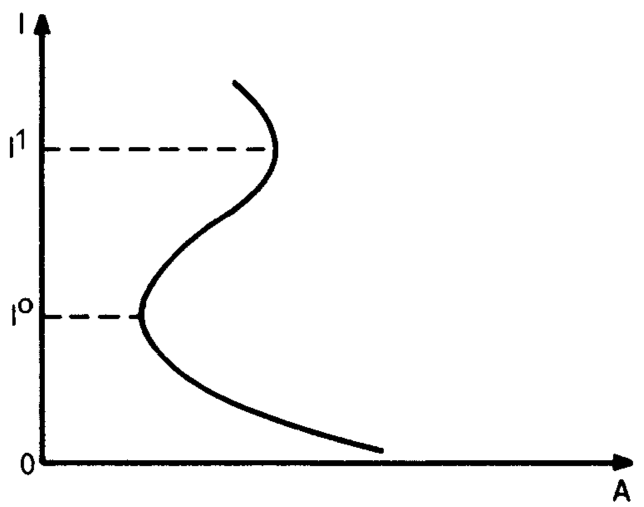



**Abb. 63**

Einen derartigen Verlauf der Arbeitsangebotskurve kann man sich vielleicht mit folgender Überlegung plausibel machen: Bei sehr niedrigen Lohnsätzen und einer weiteren Lohnsatzsenkung sieht sich der Haushalt gezwungen, mehr als vorher zu arbeiten, um sich das notwendige Existenzminimum an Konsumgütern zu sichern; bei sehr hohen Lohnsätzen, die ohnehin schon einen gehobenen Lebensstandard ermöglichen, mag der Haushalt im Falle weiterer Lohnsatzsteigerungen wieder dazu tendieren, sich mehr Freizeit zu gönnen, um den erreichten Lebensstandard auch in Muße genießen zu können.

Solange das Arbeitseinkommen die einzige Einkommensquelle des Haushalts ist, wird er bei noch so geringem Arbeitslohn immer bereit sein, eine gewisse Zeit zu arbeiten; aus der Annahme beschränkter Substituierbarkeit von Konsumgütern und Freizeit folgt unmittelbar, daß zu jedem Lohnsatz $l > 0$ auch ein positives Arbeitsangebot besteht. Wie wir schon bei der Bestimmung des Haushaltsoptimums gesehen haben, ändert sich dies, wenn der Haushalt ein exogenes Gewinneinkommen bezieht; hier kann es zu Randlösungen kommen mit der Folge, daß der Haushalt keine Arbeit anbietet.

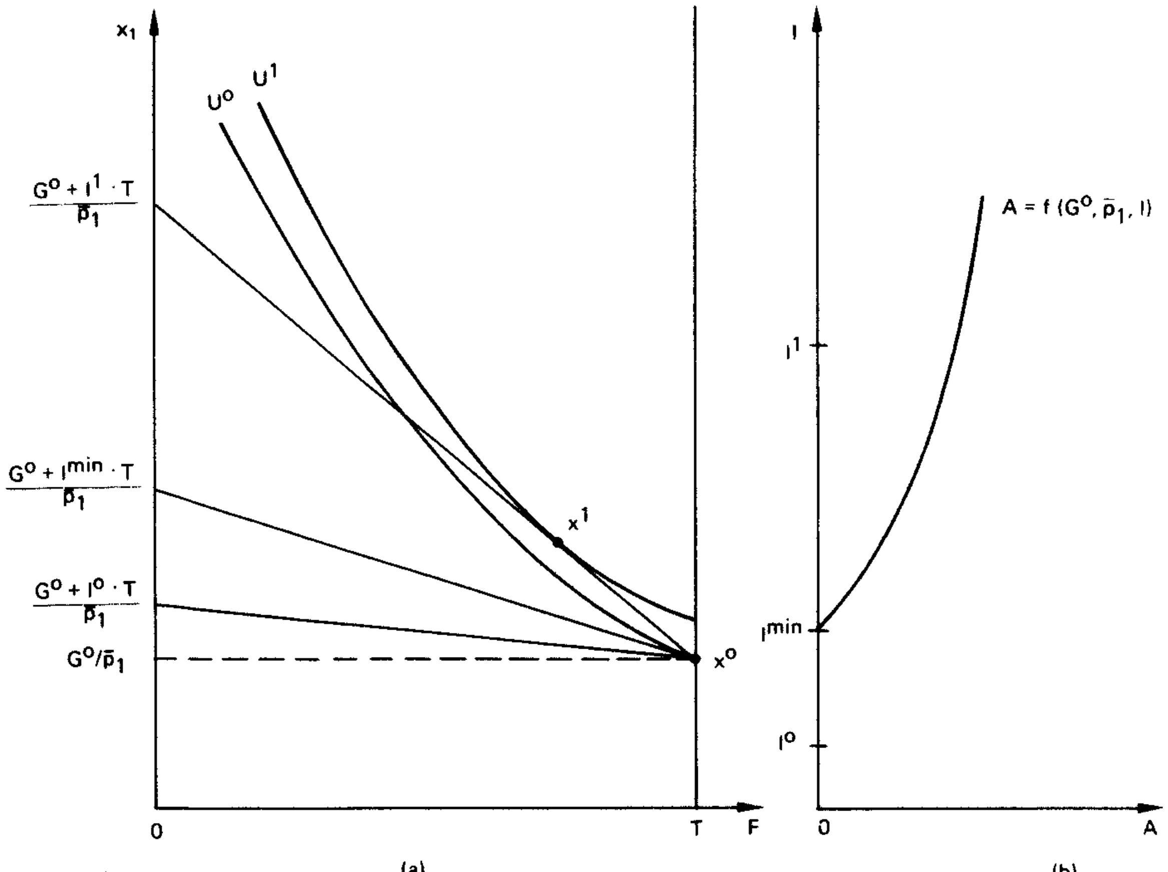



***Abb. 64***

In Abbildung 64a wird angenommen, daß bei einem Lohnsatz $l = l^{min}$ die zugehörige Budgetgerade die Indifferenzkurve $U^0$ im Punkt $x^0$ tangiert, d.h. das Haushaltsoptimum ergibt sich als Randlösung mit $x_1^0 = G^0/\bar{p}_1$ und $F^0 = T$. Jeder Lohnsatz $l < l^{min}$ führt zu einer flacheren Budgetgeraden, so daß $x^0$ zwar kein Tangentialpunkt zwischen Indifferenzkurve und Budgetrestriktion mehr ist, dennoch aber Haushaltsoptimum bleibt. Hingegen ist bei einem Lohnsatz $l > l^{min}$ die Budgetgerade steiler als die Indifferenzkurve $u^0$ in $x^0$, so daß sich ein inneres Optimum ergibt. Für das Arbeitsangebot des Haushalts bedeutet dies, daß erst bei Überschreiten eines bestimmten Mindestlohnsatzes $l^{min}$ Arbeit angeboten wird. Bei einem Lohnsatz $l \leqq l^{min}$ ist der Haushalt nicht bereit, zugunsten einer Teilnahme am Arbeitsleben auf Freizeit zu verzichten; entsprechend fällt in Abbildung 64b die Arbeitsangebotskurve im Wertebereich $l \leqq l^{min}$ mit der Ordinate zusammen.

Ganz in Analogie zur konsumnachfragetheoretischen Analyse der Auswirkungen der Preiserhöhung eines Gutes auf die von diesem Gut nachgefragte Menge läßt sich auch die Wirkung einer Lohnerhöhung auf die Freizeitnachfrage bzw. das Arbeitsangebot in einen Substitutions- und einen Einkommenseffekt aufspalten. In Abbildung 65a ergibt sich bei dem Lohnsatz $l^0$ das Haushaltsoptimum $x^0$, bei dem höheren Lohnsatz $l^1$ das Haushaltsoptimum $x^1$. Der Substitutionseffekt (SE) der Lohnsatzerhöhung ermittelt sich durch eine hypothetische Reduzierung des Realeinkommens in dem Ausmaß, daß der Haushalt auf dem ursprünglichen Nutzenniveau $u^0$ verbleibt, also graphisch durch die Bewegung von $x^0$ nach $x'$. Wie unmittelbar ersichtlich, hat der Substitutionseffekt wieder eine eindeutige Richtung: Die relative Verteuerung der Freizeit führt zu deren Verminderung und damit zu einer Erhöhung des Arbeitsangebots. Den Einkommenseffekt (EE) erhält man, indem die Einkommenssenkung wieder rückgängig gemacht wird, also graphisch durch die Bewegung von $x'$ nach $x^1$. Hierbei ist unterstellt, daß der Haushalt Freizeit als superiores Gut betrachtet, so daß der Einkommenseffekt dem Substitutionseffekt entgegengerichtet ist. Es ist jedoch durchaus auch denkbar, daß der Haushalt Freizeit als inferiores Gut ansieht; in diesem Fall – durch die gestrichelte Indifferenzkurve $u^2$ angedeutet – verstärkt der Einkommenseffekt den Substitutionseffekt.

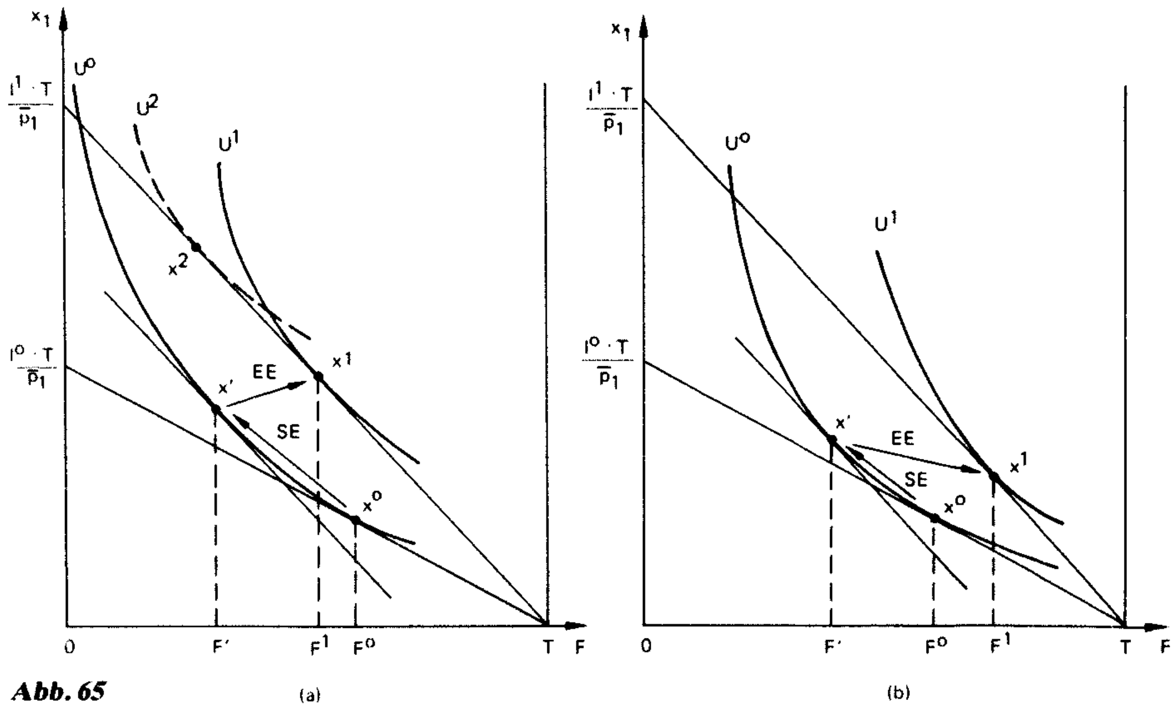



***Abb. 65***

Ein Vergleich von Abbildung 65a mit Abbildung 65b zeigt einen wichtigen Unterschied in den Ergebnissen der Analyse des Einkommens- und Substitutionseffekts einer Güterpreiserhöhung einerseits und einer Lohnsatzerhöhung andererseits. Wir hatten für den Zwei- und den Mehr-Güter-Fall abgeleitet, daß der Gesamteffekt einer Preiserhöhung auf die Nachfrage nach dem betreffenden Konsumgut negativ sein muß (oder, wenn Randoptima zulässig sind, zumindest nicht positiv sein kann), wenn dieses Gut in den Augen des Haushalts superior ist. Diese Aussage ist auf die Nachfrage des Haushalts nach Freizeit nicht übertragbar: wenn Freizeit ein superiores Gut ist, kann der Gesamteffekt einer Lohnsatzerhöhung sowohl in einer Verringerung (Abbildung 65a) als auch in einer Erhöhung (Abbildung 65b) der Nachfrage nach Freizeit bestehen.

Der Grund für dieses auf den ersten Blick widersprüchlich erscheinende Ergebnis ist einfach zu verstehen: Erhöht sich der Preis eines Gutes, das der Haushalt *kaufen* muß, dann dreht sich seine Budgetgerade nach innen. Das Realeinkommen sinkt, die Menge aller realisierbaren Konsumpläne wird kleiner. Falls das Gut superior ist, wird von ihm weniger konsumiert; der Einkommenseffekt wirkt in die gleiche Richtung wie der Substitutionseffekt. – Steigt dagegen der Lohnsatz – der Preis für das Gut Zeit –, dann dreht sich die Budgetgerade nach außen; das Realeinkommen steigt, weil der Haushalt in diesem Fall das teurer gewordene Gut *verkauft* (nämlich in Form von Arbeitszeit). Eine Einkommenssteigerung jedoch führt, falls Freizeit superior ist, zu einem Mehrkonsum an Freizeit. Der Einkommenseffekt ist also bei einem superioren Gut, das der Haushalt verkauft, dem Substitutionseffekt entgegengerichtet. So könnte der Haushalt zum Beispiel die Lohnsteigerung sogar dazu nutzen, bei konstantem Konsumniveau von Gut X, mehr Freizeit zu genießen (der Einkommenseffekt überkompensiert dann den Substitutionseffekt bei weitem). Ein solches Verhalten erscheint für viele Haushalte wohl mindestens so plausibel wie die Hypothese, eine Lohnsteigerung führe zu intensiverer Arbeit (weniger Freizeit) und mehr Konsum. Wie wir gesehen haben, sind beide Mengenreaktionen auf eine Lohnsatzsteigerung möglich und somit auch eine Arbeitsangebotsfunktion wie in Abbildung 63, wenn Freizeit superior ist.

Bei exogen vorgegebenem Einkommen hängt die Lage der Nachfragekurve für ein Gut, wie wir gesehen haben, vom Einkommen und den Preisen aller anderen Güter ab. Bei endogen bestimmtem Einkommen ist entsprechend die Lage der Arbeitsangebotskurve durch die als konstant betrachteten Güterpreise und die Lage der Nachfragekurve(n) durch die als konstant angesetzten Preise der übrigen Konsumgüter und durch den ebenfalls als konstant angenommenen Lohnsatz bestimmt; Veränderungen der Parameterwerte ziehen in aller Regel auch Veränderungen der Arbeitsangebots- bzw. Nachfragekurven nach sich. Wir wollen dies wieder für den Zwei-Güter-Fall zeigen.

In Abbildung 66a ist unterstellt, daß Gut 1 und Freizeit Komplemente sind. Bei $l^0$ und $p_1^0$ ergibt sich das Arbeitsangebot des Haushalts als $A^0 = T - F^0$. Sinkt nun der Preis von Gut 1 auf $p_1^1$, so reduziert sich das Arbeitsangebot bei konstantem Lohnsatz auf $A^1 = T - F^1$; eine Preissenkung bewirkt also eine Verschiebung der Arbeitsangebotskurve nach links, und entsprechend ergibt sich bei einer Preiserhöhung von Gut 1 eine Verschiebung der Arbeitsangebotskurve nach rechts.

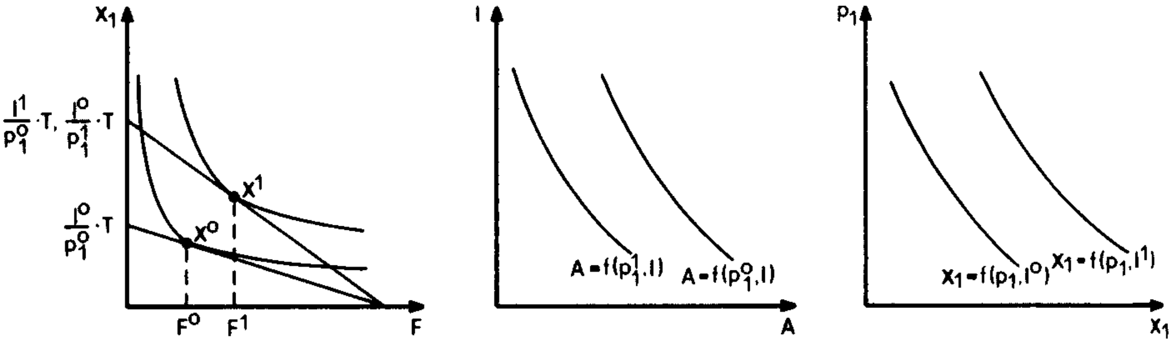



***Abb. 66*** (a) (b) (c)

Umgekehrt läßt natürlich auch eine Variation des Lohnsatzes die Lage der Nachfragekurve für Gut 1 nicht unberührt. Nehmen wir an, für den Lohnsatz $l^0$ gelte die in Abbildung 66c dargestellte Nachfragekurve $x_1 = f(p_1, l^0)$ und interpretieren wir in Abbildung 66a die Drehung der Budgetgeraden nach oben als Erhöhung des Lohnsatzes von $l^0$ auf $l^1$ bei Konstanz des Güterpreises. Beim gleichen Preis $p_1$ ist die

Nachfragemenge $x_1$ jetzt größer als vorher; folglich bewirkt eine Erhöhung des Lohnsatzes eine Verschiebung der Nachfragekurve nach rechts.

Wie Sie sich anhand von Abbildung 67 überzeugen können, liegen die Dinge für den Fall, daß der Haushalt Gut 1 und Freizeit als Substitute betrachtet, etwas anders: Zwar führt auch hier eine Lohnsatzerhöhung wieder zu einer Verschiebung der Nachfragekurve nach rechts, aber bei einer Preissenkung verschiebt sich die Arbeitsangebotskurve nicht nach links, sondern ebenfalls nach rechts.

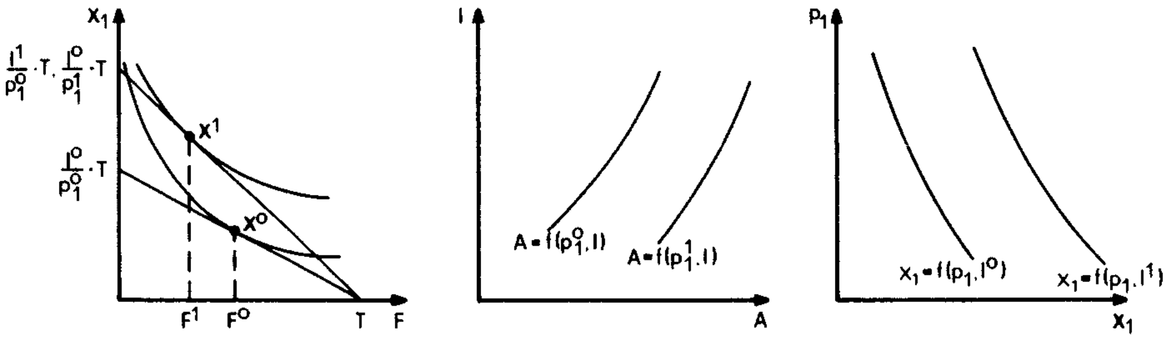



**Abb. 67** (a) (b) (c)

Schließlich ist sogar der durch Abbildung 68 illustrierte Fall denkbar, daß eine Erhöhung des Lohnsatzes zu einer Verschiebung der Nachfragekurve für Gut 1 nach links führt. Da wir die Drehung der Budgetgeraden nach oben auch als Preissenkung bei konstantem Lohnsatz interpretieren können, folgt unmittelbar, daß Gut 1 ein Giffen-Gut sein muß. In diesem Falle muß sich bei einer Preissenkung die Arbeitsangebotskurve nach links verschieben.

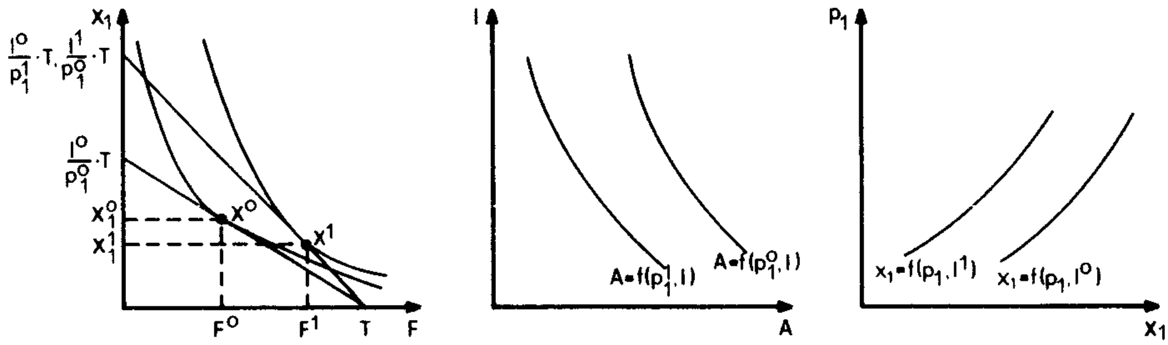



**Abb. 68** (a) (b) (c)

Die Beispiele belegen hinreichend deutlich, daß uns die Annahmen über die Präferenzordnung des Haushalts, die wir getroffen haben, keine eindeutigen Aussagen darüber erlauben, wie sich die Lage der Arbeitsangebotskurve oder der Nachfragekurven verändert, wenn man den Wert irgendeines Parameters variiert. Noch komplizierter werden die Dinge, wenn man zur Betrachtung des Mehr-Güter-Falls übergeht. Dann mag z. B. eine Lohnsatzerhöhung dazu führen, daß sich die Nachfragekurve für ein Gut auch dann nach links verschiebt, wenn dieses Gut kein Giffen-Gut ist. Wir wollen diese Probleme hier aber nicht weiter vertiefen; es genügt uns, daß Sie nicht vergessen, daß Angebots- und Nachfragekurven unter der Ceteris-paribus-Bedingung abgeleitete Zusammenhänge darstellen und daß sich diese Kurven in aller Regel in irgendeine Richtung verschieben, wenn sich der Wert einer bei der Ableitung dieser Kurven als konstant angesetzten Größen verändert.

## 4. Schlußbemerkung

Mit der Analyse des Arbeitsangebots und damit der endogenen Bestimmung des Arbeitseinkommens wollen wir die Untersuchung der ökonomischen Entscheidungen des Haushalts abschließen. Sie werden bemerkt haben, daß wir die Untersuchung des Arbeitsangebots zum Anlaß genommen haben, noch einmal einen großen Teil des analytischen Instrumentariums, das wir schon zuvor in der Theorie der Konsumgüternachfrage bei exogen bestimmtem Haushaltseinkommen verwendet haben, Revue passieren zu lassen. In der Tat ist noch eine ganze Anzahl zusätzlicher Modellerweiterungen möglich, bei denen man immer auf die gleichen analytischen Grundprinzipien zurückgreifen kann. Dies gilt insbesondere in Hinblick auf die Erweiterung zu einem Mehr-Perioden-Modell, innerhalb dessen man z.B. die Ersparnisbildung des Haushalts, seine Entscheidungen bezüglich des Kaufs langlebiger Konsumgüter oder Probleme der Vorratsbildung analysieren könnte. Wir wollen es aber bei diesem einfachen Modell belassen, um uns die Untersuchung der in den Kapiteln IV und V zu behandelnden Fragen des Gleichgewichts und der Wohlfahrt so einfach wie möglich zu machen.

Die Zusammenfassung der Ergebnisse unseres Modells kann kurz ausfallen. Bei gegebener Präferenzordnung und gegebener maximaler Arbeitszeit sind die Nachfrage des Haushalts nach Konsumgütern und sein Arbeitsangebot jeweils Funktionen aller Güterpreise, des Lohnsatzes und des Gewinns. Wir wollen dieses Resultat nochmals in formaler Schreibweise notieren und dabei eine geringfügige Veränderung unserer bisherigen Notationsweise vornehmen. Konsumgüter werden von den Haushalten nachgefragt und von den Unternehmungen angeboten; Arbeitsleistungen werden von den Haushalten angeboten und von den Unternehmungen nachgefragt. Um immer sofort sehen zu können, ob es sich bei den betreffenden Funktionen um Angebots- oder Nachfragefunktionen handelt, wollen wir Nachfragemengen mit einem Index N und Angebotsmengen mit einem Index A versehen; außerdem wollen wir die Menge an Arbeitsleistungen wie die Mengen anderer Produktionsfaktoren auch zukünftig mit dem Buchstaben v bezeichnen. Damit schreiben wir die Arbeitsangebotsfunktion und die Nachfragefunktionen des Haushalts als:

$$
(8) \quad \left.\begin{aligned}
x_1^N &= f_1(p_1, p_2, \ldots, p_n, l, G) \\
x_2^N &= f_2(p_1, p_2, \ldots p_n, l, G) \\
&\;\;\vdots \\
x_n^N &= f_n(p_1, p_2, \ldots p_n, l, G)
\end{aligned}\right\} \text{Nachfragefunktionen}
$$

$$
v^A = f(p_1, p_2, \ldots, p_n, l, G) \qquad \text{Arbeitsangebotsfunktion}
$$

Wenden wir uns nun der zweiten Gruppe von Wirtschaftssubjekten in unserem Gesamtmodell zu – den Unternehmungen.

# Kapitel III
# Theorie der Unternehmung

## A. Einleitung

In diesem Abschnitt untersuchen wir die **wirtschaftlichen Entscheidungen** der Unternehmung. Wir betrachten die Unternehmung als **Einheit.** Somit spielt es keine Rolle, ob es sich um ein Ein-Mann-Unternehmen oder eine Aktiengesellschaft mit einem umfangreichen Management handelt, ob Eigentümerrolle und Leitungsfunktion von verschiedenen Personen wahrgenommen werden.

### 1. Fragestellungen

Wie wir aus Kapitel I „Grundfragen und Methoden" bereits wissen, ist es der **Zweck** der Unternehmung, aus Produktionsfaktoren (Inputs) Güter (Outputs) zu **produzieren.** Diese Güter (Waren und Dienstleistungen) werden an die Haushalte, den Staat und andere Unternehmen verkauft, wofür die Unternehmung Erlöse erzielt. Aus diesen Erlösen werden die Ausgaben für die Produktionsfaktoren gedeckt, welche die Unternehmung bei den Haushalten in Form von Arbeitsleistungen, Häusern und Land und bei anderen Unternehmen in Form von Zwischenprodukten und Kapitalgütern (z.B. Maschinen) nachfragt. Vom Staat nimmt sie (nur teilweise freiwillig) die Nutzung öffentlicher Güter in Anspruch und hat dafür Steuern und Abgaben zu entrichten.

Der die Kosten der Produktion übersteigende Teil der Erlöse verbleibt der Unternehmung als **Gewinn.** Die Gewinnverwendung werden wir hier nicht weiter analysieren: Der Gewinn kann entweder an die Haushalte, soweit sie Eigentümer der Unternehmung sind, verteilt werden oder etwa zur Beschaffung von Investitionsgütern verwendet werden. Sowohl die Haushalte als Eigentümer der Unternehmen wie auch das Unternehmensmanagement haben ein Interesse an einem möglichst hohen Gewinn. Der Gewinn gilt als das Maß für den Erfolg unternehmerischer Aktivität. Wir unterstellen damit, es sei das **Ziel** der Unternehmung, unter den gegebenen Umständen einen **maximalen Gewinn** zu erreichen. Aus dem Kapitel „Grundfragen und Methoden" wissen wir, daß auch andere Ziele der Unternehmung denkbar sind und auch tatsächlich verfolgt werden. Wir beschränken uns deswegen auf den Gewinn als Unternehmensziel, weil damit die durchzuführenden Analysen relativ einfach und übersichtlich bleiben.

Die Festlegung der gewinnmaximalen Ausbringungsmenge und der dazugehörigen Faktoreinsatzmengen hängt mit einer Reihe von anderen ökonomischen Entscheidungen zusammen und baut zum Teil auf diesen auf:

Die Unternehmung hat sich **Informationen** zu beschaffen über alle ökonomischen Tatbestände, die bei der Verfolgung des Unternehmensziels relevant sind. Wir wollen hier nur einige aufzählen: Wird der Markt das im Produktionsplan vorgesehene Produkt überhaupt aufnehmen, falls es sich um eine Neuschöpfung handelt? In welchen Mengen, zu welchen Preisen? Falls es sich um eine eingeführte Ware handelt, wird der Markt sie weiter in den gewohnten Mengen und Preisen aufnehmen? Die Unternehmung hat **Marktforschung** zu betreiben; denn die produzierten Mengen könnten sich selbst zu den Preisen, die das Unternehmen braucht, um die Kosten zu decken, als (teilweise) nicht absetzbar erweisen. Sind gegenüber einem vorhandenen Produktionsplan zusätzliche Kosten beim Absatz des Produkts, bei der Beschaffung der Faktoren, bei der Durchführung der Produktion zu erwarten? Gibt es andere Produktionsverfahren, die bei gegebenen Einsatzmengen eine größere Ausbringungsmenge erwarten lassen? Die Entscheidungen der Unternehmung erfolgen unter **Risiko und Unsicherheit;** die Unsicherheit zu vermindern ist ein Ziel der Marktforschung. Die Unternehmung hat zu entscheiden, wann eine gewisse Zuverlässigkeit bezüglich der relevanten Marktdaten erreicht ist und die Informationsbeschaffung abgebrochen werden kann.

Bei der Produktion kommt ein bestimmtes **technisches Wissen** zur Anwendung. Dieses technische Wissen läßt sich möglicherweise durch Investitionen in Forschung und Entwicklung verbessern. Man kann neue billigere Verfahren suchen, man kann überhaupt neue Güter entwickeln. Wenn diese neuen Verfahren angewendet werden sollen, sind *Investitionen* ins Sachkapital (Gebäude, Maschinen, Fuhrpark usw.), aber auch in die Ausbildung des Personals erforderlich. Die Unternehmung hat über die bei der Produktion anzuwendende Technologie zu entscheiden und die Maßnahmen (Investitionen in Forschung und Entwicklung), durch welche die vorhandene Technologie weiterentwickelt werden kann.

Ist es ratsam, **Läger** anzulegen? Erwartet man Preiserhöhungen bei den Produktionsfaktoren, ist es vernünftig, diese – soweit möglich – auf Lager zu kaufen. Ist eine Kaufkraftvermehrung bei den Nachfragern zu erwarten, kann es ratsam sein, auf Lager zu produzieren. Diese Entscheidung ist wesentlich durch die Höhe des gegenwärtigen und des zu erwartenden *Zinses* mitbestimmt. Die Unternehmung hat zu entscheiden, ob es vom oder/und auf Lager produzieren soll.

Produktion und Konsum finden in der Regel an unterschiedlichen Orten im Raum statt. Wie ist die Produktion räumlich zu organisieren? Soll sie zentral in einer Betriebsstätte erfolgen oder soll sie ganz/teilweise dezentral an verschiedenen Orten durchgeführt werden? Soll die Nähe zu Arbeitsmärkten, Rohstofflägern gesucht werden oder die Nähe zum Verbraucher? Je nach Art des produzierten Gutes, der verwendeten Produktionsfaktoren werden sich unterschiedliche **Transportkosten** ergeben. Die Unternehmung hat über die optimalen **Standorte** ihrer Betriebsstätten zu entscheiden.

Welchen Umfang (Tiefe) soll der innerbetriebliche Produktionsprozeß haben? Soll die Unternehmung alle Vorprodukte selbst produzieren? Ist es nicht insgesamt günstiger, bestimmte Vorprodukte bei anderen Unternehmen zuzukaufen? Die Unternehmung hat eine Entscheidung über die **optimale Tiefe des Produktionsprozesses** zu treffen. Die Entscheidung über die Tiefe des Produktionsprozesses hängt auch von den Finanzierungsmöglichkeiten des Unternehmens ab. Sollen Erlöse, eventuell zeitweilig, auf dem Kapitalmarkt angelegt oder in Sachinvestitionen gesteckt werden? Sollen Investitionen aus Fremdmitteln oder durch Kapitalaufstockung finanziert werden? Soll die laufende Produktion aus Fremdmitteln finanziert werden? Welche Art der Finanzierung verbessert/verschlechtert die Bonität der Unternehmung? Die Unternehmung hat eine Entscheidung über eine **optimale Finanzierung** zu treffen.

Mit dieser Aufzählung haben wir keineswegs alle relevanten Entscheidungstatbestände erwähnt (z.B. Werbung), über die sich die Unternehmung Klarheit verschaffen muß. Mit ihnen beschäftigt sich ausführlich die **Betriebswirtschaftslehre.** – Im Rahmen der Mikroökonomie wollen wir weder die erwähnten noch die nicht erwähnten Probleme insgesamt analysieren. Wir beschränken uns auf die zentralen Entscheidungsprobleme der Unternehmung bezüglich der **Ausbringungsmengen** und **Faktor-**

**einsatzmengen.** Diese Selbstbeschränkung ist notwendig, um die Analyse so einfach wie möglich zu halten; sie ist sinnvoll, weil die Theorie der Unternehmung Baustein eines umfassenderen, aber immer noch überschaubaren Gesamtmodells sein soll. Wir machen uns daher eine **Modellökonomie** und eine Modellunternehmung zurecht, in denen wir uns genau auskennen. In dieser Modellwelt sind die oben angeführten Probleme dadurch „gelöst“, daß wir sie durch geeignete **Annahmen** überhaupt nicht entstehen lassen:

1. Informationsprobleme und -kosten gibt es nicht, da die Unternehmung über alle relevanten Fakten **vollkommene Information** besitzt. Insbesondere ist der **Stand des technischen Wissens** vorgegeben und wird nicht verändert.
2. Investitionsentscheidungen müssen nicht getroffen werden und werden nicht getroffen, da unsere Modellwirtschaft nur **eine Periode** arbeitet. Der anfallende Gewinn kann daher nicht im Unternehmen verwendet werden, sondern wird an die Haushalte verteilt. Wir bewegen uns in einer **statischen** Welt.
3. Es ist unnötig, Läger anzulegen, da sowohl die Beschaffungs- wie auch die Produktpreise bekannt sind, in der betrachteten Periode sich nicht ändern und es **keinerlei Unsicherheiten** über irgendwelche ökonomische Entscheidungstatbestände gibt. Auf den Faktormärkten können jederzeit zu den geltenden Marktpreisen beliebige Mengen gekauft, auf den Produktmärkten beliebige Mengen abgesetzt werden.
4. Im Regelfall unterstellen wir Unternehmen, die nicht so groß sind, daß sie durch Veränderung der angebotenen oder nachgefragten Mengen einen merklichen Einfluß auf den Preis ausüben könnten. Sie heißen **Preisnehmer** oder **Mengenanpasser,** da sie nur über Mengen entscheiden können.
   Wir analysieren aber auch die ökonomischen Entscheidungstatbestände von **Monopolisten,** Unternehmen also, die alternativ Mengen oder Preise innerhalb gewisser Grenzen frei wählen können (*Preissetzer* beziehungsweise *Mengenfixierer*).
5. Es gibt auch keine Finanzierungsprobleme. Das Produkt kann zum Marktpreis in beliebiger Menge abgesetzt werden; bei jedem Produktionsplan, der einen Gewinn aufweist, können aus den Erlösen problemlos die Kosten bestritten werden. Ein- und Auszahlungen fallen in ein- und derselben Periode an.
6. Der Standort stellt kein Problem dar: Transportkosten treten nicht auf, da im Modell alle ökonomischen Aktivitäten in einem räumlichen Punkt erfolgen.
7. Wir unterstellen **beliebige Teilbarkeit** aller Mengen, Inputs wie Outputs. Da wir die zu analysierenden Zusammenhänge mathematisch (algebraisch) darstellen, gestattet es diese Annahme, mit einer möglichst einfachen Art der Algebra auszukommen. Stetige Differenzierbarkeit aller Funktionen – zum Beispiel – ist dadurch gewährleistet. Probleme, die durch Ganzzahligkeit (halbe Schallplatten werden in der Regel nicht gehandelt) oder handelsübliche Abnahmemengen (z.B. Lastwagenladungen Kies) entstehen, sind ausgeschlossen.
8. Der Umfang eines Produktionsprozesses kann in mehrere hintereinandergeschachtelte Teilprozesse zerlegt werden, in denen jeweils Zwischenprodukte erzeugt, aber auch wiederverwendet werden. Wir analysieren im weiteren nur **einen** dieser Teilprozesse. Somit spielt es keine Rolle, ob der Output ein Zwischen- oder Endprodukt ist, ob die verwendeten Inputs produzierte oder nichtproduzierte, sogenannte primäre Faktoren sind. Die Anzahl der notwendigen Produktionsfaktoren ist von der Technologie bestimmt und wird nicht weiter diskutiert. – Im Kapitel „Koordination“ wird unsere Modellökonomie sogar noch einfacher konzipiert: Die Produktion erfolgt nur innerhalb *einer* Produktionsstufe. Die Unternehmungen bezie-

hen die Inputs direkt von den Haushalten; sie verkaufen die produzierten Güter ebenfalls unmittelbar an die Haushalte.

Im Grunde machen wir uns jetzt daran, die Modellökonomie der Theorie des Konsumentenverhaltens noch weiter auszubauen, – in Richtung auf **das gesamtwirtschaftliche Konkurrenzmodell,** das im Kapitel „Grundfragen und Methoden" bereits vorgestellt worden ist. Neben den Haushalten, die Güter nachfragen und Faktoren anbieten, führen wir jetzt noch andere Wirtschaftssubjekte – Unternehmen – ein, die aus Faktoren Güter produzieren. Das sind Wirtschaftssubjekte, die Faktoren nachfragen und Güter anbieten. Selbst ohne Einbeziehung des Staates erreichen wir damit eine in sich geschlossene Modellökonomie von einiger Komplexität – ein einfaches mikroökonomisches **Totalmodell:** Die ökonomischen Entscheidungen der Unternehmen bauen auf denen der Haushalte auf und umgekehrt. In welcher Weise hier ein Arrangement gefunden wird, werden wir im Kapitel „Koordination" erfahren. In diesem Abschnitt stellen wir in **Partialmodellen** die Theorie der Unternehmung vor.

## 2. Gemeinsamkeiten und Unterschiede zur Haushaltstheorie

Die Unternehmen treffen ökonomische Entscheidungen in der Absicht, den erzielbaren Gewinn zu maximieren. Ihr ökonomisches Entscheidungsproblem haben wir somit als **Maximierungsaufgabe** formuliert. Zur Lösung dieser Aufgabe analysieren wir daher auch in der Theorie der Unternehmung die marginalen Veränderungen, z. B. welchen Gewinnzuwachs die zuletzt produzierte Outputeinheit erbringt. Wir werden uns also der **Marginalanalyse** bedienen, die wir aus „Grundfragen und Methoden" bereits kennen.

Der rationale, gewinnmaximierende Unternehmer ist in der Lage, unterschiedliche Produktionspläne anhand eines konkreten Kriteriums, nämlich des Gewinns, zu vergleichen und zu bewerten. Es liegt eine sogenannte **substantielle Rationalität** vor, da dem Gewinn als Bewertungskriterium gleichsam eine vom Bewerter unabhängige Eigenständigkeit zukommt. Im Gegensatz dazu vergleichen und bewerten die Haushalte unterschiedliche Konsumpläne anhand einer **formalen Rationalität.** Sie ziehen aus mehreren Konsumplänen jenen vor, den sie am höchsten bewerten. Dabei wird kein eigenständiges, vom Bewerter unabhängiges Kriterium sichtbar.

In der Haushaltstheorie haben wir großen Wert auf eine geeignete Definition der Präferenzordnung der Haushalte gelegt. Der Zweck der insgesamt acht ausführlich erläuterten Annahmen war es, zu möglichst einfachen Bedingungen für einen eindeutigen optimalen Konsumplan beziehungsweise für das optimale Arbeitsangebot zu kommen. Aus den Bedingungen für den optimalen Konsumplan wird ja die Güternachfragefunktion, aus den Bedingungen für das optimale Arbeitsangebot die Arbeitsangebotsfunktion abgeleitet. In der Theorie der Unternehmung haben wir gleiches Interesse an **einfachen Bedingungen für einen eindeutigen optimalen Produktionsplan.** Diesem Zweck dienen die oben formulierten Annahmen. Aus demselben Grunde werden wir nur solche Technologien etwas detaillierter untersuchen, die uns auf nicht allzu komplizierte Weise die Ableitung von Angebotsfunktionen für Produkte beziehungsweise von Nachfragefunktionen für Faktoren erlauben.

## 3. Überblick

Wir haben gesagt, die entscheidende Zielgröße der Unternehmung sei der maximale **Gewinn,** definiert als Erlöse minus Kosten. Die Erlöse ergeben sich aus Ausbringungsmenge mal Produktpreis und erfordern nur für das Monopol eine eingehendere

Analyse. Die Veränderung der **Kosten,** in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge, wird stark von der Technologie bestimmt.

Daher wenden wir uns in einem **ersten** Abschnitt allgemein dem Begriff der **Produktion** zu. Wir erläutern die technisch effiziente Produktion und die Produktionsfunktion.

In einem **zweiten** Abschnitt werden wir verschiedene **Konzepte und Instrumente** kennenlernen, die bei der Analyse der Technologie eines Unternehmens nützlich sein können.

In einem **dritten** Abschnitt stellen wir verschiedene **Arten von Produktionsfunktionen** vor und wenden auf sie die vorher definierten Instrumente und Konzepte an.

Der **vierte** Abschnitt beschäftigt sich mit den **Kosten,** insbesondere damit, wie sich bei unterschiedlichen Technologien zu gegebenen Ausbringungsmengen die **minimalen Kosten** bestimmen lassen. Der rationale Unternehmer produziert zu minimalen Kosten, ob er nun einen maximalen, einen befriedigenden Gewinn, Sicherung des Marktanteils oder Kostendeckung anstrebt.
In einem **fünften** Abschnitt schließlich leiten wir die Bedingungen für einen **optimalen Produktionsplan** für Eingutproduktion, im **sechsten** Abschnitt für Mehrgüterproduktion ab. Aus den Bedingungen für den optimalen Produktionsplan ergeben sich die Angebots- und Nachfragefunktionen der Unternehmung, mit denen wir uns – allerdings nur für die Eingutproduktion – im **siebten** Abschnitt befassen.

Zum Schluß (im **achten Abschnitt**) stellen wir noch die Bedingungen für einen optimalen Produktionsplan bei **Angebots- und Nachfragemonopolen** dar.

# B. Technologie: Konzepte und Instrumente der Analyse

## 1. Die Produktionsfunktion

Unter **Produktion** versteht man die Umwandlung von Produktionsfaktoren in Güter (Waren und Dienstleistungen). Die aus dem Produktionsprozeß hervorgehenden Waren und Dienstleistungen können unmittelbar der Befriedigung von Bedürfnissen dienen (Konsumgüter) oder als Zwischenprodukte oder Investitionsgüter wieder im Produktionsprozeß verwendet werden. Ein Flußdiagramm verdeutlicht die Zusammenhänge:

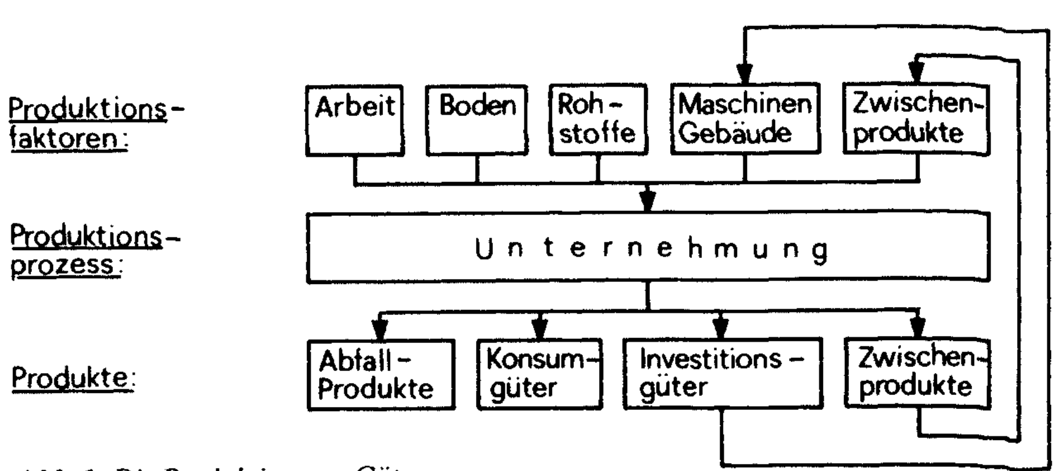



***Abb. 1:** Die Produktion von Gütern*

Je nachdem, ob in einem Unternehmen ein oder mehrere Güter produziert werden, unterscheidet man einfache und verbundene Produktion. **Einfache Produktion** liegt vor, wenn in einer Unternehmung ein Produkt in einem technisch unabhängigen Produktionsverfahren ohne Verbindung mit anderen Produktionen hergestellt wird. Von **verbundener Produktion** spricht man, wenn in einer Unternehmung mehrere Güter produziert werden.

**Produktionsfaktoren** können sein

- natürliche Ressourcen (z. B. Land, Bodenschätze),
- Kapitalgüter (z. B. Zwischenprodukte, Maschinen, Gebäude),
- Arbeit.

  Je nachdem, ob die Faktoren im Produktionsprozeß untergehen oder nicht, unterscheidet man

- Verbrauchsfaktoren (z. B. Rohstoffe, Energie) und
- Bestandsfaktoren (z. B. Boden, Gebäude).

Weitere nützliche Klassifikationen haben wir in „Grundfragen und Methoden" kennengelernt. Im folgenden betrachten wir Inputs wie Outputs ganz allgemein. Wir sehen ab von allen spezifischen Eigenheiten und gehen nur davon aus, daß eine bestimmte vorgegebene Anzahl, die wir mit m bezeichnen, unterschiedlicher Inputs $(v_1, \ldots, v_m)$ zur Produktion eines bestimmten Outputs x notwendig ist. Für unsere allgemeinen Überlegungen brauchen wir m nicht weiter zu präzisieren; wenn wir aber mit Hilfe von Beispielen oder Diagrammen argumentieren, setzen wir m gleich 1 oder 2.

Jede Kombination von Inputmengen und Outputmengen nennen wir einen **Produktionsplan.** In der Regel interessieren nur die **realisierbaren** Produktionspläne: Aus den geplanten oder gegebenen Inputmengen können die geplanten Outputmengen tatsächlich hergestellt werden. Sollen mit m Faktoren n Güter produziert werden, so können wir einen solchen Produktionsplan als n + m-dimensionalen Vektor $(x_1, \ldots, x_n, v_1, \ldots, v_m)$ schreiben. Technisch effizient heißt ein realisierbarer Produktionsplan dann, wenn mit einer gegebenen Faktormenge die größtmögliche Produktmenge hergestellt wird und die Einsatzmenge keines Faktors hätte geringer sein können.

Die Gesamtheit aller technisch effizienten Produktionspläne heißt **Produktionsfunktion.** Sie ordnet im allgemeinen Fall jeder Kombination von Einsatzmengen der m Faktoren Kombinationen technisch effizient produzierter Outputmengen der n Güter zu. Im Fall der einfachen Produktion (also n = 1), den wir hier zunächst unterstellen, ordnet sie jeder Kombination an Faktoreinsatzmengen eine bestimmte, technisch effizient produzierte Menge Output zu:

$$x = f(v_1, \ldots, v_m).$$

x ist die effizient produzierte Outputmenge in Abhängigkeit von den Einsatzmengen der m verschiedenen Faktoren. Wenn

$$(v_1^1, \ldots, v_m^1) \geq (v_1^0, \ldots, v_m^0)$$

gilt, also der Vektor $v^1$ mindestens in einem Element größer ist als der Vektor $v^0$, dann folgt bei technisch effizienter Produktion daraus, daß

$$f(v_1^1, \ldots, v_m^1) > f(v_1^0, \ldots, v_m^0)$$

ist. Technische Effizienz ist immer eingeschlossen, wenn wir im folgenden den Begriff der Produktionsfunktion gebrauchen.

Die Produktionsfunktion für ein bestimmtes Gut muß als Argumente all jene Produktionsfaktoren enthalten, die das Produktionsergebnis beeinflussen, selbst wenn die Unternehmung keine unmittelbare Dispositionsgewalt über bestimmte Produktionsfaktoren (zum Beispiel öffentliche Infrastruktur) hat oder sie unentgeltlich der Umwelt entnimmt. Andernfalls wäre eine Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans nicht möglich. Produktionsfaktoren, über die die Unternehmung nicht unmittelbar verfügen kann, oder solche, für die sie nicht zu bezahlen braucht, können nur dann außer Betracht bleiben, wenn für sie keine Mengenbeschränkungen gelten *und* keine Bezahlung zu leisten ist. Im empirischen Anwendungen werden solche Produktionsfaktoren im allgemeinen vernachlässigt, zumal sie häufig nicht quantifiziert werden können.

Beispiele:

(1) Einfaktorproduktion: $x = f(v)$

Realisierbare Produktionspläne sind alle (v,x)-Kombinationen, für die $x \leq f(v)$ gilt. Sie entsprechen in Abbildung 2 allen Punkten, die auf und unterhalb der Produktionsfunktion liegen[1]. Effiziente Produktionspunkte beziehungsweise -pläne sind alle (v,x)-Kombinationen, die **auf** der Produktionsfunktion liegen (vgl. Punkt A).

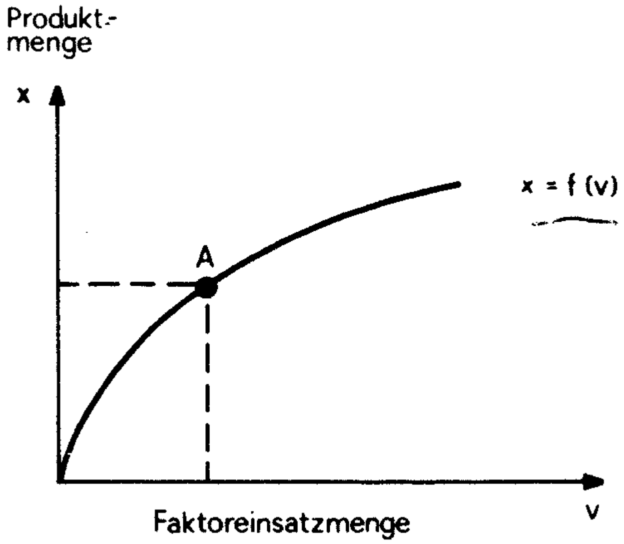



***Abb. 2:** Produktionsfunktion; Einfaktorproduktion*

(2) Zweifaktorproduktion: $x = f(v_1, v_2)$

In diesem Fall läßt sich die Produktionsfunktion als Fläche in einem dreidimensionalen Koordinationssystem veranschaulichen (vgl. Abbildung 3). Diese Fläche wird auch *Ertragsgebirge* genannt. Die verschiedenen Produktionsfunktionen unterscheiden sich in der Gestalt dieses Ertragsgebirges. Realisierbare Produktionspläne sind alle $(v_1, v_2, x)$-Kombinationen, die auf und innerhalb des Ertragsgebirges liegen. Effiziente Produktionspläne sind alle $(v_1, v_2, x)$-Kombinationen, die **auf** der Oberfläche des Ertragsgebirges liegen, z.B. der Produktionsplan $(\bar{x}, \bar{v}_1, \bar{v}_2)$, gekennzeichnet durch den Punkt A.

[1] In den Abbildungen 2 bis 6, 8, 10 wird eine Technologie vom Cobb-Douglas-Typ unterstellt die im Abschnitt C besprochen wird.

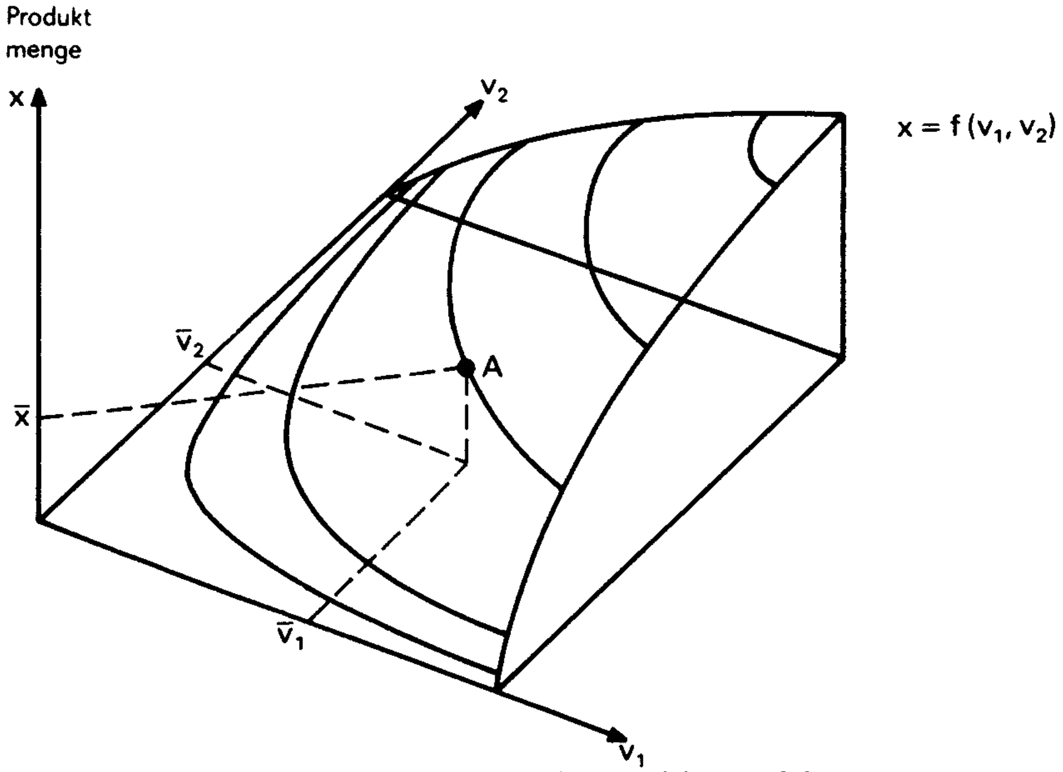



***Abb. 3:** Produktionsfunktion; Ertragsgebirge bei Zweifaktorproduktion*

## 2. Weitere Konzepte und Instrumente der Analyse

Bevor wir in die Beschreibung einzelner Typen von Produktionsfunktionen eintreten, wollen wir uns überlegen, welche grundsätzlichen Möglichkeiten der Analyse bestehen und welche Instrumente und Konzepte bei der Analyse der technologischen Zusammenhänge nützlich sind.

### a) Einfache Produktion

Gehen wir vom allereinfachsten Fall aus und unterstellen wir **einfache Produktion** in allen Unternehmen. Unser Modellunternehmen stellt also aus Produktionsfaktoren **ein** bestimmtes Gut her. Die dazugehörige Produktionsfunktion lautet $x = f(v_1, \ldots, v_m)$. Die wichtigsten Charakteristika einer bestimmten, zu verwendenden Technologie erfahren wir, wenn wir uns drei Fragen überlegen:

– Wie verändert sich der Output, wenn nur **ein** Faktor variiert und alle übrigen in ihren Mengen konstant gehalten werden **(partielle Faktorvariation)?**

– Durch welche alternativen Kombinationen von Faktoreinsatzmengen kann eine bestimmte Outputmenge technisch effizient produziert werden **(Substitution der Faktoren)?**

– Wie verändert sich der Output, wenn alle m Faktoren gleichmäßig variieren **(Niveauvariation)?**

In den letzten beiden Fragestellungen werden für gegebene Technologien Wirkungen und Implikationen einer Variation **aller** Faktoren bei bestimmten einfachen Fällen untersucht.

– **Partielle Faktorvariation**

Es geht um die isolierte Ergiebigkeit eines bestimmten Faktors. Wir untersuchen, wie die Veränderung **eines einzigen** Faktors die Ausbringungsmenge beeinflußt, wenn die

Einsatzmengen aller übrigen m-1 Faktoren konstant bleiben. Dieses Vorgehen bezeichnet man als **partielle Faktorvariation.** Das Ergebnis dieser Analyse ist für das Unternehmen besonders dann interessant, wenn in der (sehr) kurzen Frist nur ein Faktor variiert werden kann.

Wir setzen in der Produktionsfunktion alle Faktoren außer einem konstant und erhalten damit die **partielle Ertragsfunktion** zum Beispiel des Faktors 1

$$x = f(v_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_m).$$

Für unterschiedliche Werte der vorgegebenen Faktoren 2 bis m erhält man unterschiedliche partielle Ertragsfunktionen.

Bei Zweifaktorproduktion entspricht der partiellen Faktorvariation ein *vertikaler Schnitt* durch das Ertragsgebirge an der Stelle $\bar{v}_2$ (vgl. Abbildung 4a). Übertragen wir die Information der Abbildung 4a in ein $(v_1, x)$-Diagramm, dann erhalten wir Abbildung 4b mit der partiellen Ertragsfunktion $x = f(v_1, \bar{v}_2)$.

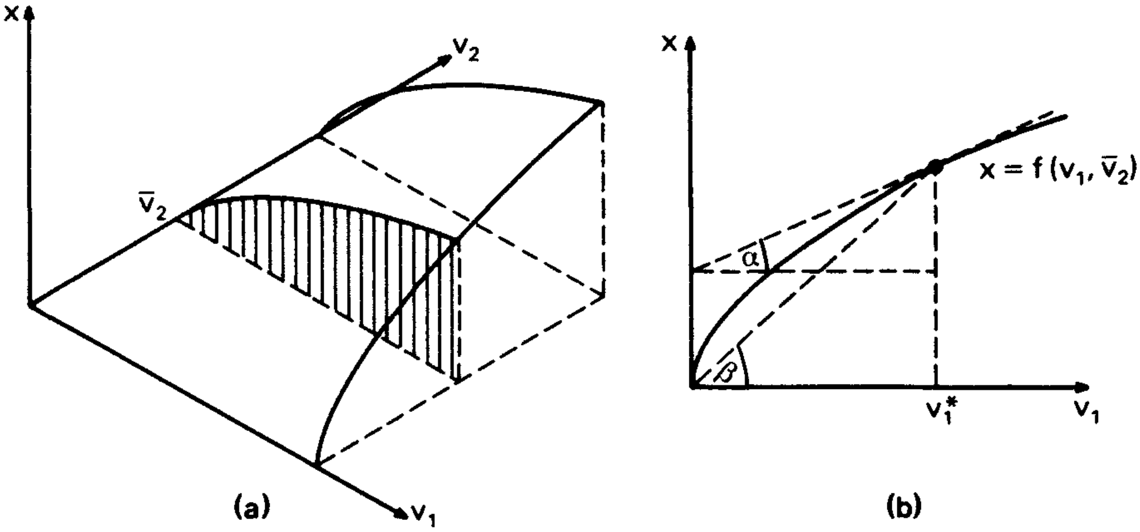



***Abb. 4:** Partielle Ertragsfunktion*

Hat der Faktor 2 zum Beispiel einen höheren Wert als $\bar{v}_2$, dann liegt der vertikale Schnitt in Abbildung 4a weiter entfent vom Koordinatensprung, die entsprechende partielle Ertragsfunktion würde über jener in Abbildung 4b eingezeichneten liegen: Für gegebene Einsatzmengen des Faktors 1 kann nun eine größere Menge Output erzeugt werden als in der vorherigen Situation $(v_2 = \bar{v}_2)$. Die Lage der partiellen Ertragsfunktion hängt also parametrisch vom konstantgehaltenen Wert des Faktors 2 ab.

Überlegt man, um wieviel der Output zunimmt, wenn – unter sonst gleichen Bedingungen – die Menge des ersten Faktors um **eine** Einheit erhöht wird, dann hat man den (physischen) **Grenzertrag** des Faktors 1. Gleichbedeutend ist der Begriff der **„Grenzproduktivität"**. (In manchen mikroökonomischen Darstellungen wird der Begriff der Grenzproduktivität ausschließlich auf infinitesimale Mengenänderungen bezogen). Betrachtet man infinitesimal kleine Veränderungen des Faktors 1, dann entspricht dem Grenzertrag (der Grenzproduktivität) die erste Ableitung der Produktionsfunktion $x = f(v_1, \bar{v}_2)$ nach dem Faktor 1 im Punkt $v_1^*$ beziehungsweise die Steigung der partiellen Ertragsfunktion im Punkt $v_1^*$, gemessen durch den Tangens[1] des Winkels α in Abbildung 4b.

[1] Die Größe eines Winkels und seines Tangens hängt von der auf den Koordinatenachsen gewählten Dimensionierung ab. Daher sind Vergleiche von Winkeln nur sinnvoll, wenn auf den jeweiligen Koordinatenachsen die Dimensionen übereinstimmen.

$$\frac{\partial x}{\partial v_1} = \operatorname{tg}\alpha$$

Die **partielle Grenzertragsfunktion** des Faktors 1 ordnet jeder Menge $v_1$ die Menge Output zu, die durch die zuletzt eingesetzte Faktoreinheit zusätzlich produziert werden kann; dies entspricht dem Wert der ersten Ableitung der Funktion $x = f(v_1, \bar{v}_2)$.

Der **partielle Durchschnittsertrag** ist jene Menge Output, die im Durchschnitt jede eingesetzte Einheit des Faktors 1 erbringt. Die **partielle Durchschnittsertragsfunktion** gibt an, welche Menge Output im Durchschnitt jeder Einheit der jeweils eingesetzten Faktormenge (z. B. $v_1^*$) zugerechnet werden kann. Dies entspricht graphisch der Steigung des Fahrstrahls an die Produktionsfunktion, gemessen durch den Tangens des Winkels β – vgl. Abbildung 4b.

$$\frac{x}{v_1} = \operatorname{tg}\beta$$

Die Elastizität der partiellen Ertragsfunktionen heißt **Produktionselastizität.** Die Produktionselastizität des Faktors 1 gibt an, um wieviel **Prozent** sich der Output – unter sonst gleichen Bedingungen – ändert, wenn die Einsatzmenge des ersten Faktors um ein Prozent variiert.

$$\varepsilon_{x_1 v_1} = \frac{\partial x / x}{\partial v_1 / v_1} = \frac{\partial x / \partial v_1}{x / v_1} = \frac{\text{Grenzertrag}}{\text{Durchschnittsertrag}}$$

Die Produktionselastizität eines Faktors ist also gleich dem Verhältnis von Grenzproduktivität zu Durchschnittsproduktivität dieses Faktors. Sie ist abhängig vom Niveau des technischen Wissens, soweit dessen Einfluß ausschließlich die „Ergiebigkeit" des jeweiligen Faktors bestimmt.

Die Umkehrung der partiellen Ertragsfunktion ist die **Faktorverbrauchsfunktion.** Sie gibt an, welche Menge eines bestimmten Faktors in Abhängigkeit von der Outputmenge gebraucht wird, wenn technisch effizient produziert wird und alle übrigen Faktoren fest vorgegeben sind. Für den Faktor 1 lautet sie

$$v_1 = g(x, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_m).$$

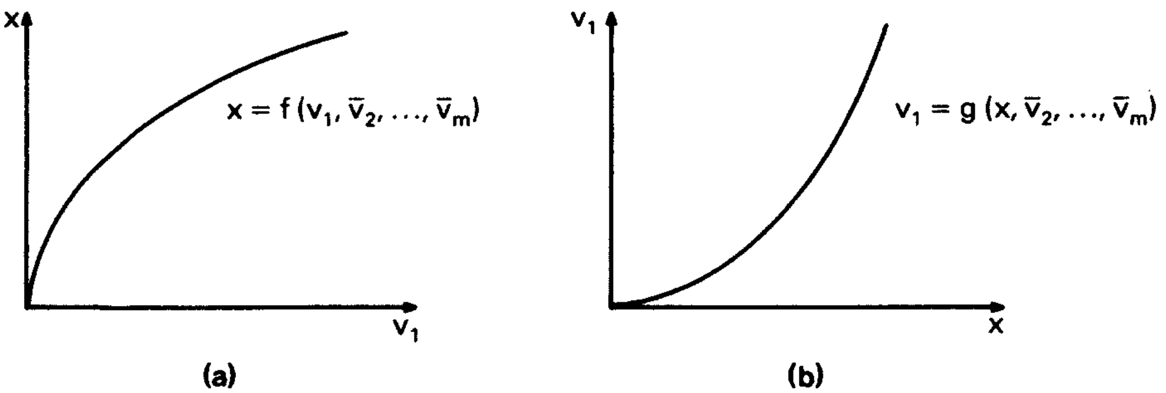



***Abb. 5:*** *Partielle Ertragsfunktion und Faktorverbrauchsfunktion.*

Die Verbrauchsfunktion eines Faktors (vgl. Abbildung 5b) ergibt sich graphisch – bei vertauschten Koordinaten – als Spiegelbild seiner partiellen Ertragsfunktion (vgl. Abbildung 5a).

### – Die Substitution der Faktoren

Die Frage der Substituierbarkeit der Faktoren ist für das Unternehmen nicht nur aus technischen Gründen wichtig, sondern auch – wie wir später sehen werden –, weil unterschiedliche Faktoreinsatzverhältnisse bei gegebenen Faktorpreisen unterschiedliche Produktionskosten bedeuten. Es ist zu untersuchen, welche Dispositionsmöglichkeiten die Unternehmung hat, wenn sie eine bestimmte Outputmenge durch unterschiedliche Faktormengenkombinationen technisch effizient produzieren will.

Diese Analyse entspricht im Zweifaktorfall einem *horizontalen Schnitt* durch das Ertragsgebirge – z. B. in Höhe $\bar{x}$ (vgl. Abbildung 6a).

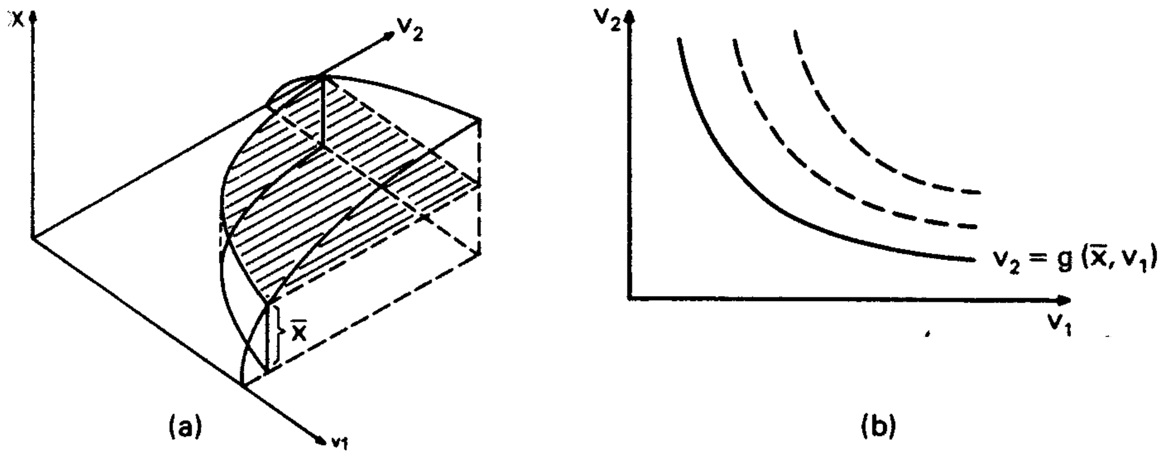



***Abb. 6:** Horizontaler Schnitt durch das Ertragsgebirge und Isoquantendarstellung.*

Projiziert man die sich beim horizontalen Schnitt ergebenden Höhenlinien in ein $(v_1, v_2)$-Diagramm, erhält man Kurven gleichen Ertrags (**Isoquanten**) – vgl. Abbildung 6b. Die Isoquante ist also der geometrische Ort aller Faktormengenkombinationen, mit denen eine bestimmte Outputmenge technisch effizient hergestelllt werden kann.

Die Lage der Isoquante in bezug auf den Koordinatensprung hängt von der Höhe der vorgegebenen Outputmenge $\bar{x}$ ab, ihre Gestalt vom Typ der zugrundeliegenden Technologie. Eine wichtige Klasse von Technologien weist konvexe (zum Koordinatenursprung hin gekrümmte) Isoquanten auf.[1] Der Begriff der Konvexität ist uns aus der Haushaltstheorie bekannt und wird hier auf technologische Beziehungen angewandt.

Eine Isoquante ist dann **konvex,** wenn jedes gewogene Mittel zweier unterschiedlicher Faktormengenkombinationen dieser Isoquante einen zumindest gleichgroßen Output wie die betrachtete Isoquante aufweist. Eine Isoquante ist **streng konvex,** wenn dieses gewogene Mittel einen größeren Output als die betrachtete Isoquante hat.

Abbildung 7a zeigt eine streng konvexe Isoquante; das gewogene Mittel (Punkt C) der durch die Punkte A und B beschriebenen Faktormengenkombinationen weist einen höheren Output als $\bar{x}$ auf; Punkt C liegt auf einer höheren – gestrichelt gezeichneten – Isoquante. Die Abbildung 7b zeigt zum Outputniveau $\bar{x}$ eine konvexe Isoquante. Punkt F stellt ein gewogenes Mittel der durch die Punkte D und E dargestellten Faktormengenkombinationen dar; allen drei Punkten entspricht dasselbe Outputniveau, nämlich $\bar{x}$. Zum Outputniveau $\bar{\bar{x}}$ zeigt Abbildung 7b eine Isoquante, die einen konkaven Bereich aufweist; ein gewogenes Mittel der durch A und B dargestellten Faktormengenkombinationen, nämlich Punkt C, liegt auf einer niedrigeren – gestrichelt gezeichneten – Isoquante.

---

[1] Die Produktionsfunktionen solcher Technologien heißen **quasi-konkav.** Man sagt „quasi“, weil mit der Konkavität noch andere, weitergehende Annahmen zur Technologie verbunden sind.

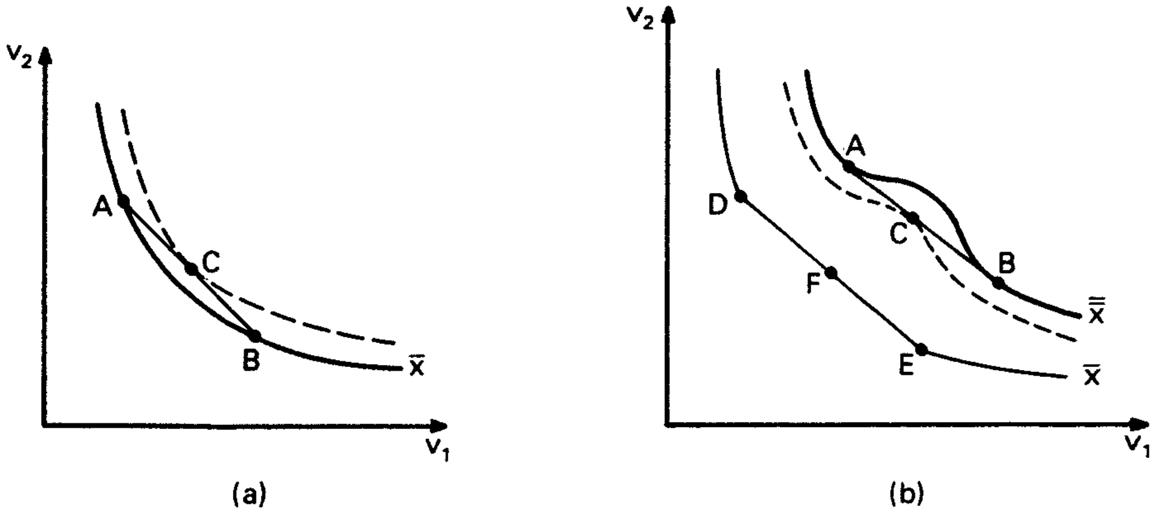



***Abb. 7:** Die Konvexität von Isoquanten.*

Da Technologien mit streng konvexen Isoquanten eine besonders einfache Ableitung des optimalen Produktionsplans gestatten, werden wir uns in der weiteren Analyse auf sie beschränken.

Gibt es zur vorgegebenen Outputmenge $\bar{x}$ nur *eine* Faktormengenkombination, mit der die Menge $\bar{x}$ effizient hergestellt werden kann, dann bezeichnet man eine solche Technologie als **limitational.** Gibt es *unterschiedliche* Faktormengenkombinationen, mit denen die Menge $\bar{x}$ technisch effizient hergestellt werden kann, bezeichnet man eine solche Technologie als **substitutional.** Beide Technologien werden in Abschnitt C ausführlich besprochen.

Wählen wir die Einsatzmenge des Faktors 2 als abhängige Variable, dann lautet die algebraische Formulierung der Isoquante zur Ausbringungsmenge $\bar{x}$ im m-Faktorfall

$$v_2 = g(\bar{x}, v_1, v_3, \ldots, v_m).$$

Diese Funktion gibt an, welche Menge des Faktors 2 zur Produktion der vorgegebenen Outputmenge $\bar{x}$ benötigt wird, wenn die Unternehmung die Einsatzmengen der übrigen Faktoren variiert.

Die Ableitung der obigen Funktion nach einem der Faktoren bezeichnet man als **Grenzrate der technischen Substitution,** zum Beispiel $\partial v_2/\partial v_1$ – die Ableitung nach dem Faktor 1 an der Stelle $v_1^0$. Im Falle limitationaler Technologie ist sie nicht bestimmt; im Falle substitutionaler Technologie ist sie identisch mit der Steigung der Isoquanten im Punkte $v_1^0$. Sie ist stets kleiner Null, da die Isoquante nur technisch effiziente Produktionspläne beschreibt. Die Grenzrate der technischen Substitution gibt an, auf welche Mengen des Faktors 2 man verzichten kann, wenn man zur technisch effizienten Produktion der Outputmenge $\bar{x}$ eine zusätzliche Einheit des Faktors 1 einsetzt. Sie geht wegen der Annahme der strengen Konvexität mit zunehmender Menge des ersetzenden Faktors gegen Null.

Es lassen sich Zusammenhänge zwischen der Grenzrate der technischen Substitution und den Grenzproduktivitäten herstellen. Nehmen wir uns das Konzept des totalen Differentials[1] zu Hilfe und wenden wir es auf die Produktionsfunktion an:

$$dx = \frac{\partial x}{\partial v_1} \cdot dv_1 + \cdots + \frac{\partial x}{\partial v_m} \cdot dv_m$$

[1] Im mathematischen Anhang wird der Begriff des totalen Differentials näher erläutert.

Die Veränderung der Ausbringungsmenge geht zurück auf die Veränderung der Inputmengen ($dv_i$), gewichtet mit den jeweiligen Grenzproduktivitäten ($\partial x/\partial v_i$). Für die Isoquante gilt definitionsgemäß $dx = 0$. Eine sehr einfache Beziehung zwischen der Grenzrate der technischen Substitution und den Grenzproduktivitäten erhalten wir bei Zweifaktorproduktion. Das obige totale Differential vereinfacht sich zu

$$dx = \frac{\partial x}{\partial v_1} \cdot dv_1 + \frac{\partial x}{\partial v_2} \cdot dv_2 = 0.$$

Nach elementaren Umformungen können wir als Eigenschaft der Isoquanten festhalten

$$-\frac{dv_2}{dv_1} = \frac{\partial x/\partial v_1}{\partial x/\partial v_2},$$

das heißt, die Grenzrate der technischen Substitution des zweiten Faktors durch den ersten ($-dv_2/dv_1$) ist gleich dem reziproken Verhältnis der Grenzproduktivitäten der Faktoren 1 und 2. Da die Grenzrate der technischen Substitution kleiner Null ist, sorgt das Minuszeichen dafür, daß in obiger Beziehung auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens positive Werte stehen. Schreibt man die Grenzrate der technischen Substitution als Absolutbetrag, vereinfacht sich die Darstellung zu

$$\left|\frac{dv_2}{dv_1}\right| = \frac{\partial x/\partial v_1}{\partial x/\partial v_2}.$$

Je höher die Grenzproduktivität des Faktors 1 im Vergleich zu der des Faktors 2, desto größer ist diejenige Menge des Faktors 2, auf die man bei Einsatz einer zusätzlichen Einheit des Faktors 1 verzichten kann.

– **Die Niveauvariation**

Bei Variation aller Faktoren können wir nur dann eindeutige Aussagen über die Veränderung des Output machen, wenn wir wissen, ob und wie sich das Verhältnis der Faktoren zueinander ändert. Nehmen wir – als einfachsten Fall – an, in einer Ausgangssituation seien ($v_1^0, \ldots, v_m^0$) die eingesetzten Mengen und $x^0$ der zugehörige Output. Eine Faktorvariation wird als *gleichmäßig* bezeichnet, wenn die Einsatzverhältnisse der m Faktoren zueinander konstant bleiben. Dann läßt sich die Frage beantworten, wie sich der Output bei einer gleichmäßigen Variation aller Faktormengen **(Niveauvariation)** verändert. Wir führen die Niveauvariable h ein. Nehmen wir eine h-fache Vermehrung aller Faktoren vor, dann können wir die entsprechende

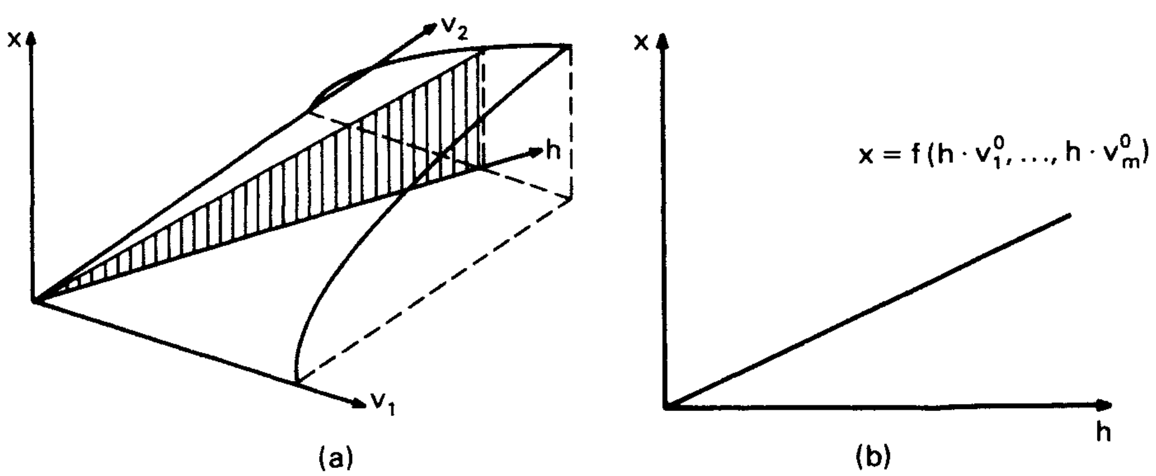



***Abb. 8:** Niveauvariation.*

Produktionsfunktion schreiben als

$$x = f(h \cdot v_1^0, \ldots, h \cdot v_m^0).$$

Bei Zweifaktorproduktion entspricht die Niveauvariation einem *Diagonalschnitt* durch das Ertragsgebirge vom Koordinatenursprung aus – vgl. Abbildung 8a.

Der Output x ist damit bei gegebenen Ausgangswerten $v_1^0, \ldots, v_m^0$ eine Funktion der Niveauvariablen h. Das Bild dieser Funktion heißt **Kurve der Niveauvariation** oder Niveauproduktionsfunktion – vgl. Abbildung 8b. In dieses (h, x)-Diagramm sind die aufgrund des Diagonalschnitts (in Abbildung 8a) durch das Ertragsgebirge sich ergebenden Werte der Niveauvariablen h und des Output x übertragen worden. Die Steigung der Kurve der Niveauvariation wird durch die vorgegebene Outputmenge $x^0$ bestimmt.

Die Elastizität der Kurve der Niveauvariation heißt **Skalenelastizität;** sie gibt an, um wieviel Prozent sich der Output ändert, wenn – unter sonst gleichen Bedingungen – alle Inputs um ein Prozent vermehrt werden.

Eine Produktionsfunktion, deren Skalenelastizität für alle h und alle Ausgangswerte der m Faktoren $(v_1^0, \ldots, v_m^0)$ konstant ist, heißt **homogen;** die (konstante) Skalenelastizität r nennt man **Homogenitätsgrad.** Für Produktionsfunktionen, die homogen vom Grade r sind, folgt aus einer beliebigen h-fachen Vermehrung aller Produktionsfaktoren eine $h^r$-fache Vermehrung des Output, also

$$f(h \cdot v_1^0, \ldots, h \cdot v_m^0) = h^r \cdot f(v_1^0, \ldots, v_m^0) \text{ für beliebige } x^0 \text{ und } h.$$

Dies ist gleichbedeutend mit

$$x = h^r \cdot x^0.$$

Leiten wir diese Funktion nach der Niveauvariablen h ab, also

$$\frac{\partial x}{\partial h} = r \cdot h^{r-1} \cdot x^0 = r \cdot \frac{x}{h}.$$

Daraus ergibt sich durch einfache Umformung die Skalenelastizität r

$$\frac{\partial x \cdot h}{\partial h \cdot x} = r = \frac{\partial x/x}{\partial h/h}.$$

Je nach der Größe der Skalenelastizität r unterscheidet man entsprechende Klassen von Produktionsfunktionen:

Hat r den Wert Eins, spricht man von linear-homogenen Produktionsfunktionen oder **konstanten** Skalenerträgen. Dieser Fall liegt den Diagrammen 8a und b zugrunde.

Liegt r unter Eins, spricht man von unterlinear-homogenen Produktionsfunktionen oder **sinkenden** Skalenerträgen.

Liegt die Skalenelastizität r über Eins, hat man überlinear-homogene Produktionsfunktionen oder **steigende** Skalenerträge.

Abbildung 9 zeigt die drei Klassen von Produktionsfunktionen in einem (h, x)-Diagramm. Sie schneiden sich bei $h = 1$ in einem Punkt, falls $v_1^0 = 1$ und $v_2^0 = 1$ gilt. Falls der Spezialfall ($v_1^0 = 1$ und $v_2^0 = 1$) nicht vorliegt, ergibt sich in der Regel kein gemeinsamer Schnittpunkt aller drei Niveauproduktionsfunktionen. Es sei dem Leser überlassen, für unterschiedliche Werte $v_1^0$, $v_2^0$ und h dieses Problem weiter zu analysieren.

Eine gute graphische Darstellung der verschiedenen Arten von Skalenerträgen ergibt sich aus dem Isoquantendiagramm. Eine wiederholte Vermehrung des Output um einen konstanten Betrag bedeutet

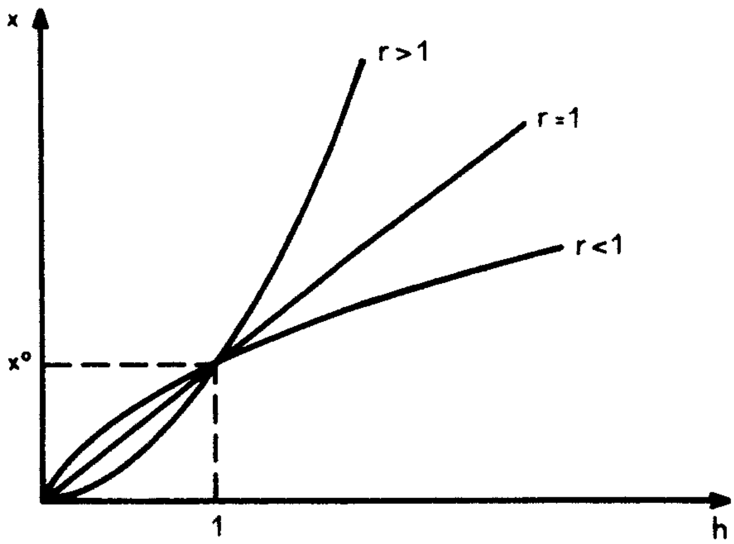



***Abb. 9:** Niveauvariation bei unterschiedlichen Skalenelastizitäten* ($v_1^0 = 1, v_2^0 = 1$)

- bei konstanten Skalenerträgen, daß die Abstände zwischen den entsprechenden Isoquanten, gemessen auf einem Fahrstrahl vom Ursprung aus, konstant bleiben,
- bei sinkenden Skalenerträgen, daß diese Abstände zunehmen,
- bei steigenden Skalenerträgen, daß diese Abstände abnehmen.

Bei *homogenen* Produktionsfunktionen sind die Steigungen der Isoquanten (und somit auch die Grenzraten der technischen Substitution) auf ein und demselben Fahrstrahl vom Koordinatenursprung aus identisch. Für diese Aussage bringen wir hier keinen formalen Beweis; es genügt folgende Überlegung: Die Bewegung auf einem Fahrstrahl innerhalb eines Faktormengendiagramms entspricht einer Niveauvariation der Faktoren. Aus der Darlegung der Skalenelastizität homogener Produktionsfunktionen wissen wir, daß der Output einer Niveauproduktionsfunktion homogen vom Grade r in der Niveauvariablen h ist. Die ersten Ableitungen der Niveauproduktionsfunktion nach den Faktoren sind homogen vom Grade r–1 in der Niveauvariablen h. Für den Faktor 1 etwa ergibt sich nach der Kettenregel (wobei $v_i = h \cdot v_i^0$ gesetzt wird).

$$\frac{\partial x}{\partial v_1^0} = \frac{\partial x}{\partial v_1}(h \cdot v_1^0, h \cdot v_2^0) \cdot h = h^r \cdot \frac{\partial x^0}{\partial v_1^0}(v_1^0, v_2^0), \quad \text{woraus folgt}$$

$$\frac{\partial x}{\partial v_1}(h \cdot v_1^0, h \cdot v_2^0) = h^{r-1} \cdot \frac{\partial x^0}{\partial v_1^0}(v_1^0, v_2^0).$$

Das Verhältnis der ersten Ableitungen ist somit homogen vom Grade Null in der Niveauvariablen h; die Größe der Niveauvariablen spielt in diesem Fall keine Rolle bei der Bestimmung der Grenzrate der technischen Substitution. Damit ist gezeigt, daß bei homogenen Produktionsfunktionen die Grenzrate der technischen Substitution auf ein und demselben Fahrstrahl vom Koordinatenursprung aus konstant ist.

## b) Verbundene Produktion

Werden in einem Unternehmen aus einem gegebenen Faktorbestand mehrere Güter hergestellt, spricht man von **verbundener Produktion.** Für die Analyse der Mehrgüterproduktion unterstellen wir im folgenden einen fest *vorgegebenen* (beschränkten) Bestand an Faktoren. Neben den im vorausgehenden Abschnitt a erwähnten Problemen ist hier zu untersuchen, welche maximalen Erträge sich für das Unternehmen ergeben, wenn die Verteilung der Faktoren auf die Produktion der einzelnen Güter sich ändert. Je nach der technischen Abhängigkeit der Produktionsprozesse unterscheidet man konkurrierende, Kuppel- und parallele Produktion.

Bei **paralleler Produktion** sind die Produktionsprozesse technisch voneinander völlig unabhängig, die Faktoren jeweils nur zur Herstellung eines bestimmten Gutes geeignet. Es liegt je Gut einfache Produktion vor.

Bei **Kuppelproduktion** besteht ein komplementäres Verhältnis zwischen den Produktionsprozessen. Bei der Produktion eines Gutes wird technisch notwendig das andere Gut mithergestellt. Das Unternehmen hat nur eine beschränkte Wahl bezüglich der Produktmengenkombinationen; vollständige Spezialisierung auf die Produktion eines Gutes ist ex definitione nicht möglich.

Eine unbeschränkte Wahlmöglichkeit besteht dagegen bei der **konkurrierenden Produktion.** Die Produktionsprozesse hängen technisch insofern voneinander ab, als sie dieselben Produktionsfaktoren verwenden, also gleichsam um sie konkurrieren. Bei gegebenem Faktorbestand ist die Mehrproduktion eines Gutes nur möglich bei Minderproduktion eines anderen Gutes. Die Unternehmung kann zwischen verschiedenen Produktmengenkombinationen, *Produktionsstrukturen,* wählen. Jede Produktionsstruktur bedeutet **eine bestimmte** Aufteilung des vorhandenen Faktorbestandes auf die Produktion der verschiedenen Güter. Die maximal mögliche Menge des Gutes 1 zum Beispiel ist abhängig von den Mengen, in denen die übrigen s–1 Güter produziert werden. Die Funktion

$$x_1 = g_1(x_2, \ldots, x_s, \bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_m).$$

nennt man **Transformationsfunktion;** wir haben sie im Kapitel „Grundfragen und Methoden“ bereits kennengelernt. Die ersten Ableitungen dieser Funktion – die **Grenzraten der Transformation** sind bei konkurrierender Produktion auf jeden Fall negativ.

Die Grenzrate der Transformation gibt an, welche Minderproduktion in Kauf genommen werden muß, wenn bei gegebenen Faktorbeständen eine zusätzliche Einheit eines anderen Gutes hergestellt werden soll. Man hätte also die Gelegenheit (opportunity) gehabt, statt einer zusätzlichen Einheit des Gutes 1 eine bestimmte Menge von Gut 2 zu produzieren. Daher bezeichnet man die Minderproduktion an Gut 2 auch als **Opportunitätskosten** (Alternativkosten) der zusätzlichen Einheit von Gut 1. Die Grenzrate der Transformation und die Opportunitätskosten beschreiben also denselben Sachverhalt. Festzuhalten ist jedenfalls, daß die Opportunitätskosten hier eine **Mengen**größe darstellen, keine Wertgröße.

Wir können uns vorstellen, daß jedes der s Güter in einem eigenen Betrieb innerhalb der Unternehmung produziert wird, und nehmen an, daß jeder Betrieb nur technisch effiziente Produktionsverfahren anwendet. Für das Unternehmen stellt sich das Problem, wie der vorhandene Faktorbestand auf die Produktion der s verschiedenen Güter aufgeteilt werden muß, wenn ein maximales Produktionsergebnis angestrebt werden soll. Ein solches Ergebnis ist dann erreicht, wenn durch eine weitere Umverteilung der Faktorbestände zwischen den Betrieben die Ausbringungsmenge eines Gutes nur auf Kosten der Ausbringungsmenge eines anderen Gutes erhöht werden kann. Eine solche optimale Verteilung der Faktorbestände auf die verschiedenen Verwendungsarten, die in unserem Fall identisch mit den Betrieben sind, nennt man **effiziente Allokation.** Wir fragen also nach der effizienten Allokation der Faktoren, nach den sich dabei ergebenden Produktionsmöglichkeiten, der Transformationsfunktion. Insbesondere interessieren jene technologischen Bedingungen, die gewährleisten, daß unser Modellunternehmen seine Produktionsmöglichkeiten voll ausschöpft, das heißt, einen Punkt auf der Transformationskurve realisiert.

Wir wollen diese Bedingungen nur für den Fall ableiten, daß zwei Güter aus insgesamt zwei Faktoren produziert werden. Die Ergebnisse lassen sich ohne weiteres auch auf eine Unternehmung übertragen, die mit m Faktoren s Güter produziert. Die Produktionsfunktionen lauten

(1) $\quad x_1 = f_1(v_{11}, v_{21}) \quad$ und $\quad x_2 = f_2(v_{12}, v_{22})$.

Bei den Faktormengen gibt der erste Index den Faktor an, der zweite das Gut, zu dessen Herstellung er verwendet wird. Das Unternehmen sucht die maximal möglichen Produktmengen ($x_1$ und $x_2$) unter den Nebenbedingungen

(2) $\quad \overline{v}_1 = v_{11} + v_{12} \quad$ und $\quad \overline{v}_2 = v_{21} + v_{22}$.

Soll bei Vollauslastung eine Umverteilung der Faktoren vorgenommen werden, dann kann das jeweils nur auf Kosten der Einsatzmenge für die Produktion des anderen Gutes geschehen, so daß gilt

(3) $\quad d\overline{v}_1 = dv_{11} + dv_{12} = 0 \quad$ und $\quad d\overline{v}_2 = dv_{21} + dv_{22} = 0$.

Wir gehen so vor, daß wir die Ausbringungsmenge des Gutes 1 unter den Bedingungen maximieren, daß

- beide Güter technisch effizient produziert werden,
- die Ausbringungsmenge des Gutes 2 fest vorgegeben ist und
- die Faktorbestände voll eingesetzt werden.

Unter Berücksichtigung der bei der Produktion des Gutes 1 notwendigen Faktormengen lautet die Produktionsfunktion des Gutes 2

(4) $\quad x_2 = f_2(\overline{v}_1 - v_{11}, \overline{v}_2 - v_{21})$.

Wenn wir statt der Produktmenge des Gutes 1 dessen Produktionsfunktion schreiben, ergibt sich als Lagrangeansatz des Problems der effizienten Allokation

(5) $\quad L = f_1(v_{11}, v_{21}) + \lambda \cdot [\overline{x}_2 - f_2(\overline{v}_1 - v_{11}, \overline{v}_2 - v_{21})]$.

Die effiziente Allokation der Faktoren ergibt sich, wenn wir nach den Faktormengen und dem Lagrangemultiplikator ableiten und die Ableitungen gleich Null setzen; von den zweiten Ableitungen nehmen wir einfach an, sie hätten das richtige (negative) Vorzeichen.

(6) $$\frac{\partial L}{\partial v_{11}} = \frac{\partial x_1}{\partial v_{11}} + \lambda \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_{11}} = 0$$

(7) $$\frac{\partial L}{\partial v_{21}} = \frac{\partial x_1}{\partial v_{21}} + \lambda \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_{21}} = 0$$

(8) $$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{x}_2 - f_2(\overline{v}_1 - v_{11}, \overline{v}_2 - v_{21}) = 0.$$

In den ersten beiden Ableitungen bringen wir die Ausdrücke mit dem Lagrangemultiplikator $\lambda$ auf die rechte Seite; wir dividieren beide Gleichungen durcheinander und erhalten als Ergebnis

(9) $$\frac{\partial x_1/\partial v_{11}}{\partial x_1/\partial v_{21}} = \frac{\partial x_2/\partial v_{11}}{\partial x_2/\partial v_{21}}.$$

Wegen $\partial v_{11} = -\partial v_{12}$ und $\partial v_{21} = -\partial v_{22}$ [vgl. Gleichung (3)] können wir Gleichung (9) auch formulieren als

(10) $$\frac{\partial x_1/\partial v_{11}}{\partial x_1/\partial v_{21}} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_2/\partial v_{22}}.$$

Das Verhältnis der Grenzproduktivitäten der Faktoren 1 und 2 ist bei der Produktion beider Güter gleich. Dies ist die Bedingung für effiziente Faktorallokation und gewährleistet zusammen mit der Vollausnutzung der vorhandenen Faktorbestände [Gleichung (8)], daß unser Modellunternehmen einen Punkt **auf** der Transformationskurve realisiert.

Wie wir aus den Überlegungen zur Faktorsubstitution in Abschnitt B wissen, ist für eine bestimmte Ausbringungsmenge das Verhältnis der Grenzproduktivitäten zweier Faktoren gleich der reziproken (absoluten) Grenzrate der technischen Substitution zwischen ihnen, so daß wir statt (10) auch schreiben können

$$(11) \quad \frac{dv_{21}}{dv_{11}} = \frac{dv_{22}}{dv_{12}} .$$

Effiziente Allokation der Produktionsfaktoren bezüglich der Produktion der beiden Güter 1 und 2 liegt also dann vor, wenn die Grenzraten der technischen Substitution in beiden Produktionen gleich sind und der gesamte Faktorbestand eingesetzt wird.

Diese Zusammenhänge lassen sich auf anschauliche Weise in einem Box-Diagramm darstellen (vgl. Abbildung 10). Das Prinzip dieser Darstellungsweise besteht darin, die Isoquantensysteme der Betriebe A (Produzent des Gutes 1) und B (Produzent des Gutes 2) als Abbild der Produktionsmöglichkeiten in der Box einander gegenüberzustellen. Die Dimension der Box wird von den vorgegebenen Faktorbeständen $\bar{v}_1$ und $\bar{v}_2$ bestimmt.

Eine Aufteilung der vorhandenen Faktoren gemäß Punkt P schöpft zwar den Bestand aus, genügt aber nicht der eben abgeleiteten Bedingung: die Grenzraten der technischen Substitution sind in P nicht gleich, die Isoquanten schneiden sich. Bei der algebraischen Ableitung haben wir uns gleichsam von Punkt P aus entlang der Isoquante des Betriebes B bewegt und jene Faktormengen $v_{11}$ und $v_{21}$ gesucht, die die Produktmenge 1 maximieren. Das ist offenbar in Punkt Q der Fall, wo die Grenzraten der technischen Substitution zwischen beiden Faktoren in beiden Produktionen (Betrieben) gleich sind.

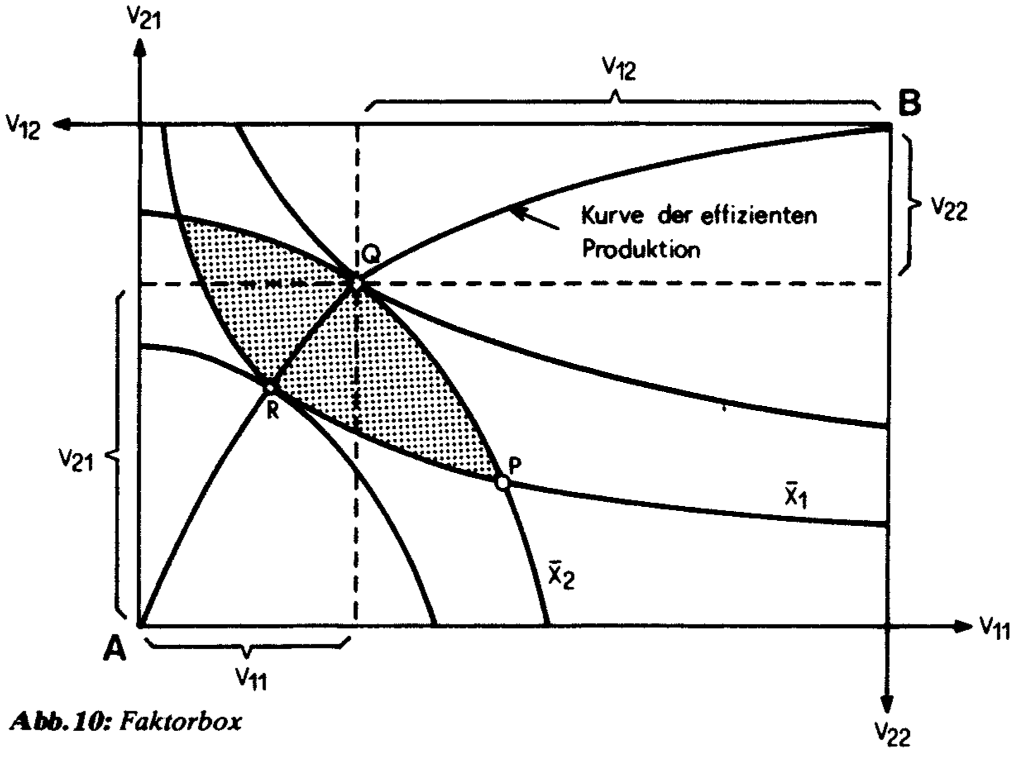



***Abb. 10:** Faktorbox*

Zu den gleichen Bedingungen der effizienten Faktorallokation wären wir gekommen, wenn wir bei gegebener Ausbringungsmenge des Gutes 1 die Outputmenge des Gutes 2 unter den Nebenbedingungen der technischen Effizienz und der Vollausnutzung der vorhandenen Faktorbestände maximiert hätten. Hier hätten wir uns entlang der Isoquante des Betriebes A bewegt und jene Faktormengen $v_{11}$ und $v_{21}$ gesucht, die die Produktmenge des Gutes 2 maximieren. Dies ist offenbar in Punkt R der Fall, wo die Grenzraten der technischen Substitution zwischen beiden Faktoren in beiden Produktionen gleich sind.

Die Gesamtheit aller unter diesen Bedingungen effizienten Allokationen des vorhandenen Faktorbestandes nennt man **Kurve der effizienten Produktion** (vgl. Abbildung 10).

Eine Umverteilung der Faktoren von Punkt P aus entlang der Isoquanten $\bar{x}_1$ beziehungsweise $\bar{x}_2$ verbessert jeweils das Produktionsergebnis eines Betriebes bei Konstanz der Outputmenge des anderen Betriebes. Eine Umverteilung der Faktoren vom Punkt P aus, die zu einer Faktoraufteilung innerhalb der durch die Isoquanten $\bar{x}_1$ und $\bar{x}_2$ geformten Linse führt, verbessert das Produktionsergebnis beider Betriebe.

Aus den Gleichungen (1), (2) und (11) läßt sich die **Transformationsfunktion** algebraisch bestimmen. Sie enthält als Variablen nur noch die beiden Gütermengen $x_1$ und $x_2$, ansonsten technologische Konstanten und die vorgegebenen Faktorbestände $\bar{v}_1$ und $\bar{v}_2$. Diese Ableitung ist selbst für den Zwei-Güter-zwei-Faktor-Fall recht umfangreich und soll daher im Rahmen dieser Einführung unterbleiben.

Allerdings lassen sich genauere Aussagen über die (negative) Steigung der Transformationskurve, die **Grenzrate der Transformation,** machen. Gehen wir noch einmal zurück zu den Produktionsfunktionen [Gleichungen (1)] und bilden deren totales Differential. Wir erhalten

$$(12)\qquad dx_1 = \frac{\partial x_1}{\partial v_{11}} \cdot dv_{11} + \frac{\partial x_1}{\partial v_{21}} \cdot dv_{21} \qquad dx_2 = \frac{\partial x_2}{\partial v_{12}} \cdot dv_{12} + \frac{\partial x_2}{\partial v_{22}} \cdot dv_{22}.$$

Berücksichtigen wir beim totalen Differential der Produktionsfunktion des Gutes 2, daß beide Güter mit vorgegebenen Faktorbeständen produziert werden [Gleichungen (3)], und setzen $dv_{12} = -dv_{11}$ und $dv_{22} = -dv_{21}$. Wir klammern jeweils die Grenzproduktivität des Faktors 1 aus und erhalten

$$(13)\qquad dx_1 = \frac{\partial x_1}{\partial v_{11}} \cdot \left(dv_{11} + \frac{\partial x_1/\partial v_{21}}{\partial x_1/\partial v_{11}} \cdot dv_{21}\right) \quad dx_2 = -\frac{\partial x_2}{\partial v_{12}} \cdot \left(dv_{11} + \frac{\partial x_2/\partial v_{22}}{\partial x_2/\partial v_{12}} \cdot dv_{21}\right).$$

Die Klammerausdrücke in den Gleichungen (13) sind identisch, wenn die Grenzproduktivitätenverhältnisse ebenfalls übereinstimmen. Wie wir aus Gleichung (10) wissen, ist dies bei effizienter Faktorallokation der Fall. Dividieren wir die Gleichungen (13) durcheinander, erhalten wir die **Grenzrate der Transformation;** die Klammerausdrücke fallen weg, da in jedem Punkt der Transformationskurve die Bedingungen effizienter Faktorallokation erfüllt sind

$$(14)\qquad -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_1/\partial v_{11}}.$$

Wir wären zur selben Grenzrate der Transformation gekommen, wenn wir statt der Grenzproduktivität des Faktors 1 jene des Faktors 2 ausgeklammert hätten

$$(15)\qquad -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial x_2/\partial v_{22}}{\partial x_1/\partial v_{21}}.$$

Die Ergebnisse (14) und (15) können wir zusammenfassen zu

$$(16) \qquad -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_1/\partial v_{11}} = \frac{\partial x_2/\partial v_{22}}{\partial x_1/\partial v_{21}}$$

Die (negative) Grenzrate der Transformation zweier Güter ist gleich dem Verhältnis der Grenzproduktivitäten eines bei der Produktion verwendeten gemeinsamen Faktors. Verzichtet man auf die Produktion einer Einheit des Gutes 1, so kann man unter den gegebenen Bedingungen um so mehr von Gut 2 produzieren, je höher die Grenzproduktivität des gemeinsam verwendeten Faktors bei der Produktion dieses Gutes ist. Damit ist gleichbedeutend: Je höher die Grenzproduktivität des gemeinsam verwendeten Faktors bei der Produktion des Gutes 2 ist, desto geringer sind dessen Opportunitätskosten $\left(-\frac{dx_1}{dx_2}\right)$. Bei effizienter Allokation werden die Faktoren so auf die Produktion der einzelnen Güter aufgeteilt, daß die Grenzraten der Transformation für jedes Güterpaar bezüglich jedes gemeinsam verwendeten Faktors gleich sind.

Auf die algebraische Ableitung der Transformationsfunktion wegen der Komplexität des Problems zu verzichten, fällt uns deswegen nicht besonders schwer, weil ihre graphische Bestimmung gerade im Zwei-Faktor-Zwei-Güter-Fall recht anschaulich ist. An dieser Stelle wollen wir uns darauf beschränken, das zugrundeliegende Prinzip zu erläutern. Dieses besteht darin, die maximal produzierbaren Outputmengen, durch die jeder Punkt der Kurve der effizienten Produktion der Abbildung 10 gekennzeichnet ist, in ein Produktmengen-Diagramm zu übertragen. In Abbildung 11 sind diese verschiedenen Güterbündel $(x_1, x_2)$ eingetragen; ihre Gesamtheit bildet die **Transformationskurve.**

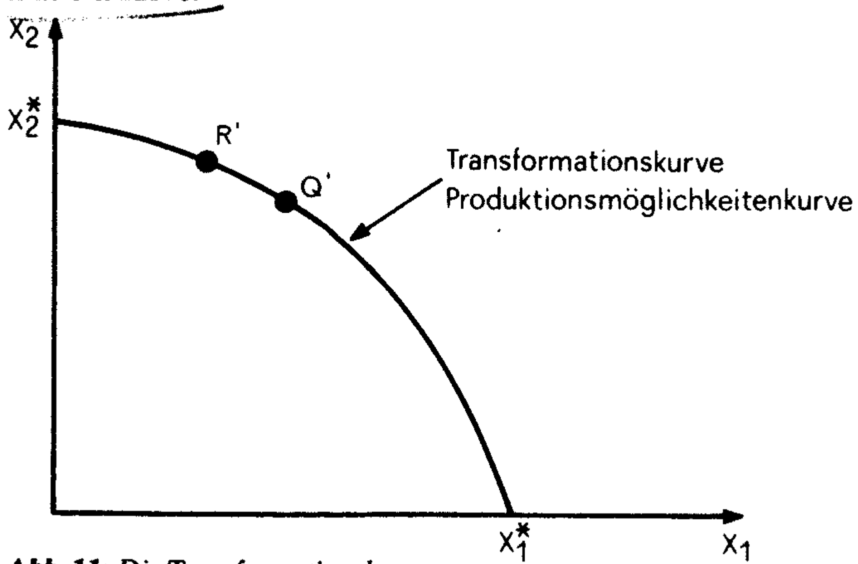



***Abb. 11:** Die Transformationskurve.*

Werden die gesamten Faktorbestände zur Produktion des Gutes 2 eingesetzt, ergibt sich der Punktx $x_2^*$, wird nur Gut 1 produziert, erhalten wir $x_1^*$. Zum Beispiel entspricht der Faktoraufteilung im Punkte Q (auf der Kurve der effizienten Produktion), die eine relativ große Menge von Gut 1 und eine relativ kleine Menge von Gut 2 bedeutet, der Punkt Q' auf der Transformationskurve. Die Faktormengenaufteilung R liefert die Gütermengenkombination R'.

Wie für die Kurve der effizienten Produktion sind auch für jeden Punkt auf der Transformationskurve die Bedingungen der effizienten Faktorallokation erfüllt. Da sie die maximal produzierbaren Produktmengen abbildet, wird sie auch *Kurve der Produktionsmöglichkeiten* genannt.

Die **Lage** der Kurve zum Koordinatenursprung hin hängt ab von der Größe der gegebenen Faktorbestände und davon, wieviel von den übrigen s-2 Gütern produziert wird. Soll von den s-2 Gütern mehr hergestellt werden, das heißt, verbleibt für die Produktion der ersten beiden Güter ein geringerer Teil des Faktorbestandes, dann bewegt sich die Transformationskurve zum Koordinatenursprung hin. Im umgekehrten Fall wandert sie nach außen. Die **Gestalt** der Transformationskurve, ob linear, konvex, konkav oder s-förmig mit einem Wendepunkt hängt davon ab, ob das Faktoreinsatzverhältnis bei einer Umverteilung der Faktoren konstant bleibt oder sich ändert, und von der Art der Skalenerträge in beiden Produktionen.

Natürlich läßt sich die in diesem Abschnitt behandelte Fragestellung auch auf die Gesamtwirtschaft übertragen. Mit dem Problem, wie der vorhandene Faktorbestand optimal auf mehrere (Ein-Produkt-)Unternehmen aufgeteilt werden soll, beschäftigen wir uns im Kapitel V „Gesamtwirtschaftliche Effizienz und Optimalität".

## C. Einige Arten von Produktionsfunktionen

Wir wollen hier nicht alle in der ökonomischen Literatur üblichen Typen von Produktionsfunktionen vorstellen, sondern nur die allereinfachsten. Unser Ziel ist es, die Rolle der Technologie innerhalb einer ökonomischen Theorie der Unternehmung zu verstehen. Es kann auf den ersten Blick doch verwundern, wieso der Wirtschaftswissenschaftler sich so intensiv mit der Technologie beschäftigt. Wie wir noch sehen werden, beeinflussen die Eigenschaften der Produktionstechnologie ganz wesentlich die ökonomischen Entscheidungen der Unternehmung.

Zunächst wollen wir einige Klassifikationen von Produktionsfunktionen vornehmen. Wie wir aus den Überlegungen zur Faktorsubstitution in Abschnitt B wissen, kann man nach der Substituierbarkeit der Produktionsfaktoren substitutionale und limitationale Produktionsfunktionen unterscheiden.

### 1. Substitutionale Produktionsfunktionen

Es handelt sich also um Produktionsfunktionen, bei denen ein und dieselbe Outputmenge effizient durch unterschiedliche Kombinationen von Inputmengen erzeugt werden kann. Kann jeder der Produktionsfaktoren vollkommen durch andere Faktoren ersetzt werden, spricht man von unbeschränkt substitutionalen Produktionsfunktionen, im anderen Fall von beschränkt substitutionalen Funktionen. Natürlich sind auch Mischformen denkbar, also Produktionsfunktionen, bei denen nur ein Teil der Faktoren voll ersetzt werden kann.

#### a) Beschränkt substitutionale Produktionsfunktionen

Beschränkte Substitutionalität bedeutet, daß bei der Produktion einer bestimmten Outputmenge $\bar{x}$ ein Faktor den anderen nicht völlig ersetzen kann. Positive Ausbringungsmengen sind also nur möglich, wenn von **allen** Faktoren positive Mengen eingesetzt werden. Die Isoquanten berühren die Achsen eines Mengendiagramms nicht. Die Grenzraten der Substitution eines Faktors durch einen anderen erreichen nirgendwo die Grenzwerte Null beziehungsweise Unendlich.

Wir werden in dieser Einführung nur zwei Typen von beschränkt substitutionalen Produktionsfunktionen behandeln: die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion und das

Ertragsgesetz. Beide unterscheiden sich in ihren partiellen Ertragsfunktionen. Bei der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion weisen diese durchweg abnehmende Grenzerträge auf, während beim Ertragsgesetz sowohl abnehmende wie zunehmende Grenzerträge vorkommen.

**– Die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion**

Die amerikanischen Ökonomen Cobb und Douglas verwendeten diese Funktion (1928) bei gesamtwirtschaftlichen Analysen. Sie lautet – im Zweifaktorfall, auf den wir uns wie Cobb und Douglas weitgehend beschränken wollen –

$$x = A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta} \quad \text{mit} \quad A > 0, \quad 0 < \alpha < 1 \quad \text{und} \quad 0 < \beta < 1.$$

Die beschränkte Substitutionalität findet ihren algebraischen Ausdruck in der multiplikativen Verknüpfung der beiden Produktionsfaktoren. Ein Faktor kann den anderen nicht völlig ersetzen, wenn eine Outputmenge $x > 0$ produziert werden soll.

Der Koeffizient A wird als **Niveauparameter** bezeichnet, da er für die „Höhe" des Ertragsgebirges verantwortlich ist. Beim Vergleich zweier sonst identischer Cobb-Douglas-Technologien bedeutet ein doppelt so großer Niveauparameter in einem Fall, daß dieses Ertragsgebirge über jeder Kombination von Faktormengen doppelt so hoch ist wie bei der anderen Technologie. Der Niveauparameter wird von mehreren Größen beeinflußt:

Er ist abhängig von der Dimensionierung der Variablen der Produktionsfunktion und sorgt dafür, daß rechte und linke Seite der Produktionsfunktion dieselbe Benennung haben. Dies ist nötig, weil – etwa – auf der rechten Seite der Input in Arbeitsstunden angegeben wird und auf der linken Seite Tonnen Stahl stehen. A ist zweitens abhängig davon, in welchen Maßeinheiten die Inputs und der Output gemessen werden, ob in Kilogramm oder Tonnen beziehungsweise Stunden oder Tagen. Drittens repräsentiert A den **Einfluß nicht spezifizierter oder nicht spezifizierbarer fixer Produktionsfaktoren** auf die Ausbringungsmenge. Dazu gehören auch Produktionsfaktoren, die die Unternehmung zwar unentgeltlich, aber nicht in beliebigen Mengen der Umwelt entnehmen kann. Schließlich steht der Koeffizient A für das jeweilige **Niveau** des technischen Wissens, soweit dessen Einfluß bei Variation der Inputmengen konstant bleibt.

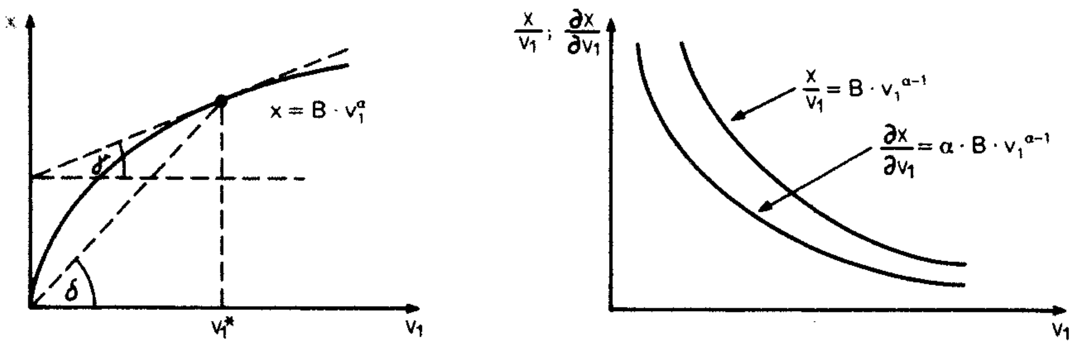
(1) Die **partiellen Ertragsfunktionen** der Cobb-Douglas-Technologie zeigen positive, aber durchweg abnehmende Ertragszuwächse, da die Parameter $\alpha$ beziehungsweise $\beta$ annahmegemäß kleiner als Eins sind. Abbildung 12a zeigt diesen Zusammenhang für den Faktor 1. Die partielle Ertragsfunktion des Faktors 1 bei gegebener Menge $\bar{v}_2$ des Faktors 2 lautet

$$x = B \cdot v_1^{\alpha} \quad \text{mit} \quad B \equiv A \cdot \bar{v}_2^{\beta}.$$

Der **Grenzertrag** des Faktors 1 ist bei einer bestimmten Einsatzmenge $v_1^*$ gleich dem Tangens des Winkels $\gamma$ – vgl. Abbildung 12a – und für jedes beliebige $v_1$ positiv. Die **partielle Grenzertragsfunktion** des Faktors 1 lautet

$$\frac{\partial x}{\partial v_1} = \alpha \cdot B \cdot v_1^{\alpha-1}$$

Ihr Bild ist eine durchweg fallende Kurve – vgl. Abbildung 12b. Wegen $\alpha < 1$ ist ihre Steigung für beliebige $v_1$ negativ, was auch die zweite Ableitung dieser partiellen Ertragsfunktion zeigt




(a) (b)

***Abb. 12:*** *Partielle Ertragsfunktion; Grenz- und Durchschnittsertragsfunktionen*

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v_1^2} = (\alpha - 1) \cdot \alpha \cdot B \cdot v_1^{\alpha-2}.$$

Ein zusätzlicher Einsatz des Faktors 1 vermehrt zwar die Outputmenge; deren Zunahme fällt aber mit wachsendem $v_1$ immer geringer aus.

Der **Durchschnittsertrag** des Faktors 1 ist bei einer bestimmten Einsatzmenge $v_1^*$ gleich dem Tangens des Winkels $\delta$ – vgl. Abbildung 12a – und für jedes beliebige $v_1$ positiv. Die **partielle Durchschnittsertragsfunktion** des Faktors 1 lautet

$$\frac{x}{v_1} = B \cdot v_1^{\alpha-1}.$$

Ihr Bild ist ebenfalls eine durchweg fallende Kurve – vgl. Abbildung 12b. Sie weis für jede Einsatzmenge des Faktors 1 höhere Werte auf als die Grenzertragsfunktion; die Differenz zwischen beiden Kurven geht mit zunehmendem $v_1$ gegen Null.

Die Elastizitäten der partiellen Ertragsfunktion – die Parameter $\alpha$ beziehungsweise $\beta$ – heißen **Produktionselastizitäten.** Wie wir aus Abschnitt B wissen, ist die Produktionselastizität gleich dem Verhältnis von Grenzertrag zu Durchschnittsertrag; zum Beispiel

$$\frac{\partial x \cdot v_1}{\partial v_1 \cdot x} = \frac{\partial x / \partial v_1}{x / v_1} = \frac{\alpha \cdot B \cdot v_1^{\alpha-1}}{B \cdot v_1^{\alpha-1}} = \alpha.$$

Bei $\alpha = 0{,}5$ zum Beispiel bedeutet eine einprozentige Erhöhung der Einsatzmenge des Faktors 1 unter sonst gleichen Bedingungen eine 0,5prozentige Vermehrung der Outputmenge.

(2) Die **Gleichung der Isoquanten** lautet bei vorgegebener Outputmenge $\bar{x}$

$$v_2 = \left(\frac{\bar{x}}{A}\right)^{1/\beta} \cdot v_1^{-\alpha/\beta}.$$

Mit zunehmendem $v_1$ – vgl. Abbildung 13a – ist zur Erzielung der Outputmenge $\bar{x}$ immer weniger $v_2$ erforderlich. Die Gleichung für die **Grenzrate der technischen Substitution** lautet

$$\frac{dv_2}{dv_1} = -\frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(\frac{\bar{x}}{A}\right)^{1/\beta} \cdot v_1^{-(\alpha+\beta)/\beta}$$

Die Grenzrate der technischen Substitution von Faktor 2 durch Faktor 1 fällt mit zunehmendem $v_1$ – unabhängig von der Größe der Produktionselastizitäten. Sie fällt

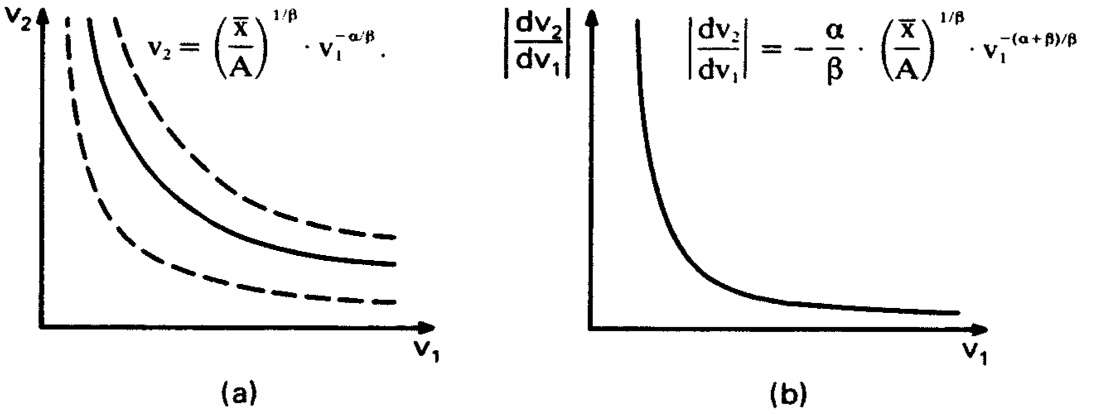



***Abb. 13:** Isoquante und Grenzrate der technischen Substitution.*

um so schneller, je größer die Grenzproduktivität des ersetzenden Faktors gegenüber der des ersetzten ist. Die Grenzrate der technischen Substitution wird nie identisch Null; bei jeder endlichen Menge des Faktors 1 kann Faktor 2 durch Faktor 1 ersetzt werden.

Ersetzen wir in der Gleichung der Grenzrate der technischen Substitution die Outputmenge $\bar{x}$ durch die Produktionsfunktion, dann ergibt sich

$$\frac{dv_2}{dv_1} = -\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{v_2}{v_1}.$$

Es zeigt sich, daß bei Cobb-Douglas-Technologie die Grenzrate der technischen Substitution neben dem reziproken Verhältnis der Produktionselastizitäten nur noch vom Faktoreinsatzverhältnis, **der Faktorintensität** ($v_2/v_1$), abhängt. Bei gegebenem $v_2$ nimmt die Grenzrate der technischen Substitution des Faktors 2 durch den Faktor 1 mit zunehmender Einsatzmenge des Faktors 1 ab; sie steigt bei gegebenem $v_1$ mit zunehmender Einsatzmenge des Faktors 2; sie bleibt konstant, wenn die Faktorintensität konstant bleibt, beide Faktoren also gleichmäßig verändert werden – was wir in Abschnitt B ganz allgemein für die Klasse der homogenen Produktionsfunktion nachgewiesen haben.

(3) Die **Kurve der Niveauvariation** wird bei Cobb-Douglas-Technologie algebraisch beschrieben mit

$$\begin{aligned} x &= A \cdot (h \cdot v_1^0)^\alpha \cdot (h \cdot v_2^0)^\beta \\ &= h^{\alpha+\beta} \cdot A \cdot (v_1^0)^\alpha \cdot (v_2^0)^\beta \\ &= h^{\alpha+\beta} \cdot x^0. \end{aligned}$$

Die Skalenelastizität r ist also gleich der Summe der Produktionselastizitäten

$$r = \frac{\partial x \cdot h}{\partial h \cdot x} = \frac{(\alpha+\beta) \cdot x \cdot h}{h \cdot x} = \alpha + \beta.$$

Die Cobb-Douglas-Funktion hat **konstante Skalenerträge,** wenn $\alpha + \beta = 1$; in diesem Fall können wir die Funktion einfach schreiben als

$$x = A \cdot v_1^\alpha \cdot v_2^{1-\alpha}.$$

Die Ökonomen Cobb und Douglas haben diese Formulierung verwendet.

Die Cobb-Douglas-Funktion hat **steigende** Skalenerträge, wenn $\alpha + \beta > 1$, sie hat **sinkende** Skalenerträge, wenn $\alpha + \beta < 1$.

**– Die Mehrgüterproduktion unter Anwendung von Cobb-Douglas-Technologien**

In Abschnitt B haben wir bereits die Entscheidungssituation einer Unternehmung charakterisiert, welche bei Vollausnutzung eines *vorgegebenen* Bestands an Faktoren in effizienter Produktion mehrere Güter herstellt. Wir haben die notwendigen analytischen Instrumente (z.B. Faktorbox, Kurve der effizienten Produktion, Transformationskurve) eingeführt, die es für die gegebene Entscheidungssituation erlauben, die Bedingungen für technisch effiziente Pläne der Mehrgüterproduktion abzuleiten.

Im folgenden wenden wir diese Instrumente auf Cobb-Douglas-Technologien an, beschränken uns aber weitestgehend auf die graphische Darstellung der Zusammenhänge. Wir unterstellen wieder eine Modellunternehmung, in der zwei Betriebe (A und B) bei Vollausnutzung der gegebenen Faktorbestände ($\bar{v}_1$ und $\bar{v}_2$) an Arbeit und Maschinen zwei jeweils homogene Güter ($x_1$: Agrargut und $x_2$: Industriegut) unter Anwendung von Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen herstellen. Diese lauten, wenn wir der Einfachheit halber die Niveauparameter gleich Eins setzen,

$$x_1 = v_{11}^{\alpha_1} \cdot v_{21}^{\beta_1} \qquad \text{und} \qquad x_2 = v_{12}^{\alpha_2} \cdot v_{22}^{\beta_2}.$$

Der erste Index kennzeichnet die Faktorart, der zweite das Gut beziehungsweise den Betrieb. Es gilt zu zeigen, welche Möglichkeiten der effizienten Produktion der Güter 1 und 2 dieser Unternehmung offenstehen. Gesucht ist also die **Transformationskurve** für diese Entscheidungssituation.

Ein *geometrisches* Verfahren zur Bestimmung der Transformationskurve wurde von Savosnik entwickelt. Ausgangspunkt ist ein Vier-Felder-Schema – vgl. Abbildung 14. Der 2. Quadrant enthält die Faktorbox, die Quadranten 1 und 3 Produktionsfunktionen, die sich bei Niveauvariation ergeben, und der 4. Quadrant schließlich die aus diesen Zusammenhängen abgeleitete Transformationskurve.

Für ein erstes einfaches Beispiel unterstellen wir konstante Skalenerträge in der Produktion des Agrargutes, sinkende Skalenerträge in der Produktion des Industriegutes und ein konstantes Einsatzverhältnis der Faktoren (*konstante* Faktorintensität): zum Beispiel $\alpha_1 = 1/2$; $\beta_1 = 1/2$; $\alpha_2 = 2/5$; $\beta_2 = 2/5$ bei $\bar{v}_1 = 140$; $\bar{v}_2 = 100$. In diesem Fall liegen alle Produktionspläne mit *effizienter Faktorallokation* auf der Diagonalen der Faktorbox; die Diagonale ist identisch mit der *Kurve der effizienten Produktion*. Diese erhalten wir, wenn wir obige Produktionsfunktionen in die Gleichung (10) (Abschnitt B 2 b) einsetzen und die Faktorbeschränkungen berücksichtigen. Die Gleichung für die Kurve der effizienten Produktion lautet in diesem Fall $v_{21} = (\bar{v}_2/\bar{v}_1) \cdot v_{11}$. Die Steigung der Kurve der effizienten Produktion (gleich dem Tangens des Winkels $\alpha$ in Abbildung 14) wird durch das Verhältnis der Faktorbestände bestimmt. Vervielfacht man bei der Produktion des Gutes 1 beziehungsweise des Gutes 2 die Faktoreinsatzmengen entlang der Kurve der effizienten Produktion, dann steigt der Output des Gutes 1 proportional, der des Gutes 2 unterproportional. Die in den Quadranten 1 und 3 eingezeichneten Hilfslinien stellen diese Zusammenhänge dar; es handelt sich um Niveauproduktionsfunktionen. Der Output ist allerdings nicht als Funktion der Niveauvariablen eingezeichnet, sondern – was zum selben Ergebnis führt – als Funktion der Einsatzmenge *eines* Faktors, an der sich bei konstantem Einsatzverhältnis die Einsatzmengen des anderen Faktors – über die Kurve der effizienten Produktion – ablesen lassen. Die Outputmengen der Produktionspläne A, B, C und D werden mit Hilfe der gestrichelten Linien in den 4. Quadranten übertragen. In A wird nur das Industriegut hergestellt; man erhält Punkt A auf der $x_2$-Achse. In B wird nur das Agrargut hergestellt; es ergibt sich Punkt B auf der $x_1$-Achse. Wir erhalten eine konkave Transformationskurve.

Die *Gestalt* der Transformationskurve hängt bei gegebener konstanter Faktorintensität (linearer Kurve der effizienten Produktion) nur von den Skalenerträgen in beiden Produktionen ab: Sie ist **konkav,** wenn in beiden Produktionen sinkende Skalenerträge vorliegen oder in einer Produktion konstante und in der anderen sinkende Skalenerträge zu beobachten sind. Sie ist **linear,** wenn die Skalenerträge überall konstant sind. Sie ist **konvex,** wenn in beiden Produktionen steigende Skalenerträge oder konstante *und* steigende Skalenerträge vorliegen. Sie ist **s-förmig,** wenn in einem Betrieb mit steigenden, im anderen mit sinkenden Skalenerträgen produziert wird.

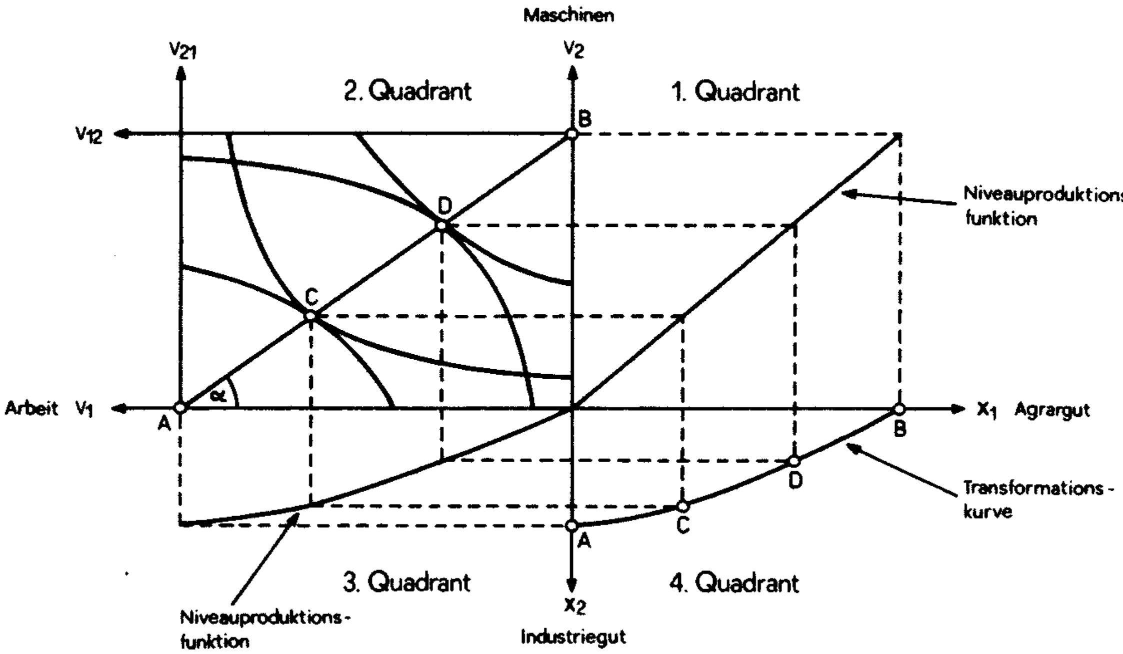



***Abb. 14:** Transformationskurve bei konstanter Faktorintensität*

Zur Vertiefung wollen wir die Ableitung der Transformationskurve an *einem* Beispiel mit *variabler Faktorintensität* diskutieren. Wir unterstellen konstante Skalenerträge, aber unterschiedliche Produktionselastizitäten ein und desselben Faktors in der Produktion beider Güter (zum Beispiel $\alpha_1 = 3/10$; $\beta_1 = 7/10$;$\alpha_2 = 7/10$; $\beta_2 = 3/10$). In diesem Fall ist die Kurve der effizienten Produktion keine Gerade. Die Nivauproduktionsfunktionen in den Quadranten 1 und 3 sind linear, da sowohl das Agrar- wie das Industriegut mit konstanten Skalenerträgen produziert wird. Diese Niveauproduktionsfunktionen sind unter der Annahme abgeleitet worden, daß das Einsatzverhältnis der Faktoren auf den verschiedenen Produktionsniveaus konstant bleibt. Gerade das ist aber in unserem Beispiel der Zweigüterproduktion nicht der Fall, wie wir an der nicht-linearen Kurve der effizienten Produktion sehen können. Variable Faktorintensität bedeutet bei Mehrgüterproduktion und effizienter Faktorallokation, daß die Faktoreinsatzmengen nicht proportional mit der Outputmenge variieren, obwohl beide Güter mit konstanten Skalenerträgen produziert werden. Wenn wir zum Beispiel die zu den Produktionsplänen C und D gehörenden Outputmengen (zeichnerisch) in den Güterraum übertragen wollen, dann wird der Unterschied zwischen den Outputmengen eines Gutes nicht durch den euklidischen Abstand zwischen den Punkten C und D repräsentiert, sondern durch die entsprechende Strecke auf der nichtlinearen Kurve der effizienten Produktion. Eine zeichnerische Übertragung der Veränderung der Outputmengen ist dann möglich, wenn wir die Mengendifferenz jeweils am Abstand der Isoquanten entlang der Diagonalen ablesen. Die Mengen des Agrargutes werden durch die Punkte C″ und D″, die des Industriegutes durch die

Punkte C′ und D′ auf der Diagonalen der Faktorbox repräsentiert. Von den Punkten C″ und D″ aus werden mit Hilfe der gestrichelten Linien die Outputmengen des Agrargutes in den Güterraum übertragen, von den Punkten C′ und D′ aus die Outputmengen des Industriegutes. Wir erhalten (in diesem Beispiel) wieder eine konkave Transformationskurve.

Über die **Gestalt** der Transformationskurve wollen wir hier nur festhalten, daß sie von der Art der (variablen) Faktorintensität und vom Typ der Skalenerträge in den jeweiligen Produktionen bestimmt wird (vgl. Abschnitt B 2 b).

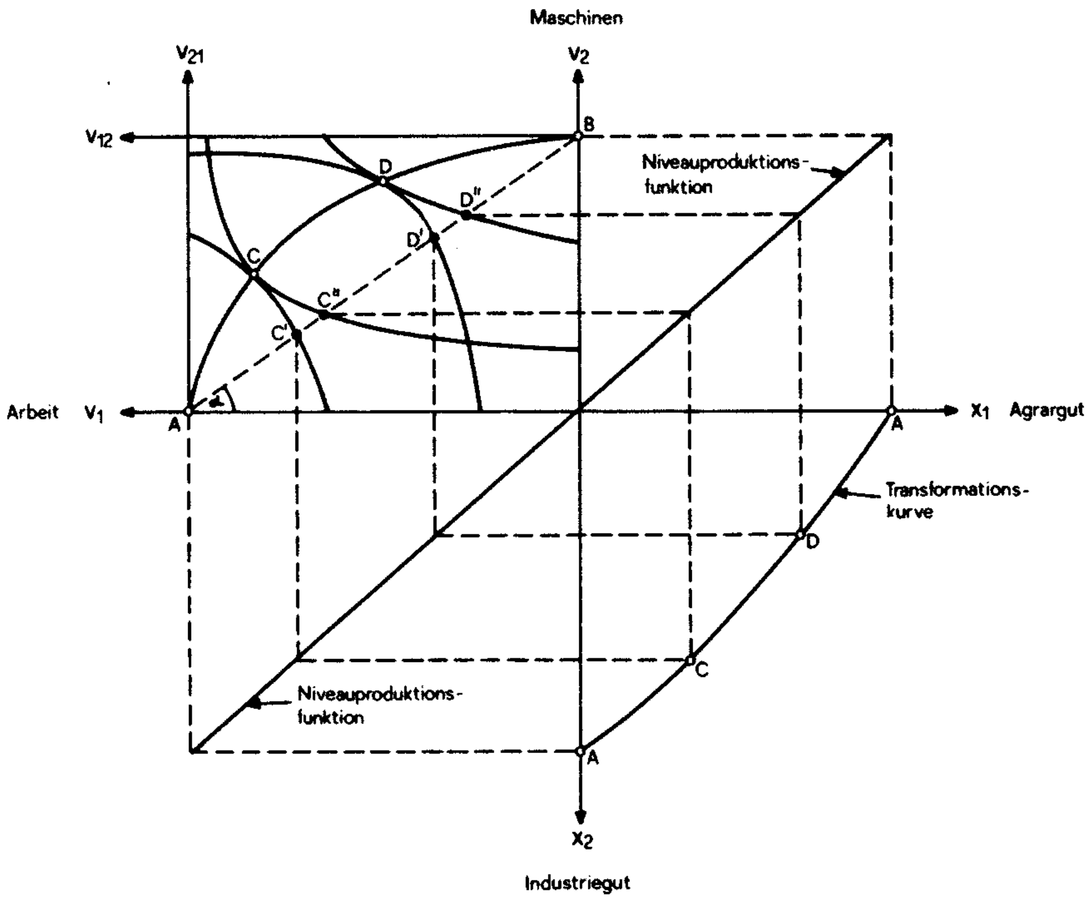



***Abb. 15:** Transformationskurve bei variabler Faktorintensität*

Kehren wir zur Analyse der Ein-Gut-Produktion zurück und behandeln wir – wie bisher – homogene Produktionsfunktionen.

**– Das Ertragsgesetz**

Das klassische „Ertragsgesetz" beschreibt eine Technologie, in der die partiellen Ertragsfunktionen sowohl steigende wie sinkende Zuwächse aufweisen. Nach diesem „Gesetz" hat der variable Faktor anfangs steigende, dann sinkende und schließlich gar negative Grenzerträge. Bei Vermehrung eines Faktors und Konstanthaltung der übrigen Produktionsfaktoren nimmt die Produktmenge zunächst überproportional, von einem gewissen Punkt an unterproportional zu und schließlich absolut ab.

Abbildung 16 veranschaulicht dieses Ertragsgesetz für den Zwei-Faktor-Fall. Sie zeigt – bei vorgegebener Einsatzmenge des Faktors 2 in der Höhe von $\bar{v}_2$ – die partielle Ertragsfunktion des Faktors 1 und dessen Grenz- und Durchschnittsertragsfunktionen. Im Punkt A weist die Ertragsfunktion den steilsten Anstieg und damit den maximalen Grenzertrag auf. Dieser wird als Schwelle des Ertragsgesetzes bezeichnet, da steigende Grenzerträge von sinkenden Grenzerträgen abgelöst werden. Im Punkt B sind Durchschnitts- und Grenzertrag gleich groß; der Durchschnittsertrag ist dort maximal. Im Ertragsmaximum (Punkt C) ist der Grenzertrag Null, danach wird er negativ. Der Einsatz einer zu großen Arbeitsmenge kann dem Saatgut bei gegebener Ackerfläche schaden, so daß der Ertrag absolut zurückgeht.

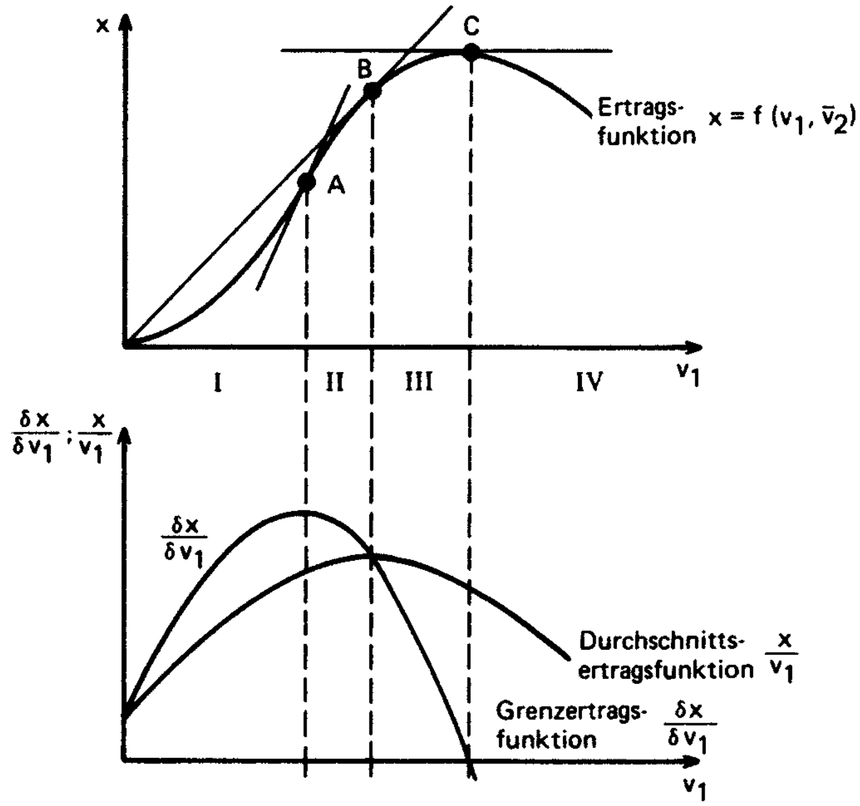



***Abb. 16:** Das klassische Ertragsgesetz.*

Der Verlauf einer ertragsgesetzlichen Produktionsfunktion, etwa von $x = f(v_1, \bar{v}_2)$, läßt sich in vier Bereiche unterteilen:

| Bereich | I | II | III | IV |
|---|---|---|---|---|
| Gesamtertrag | steigend | steigend | steigend | fallend |
| Grenzertrag | steigend | fallend | fallend | negativ |
| Durchschnittsertrag | steigend | steigend | fallend | fallend |
| Produktionselastizität | größer Eins | größer Eins | kleiner Eins | kleiner Null |

Wie wir wissen, ist die **Produktionselastizität** eines Faktors das Verhältnis von Grenzproduktivität zu Durchschnittsproduktivität dieses Faktors. Obige Übersicht zeigt, daß sich Grenz- und Durchschnittsertrag in den Bereichen II und IV unterschiedlich ändern. Daran kann man bereits ablesen, daß das Ertragsgesetz – im Gegensatz zu den bisher behandelten Produktionsfunktionen (z. B. der Cobb-Douglas-Funktion) – variable Produktionselastizitäten aufweist: In den Bereichen I–III ist die Produktionselastizität des Faktors 1 positiv, im Bereich IV ist sie negativ. Die **Skalenelastizität** dagegen ist konstant, da wir homogene Produktionsfunktionen unterstellt haben. Das Ertragsgesetz ist mit steigenden, konstanten und fallenden Skalenerträgen vereinbar.

Die Frage, in welchem Bereich (bei welcher Faktormengenkombination) des Ertragsgesetzes **technisch effizient** produziert wird und damit eine Produktionsfunktion im eingangs definierten Sinne vorliegt, ist in allgemeiner Weise nicht leicht zu beantworten. Man erkennt, daß im Bereich IV technisch ineffizient produziert wird, da der Gesamtertrag trotz steigender Einsatzmenge des Faktors 1 absolut zurückgeht. Der Bereich III entspricht dem Verlauf einer neoklassischen Produktionsfunktion; Kennzeichen sind abnehmende Grenz- und Durchschnittserträge. Wird im gesamten Bereich III technich effizient produziert?

Unterstellen wir zur Vereinfachung einer *linear-homogene* Produktionsfunktion, d.h. mit einer Verdoppelung aller Faktoreinsatzmengen verdoppelt sich auch die Ausbringungsmenge; die Niveauproduktionsfunktion ist eine Gerade. In diesem Falle wird im gesamten Bereich III technisch effizient produziert: Es gibt keinen Produktionsplan, der für eine gegebene Einsatzmenge des Faktors 1 die gleiche Outputmenge erbringt und dennoch von Faktor 2 mit einer geringeren Menge als $\bar{v}_2$ auskäme. Im Bereich III ist die Produktionselastizität des Faktors 1 positiv, aber kleiner Eins. Die Produktionselastizität des Faktors 2 ist ebenfalls positiv, da beide Elastizitäten sich zu einer Skalenelastizität von Eins addieren. In Produktionsplan B ist der Grenzertrag des Faktors 1 gleich seinem Durchschnittsertrag, seine Produktionselastizität ist gleich Eins. B ist zugleich Tangentialpunkt der partiellen Ertragsfunktion $f(v_1, \bar{v}_2)$ und jener Niveauproduktionsfunktion, bei der das Faktoreinsatzverhältnis des Produktionsplans B konstant gehalten wird.

In den Bereichen I und II dagegen wird – verglichen mit der Einsatzmenge des Faktors 1 – eine „zu große" Menge des Faktors 2 eingesetzt. Mit einer geringeren Menge dieses Faktors könnte man den Output steigern; in den Bereichen I und II hat Faktor 2 eine negative Produktionselastizität. (Vergleichen Sie in Abbildung 17b die Ausbringungsmengen der Produktionspläne ($v_1 = 1$, $v_2 = 2$) und ($v_1 = 1$, $v_2 = 1$).) Die Produktionspläne dieser beiden Bereiche sind technisch ineffizient. In Bereich IV ist die Einsatzmenge des Faktors 1 „zu groß"; seine Produktionselastizität ist in diesem Bereich negativ.

Ein bißchen Intuition zeigt, welche technisch effizienten Bereiche sich ergeben, wenn man *nicht-linear-homogene* Technologien betrachtet. Bei steigenden Skalenerträgen (die Steigung der Niveauproduktionsfunktion nimmt zu) beginnt der technisch effiziente Bereich schon vor dem Punkt B (Abbildung 16), während bei sinkenden Skalenerträgen (die Niveauproduktionsfunktion weist abnehmende Zuwächse auf) der technisch ineffiziente Bereich über den Punkt B hinausreicht. Entscheidend ist der Tangentialpunkt von partieller Ertragsfunktion und Niveauproduktionsfunktion.

Das Ertragsgesetz ist mit beschränkter und unbeschränkter **Substitutionalität** der Faktoren vereinbar. Die sich ergebenden Linien gleichen Ertrags umfassen Bereiche mit negativer wie auch solche mit positiver Steigung. Technisch ineffiziente Produktionspläne beschreiben die Isoquanten immer dann, wenn die Grenzrate der technischen Substitution zwischen den Faktoren 1 und 2 positiv ist.

Abbildung 17a zeigt das Ertragsgebirge bei beschränkt substituierbaren Faktoren und linear-homogener Produktionsfunktion. In Abbildung 17b sind die partiellen Ertragsfunktionen $x = f(v_1, \bar{v}_2 = 1)$ und $x = f(v_1, \bar{v}_2 = 2)$ wiedergegeben, die auch in

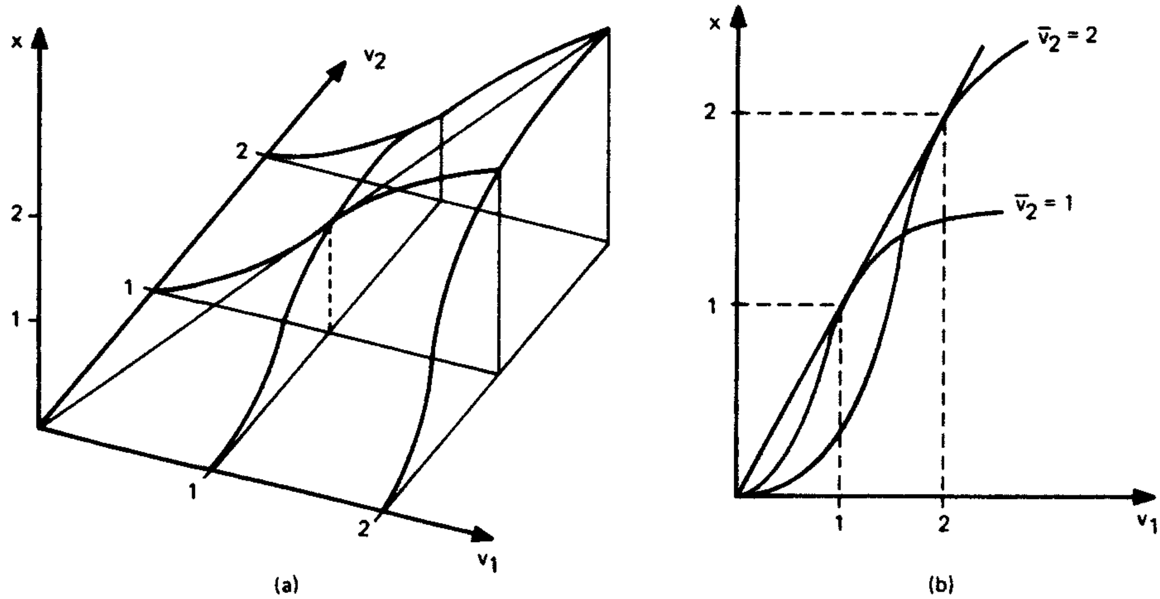



***Abb. 17:** Linear-homogene Produktionsfunktion und klassisches Ertragsgesetz*

Abbildung 17a eingezeichnet sind. Wie Abbildung 17b für das gegebene Beispiel zeigt, erreicht man bei einer Einsatzmenge $v_1 = 1$ des Faktors 1 eine Erhöhung der Ausbringungsmenge x, wenn man die Einsatzmenge des Faktors 2 von 2 Einheiten auf eine Einheit vermindert. Dies ist auch aus Abbildung 17a ersichtlich.

### b) Vollkommen substitutionale Produktionsfunktionen

Bei vollkommen substitutionaler Produktionsfunktion ist es möglich, das Produkt mit nur einem der zur Auswahl stehenden Produktionsfaktoren herzustellen. Auf den ersten Blick scheint diese Technologie wenig mit der Realität zu tun zu haben. Man kann sich schwer vorstellen, daß man bei der Produktion eines Gutes auf einen der primären Produktionsfaktoren Boden, Arbeit und Maschinen verzichten kann. Insofern ist es berechtigt, den beschränkt substitutionalen Produktionsfunktionen besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

Es kommt jedoch oft vor, daß Produktionsfaktoren unterschiedliche, aber doch sehr ähnliche Eigenschaften besitzen. So ist es denkbar, daß eine Unternehmung ein Grundstück durch ein günstiger gelegenes ersetzt, eine Arbeitskraft mit bestimmter Qualifikation entläßt, um eine andere mit ähnlichen Kenntnissen einzustellen, oder eine alte Maschine gegen eine neue austauscht. Bei strenger Definition homogener Produktionsfaktoren handelt es sich in allen Fällen um zwei verschiedene Faktoren; ihre vollkommene Substitution ist möglich, wenn sie ähnlich genug sind.

Die einfachste Form einer vollkommen substitutionalen Produktionsfunktion lautet:

$$x = \sum_{i=1}^{m} a_i \cdot v_i, \qquad \text{z.B.: } x = v_1 + 2v_2 .$$

Diese Produktionsfunktion ist linear-homogen und weist bei partieller Faktorvariation konstante Grenzerträge, bei Niveauvariation konstante Skalenerträge auf. Die Produktionsfaktoren sind vollkommen substituierbar; die Grenzrate der Substitution ist konstant. Daher genügen die Isoquanten nur der Annahme der Konvexität, nicht jener der strengen Konvexität. Wegen der konstanten Grenz- und Skalenerträge ist diese Technologie nicht-konkav. Eine Skizze des Ertragsgebirges und des entsprechenden Isoquantensystems finden Sie in Abbildung 18.

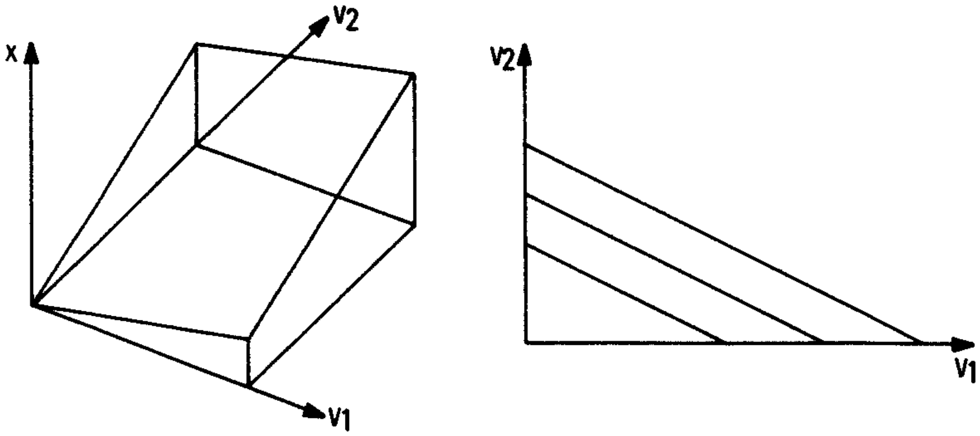



***Abb. 18:** Vollkommen substitutionale Produktionsfunktion mit konstanten Grenzerträgen*

Eine **streng konkave Produktionsfunktion** mit vollkommen substitutionalen Produktionsfaktoren kann folgende Form annehmen:

$$x = \sum_{i=1}^{m} A_i \cdot v_i^{\alpha_i}, \qquad \text{wobei } 0 < \alpha_i < 1; \qquad \text{z.B.: } x = v_1^{1/2} + 2v_2^{1/3}.$$

Wiederum wird als Möglichkeit unterstellt, daß das Produkt mit einem der benannten Produktionsfaktoren allein hergestellt werden kann. Die Produktionsfunktion weist bei partieller Faktorvariation abnehmende Ertragszuwächse und bei Niveauvariation sinkende Skalenerträge auf. Da die Exponenten $\alpha_i$ unterschiedlich sind, ist die Produktionsfunktion unseres Beispiels (bei gegebener additiver Verknüpfung der Faktoren) nicht homogen. Wegen $\alpha_i < 1$ gehört sie zur Klasse der streng konkaven Produktionsfunktionen; ihre Isoquanten sind konvex und treffen die Achsen.

## 2. Linear-limitationale Produktionsfunktionen

Wie wir gesehen haben, steht dem Unternehmer bei substitutionaler Technologie eine große Menge technisch effizienter Produktionspläne $(x, v_1, \ldots, v_m)$ zur Produktion der Outputmenge x zur Verfügung. Müssen dagegen die Faktoren in einem **festen** Verhältnis zur technisch effizienten Produktion der Outputmenge x eingesetzt werden, bleibt dem Unternehmer kein Entscheidungsspielraum bezüglich der Wahl eines technisch effizienten Produktionsplans. So ist der Produktionsablauf in einer weitgehend automatisierten Fabrik an die feste Koppelung von Rohstoffen, Maschinen und Arbeitern gebunden. Es gibt zur Outputmenge x nur **einen** technisch effizienten Produktionsplan. Eine solche Technologie heißt **limitational.** Besteht noch dazu ein proportionaler Zusammenhang zwischen den Inputmengen $v_1, \ldots, v_m$ und dem Output x, dann nennt man eine solche Technologie **linear-limitational.**

Die linear-limitationale Produktionsfunktion wurde von dem Ökonomen Wassily W. **Leontief** entwickelt. Sie besitzt in der ökonomischen Theorie eine ähnliche Bedeutung wie die neoklassische Cobb-Douglas-Produktionsfunktion und spielt in der Forschungspraxis eine große Rolle. Sie gilt als gute Annäherung zur Beschreibung zahlreicher industrieller Produktionsprozesse und bildet die Grundlage der von Leontief entwickelten **Input-Output-Analyse** zur Untersuchung sektoraler Produktionsverflechtungen. Außerdem ist sie der wichtigste Baustein der **Linearen Programmierung,** die sich bei der Steuerung von Produktionsprozessen im Fertigungsbereich und Transportwesen bewährt hat.

Bei linear-limitationaler Technologie variieren alle Faktoreinsatzmengen $v_i$ proportional mit der herzustellenden Produktmenge x

| | | |
|---|---|---|
| $v_i = a_i \cdot x$ | beziehungsweise | $v_1 = 5x$ |
| $x = v_i/a_i$ | für $i = 1, \ldots, m$ und $a_i > 0$. | $v_2 = 2x$ |

(Unser Beispiel auf der rechten Seite bezieht sich wieder auf den Zweifaktorfall; Reifen und Scheinwerfer seien die einzigen Inputs bei der Autoproduktion; von allen anderen Faktoren sehen wir ab.)

Die Faktoreinsatzmengen sind eindeutig von der Ausbringungsmenge abhängig und umgekehrt ist die Ausbringungsmenge eindeutig von den Faktoreinsatzmengen abhängig.

Die Koeffizienten $a_i$ bezeichnen konstante **Produktionskoeffizienten.** Sie geben an, welche Faktormengen jeweils erforderlich sind, um eine Produkteinheit herzustellen.

$a_i = v_i/x$ $\qquad$ $a_1 = 5$ und $a_2 = 2$.

Der Kehrwert des Produktionskoeffizienten ($1/a_i$) ist die **Produktivität.** Sie gibt an, wieviel Einheiten eines Produkts mit einer Einheit des Faktors i hergestellt werden können.

$1/a_i = x/v_i$ $\qquad$ $1/a_1 = 1/5$ und $1/a_2 = 1/2$.

Wenn wir davon ausgehen, daß beliebige Mengen der m Faktoren eingesetzt werden, dann läßt sich die linear-limitationale **Produktionsfunktion** allgemein schreiben als

$x = \min(v_1/a_1, \ldots, v_m/a_m)$ $\qquad$ $x = \min(v_1/5, v_2/2)$.

In der Klammer stehen jene *Produktmengen,* die erzeugt werden könnten, wenn das Produktionsergebnis allein vom jeweiligen Faktor abhinge. Diese (fiktiven) Produktmengen ergeben sich aus geplanter Einsatzmenge des Faktors i mal dessen (konstanter) Produktivität. Die linear-limitationale Produktionsfunktion gibt also an, daß von den fiktiven Produktmengen nur die kleinste realisiert werden kann. Daher schreibt man den Minimumoperator „min" vor die Klammer.

Jener Produktionsfaktor, der die tatsächlich realisierbare Outputmenge x bestimmt, heißt **Engpaßfaktor.** Wenn seine Einsatzmenge erhöht wird, kann das realisierbare Produktionsergebnis gesteigert werden, und zwar so weit, bis die Beschränkung durch einen anderen Faktor wirksam wird. Die übrigen Faktoren, deren Einsatzmengen das insgesamt realisierbare Produktionsergebnis nicht beschränken, nennt man **Überschußfaktoren;** ihre geplanten Einsatzmengen sind größer, als es die durch den Engpaßfaktor bestimmte Produktmenge erforderte.

Die geplanten Einsatzmengen der Überschußfaktoren könnten reduziert werden; sie sollten jedoch mindestens so hoch sein, daß die durch den Engpaßfaktor bestimmte Outputmenge realisiert werden kann. Diesen Zusammenhang beschreibt man allgemein durch sogenannte **Beschränkungsungleichungen** für die einzelnen Faktoren:

$$a_i \cdot x \leq v_i$$

Für die geplante Outputmenge x legen die Beschränkungsungleichungen die **Mindesteinsatzmengen** der Produktionsfaktoren fest. Setzt der Unternehmer weniger als diese minimalen Mengen ein, ist die geplante Produktmenge x nicht produzierbar.

Abbildung 19 zeigt das Ertragsgebirge einer linear-limitationalen Produktionsfunktion für den Zweifaktorfall.

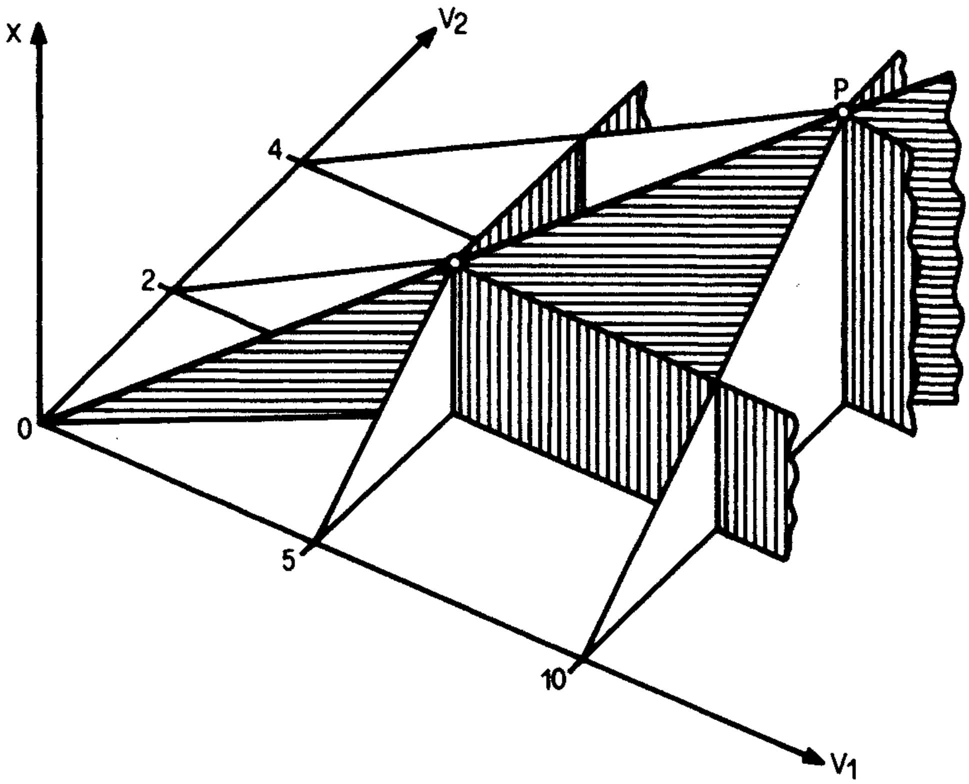



***Abb. 19:** Ertragsgebirge einer linear-limitationalen Produktionsfunktion*

Die Bedingung der **technischen Effizienz** ist nur erfüllt, wenn kein Faktor im Überschuß eingesetzt wird; dann gilt

$$x = v_1/a_1 = \cdots = v_m/a_m \qquad\qquad x = v_1/5 = v_2/2\,.$$

Alle Faktoren werden nur in den für die Produktion der Outputmenge x notwendigen Mengen eingesetzt. Greifen wir ein beliebiges Faktorpaar heraus, dann besteht zwischen den Faktoren i und j im effizienten Fall die Beziehung

$$v_i/a_i = v_j/a_j \qquad\qquad v_1/5 = v_2/2\,.$$

Daraus ergibt sich

$$v_i/v_j = a_i/a_j \qquad\qquad v_1/v_2 = 5/2\,.$$

Das effiziente Verhältnis der Faktoreinsatzmengen ist gleich dem Verhältnis der Produktionskoeffizienten. Im effizienten Fall wird eine Einheit des Faktors 2 mit 2,5

Einheiten des Faktors 1, werden zwei Einheiten des Faktors 2 mit 5 Einheiten des Faktors 1 kombiniert, usw. Man sagt auch, durch das Verhältnis der Produktionskoeffizienten wird das **optimale Faktorbündel** bestimmt.

### a) Die partielle Faktorvariation

Abbildung 20 gibt den Zusammenhang zwischen variablen Einsatzmengen eines Faktors und der Produktmenge wieder, wenn alternativ fixe Mengen des anderen Faktors eingesetzt werden. In der linken Skizze ist der Faktor 1 der variable und der Faktor 2 der konstante Faktor ($\bar{v}_2 = 2$ beziehungsweise $\bar{v}_2 = 4$). In der rechten Skizze verhält es sich umgekehrt.

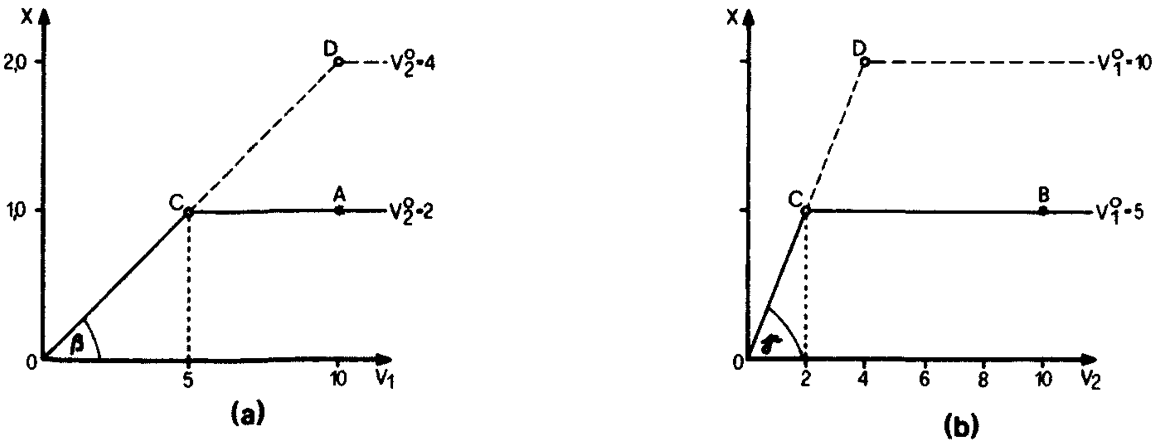



***Abb. 20:** Partielle Ertragsfunktionen*

Die Kurve OCA beschreibt den Ertrag des Faktors 1, wenn eine konstante Menge des Faktors 2 von $\bar{v}_2 = 2$ eingesetzt wird. In diesem Fall ist bis zum Punkt C der Faktor 1 der Engpaßfaktor, danach wird er zum Überschußfaktor. Zusätzliche Mengen des variablen Faktors einzusetzen, ist nur sinnvoll, bis das effiziente Einsatzverhältnis mit dem Faktor 2 erreicht ist (Punkt C). Eine weitere Vermehrung des Faktors 1 ist nutzlos, da der Ausstoß nicht zunimmt. Bis zum Punkt C steigt die Produktmenge proportional zur Einsatzmenge des Faktors 1 an. Die Zunahme wird von der Produktivität dieses Faktors bestimmt.

Die **partielle Ertragsfunktion** des Faktors 1 bei vorgegebener Menge $\bar{v}_2$ des Faktors 2 lautet (mit $\bar{x} = \bar{v}_2/a_2$)

$$x = \begin{cases} 1/a_1 \cdot v_1 & \text{für } v_1 \leq \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \\ \bar{x} & \text{für } v_1 \geq \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \end{cases} \qquad x = \begin{cases} 0{,}2 \cdot v_1 & \text{für } v_1 \leq 5 \\ 1 & \text{für } v_1 \geq 5 \end{cases}$$

Es sind zwei Wertebereiche des Faktors 1 zu berücksichtigen. Im Wertebereich $v_1 < (a_1/a_2) \cdot \bar{v}_2$ (Bereich OC der partiellen Ertragskurve) ist Faktor 1 der Engpaßfaktor. Es gilt die obere Gleichung; der Output nimmt mit steigendem $v_1$ zu. Im Wertebereich $v_1 > (a_1/a_2) \cdot \bar{v}_2$ (Bereich CA und darüber hinaus der partiellen Ertragskurve) ist Faktor 1 der Überschußfaktor. Es gilt die untere Gleichung; die Outputmenge bleibt konstant trotz vermehrtem Einsatz des Faktors 1. In Punkt C liegt ein technisch effizienter Produktionsplan vor.

Die **partielle Grenzertragsfunktion** des Faktors 1 bei vorgegebener Menge $\bar{v}_2$ des Faktors 2 lautet

$$\frac{\partial x}{\partial v_1} = \begin{cases} 1/a_1 & \text{für } v_1 < \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \\ 0 & \text{für } v_1 > \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \end{cases} \qquad \frac{\partial x}{\partial v_1} = \begin{cases} 0{,}2 & \text{für } v_1 < 5 \\ 0 & \text{für } v_1 > 5 \end{cases}$$

Bei der partiellen Grenzertragsfunktion sind dieselben Wertebereiche für den Faktor 1 zu unterscheiden wie bei der partiellen Ertragsfunktion. Ist Faktor 1 der Engpaßfaktor, beträgt seine Grenzproduktivität $1/a_1$; sie ist in diesem Bereich konstant. Bei $v_1 = (a_1/a_2) \cdot \bar{v}_2$ hat die partielle Grenzertragsfunktion eine Sprungstelle. Ist der Faktor 1 Überschußfaktor, beträgt seine Grenzproduktivität Null. Die partielle Grenzertragskurve ist in Abbildung 21 b eingetragen.

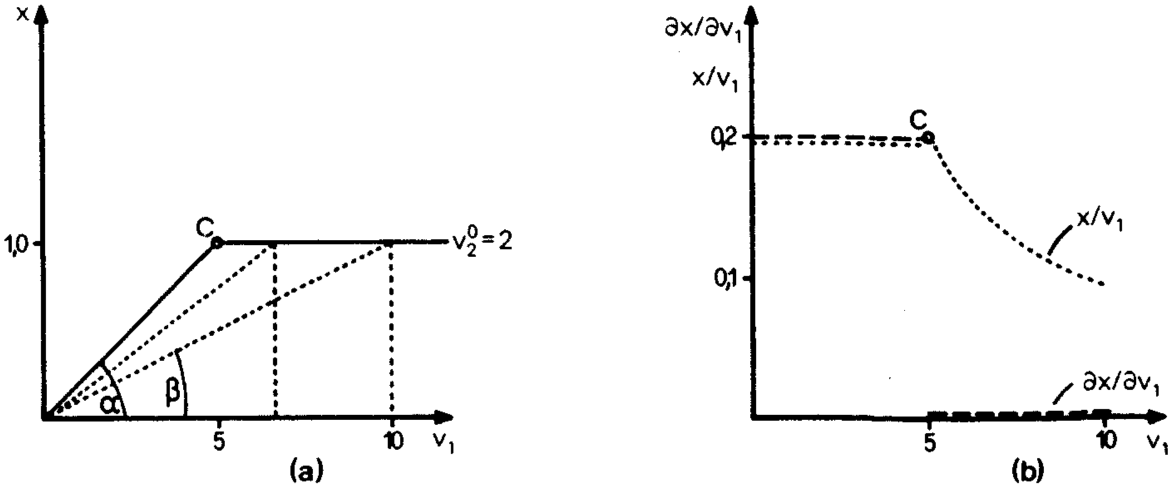



***Abb. 21:*** *Partielle Ertragsfunktion; Grenz- und Durchschnittsertragsfunktion*

Die **partielle Durchschnittsertragsfunktion** des Faktors 1 für die vorgegebene Menge $\bar{v}_2$ des Faktors 2 lautet

$$\frac{x}{v_1} = \begin{cases} 1/a_1 & \text{für } v_1 \leq \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \\ \dfrac{\bar{x}}{v_1} & \text{für } v_1 \geq \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \end{cases} \qquad \frac{x}{v_1} = \begin{cases} 0{,}2 & \text{für } v_1 \leq 5 \\ 1/v_1 & \text{für } v_1 \geq 5 \end{cases}$$

Bei der partiellen Durchschnittsertragsfunktion sind diesselben Wertebereiche für den Faktor 1 zu unterscheiden wie bei der partiellen Ertragsfunktion. Ist der Faktor 1 Engpaßfaktor, beträgt seine Durchschnittsproduktivität $1/a_1$ und ist gleich der Grenzproduktivität. Im effizienten Faktoreinsatzverhältnis $v_1 = (a_1/a_2) \cdot \bar{v}_2$ hat die partielle Durchschnittsertragsfunktion einen Knick. Ist der Faktor 1 Überschußfaktor, sinkt seine Durchschnittsproduktivität ab und geht mit steigendem $v_1$ gegen Null. Die partielle Durchschnittsertragsfunktion ist in Abbildung 21 b eingetragen.

Für die **Produktionselastizität** des Faktors 1 gilt

$$\frac{\partial x/x}{\partial v_1/v_1} = \begin{cases} 1 & \text{für } v_1 < \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \\ 0 & \text{für } v_1 > \dfrac{a_1}{a_2} \cdot \bar{v}_2 \end{cases} \qquad \frac{\partial x/x}{\partial v_1/v_1} = \begin{cases} 1 & \text{für } v_1 \quad 5 \\ 0 & \text{für } v_1 > 5 \end{cases}$$

Da die Produktionselastizität eines Faktors gleich dem Verhältnis von Grenz- zu Durchschnittsertrag ist, nimmt auch sie zwei Werte an, je nachdem ob der Faktor Engpaßfaktor ist oder nicht. Ist der Faktor 1 Engpaßfaktor ist seine Produktionselastizität gleich Eins, ist er Überschußfaktor ist sie gleich Null.

### b) Die Substitution der Faktoren

Wie wir wissen, werden bei linear-limitationaler Technologie die Faktoren in konstanten Proportionen eingesetzt, die durch das Verhältnis der Produktionskoeffizienten bestimmt sind. Die Isoquanten haben eine rechtwinklige Gestalt – vgl. Abbildung 22.

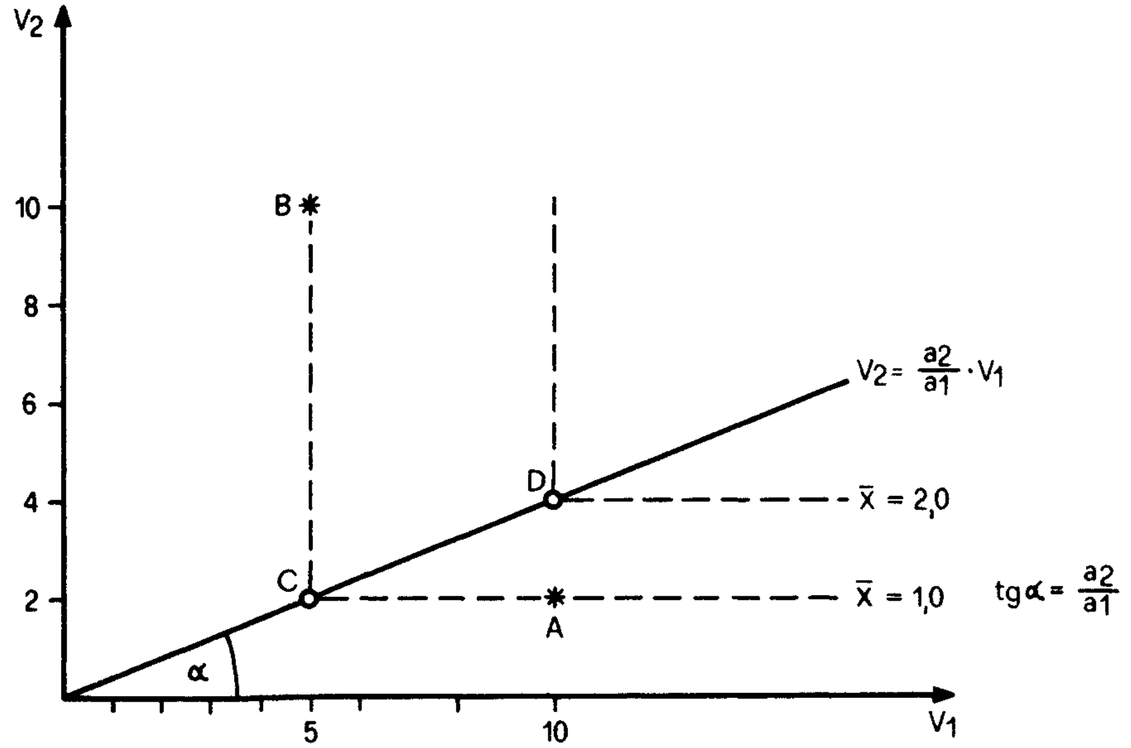



***Abb. 22:** Isoquanten einer linear-limitationalen Produktionsfunktion*

Nur in ihren Eckpunkten ist ein effizientes Faktoreinsatzverhältnis gegeben. Man bezeichnet daher die Isoquanten einer linear-limitationalen Produktionsfunktion gelegentlich als „Quasi-Isoquanten". Die Gesamtheit aller effizienten Faktormengenkombinationen ist durch die Gleichung $v_2 = (a_2/a_1) \cdot v_1$ beschrieben, die wir bereits in Abschnitt C2a abgeleitet haben. Diese Gerade entsteht durch die Projektion der Kammlinie des Ertragsgebirges (Abbildung 19) in ein $(v_1, v_2)$-Diagramm. Ihre Steigung ist gleich dem Verhältnis der Produktionskoeffizienten und gleich dem Tangens des Winkels $\alpha$ in Abbildung 22.

Zum besseren Verständnis der limitationalen Technologie ist es angebracht, sich an eine grundlegende Annahme der gesamten Produktionstheorie zu erinnern. Unterschiedliche Kombinationen von Faktoreinsatzmengen haben nur Einfluß auf die Produktmenge, nicht auf die Produktqualität. Selbst sehr ineffiziente Einsatzverhältnisse der Faktoren verändern die Qualität des Produktes nicht. Man kann sich diese Eigenart unserer Modellökonomie so verständlich machen, daß man zwischen gekauften und tatsächlich eingesetzten Faktormengen unterscheidet. Zur Produktion einer bestimmten Outputmenge x werden auch bei einem ineffizienten Produktionsplan nur die effizienten Mengen tatsächlich eingesetzt, um die Qualität des Produktes zu wahren. Über die Verwendung der nicht benötigten Faktormengen wird weiter nichts gesagt.

### c) Niveauvariation

Eine gleichmäßige Vermehrung aller Faktoren um einen konstanten Faktor h bewirkt bei linear-limitationaler Technologie eine h-fache Vermehrung des Outputs. Die linear-limitationale Produktionsfunktion zeichnet sich durch **konstante Skalenerträge** aus. Die Skalenelastizität hat den Wert Eins. Die linear-limitationale Produktionsfunktion gehört damit zur Gruppe der linear-homogenen Produktionsfunktionen.

### d) Kombination und Substitution von Produktionsprozessen

In vielen Fällen ist die Annahme, daß dem Unternehmer nur **ein** limitationaler Prozeß zur Verfügung steht, genauso wirklichkeitsfremd wie die Annahme, daß Produktionsfaktoren ohne sichtbare Grenzen stetig substituiert werden können. Wir wollen daher unterstellen, daß der Unternehmung **mehrere** limitationale Produktionsprozesse zur Herstellung **eines** Gutes zur Verfügung stehen, und untersuchen, wie sich der Entscheidungsspielraum im Bereich limitationaler Technologie dadurch vergrößert. Es sei also eine **Substitution von Produktionsprozessen** derart möglich, daß die Unternehmung einen limitationalen Prozeß gegen einen anderen austauscht. Ein Motiv für die Substitution könnten Preiserhöhungen einzelner Faktoren sein.

Wir analysieren die Prozeßsubstitution anhand eines Beispiels. Einem Unternehmen stehen zur Herstellung eines Gutes x drei linear-limitationale Produktionsfunktionen zur Verfügung:

$$(A)\; x^1 = \min(1{,}0\,v_1; 2{,}0\,v_2) \quad (B)\; x^2 = \min(2{,}5\,v_1; 1{,}25\,v_2) \quad (C)\; x^3 = \min(0{,}8\,v_1; 1{,}6\,v_2)$$

Die hochgestellten Indizes geben an, mit welchem Prozeß die Outputmenge x produziert wird.

Das Unternehmen wird auf einen Produktionsprozeß völlig verzichten, wenn dieser einem anderen gegenüber in der Produktivität jedes einzelnen Faktors unterlegen ist. Es zeigt sich, daß die Produktivität jedes Faktors im Prozeß (C) geringer ist als im Prozeß (A). Die Prozesse (A) und (B) sind einander weder über- noch unterlegen: Faktor 1 ist in (B) produktiver als in (A) und Faktor 2 in (A) produktiver als in (B). Die Unternehmung kann also zur Produktion einer bestimmten Outputmenge x unter mehreren technisch effizienten Produktionsplänen wählen. Ihr Entscheidungsspielraum im technologischen Bereich hat sich erweitert: Als technisch effiziente Produktionsfunktionen stehen nicht nur die Prozesse (A) und (B) zur Verfügung, sondern auch – wie wir noch zeigen werden – jede beliebige Kombination zwischen (A) und (B). Von den Faktorpreisen hängt es ab, welche Entscheidung die Unternehmung hier treffen wird.

Veranschaulichen wir die Entscheidungssituation der Unternehmung anhand eines Isoquantendiagramms. In Abbildung 23 sind die beiden Produktionsprozesse (A) und (B) eingezeichnet. Der geometrische Ort aller effizienten Faktorbündel eines Prozesses heißt **Prozeßgerade.** Ihr Anstieg wird durch das jeweilige Verhältnis der Produktionskoeffizienten bestimmt. Die Punkte A und B repräsentieren effiziente Produktionspläne für 20 Einheiten des Gutes x. Da es sich bei den Prozessen (A) und (B) um linear-homogene Produktionsfunktionen handelt, führt eine proportionale Veränderung aller Inputmengen zu einer ebenso großen Veränderung der Outputmenge. Bei dieser Klasse von Produktionsfunktionen ist die konvexe Kombination effizienter Produktionspläne wieder ein effizienter Produktionsplan. Diese Aussage wird anhand des gegebenen Beispiels verdeutlicht.

Sei $a_{ij}$ der Produktionskoeffizient des Faktors i im Prozeß j und $v_i$ die insgesamt eingesetzte Menge des Faktors i, dann lauten die Faktorverbrauchsfunktionen

$$v_1 = a_{11} \cdot x^1 + a_{12} \cdot x^2 \qquad v_1 = 1{,}0\,x^1 + 0{,}4\,x^2$$
$$v_2 = a_{21} \cdot x^1 + a_{22} \cdot x^2 \qquad v_2 = 0{,}5\,x^1 + 0{,}8\,x^2$$

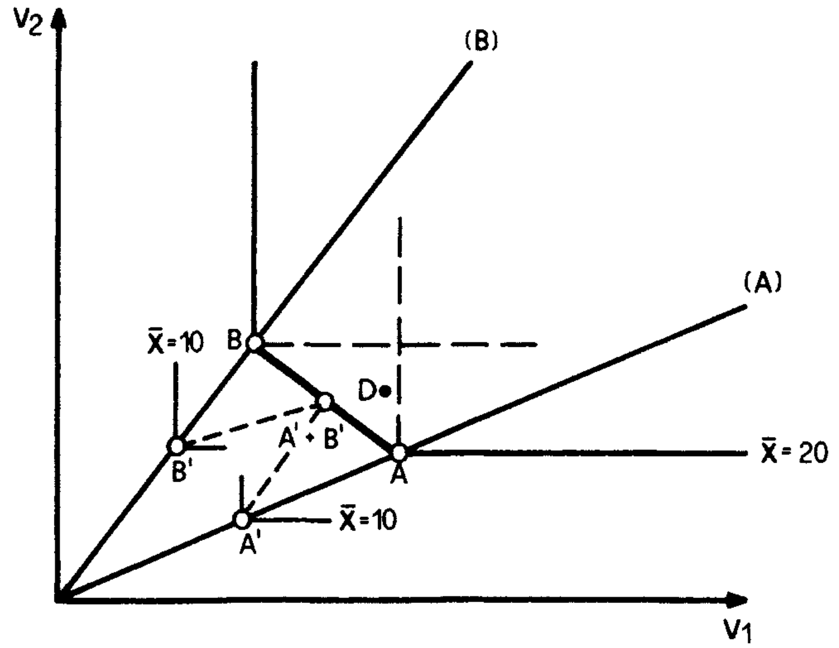



***Abb. 23:** Prozeßkombination*

Sie geben an, welche Faktormengen insgesamt verbraucht werden, wenn im Prozeß (A) die Menge $x^1$ und im Prozeß (B) die Menge $x^2$ produziert wird. Führen wir die Hilfsvariable c (mit $0 \leq c \leq 1$) ein, dann bezeichnet $c \cdot x$ jenen Teil des geplanten Outputs, der mittels Prozeß (A) hergestellt wird, und $(1-c) \cdot x$ stehe für jenen Teil, der mit Hilfe des Prozesses (B) produziert wird. Es gilt also $x^1 = c \cdot x$ und $x^2 = (1-c) \cdot x$. Die Faktoreinsatzmengen sind damit bei gegebenen Produktionskoeffizienten und gegebener Outputmenge nur mehr eine (lineare) Funktion der Hilfsvariablen c. Die Inputmengen verändern sich mit wachsendem c linear von Punkt B nach A:

$$v_1 = c \cdot a_{11} \cdot x + (1-c) \cdot a_{12} \cdot x \qquad v_1 = 1{,}0\,cx + 0{,}4\,(1-c)\,x$$
$$v_2 = c \cdot a_{21} \cdot x + (1-c) \cdot a_{22} \cdot x \qquad v_2 = 0{,}5\,cx + 0{,}8\,(1-c)\,x$$

Die Outputmenge bleibt für jedes gewichtete Mittel der Produktionspläne A und B unverändert: $x = c \cdot x + (1-c) \cdot x$. Wir haben also gezeigt, daß bei vorliegender linear-homogener Technologie die Kombination effizienter Produktionspläne wieder ein effizienter Produktionsplan ist. Die Gesamtheit der unterschiedlichen Prozeßkombinationen zum Outputniveau $x = 20$ wird durch das lineare Isoquantensegment $\overline{AB}$ dargestellt.

Die gestrichelten Teile der Isoquanten der beiden Produktionsprozesse (A) und (B) beschreiben – im Vergleich zum jeweils anderen Prozeß beziehungsweise zu bestimmten Kombinationen dieser Prozesse – technisch ineffiziente Produktionspläne; diese wird das Unternehmen nicht realisieren. Es wird ganz generell alle ineffizienten Pläne zur Produktion von 20 Outputeinheiten ablehnen (zum Beispiel den Produktionsplan D).

Das Unternehmen hat folgende Alternativen, mit Hilfe der beiden Produktionsprozesse einen Output von 20 Einheiten zu produzieren:

- Prozeß (A): $c = 1$
- Prozeß (B): $c = 0$
- jede beliebige Kombination der beiden Produktionsprozesse (A) und (B): zum Beispiel $c = 0{,}5$.

Dem entsprechen die Input- und Outputmengen:

| Punkt | Faktorverbrauch $v_1$ | $v_2$ | Produktmenge $x$ |
|---|---|---|---|
| A(c = 1) | 20 | 10 | 20 |
| B (c = 0) | 8 | 16 | 20 |
| A' + B' (c = 0,5) | 14 | 13 | 20 |
| A' | 10 | 5 | 10 |
| B' | 4 | 8 | 10 |

Mit Hilfe der durch die Punkte (0, A', A' + B', B') gebildeten Parallelogramms kann man in der Abbildung 23 ablesen, wie sich die Faktoreinsatzmengen zum Beispiel der Prozeßkombination A' + B' auf die beiden Produktionsprozesse verteilen. Der Leser möge sich klarmachen, welche Verteilung der Faktoreinsatzmengen sich bei anderen Prozeßkombinationen ergibt.

Die durch die Prozeßkombinationen entstehenden Isoquanten weisen Knicke auf. Diese Isoquanten werden jenen der substitutionalen Produktionsfunktionen um so ähnlicher, je mehr Produktionsprozesse zur Verfügung stehen. Es besteht also eine Verwandtschaft zwischen neoklassischen und Leontief-Produktionsfunktionen, die um so enger wird, je mehr Produktionsverfahren verwendet werden können. Zwei Unterschiede aber bleiben: Die Isoquanten und Ertragsfunktionen limitationaler Produktionsfunktionen verlaufen eckig, bei substitutionalen dagegen geschwungen. Dieser Unterschied verliert jedoch mit zunehmender Anzahl der zur Auswahl stehenden Produktionsprozesse an Bedeutung. Ferner beschreiben substitutionale Produktionsfunktionen nur technisch effiziente Produktionspläne, während linear-limitationale Produktionsfunktionen auch ineffiziente Produktionspläne umfassen.

### e) Mehrgüterproduktion

Zum Abschluß der Diskussion einzelner Arten von Produktionsfunktionen wollen wir auch den Fall untersuchen, daß mit einem vorgegebenen Bestand an Faktoren $(\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_m)$ und limitationaler Technologie s verschiedene Güter produziert werden. Im Rahmen der Analyse der Technologie stellt sich für das Unternehmen die Frage, welche **Produktionsmöglichkeiten** es unter den gegebenen Bedingungen hat. Es geht um die Ableitung der Transformationsfunktion, das heißt um die Bedingungen einer effizienten Faktorallokation bei limitationaler Technologie und beschränktem Faktorvorrat.

Analog zu Abschnitt C2 definieren wir die linear-limitationale Produktionsfunktion bei Mehrgüterproduktion als

(1) $x_j = \min(v_{ij}/a_{ij})$, wobei $a_{ij} > 0$ für $j = 1, \ldots, s$ und $i = 1, \ldots, m$.

Der Index j kennzeichnet das zu produzierende Gut, der Index i den Faktor. $1/a_{ij}$ gibt die bekannte (Grenz-, Durchschnitts-)Produktivität des Faktors i bei der Produktion des Gutes j an, $v_{ij}$ ist die Menge des Faktors i, die bei der Produktion des Gutes j eingesetzt wird.

Unterstellen wir effiziente Produktion, dann lautet die Produktionsfunktion

(2) $x_j = v_{ij}/a_{ij}$ für $j = 1, \ldots, s$ und $i = 1, \ldots, m$.

Bei limitationalen Produktionsfunktionen kann man – wie bekannt – aus der Produktionsfunktion unmittelbar die Faktorverbrauchsfunktion ableiten; diese gibt an, welche Mengen des Faktors i zur Produktion des Gutes j in Abhängigkeit der Produktmenge $x_j$ eingesetzt werden müssen.

(3) $\quad v_{ij} = a_{ij} \cdot x_j .$

Fassen wir nun die zur Produktion aller s Güter notwendigen Mengen des Faktors i zusammen, erhalten wir

(4) $\quad \sum_{j=1}^{s} v_{ij} = \sum_{j=1}^{s} a_{ij} \cdot x_j .$

Die insgesamt eingesetzte Menge $\sum_{j=1}^{s} v_{ij}$ darf natürlich nicht größer als die vorgegebene Menge $\bar{v}_i$ sein; es muß gelten

(5) $\quad \sum_{j=1}^{s} v_{ij} = \sum_{j=1}^{s} a_{ij} \cdot x_j \leq \bar{v}_i \qquad$ für $i = 1, \ldots, m.$

Wie man sieht, beschränkt die vorgegebene Menge des Faktors i die Produktionsmöglichkeiten; die Gleichungen (5) werden daher auch **Beschränkungsungleichungen** genannt. Die Produktionsmöglichkeiten der Mehrproduktunternehmung hängen von der vorgegebenen Menge eines jeden der Faktoren ab; daher ist obige Beschränkungsgleichung (5) für jeden Faktor zu formulieren. Nur Produktionspläne, die allen m Beschränkungsgleichungen genügen, sind durchführbar. **Effiziente Allokation** liegt bei durchführbaren Produktionsplänen dann vor, wenn die vorhandenen Faktorbestände ausgenutzt werden, soweit es die Beschränkungsgleichungen zulassen, das heißt, im Gleichungssystem (5) werden eines oder mehrere Gleichheitszeichen realisiert.

Wir wollen diese Zusammenhänge anhand von Graphiken erläutern und reduzieren deshalb unsere Modellökonomie auf 2 Güter und drei Faktoren. Die Produktionsfunktionen sind in (2) bereits formuliert; es gilt jetzt m = 3 und s = 2. Die Beschränkungsungleichungen lauten

(6)
$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 \leq \bar{v}_1 \qquad\qquad x_2 \leq \frac{1}{a_{12}} (\bar{v}_1 - a_{11} \cdot x_1)$$
$$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 \leq \bar{v}_2 \quad \text{bzw.} \qquad x_2 \leq \frac{1}{a_{22}} (\bar{v}_2 - a_{21} \cdot x_1)$$
$$a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 \leq \bar{v}_3 \qquad\qquad x_2 \leq \frac{1}{a_{32}} (\bar{v}_3 - a_{31} \cdot x_1)$$

Es sind drei lineare (Un-)Gleichungen in den Produktmengen $x_1$ und $x_2$. Tragen wir diese in ein $(x_1, x_2)$-Diagramm ein, erhalten wir Abbildung 24.

Die dick durchgezogene Linie **(Transformationskurve)** gibt jene Produktionspläne an, die bei effizienter Allokation der vorhandenen Faktoren allen Beschränkungen genügen. In der Situation der Abbildung 24 beschränken alle Faktoren die Produktionsmöglichkeiten: Faktor 3 auf der Strecke $\overline{AB}$, Faktor 2 auf der Strecke $\overline{BC}$, Faktor 1 auf der Strecke $\overline{CD}$.

Wäre zum Beispiel die vorhandene Menge des Faktors 1 doppelt so hoch, hätte dieser Faktor keinen beschränkenden Einfluß auf die Produktionsmöglichkeiten. Welche der durch die Transformationskurve definierten Möglichkeiten die gewinnmaximale ist, läßt sich erst mit Hilfe einer Zielfunktion, das heißt bei bekannten Produkt- und Faktorpreisen ermitteln. Dieses Problem ist Gegenstand der Linearen Programmierung, die in Abschnitt F erläutert wird.

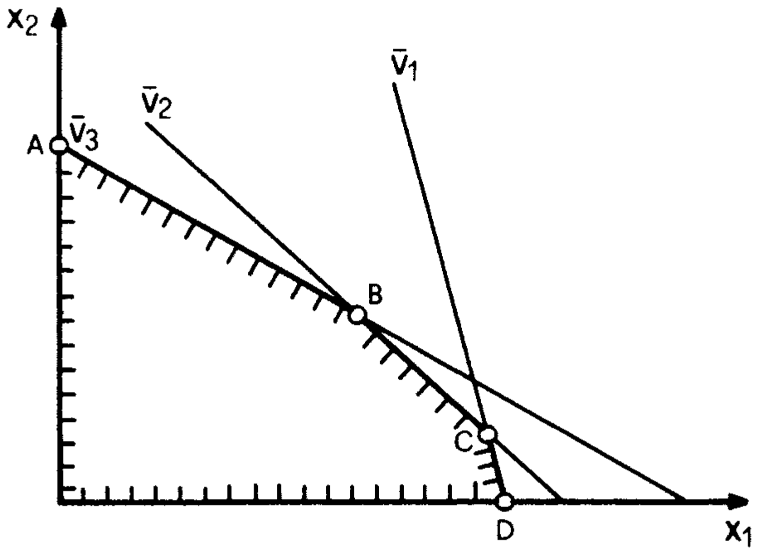



***Abb. 24:** Transformationskurve bei limitationaler Technologie*

# D. Die Kosten der Produktion

Bisher haben wir uns in diesem Kapitel ausschließlich mit der Beschreibung technologischer Beziehungen befaßt. Im Zentrum stand der Begriff der Produktionsfunktion; sie gibt an, welche Produktionspläne technisch effizient realisierbar sind. Die Produktionsfunktion stellt eine Beziehung zwischen **Mengen** her: den Inputmengen (Faktormengen) und den Outputmengen (Gütermengen).

In diesem und den folgenden Abschnitten wenden wir uns den ökonomischen Entscheidungsproblemen der Unternehmung zu, soweit sie **Wert**größen betreffen. Diese Analyse baut auf jener der Mengenbeziehungen auf.

## 1. Erlös und Kosten

Wir haben unterstellt, daß der Unternehmer die verschiedenen Produktionspläne anhand des mit ihnen realisierbaren **Gewinns** vergleicht und bewertet. Der Gewinn ist gleich der Differenz aus dem **Erlös** und den **Kosten** der Produktion. Der Erlös ist definiert als der Wert des gesamten Outputs, die Kosten sind definiert als der Wert des gesamten Inputs.

Das Bindeglied zwischen Mengengrößen und Wertgrößen sind die Preise: Wert ist Menge mal Preis. Da wir (mit Ausnahme von Abschnitt H) Mengenanpasser als Unternehmer unterstellen, ist der Übergang von den Mengen- zu den Wertgrößen besonders einfach: alle Güterpreise $p_1, \ldots, p_n$ und alle Faktorpreise $q_1, \ldots, q_m$ sind der Unternehmung vorgegeben und bekannt. Jedem Produktionsplan $(x_1, \ldots, x_n, v_1, \ldots, v_m)$ können daher eindeutig Erlös und Kosten zugeordnet werden

| | |
|---|---|
| $E = p_1 \cdot x_1 + \cdots + p_n \cdot x_n,$ | $K = q_1 \cdot v_1 + \cdots + q_m \cdot v_m.$ |
| Erlösgleichung | Kostengleichung |

## 2. Die Kostenfunktion

Wir beschränken uns auf den Fall der **einfachen** Produktion ($n = 1$). Soll eine bestimmte Outputmenge x produziert werden, so muß die Unternehmung zu diesem Zweck einen technisch realisierbaren Produktionsplan $(x, v_1, \ldots, v_m)$ wählen. Verschiedene Produktionspläne verursachen in der Regel unterschiedliche Kosten. Da die Kosten den Gewinn mindern, entscheidet sich die Unternehmung für jenen Produktionsplan, der die geringsten Kosten verursacht. Diese **minimalen** Kosten der Produktion der Outputmenge x bezeichnen wir mit $K(x)$. Die Funktion K, welche jeder geplanten Produktmenge x die minimalen Kosten $K(x)$ zuordnet, heißt **Kostenfunktion.** Sie ist eine wichtige Entscheidungshilfe bei der Ermittlung der gewinnmaximalen Outputmenge.

Hier muß nun unterschieden werden zwischen verschiedenen Typen von Entscheidungssituationen, und damit auch zwischen verschiedenen Typen von Kostenfunktionen. Vor allem in *kurzfristigen* Entscheidungszusammenhängen ist es möglich, daß die Unternehmung nicht alle Faktoreinsatzmengen beliebig variieren kann. Man denke etwa an Arbeits-, Miet- oder Lieferverträge, durch die die Unternehmung an den Einsatz gewisser Faktormengen gebunden sein könnte. Es ist dann zu unterscheiden zwischen k **variablen** $(v_1, \ldots, v_k)$ und m-k **fixen** $(\bar{v}_{k+1}, \ldots, \bar{v}_m)$ Faktoren. Die variablen Faktoren verursachen **variable Kosten,** die fixen Faktoren verursachen **fixe Kosten.** Unter $K(x)$ verstehen wir in diesem Zusammenhang die Gesamtkosten desjenigen realisierbaren Produktionsplans $(x, v_1, \ldots, v_k, \bar{v}_{k+1}, \ldots, \bar{v}_m)$, dessen variable Kosten $K_v = q_1 \cdot v_1 + \cdots + q_k \cdot v_k$ minimal sind; die Funktion K heißt dann **kurzfristige Kostenfunktion.** Die minimalen variablen Kosten $K_v(x)$ hängen von der Outputmenge ab, während die fixen Kosten $K_f = q_{k+1} \cdot \bar{v}_{k+1} + \cdots + q_m \cdot \bar{v}_m$ von der Outputmenge x unabhängig sind. Die kurzfristige Gesamtkostenfunktion lautet dann: $K(x) = K_f + K_v(x)$.

Sind alle Faktormengen frei variierbar, was in längerfristigen Entscheidungssituationen eher der Fall sein dürfte, sprechen wir von der **langfristigen Kostenfunktion.** Mit $K(x)$ bezeichnen wir dann die minimalen Kosten eines technisch realisierbaren Produktionsplans $(x, v_1, \ldots, v_m)$.

Im Hinblick auf die Bestimmung der optimalen Ausbringungsmenge ist es von Interesse zu wissen, wie stark sich die Kosten in Abhängigkeit von der Outputmenge x verändern. Die erste Ableitung der Kostenfunktion $dK/dx$ heißt **Grenzkostenfunktion.** Diese ordnet jeder Outputmenge x die Mehrkosten einer zusätzlichen Produkteinheit zu. (Diese Aussage ist insofern ungenau, als die erste Ableitung auf infinitesimal kleine Outputänderungen abstellt.)

Legt man die gesamten Produktionskosten auf die einzelnen produzierten Einheiten um, kommt man zum Konzept der **Durchschnittskosten** oder **Stückkosten** $K/x$. Die **Durchschnittskostenfunktion** ordnet jeder Outputmenge x die auf jede Produkteinheit umgelegten Gesamtkosten zu. Während die Gesamtkosten eine reine Wertgröße sind, haben die Grenz- und Durchschnittskosten die Dimension „Werteinheit pro Mengeneinheit", also die Dimension einer **Preisgröße.**

Im folgenden werden die Kostenfunktionen abgeleitet, die sich bei einzelnen uns interessierenden Technologien ergeben.

## 3. Die Bestimmung der Kostenfunktion bei linear-limitationaler Technologie

Die Unternehmung hat sich zur Produktion des Gutes x für die Anwendung einer linear-limitationalen Technologie entschieden. Es stehe ihr zur Produktion dieses Gutes nur *ein* linear-limitationaler Prozeß zur Verfügung. Über die Faktorverbrauchsfunktionen

$$v_1 = a_1 \cdot x; \ldots; v_m = a_m \cdot x$$

stehen die zu jeder Outputmenge x technisch notwendigen und damit auch minimalen Faktorverbrauchsmengen eindeutig fest. Wir sehen, daß die Minimierung der Produktionskosten die Anwendung eines technisch effizienten Produktionsplans einschließt. Setzen wir die Faktorverbrauchsfunktionen in die Kostengleichung ein, erhalten wir die Kostenfunktion bei linear-limitationaler Technologie

$$K = q_1 \cdot a_1 \cdot x + \cdots + q_m \cdot a_m \cdot x = (q_1 \cdot a_1 + \cdots + q_m \cdot a_m) \cdot x.$$

Es handelt sich um eine in der Ausbringungsmenge x lineare Kostenfunktion mit der Steigung $\operatorname{tg} \alpha = (q_1 \cdot a_1 + \cdots + q_m \cdot a_m)$. Die Grenzkosten und die Durchschnittskosten sind konstant und identisch (vgl. Abbildung 25).

$$\frac{dK}{dx} = q_1 \cdot a_1 + \cdots + q_m \cdot a_m \qquad \text{konstante } \textbf{Grenzkosten}$$

$$\frac{K}{x} = q_1 \cdot a_1 + \cdots + q_m \cdot a_m \qquad \text{konstante } \textbf{Durchschnittskosten}$$

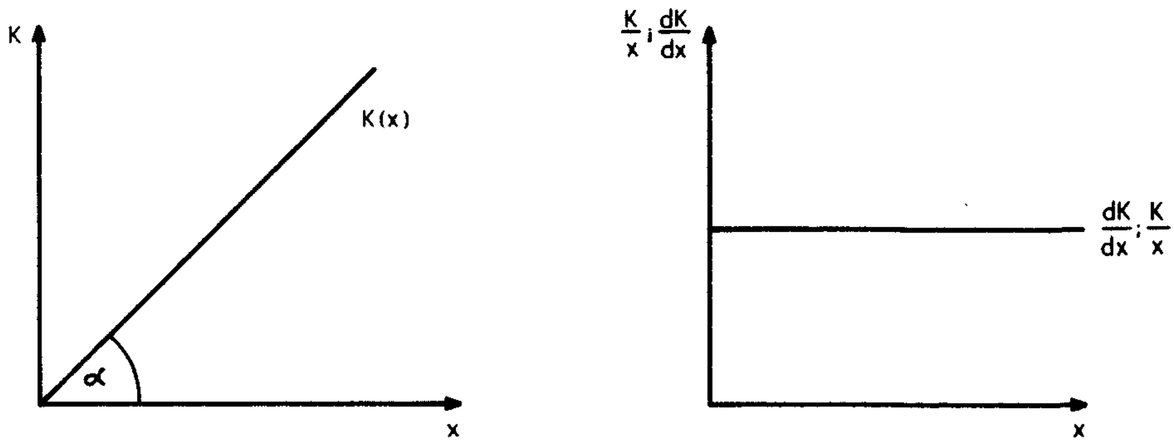



***Abb. 25:** Kostenfunktion bei linear-limitationaler Technologie*

Zur Ableitung der Kostenfunktion bei linear-limitationaler Technologie genügt es, die Produktionsfunktion, die eindeutig in Faktorverbrauchsfunktionen umkehrbar ist, in die Kostengleichung einzusetzen.

## 4. Bestimmung der Kosten bei substitutionaler Technologie

Bei substitutionaler Technologie kann eine bestimmte Outputmenge durch *verschiedene* Faktormengenkombinationen hergestellt werden, die unterschiedliche Kosten verursachen. Die gewinnmaximierende Unternehmung wird zur Produktion einer bestimmten Outputmenge x jenen technisch effizienten Produktionsplan $(x, v_1, \ldots, v_m)$ wählen, der die *geringsten Kosten* zur Folge hat. Es ist die **Minimalkostenkombination** der Faktoreinsatzmengen $(v_1, \ldots, v_m)$ gesucht. Versuchen wir zuerst eine graphische Lösung dieses Minimierungsproblems, bevor wir zur Algebra übergehen.

### a) Die graphische Bestimmung der Minimalkostenkombination

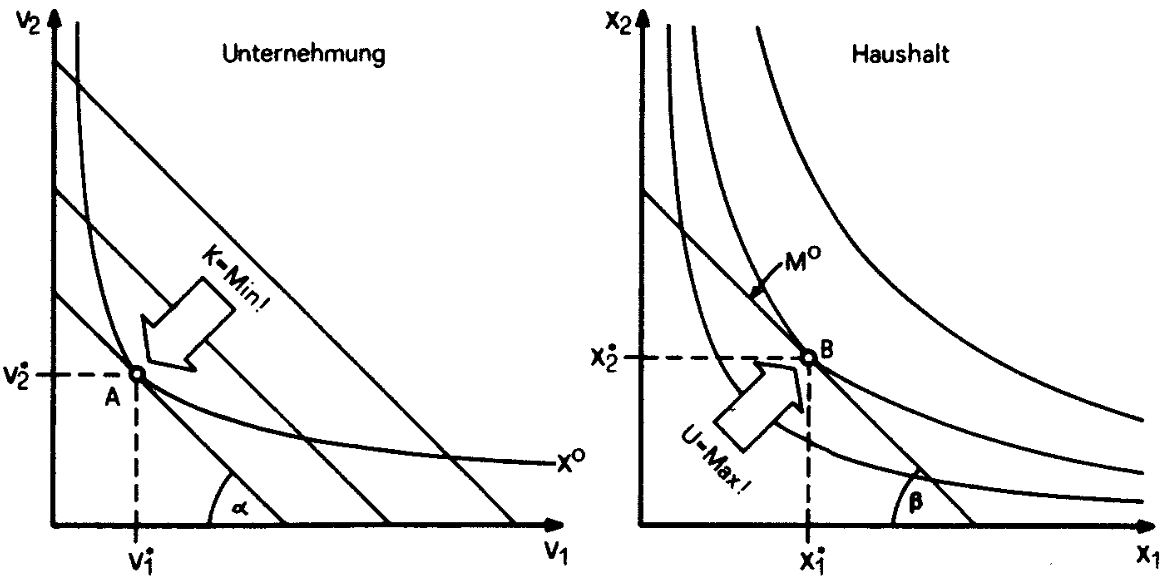
Wir unterstellen eine Zweifaktorproduktion und geben eine beschränkt substitutionale Produktionsfunktion mit abnehmenden Grenzerträgen vor

$$x = f(v_1, v_2) \qquad \text{mit } \frac{\partial x}{\partial v_i} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 x}{\partial v_i^2} < 0 \text{ für } i = 1,2.$$

Die zu einer bestimmten Outputmenge $\bar{x}$ gehörige Isoquante sei in ein $(v_1, v_2)$-Diagramm (vgl. Abbildung 26a) eingetragen. Die Kostendefinition $K = q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2$ läßt sich in diesem Diagramm durch die Gerade

$$v_2 = \frac{K}{q_2} - \frac{q_1}{q_2} \cdot v_1 \qquad \text{mit der Steigung } \operatorname{tg}\alpha = -\frac{q_1}{q_2}$$

darstellen. Diese Gerade ist der geometrische Ort aller Mengenkombinationen der Faktoren 1 und 2, die bei gegebenen Faktorpreisen die gleichen Kosten K verursachen, und heißt **Isokostengerade.** In Abbildung 26a sind mehrere Isokostengeraden zu unterschiedlichen Kostensummen K eingetragen. Mit wachsendem Abstand vom Ursprung nimmt die Kostensumme jeweils zu.




a: Minimalkostenkombination b: Optimaler Konsumplan

***Abb. 26:** Minimalkostenkombination und optimaler Konsumplan*

Die kostenminimale Mengenkombination der Faktoren 1 und 2 $(v_1^*, v_2^*)$ ist offenbar dort gefunden, wo die am weitesten innen liegende Isokostengerade die Isoquante zur Ausbringungsmenge $\bar{x}$ gerade nocht berührt (Punkt A). In Punkt A gilt

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dv_2}{dv_1} = -\frac{q_1}{q_2},$$

das bedeutet, die Grenzrate der technischen Substitution ist gleich dem negativen reziproken Faktorpreisverhältnis. Die Produktionskosten der Outputmenge $\bar{x}$ können durch Faktorsubstitution in Punkt A nicht weiter gesenkt werden: Die durch den Einsatz einer zusätzlichen (infinitesimal kleinen) Einheit des Faktors 1 entstehenden Mehrkosten sind gleich der Kostenersparnis infolge des Minderverbrauchs an Faktor 2. Jeder andere technisch effiziente Produktionsplan zur Produktion der Outputmenge $\bar{x}$ als $(\bar{x}, v_1^*, v_2^*)$ hat höhere Gesamtkosten. Ausgehend von einem beliebigen Produktionsplan, der durch einen Punkt auf dem (im Vergleich zu A) linken Ast der Isoquante beschrieben wird, können die Produktionskosten der Outputmenge $\bar{x}$ durch Substitution von Faktor 2 durch Faktor 1 gesenkt werden: Die Mehrkosten einer zusätzlichen Einheit des Faktors 1 sind geringer als die Kostenersparnis durch den Minderverbrauch an Faktor 2. Bei einem Produktionsplan, der durch einen Punkt auf dem (im

Vergleich zu A) rechten Ast der Isoquante beschrieben wird, erhöhen sich dagegen die Produktionskosten der Menge $\bar{x}$ bei Substitution von Faktor 2 durch Faktor 1: Die Mehrkosten einer zusätzlichen Einheit des Faktors 1 sind größer als die Kostenersparnis durch den Minderverbrauch von Faktor 2.

Wie wir aus Abschnitt B2a wissen, ist in jedem Punkt der Isoquante die Grenzrate der technischen Substitution gleich dem negativen reziproken Verhältnis der Grenzproduktivitäten. Wir können daher das Ergebnis der graphischen Analyse des Kostenminimierungsproblems erweitern zu

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dv_2}{dv_1} = -\frac{\partial x/\partial v_1}{\partial x/\partial v_2} = -\frac{q_1}{q_2}.$$

Im kostenminimalen Produktionsplan $(\bar{x}, v_1^*, v_2^*)$ der Outputmenge $\bar{x}$ ist das Verhältnis der Grenzproduktivitäten der beiden Faktoren gleich dem der Faktorpreise: Je größer die Grenzproduktivität eines Faktors im Vergleich zu der des anderen ist, desto höher kann der Preis für den produktiveren Faktor sein, den der Unternehmer zu zahlen bereit ist. Soll von einem Faktor mehr zur Produktion der Outputmenge $\bar{x}$ eingesetzt werden, dann ist der Unternehmer, der eine Technologie mit abnehmenden Grenzerträgen anwendet, nur dazu bereit, wenn der Preis dieses Faktors im Vergleich zu dem des anderen sinkt.

Das graphische Abbild der Minimalkostenkombination entspricht dem des optimalen Konsumplans, der in der Theorie des Haushalts abgeleitet worden ist – vgl. Abbildung 26b. Bei der Ermittlung des optimalen Konsumplans wird die Nutzenfunktion maximiert, unter der Nebenbedingung, daß die Ausgaben für diesen Konsumplan einer gegebenen Budgetsumme entsprechen. Die Unternehmung minimiert die Produktionskosten einer bestimmten Outputmenge $\bar{x}$ unter der Nebenbedingung der technisch effizienten Produktion dieser Ausbringungsmenge. Würde man von einer vorgegebenen Kostensumme ausgehen und den Output maximieren, hätte man die vollständige Analogie zur Ableitung des optimalen Konsumplans.

### b) Die analytische Bestimmung der Minimalkostenkombination

Bei gegebener Outputmenge $\bar{x}$ ist ein Minimierungsproblem unter einer Nebenbedingung zu lösen. Zu minimieren sind die Produktionskosten der Outputmenge $\bar{x}$; das bedeutet, bei gegebenen Faktorpreisen sind die kostenminimalen Faktoreinsatzmengen ($v_1^*$ und $v_2^*$) gesucht. Als Nebenbedingung ist zu beachten, daß mit diesen Faktormengen die geplante Ausbringungsmenge $\bar{x}$ technisch effizient produziert wird.

Wir führen die Analyse nebeneinander anhand einer allgemein formulierten Zweifaktortechnologie (linke Seite des Blattes) und anhand einer Zweifaktortechnologie vom Cobb-Douglas-Typ (rechte Seite des Blattes) durch. Wieder unterstellen wir eine beschränkt substitutionale Produktionsfunktion mit abnehmenden Grenzerträgen.

| | | |
|---|---|---|
| $K = q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2 = \min$ | Zielfunktion | $K = q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2 = \min$ |
| $\bar{x} - f(v_1, v_2) = 0$ | Nebenbedingung | $\bar{x} - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta} = 0$ |

Wir bilden die Lagrange-Funktion:

$$L = q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2 + \lambda \cdot [\bar{x} - f(v_1, v_2)] \qquad L = q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2 + \lambda \cdot (\bar{x} - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta})$$

Gesucht sind die kostenminimierenden Einsatzmengen der Faktoren 1 und 2. Wir leiten nach den Variablen $v_1$ und $v_2$ und dem Lagrangemultiplikator $\lambda$ ab und setzen in einem Schritt die Ableitungen gleich Null.

$$(1) \qquad \frac{\partial L}{\partial v_1} = q_1 - \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1} = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial v_1} = q_1 - \lambda \cdot \alpha \cdot A \cdot v_1^{\alpha-1} \cdot v_2^{\beta} = 0$$

$$(2) \qquad \frac{\partial L}{\partial v_2} = q_2 - \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_2} = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial v_2} = q_2 - \lambda \cdot \beta \cdot A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta-1} = 0$$

$$(3) \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \bar{x} - f(v_1, v_2) = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \bar{x} - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta} = 0$$

Gleichung (3) zeigt, daß der kostenminimale Produktionsplan tatsächlich auch ein effizienter Produktionsplan ist. Die Rolle der Faktorpreise können wir in den Gleichungen (1) und (2) ablesen, die wir zueinander in Beziehung setzen. Wir bringen die Ausdrücke mit dem Lagrangemultiplikator auf die rechte Seite und dividieren Gleichung (1) durch (2).

$$(4) \qquad \frac{\partial x/\partial v_1}{\partial x/\partial v_2} = \frac{q_1}{q_2} \qquad\qquad \frac{\alpha \cdot v_2}{\beta \cdot v_1} = \frac{q_1}{q_2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{\beta \cdot q_1}{\alpha \cdot q_2}$$

Gleichung (4) beschreibt zusammen mit Gleichung (3) die Bedingungen der Minimalkostenkombination. Bei substitutionalen Produktionsfunktionen sind die kostenminimalen Einsatzmengen der Produktionsfaktoren bei der Produktion einer bestimmten Outputmenge $\bar{x}$ dann gefunden, wenn

- diese Outputmenge technisch effizient produziert wird und
- das Verhältnis der Grenzproduktivitäten der einzelnen Faktoren gleich dem Verhältnis der Faktorpreise ist oder – was wegen B 2a gleichbedeutend ist – die negative Grenzrate der technischen Substitution gleich ist dem reziproken Faktorpreisverhältnis..

Das Ergebnis des Cobb-Douglas-Beispiels macht zudem deutlich, daß das kostenminimale Faktoreinsatzverhältnis neben dem inversen Faktorpreisverhältnis auch abhängig ist vom Verhältnis der (konstanten) Produktionselastizitäten. Je ergiebiger ein Faktor (je größer seine Produktionselastizität), desto mehr ist der kostenminimierende Unternehmer – unter sonst gleichen Bedingungen – bereit, für ihn zu bezahlen. Ebenso zeigt sich an Gleichung (4), daß der kostenminimierende Unternehmer nur dann die Einsatzmenge eines Faktors erhöht, wenn dessen Preis sinkt. Ferner bleiben bei einer Variation der Ausbringungsmenge – unter sonst gleichen Bedingungen – die Anteile der Zahlungen an die einzelnen Faktoren konstant und werden vom Verhältnis der Produktionselastizitäten bestimmt: $(q_2 \cdot v_2)/(q_1 \cdot v_1) = \beta/\alpha$. Die Produktionskosten der Unternehmung sind gleich der Summe der Zahlungen an die einzelnen Faktoren. Bei einem kostenminimalen Produktionsplan richten sich die Zahlungen der Unternehmung an die einzelnen Faktoren nach deren Produktionselastizitäten.

Die Lagrange-Funktion ist ein mathematisches Hilfsmittel, das wir hier zur Bestimmung der kostenminimierenden Faktoreinsatzmengen unter der technologischen Nebenbedingung $\bar{x} = f(v_1, v_2)$ benutzen. Sie kann aber auch ökonomisch interpretiert werden als eine modifizierte Kostengleichung, die sich auf eine modifizierte (fiktive) Entscheidungssituation bezieht. Die Modifikation besteht darin, daß wir einen fiktiven Markt hinzunehmen, auf dem das fragliche Gut zum Preis $\lambda$ gehandelt wird; der Unternehmung steht es dann frei, anstatt der geplanten Menge $\bar{x}$ eine beliebige Menge x zu produzieren und die Differenz $\bar{x} - x$ bzw. $x - \bar{x}$ auf dem fiktiven Markt hinzuzukaufen bzw. abzustoßen. Die Lagrange-Funktion gibt dann die Kosten der Beschaffung von $\bar{x}$ Gütereinheiten an. Die Bedingungen der Minimierung von L lauten – entsprechend den Gleichungen (1) und (2):

$$(5) \qquad \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1} = q_1, \quad \text{und} \quad \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_2} = q_2.$$

Durch sie lassen sich die optimalen Faktoreinsatzmengen $v_1$ und $v_2$ bestimmen, und damit auch die optimale Produktionsmenge $x = f(v_1, v_2)$.[1] Diese optimalen Werte hängen natürlich von dem Preis $\lambda$ ab. **Wir** können nun $\lambda$ so wählen, daß als optimale Produktionsmenge gerade $x = \bar{x}$ herauskommt, so daß also der fiktive Markt gar nicht in Anspruch genommen wird. Dieser Zahlenwert von $\lambda$ heißt **Schattenpreis** des Gutes.[2] Wir finden ihn, indem wir zu den Gleichungen (5) die Bedingung $\bar{x} = f(v_1, v_2)$ hinzunehmen und daraus simultan $v_1, v_2$, und $\lambda$ berechnen. Mit den optimalen Faktoreinsatzmengen werden dann gerade $\bar{x}$ Einheiten effizient produziert, und zwar zu minimalen Kosten. Damit ist auch das wirkliche Entscheidungsproblem gelöst, von dem wir ursprünglich ausgegangen waren.

Zu jedem Minimierungsproblem existiert ein **duales Maximierungsproblem.** Das Problem der Minimalkostenkombination läßt sich daher ohne weiteres in ein Maximierungsproblem überführen. Die Fragestellung lautet dann: Wie kann mit einer gegebenen Kostensumme ein maximaler Output erzeugt werden?

(6) Maximiere $x = f(v_1, v_2)$ unter der Nebenbedingung $\bar{K} = q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2$.

Der Lagrangeansatz dazu lautet:

$$L = f(v_1, v_2) + \varrho \cdot (\bar{K} - q_1 \cdot v_1 - q_2 \cdot v_2).$$

Durch Differentiation nach den Variablen $v_1$ und $v_2$ erhalten wir wieder die Optimalbedingung für die Minimalkostenkombination (Gleichung (4)). Die Differentiation nach $\varrho$ ergibt, daß der zur Kostensumme $\bar{K}$ maximale Output nur erreicht ist, wenn die tatsächlichen Kosten der vorgegebenen Kostensumme entsprechen.

### c) Die Minimalkostenlinie

Bisher haben wir das kostenminimale Faktoreinsatzverhältnis für eine vorgegebene Outputmenge $\bar{x}$ bestimmt. Auf die gleiche Weise läßt sich das Faktoreinsatzverhältnis für **beliebige** Outputmengen ermitteln. Den geometrischen Ort der Minimalkostenkombination beliebiger Outputmengen bezeichnet man als **Minimalkostenlinie** oder **Expansionspfad** oder **Faktoranpassungskurve.** Sie gibt für ein Faktorpaar an, welche Mengen des einen Faktors bei unterschiedlichen Mengen des anderen Faktors eingesetzt werden müssen, damit die sich bei effizienter Produktion ergebende Outputmenge kostenminimal hergestellt wird. Die Minimalkostenlinie verläuft für alle homogenen Produktionsfunktionen linear – vgl. Abbildung 27. An den konstanten Produktionselastizitäten (und damit der konstanten Skalenelastizität) erkennt man in Gleichung (4), daß die Cobb-Douglas-Funktion eine homogene Produktionsfunktion ist.

Übertragen wir die Kostensummen und Outputmengen, die zu jedem Punkt auf der Minimalkostenlinie gehören, in ein Output-Kosten-Diagramm, erhalten wir die Kostenfunktion – Abbildung 27b. Deren analytischer Bestimmung wollen wir uns nun zuwenden.

---

[1] Die Bedingungen (5) sind formal identisch mit der „Inputregel" der Gewinnmaximierung, die wir in Abschnitt E kennenlernen.

[2] In Abschnitt E werden wir als „Outputregel" der Gewinnmaximierung die Bedingung „Preis = Grenzkosten" kennenlernen. Die hier angesprochene fiktive Situation ist de facto eine Gewinnmaximierungssituation, wir können daher schließen, daß der Schattenpreis $\lambda$ gleich den Grenzkosten dK an der Stelle $\bar{x}$ ist.

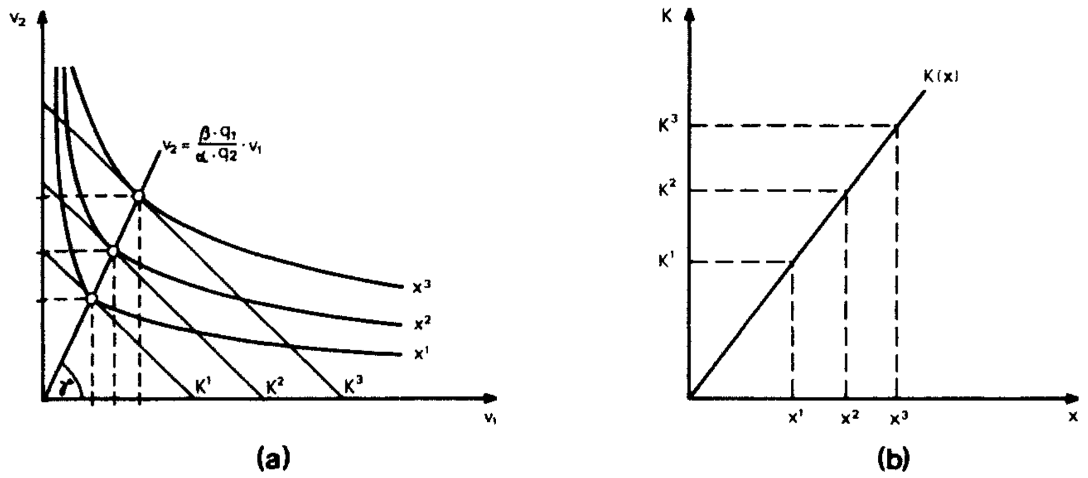



***Abb. 27:*** *Minimalkostenlinie; Expansionspfad*

## 5. Bestimmung einer langfristigen Kostenfunktion bei substitutionaler Technologie

Wir gehen davon aus, daß die Unternehmung die Mengen aller Faktoren frei variieren kann. Gesucht sind die minimalen Kosten K(x) beliebiger Outputmengen x in Abhängigkeit von x. Wie wir aus den vorausgehenden Überlegungen zur Minimalkostenkombination wissen, sind die Produktionskosten der Outputmenge x minimal, wenn diese technisch effizient produziert wird und die Faktoren $(v_1, \ldots, v_m)$ in kostenminimalen Proportionen eingesetzt werden. Wir erhalten die Kostenfunktion K(x), indem wir in die Kostengleichung die Bedingungen der Minimalkostenkombination und der technisch effizienten Produktion einbauen. Diese Ableitung wollen wir am Beispiel einer Cobb-Douglas-Funktion mit zwei Faktoren demonstrieren.

Wir gehen aus von

der Kostengleichung $K = q_1 \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2,$

der Produktionsfunktion $x = A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta}$ und

der Minimalkostenkombination $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\beta \cdot q_1}{\alpha \cdot q_2}$ oder $v_2 = \frac{\beta \cdot q_1}{\alpha \cdot q_2} \cdot v_1.$

Setzen wir die Bedingung der Minimalkostenkombination in die Kostengleichung ein, dann ergibt sich

$$K = q_1 \cdot v_1 + \frac{\beta}{\alpha} \cdot q_1 \cdot v_1 = q_1 \cdot v_1 \cdot \left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha}\right).$$

Diese Funktion gibt die minimalen Kosten in Abhängigkeit von der Einsatzmenge des Faktors 1 an. Da wir die Kosten in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge suchen, brauchen wir eine Beziehung zwischen $v_1$ und x. Diese erhalten wir, wenn wir die Bedingung der Minimalkostenkombination in die Produktionsfunktion einsetzen:

$$x = A \cdot v_1^{\alpha} \cdot \left(\frac{\beta \cdot q_1}{\alpha \cdot q_2} \cdot v_1\right)^{\beta} = A \cdot v_1^{\alpha+\beta} \cdot \left(\frac{\beta \cdot q_1}{\alpha \cdot q_2}\right)^{\beta}.$$

Deren Umkehrfunktion

$$v_1 = \left(\frac{x}{A}\right)^{1/(\alpha+\beta)} \cdot \left(\frac{q_1}{\alpha}\right)^{-\beta/(\alpha+\beta)} \cdot \left(\frac{q_2}{\beta}\right)^{\beta/(\alpha+\beta)}$$

gibt die kostenminimalen Einsatzmengen des Faktors 1 in Abhängigkeit von der Outputmenge x an. Setzen wir diese Funktion in die bereits modifizierte Kostengleichung ein, erhalten wir die Gesamtkostenfunktion

$$K = B \cdot x^{1/(\alpha+\beta)} \qquad \text{mit } B \equiv (\alpha+\beta) \cdot A^{-1/(\alpha+\beta)} \cdot \left(\frac{q_1}{\alpha}\right)^{\alpha/(\alpha+\beta)} \cdot \left(\frac{q_2}{\beta}\right)^{\beta/(\alpha+\beta)}$$

Sie gibt für die vorgegebene Cobb-Douglas-Technologie mit zwei Faktoren an, wie hoch die minimalen Kosten alternativer Ausbringungsmengen x sind.

Am Exponenten der Outputmenge x sehen wir sofort, daß die Gestalt der Kostenfunktion von den *Skalenerträgen* der verwendeten Technologie abhängt. Wie wir aus Abschnitt B wissen, ist die Skalenelastizität r gleich der Summe der Produktionselastizitäten. Bei einer Skalenelastizität von $r\ (= \alpha + \beta) = 1$ ist die ermittelte Kostenfunktion eine Gerade mit der Steigung B. Bei einer Skalenelastizität größer Eins ergibt sich eine unterlinear steigende Kostenfunktion (da $1/r < 1$), bei einer Skalenelastizität kleiner Eins eine überlinear steigende Kostenfunktion – vgl. Abbildung 28.

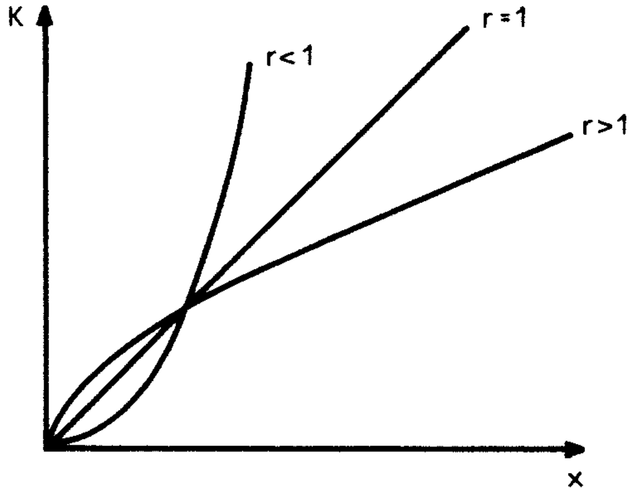



***Abb. 28:** Kostenfunktionen bei unterschiedlichen Skalenelastizitäten*

Eine Veränderung der *Faktorpreise* bewirkt eine Drehung der Kostenfunktion: Bei höheren Faktorpreisen dreht sich die Kostenfunktion nach oben, bei niedrigeren nach unten.

Die **Grenzkostenfunktion**

$$\frac{dK}{dx} = \frac{B}{\alpha+\beta} \cdot x^{(1-\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)}$$

ordnet jeder Ausbringungsmenge x die Kosten der zuletzt produzierten Einheit zu. Die Grenzkosten sind bei Linear-Homogenität konstant, nämlich gleich B. Die Grenzkostenfunktion hat einen steigenden Verlauf bei fallenden Skalenerträgen und einen fallenden Verlauf bei steigenden Skalenerträgen (vgl. Abbildung 29).

Die **Durchschnittskostenfunktion**

$$\frac{K}{x} = B \cdot x^{(1-\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)}$$

ordnet jeder Outputmenge x die auf jede Einheit dieser Menge umgelegten Gesamtkosten zu. Die Durchschnittskosten sind konstant und gleich den Grenzkosten bei konstanten Skalenerträgen. Sie nehmen mit der Ausbringungsmenge zu bei fallenden Skalenerträgen, sind aber kleiner als die jeweiligen Grenzkosten. Die Durchschnittskostenfunktion hat einen fallenden Verlauf bei steigenden Skalenerträgen, die durchschnittlichen Kosten sind in diesem Fall für jede beliebige Ausbringungsmenge größer als die jeweiligen Grenzkosten (vgl. Abbildung 29).

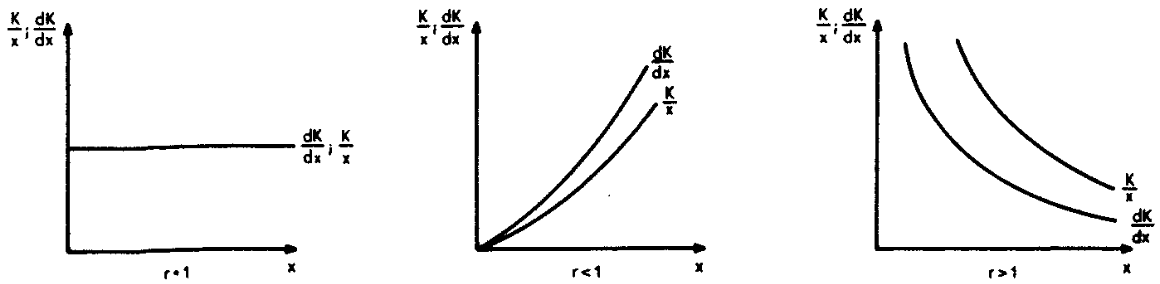



***Abb. 29:** Grenz- und Durchschnittskostenkurven*

## 6. Kurzfristige Kostenfunktionen

Bisher haben wir unterstellt, daß die Unternehmung alle Faktoren in beliebiger Menge beschaffen kann. Dies geschah, um die Analyse der ökonomischen Entscheidungen der Unternehmung einfach zu halten. In vielen Fällen ist es der Unternehmung zumindest kurzfristig nicht möglich, die Einsatzmengen der Faktoren beliebig zu variieren: Die Unternehmung hat zum Beispiel vorläufig nicht kündbare Arbeits- und Mietverträge geschlossen. Für diese nicht variierbaren Produktionsfaktoren entstehen der Unternehmung fixe Kosten ($K_f$). Dazu kommen als variable Kosten $K_v(x)$ die Ausgaben für jene Faktoren, deren Menge die Unternehmung frei wählen kann, so daß sich als Gesamtkosten ergeben: $K(x) = K_f + K_v(x)$.

Sei $\bar{v}_2$ die vorgegebene Menge des Faktors 2 (zum Beispiel die Fläche einer Fabrikhalle) und $v_1$ die variable Menge eines anderen Produktionsfaktors. Abbildung 30 zeigt in einem Isoquantendiagramm den kostenrelevanten Expansionspfad dieser Unternehmung; es ist eine Waagrechte zur $v_1$-Achse in Höhe von $\bar{v}_2$.

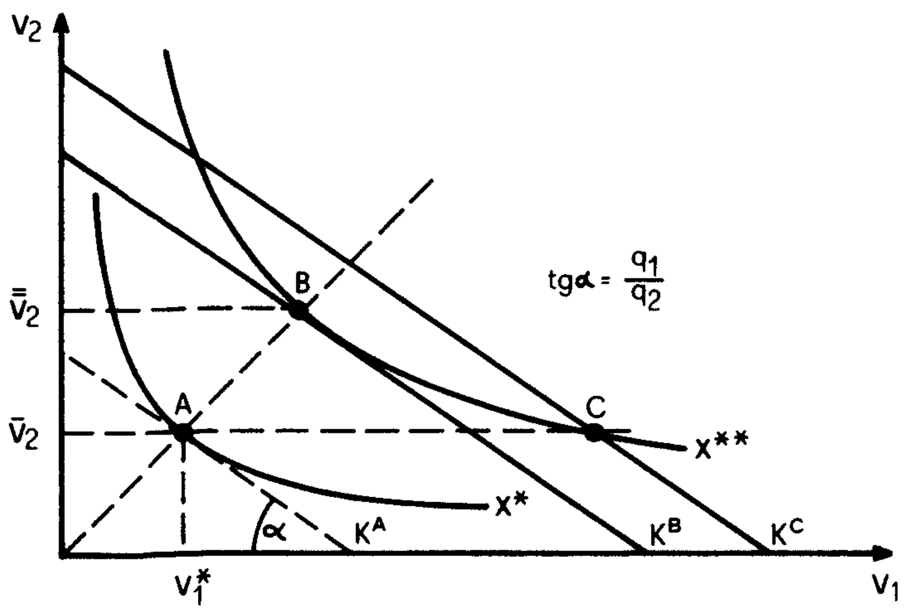



***Abb. 30:** Kurzfristige Faktorvariation*

Variieren wir nun bei gegebenen Faktorpreisen die Ausbringungsmenge x, dann sehen wir, daß die Minimalkostenkombination nur im Punkt A ($v_1 = v_1^*$) für die Ausbringungsmenge x* erfüllt ist. In diesem Punkt haben wir die niedrigsten kurzfristigen Durchschnittskosten. Weder eine kleinere noch eine größere Outputmenge als x* können kurzfristig mit solch niedrigen Durchschnittskosten produziert werden. In Abbildung 31 haben wir die zu dieser Situation gehörige kurzfristige Gesamtkostenfunktion abgetragen. Im Punkt x* hat der Fahrstrahl vom Ursprung aus die geringste Steigung, in diesem Punkt sind die minimalen Durchschnittskosten erreicht.

Plant die Unternehmung eine wesentlich größere Ausbringungsmenge als x*, so entfernt sie sich bei vorgegebenem $\bar{v}_2$ immer mehr vom kostenminimalen Einsatzverhältnis; für x** sind die Kosten in C mit $K^C$ wesentlich höher als in B mit $K^B$; die kurzfristige Kostenfunktion steigt immer steiler an.

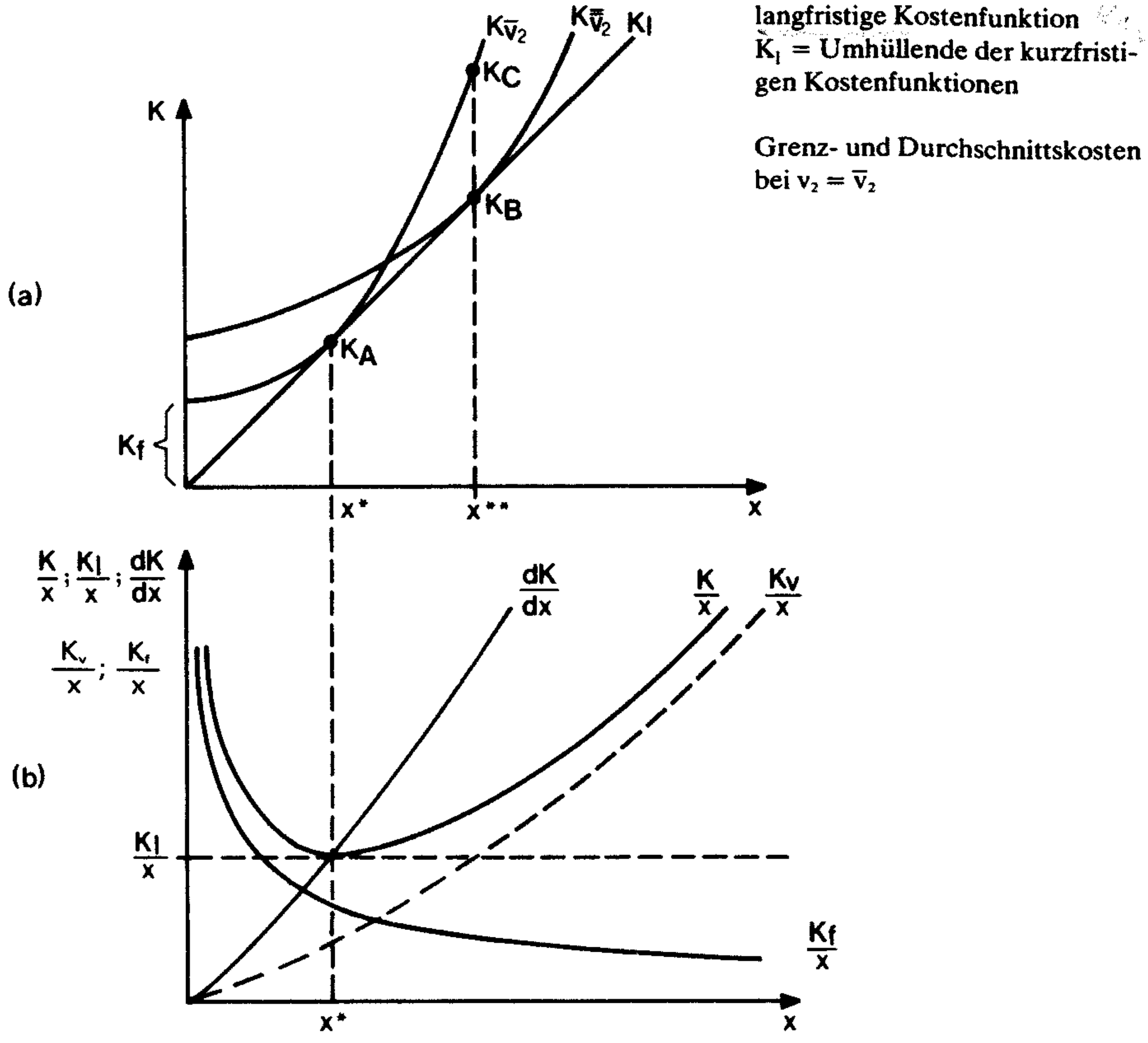



*Abb. 31: Kurzfristige Kostenfunktionen; langfristige Kostenfunktionen*

Hat die Unternehmung zwei oder drei Fabrikhallen gemietet (mit einer Gesamtfläche von $\bar{\bar{v}}_2$; die Mietverträge sind wieder vorläufig nicht kündbar, es sind aber auch keine weiteren Flächen beschaffbar), dann lassen sich größere Ausbringungsmengen als x* unter Umständen kostengünstiger herstellen. Die Ausbringungsmenge x** zum Beispiel kann zu geringeren Durchschnittskosten produziert werden, als wenn nur eine Fabrikhalle zur Verfügung stünde. Die dem Produktionsplan C ($v_2 = \bar{v}_2$) entsprechende Kostensumme ist größer als jene, die beim Produktionsplan B ($v_2 = \bar{\bar{v}}_2$) entsteht. Verfügt die Unternehmung über noch größere Mengen des fixen Faktors als $\bar{\bar{v}}_2$, ergeben sich weitere kurzfristige Kostenfunktionen, für die die Analyse analog verläuft.

Da in kurzfristigen Entscheidungssituationen eine Erhöhung des Outputs nur durch eine Vermehrung der variablen Faktoren möglich ist, sind die **Grenzkosten** in diesem Fall gleich der Veränderung der variablen Kosten

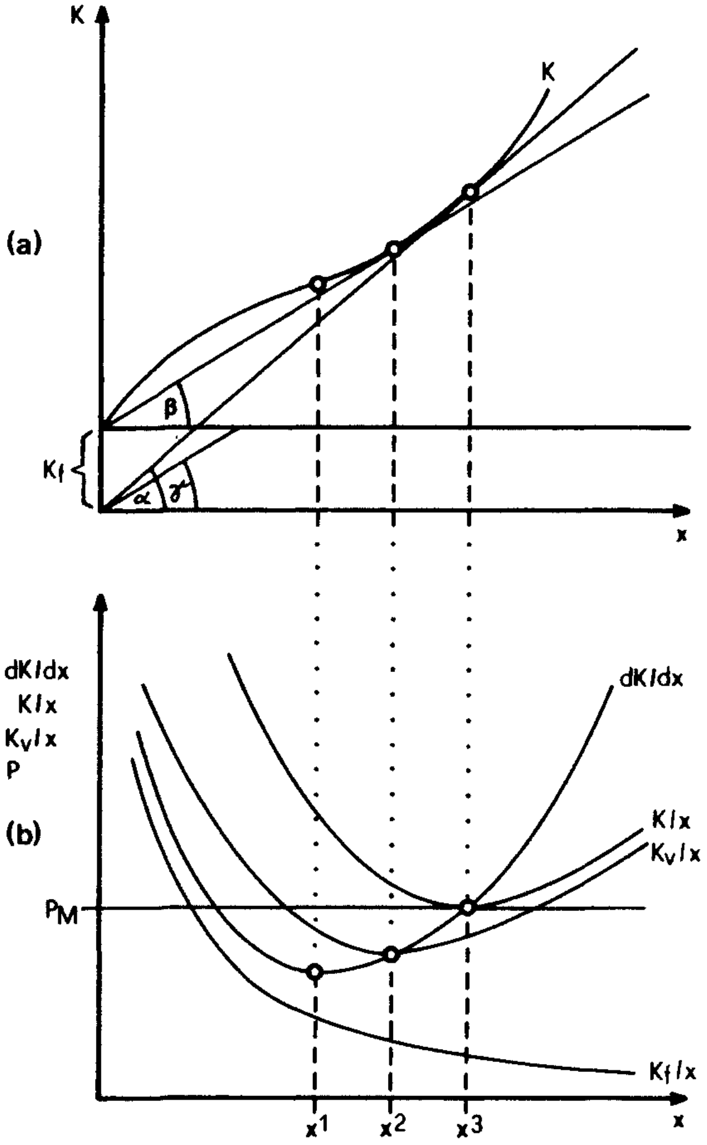
$$\frac{dK}{dx}(x) = \frac{dK_v}{dx}(x).$$

In Abbildung 31b ist die *Grenzkostenfunktion* jener kurzfristigen Entscheidungssituation eingetragen, bei der der fixe Faktor in der Menge $\bar{v}_2$ vorgegeben ist. Sie hat für die unterstellte konkave Technologie einen steigenden Verlauf.

Die **durchschnittlichen** Gesamtkosten

$$\frac{K}{x}(x) = \frac{K_f}{x} + \frac{K_v}{x}(x)$$

hängen für jede Ausbringungsmenge x von den fixen wie den variablen Kosten ab. Sie




| | |
|---|---|
| K | = Gesamtkosten |
| $K_f$ | = fixe Kosten |
| $K_v$ | = variable Kosten |
| K/x | = durchschnittliche Gesamtkosten (tg α) |
| $K_v$/x | = durchschnittliche variable Kosten (tg β) |
| $K_f$/x | = durchschnittliche fixe Kosten (tg γ) |
| dK/dx | = Grenzkosten |

***Abb. 32:** Kostenfunktion mit ertragsgesetzlichem Verlauf*

haben für die gegebene Technologie einen u-förmigen Verlauf. Die *Durchschnittskostenfunktion* hat ihr Minimum dort, wo die Durchschnittskosten gleich den Grenzkosten sind, in unserem Beispiel bei den Mengen x* beziehungsweise x**. Die **durchschnittlichen variablen Kosten** nehmen mit der Ausbringungsmenge zu, allerdings sind sie für jede Ausbringungsmenge geringer als die durchschnittlichen Gesamtkosten.

### 7. Die Kosten bei ertragsgesetzlicher Produktionsfunktion

Ähnlich verläuft die Analyse einer s-förmigen kurzfristigen Kostenfunktion. Diese wie ein umgedrehtes S verlaufende Kostenfunktion entsteht zum Beispiel bei einer Zweifaktortechnologie, bei der ein Faktor in der Menge vorgegeben ist und die partielle Ertragsfunktion des anderen Faktors dem Ertragsgesetz gehorcht. Abbildung 32a zeigt den Verlauf der Gesamtkostenkurve. Abbildung 32b zeigt den Verlauf der gesamten Durchschnittskosten, der variablen Durchschnittskosten und der fixen Durchschnittskosten sowie die Grenzkostenkurve. Wegen des ertragsgesetzlichen Verlaufs der Kostenkurve hat die Grenzkostenkurve bei dieser Technologie einen U-förmigen Verlauf.

Läßt man zu, daß alle Faktoren in jeder beliebigen Menge beschaffbar sind, es also weder Unteilbarkeiten, Lieferfristen oder unkündbare Verträge gibt, dann wird die Unternehmung nur jeweils den langfristig stückkostengünstigsten Produktionsplan in Erwägung ziehen. Die langfristige Kostenfunktion ergibt sich damit als die Umhüllende aller kurzfristigen Kostenfunktionen – vgl. Abbildung 33.

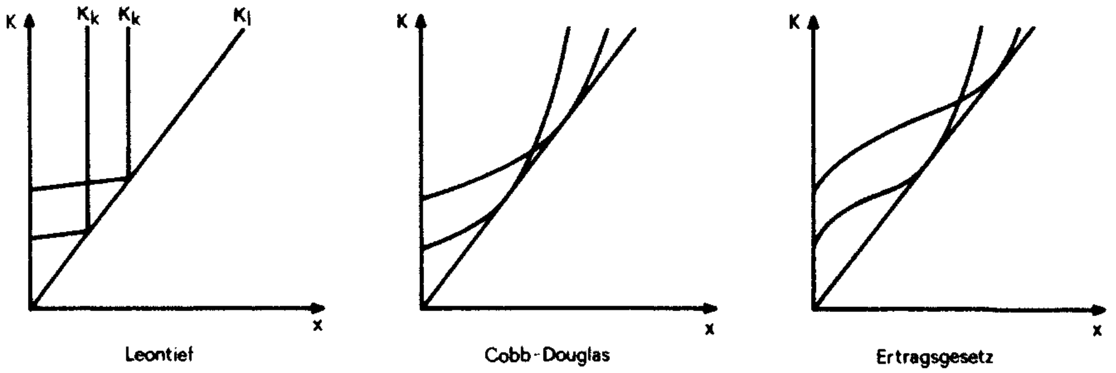



***Abb. 33:** Kurz- und langfristige Kostenfunktionen bei unterschiedlichen, aber linear-homogenen Technologien.*

Die langfristige Kostenfunktion erfaßt für alternative Ausbringungsmengen die jeweils niedrigsten Kosten aller kurzfristigen Kostenfunktionen. Bei diesen Ausbringungsmengen haben die kurzfristigen Durchschnittskostenfunktionen nur dann ihr Minimum, wenn eine linear-homogene Technologie angewendet wird – wie in Abbildung 33 unterstellt. Auf diese Zusammenhänge kommen wir in Abschnitt E 5 zurück.

# E. Der optimale Produktionsplan

In Abschnitt D haben wir die bei der Produktion entstehenden Kosten analysiert und Bedingungen für die kostenminimalen Einsatzverhältnisse der Faktoren abgeleitet. Damit ist bereits ein guter Teil der Aufgabe des Ökonomen, nämlich zu untersuchen, wie ein bestimmter Output mit (kosten-)minimalen Mitteln erzeugt werden kann, gelöst. Kostenminimierung betreibt jede „rational" handelnde Unternehmung unabhängig davon, welche Gewinnziele sie verfolgt.

Für unsere Modellunternehmung unterstellen wir jedoch gewinnmaximierendes Verhalten. Es ist ihr Ziel, die ökonomischen Entscheidungen unter den gegebenen Umständen (Preise, Technologie usw.) so zu treffen, daß jeweils ein maximaler Gewinn erzielt wird. In diesem Abschnitt untersuchen wir die Bedingungen für einen gewinnmaximalen Produktionsplan bei einfacher Produktion, das heißt Ein-Gut-Produktion. Die entsprechenden Bedingungen für Mehrgüterproduktion zeigen wir in Abschnitt F. Wir unterstellen eine konkave Technologie, das heißt sinkende Skalen- und Grenzerträge. Die Analyse erfolgt wieder auf zwei Ebenen, nämlich in allgemeiner Form und für eine Zwei-Faktor-Cobb-Douglas-Technologie.

Man kann den gewinnmaximalen Produktionsplan nach zwei verschiedenen Verfahren ableiten:

(1) Betrachtet man die zu variierende Outputmenge, kommt man zur Outputregel.

(2) Schaut man vor allem auf die relevanten Inputmengen, gelangt man zur Inputregel.

Beide Verfahren führen zum selben Ergebnis bezüglich der Output- und Inputmengen, auch wenn die Bedingungen unterschiedlich formuliert sind.

## 1. Outputregel

### a) Die graphische Bestimmung des optimalen Produktionsplans nach der Outputregel

Die Entscheidungssituation des Unternehmers bei der Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans ist beschrieben durch die Erlös- und die Kostenfunktion. Beide sind formuliert in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge. Der Erlös ist gleich dem Produkt aus Preis mal Ausbringungsmenge. Da der Produktpreis für den Mengenanpasser konstant ist, ist die **Erlösfunktion** eine Gerade durch den Koordinatenursprung. Die Steigerung der Erlösgeraden ist gleich dem Grenzerlös und dieser ist beim Mengenanpasser gleich dem (konstanten) Produktpreis. Die **Kostenfunktion** einer – wie unterstellt – konkaven Technologie weist zunehmende Grenzkosten auf. In Abbildung 34a sind eine Erlös- und eine (langfristige) Kostenkurve eingetragen. Diese Unternehmung macht für alle positiven Ausbringungsmengen, die nicht größer als $x^{**}$ sind, einen Gewinn. Bei der Outputmenge $x^{**}$ sind die Produktionskosten gleich dem Erlös, der Gewinn ist Null. Für alle Ausbringungsmengen, die größer als $x^{**}$ sind, macht die Unternehmung Verluste. Wenn man die Differenz aus Erlös und Kosten, also den Gewinn, in ein eigenes Diagramm einträgt, erhält man die Gewinnkurve, die den Gewinn in Abhängigkeit von der Ausbringungsmenge angibt – vgl. Abbildung 34b.

Diese Gewinnkurve hat dort ihr Maximum, wo die Differenz zwischen Erlös und Kosten am größten ist. Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ist die Menge $x^*$. Bei dieser Menge ist die Steigung der Erlösgeraden (= Produktpreis) gleich der Steigung der Kostenkurve (= Grenzkosten). Als Bedingung für den gewinnmaximalen Produktionsplan nach der Outputregel können wir formulieren: *Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt dort, wo der Produktpreis gleich den Grenzkosten ist.* Bei dieser Menge hat die Gewinnfunktion ihr Maximum; der Grenzgewinn ist Null.

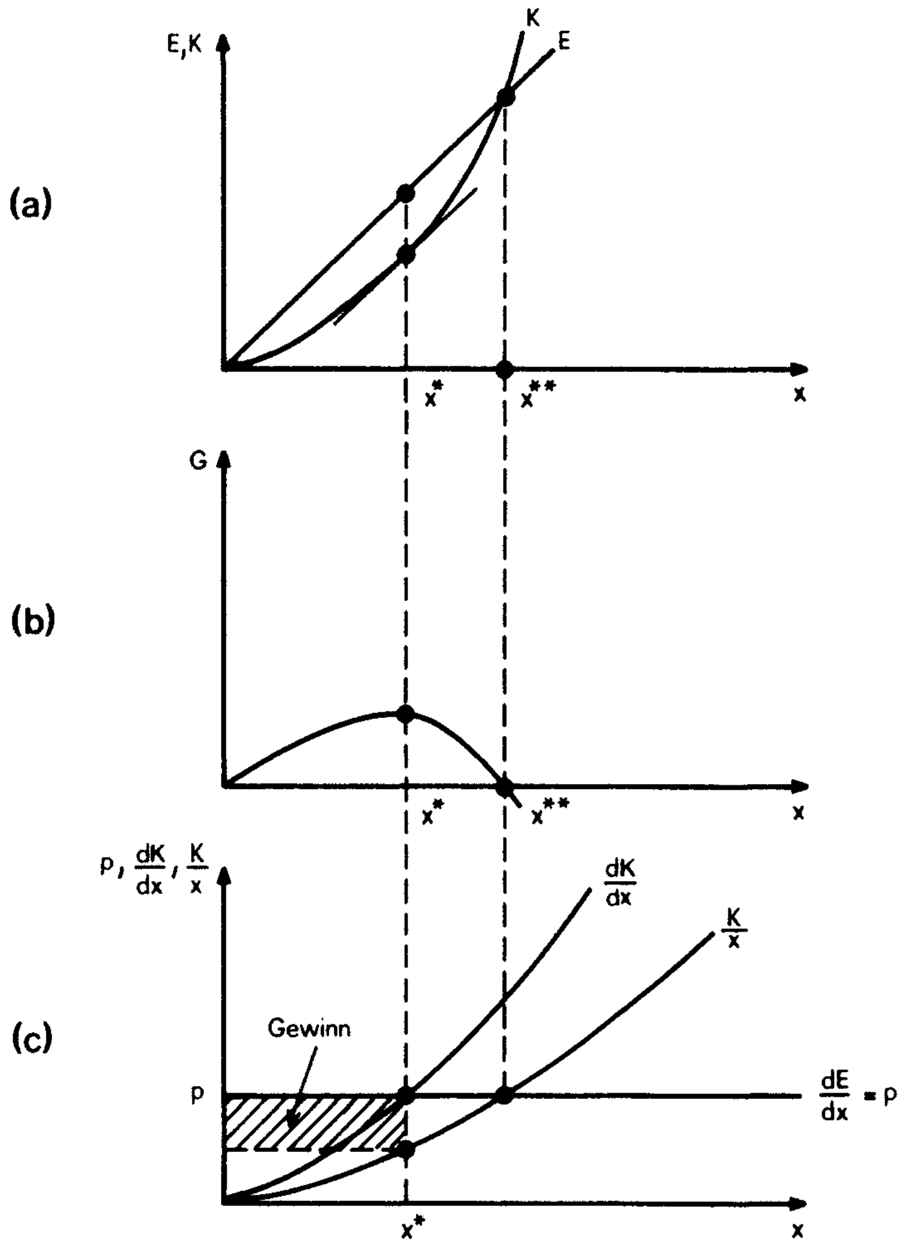



***Abb. 34:** Der gewinnmaximale Produktionsplan des Mengenanpassers*

Abbildung 34c zeigt die Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans anhand der Grenzerlös- und der Grenzkostenkurve. Die Grenzerlöskurve ist beim Mengenanpasser eine Gerade, die in Höhe des Produktpreises p (= dE/dx) waagrecht zur Mengenachse verläuft; man bezeichnet sie daher als **Preisgerade.** Diese Preisgerade und die Grenzkostenkurve schneiden sich bei der gewinnmaximalen Ausbringungsmenge x*. Jede andere Produktmenge als x* ist mit einem geringeren Gewinn verbunden. Produziert der Unternehmer mehr als die gewinnmaximale Menge x* sind die Grenzkosten jeder zusätzlichen Outputeinheit höher als der Produktpreis. Der Gesamtgewinn fällt geringer aus als bei x*. Produziert der Unternehmer weniger als x*, verzichtet er auf den Erlös für jede weniger produzierte Einheit, der höher ist als deren Grenzkosten. Der Gewinn fällt wieder geringer aus als bei der Produktmenge x*.

Die Differenz aus dem Produktpreis und den Durchschnittskosten ist jener Teil des Erlöses pro Stück, den der Unternehmer nicht an die Faktoren zahlen muß, er verbleibt ihm als (Stück-)Gewinn. Das Produkt aus Stückgewinn und Ausbringungsmenge ist gleich dem Gesamtgewinn, in Abbildung 34c dargestellt durch die schraffierte Fläche. Die gewinnmaximalen (und damit auch kostenminimalen) Faktoreinsatzmengen können aus den Bedingungen der Minimalkostenkombination abgeleitet werden, die wir im vorausgehenden Abschnitt kennengelernt haben. Das Isoquantendiagramm (Abbildung 30) zeigt zur Outputmenge x* die kostenminimalen Faktoreinsatzmengen für den Zweifaktorfall.

In einer *kurzfristigen* Entscheidungssituation, wo der Unternehmer einen oder mehrere der Produktionsfaktoren nicht variieren kann, sieht er sich einer Kostenfunktion gegenüber, in die auch fixe Kosten eingehen. In Abbildung 35a sind die Kurven der Erlösfunktion und der kurzfristigen Kostenfunktion eingetragen. Aufgrund der Fixkosten, die nun zu berücksichtigen sind, erreicht der Unternehmer einen Gewinn ab der Ausbringungsmenge $x^0$. Diese Ausbringungsmenge $x^0$, bei der der Unternehmer gleichsam aus der Verlustzone in die Gewinnzone übergeht, nennt man **Gewinnschwelle.** Formal liefert die Bestimmung des optimalen Produktionsplans die-

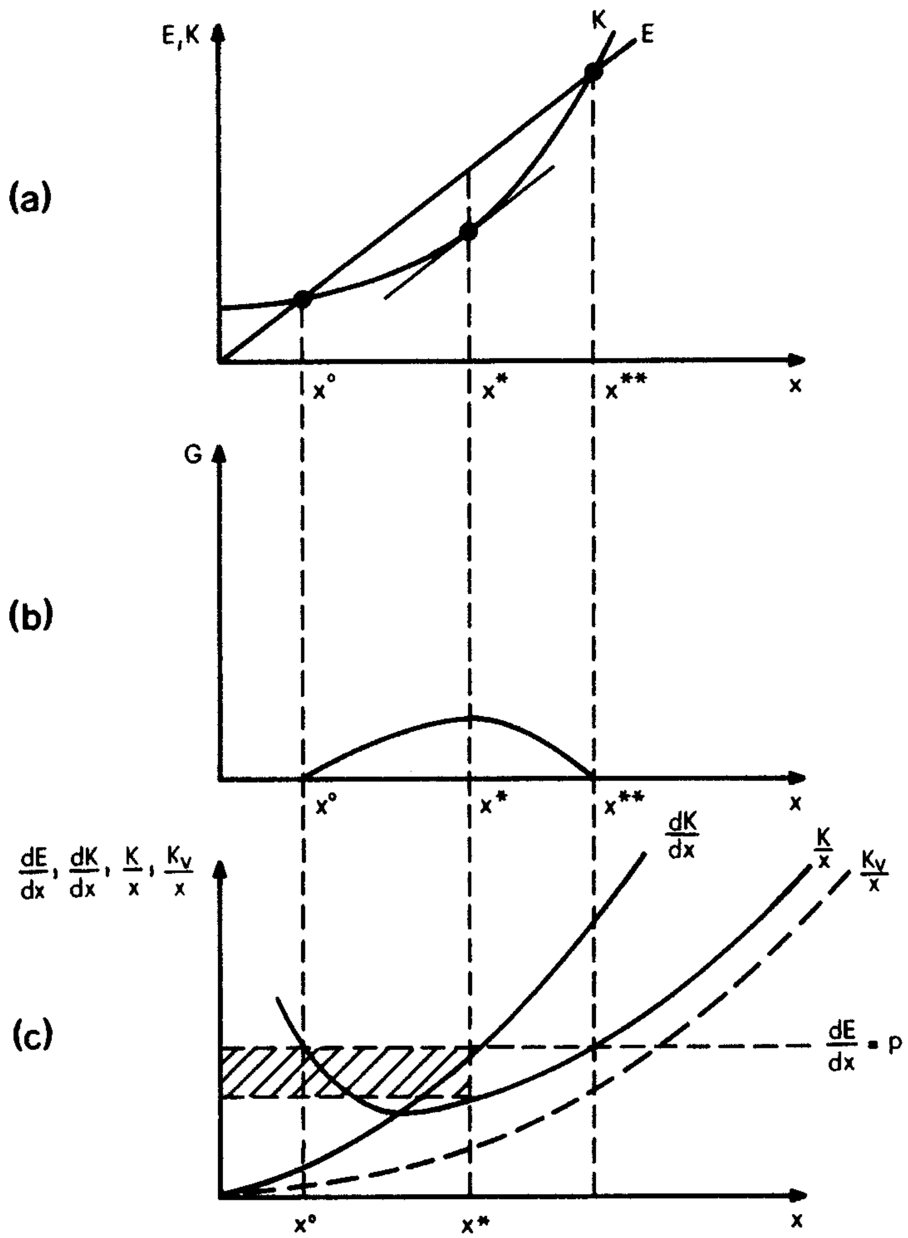



*Abb. 35: Der gewinnmaximale Produktionsplan eines Mengenanpassers, der Fixkosten zu berücksichtigen hat.*

selben Ergebnisse, wie sie in jener Entscheidungssituation abgeleitet wurden, die durch eine langfristige Kostenfunktion gekennzeichnet war: Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt dort vor, wo der Produktpreis gleich den Grenzkosten ist. Dies ist bei der Ausbringungsmenge x* der Fall. Aufgrund der Fixkosten hat die Durchschnittskostenkurve einen u-förmigen Verlauf; die Durchschnittskostenfunktion hat ihr Minimum bei einer positiven Ausbringungsmenge. Ist der vorgegebene Produktpreis p kleiner als das Minimum der Durchschnittskosten, macht der Unternehmer bei *jeder* Produktmenge Verluste. Durch die Anwendung der Outputregel „Preis = Grenzkosten" würde man die verlustminimale Ausbringungsmenge ermitteln.

### b) Die analytische Bestimmung des optimalen Produktionsplans nach der Outputregel

Wir gehen von der Gewinngleichung aus und unterstellen wieder eine *konkave* Technologie.

(1) $G = p \cdot x - K(x)$ $\qquad$ $G = p \cdot x - B \cdot x^{c}$

mit $c \equiv 1/(\alpha + \beta), \quad \alpha + \beta < 1$

und $B \equiv (\alpha + \beta) \cdot A^{-c} \cdot \left(\frac{q_1}{\alpha}\right)^{\alpha \cdot c} \cdot \left(\frac{q_2}{\beta}\right)^{\beta \cdot c}$

Die Kostenfunktion K(x) ist bekannt; wir haben sie im vorausgehenden Abschnitt für unterschiedliche Technologien abgeleitet. Der maximale Gewinn ist dort erreicht, wo **jede weitere** Outputeinheit den Gewinn nicht mehr erhöht, sondern senkt. Die Gewinnfunktion ist nach der Ausbringungsmenge abzuleiten, und die Ableitung ist gleich Null zu setzen. Die zweite Ableitung ist aufgrund der unterstellten konkaven Technologie negativ; dies stellt sicher, daß wir kein Gewinnminimum (Verlustmaximum) ermittelt haben.

(2) $\frac{dG}{dx} = \frac{dE}{dx} - \frac{dK}{dx} = 0$ $\qquad$ $\frac{dG}{dx} = p - c \cdot B \cdot x^{c-1} = 0$

$= p - \frac{dK}{dx} = 0$

$p = \frac{dK}{dx}$ $\qquad$ $p = \left(\frac{q_1}{\alpha}\right)^{\alpha \cdot c} \cdot \left(\frac{q_2}{\beta}\right)^{\beta \cdot c} \cdot A^{-c} \cdot x^{c-1}$

Jene Ausbringungsmenge ist gewinnmaximal, wo jede zusätzliche Einheit genauso viel kostet wie sie auf dem Produktmarkt erlöst. Bedingung für den gewinnmaximalen Produktionsplan ist also nach der **Outputregel: Produktpreis = Grenzkosten.** Für unser einfaches Zwei-Faktor-Produktionsbeispiel, in dem eine Cobb-Douglas-Technologie angewendet wird, können wir die gewinnmaximale Ausbringungsmenge x* als Funktion der **vorgegebenen Größen** analytisch bestimmen

(3) $x^* = f(p, q_1, \ldots, q_m)$ $\qquad$ $x^* = p^{(\alpha+\beta) \cdot d} \cdot \left(\frac{q_1}{\alpha}\right)^{-\alpha \cdot d} \cdot \left(\frac{q_2}{\beta}\right)^{-\beta \cdot d} \cdot A^{d}$

mit $d \equiv 1/(1 - \alpha - \beta)$

Aus der Bestimmung der gewinnmaximalen Ausbringungsmenge leiten wir in Abschnitt G die Angebotsfunktion für das Gut x ab.

Wie Gleichung (3) zeigt, ist die gewinnmaximale Ausbringungsmenge x nur eindeutig bestimmt, wenn – entsprechend unserer Annahme – eine **konkave Technolo-**

**gie** vorliegt, die ja sinkende Skalenerträge (im Cobb-Douglas-Fall: $\alpha + \beta < 1$) aufweist.

Bei **linear-homogener Technologie** ($\alpha + \beta = 1$) erhalten wir eine lineare Kostenfunktion (vgl. Abschnitt D4) mit konstanten Grenzkosten und – falls keine fixen Faktoren eingesetzt werden – konstanten Durchschnittskosten. Eine eindeutige Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans nach der Outputregel ist in dieser Situation nicht möglich. Ist der Produktpreis zufällig gleich den Grenzkosten, dann fallen Erlös- und Kostenkurve zusammen; die Grenzkosten sind gleich den Durchschnittskosten und – wie abgeleitet – gleich dem Preis. Da die Grenzkosten bei jeder beliebigen Ausbringungsmenge gleich dem Produktpreis sind, ist die gewinnmaximale Produktmenge unbestimmt. Ist der Preis größer als die Grenzkosten, dann steigt der Gewinn mit der Ausbringungsmenge. Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ist unendlich groß. Ist der Produktpreis geringer als die Grenzkosten, kann die Unternehmung nur mit Verlusten produzieren.

Bei einer Technologie mit **steigenden Skalenerträgen** ($\alpha + \beta > 1$) erhalten wir nicht-lineare Kostenfunktionen mit sinkenden Grenzkosten. Eine Optimierung nach der Regel „Preis gleich Grenzkosten" führt zu einem Gewinnminimum beziehungsweise einem Verlustmaximum – zum Beispiel bei der Menge $\bar{x}$ in Abbildung 36.

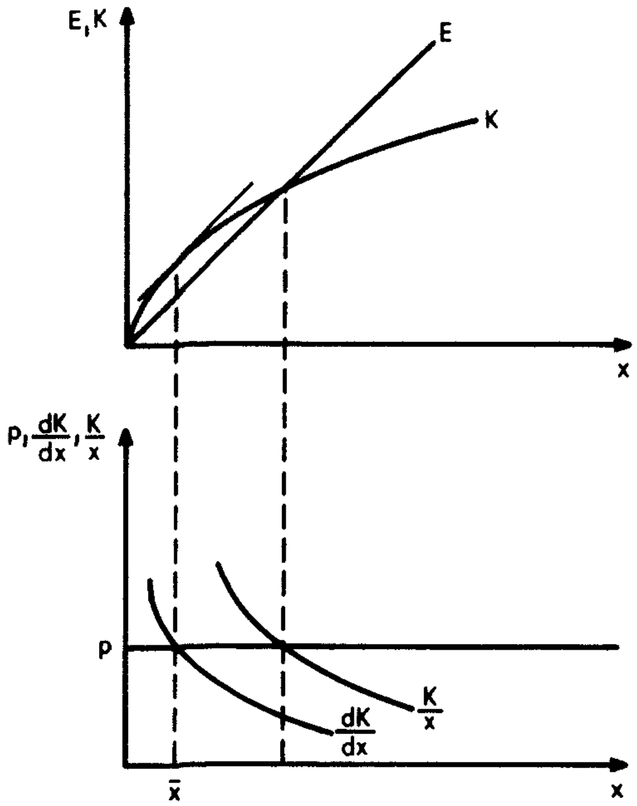



***Abb. 36:*** *Optimaler Produktionsplan bei steigenden Skalenerträgen*

Da durchweg sinkende Grenz- und Durchschnittskosten gegeben sind, wird das Unternehmen in dieser Situation sehr große Ausbringungsmengen planen, falls nicht durch eine Beschränkung der Produktionsfaktoren Kapazitätsgrenzen auftreten.

## 2. Inputregel

### a) Die graphische Bestimmung des optimalen Produktionsplans nach der Inputregel

Bei Anwendung der Outputregel ist die Bestimmung der Kostenfunktion eine Vorstufe zur Ermittlung des gewinnmaximalen Produktionsplans. Dagegen kann man bei Anwendung der Inputregel die gewinnmaximalen Faktoreinsatzmengen und den gewinnmaximalen Output unmittelbar ableiten. Auch hier geht man von der Gewinngleichung aus. Wir beschränken uns vorerst auf die Zweifaktorproduktion. Die Produktionsfunktion, die wir in diesem Abschnitt analysieren, weist – gemäß Annahme – abnehmende Grenz- und Skalenerträge auf. Wie wir aus Abschnitt B wissen, entspricht dieser Produktionsfunktion im Zweifaktorfall ein Ertragsgebirge, das nach allen Richtungen konkav gekrümmt ist. Die Gewinngleichung

$$G = p \cdot x - q_1 \cdot v_1 - q_2 \cdot v_2$$

wird im dreidimensionalen $(v_1, v_2, x)$-Raum durch eine Ebene dargestellt, deren Gleichung

$$x = \frac{G}{p} + \frac{q_1}{p} \cdot v_1 + \frac{q_2}{p} \cdot v_2$$

den Faktormengen $v_1, v_2$ die zum vorgegebenen (konstanten) Gewinn notwendige Outputmenge x zuordnet. Da bei dieser Betrachtung der Gewinn konstant bleibt, nennt man sie **Isogewinnebene.**

$q_1/p$ gibt den Anstieg dieser Ebene entlang der $v_1$-Achse und $q_2/p$ entlang der $v_2$-Achse an. $G/p$ ist der *Realgewinn* und kann auf der x-Achse abgelesen werden. Die graphische Bestimmung des optimalen Produktionsplans besteht darin, die Gewinnebene mit der durch die beiden Steigungen angegebenen Neigung auf das Ertragsgebirge zu legen. Da das Ertragsgebirge nach allen Richtungen hin konkav gekrümmt ist, kann es zwischen Ertragsgebirge und Gewinnebene nur **einen** Berührungspunkt geben. Die $(v_1, v_2, x)$-Koordinaten dieses Berührungspunktes entsprechen den gewinnmaximalen Faktoreinsatzmengen $(v_1^*, v_2^*)$ und der gewinnmaximalen Outputmenge $x^*$. Der mit dem Produktionsplan $(x^*, v_1^*, v_2^*)$ verbundene Gewinn $G^*$ ist maximal: Würde man die Gewinnebene weiter nach oben verschieben, läge auf ihr kein realisierbarer Produktionsplan mehr. Würde man die Gewinnebene weiter nach unten verschieben, würde man auf möglichen Gewinn verzichten.

Die im Punkt $(v_1^*, v_2^*, x^*)$ geltenden Beziehungen lassen sich graphisch weiter verdeutlichen. Machen wir durch das Ertragsgebirge und die Gewinnebene einen *vertikalen Schnitt* bei der Faktormenge $v_2^*$, dann erhalten wir eine partielle Ertragsfunktion für den Faktor 1

$$x = f(v_1, v_2 = v_2^*)$$

und eine Isogewinngerade

$$x = \frac{G^*}{p} + \frac{q_1}{p} \cdot v_1 + \frac{q_2}{p} \cdot v_2^*,$$

die sich im Punkte $(v_1^*, x^*)$ tangieren – vgl. Abbildung 37.

In diesem Tangentialpunkt ist die Steigung der Isogewinngeraden $q_1/p$ gleich der Steigung der partiellen Ertragsfunktion des Faktors 1, also

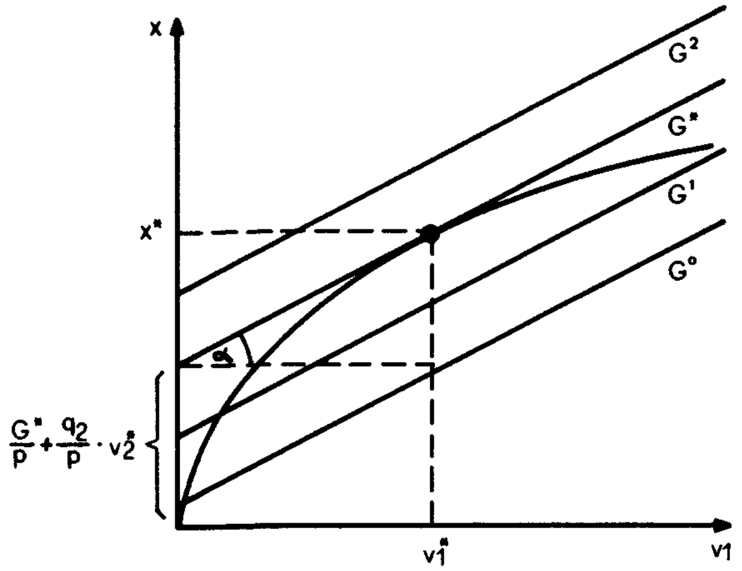



*Abb. 37: Gewinnmaximaler Produktionsplan*

$$\frac{q_1}{p} = \frac{\partial x}{\partial v_1} \qquad \text{oder} \qquad q_1 = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1}.$$

$\frac{\partial x}{\partial v_1}$ ist die Grenzproduktivität des Faktors 1 bei $v_2 = v_2^*$; sie ist gleich jener Menge Output, die unter sonst gleichen Bedingungen durch den Einsatz einer zusätzlichen Einheit des Faktors 1 produziert werden kann. Bewertet mit dem Produktpreis ist sie eine **Wertgröße** und heißt **Wertgrenzprodukt** des Faktors 1. Das Wertgrenzprodukt $p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1}$ ist jener Betrag, den der Unternehmer beim Verkauf der zusätzlichen Menge Output erlösen kann. Es ist gleichzeitig jener Betrag, den der Unternehmer maximal für die zusätzliche Einheit des Faktors 1 zu zahlen bereit wäre. Im Gewinnmaximum ist dieser Betrag gleich dem (vorgegebenen) Marktpreis des Faktors 1. Es handelt sich also um eine Zahlung an oder für den Faktor 1. Man sagt daher auch, im Gewinnmaximum würden die Faktoren nach ihrem Wertgrenzprodukt **entlohnt.** Da wir für den Faktor 2 dieselbe Aussage ableiten können, formulieren wir die Bedingung für das Gewinnmaximum nach der Inputregel gleich allgemein: **Im Gewinnmaximum wird von jedem Faktor so viel eingesetzt, daß sein Wertgrenzprodukt gleich dem Faktorpreis ist.**

Diese Bedingung ist zwar notwendig, aber nicht hinreichend zur Charakterisierung des gewinnmaximalen Produktionsplans. Der Berührungspunkt zwischen Isogewinnebene und Ertragsgebirge ist notwendigerweise ein Punkt **auf** dem Ertragsgebirge. Da das Ertragsgebirge der geometrische Ort aller technisch effizienten Produktionspläne ist, muß als weitere Bedingung *technische Effizienz* gewährleistet sein. Die Gleichheit von Faktorpreis und Wertgrenzprodukt und die Gewährleistung technischer Effizienz definieren einen gewinnmaximalen Produktionsplan nach der Inputregel.

### b) Die analytische Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans nach der Inputregel

Auch hier geht man von der Gewinngleichung aus:

$$(4) \qquad G = p \cdot x - \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i.$$

Sie ist unter der Nebenbedingung technisch effizienter Produktion $x = f(v_1, \ldots, v_m)$ zu maximieren. Wir formulieren den Lagrangeansatz

$$(5) \quad L = p \cdot x - \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i - \lambda \cdot [x - f(v_1, \ldots, v_m)] \quad L = p \cdot x - \sum_{i=1}^{2} q_i \cdot v_i - \lambda(x - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta})$$

Man leitet nach der Ausbringungsmenge, den Einsatzmengen aller Faktoren ($v_1, \ldots, v_m$) und dem Lagrangemultiplikator $\lambda$ ab und setzt die Ableitungen gleich Null.

(6)
$$\frac{\partial L}{\partial x} = p - \lambda = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial x} = p - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_1} = -q_1 + \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1} = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial v_1} = -q_1 + \lambda \cdot \alpha \cdot A \cdot v_1^{\alpha-1} \cdot v_2^{\beta} = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_m} = -q_m + \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_m} = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial v_2} = -q_2 + \lambda \cdot \beta \cdot A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta-1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -[x - f(v_1, \ldots, v_m)] = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(x - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta}) = 0$$

Wir erhalten ein Gleichungssystem mit $m + 2$ voneinander unabhängigen Gleichungen für $m + 2$ Unbekannte ($v_1, \ldots, v_m, x, \lambda$). In unserem Produktionsbeispiel mit ($m =$) 2 Faktoren ergeben sich vier Gleichungen für vier Unbekannte.

Wie wir aus den Überlegungen zur Minimalkostenkombination (Abschnitt D4b) wissen, ist der Lagrangemultiplikator $\lambda$ gleich dem **Schattenpreis** einer zusätzlichen Outputeinheit. Beim Problem der Kostenminimierung ist der Lagrangemultiplikator gleich den Kosten einer zusätzlichen (infinitesimalen) Outputeinheit. Hier beim Problem der Gewinnmaximierung ist in $\lambda$ gleich dem Erlöszuwachs, den eine zusätzliche (infinitesimale) Outputeinheit erbringen würde. Wie die Analyse der Gewinnmaximierungsbedingungen zeigt (erste Gleichung in (6)), ist $\lambda$ im Gewinnmaximum gleich dem Produktpreis; Schattenpreis und Marktpreis sind in *diesem* Fall gleich. Da im Gewinnmaximum – gemäß Outputregel – der Produktpreis p gleich den Grenzkosten ist, ist auch $\lambda$ gleich den (totalen) Grenzkosten dK/dx. Im Gewinnmaximum ist der Lagrangemultiplikator aber auch gleich den partiellen Grenzkosten, wie wir aus den Gleichungen (6) sehen können: $\lambda = q_i \cdot \partial v_i / \partial x$. Im folgenden Abschnitt über den Zusammenhang von Input- und Outputregel wird gezeigt, daß im Gewinnmaximum partielle und totale Grenzkosten gleich sind, *wenn* alle Faktoren in kostenminimalen Mengenrelationen eingesetzt werden.

Plant der Unternehmer – annahmegemäß – im steigenden Bereich der Grenzkostenfunktion, so ist es für ihn nicht sinnvoll, mehr oder weniger als die gewinnmaximale Menge x* zu produzieren. Da der Lagrangemultiplikator $\lambda$ in der Lösung des Optimierungsproblems gleich dem Produktpreis gesetzt wird, erhält der Unternehmer für jede „zu viel" produzierte Einheit auf dem fiktiven (wie auf dem realen) Markt nur einen Preis in der Höhe von p, während seine (Grenz-)Kosten höher sind als p. Für jede „zu wenig" produzierte Outputeinheit, die der Unternehmer zukauft, zahlt er den Preis p, während seine (Grenz-)Kosten geringer wären als p.

Wir sehen unmittelbar, welche Bedingungen im Gewinnmaximum bezüglich der m Faktoren erfüllt sein müssen. Ersetzen wir den Lagrangemultiplikator $\lambda$ durch den Produktpreis, dann erhalten wir als Bedingungen für das Gewinnmaximum:

(7)
$$q_1 = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1} \qquad\qquad q_1 = p \cdot \alpha \cdot A \cdot v_1^{\alpha-1} \cdot v_2^{\beta}$$

$$\vdots$$

$$q_m = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_m} \qquad\qquad q_2 = p \cdot \beta \cdot A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta-1}$$

Wir erhalten dasselbe Ergebnis wie bei der Analyse der Graphiken: **Ein technisch effizienter Produktionsplan ist dann gewinnmaximal, wenn von jedem Faktor so viel eingesetzt wird, daß dessen Wertgrenzprodukt gleich dem Faktorpreis ist.**

Die gewinnmaximalen Mengen ($v_1^*, \ldots, v_m^*$) sind für den zu erstellenden Output $x^*$ zugleich die kostenminimalen Mengen. Aus den Gleichungen (7) ergibt sich für jedes beliebige Faktorpaar

$$(8) \qquad \frac{q_i}{q_j} = \frac{\partial x/\partial v_i}{\partial x/\partial v_j} \quad i, j = 1, \ldots, m; \qquad\qquad \frac{q_1}{q_2} = \frac{\alpha \cdot v_2}{\beta \cdot v_1}$$

Obige Gleichung zeigt, daß die Bedingung der Minimalkostenkombination für jedes Paar von Faktoren erfüllt ist. Damit deutet sich bereits an, daß Input- und Outputregel zum selben Ergebnis, nämlich zur selben gewinnmaximalen Ausbringungsmenge $x^*$, führen.

Die optimalen Einsatzmengen ($v_1^*, \ldots, v_m^*$) erhalten wir, wenn wir Gleichungssystem (7) für die einzelnen Faktormengen lösen. Ähnlich wie bei der Outputregel lassen sich für unser Zwei-Faktor-Produktionsbeispiel die gewinnmaximalen Einsatzmengen der beiden Faktoren analytisch bestimmen. Wir eliminieren die Größe $v_2$ in der ersten Gleichung des Systems (7), indem wir entweder die zweite Gleichung – was gleichbedeutend ist – oder die Minimalkostenkombination (8) zu Hilfe nehmen. Als Ergebnis erhalten wir für den allgemeinen Fall und für unser Beispiel

$$(9) \qquad v_i^* = f_i(p, q_1, \ldots, q_m) \qquad\qquad v_1^* = A^c \cdot p^c \cdot \left(\frac{\alpha}{q_1}\right)^{c-d} \cdot \left(\frac{\beta}{q_2}\right)^d$$

$$\text{mit } c \equiv 1/(1-\alpha-\beta)$$

$$\text{und } d \equiv \beta/(1-\alpha-\beta)$$

Die gewinnmaximale Einsatzmenge $v_i^*$ ist nur noch von vorgegebenen Größen abhängig, nämlich den Preisen $p, q_1, \ldots, q_m$ und der Technologie. Die optimalen Faktoreinsatzmengen $v_i^*$ sind nur bei konkaver Technologie, also $\alpha + \beta < 1$, definiert. Die Konsequenzen alternativer Technologien sind im Zusammenhang mit der Outputregel (sinngemäß) bereits erläutert worden.

Eine gleichmäßige Veränderung aller Preise läßt die gewinnmaximale Einsatzmenge unverändert. Diese Aussage gilt nicht nur bei konkaver Cobb-Douglas-Technologie. Sie gilt immer dann, wenn die Faktoren nach dem Wertgrenzprodukt entlohnt werden. Eine ausführliche Diskussion der Wirkungen von Preisänderung werden wir im Abschnitt über das Verhalten der Unternehmung auf dem Markt vornehmen. Vorher wollen wir uns aber noch überlegen, wie sich Input- und Outputregel ineinander überführen lassen.

## 3. Der Zusammenhang von Input- und Outputregel

Wie wir wissen, kann eine zusätzliche Menge Output sowohl durch den vermehrten Einsatz nur eines Faktors (partielle Faktorvariation) wie auch aller Faktoren (totale Faktorvariation) erzeugt werden. Partielle Faktorvariation führt bei substitutionaler Technologie immer zu einer Veränderung der Outputmenge, bei limitationaler Technologie nur dann, wenn der Engpaßfaktor variiert wird. In der kurzen Frist ist nur partielle Faktorvariation möglich (kurzfristige Kostenfunktion), langfristig ist eher eine Variation aller Faktoren denkbar (langfristige Kostenfunktion). Ob wir nun den optimalen Produktionsplan für die kurze oder für die lange Frist ableiten, in beiden Fällen führen Input- wie Outputregel zum selben Ergebnis.

– kurzfristige Optimierung

Sei der Faktor i als einziger in variablen Mengen beschaffbar, dann gilt nach der Inputregel im Gewinnmaximum

$$q_i = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i}.$$

Eine elementare Umformung ergibt

$$p = q_i \cdot \frac{\partial v_i}{\partial x}.$$

Der Kehrwert der Grenzproduktivität dieses Faktors, $\partial v_i/\partial x$, ist der Grenzverbrauch des Faktors i bei der Produktion einer zusätzlichen Menge Output. Somit stehen wegen der Multiplikation mit $q_i$ auf der rechten Seite der obigen Gleichung die **Grenzkosten** der zusätzlichen Ausbringungsmenge, abgeleitet aus einer kurzfristigen Kostenfunktion. Diese Formulierung ist nichts anderes als die Bedingung für das Gewinnmaximum nach der Outputregel. Wir haben so die Input- und die Outputregel wechselseitig überführt. Wie wir wissen, sind bei kurzfristiger Optimierung die Bedingungen für die Minimalkostenkombination für die Faktoren i und j (mit $i \neq j$) in der Regel nicht erfüllt.

– langfristige Optimierung

Bei totaler Faktorvariation gilt nach der Outputregel im Gewinnmaximum, daß der Produktpreis gleich den (totalen) Grenzkosten ist. Die totalen Grenzkosten sind aus der *langfristigen Kostenfunktion* abgeleitet, wo für jede Outputmenge die Bedingungen der Minimalkostenkombination für alle Faktorpaare erfüllt sind. Wie wir aus dem Abschnitt über die Kosten wissen, ist die langfristige Kostenfunktion die Umhüllende aller kurzfristigen Kostenfunktionen; jeder Punkt einer langfristigen Kostenfunktion ist ein Tangentialpunkt mit einer kurzfristigen Kostenfunktion. Das bedeutet, daß in diesem Tangentialpunkt die Grenzkosten gleich sind, ob man nun partielle oder totale Faktorvariation unterstellt. Dies vorausgesetzt, liefern Output- und Inputregel dasselbe Ergebnis, – sowohl bei partieller wie bei totaler Faktorvariation.

Wir gehen aus von der Kostengleichung und einer ganz allgemein formulierten Produktionsfunktion

$$(11) \quad K = \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i \qquad (12) \quad x = f(v_1, \ldots, v_m).$$

Es interessiert der Einfluß einer Veränderung aller Faktoren auf die Kosten und die Ausbringungsmenge; wir wenden daher auf (11) und (12) das totale Differential an.

$$(13) \quad dK = q_1 \cdot dv_1 + \cdots + q_m \cdot dv_m \qquad (14) \quad dx = \frac{\partial x}{\partial v_1} \cdot dv_1 + \cdots + \frac{\partial x}{\partial v_m} \cdot dv_m$$

Klammern wir auf der rechten Seite von Gleichung (13) den Preis des ersten Faktors beziehungsweise von Gleichung (14) die Grenzproduktivität des ersten Faktors aus, dann ergibt sich

$$(15) \quad dK = q_1 \cdot \left(dv_1 + \frac{q_2}{q_1} \cdot dv_2 + \cdots + \frac{q_m}{q_1} \cdot dv_m\right)$$

$$(16) \quad dx = \frac{\partial x}{\partial v_1} \cdot \left(dv_1 + \frac{\partial x/\partial v_2}{\partial x/\partial v_1} \cdot dv_2 + \cdots + \frac{\partial x/\partial v_m}{\partial x/\partial v_1} \cdot dv_m\right).$$

Liegt **totale Faktorvariation** vor, dann können – da die Bedingungen der Minimalkostenkombination gegeben sind – in Gleichung (16) die Grenzproduktivitätsverhältnisse durch die Faktorpreisverhältnisse ersetzt werden; es gilt ja

$$\frac{\partial x/\partial v_i}{\partial x/\partial v_j} = \frac{q_i}{q_j}.$$

Also sind die Werte in den Klammern der Gleichungen (15) und (16) gleich. Als Grenzkosten bei totaler Faktorvariation erhält man

$$(17)\quad \frac{dK}{dx} = \frac{q_1}{\partial x/\partial v_1}.$$

Bilden wir nun die Grenzkosten bei **partieller** Faktorvariation, zum Beispiel Variation des Faktors 1, und Konstanz aller übrigen Faktoren $dv_2 = \cdots = dv_m = 0$, so ergibt sich

$$(18)\quad \frac{dK}{dx} = \frac{q_1}{\partial x/\partial v_1}.$$

Die Gleichungen (17) und (18) sind offensichtlich identisch. Die Grenzkosten sind nach der Outputregel gleich dem Produktpreis p, so daß wir (17) und (18) auch schreiben können als

$$(19)\quad \frac{dK}{dx} = p = \frac{q_1}{\partial x/\partial v_1}.$$

Die erste Identität ergibt sich aus der Outputregel, die zweite aus der Inputregel. Input- und Outputregel führen also zum selben Ergebnis, nämlich zur selben gewinnmaximalen Ausbringungsmenge x*.

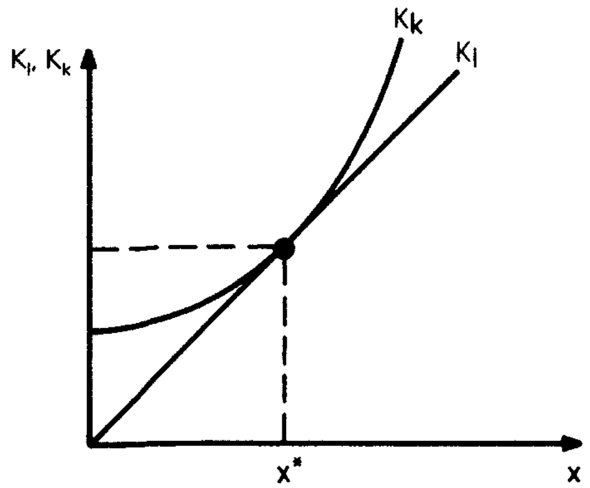



***Abb. 38:** Identität der Ergebnisse bei Anwendung der Input- und der Outputregel.*

Abbildung 38 zeigt eine kurzfristige Kostenfunktion $K_k$, die auf partielle Faktorvariation zurückgeht, und eine langfristige Kostenfunktion $K_l$, die von totaler Faktorvariation herrührt. Ihre Steigungen sind im Punkte x* gleich, wo in beiden Fällen die Bedingungen der Minimalkostenkombination erfüllt sind.

Die Identität der Grenzkosten bei partieller und totaler Faktorvariation gilt natürlich nur bei infinitesimalen Änderungen aller Größen. Bei diskreten Veränderungen sind die Grenzkosten, die durch eine partielle Faktorvariation entstehen, natürlich größer als jene, die durch eine totale Faktorvariation verursacht werden.

## 4. Das Wertgrenzprodukt als Entlohnungsregel

Bei Anwendung der Inputregel haben wir für den gewinnmaximalen Produktionsplan die Bedingung „Faktorpreis gleich Wertgrenzprodukt" (vgl. die Gleichungen (7) in diesem Abschnitt) abgeleitet. Danach gilt für jeden Faktor i

$$q_i = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} \qquad q_1 = \alpha \cdot p \cdot A \cdot v_1^{\alpha-1} \cdot v_2^{\beta} = \alpha \cdot p \cdot \frac{x}{v_1}$$

$$q_2 = \beta \cdot p \cdot A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta-1} = \beta \cdot p \cdot \frac{x}{v_2}$$

Im Gewinnmaximum werden die Faktoren nach ihren Wertgrenzprodukten entlohnt.

Gemäß dieser Entlohnungsregel und der eingesetzten Faktormenge hat das Unternehmen **Zahlungen an die Faktoren** zu leisten. Unter der Annahme, daß die Unternehmung nach dem Wertgrenzprodukt entlohnt, kann man zeigen, daß bei homogenen Produktionsfunktionen die **Anteile** der einzelnen Faktoren an den gesamten Faktorzahlungen bei Variation der gewinnmaximalen Ausbringungsmenge **konstant** bleiben. Den Zahlbetrag für den einzelnen Faktor erhalten wir, wenn wir obige Gleichungen mit den eingesetzten Faktormengen multiplizieren

$$q_i \cdot v_i = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} \cdot v_i \qquad q_1 \cdot v_1 = \alpha \cdot p \cdot x$$

$$q_2 \cdot v_2 = \beta \cdot p \cdot x$$

Wenn wir die rechte Seite der allgemeinen Formulierung mit x erweitern, können wir den Begriff der Produktionselastizität verwenden und kommen auch in der allgemeinen Formulierung zum selben Ergebnis wie beim Cobb-Douglas-Beispiel. Wegen

$$\eta_{x,v_i} = \frac{\partial x \cdot v_i}{\partial v_i \cdot x}$$

können wir nun die Zahlung an den Faktor i ausdrücken als Funktion der – annahmegemäß – konstanten Produktionselastizität dieses Faktors und der Gesamterlöse des Unternehmens bei der Produktion der Outputmenge x.

$$q_i \cdot v_i = \eta_{x,v_i} \cdot p \cdot x$$

Bei Entlohnung nach dem Wertgrenzprodukt bleibt der Anteil der Zahlungen an den Faktor i am Gesamterlös konstant und ist gleich seiner Produktionselastizität, wenn die gewinnmaximale Ausbringungsmenge variiert. Daraus folgt unmittelbar, daß die Zahlungen an die einzelnen Faktoren immer in den gleichen Proportionen zueinander erfolgen:

$$\frac{q_i \cdot v_i}{q_j \cdot v_j} = \frac{\eta_{x,v_i}}{\eta_{x,v_j}} \qquad \frac{q_1 \cdot v_1}{q_2 \cdot v_2} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Bilden wir die Gesamtsumme aller Faktorzahlungen und verwenden wir $p \cdot x = E$, dann ergibt sich

$$\sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i = \sum_{i=1}^{m} \eta_{x,v_i} \cdot E \qquad \sum_{i=1}^{2} q_i \cdot v_i = (\alpha + \beta) \cdot E$$

Wir haben nach Typen von Technologien zu unterscheiden.

Bei **linear-homogener Technologie**, also $\sum_{i=1}^{m} \eta_{x,v_i} = 1$, werden die gesamten Erlöse entsprechend den Produktionselastizitäten auf die einzelnen Faktoren verteilt und fließen diesen als Einkommen zu. Es entsteht kein Gewinn. Die Produktionselastizitäten geben die Einkommensanteile an.

Bei **konkaver Technologie,** also $\sum_{i=1}^{m} \eta_{x,v_i} < 1$, fließt den Faktoren auf diese Weise nur ein Teil der Erlöse als Einkommen zu. Es entsteht Gewinn, der in den Totalmodellen jedoch wieder den Haushalten aufgrund eines exogen vorgegebenen Schlüssels zugeteilt wird.

Bei einer Technologie **mit steigenden Skalenerträgen,** also $\sum_{i=1}^{m} \eta_{x,v_i} > 1$, können die Faktoren nicht nach den Wertgrenzprodukten entlohnt werden, da sonst mehr als die Erlöse verteilt würde. Die Marktform der vollkommenen Konkurrenz kann sich auf Dauer nicht halten.

## 5. Bestimmung der optimalen Betriebsgröße

Sind selbst bei langfristiger Betrachtung nicht alle Faktoren beliebig variabel, dann erhalten wir auch in dieser Situation eine Kostenfunktion, die sich aus fixen und variablen Kosten zusammensetzt und bei sinkenden Skalenerträgen (zumindest) der variablen Faktoren durchweg steigende Zuwächse aufweist. Die Durchschnittskostenkurve weist eine U-förmige Gestalt auf (vgl. Abb. 39a). Das sich im Minimum der durchschnittlichen Kosten ergebende Outputniveau bezeichnet man als **optimale Betriebsgröße.** Hier haben sich alle Faktoreinsatzmengen (Kapazitäten) so angepaßt, daß sie langfristig die geringsten Durchschnittskosten verursachen, d.h. bei gegebenem Produktpreis der höchste Gewinn entsteht.

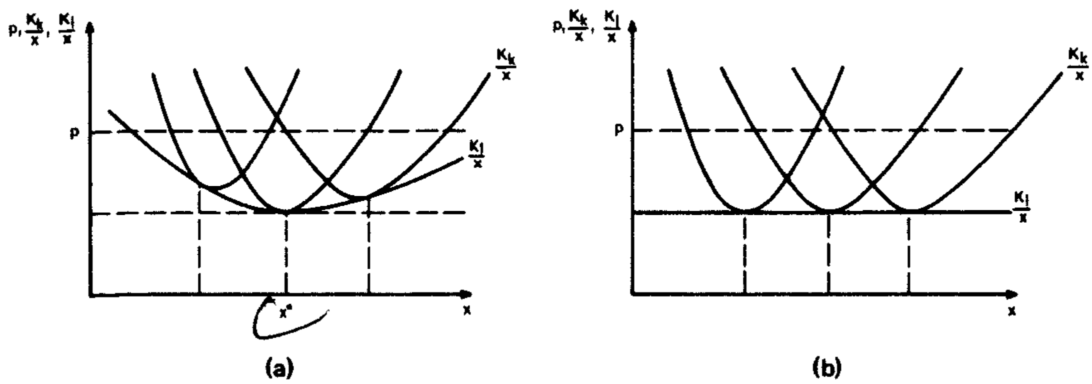



*Abb. 39: Lang- und kurzfristige Durchschnittskosten*

Sind langfristig tatsächlich alle Faktoren variabel, dann erhalten wir bei linear-homogener Produktionsfunktion eine lineare Kostenfunktion. Die langfristigen Durchschnittskosten sind konstant – vgl. Abb. 39b. Die optimale Betriebsgröße ist unbestimmt. Bei überlinear-homogener Produktionsfunktion, die bei gegebenen Faktorpreisen eine Kostenfunktion mit durchweg abnehmenden Zuwächsen zur Folge hat, ist die optimale Betriebsgröße ebenfalls unbestimmt; das Minimum der Durchschnittskosten wird erst bei unendlich großem Output erreicht.

In der durch die Abbildungen 39a und b dargestellten Situation entstehen Gewinne, die langfristig weitere Anbieter auf den Plan rufen. Geht man davon aus, daß der einzelne Anbieter mit einer Mengenvariation zwar – annahmegemäß – keinen Einfluß auf den Marktpreis hat, die Gesamtheit der Anbieter aber doch, dann wird bei einer starken Vermehrung der Zahl der Produzenten der Produktpreis sinken – im Extremfall bis zum Minimum der langfristigen Durchschnittskosten; die Gewinne werden verschwinden.

# F. Optimaler Produktionsplan bei Mehrgüterproduktion

Im vorausgegangenen Abschnitt haben wir optimale Produktionspläne für Einproduktunternehmungen abgeleitet. Im folgenden wollen wir dies für die **Mehrproduktunternehmung** tun. Auch sie ist Mengenanpasser, das heißt, Faktor- und Produktpreise sind für sie gegeben, und sie verfolgt das Ziel der Gewinnmaximierung.

Im Gegensatz zur Analyse des optimalen Produktionsplans der Einproduktunternehmung unterstellen wir für die Mehrproduktunternehmung,
- daß sie mit beschränkten Faktorbeständen $(\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_m)$ auskommen muß **und**
- daß sie diese Faktorbestände **voll** in der Produktion einsetzt.

Wir ermitteln die Bedingungen für den optimalen Produktionsplan bei **konkurrierender Produktion.**

Als Beispiel betrachten wir eine Unternehmung, die eine Produktionsanlage (Gebäude, Maschinen) installiert und Arbeitsverträge für eine Produktionsperiode abgeschlossen hat. Dieser Produktionsapparat eigne sich zur Herstellung von zwei Gütern. Ein derartiger Ansatz kann auch als Beispiel für ein Zweisektorenmodell einer Volkswirtschaft verstanden werden, die über einen Vorrat an beschränkten Ressourcen (Arbeit, Kapital) verfügt. In den beiden Sektoren werden mit den vorhandenen Ressourcen zum Beispiel Konsum- und Investitionsgüter oder Agrar- und Industrieprodukte hergestellt.

Wir leiten den optimalen Produktionsplan zuerst für *substitutionale Technologie* ab. Die sich bei beschränkten Faktorbeständen ergebenden Bedingungen stellen wir jenen gegenüber, die sich für eine Mehrproduktunternehmung ableiten lassen, die alle für die Produktion benötigten Faktoren in **variablen** Mengen beschaffen kann. Für eine solche Unternehmung läßt sich zeigen, daß sie ihr Gewinnmaximum dann erreicht, wenn die einzelnen Betriebe der Unternehmung, die je ein homogenes Gut herstellen, wie eine gewinnmaximierende Einproduktunternehmung entscheiden.

In einem zweiten Abschnitt analysieren wir den optimalen Produktionsplan für *linear-limitationale Technologie.* Im Mittelpunkt dieses Problems steht als Lösungsverfahren die **lineare Optimierung,** deren einzelne Lösungsschritte in einem Anhang zu Kapitel III dargestellt werden.

## 1. Der optimale Produktionsplan bei substitutionaler Technologie

Mehrsektorenmodelle mit kontinuierlich substituierbaren Produktionsfaktoren sind in der ökonomischen Theorie (zum Beispiel der Außenwirtschaftstheorie, der Wohlfahrtstheorie, der Wachstumstheorie) weit verbreitet. Das Problem der **effizienten Allokation** der vorhandenen Faktorbestände haben wir in den Abschnitten B und C behandelt. In diesem Abschnitt wird gezeigt, welche der möglichen Gütermengenkombinationen die Unternehmung wählt, um das Gewinnmaximum zu erreichen. Wir werden uns bei diesen Überlegungen auf den Zwei-Güter-Zwei-Faktor-Fall beschränken. Dieser Ansatz liefert alle wesentlichen Einsichten für die Theorie der Unternehmung und kann leicht für n Güter und m Faktoren verallgemeinert werden.

Die Zweiproduktunternehmung verfügt also über fixe Faktorvorräte (etwa an Arbeit und Maschinen); bei gegebenen Faktorpreisen verursacht dieser Produktionsapparat nur **Fixkosten,** keine variablen Kosten. Damit ist der **Gewinn** gleich dem Erlös minus den Fixkosten. Das Ziel der Gewinnmaximierung ist unter diesen Umständen identisch mit dem Ziel der **Erlösmaximierung.** Die Unternehmung kann frei entscheiden, welche Güter und in welchen Mengen hergestellt werden und wie die Faktorvorräte auf die beiden Betriebe aufzuteilen sind. Die Produktion wird natürlich nur aufgenommen, wenn der erzielbare Erlös nicht kleiner ist als die (fixen) Kosten.

Bei gegebenen Produktpreisen lautet die Gewinngleichung der Zweiproduktunternehmung:

(1) $G = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - K_f, \quad \text{wobei} \quad K_f = q_1 \cdot \bar{v}_1 + q_2 \cdot \bar{v}_2$

Für die Darstellung im Güterraum lösen wir die Gleichung (1) nach $x_2$ auf.

(2) $x_2 = \dfrac{G + K_f}{p_2} - \dfrac{p_1}{p_2} \cdot x_1$

Bei fixen gegebenen Kosten ($K_f$) beschreibt Gleichung (2) eine Isogewinngerade, deren Steigung durch das Verhältnis der Produktpreise ($-p_1/p_2$) bestimmt wird. Für unterschiedlich hohe Gewinne erhalten wir eine Schar von Isogewinngeraden, die die Zielfunktion der Unternehmung abbilden.

Das Optimierungsverfahren besteht graphisch darin, die Isogewinngerade so weit nach außen zu schieben, daß sie die Transformationskurve gerade noch berührt. Höhere Gewinniveaus würden nicht-realisierbare Produktionspläne erfordern. Abbildung 40 zeigt optimale Produktionspläne für unterschiedliche Technologien. Die gewinnmaximalen Produktmengen sind jeweils mit einem Stern (*) gekennzeichnet.

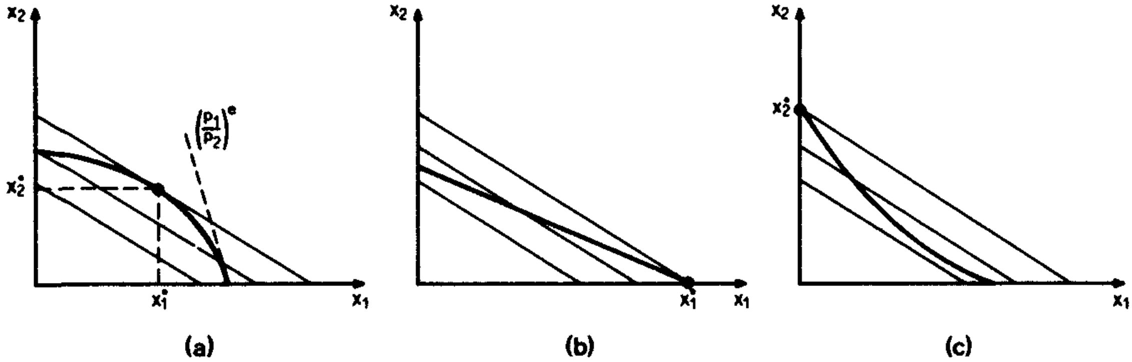



***Abb. 40:** Der gewinnmaximale Produktionsplan einer Zweiproduktunternehmung*

Bei Technologie (a) zeigt Abbildung 40 eine innere Lösung mit $p_1/p_2 = -dx_2/dx_1$; bei extremeren Preisverhältnissen sind aber auch Randlösungen mit $p_1/p_2 \neq -dx_2/dx_1$ möglich – etwa bei $(p_1/p_2)^e$. *Innere Lösung* heißt, die Unternehmung produziert beide Produkte, *Randlösung* bedeutet, die Unternehmung spezialisiert sich auf die Produktion nur eines Gutes.

Wenn bei Technologie (b) die Gleichheit von Preisverhältnis und (negativer, reziproker) Grenzrate der Transformation gegeben ist, liegt eine mehrdeutige Lösung des Gewinnmaximierungsproblems vor; alle Punkte der linearen Transformationskurve bringen den gleichen Erlös. Nur bei $p_1/p_2 \neq -dx_2/dx_1$ erhalten wir eine eindeutige (Rand-)Lösung.

Technologie (c) liefert nur Randlösungen als gewinnmaximale Produktionspläne; jede innere Lösung mit $p_1/p_2 = -dx_2/dx_1$ wäre kein gewinnmaximaler Produktionsplan.

Das (algebraische) **Optimierungsproblem** der Zweiproduktunternehmung lautet: Maximiere den Gesamtgewinn unter der Nebenbedingung effizienter Faktorallokation. In Abschnitt B2b haben wir die Bedingungen für eine effiziente Faktorallokation abgeleitet, die aus einem Optimalkalkül für **Mengen** hervorgehen. Im folgenden führen wir eine Optimierung für die dazugehörige **Wertgröße,** eben den Gewinn durch. Die Nebenbedingungen, technisch effiziente Produktion und Vollauslastung der vorhandenen Faktorbestände, bleiben dieselben.

$$G = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - K_f = \max \qquad \textbf{Zielfunktion}$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 - f_1(v_{11}, v_{21}) = 0 \\ x_2 - f_2(v_{12}, v_{22}) = 0 \\ \bar{v}_1 - v_{11} - v_{12} = 0 \\ \bar{v}_2 - v_{21} - v_{22} = 0 \end{array}\right\} \quad \textbf{Nebenbedingungen}$$

Der Lagrangeansatz lautet daher, wenn wir statt der Produktmengen ($x_1$ und $x_2$) gleich die Produktionsfunktionen schreiben:

$$(3) \qquad L = p_1 \cdot f_1(v_{11}, v_{21}) + p_2 \cdot f_2(v_{12}, v_{22}) - K_f + \mu_1(\bar{v}_1 - v_{11} - v_{12}) + \mu_2(\bar{v}_2 - v_{21} - v_{22})$$

Zu ermitteln ist jene Aufteilung der vorhandenen Faktorbestände auf die Produktion der beiden Güter 1 und 2, die unter den gegebenen Bedingungen den Gewinn maximiert. Wir leiten nach den einzelnen Faktormengen und den Lagrangemultiplikatoren ab und setzen die Ableitungen gleich Null.

$$(4) \qquad \frac{\partial L}{\partial v_{11}} = p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v_{11}} - \mu_1 = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial v_{12}} = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_{12}} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_{21}} = p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v_{21}} - \mu_2 = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial v_{22}} = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_{22}} - \mu_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_1} = \bar{v}_1 - v_{11} - v_{12} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \mu_2} = \bar{v}_2 - v_{21} - v_{22} = 0$$

Setzen wir die Gleichungen in der ersten und in der zweiten Zeile des Systems (4) jeweils gleich, dann erhalten wir zwei Bestimmungsgleichungen für das Preisverhältnis $p_1/p_2$:

$$(5) \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_1/\partial v_{11}} = \frac{\partial x_2/\partial v_{22}}{\partial x_1/\partial v_{21}}$$

Im Gewinnmaximum der Mehrproduktunternehmung mit substitutionaler Technologie gilt, daß das Verhältnis der Produktpreise gleich ist dem reziproken Verhältnis der Grenzproduktivitäten jedes gemeinsam verwendeten Faktors. Aus Gleichung (16) in Abschnitt C2b wissen wir, daß das Verhältnis der Grenzproduktivitäten eines Faktors in den beiden Verwendungsarten gleich ist der (negativen) Grenzrate der Transformation, so daß wir Gleichung (5) erweitern können zu:

$$(6) \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_1/\partial v_{11}} = \frac{\partial x_2/\partial v_{22}}{\partial x_1/\partial v_{21}} = -\frac{dx_2}{dx_1} \qquad \text{Grenzrate der Transformation}$$

Für m verschiedene Faktoren gilt

$$(7) \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\partial x_2/\partial v_{i2}}{\partial x_1/\partial v_{i1}} = -\frac{dx_2}{dx_1} \qquad \text{für } i = 1, \ldots, m$$

Für beliebige Güterpaare j und k und m verschiedene Faktoren folgt

$$(8) \qquad \frac{p_j}{p_k} = \frac{\partial x_k/\partial v_{ik}}{\partial x_j/\partial v_{ij}} = -\frac{dx_k}{dx_j} \qquad \begin{array}{l}\text{für } j, k = 1, \ldots, n \text{ und } j \neq k \\ \text{sowie } i = 1, \ldots, m.\end{array}$$

Der maximale Gewinn bei Mehrgüterproduktion und vorgegebenen Faktorbeständen ist dann erreicht, wenn das Güterpreisverhältnis gleich dem reziproken Verhältnis der

Grenzproduktivitäten jedes gemeinsam verwendeten Faktors ist und gleich der (negativen) reziproken Grenzrate der Transformation. Da die Produktpreise fest vorgegeben sind, haben wir damit aus der Vielzahl der effizienten Faktorallokationen jene ausgewählt, die unter den gegebenen Bedingungen den Gewinn maximiert. Damit ist auch die **Produktionsstruktur** bestimmt, die angibt, in welchen Mengen die beiden Güter produziert werden sollen.

Zum Vergleich wollen wir überlegen, durch welche Bedingungen der optimale Produktionsplan einer Zweiproduktunternehmung bestimmt wird, die sich die Faktoren in **variablen** Mengen beschaffen kann. Im Unterschied zum eben dargestellten Problem sind jetzt nur variable Kosten zu berücksichtigen. Das Optimierungskalkül lautet in diesem Fall

$$(9) \qquad G = p_1 \cdot f_1(v_{11}, v_{21}) + p_2 \cdot f_2(v_{12}, v_{22}) - q_1 \cdot (v_{11} + v_{12}) - q_2 \cdot (v_{21} + v_{22})$$

Es ist wieder nach den einzelnen Faktormengen abzuleiten und die Ableitungen sind gleich Null zu setzen. Als Ergebnisse erhalten wir für:

| Betrieb A (Gut 1): | Betrieb B (Gut 2): | |
|---|---|---|
| $q_1 = p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v_{11}}$ | $q_1 = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_{12}}$ | Wertgrenzprodukt des Faktors 1 |
| $q_2 = p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v_{21}}$ | $q_2 = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_{22}}$ | Wertgrenzprodukt des Faktors 2 |
| $\frac{q_1}{q_2} = \frac{\partial x_1/\partial v_{11}}{\partial x_1/\partial v_{21}}$ | $\frac{q_1}{q_2} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_2/\partial v_{22}}$ | Minimalkostenkombination |

und für die Gesamtunternehmung:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_1/\partial v_{11}} = \frac{\partial x_2/\partial v_{22}}{\partial x_1/\partial v_{21}} = -\frac{dx_2}{dx_1} \qquad \text{Grenzrate der Transformation}$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{\partial x_1/\partial v_{11}}{\partial x_1/\partial v_{21}} = \frac{\partial x_2/\partial v_{12}}{\partial x_2/\partial v_{22}} = -\frac{dv_{2i}}{dv_{1i}} \qquad \text{Minimalkostenkombination für } i = 1, \ldots, n$$

Als Ergebnis können wir für die substitutionale Technologie zusammenfassen:

Bei Mehrgüterproduktion und variabel beschaffbaren Faktoren ist der optimale Produktionsplan dadurch bestimmt, daß
- für jeden **Betrieb** (jede Produktion) die Bedingungen fürs Gewinnmaximum einschließlich der Minimalkostenkombination **und**
- für das **Unternehmen** die Bedingungen der effizienten Faktorallokation und der gewinnmaximalen Produktion einschließlich der Minimalkostenkombination erfüllt sind.

Bei Mehrgüterproduktion und **fest vorgegebenen** Faktorbeständen sind für die Gesamtunternehmung im optimalen Produktionsplan, der die optimale Produktionsstruktur liefert, nur die Bedingungen der effizienten Faktorallokation und der Minimalkostenkombination erfüllt. Jeder einzelne Betrieb maximiert zwar unter den gegebenen Bedingungen (fest vorgegebene Faktormengen) ebenfalls den Gewinn. Die gewinnmaximalen Ausbringungsmengen können aber größer oder kleiner sein als im Fall variabel beschaffbarer Faktoren, da sie nicht nach der Input- oder der Outputregel abgeleitet worden sind. Die Minimalkostenkombination ist für jeden einzelnen Betrieb immer gegeben.

## 2. Der optimale Produktionsplan bei linearer Technologie

In den bisherigen Kapiteln haben wir eine Vielzahl von Situationen behandelt, in denen einzelne Wirtschaftssubjekte Optimallösungen unter Nebenbedingungen zu erreichen suchen. Wir haben diese Probleme in der Regel mit Hilfe der Differentialrechnung gelöst. Dieses Werkzeug kann aber nur eingesetzt werden, wenn differenzierbare Funktionen zugrunde liegen. Es gibt jedoch zahlreiche wichtige ökonomische Optimierungsprobleme, die nicht mit Hilfe der Differentialrechnung gelöst werden können.

Seit dem 2. Weltkrieg wurde speziell für die Bedürfnisse der Ökonomie eine Anzahl neuer Optimierungsverfahren entwickelt, die unter dem Oberbegriff **Operations Research** (Optimalplanung) zusammengefaßt werden. Wir wollen das wichtigste Werkzeug dieser Forschungsrichtung vorstellen: die **lineare Optimierung** (lineare Planungsrechnung). Sie geht auf George B. Dantzig zurück, der in den vierziger Jahren die Simplex-Methode entwickelt hat. Sie ist auch heute noch das wichtigste Verfahren zur Lösung linearer Optimierungsmodelle.

Die Simplex-Methode ist nichts anderes als eine Methode zur Lösung von linearen (Un-)Gleichungssystemen. Sie ist leicht zu verstehen, da sie keine besonderen mathematischen Kenntnisse voraussetzt. Besonders hilfreich für das Verständnis ist, daß in jeder Lösungsphase eine ökonomische Interpretation der Ergebnisse möglich ist.

### a) Ein Beispiel

Wir wollen eine Unternehmung betrachten, die bei gegebenen Preisen auf den Produkt- und Faktormärkten als Mengenanpasser handelt. Diese Unternehmung verfügt über das technische Wissen, zwei Produkte mit jeweils einem linear-limitationalen Produktionsverfahren herzustellen. In beiden Produktionen werden folgende Produktionsfaktoren benötigt: die Maschinen A, B, C und Arbeit. Die Produktionsanlage sei in Form dieser drei Maschinen fest installiert. Pro Produktionsperiode hat die Unternehmung eine Kapazitätsbeschränkung der Maschinen zu beachten. Fixe Kosten (z.B. durch den Verschleiß der Maschinen) sind eine *vorgegebene Größe,* die für die Ermittlung der gewinnmaximalen Ausbringungsmenge folglich nicht berücksichtigt werden muß. Der variable Produktionsfaktor Arbeit kann in beliebigen Mengen bezogen werden. Die Preise für die beiden Güter und den Produktionsfaktor Arbeit sind gegeben. Für die Nutzung der Maschinen wird kein Entgelt *(Kapitalnutzungspreis)* verlangt.

Preise und Mengen werden mit folgenden Symbolen bezeichnet:

| | Preise | Mengen |
|---|---|---|
| Produkt 1 | $p_1$ | $x_1$ |
| Produkt 2 | $p_2$ | $x_2$ |
| Produktionsfaktor 1 (Maschine A) | – | $v_1$ |
| Produktionsfaktor 2 (Maschine B) | – | $v_2$ |
| Produktionsfaktor 3 (Maschine C) | – | $v_3$ |
| Produktionsfaktor 4 (Arbeit) | $q$ | $v_4$ |

Für die ersten drei Produktionsfaktoren sind folgende Beschränkungen zu beachten:

$$(10) \qquad v_{11} + v_{12} \leq \overline{v}_1; \quad v_{21} + v_{22} \leq \overline{v}_2; \quad v_{31} + v_{32} \leq \overline{v}_3.$$

Aufgrund der linear-limitationalen Technologie sind in beiden Produktionen folgende Faktoreinsatzfunktionen gegeben:

(11) $v_{ij} = a_{ij} \cdot x_j$

$v_{ij}$ bezeichnet die Einsatzmenge des Produktionsfaktors i in der Produktion des Gutes j, $a_{ij}$ die Einsatzmenge des Faktors i pro Einheit des Produkts j (Produktionskoeffizient). Berücksichtigt man in den Ungleichungen (10) die Faktoreinsatzfunktionen der einzelnen Produktionsfaktoren (11), so erhalten wir ein System von **Beschränkungsungleichungen** (Restriktionen), das die Unternehmung bei der Produktionsplanung zu berücksichtigen hat.

(12) $$\left.\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 &\leq \bar{v}_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 &\leq \bar{v}_2 \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 &\leq \bar{v}_3 \end{aligned}\right\} \quad \textbf{Beschränkungsungleichungen}$$

In der folgenden Tabelle finden sie für beide Produkte eine Übersicht über die Bearbeitungszeiten auf den drei Maschinen und eine Aufstellung der Arbeitsmengen, die pro Produkteinheit erforderlich sind. Die Spalten 1 und 2 können als **Produktionsfunktionen** der Betriebe A und B interpretiert werden.

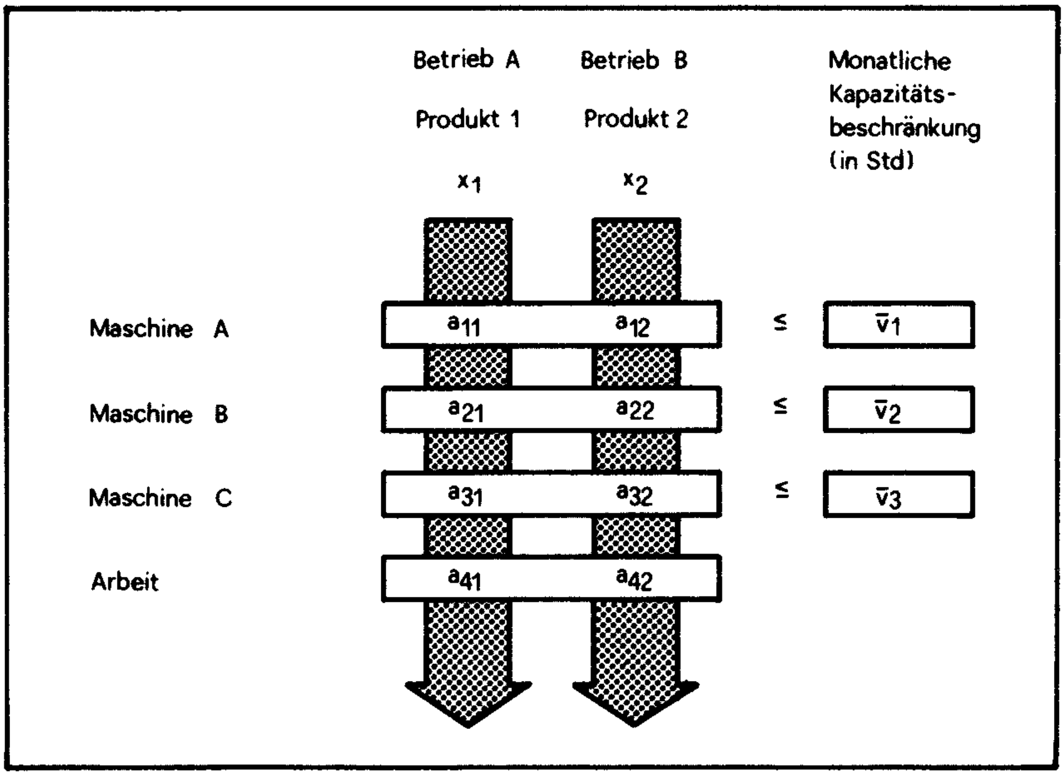



***Tabelle:** Zweiproduktunternehmung*

Die Zweiproduktunternehmung verfolgt das Ziel der Gewinnmaximierung. Die Kosten der einzelnen Produkte errechnen sich als Summe der jeweils mit dem Faktorpreis bewerteten Einsatzmengen des variablen Produktionsfaktors Arbeit.

(13) $$\begin{aligned} G &= \text{Erlös} - \text{Kosten} \\ &= p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - q \cdot v_{41} - q \cdot v_{42} \\ &= p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 - q \cdot a_{41} \cdot x_1 - q \cdot a_{42} \cdot x_2 \\ &= (p_1 - q \cdot a_{41})\, x_1 + (p_2 - q \cdot a_{42})\, x_2 \end{aligned}$$

Als Differenz zwischen Stückerlös und Stückkosten erhalten wir den **Stückgewinn** oder Deckungsbeitrag ($z_j$). Die zu maximierende Zielfunktion der Unternehmung lautet daher:

(14) $G = z_1 \cdot x_1 + z_2 \cdot x_2$ **Zielfunktion**

## b) Das lineare Modell

Jedes lineare Programmierungsmodell besteht aus drei Bestandteilen: der linearen Zielfunktion (a), den linearen Restriktionen (b) und der Nichtnegativitätsbedingung für die Variablen (c). Es kann als Maximierungs- oder Minimierungsmodell formuliert werden. Das lineare Programmierungsmodell für unser Beispiel besteht aus den Gleichungen:

Maximiere

$$z_1 x_1 + z_2 x_2 = G \quad \Big\} \text{ (a)} \qquad 13 x_1 + 17 x_2 = G$$

Unter den Nebenbedingungen

$$\left.\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 &\leq \bar{v}_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 &\leq \bar{v}_2 \\ a_{31} x_1 + a_{32} x_2 &\leq \bar{v}_3 \end{aligned}\right\} \text{ (b)} \qquad \begin{aligned} 18 x_1 + 12 x_2 &\leq 216 \\ 14 x_1 + 14 x_2 &\leq 196 \\ 12 x_1 + 24 x_2 &\leq 288 \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad \Big\} \text{ (c)} \qquad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Diese Restriktionen müssen von jeder Lösung eingehalten werden. In unserem Beispiel sind nur die Kapazitäten der drei Maschinen beschränkt. Die tatsächliche Einsatzzeit jeder Maschine ergibt sich aus den Bearbeitungszeiten der tatsächlich hergestellten Produkte. Sie kann nicht größer sein als die insgesamt in einer Produktionsperiode zur Verfügung stehende Einsatzzeit. In der Zielfunktion kommt die Absicht der Unternehmung zum Ausdruck, den Gewinn zu maximieren. Der Gewinn der Unternehmung ergibt sich aus den mit den Stückgewinnen $z_i$ multiplizierten Produktmengen $x_i$. Die Nichtnegativitätsbedingung besagt, daß keine negativen Produktmengen zugelassen sind.

Wir wollen zunächst die optimale Lösung graphisch ermitteln und damit zugleich den Lösungsweg des Simplex-Verfahrens beschreiben.

## c) Die graphische Lösung

Wenn die Kapazitäten der Maschinen voll ausgelastet sind, gelten die Gleichheitszeichen der Restriktionen. In diesem Fall lassen sich 3 Kapazitätslinien in ein $(x_1, x_2)$-Diagramm einzeichnen (vgl. Abbildung 41). Mit den 216 Betriebsstunden der Maschine A lassen sich entweder 12 Mengeneinheiten (ME) des Gutes 2 oder 18 ME des Gutes 2 beziehungsweise alle Linearkombinationen auf dieser Maschine bearbeiten. Der schraffierte Linienweg der drei Kapazitätslinien ist die **Transformationsfunktion** aller Produktionsmöglichkeiten. Sie umschließt alle Gütermengenkombinationen, die mit den zur Verfügung stehenden Faktoreinsatzmengen maximal produziert werden können. Die Steigung der Kapazitätslinien $dx_2/dx_1$ entspricht der Grenzrate der Transformation. Ihr Wert wird von dem Verhältnis der Produktionskoeffizienten bestimmt. So beträgt die Steigung der Kapazitätslinie A $dx_2/dx_1 = 18/12 = 1{,}5$.

Alle Punkte innerhalb des zulässigen Bereichs kommen als Lösung in Frage. Gesucht wird der Produktionsplan mit dem maximalen Gewinn. Um ihn zu bestimmen, zeichnen wir die Zielfunktion ein. Da die Stückgewinne gegeben sind, ergeben sich für verschiedene Werte von G eine Schar von parallelen **Isogewinngeraden.** Deren Steigung wird vom Verhältnis der Stückgewinne bestimmt: $dx_2/dx_1 = z_1/z_2 = 13/17 = 0{,}76$. Für alle auf der gleichen Isogewinngeraden liegenden Güterkombinationen wird der gleiche Gewinn erzielt. Auf der Suche nach dem gewinnmaximalen Produktionsplan wird vom Nullpunkt aus (Nullösung) die Isogewinngerade so lange

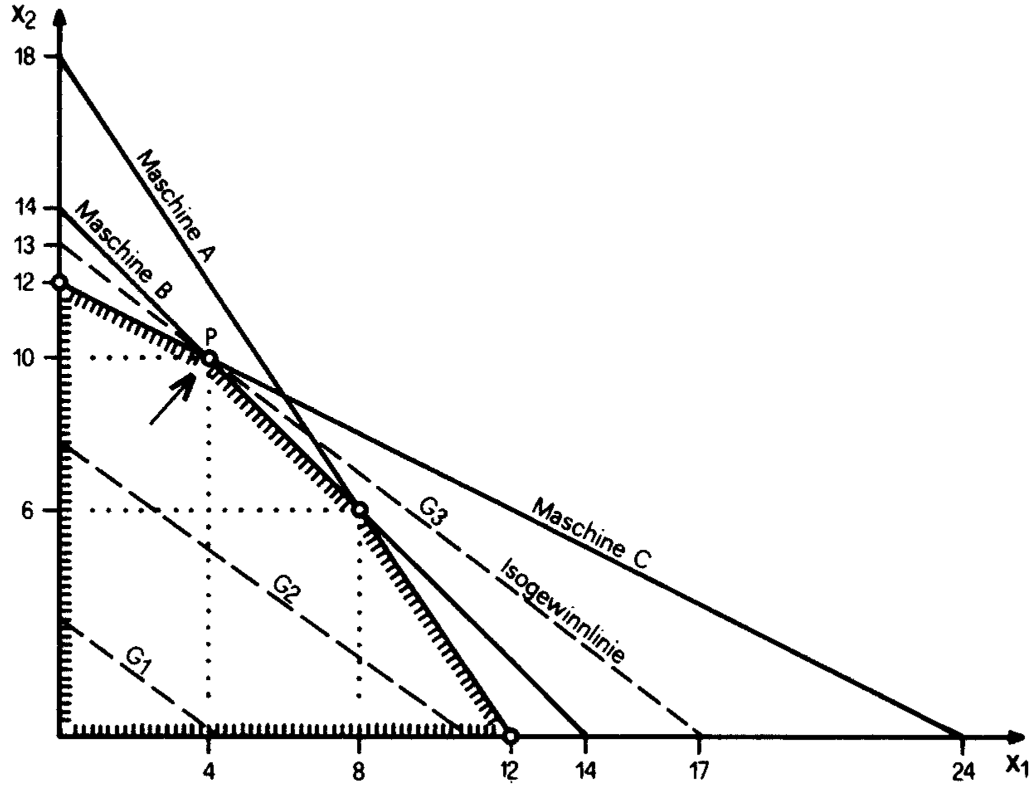



***Abb. 41:** Der gewinnmaximale Produktionsplan einer Zweiproduktunternehmung*

parallel nach außen geschoben, bis sie gerade noch die Transformationsfunktion berührt. Der gewinnmaximale Produktionsplan ist im Punkt P erreicht. Jede Isogewinnlinie höheren Niveaus schneidet oder berührt den zulässigen Bereich nicht mehr.

An den Kapazitätslinien können wir erkennen, welche Maschinen durch den Produktionsplan P voll ausgelastet sind. Es sind die Maschinen B und C. Der Punkt P liegt unterhalb der Kapazitätslinie der Maschine A; sie verfügt also noch über eine Restkapazität. Als Lösungsverfahren wird oft die sogenannte **Simplex-Methode** angewendet. Es tastet in verschiedenen Iterationsschritten diesen Beschränkungspolyeder ab. Es beginnt im Ursprung (Nullösung $x_1 = 0, x_2 = 0$). Dann wird die Produktion des Gutes mit dem höchsten Stückgewinn aufgenommen (1. Iteration $x_1 = 0, x_2 = 12$). Bereits im 2. Schritt ist der optimale Produktionsplan (2. Iteration $x_1 = 4, x_2 = 10$) gefunden. Mit diesem Produktionsprogramm erzielt die Unternehmung den maximalen Gewinn (G = 222 GE).

Je nach Auswahlverfahren tastet man den Beschränkungspolyeder links herum oder rechts herum ab; in jedem Fall gelangt man aber zu dem optimalen Produktionsplan P. Auf zwei Probleme wollen wir noch hinweisen, die bei der Lösung auftreten können. Wenn sich mehr als 2 Kapazitätslinien in einem Eckpunkt des Polyeders treffen, spricht man von dem Fall der **Degeneration.** Stimmt die Steigung der Zielfunktion genau mit der Steigung der Transformationsfunktion zwischen zwei Eckpunkten des Polyeders überein, handelt es sich um eine **mehrdeutige Lösung.** In beiden Fällen tauchen beim Simplex-Verfahren Schwierigkeiten auf, die wir hier nicht behandeln können.

Beim Simplex-Verfahren werden mit der Optimallösung zugleich **Schattenpreise** für die ausgelasteten Produktionsfaktoren berechnet. Der Schattenpreis eines Produktionsfaktors gibt an, welchen Wert die letzte Einheit dieses Faktors zum Gewinn beigetragen hat. In dieser Höhe würde ein Unternehmer eine Entschädigung fordern, wenn er auf eine Maschinenstunde verzichten müßte. Denselben Betrag wäre der Unternehmer bereit zu zahlen, wenn er eine zusätzliche Maschinenstunde bekommen könnte.

Die Schattenpreise spiegeln die *Zahlungsbereitschaft* der Unternehmung zur Entlohnung der fixen Produktionsfaktoren wider. Sie sollten aber nicht mit Marktpreisen verwechselt werden. Wir haben in unserem Beispiel unterstellt, daß für die drei Maschinen keine Kosten berücksichtigt werden und daher keine Faktorpreise existieren. Die Schattenpreise können aber als ein Anhaltspunkt für die *Entlohnung* der fixen Produktionsfaktoren herangezogen werden. Sie drücken nicht nur deren Knappheit aus, sondern sie entsprechen auch in ihrer Gesamtsumme (Produkt aus Schattenpreis und Kapazität) dem Gesamtgewinn.

Die Qualität der Lösungen von linearen Programmierungsmodellen wird davon bestimmt, ob die prinzipielle Unterstellung von linearen Funktionen (Zielfunktion und Beschränkungsgleichungen) für den Untersuchungsgegenstand angemessen ist. Lineare Programmierungsverfahren haben sich in Unternehmungen in vielen Bereichen bewährt, insbesondere im Produktionsbereich bei der Prozeßsteuerung, bei der integrierten Produktions- und Absatzplanung, im Beschaffungs- und Lagerhaltungsbereich und im Transportwesen. In der ökonomischen Theorie geht man häufig von *nichtlinearen* Funktionen aus. Auch hier gibt es im Bereich der nichtlinearen Planungsrechnung Ansätze, dem Rechnung zu tragen.

# G. Das Verhalten der Unternehmung auf dem Markt

Wir haben bisher untersucht, wie die Unternehmung bei gegebenen Preisen und gegebener Technologie ihren optimalen Produktionsplan festlegt, das heißt, nach welchen Bedingungen sie die gewinnmaximale Produktmenge und die dazu notwendigen kostenminimalen Faktoreinsatzmengen bestimmt. Wir haben diese Ableitungen durchgeführt unter den Annahmen, daß

- die Unternehmung eine konkave Technologie anwendet und technisch effizient produziert,
- die Produkt- und Faktorpreise fest vorgegeben sind,
- die Unternehmung ihren Gewinn maximiert.

In diesem Abschnitt, der sich nur auf die Einproduktunternehmung bezieht, gehen wir einen Schritt weiter, indem wir von der Konstanz der Preise abgehen und sowohl den Produktpreis wie die Faktorpreise variieren lassen. Damit ist natürlich nicht gemeint, daß die Unternehmung Einfluß auf die Preise nehmen könnte. Alle übrigen Annahmen bleiben weiter in Geltung. Wir überlegen uns, welche optimale Ausbringungsmenge und welche optimalen Faktoreinsatzmengen sich zu alternativen Produkt- und Faktorpreisen ergeben. Die Annahme einer konstanten Technologie bleibt bestehen; technischer Fortschritt ist nach wie vor ausgeschlossen.

Wir konzipieren **Partialmodelle,** die unter den gegebenen Annahmen zur Technologie für die Marktform der *vollkommenen Konkurrenz* erklären, welche Produktmengen die gewinnmaximierende Unternehmung zu alternativen Preisen anbietet beziehungsweise welche Faktormengen sie nachfrägt. Es handelt sich deswegen um

Partialmodelle, weil jeweils nur der Preis des betrachteten Gutes oder Faktors variiert, die Einflüsse von allen übrigen Märkten durch Konstantsetzung der entsprechenden Preise ausgeschlossen werden und die jeweilige Marktgegenseite nicht betrachtet wird. Man erklärt also – kurz gesagt – Mengen durch Preise. Diese Erklärungsrichtung werden wir in diesem Abschnitt weiterverfolgen.

Ebenso kann man anhand des zu konzipierenden Partialmodells aber auch erklären, welchen Güterpreis die gewinnmaximierende Unternehmung für welche Mengen fordern beziehungsweise welche Faktorpreise sie für welche Mengen zahlen wird. Damit sind wir bei der **Preistheorie,** die in der ökonomischen Dogmengeschichte immer eine große Rolle gespielt hat; eine besondere Förderung hat sie durch *Alfred Marshall* (1842–1924) erfahren. Auf ihn geht – bei der graphischen Darstellung der Angebots- und Nachfragefunktionen – die sonst nicht übliche Konvention zurück, die erklärende Größe (den Preis) auf der Ordinate und die zu erklärende Größe (die Menge) auf der Abszisse abzutragen.

Wenden wir uns der Analyse des Angebots der gewinnmaximierenden Unternehmung zu.

## 1. Die Angebotsfunktion der Unternehmung

Variiert unter sonst gleichen Bedingungen der Produktpreis, dann bedeutet dies für die gewinnmaximierende Unternehmung keine wesentlich neue Problemstellung; die optimale Ausbringungsmenge wird jeweils nach den Bedingungen festgelegt, die wir im vorausgehenden Abschnitt kennengelernt haben:

- Grenzkosten = Produktpreis (Outputregel),
- Wertgrenzprodukt = Faktorpreis (Inputregel).

Die Zuordnung der optimalen Ausbringungsmenge zu den jeweiligen Produktpreisen nennt man **Angebotsfunktion;** jeder Punkt dieser Funktion ist ein optimaler Produktionsplan.

Betrachten wir Abbildung 42a, in der bei gegebener Kostenfunktion K(x) zu verschiedenen Produktpreisen $p^0, p^1, p^2$ die gewinnmaximalen Ausbringungsmengen $x^0, x^1, x^2$ abgeleitet sind. Die Erlösfunktionen $E(p^0)$, $E(p^1)$ und $E(p^2)$ unterscheiden sich dadurch, daß wir jeweils einen höheren Produktpreis p unterstellt haben. Mit dem Produktpreis steigen auch die gewinnmaximalen Ausbringungsmengen, da die Grenzkosten jeweils höher sein dürfen.

Tragen wir die zusammengehörigen Preise und Mengen in ein Preis-Mengendiagramm (vgl. Abbildung 42b), erhalten wir die Angebotsfunktion der Unternehmung. Sie ist abgeleitet worden bei Konstanz aller Faktorpreise und hat einen steigenden Verlauf.

Allgemein können wir schreiben

$$x^A = f^A(p, \bar{q}_1, \ldots, \bar{q}_m)$$

Der Buchstabe A bedeutet, daß es sich um eine Angebotsfunktion handelt. Sie gibt an, welche Menge $x^A$ eine gewinnmaximierende Unternehmung unter sonst gleichen Bedingungen (zum Beispiel konstanten Faktorpreisen, konstanter Technologie) bei alternativen Produktpreisen p produziert und anbietet. Wir betrachten also in einer eingeschränkten Fragestellung nur die Abhängigkeit der Angebotsmenge vom Preis dieses Gutes. Im Rahmen eines Totalmodells, wie es im Kapitel „Koordination“

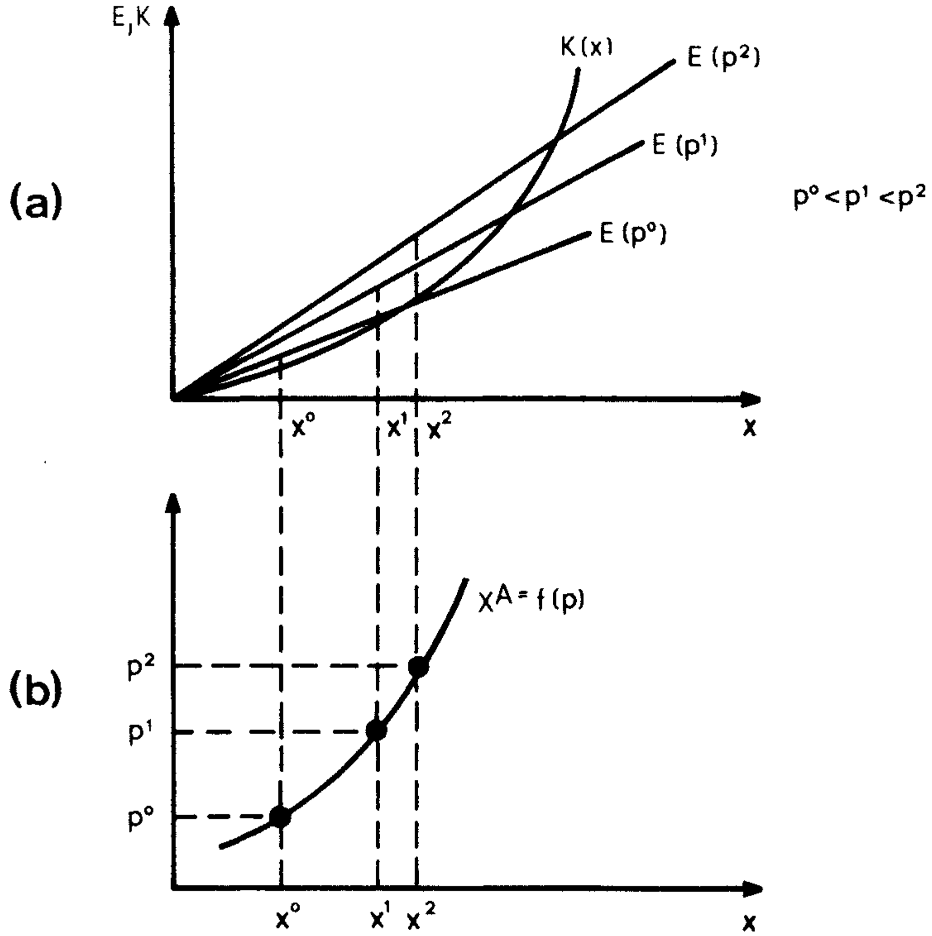



***Abb. 42:** Die Angebotsfunktion der Unternehmung*

dargestellt wird, analysiert man den simultanen Einfluß *aller* Preise auf die Angebotsmenge

$$x^A = f^A(p, q_1, \ldots, q_m).$$

Da ja gemäß Outputregel im Gewinnmaximum der Produktpreis gleich den Grenzkosten ist und die zweite Ableitung der Kostenfunktion im Gewinnmaximum des Mengenanpassers positiv sein muß, ist die Angebotsfunktion identisch mit dem aufsteigenden Ast der Grenzkostenkurve – vgl. Abbildung 43 a. Bei konkaver Technologie, die in diesem Abschnitt unterstellt wird, ist die zweite Ableitung der Kostenfunktion immer positiv.

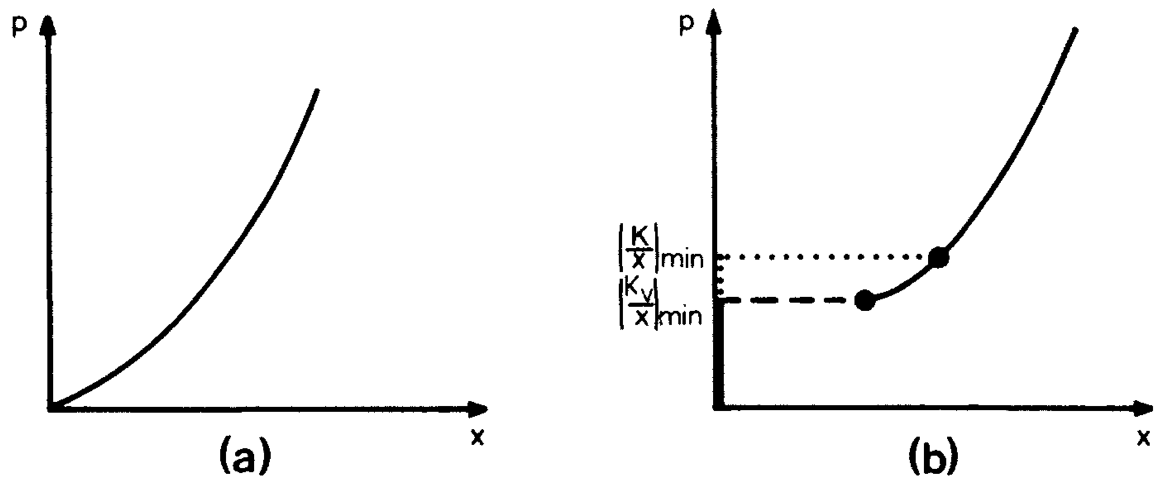



***Abb. 43:** Die Angebotsfunktion der Unternehmung*

Bei *langfristiger Optimierung* (alle Faktoren sind variabel) bietet die Unternehmung zu jedem positiven Preis an – vgl. Abbildung 43a; das Minimum der Durchschnittskosten ist Null bei der Ausbringungsmenge Null – unter der Annahme konkaver Technologie. Bei ertragsgesetzlichem Kostenverlauf dagegen liegt das Minimum der Durchschnittskosten bei einer Ausbringungsmenge größer als Null – vgl. Abbildung 32. Will die Unternehmung keine Verluste machen, wird sie erst zu einem Preis anbieten, der gleich den minimalen Durchschnittskosten ist; man sagt, die Angebotsfunktion „beginnt" im Minimum der Durchschnittskosten – vgl. Abbildung 43b. Bei *kurzfristiger Optimierung* – fixe Kosten treten auf –, beginnt die Angebotsfunktion sowohl bei konkaver Technologie wie bei ertragsgesetzlichem Kostenverlauf im Minimum der gesamten Durchschnittskosten. In einer bestimmten Entscheidungssituation kann es für die Unternehmung sinnvoll sein, zeitweilig zu einem geringeren Preis anzubieten als den minimalen Gesamtstückkosten, solange nur die variablen Stückkosten gedeckt werden. Dies ist dann der Fall, wenn die Unternehmung hofft, Mitkonkurrenten mit höheren variablen Stückkosten vom Markt zu verdrängen. Verzichtet die Unternehmung so auf eine Deckung des Fixkostenanteils, dann beginnt die Angebotsfunktion im Minimum der variablen Durchschnittskosten – vgl. Abbildung 43b. Bei einem Preis, der niedriger ist als die minimalen gesamten beziehungsweise variablen Durchschnittskosten, kann die Unternehmung nur mit Verlust anbieten. Die Unternehmung, die in dieser Situation dennoch produziert, verfolgt kurzfristig nicht mehr das Ziel, einen (maximalen) Gewinn zu erwirtschaften, sondern schätzt andere Ziele (z.B. Vergrößerung des Marktanteils) höher ein.

Abbildung 43b zeigt den Verlauf der gesamten Angebotsfunktion; sie hat bei Preisen von $(K/x)_{min}$ beziehungsweise $(K_v/x)_{min}$ eine Sprungstelle. Bei Preisen, die unter diesen Werten liegen, fällt die Angebotsfunktion mit der Preisachse zusammen; die Angebotsmenge ist Null.

Graphisch betrachtet, bedeutet eine Veränderung des Produktpreises p eine Bewegung **auf** der Angebotskurve, während eine Veränderung der Faktorpreise $(\bar{q}_1, \ldots, \bar{q}_m)$ eine Verschiebung **der** Kurve bedeutet. Eine Erhöhung eines oder mehrerer Faktorpreise bewirkt eine Verschiebung der Kurve nach links, das heißt, bei gegebenem Produktpreis bietet die Unternehmung eine geringere Produktmenge an. Eine Senkung eines oder mehrerer Faktorpreise bedeutet eine Verschiebung der Angebotskurve nach rechts; bei gegebenem Produktpreis bietet die Unternehmung jetzt eine größere Produktmenge an. Wie die Betrachtung der Gewinnmaximierungsbedingung nach der Inputregel $(q_i = p \cdot \partial x/\partial v_i)$ zeigt, läßt eine gleichmäßige Erhöhung oder Senkung **aller** Preise die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und damit die Angebotsmenge unverändert; die **Angebotsfunktion ist homogen vom Grade Null in den Preisen.** In der Haushaltstheorie haben wir gesehen, daß die Güternachfragefunktion homogen vom Grade Null ist in den Preisen und dem Einkommen beziehungsweise in den Güterpreisen und dem Lohnsatz.

Für unser einfaches Produktionsbeispiel mit Zweifaktor-Cobb-Douglas-Technologie lautet die Angebotsfunktion (vgl. Abschnitt E1)

$$x^A = C \cdot p^{(\alpha+\beta)/(1-\alpha-\beta)} \quad \text{mit } C \equiv A^{1/(1-\alpha-\beta)} \cdot \left(\frac{\alpha}{q_1}\right)^{\alpha/(1-\alpha-\beta)} \cdot \left(\frac{\beta}{q_2}\right)^{\beta/(1-\alpha-\beta)}$$

Die Kennzeichnung der Angebotsmenge x mit * wäre immer noch angebracht, da es sich bei ihr um eine gewinnmaximale Ausbringungsmenge handelt. Der Unterschied zur Formulierung im letzten Abschnitt besteht darin, daß der Produktpreis p nun unterschiedliche Werte annehmen kann. Nur bei konkaver Technologie, also $\alpha + \beta < 1$, liefert diese Funktion eine typische Angebotskurve mit steigendem Verlauf.

Bei konstanten Skalenerträgen ist sie nicht definiert; die Angebotsmenge ist unbestimmt. Bei steigenden Skalenerträgen stellt die ermittelte Gleichung keine Angebotsfunktion dar, da die Mengen $x^A$ keine gewinnmaximalen Mengen sind – vgl. Abschnitt E 1.

Je flacher die Angebotsfunktion in einem Punkt ist, desto stärker reagiert die angebotene Menge auf Änderungen des Produktpreises. Ein Maß für die Stärke dieser Reaktion ist die **Preiselastizität des Angebots** $\eta_{x,p}$. Sie ist definiert als

$$\eta_{x,p} = \frac{\partial x^A / x^A}{\partial p / p_A}$$

und gibt an, um wieviel Prozent sich die Angebotsmenge $x^A$ ändert, wenn unter sonst gleichen Bedingungen der Produktpreis p um ein Prozent variiert. $\eta_{x,p}$ wird immer nur für einen bestimmten Punkt der Angebotsfunktion ermittelt (Punktelastizität).

Für unser Produktionsbeispiel läßt sie sich leicht ermitteln, wenn man die erste Ableitung der Angebotsfunktion nach dem Produktpreis bildet

$$\frac{\partial x^A}{\partial p} = \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \cdot \frac{x^A}{p},$$

woraus sich sofort

$$\eta_{x,p} = \frac{\partial x^A / x^A}{\partial p / p} = \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta}$$

ergibt.

Die Preiselastizität des Angebots ist gleich dem Exponenten des Produktpreises in der Angebotsfunktion.

Je geringer die Skalenelastizität r $(= \alpha + \beta)$ ist, desto unelastischer reagiert das Angebot unter sonst gleichen Bedingungen auf Preisänderungen; je näher die Produktionsfunktion der Linear-Homogenität ist, desto elastischer reagiert das Angebot. Wenn die Skalenelastizität kleiner, aber nahe bei Eins liegt, bewirkt eine geringfügige Drehung der Isogewinnebene eine sehr starke Verschiebung des gewinnmaximalen Produktionsplans auf der Oberfläche des Ertragsgebirges. Die Angebotselastizität ist gleich Eins, wenn die Skalenelastizität gleich 1/2 ist. In diesem Fall führt eine Güterpreiserhöhung um zum Beispiel 5 Prozent zu einer fünfprozentigen Ausweitung der Angebotsmenge.

## 2. Die Faktornachfragefunktionen

Die optimalen Faktoreinsatzmengen haben wir bei den Überlegungen zum optimalen Produktionsplan für einen fixen Faktorpreis bestimmt; sie sind dann gegeben, wenn die Bedingung „Faktorpreis = Wertgrenzprodukt" für jeden Faktor erfüllt ist. Nach dieser Regel werden die gewinnmaximalen Faktoreinsatzmengen bei **jedem** beliebigen Faktorpreis ermittelt. Die Zuordnung der optimalen Einsatzmenge eines Faktors zu alternativen Preisen dieses Faktors nennt man **Faktornachfragefunktion;** jeder Punkt der Nachfragefunktion ist ein unter den gegebenen Bedingungen gewinnmaximaler Punkt.

Allgemein können wir schreiben

$$v_1^N = f_1(\bar{p}, q_1, \bar{q}_2, \ldots, \bar{q}_m);$$
$$\vdots$$
$$v_m^N = f_m(\bar{p}, \bar{q}_1, \ldots, \bar{q}_{m-1}, q_m).$$

Der Buchstabe N bedeutet, daß es sich um Nachfragefunktionen handelt. Jede von ihnen gibt an, welche Mengen $v_i^N$ der einzelnen Faktoren i die gewinnmaximierende Unternehmung nachfrägt, wenn sich unter sonst gleichen Bedingungen der Preis des jeweiligen Faktors $q_i$ ändert.

Wir betrachten also in einer eingeschränkten Fragestellung nur die Abhängigkeit der Nachfragemenge vom Preis dieses Faktors. Im Rahmen eines Totalmodells, das im Kapitel „Koordination behandelt wird, analysiert man den Einfluß aller Preise auf die Nachfragemenge des Faktors i

$$v_i^N = f_i(p, q_1, \ldots, q_i, \ldots, q_m).$$

Kehren wir zur eingeschränkten Fragestellung zurück. Eine Faktornachfragefunktion läßt sich graphisch sehr einfach für den Spezialfall der Einfaktorproduktion $(x = f(v))$ ableiten. Setzen wir abnehmende Grenzerträge voraus, dann zeigt Abbildung 44a bei gegebener Technologie und gegebenem Produktpreis optimale Produktionspläne zu alternativen Preisen des verwendeten Faktors ($q^0$ und $q^1$).

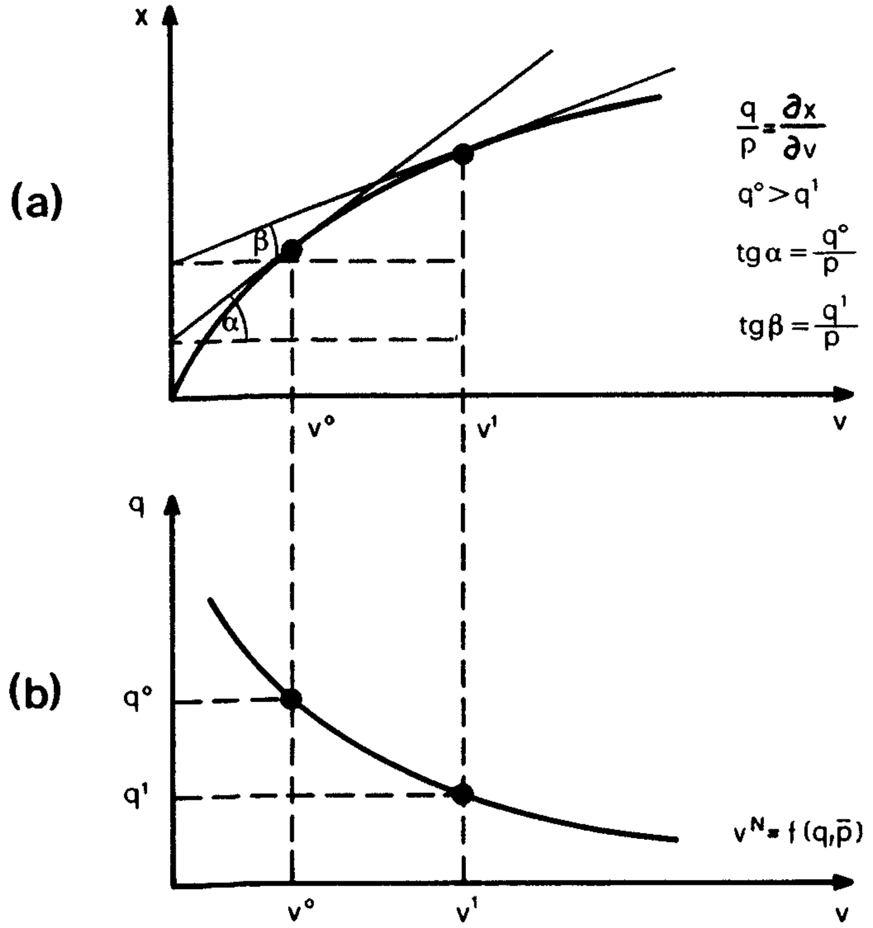



***Abb. 44:** Faktornachfrage bei Einfaktorproduktion*

Im optimalen Produktionsplan ist gemäß Inputregel der Faktorpreis gleich dem Wertgrenzprodukt beziehungweise das Verhältnis von Faktor- zu Produktpreis gleich dem Grenzertrag des verwendeten Faktors. Die Steigung der Isogewinnlinien an die Produktionsfunktion in Abbildung 44a ist also gleich $q^0/p$ beziehungsweise $q^1/p$. Aufgrund abnehmender Grenzerträge lohnt sich unter sonst gleichen Bedingungen der Mehreinsatz dieses Faktors nur, wenn sein Preis q zurückgeht (von $q^0$ auf $q^1$). Abbildung 44b zeigt in einem Preis-Mengen-Diagramm die – bei gegebener Technologie und gegebenem Produktpreis – zu alternativen Faktorpreisen ($q^0$ und $q^1$) gehörenden gewinnmaximalen Faktoreinsatzmengen ($v^0$ und $v^1$). Damit ist die Faktornachfragefunktion ($v^N = f(q,\bar{p})$) abgeleitet, die der Grenzproduktivitätsfunktion des Faktors v bei gegebenem Produktpreis entspricht.

Im Falle der Mehrfaktorproduktion und substitutionaler Technologie ergibt sich eine ähnliche, wenn auch elastischere Nachfragefunktion, wie wir noch sehen werden. Für unser Zweifaktorbeispiel mit Cobb-Douglas-Technologie und sinkenden Skalenerträgen geben wir die algebraische Formulierung der Nachfragefunktion des Faktors 1 an:

$$v_1^N = A^c \cdot p^c \cdot \left(\frac{\alpha}{q_1}\right)^{c-d} \cdot \left(\frac{\beta}{q_2}\right)^d \quad \text{mit } c \equiv 1/(1-\alpha-\beta) \quad \text{und} \quad d \equiv \beta/(1-\alpha-\beta).$$

Der Unterschied zur Formulierung in Abschnitt E2 besteht darin, daß der Preis des Faktors 1 nun unterschiedliche Werte annehmen kann. Wegen $c > d$ sehen wir sofort, daß die nachgefragte Faktormenge $v_1^N$ mit steigendem Preis $q_1$ abnimmt; das Vorzeichen der ersten Ableitung ist negativ. Die Variation des Faktorpreises $q_1$ führt zu einer Bewegung **auf** der Nachfragekurve. Die Veränderung des Produktpreises zum Beispiel bedeutet eine Verschiebung **der** Kurve. Eine gleichmäßige Veränderung **aller** Preise ($p, q_1, q_2$) läßt die nachgefragte Menge unverändert; **die Nachfragefunktion ist homogen vom Grade Null in den Preisen.**

### Analyse von Preiswirkungen

Nachdem wir die „globale" Wirkung einer Faktorpreisänderung auf die nachgefragte Menge dieses Faktors bereits untersucht haben, überlegen wir uns, wie dies die Ausbringungsmenge, die Kostensumme und die Einsatzmengen der Faktoren beeinflußt und ob eine Analogie zum Einkommens- und Substitutionseffekt der Haushaltstheorie feststellbar ist.

Wir nehmen diese Analyse für eine konkave Technologie mit zwei Produktionsfaktoren zunächst graphisch vor (Abbildung 45); sie läßt sich aber auch algebraisch durchführen.

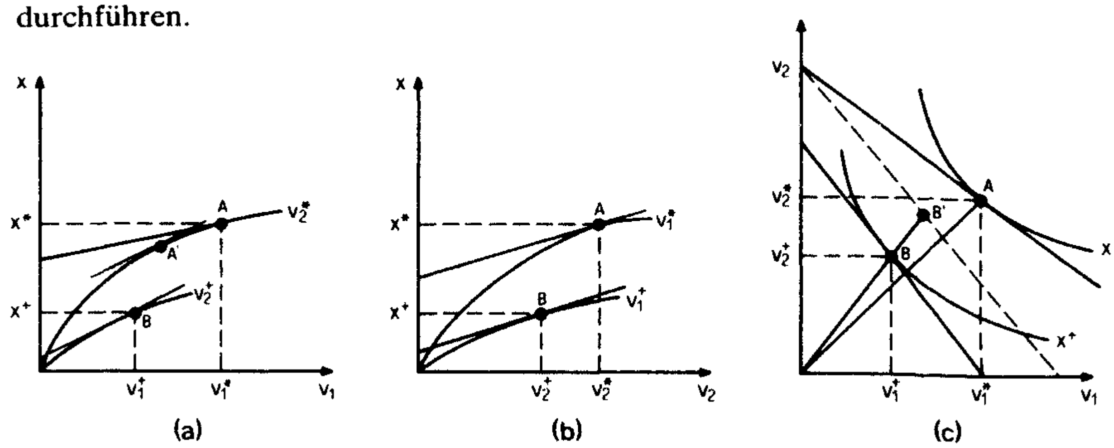



***Abb. 45:** Wirkungen einer Faktorpreiserhöhung (Faktor 1)*

Wir gehen von einem optimalen Produktionsplan (Punkt A) aus. Nehmen wir an, der Preis des Faktors 1 steige von $q_1$ auf $q_1^+$. Die dadurch ausgelöste Bewegung auf der Nachfragefunktion dieses Faktors wird von zwei Arten von Anpassung bestimmt. Wenn wir uns zunächst nur auf der partiellen Ertragsfunktion (Abbildung 45a) des Faktors 1 bei vorgegebener Einsatzmenge des Faktors 2 $v_2^*$ bewegen, so vermindert sich die Einsatzmenge des Faktors 1, bis sein Wertgrenzprodukt dem neuen Faktorpreis $q_1^+$ (Punkt A') entspricht. Wegen der Konvexität ist die Grenzproduktivität des Faktors 2 (1) positiv abhängig von der Einsatzmenge des Faktors 1 (2). Durch die

Verminderung der Einsatzmenge des Faktors 1 reduziert sich die Grenzproduktivität des Faktors 2 an der Stelle $v_2^*$, da für ihn nun wegen der Verminderung der Einsatzmenge des Faktors 1 eine niedriger liegende partielle Ertragsfunktion gilt (vgl. Abbildung 45b). Die Einsatzmenge des Faktors 2 muß reduziert werden, damit sein Wertgrenzprodukt wieder dem (konstant gebliebenen) Preis $q_2$ entspricht. Das hat zur Folge, daß die partielle Ertragsfunktion des Faktors 1 sinkt; dessen Einsatzmenge muß sich reduzieren, damit sein Wertgrenzprodukt wieder seinem „neuen" Preis $q_1^+$ entspricht. Das wiederum bewirkt ein weiteres Sinken der partiellen Ertragsfunktion des Faktors 2, und so fort. Die Punkte B in den drei Diagrammen sollen die jeweiligen Endwerte ($v_1^+, v_2^+, x^+$) dieses (gedanklich) schrittweisen Anpassungsprozesses darstellen. Wir haben also gezeigt, daß eine Faktorpreiserhöhung die optimalen Faktoreinsatzmengen und die optimale Ausbringungsmenge sinken läßt. Ebenso geht die Kostensumme zurück, wie wir aus Abbildung 46 entnehmen können.

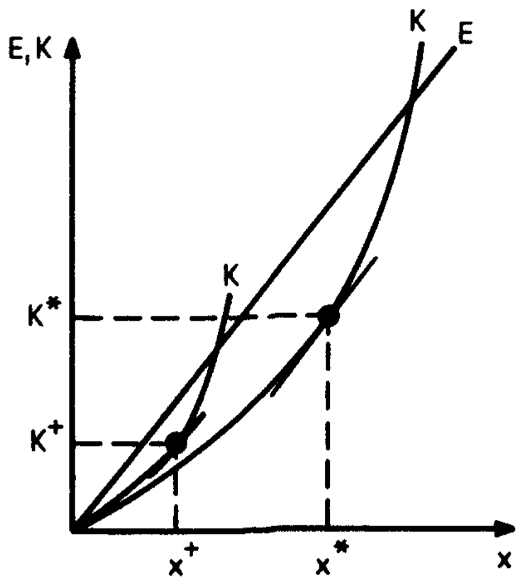



***Abb. 46:** Auswirkungen einer Erhöhung des Faktorpreises $q_1$ auf die Kosten*

Eine Faktorpreiserhöhung bewirkt unter sonst gleichen Bedingungen eine Verschiebung der Grenzkostenfunktion nach oben, und damit eine Drehung der Kostenfunktion nach links. Diese ist jetzt bei jeder Ausbringungsmenge steiler als vorher. Die Gleichheit von Produktpreis und Grenzkosten (Outputregel) muß nun bei einer geringeren Ausbringungsmenge und einer geringeren Kostensumme eintreten als vor der Preiserhöhung, da wir eine monotone Transformation der Kostenfunktion vorgenommen haben.

Die preisbedingte Bewegung auf der Faktornachfragefunktion läßt sich in einen Substitutionseffekt und Kosteneffekte zerlegen, wie man an Abbildung 45c sieht. Hält man die Kostensumme fest, erfolgt durch die Erhöhung von $q_1$ auf $q_1^+$ eine Drehung der Isokostengerade, bis deren Steigung dem neuen Faktorpreisverhältnis $q_1^+/q_2$ gleich ist (gestrichelte Isokostengerade). Output und Faktoreinsatzmengen passen sich an (von Punkt A nach Punkt B'). In Punkt B' ist das neue kostenminimale Faktoreinsatzverhältnis gegeben. Ähnlich wie in der Haushaltstheorie läßt sich hier der Gesamteffekt in einen Substitutionseffekt und in einen dem Einkommenseffekt entsprechenden „Kosteneffekt" zerlegen. Der Punkt B' ist jedoch nicht der neue Produktionspunkt, da bei einer Faktorpreiserhöhung unter sonst gleichen Bedingungen die Kostensumme sinkt. Wir haben daher in der Anpassung der Faktoreinsatzmengen entlang des neuen Expansionspfades von B' nach B einen zusätzlichen Kosteneffekt.

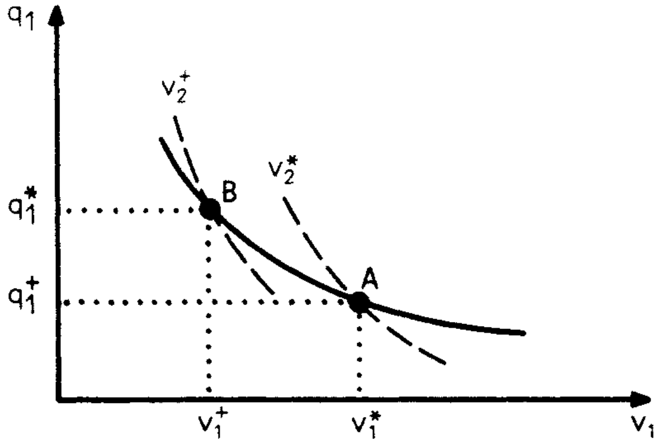



***Abb. 47:** Nachfragefunktion für Faktor 1*

Die Nachfragefunktion für den Faktor 1 wäre wesentlich unelastischer, wenn man den Faktor 2 in einer bestimmten Menge (zum Beispiel $v_2^*, v_2^+$) festhalten würde. Wir haben deshalb durch den Punkt A (B) eine steilere Nachfragefunktion gezeichnet, die sich ergeben würde, wenn die Faktormenge $v_2^+$ ($v_2^*$) nicht variiert werden kann. Auf diese Weise kann man in Abbildung 47 Bewegungen auf einzelnen partiellen Ertragsfunktionen analysieren, die zu diesen **steileren** Wertgrenzproduktfunktionen führen, und durch Verschiebung der partiellen Ertragsfunktionen die gewinnmaximalen Wertgrenzprodukte ermitteln, die die Nachfragefunktion unserer Unternehmung bestimmen.

Eine algebraische Ableitung der eben betrachteten Effekte zeigt: Anhand der Angebotsfunktion sieht man, daß eine Faktorpreiserhöhung zu einer Produktionseinschränkung führt. Bei den Kosten sind zwei gegenläufige Effekte zu beobachten: Die Produktionseinschränkung bringt eine Minderung der Kosten, die Faktorpreiserhöhung eine Erhöhung der Kosten. Der Gesamteffekt zeigt sich, wenn man die Angebotsfunktion in die Kostenfunktion einsetzt; eine Ableitung dieser so gewonnenen Kostenfunktion nach $q_1$ hat ein negatives Vorzeichen. Die Einsatzmengen der beiden Faktoren gehen zurück, da in beiden Nachfragefunktionen der Preis des Faktors 1 im Nenner steht.

Fassen wir die Aussagen über die Preiswirkungen zusammen. Wird mit konkaver Technologie produziert, haben Preisänderungen folgende Auswirkungen auf das Güterangebot und die Faktornachfrage des Mengenanpassers:

Das Güterangebot und die Faktornachfrage nehmen ab (zu), wenn bei konstanten Produktpreisen die Faktorpreise steigen (sinken). Steigt (sinkt) dagegen der Produktpreis bei konstanten Faktorpreisen, so nehmen das Güterangebot und die Faktornachfrage zu (ab). Wenn der Produktpreis steigt (sinkt) und gleichzeitig die Faktorpreise sinken (steigen), wird die Unternehmung das Güterangebot und die Faktornachfrage erhöhen (vermindern). Nehmen die Produkt- und Faktorpreise *gleichmäßig* ab (zu), bleiben Güterangebot und Faktornachfrage unverändert. Steigen (sinken) Produkt- und Faktorpreise in unterschiedlichem Ausmaß, lassen sich keine Aussagen über die Veränderung von Güterangebot und Faktornachfrage machen.

Folgende Tabelle gibt einen Überblick:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| vorgegebene Größen: | Produktpreis | c | c | + | − | + | − | + | − |
| | Faktorpreis | + | − | c | c | − | + | + | − |
| abgeleitete Größen: | Güterangebot | − | + | + | − | + | − | ? | ? |
| | Faktornachfrage | − | + | + | − | + | − | ? | ? |

c = konstant
+ = Zunahme
− = Abnahme

## H. Das Monopol

Bisher haben wir Unternehmungen betrachtet, die als Anbieter von Produkten und Nachfrager von Faktoren keinen Einfluß auf die Preise nehmen können. Das schließt ein, daß viele (kleine) Unternehmungen auf dem Markt sind, die alle ein ununterscheidbares (homogenes) Gut anbieten. Die Mengenentscheidungen eines Polypolisten beeinflussen den Markt nur unmerklich. Im Urteil der Haushalte können die Produkte der einzelnen Anbieter vollkommen gegeneinander substituiert werden.

Streng homogene Güter sind in der Realität kaum vorzufinden; sehr oft haben die Nachfrager mehr oder weniger starke Präferenzen für bestimmte Hersteller. Das ermöglicht den Unternehmen, innerhalb bestimmter Grenzen die Preise zu variieren, ohne daß bei Preiserhöhungen die gesamte Nachfrage verloren geht oder bei Preissenkungen die gesamte Nachfrage sich auf diesen Hersteller konzentriert. Wir lassen nun zu, daß Unternehmen Einfluß auf die Preise nehmen können, daß sich ihr Produkt von den Erzeugnissen anderer Unternehmen unterscheiden läßt.

Unternehmungen, die an sich ein homogenes Gut herstellen (z.B. Benzin, Waschmittel), versuchen oftmals durch künstliche Produktdifferenzierung (Verpackung, Werbung), sich einen eigenen Absatzmarkt zu schaffen. Jeder Anbieter hat in diesem Fall zwar ein Angebotsmonopol für ein bestimmtes Gut, jedoch sind die Güter anderer Unternehmen so ähnlich, daß die Nachfrager diese als Substitute für das Monopolgut verwenden können. In diesem Fall sprechen wir von **monopolistischer Konkurrenz.** Es sind aber immer noch viele, relativ kleine Unternehmen auf dem Markt.

Bieten wenige Unternehmen, die sich in ihrer Betriebsgröße nicht besonders unterscheiden, ein bestimmtes Gut an, liegt ein **Oligopol** vor. Jedes einzelne Unternehmen beeinflußt augenfällig mit seinen Preis- und Mengenentscheidungen den Markt und damit die Mitkonkurrenten. Oligopole sind sowohl bei *homogener Konkurrenz* (alle Oligopolisten produzieren **ein** homogenes Gut) wie auch bei *heterogener Konkurrenz* (die Produkte der einzelnen Hersteller unterscheiden sich merklich voneinander) denkbar. Der Gewinn eines Oligopolisten hängt nicht nur von seinen eigenen Aktionsparametern ab, sondern auch von denen (z.B. Preisen und Mengen) der übrigen Anbieter.

Eine Unternehmung dagegen, die auf einem Markt der einzige Anbieter eines Gutes ist, für das es im Urteil der Haushalte keine Substitute gibt, wird als **Monopolist** bezeichnet. So ist die Post der einzige Anbieter für Telefon und Briefbeförderung; die Bundesbahn hat ein Monopol für Personen- und Güterbeförderung auf der Schiene. Elektrizitätswerke besitzen regionale Monopole für die Stromversorgung der Bevölkerung, doch gibt es selbst zu den Produkten sehr großer Unternehmen häufig Substitute. Die Ruhrkohle AG ist zwar mit Abstand der größte Produzent an Steinkohle in der Bundesrepublik Deutschland, Kohle kann aber auch importiert werden. IBM nimmt eine marktbeherrschende Stellung auf dem Groß-Computermarkt ein, hat aber trotzdem mit einigen kleineren Konkurrenten zu rechnen.

Das Monopol wie auch die vollkommene Konkurrenz sind gedankliche Abstraktionen, die als extreme Ausprägungen denkbarer Verhaltensweisen verstanden werden sollten.

Unterschiedliche Marktformen sind aber auch auf der **Nachfrageseite** zu betrachten. Bei **vollkommener Konkurrenz** treten viele (kleine) Nachfrager auf; davon sind wir bisher ausgegangen. Von **Oligopson** spricht man, wenn einige wenige Wirtschaftssubjekte ein Gut oder einen Faktor nachfragen. Sie können nicht nur die Menge variieren, sondern alternativ auch den Preis.

Tritt nur ein Nachfrager auf, liegt ein **Monopson** oder **Nachfragemonopol** vor. Wir wollen in dieser Einführung keine umfassende Marktformenlehre bieten, sondern wir werden hier nur – in Gegenüberstellung zur vollkommenen Konkurrenz – die Modelle des Angebots- und Nachfragemonopols untersuchen. Zudem lassen sich bei ihnen relativ einfache Bedingungen für den optimalen Produktionsplan ableiten.

## 1. Das Angebotsmonopol

Unsere Modellunternehmung ist jetzt ein Angebotsmonopolist. Sie hat keine Konkurrenten, die gleiche oder ähnliche Güter auf den Markt bringen. Ihr stehen zahlreiche Haushalte als Nachfrager gegenüber, die als Mengenanpasser handeln. Auf den Faktormärkten, auf denen unsere Unternehmung als Nachfrager auftritt, ist sie ebenfalls Mengenanpasser; sie hat mit vielen anderen Unternehmungen um homogene Produktionsfaktoren zu konkurrieren.

Als einziger Anbieter auf dem Produktmarkt betrachtet ein Monopolist nicht mehr den Marktpreis, sondern die Gesamtnachfragefunktion als eine gegebene Größe. Damit steht es ihm frei, entweder eine gewinnmaximale Angebotsmenge oder einen gewinnmaximalen Preis für sein Produkt zu wählen. Der Monopolist kann diese Größen nicht unabhängig voneinander festsetzen, da die Ausbringungsmenge (Preis) eindeutig durch die Nachfragefunktion bestimmt wird, wenn er sich für einen bestimmten Preis (Ausbringungsmenge) entschieden hat.

### a) Preis-Absatz-Funktion und Erlösfunktion

Entscheidend für den Monopolisten ist, welche Produktmengen er bei alternativen Preisen absetzen kann und welche Kosten dabei entstehen. Die **Preis-Absatz-Funktion** einer Unternehmung erfaßt den funktionalen Zusammenhang zwischen Verkaufspreis und Absatzmenge aus der Sicht der Unternehmung. Der Mengenanpasser sieht sich einer horizontalen Preis-Absatz-Funktion gegenüber, da er den Marktpreis als Datum hinnimmt. Für den **Monopolisten** dagegen ist die aggregierte Nachfragefunktion aller Haushalte seine Preis-Absatz-Funktion. Wir unterstellen immer noch vollkommene Information; alle beteiligten Wirtschaftssubjekte kennen alle relevanten Daten und Zusammenhänge; zum Beispiel kennt der Monopolist die *wahre* Preis-Absatz-Funktion.

Im Kapitel „Koordination“ wird gezeigt werden, wie man individuelle Nachfragefunktionen der einzelnen Haushalte zu einer gesamtwirtschaftlichen Nachfragefunktion aggregiert. Hier unterstellen wir eine gesamtwirtschaftliche Nachfragefunktion mit negativer Steigung.

Wir gehen von einem Produkt aus, das nicht durch andere Güter substituiert werden kann. Damit ändert sich die Nachfrage nach diesem Monopolgut nicht, wenn die Preise der anderen Güter variieren; die Kreuzpreiselastizitäten dieses Gutes in bezug auf die Preise aller anderen Güter sind Null. Die Nachfrage nach dem von einem Monopolisten angebotenen Gut hängt nur von seinem eigenen Preis und den Einkommen der Haushalte ab. Zu jedem Preis dieses Gutes gehört eine bestimmte Nachfragemenge jedes einzelnen Haushaltes, die sich aus dessen optimalem Konsumplan ergibt. Der Einfluß aller anderen Größen wird als gegeben und konstant unterstellt.

Den Vektor der individuellen Einkommen wollen wir in der gesamtwirtschaftlichen Nachfragefunktion vernachlässigen. Als Beispiel wählen wir der Einfachheit halber eine lineare Nachfragefunktion. Die Absatzmenge des Monopolisten ist eine Funktion des Verkaufspreises:

(1) $x = f(p)$ Aggregierte **Nachfragefunktion** $x = \frac{a}{b} - \frac{1}{b} \cdot p$

wobei $dx/dp < 0$

Der Monopolist kann genau die Menge bestimmen, die die Nachfrager bei einem von ihm festgesetzten Preis zu kaufen wünschen. Damit ist er in der Lage, genau diejenige Menge zu produzieren und anzubieten, die auch nachgefragt wird. Der Polypolist (Mengenanpasser) kann bei gegebenem Marktpreis jede beliebige Menge produzieren und anbieten; sie wird nachgefragt.

Da die Unternehmung am Erlös in Abhängigkeit der Ausbringungsmenge interessiert ist, bilden wir die Inverse der Nachfragefunktion. Der Verkaufspreis des Monopolisten ist nun eine Funktion der Absatzmenge:

(2) $p = g(x)$ **Preis-Absatz-Funktion** $p = a - bx$

wobei $dp/dx < 0$.

Die Preis-Absatz-Funktion gibt an, welche Gütermengen der Monopolist zu alternativen von ihm gesetzten Preisen absetzen kann.

Der Erlös einer Einproduktunternehmung ist definiert als

(3) $E = p \cdot x$ **Erlösdefinition** $E = p \cdot x$

Wir erhalten die Erlösfunktion des Monopolisten, indem wir die Preis-Absatz-Funktion in die Erlösdefinition einsetzen:

(4) $E = g(x) \cdot x$ **Erlösfunktion** $E = ax - bx^2$

Eine geometrische Darstellung unseres Beispiels finden Sie in Abbildung 48. Die Preis-Absatz-Funktion ist eine Gerade mit der Steigung $-b$; der Ordinatenabschnitt a entspricht dem Höchstpreis, bei dem die Nachfrage auf Null sinkt. Der Abzissenabschnitt a/b wird **Sättigungsmenge** genannt, weil selbst bei einem Preis von Null nicht mehr als diese Menge nachgefragt wird. Wenn Sie für verschiedene Absatzmengen die entsprechenden Erlöse unterhalb der Preis-Absatz-Funktion durch Schraffierung sichtbar machen, werden Sie feststellen, daß die Erlösfunktion die im unteren Diagramm abgebildeten Glockenform aufweist.

Der Erlös nimmt mit steigender Ausbringungsmenge zunächst zu, erreicht ein Maximum und nimmt dann wieder ab. Der Grenzerlös dagegen nimmt von Anfang an ab und wird negativ, sobald das Erlösmaximum überschritten ist. Mathematisch finden wir die Grenzerlösfunktion, indem wir die Erlösfunktion nach x ableiten. Nach der Produktregel erhalten wir:

(5) $dE/dx = p + \frac{dp}{dx} \cdot x$ **Grenzerlösfunktion** $dE/dx = a - 2bx$

Für den Mengenanpasser ist der Preis ein Datum, so daß für ihn $dp/dx = 0$ gilt. Der Grenzerlös entspricht in diesem Fall dem Preis. Vergrößert der Mengenanpasser seinen Absatz um eine Einheit, so wächst auch sein Erlös stets um den Betrag des konstanten Produktpreises.

Für den Monopolisten dagegen ist der Produktpreis kein Datum; für ihn gilt

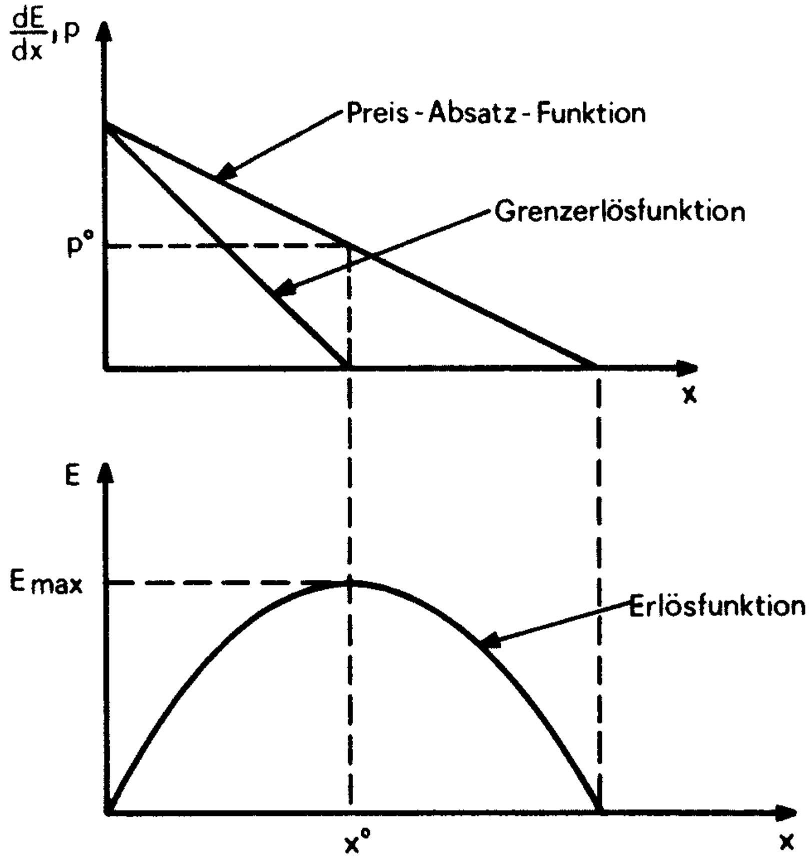



***Abb. 48:** Preis-Absatz-Funktion des Monopolisten*

$dp/dx < 0$. Da wir annehmen, daß der Monopolist für alle Nachfrager einen einheitlichen Preis setzt, muß er bei jeder zusätzlich verkauften Einheit den Produktpreis für die gesamte Verkaufsmenge senken. Der Grenzerlös ist deshalb kleiner als der Preis.

Die **Grenzerlösfunktion** unseres Beispiels hat den Ordinatenabschnitt a und die Steigung $-2b$, doppelt so steil wie die Preis-Absatz-Funktion. Im Maximum der Erlösfunktion ist der Grenzerlös gleich Null, der zugehörige Preis $p^0$. Wenn wir die Preis-Absatz-Funktion betrachten, erkennen wir, daß der Erlös und damit die Konsumausgaben der Haushalte für dieses Gut dort maximal sind, wo die Preiselastizität der Nachfrage $\eta_{x,p} = -1$ ist. Der Nachweis erfolgt durch eine Umformung der Grenzerlösfunktion.

$$(6) \qquad dE/dx = p + \frac{dp}{dx} \cdot x = p\left(1 + \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x}{p}\right)$$

Der Grenzerlös kann nun durch den Preis und die Preiselastizität der Nachfrage ausgedrückt werden:

$$(7) \qquad dE/dx = p\left(1 + \frac{1}{\eta_{x,p}}\right), \qquad \text{wobei } \eta_{x,p} = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} < 0.$$

Diese Beziehung wird als **Amoroso-Robinson-Relation** bezeichnet. Der Grenzerlös nimmt den Wert von Null an, wenn die Preiselastizität der Nachfrage $\eta_{x,p} = -1$ ist. Der Grenzerlös ist positiv, wenn $-\infty < \eta_{x,p} < -1$ ist; er wird negativ, wenn $-1 < \eta_{x,p} < 0$. Die Differenz zwischen Grenzerlös und Preis verringert sich mit steigender Preiselastizität der Nachfrage.

### b) Bestimmung des optimalen Produktionsplans

Wir wollen nun den gewinnmaximalen Produktionsplan eines Monopolisten mit Hilfe der Inputregel und der Outputregel bestimmen. Gegeben seien eine Preisabsatzfunktion $p = g(x)$, eine Produktionsfunktion $x = f(v_1, \ldots, v_m)$, die auch konstante Skalenerträge aufweisen kann und konstante Faktorpreise $q_i$. Gesucht wird der Produktpreis bzw. die Ausbringungsmenge, die den Gewinn des Monopolisten maximiert. Wir werden bewußt auf Bedingungen 2. Ordnung verzichten, um die Darstellung so einfach wie möglich zu halten.

– **Outputregel**

Die Erlösfunktion des Monopolisten lautet:

(9) $E = g(x) \cdot x$ **Erlösfunktion** $E = ax - bx^2$

Da wir unterstellen, daß der Monopolist auf den Faktormärkten als Mengenanpasser handelt, können wir die Kostenfunktion des Mengenanpassers unverändert übernehmen.

(10) $K = k(x)$ **Kostenfunktion** $K = k(x)$

Die Gewinnfunktion des Monopolisten lautet damit:

(11) $G = E - K$
$= g(x) \cdot x - k(x)$ **Gewinnfunktion** $G = ax - bx^2 - k(x)$

Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ist erreicht, wenn der Grenzgewinn den Wert von Null erreicht.

(12) $$\frac{dG}{dx} = \frac{dE}{dx} - \frac{dK}{dx} = 0 \qquad \frac{dG}{dx} = a - 2bx - \frac{dK}{dx} = 0$$

$$= p + \frac{dp}{dx} \cdot x - \frac{dK}{dx} = 0$$

oder

$$p + \frac{dp}{dx} \cdot x = \frac{dK}{dx} \qquad a - 2bx = \frac{dK}{dx}$$

bzw.

$$p\left(1 + \frac{1}{\eta_{x,p}}\right) = \frac{dK}{dx}$$

Als Ergebnis erhalten wir die **Outputregel** für den Monopolisten: **Grenzerlös gleich Grenzkosten.** Der Monopolist erreicht ein Gewinnmaximum, wenn er eine Ausbringungsmenge produziert, bei der der Grenzerlös den Grenzkosten entspricht. Eine graphische Veranschaulichung dieses Ergebnisses finden Sie in Abbildung 49. Ist die Preiselastizität der Nachfrage unendlich groß, wird die Outputregel für den Monopolisten zu jener für den Mengenanpasser. Man kann sagen: die Outputregel des Monopolisten enthält jene des Mengenanpassers als Spezialfall.

Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge x* ist erreicht, wenn der vertikale Abstand zwischen der Erlösfunktion und der Kostenfunktion maximal ist. Das ist in den Punkten A und B der Fall; die Steigung der Erlösfunktion dE/dx entspricht der Steigung der Kostenfunktion dK/dx. Im unteren Diagramm ist die gewinnmaximale Ausbringungsmenge x* durch den Schnittpunkt D der Grenzerlösfunktion dE/dx und der Grenzkostenfunktion dK/dx bestimmt. Der gewinnmaximale Preis p* ergibt sich, wenn wir x* in die Preis-Absatz-Funktion einsetzen. Auf diese Weise erhalten wir den Punkt C, der nach einem französischen Ökonomen des 19. Jahrhunderts

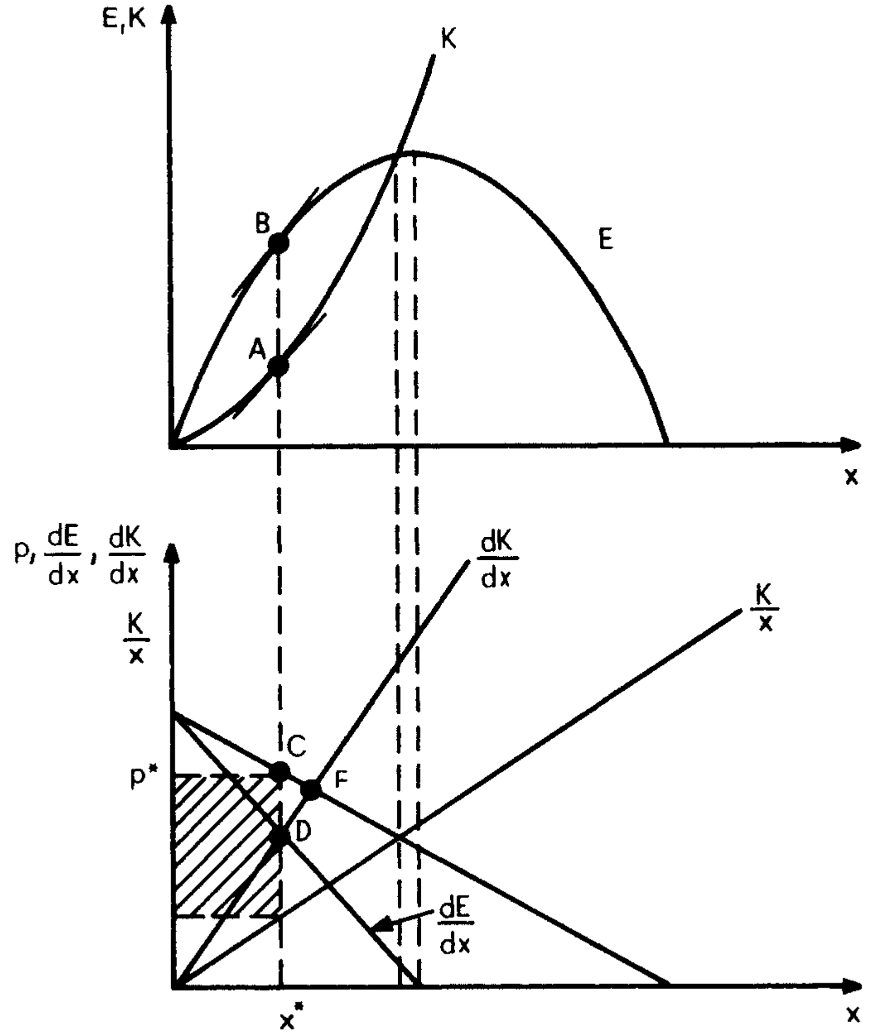



***Abb. 49:** Gewinnmaximaler Produktionsplan eines Monopolisten*

**Cournot'scher Punkt** genannt wird. Der Gewinn entspricht im oberen Diagramm der vertikalen Differenz zwischen Erlös- und Kostenfunktion und im unteren Diagramm der schraffierten Fläche.

Die zweite Ableitung der Gewinnfunktion muß negativ sein; dies stellt sicher, daß wir kein Gewinnminimum (Verlustmaximum) abgeleitet haben.

(13) $\frac{d^2G}{dx^2} = \frac{d^2E}{dx^2} - \frac{d^2K}{dx^2} < 0$ $\qquad \frac{d^2G}{dx^2} = -2b - \frac{d^2K}{dx^2} < 0$

oder

$\frac{d^2E}{dx^2} < \frac{d^2K}{dx^2}$ $\qquad -2b < \frac{d^2K}{dx^2}$

Die Steigung der Grenzerlöskurve ist durchgehend negativ. Die Steigung der Grenzkostenkurve kann positiv oder negativ sein (z. B. im Fall einer ertragsgesetzlichen Produktionsfunktion). Die Bedingung (13) verlangt, daß die Steigung der Grenzkostenkurve an der gewinnmaximalen Stelle größer ist als die Steigung der Grenzerlöskurve, an der gewinnmaximalen Stelle schneidet die Grenzkostenkurve die Grenzerlöskurve also von unten.

– **Inputregel**

Bei der Formulierung der erweiterten Zielfunktion für den Monopolisten ist neben der Produktionsfunktion die Preis-Absatz-Funktion als weitere Nebenbedingung zu berücksichtigen. Die Lagrange-Funktion lautet:

(14) $$Z = p \cdot x - \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i + \lambda \cdot \{x - f(v_1, \ldots, v_m)\} + \varrho \cdot \{p - g(x)\}$$

Das Maximum der Lagrange-Funktion ist dort gegeben, wo ihre ersten Ableitungen nach den Variablen x, $v_i$, $\lambda$ und $\varrho$ den Wert Null haben.

(15) $$\partial Z/\partial p = x + \varrho = 0$$

$$\partial Z/\partial x = p + \lambda + \varrho \cdot (-dp/dx) = 0$$

$$\partial Z/\partial v_i = -q_i + \lambda(-\partial x/\partial v_i) = 0 \qquad i = 1, \ldots, m$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = x - f(v_1, \ldots, v_m) = 0 \qquad \frac{\partial Z}{\partial \varrho} = p - g(x) = 0$$

Durch Einsetzen erhalten wir folgendes Ergebnis:

(16) $$\left(p + \frac{dp}{dx} \cdot x\right) \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} = q_i$$

bzw.

$$p\left(1 + \frac{1}{\eta_{x,p}}\right) \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} = q_i \qquad \text{für } i = 1, \ldots, m$$

Die **Inputregel** für den Monopolisten lautet: **Im Gewinnmaximum entspricht das Grenzerlösprodukt jedes Faktors seinem Faktorpreis.** Das Grenzerlösprodukt ist das mit dem Grenzerlös bewertete physische Grenzprodukt

$$\left(p + \frac{dp}{dx} \cdot x\right) \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} = \frac{dE}{dx} \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} = q_i.$$

Im Gewinnmaximum bewertet der Monopolist also das physische Grenzprodukt eines Faktors mit dem Grenzerlös, der Mengenanpasser mit dem Preis. Ist die Preiselastizität der Nachfrage unendlich groß, wird die Inputregel des Monopolisten zu jener für den Mengenanpasser. Man kann sagen: die Inputregel des Monopolisten enthält jene des Mengenanpassers als Spezialfall.

Da er das physische Grenzprodukt jedes Faktors mit dem Grenzerlös bewertet, produziert auch der Monopolist mit einer Minimalkostenkombination der Produktionsfaktoren. Für jedes Paar von Produktionsfaktoren ist daher die Bedingung der Minimalkostenkombination erfüllt:

(17) $$\frac{\partial x}{\partial v_i} \Big/ \frac{\partial x}{\partial v_j} = \frac{q_i}{q_j} \qquad \text{für } i, j = 1, \ldots, m \text{ und } i \neq j.$$

### c) Der Monopolist im Vergleich zum Mengenanpasser

Für den **Mengenanpasser** ist die Grenzkostenkurve die Angebotsfunktion der Unternehmung; sie gibt die zu alternativen Produktpreisen angebotenen gewinnmaximalen Ausbringungsmengen an. Ein **Monopolist** besitzt keine derartige Angebotsfunktion, sondern nur einen Cournotschen Angebotspunkt.

Wie man in Abbildung 49 sofort sieht, läßt sich für den Monopolisten – im Gegensatz zum Mengenanpasser – eine optimale Angebotsmenge selbst für den Fall bestimmen, daß die Kostenfunktion konstante oder abnehmende Zuwächse aufweist. Das bedeutet, der Monopolist kann Technologien mit konstanten oder steigenden Skalenerträgen anwenden; die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ist auch unter diesen Bedingungen ableitbar. Voraussetzung ist allein, daß es überhaupt gewinnbringende Produktionspläne gibt, das heißt, daß die Kostenkurve die Erlöskurve schneidet oder zumindest tangiert.

Lassen Sie uns einen Augenblick unterstellen, daß der **Monopolist** nach der Outputregel „Preis = Grenzkosten" entscheide. Die Folge ist, daß die Unternehmung eine größere Menge zu einem niedrigeren Preis anbietet (vgl. Punkt F in Abbildung 49). Die Feststellung allerdings, daß die Nachfrager durch einen Monopolisten schlechter gestellt werden als durch Mengenanpasser, ist nur dann richtig, wenn beide auch über die gleichen Kostenfunktionen verfügen. Es ist vorstellbar, daß ein Monopolist Vorteile der industriellen Massenproduktion besser nutzen kann und deshalb mit einer günstigeren Kostenfunktion arbeitet als Mengenanpasser, die als kleine Produktionseinheiten mit vielen anderen konkurrieren. Möglicherweise wird so der Nachteil, der aus dem Verhalten des Monopolisten für die Verbraucher resultiert, teilweise oder ganz kompensiert.

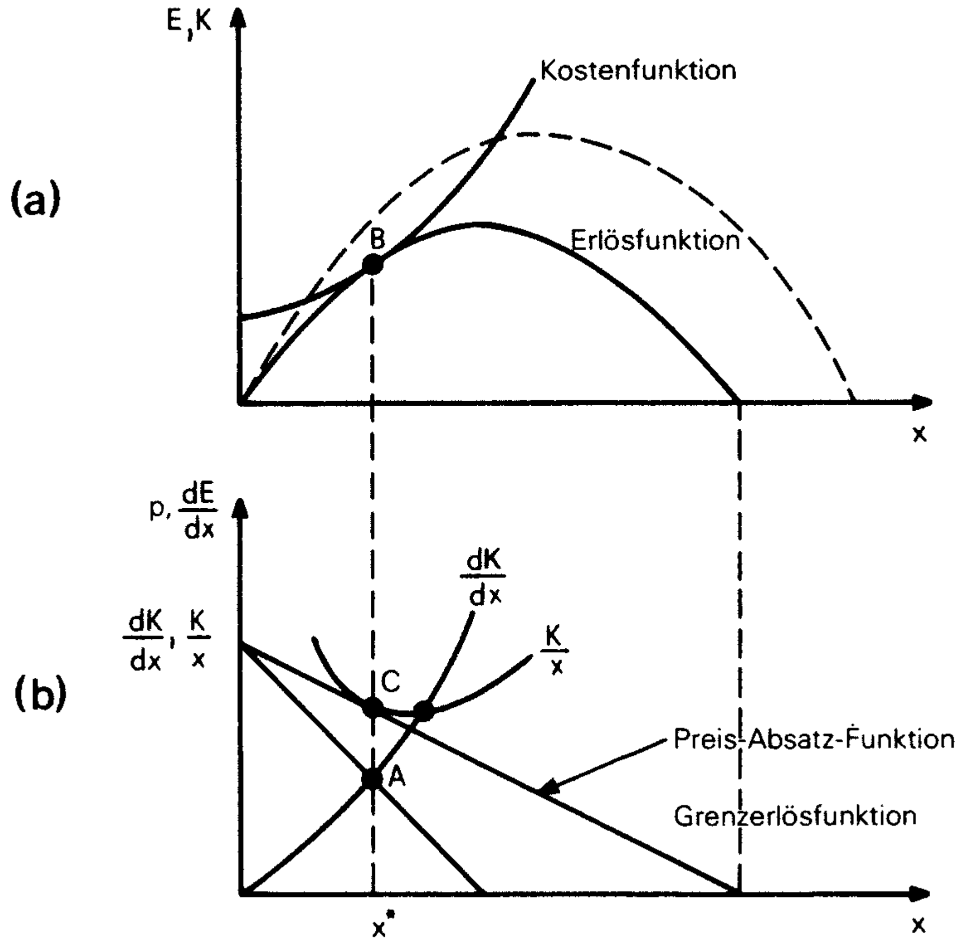



***Abb. 50:** Gewinnmaximaler Produktionsplan bei monopolistischer Konkurrenz*

Treten Konkurrenten in den Monopolmarkt ein, so verschiebt sich die Erlösfunktion und damit die Preis-Absatz-Funktion. In Abbildung 50 finden Sie den gewinnmaximalen Produktionsplan eines Monopolisten, der einen Gewinn von Null erzielt (vgl. die Punkte B und C). Diese Situation entspricht dem langfristigen Gleichgewicht bei **monopolistischer Angebotskonkurrenz.** Durch Gewinne in der Ausgangssituation werden Konkurrenten angelockt, in den Markt des Monopolisten einzutreten. Da der Monopolist nun den Markt mit mehreren anderen teilen muß, verschiebt sich die Preis-Absatz-Funktion und damit die Erlösfunktion nach innen. Wenn die Unternehmungen der monopolistischen Konkurrenz mehrere Produktvarianten herstellen, unter denen die Verbraucher nach ihrem Geschmack aussuchen können, ist dies ein Vorteil. Diesem steht als Nachteil der im Vergleich zum Mengenanpasser höhere Preis gegenüber.

## 2. Das Nachfragemonopol (Monopson)

In diesem Abschnitt betrachten wir auf sehr einfache Weise monopolartiges Verhalten auf der Nachfrageseite. Der Nachfragemonopolist ist das einzige Wirtschaftssubjekt, das ein bestimmtes Gut oder einen bestimmten Faktor auf dem Markt nachfrägt; es gibt für ihn als Nachfrager keine Konkurrenten. Auf der Angebotsseite stehen ihm viele Wirtschaftssubjekte gegenüber. Es sind alles Mengenanpasser; keiner von ihnen ist in der Lage, den Preis zu beeinflussen. Ihre aggregierte Angebotsfunktion hat einen steigenden Verlauf. Sie ist dem Monopsonisten – wie alle relevanten Daten und Zusammenhänge – bekannt. Der Monopsonist kann nun den Preis oder die Menge frei bestimmen.

Wir bauen das Nachfragemonopol in der Weise in unser bisher konzipiertes Modell ein, daß wir unterstellen, auf dem Markt des Faktors 1 sei unsere Unternehmung alleiniger Nachfrager. Auf den Märkten der übrigen Faktoren sowie auf dem Produktmarkt verhält sie sich als Mengenanpasser. Wie sieht der optimale Produktionsplan für diese Unternehmung aus? Nach welchen Bedingungen sind die gewinnmaximalen Einsatzmengen der Faktoren und die gewinnmaximale Ausbringungsmenge zu bestimmen?

### a) Die Preis-Bezugs-Kurve und die Ausgabenfunktion

Auf dem Markt des Faktors 1 haben wir eine positiv geneigte Angebotsfunktion.

(1) $v_1 = f(q_1)$ Aggreg. **Angebotsfunktion** $v_1 = (q_1 - a)/b$
mit $dv_1/dq_1 > 0$ mit $1/b > 0$

Die angebotene Menge des Faktors 1 hängt nur von dessen Preis ab. Alle übrigen Einflüsse seien als konstant unterstellt; ihnen haben wir in unserem Beispiel durch die Konstante a Rechnung getragen.

Die Unternehmung ist an den entstehenden Kosten in Abhängigkeit von der eingesetzten Faktormenge interessiert; also bilden wir die inverse Funktion, die man **Preis-Bezugs-Kurve** nennt.

(2) $q_1 = g(v_1)$ **Preis-Bezugs-Kurve** $q_1 = a + b \cdot v_1$

mit $dq_1/dv_1 > 0$.

Die Preis-Bezugs-Kurve gibt an, wie sich der Faktorpreis $q_1$ in Abhängigkeit von der angebotenen Menge verändert. Sollen die Anbieter des Faktors 1 die Angebotsmenge erhöhen, muß der Monopsonist einen höheren Preis bezahlen; die erste Ableitung der Preis-Bezugs-Kurve ist daher positiv für alle Mengen $v_1$.

Die **Ausgabenfunktion** für den Faktor 1 ergibt sich aus der Multiplikation der Preis-Bezugs-Kurve mit der gekauften Menge $v_1$.

(3) $A = q_1 \cdot v_1 = g(v_1) \cdot v_1$ **Ausgabenfunktion** $A = q_1 \cdot v_1 = a \cdot v_1 + b \cdot v_1^2$

Die **Grenzausgaben,** also die Ausgaben, die durch den Kauf einer zusätzlichen Einheit des Faktors 1 entstehen, erhalten wir als erste Ableitung der Ausgabenfunktion nach der Menge $v_1$. Wir wenden die Produktregel an.

(4) $\frac{dA}{dv_1} = q_1 + \frac{dq_1}{dv_1} \cdot v_1$ **Grenzausgabenfunktion** $\frac{dA}{dv_1} = a + 2b \cdot v_1$

Die Ausgaben nehmen wegen $dq_1/dv_1 > 0$ mit steigender Menge $v_1$ überproportional zu. Die Grenzausgaben sind höher als der Faktorpreis. (Bei vollkommener Konkurrenz sind Grenzausgaben und Faktorpreis identisch.) Mit jeder zusätzlich gekauften Einheit des Faktors 1 erhöht sich der Preis für die **gesamte** Menge, da der Monopso-

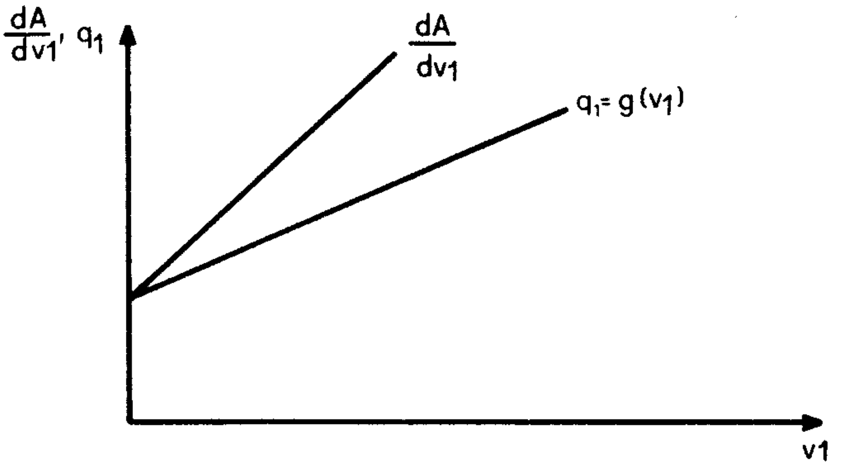



*Abb. 51: Preis-Bezugs-Kurve und Grenzausgabenfunktion des Faktors 1*

nist einen einheitlichen Preis für alle Anbieter setzt. In Abbildung 51 sind die relevanten Funktionen eingetragen.

Nehmen wir die Amoroso-Robinson-Relation zu Hilfe, dann lassen sich die Grenzausgaben des Faktors 1 auch in Abhängigkeit vom Faktorpreis $q_1$ und der Angebotselastizität dieses Faktors ausdrücken

$$(5) \qquad \frac{dA}{dv_1} = q_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta_{v_1, q_1}}\right) \qquad\qquad \frac{dA}{dv_1} = q_1 \cdot \left(1 + b \cdot \frac{v_1}{q_1}\right) = q_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta_{v_1, q_1}}\right).$$

Die Grenzausgaben liegen um so stärker über dem Faktorpreis, je unelastischer das Angebot auf Änderungen des Faktorpreises reagiert. $\eta_{v_1, q_1}$ ist die Angebotselastizität des Faktors 1 in bezug auf seinen Preis $q_1$; sie hat einen positiven Wert.

## b) Der optimale Produktionsplan des Monopsonisten

Wie wir wissen, ist der optimale Produktionsplan durch jene Ausbringungsmenge $x^*$ gekennzeichnet, die den höchsten Gewinn erbringt, und durch jene Faktoreinsatzmengen $(v_1^*, \ldots, v_m^*)$, die zu dieser Produktmenge $x^*$ die geringsten Kosten verursachen. Für den Monopsonisten auf dem Faktormarkt 1 ist mit der kostenminimalen Menge $v_1^*$ der optimale Faktorpreis $q_1^*$ bestimmt und umgekehrt. Welche Bedingungen für den optimalen Produktionsplan ergeben sich für eine Unternehmung, die auf dem Markt eines Faktors Preis oder Menge frei bestimmen kann? Wir wollen dies anhand der Input- und der Outputregel untersuchen.

– **Inputregel**

Wie üblich ist der Gewinn, also Erlös minus Kosten, zu maximieren. Als Nebenbedingungen haben wir neben der Produktionsfunktion die Preis-Bezugs-Kurve zu berücksichtigen. Der Lagrange-Ansatz lautet:

$$(6) \qquad L = p \cdot x - \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i + \lambda \cdot [x - f(v_1, \ldots, v_m)] + \varrho \cdot [q_1 - g(v_1)]$$

$$L = p \cdot x - \sum_{i=1}^{2} q_i \cdot v_i + \lambda \cdot (x - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta}) + \varrho \cdot (q_1 - a - b \cdot v_1)$$

Aktionsparameter sind für den Monopsonisten die Ausbringungsmenge, die Faktormengen und der Preis des Faktors 1, wobei wir den Zusammenhang zwischen Menge und Preis des Faktors 1 entsprechend der Preis-Bezugs-Kurve zu beachten haben. Nach diesen Aktionsparametern, sowie den Lagrangemultiplikatoren ist abzuleiten; im Gewinnmaximum sind die ersten Ableitungen gleich Null.

$$(7)\quad \frac{\partial L}{\partial x} = p + \lambda = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial x} = p + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_1} = -q_1 - \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1} - \varrho \cdot \frac{dq_1}{dv_1} = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial v_1} = -q_1 - \lambda \cdot \alpha \cdot v_1^{\alpha-1} v_2^{\beta} - \varrho \cdot b = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_i} = -q_i - \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} = 0 \quad \text{für } i = 2, \ldots, m \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial v_2} = -q_2 - \lambda \cdot \beta \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta-1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = -v_1 + \varrho = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial q_1} = -v_1 + \varrho = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x - f(v_1, \ldots, v_m) = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = x - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varrho} = q_1 - g(v_1) = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial \varrho} = q_1 - a - b \cdot v_1 = 0$$

Ersetzen wir den Lagrangemultiplikator $\lambda$ durch den Produktpreis p und $\varrho$ durch die Menge $v_1$, dann erhalten wir als Bedingungen für das Gewinnmaximum

$$(8)\quad q_1\left(1 + \frac{1}{\eta_{v_1,q_1}}\right) = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1} \qquad\qquad q_1\left(1 + b\,\frac{v_1}{q_1}\right) = p \cdot \frac{\alpha \cdot x}{v_1}$$

$$(9)\quad q_i = p \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} \quad \text{für } i = 2, \ldots, m \qquad\qquad q_2 = p \cdot \frac{\beta \cdot x}{v_2}$$

Auf dem monopsonistischen Markt gilt: **Grenzausgaben gleich Wertgrenzprodukt,** für die übrigen Faktoren gilt die bekannte Regel: Faktorpreis gleich Wertgrenzprodukt. Dies ist nicht verwunderlich, da die Unternehmung sich auf den Märkten der Faktoren (2, ..., m) als Mengenanpasser verhält.

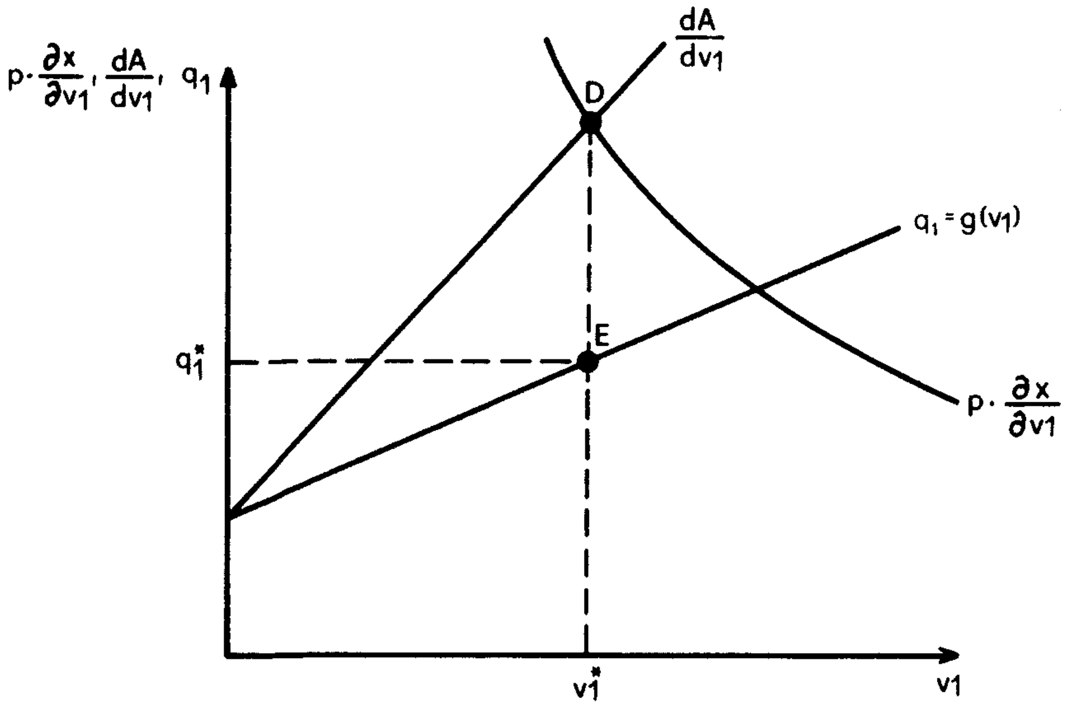



***Abb. 52:** Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans nach der Inputregel*

Abbildung 52 veranschaulicht die Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans nach der Inputregel; sie enthält alle notwendigen Informationen. Bei der Menge

$v_1^*$ ist die Bedingung „Grenzausgaben gleich Wertgrenzprodukt" (Punkt D) erfüllt. $v_1^*$ ist die gewinnmaximale (kostenminimale) Einsatzmenge des Faktors 1. Die Preis-Bezugs-Kurve (Punkt E) gibt den optimalen Faktorpreis $q_1^*$ für Faktor 1 an.

Welche Bedingungen für den gewinnmaximalen Produktionsplan eines Monopsonisten gelten, können wir uns graphisch auch anhand einer partiellen Ertragsfunktion für Faktor 1 $[x = f(v_1, v_2^*, \ldots, v_m^*)]$ überlegen. Der Monopsonist wählt im Gewinnmaximum jene Einsatzmenge $v_1$, bei der das physische Grenzprodukt größer ist als das Verhältnis von Faktor- und Produktpreis, und zwar um den Koeffizienten $\left(1 + \frac{1}{\eta_{v_1, q_1}}\right)$ (vgl. Abbildung 53).

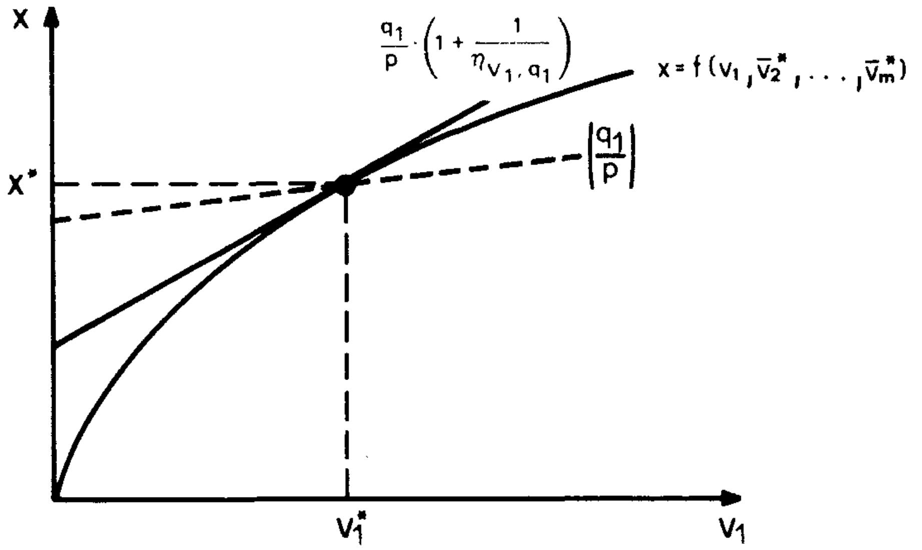



*Abb. 53: Der gewinnmaximale Produktionsplan des Monopsonisten, dargestellt an der partiellen Ertragsfunktion des Faktors 1*

– **Outputregel**

Die Bestimmung des gewinnmaximalen Produktionsplans nach der Outputregel setzt die Ermittlung einer Kostenfunktion voraus. Dies geschieht nach dem Ansatz

$$(10) \qquad L = \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i + \lambda \cdot [x - f(v_1, \ldots, v_m)] + \varrho \cdot [q_1 - g(v_1)]$$

$$L = \sum_{i=1}^{2} q_i \cdot v_i + \lambda \cdot (x - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta}) + \varrho \cdot (q_1 - a - b \cdot v_1)$$

Die Kosten sind unter zwei Nebenbedingungen zu minimieren, die wir bereits bei der Anwendung der Inputregel kennengelernt haben: Es muß insgesamt effiziente Produktion vorliegen und für den Faktor 1 müssen die Bedingungen des monopsonistischen Marktes gelten, nämlich daß die zu kaufende Menge gemäß Preis-Bezugs-Kurve den Faktorpreis bestimmt.

Wir ermitteln das Minimum der Lagrangefunktion, indem wir nach den Faktormengen, dem Preis des Faktors 1 und den Lagrangemultiplikatoren ableiten und die Ableitungen gleich Null setzen.

$$(12) \qquad \frac{\partial L}{\partial v_1} = q_1 - \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_1} - \varrho \cdot \frac{dq_1}{dv_1} = 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial v_1} = q_1 - \lambda \cdot \alpha \cdot A v_1^{\alpha-1} v_2^{\beta} - \varrho \cdot b = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_i} = q_i - \lambda \cdot \frac{\partial x}{\partial v_i} = 0 \quad i = 2, \ldots, m \qquad \frac{\partial L}{\partial v_2} = q_2 - \lambda \cdot \beta \cdot A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta-1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = v_1 + \varrho = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial q_1} = v_1 + \varrho = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x - f(v_1, \ldots, v_m) = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = x - A \cdot v_1^{\alpha} \cdot v_2^{\beta} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varrho} = q_1 - g(v_1) = 0 \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial \varrho} = q_1 - a - b \cdot v_1 = 0$$

Die auf den Konkurrenzmärkten gekauften Faktoren 2, ..., m werden in ihrem Verhältnis zueinander nach den üblichen Regeln der Minimalkostenkombination eingesetzt, nämlich

$$(13) \qquad \frac{\partial x/\partial v_i}{\partial x/\partial v_j} = \frac{q_i}{q_j} \qquad \text{für } i, j = 2, \ldots, m$$

Ihr Einsatzverhältnis zueinander wird so gewählt, daß für jedes Faktorpaar das Verhältnis ihrer Grenzproduktivitäten gleich dem Verhältnis der Faktorpreise ist.

Will man das Einsatzverhältnis zwischen dem auf dem monopsonistischen Markt gekauften Faktor 1 und einem auf einem Konkurrenzmarkt nachgefragten Faktor bestimmen, dann ist zu beachten, daß sich der Preis des Faktors 1 mit variierender Menge ändert. Ersetzen wir den Lagrangemultiplikator $\varrho$ durch die Menge $v_1$, wobei wir auch das negative Vorzeichen berücksichtigen, dann ergeben sich, wenn wir die ersten beiden Gleichungen in (12) zueinander in Beziehung setzen, als Bedingungen für die Minimalkostenkombination zwischen dem Faktor 1 und jedem anderen Faktor

$$(14) \qquad \frac{q_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta_{v_1,q_1}}\right)}{q_i} = \frac{\partial x/\partial v_1}{\partial x/\partial v_i} = \left|\frac{dv_i}{dv_1}\right| \qquad \text{für } i = 2, \ldots, m.$$

Der Faktor 1 wird zur Produktion einer bestimmten Ausbringungsmenge x mit jedem beliebigen anderen Faktor in einem solchen Verhältnis eingesetzt, daß die Relation der Grenzproduktivitäten größer ist als das Verhältnis der Faktorpreise, und zwar um den Koeffizienten $1 + \frac{1}{\eta_{v_1,q_1}}$. Es wird also ein Einsatzverhältnis gewählt, bei dem die Grenzrate der technischen Substitution $\left|\frac{dv_i}{dv_1}\right|$ größer ist als das Faktorpreisverhältnis – vgl. Abbildung 54. Wäre $q_1$ konstant, gäben die gestrichelten Linien die Steigung des Faktorpreisverhältnisses $q_1/q_2$ an.

Das Unternehmen wählt deswegen das Einsatzverhältnis A, weil es die Outputmenge $\bar{x}$ unter den gegebenen Bedingungen mit diesem Einsatzverhältnis billiger produzieren kann; denn im Vergleich zum Einsatzverhältnis B sind die Mehrkosten in A für Faktor 1 geringer als die Kostenersparnisse bei Faktor 2.

Die Ableitung der Kostenfunktion für die Modellunternehmung, die als einzige den Faktor 1 nachfrägt, bei den übrigen Faktoren aber als preisnehmender Mitkonkurrent auftritt, geht wie üblich von der Kostendefinition aus.

$$(15) \qquad K = \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot v_i \qquad\qquad K = \sum_{i=1}^{2} q_i \cdot v_i$$

Berücksichtigen wir den Zusammenhang zwischen Menge und Preis des Faktors 1 gemäß Preis-Bezugs-Kurve, dann ergibt sich

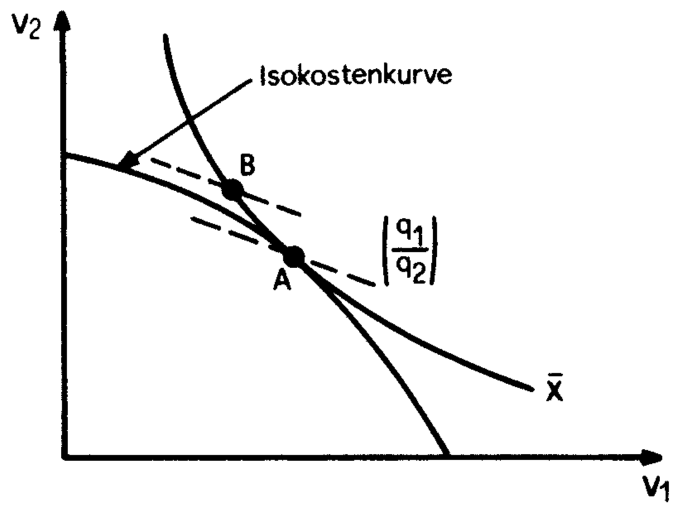



***Abb. 54:** Minimalkostenkombination: Der Preis des Faktors 2 ist konstant; der Preis des Faktors 1 steigt mit zunehmender Menge.*

(16) $\quad K = g(v_1) \cdot v_1 + \sum_{i=2}^{m} q_i \cdot v_i \qquad\qquad K = (a + b \cdot v_1) \cdot v_1 + q_2 \cdot v_2$

Im Zweifaktorfall erhalten wir als Gleichung für die Isokostenkurve

$$v_2 = \frac{K}{q_2} - a \cdot \frac{v_1}{q_2} - b \cdot \frac{v_1^2}{q_2} \, .$$

Die Isokostenkurve ist unter den gegebenen Bedingungen (der Preis eines Faktors steigt mit zunehmender Menge) konkav zum Koordinatenursprung gekrümmt – vgl. Abbildung 54. Punkt B liegt auf einer höheren Isokostenkurve; er wäre kein kostenminimaler Produktionsplan.

Ausgehend von der Kostendefinition wird also unter Berücksichtigung der Bedingungen der effizienten Produktion, der Minimalkostenkombination und der Preis-Bezugs-Kurve für den Faktor 1 eine Kostenfunktion abgeleitet. In der Regel ergeben sich dabei erhebliche analytische Schwierigkeiten, auf die wir aber hier nicht eingehen wollen.

Liegt die Kostenfunktion $K = k(x)$ vor, dann bestimmt sich der gewinnmaximale Produktionsplan nach der Outputregel wie üblich

(17) $\quad G = E - K$

$\qquad\quad = p \cdot x - k(x)$

(18) $\quad \frac{dG}{dx} = p - \frac{dK}{dx} = 0 \qquad$ und

(19) $\quad \frac{d^2G}{dx^2} = -\frac{d^2K}{dx^2} < 0, \qquad$ also $\qquad \frac{d^2K}{dx^2} > 0$

Aus (18) ergibt sich die Outputregel für den Monopsonisten

(20) $\quad p = \frac{dK}{dx}$

Der gewinnmaximale Produktionsplan liegt vor, wenn jene Ausbringungsmenge produziert wird, deren Grenzkosten gleich dem Produktionspreis sind. Es handelt sich dann um eine Gewinn**maximierung**, wenn die Steigung der Grenzkostenkurve bei dieser Ausbringungsmenge x* größer Null ist. Die Bedingung für den gewinnmaximalen Produktionsplan nach der Outputregel ist identisch mit der der vollkommenen Konkurrenz, da sich der Monopsonist auf dem Produktmarkt annahmegemäß als Mengenanpasser verhält.

## Schlußbemerkung: Die Stellung der Unternehmen in unserer Modellökonomie

Wir haben gesehen, unter welchen Bedingungen die Unternehmung den optimalen Produktionsplan erstellt, wie sie sich auf dem Markt verhält, das heißt, welche Größen ihre Angebots- und Nachfragemengen bestimmen.

Die Unternehmung hat in unserem statischen Modell keinerlei Einfluß auf die Technik und als Mengenanpasser auf die (Produkt- und Faktor-)Preise. Bewertet sie die Produktionspläne nach den entstehenden Gewinnen und wird der gewinnmaximale Produktionsplan realisiert, dann sind damit – wie wir gesehen haben – die Produktmenge und die Faktoreinsatzmengen in der Regel eindeutig bestimmt. Die Höhe eines eventuell entstehenden Gewinns hängt neben der Technologie und den Faktorpreisen davon ab, welcher Produktpreis auf dem Markt gilt; dieser wird durch die auf dem Markt wirksame Nachfrage der Haushalte nach diesem Gut mitbestimmt, wie im nachfolgenden Kapitel „Koordination" gezeigt werden wird. Die (gleichgewichtigen) Faktorpreise ihrerseits hängen bei gegebener Technologie ebenfalls von der Nachfrage der Haushalte nach Produkten ab, bei denen diese Faktoren als Inputs verwendet werden.

Verlagern die Haushalte zum Beispiel das Interesse von einem Gut i zu einem Gut j, das heißt, ändern sie ihre Präferenzordnung in der angegebenen Weise, dann stellt sich ein niedrigerer (gleichgewichtiger) Preis für das Produkt i ein. Bleiben die insgesamt notwendigen Faktormengen (und damit auch deren Preise) konstant, dann kann unter Umständen bei der Produktion des Gutes i kein Gewinn mehr erzielt werden. Dies ist dann der Fall, wenn die minimalen Durchschnittskosten aller beteiligten Unternehmen über dem Marktpreis liegen. Gut i wird nicht mehr hergestellt, die produzierte Menge des Gutes j ist angestiegen. Die Haushalte haben die Produktionsstruktur verändert, ohne daß die Unternehmen dies hätten verhindern können.

Man kann daher sagen, daß bei gegebenem technischen Wissen die Unternehmen das ausführen, was die Haushalte wünschen. Es sind also die Haushalte, die in unserer Modellökonomie das Sagen haben. Diese Zusammenhänge werden in den beiden letzten Kapiteln dieses Buches weiterverfolgt.

# Kapitel IV
# Koordination

## A. Einleitung

In den Kapiteln II und III untersuchten wir die ökonomischen Entscheidungen von einzelnen Haushalten und Unternehmen. Dabei gingen wir (mit Ausnahme des Monopols) davon aus, daß die Wirtschaftssubjekte sich als Mengenanpasser verhalten: sie optimieren ihren Konsum- oder Produktionsplan, wobei sie alle Preise als vorgegeben ansehen.

Die Lösung des Optimierungsproblems lieferte für jedes Gut und jeden Faktor allgemeine Nachfrage- und Angebotsfunktionen der einzelnen Haushalte und Unternehmen. Diese Funktionen ordnen – bei gegebener Erstausstattung der Haushalte – alternativen Kombinationen von Preisen die Güter- oder Faktormengen zu, die das betreffende Wirtschaftssubjekt nachfragen oder anbieten möchte.

Die Betrachtung individueller Entscheidungen hat bisher einen breiten Raum eingenommen, doch letztlich ist die Wirtschaftstheorie nicht so sehr am Verhalten einzelner Individuen interessiert. Das modellmäßige Erfassen individuellen Verhaltens ist vielmehr nur die Vorstufe einer weitergehenden Analyse: welches Ergebnis stellt sich ein, wenn eine **Vielzahl** von Haushalten und Unternehmen, die unabhängig voneinander Entscheidungen treffen und sich dabei allein an ihrem eigenen Vorteil orientieren, *auf Märkten zusammentreffen?*

Auf Anhieb würde man vielleicht argumentieren, daß sich ohne eine zentrale, lenkende Instanz notwendigerweise ein Chaos ergeben muß. Um so bemerkenswerter ist es, daß in der Wirtschaftstheorie in einer langen Tradition bereits seit **Adam Smith** (1723–1790) die entgegengesetzte Auffassung vertreten wird: in einer dezentralen Marktwirtschaft, in der die einzelnen Wirtschaftssubjekte sich allein von Preissignalen leiten lassen, ohne dabei die Entscheidungen anderer Haushalte und Unternehmen zu berücksichtigen, werden die Pläne aller Individuen quasi von unsichtbarer Hand so koordiniert, daß sie miteinander vereinbar (kompatibel) sind.

In der populären Formulierung „die Preise spielen sich so ein, daß Angebot und Nachfrage auf allen Märkten übereinstimmen" wird diese Vorstellung heute als etwas geradezu Selbstverständliches betrachtet. So einfach die Idee klingt, so schwer ist es, sie präzise zu formulieren. Dabei müssen folgende Probleme analysiert werden:

- Ist ein Zustand, in dem die Pläne aller Haushalte und Unternehmen miteinander **vereinbar** sind, **logisch** möglich? Welche Bedingungen müssen dabei erfüllt sein? Sind vielleicht sogar mehrere solcher Zustände denkbar? **(Existenz und Eindeutigkeit eines allgemeinen Gleichgewichtes)**
- Welche Mechanismen können einen Gleichgewichtszustand herbeiführen beziehungsweise aufrechterhalten? **(Stabilität eines allgemeinen Gleichgewichtes)**

Es ist ein recht anspruchsvolles Vorhaben, das Zusammenwirken vieler, voneinander unabhängig entscheidender Individuen auf vielen Märkten gleichzeitig zu erfassen. Denn das bedeutet, daß ein komplexes, **interdependentes** System mit vielfältigen Wechselbeziehungen analysiert werden muß. Aufbauend auf dem Werk von **Léon Walras** (1834–1910), der hierzu wegweisende Arbeiten geleistet hat, entwickelte die

**neoklassische Gleichgewichtstheorie** ein **Totalmodell** allgemeinen Gleichgewichtes, das es erlaubt, die Interdependenzen in einem wohldefinierten, präzisen Rahmen zu analysieren.

Dieses Modell wurde in den letzten Jahrzehnten immer mehr verfeinert – einen entscheidenden Beitrag dazu lieferten die beiden Nobelpreisträger **Kenneth Arrow** und **Gérard Debreu.** Es weist eine bewundernswerte formale Geschlossenheit auf und ist das heute am besten verstandene Modell der Wirtschaftstheorie. Mit mathematisch anspruchsvollen Methoden ist darin die Frage der Existenz eines Gleichgewichtes detailliert beantwortet worden. Im Abschnitt D dieses Kapitels werden die Kernaussagen des Modells – weitgehend unter Verzicht auf formale Ableitungen und allgemeine Beweise – zusammengefaßt.

Andererseits aber wird sich erweisen, daß die neoklassische Gleichgewichtstheorie zur Beantwortung der Frage, welche Mechanismen einen Gleichgewichtszustand herbeiführen, recht wenig und nur sehr Unbefriedigendes beizutragen hat. Innerhalb dieser Modellwelt ist die Frage nach dem Anpassungsmechanismus hin zum Gleichgewicht deshalb nur ungenügend zu beantworten, weil man davon ausgeht, daß sich alle Wirtschaftssubjekte als Mengenanpasser verhalten, die Preise also als gegeben hinnehmen.

Dieses Mengenanpasserverhalten vereinfacht die Analyse der Existenz eines Gleichgewichtes erheblich, läßt aber offen, wie sich denn die Preise flexibel zum Gleichgewicht hin bewegen sollten. Diese Schwäche der Gleichgewichtstheorie ist ein Hauptgrund dafür, daß sie zwar das geschlossenste und exakteste ökonomische Theoriegebäude darstellt, gleichzeitig aber auch eines der umstrittensten.

Die Analyse eines **Totalmodells,** in dem viele Märkte gleichzeitig betrachtet werden, erfordert ein komplexes Modell. Deshalb werden zunächst einmal die Grundprobleme, soweit möglich, am Beispiel eines simplen **Partialmarktes** diskutiert (Abschnitt C). Anschließend werden im Abschnitt D die Wechselbeziehungen zwischen Märkten erst anhand einfacher Zwei-Güter-Modelle erörtert und schließlich erfolgt eine formale Verallgemeinerung auf viele Märkte. Der einleitende Abschnitt B untersucht, ob die Zusammenfassung zu Gruppen von Wirtschaftssubjekten **(Aggregation)** zu anderen Ergebnissen führt als die Analyse individuellen Verhaltens.

Zuvor jedoch wollen wir die Grundelemente unserer Modellwelt sowie die zugrunde gelegten Annahmen zusammenfassen und dabei herausarbeiten, welche Fragestellungen im Rahmen dieses Modells nicht behandelt werden.

Wir betrachten eine Modellwirtschaft mit H Haushalten und K Unternehmen. Es gibt n Güter $X_j$ ($X_1, \ldots, X_n$) und m Faktoren $V_i$ ($V_1, \ldots V_m$). Für jedes Gut und jeden Faktor gibt es einen eigenen **Markt,** auf dem dessen Preis bestimmt wird. Als Markt bezeichnen wir dabei nicht einen konkreten Ort, an dem Anbieter und Nachfrager innerhalb eines bestimmten Zeitraums persönlich aufeinandertreffen. Der Begriff Markt ist in unserer Modellwelt vielmehr ein theoretisches Konzept und beinhaltet nur, daß **Informationen** über die geplanten Angebots- und Nachfragemengen zusammentreffen. Dabei vernachlässigen wir *Unvollkommenheiten* von konkreten Märkten. Fassen wir noch einmal alle Annahmen zusammen, die wir über die **„vollkommenen" Märkte** unserer Modellwelt treffen (vgl. Kapitel I):

1) **Haushalte** und **Unternehmen** sind auf jedem Markt so zahlreich, daß ihre Entscheidungen **keinen** fühlbaren **Einfluß** auf den Marktpreis haben. Sie verhalten sich daher als Mengenanpasser, d. h. sie betrachten die Preise aller Güter $p_j$ und Faktoren $q_i$ als gegeben.

Jeder Haushalt h wählt das **bestmögliche Güterbündel;** er maximiert den Nutzen $U_h$ aus dem Konsum der Güter unter Beachtung seiner **Budgetgleichung** (der Wert der Ausgaben für diese Güter muß gleich sein dem Wert der Erstausstattung beziehungsweise den Einnahmen aus dem Verkauf von Faktorleistungen – insbesondere Arbeit – und aus dem Gewinneinkommen $G_h$).

Die Unternehmen produzieren Konsumgüter mit Hilfe von Faktoren. Ein Unternehmen k, welches das Gut j produziert, **maximiert** seinen **Gewinn** bei gegebener Technologie.

Aus den Optimierungsbedingungen der Haushalte und Unternehmen lassen sich individuelle **Angebots- und Nachfragefunktionen** für Güter und Faktoren ableiten.

2) Auf jedem Markt wird jeweils ein völlig **homogenes** Gut gehandelt. Es macht keinen Unterschied, von welchen Unternehmen das Gut produziert wird und von welchen Haushalten das Gut konsumiert wird. Es wird nicht analysiert, wer von wem im einzelnen Fall kauft; das läßt sich nicht bestimmen und ist auch irrelevant (*Anonymität* von Unternehmen und Haushalten).

3) Die Informationen über alle Preise sowie über die Qualitäten der Güter stehen allen Marktteilnehmern gleichmäßig und kostenlos zur Verfügung **(vollkommene Information).**

4) Es wird nur eine Zeitperiode betrachtet **(statische Analyse). Räumliche** Aspekte werden nicht behandelt. Zudem kommen Risiko und Unsicherheit im Modell nicht vor.

5) Die **Anzahl** der Haushalte und Unternehmen ist fest **vorgegeben** und ändert sich nicht.

6) In der betrachteten Zeitperiode ändern sich weder die **Präferenzen** der Haushalte noch die **Produktionstechnologien** der Unternehmen.

7) **Zahl** und **Charakteristika** der Güter sind fest vorgegeben.

8) Jeder Haushalt verfügt über eine gegebene Anfangsausstattung an Faktoren und ein Anrecht auf einen bestimmten Gewinnanteil $\vartheta$ der Unternehmen.

Innerhalb dieser präzise formulierten Modellwelt werden wir nun untersuchen, ob **dezentrale Entscheidungen** vieler Wirtschaftssubjekte in einem komplexen Marktsystem mit vielfältigen Wechselbeziehungen zu etwas anderem als **Chaos** führen können. Die beschriebenen Annahmen ermöglichen es uns, diese Fragen in einfacher Weise zu behandeln. Zugleich aber klammern sie natürlich viele Probleme aus – es ist ja gerade ein Vorzug von exakt beschriebenen Modellen, daß die Formulierung der getroffenen Annahmen verdeutlicht, welchen Fragen man im Rahmen des Modells nicht nachgeht.

Zur Untersuchung weitergehender Fragen muß man entweder ein völlig anderes Modell entwerfen oder aber die Annahmen unseres Grundmodells in geeigneter Weise *modifizieren.* Viele Arbeiten im Rahmen der mikroökonomischen Theorie haben sich gerade die letztere Aufgabe gestellt. Bevor wir das Grundmodell näher betrachten, sollen einige weiterführende Literaturangaben auf Anstöße der Fortentwicklung des Modells bezüglich der einzelnen Punkte hinweisen:

1) Gibt es nur wenige Anbieter auf einem Markt, dann muß das **strategische Verhalten** gegenüber Konkurrenten in die Analyse einbezogen werden: die Unternehmen beobachten das Verhalten ihrer Mitproduzenten und reagieren darauf.

Dies ist das Thema der Oligopoltheorie (zur Einführung siehe dazu Henderson/Quandt [1983] oder Varian [1985]).

2) Persönliche **Präferenzen** für Produkte bestimmter Unternehmen (Markennamen, Patente) werden von der Theorie **monopolistischer Konkurrenz** erfaßt (Literatur siehe Punkt 1).

3) Bei vollkommener Information gibt es für jedes (homogene) Gut genau einen Marktpreis. **Suchkosten** bei der Ermittlung des günstigsten Angebots ebenso wie das Problem der **Qualitätsunsicherheit** werden in der **Informationsökonomie** untersucht (einen Überblick liefert Stiglitz [1985]).

4) **Räumliche** und **zeitliche** Aspekte können mit Hilfe des erarbeiteten Instrumentariums im Prinzip in das Grundmodell einbezogen werden; gleiches gilt für die Einbeziehung von **Risiko.** Im sogenannten **Arrow-Debreu-Modell** geschieht dies durch eine Uminterpretation des Güterraums: Güter werden nach dem Ort, dem Zeitpunkt und dem Zustand der Welt, zu dem sie verfügbar sind, unterschieden (Literatur siehe Punkt 1).

5) In einer dynamischen Marktanalyse wird die Zahl der Anbieter innerhalb des Modells (endogen) bestimmt. Gemäß der modernen **Industrieökonomie** (Theorie der Unternehmung) lockt freier Marktzugang neue Anbieter in einen Industriezweig, wenn dort Gewinne zu erzielen sind (eine Einführung bietet Kaufer [1980] und Tirole [1988]).

6) Die Industrieökonomie versucht auch, Bestimmungsgründe des **technischen Fortschritts** (zur Entwicklung neuer Güter oder neuer Technologien) sowie 7) die **Beeinflussung** der **Präferenzen** durch Werbung, Qualitätswettbewerb etc. zu analysieren (Literatur wie zu Punkt 5).

8) Theorien der Fairness und Gerechtigkeit versuchen, Prinzipien einer freiwilligen **Umverteilung** im Rahmen eines Marktsystems zu analysieren (vgl. Varian [1985]).

# B. Aggregation

Auf jedem Markt treffen viele Individuen aufeinander. Die Analyse des Marktgeschehens wird erleichtert, wenn man die einzelnen Wirtschaftssubjekte zu Gruppen zusammenfaßt (aggregiert). In welcher Form dies erfolgen soll, hängt von der jeweiligen Fragestellung ab. Betrachten wir etwa den Markt für ein bestimmtes Gut $X_j$. In vielen Fällen erweist es sich hier als zweckmäßig, die Marktteilnehmer zu zwei Gruppen zusammenzufassen: einmal alle **Haushalte** (als **Nachfrager** des Gutes) und zum anderen alle **Unternehmen** (als **Anbieter** dieses Gutes).

## 1. Grundprinzip

Wie erhält man die **Marktnachfragefunktion** für das Gut[1] X durch **Aggregation** über alle Haushalte? Da sich alle als **Mengenanpasser** verhalten, hängen die individuell geplanten Nachfragemengen $x_h$ eines Haushaltes h **nicht** davon ab, was die **anderen Wirtschaftssubjekte planen.** Wenn die Preise aller anderen Güter sowie die Einkommensverteilung gegeben sind, dann ist die geplante Nachfrage allein vom Preis p des

---

[1] In diesem Abschnitt wird der Index j für das Gut X weggelassen.

Gutes selbst abhängig: $x_h^N = x_h^N(p)$. Im Kapitel II haben wir gesehen, wie wir aus der Bestimmung des optimalen Konsumplanes bei Veränderung des Güterpreises die individuelle Nachfragefunktion ableiten können. Sie gibt zu jedem Preis p an, wieviel der Haushalt im individuellen Optimum vom Gut X nachfragen möchte.

Die Gesamtnachfrage zu einem gegebenen Preis erhält man durch eine Addition der Einzelmengen aller H Haushalte:

$$(1) \qquad x^N(p) = \sum_{h=1}^{H} x_h^N(p)$$

Wenn wir die individuellen Nachfragefunktionen kennen, dann erhalten wir die Marktnachfragefunktion graphisch ganz einfach, indem wir zu jedem beliebigen Preis die geplanten Mengen aller Haushalte **horizontal addieren** (aggregieren) (siehe Abb. 1).

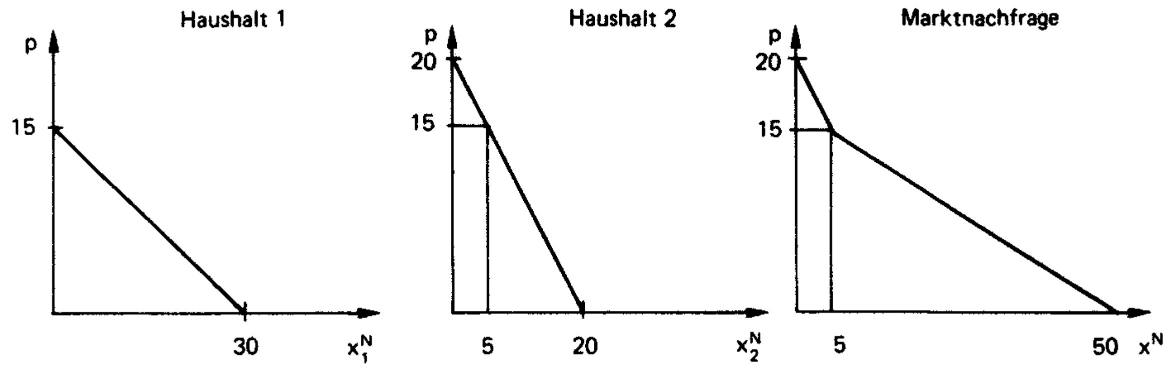



***Abb. 1:** Aggregation von individuellen Nachfrageplänen*

Das einfache Beispiel der Abb. 1 für zwei Haushalte macht folgendes klar:

a) Die **Marktnachfragefunktion** erhält man als Summe der Nachfragefunktionen der einzelnen Haushalte. Sie gibt zu jedem Preis an, wieviel alle Haushalte zusammen zu diesem Preis auf dem Markt nachfragen möchten. Wenn wir später nur mehr die Gesamtnachfrage betrachten, gehen die Informationen über die Nachfragemengen der einzelnen Haushalte verloren. Dennoch dürfen wir nicht vergessen, daß die Marktnachfrage aus den Optimierungsentscheidungen (Konsumplänen) der einzelnen Haushalte abgeleitet ist, daß also jeder Haushalt zum Preis p sein individuelles Optimum realisieren möchte.

b) Die Aggregation von **normalen,** mit steigendem Preis fallenden, individuellen Nachfragefunktionen ergibt stets auch eine **normale** (fallende) Marktnachfragefunktion.

c) Die Marktnachfragefunktion verläuft **flacher** als jede der individuellen Nachfragefunktionen, weil bei einer Preissenkung die bisherigen Käufer mehr nachfragen und zudem neue Käufer auf dem Markt hinzukommen.

d) Individuelle Nachfragefunktionen, die die Preisachse schneiden, führen zu **Knikken** der Gesamtnachfragefunktion, sofern nicht der Schnittpunkt bei allen Haushalten der gleiche ist. Dies bedeutet: bei der algebraischen Ermittlung der Gesamtnachfragefunktion muß der Definitionsbereich der individuellen Funktionen genau beachtet werden. Zur Illustration ermitteln wir die Marktnachfrage entsprechend der Abb. 1 algebraisch:

$$x_1^N = \begin{cases} 30-2p & \text{für } 0 \leqq p \leqq 15 \\ 0 & \text{für } p \geqq 15 \end{cases}$$

$$x_2^N = \begin{cases} 20-p & \text{für } 0 \leqq p \leqq 20 \\ 0 & \text{für } p \geqq 20 \end{cases}$$

$$x^N = x_1^N + x_2^N = \begin{cases} 50-3p & \text{für } 0 \leqq p \leqq 15 \\ 20-p & \text{für } 15 \leqq p \leqq 20 \\ 0 & \text{für } p \geqq 20 \end{cases}$$

Wenn der Preis kleiner als 15 ist, dann fragen beide Haushalte auf dem Markt nach. Zählt man die nachgefragten Mengen zusammen ($30-2p + 20-p$), so ergibt sich als Summe die Gesamtnachfrage $50-3p$. Steigt der Preis aber über 15, dann kauft der erste Haushalt nichts mehr von dem Gut X: die Gesamtnachfrage ist identisch mit der Nachfrage des zweiten Haushaltes. Für Preise größer als 20 ist die Gesamtnachfrage gleich Null.

Die Aggregation von **Angebotsfunktionen** der Unternehmen erfolgt nach dem gleichen Prinzip wie die Aggregation der Nachfrage. Wir addieren horizontal die Mengen, die von den einzelnen Unternehmen angeboten werden, und erhalten so die **Marktangebotsfunktion:**

(2) $\quad x^A(p) = \sum_{k=1}^{K} x_k^A(p)$

Sie gibt zu jedem Preis an, wieviel die Unternehmen, welche das Gut X produzieren, insgesamt zu diesem Preis auf dem Markt anbieten möchten.

Für manche Fragestellungen ist es von Vorteil, über **alle Wirtschaftssubjekte** zu aggregieren (also Anbieter **und** Nachfrager zusammenzufassen). Will man bestimmen, ob zu einem bestimmten Preis auf dem Markt insgesamt mehr nachgefragt als angeboten wird (Überschußnachfrage) oder aber mehr angeboten als nachgefragt wird (Überschußangebot), ermittelt man zu jedem Preis die (horizontale) Differenz der auf dem Markt nachgefragten und angebotenen Menge. Wir erhalten die sogenannte **Überschußnachfragefunktion:**

(3) $\quad e_x(p) = x^N(p) - x^A(p)$

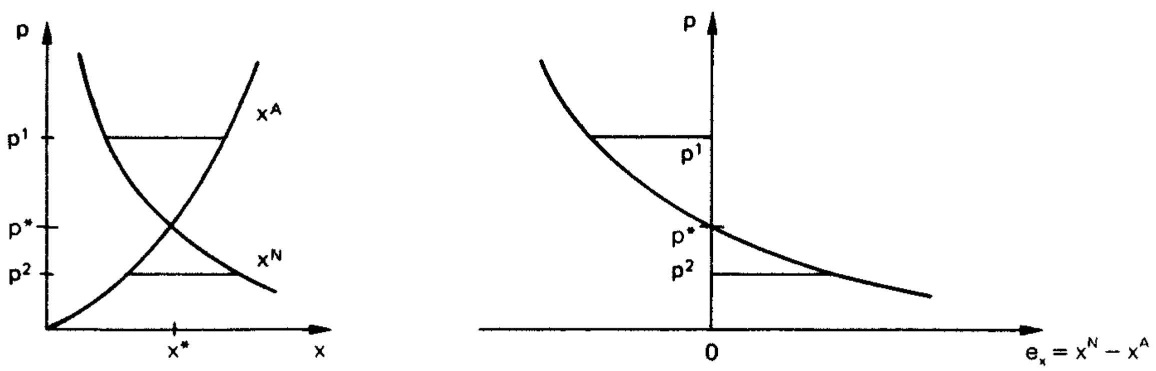



***Abb. 2:** Überschußnachfragefunktion*

Ein Wert $e_x(p) > 0$ kennzeichnet eine (positive) **Überschußnachfrage. Überschußangebot** besteht, wenn zu einem Preis mehr angeboten als nachgefragt wird; wir bezeichnen dies als *negative Überschußnachfrage:* $e_x(p) < 0$.

## 2. Aggregation allgemeiner Nachfragefunktionen

Die Marktnachfrage betrachteten wir bisher allein als eine Funktion des Preises des jeweiligen Gutes – alle anderen Preise wurden konstant gehalten. Ganz analog können wir aber auch die **allgemeine Marktnachfragefunktion** für ein Gut $X_j$ als eine Funktion aller Preise ermitteln, indem wir wieder einfach über die nachgefragten Mengen aller Haushalte summieren:

$$x_j^N(p_1, \ldots p_n, E_1, \ldots E_H) = \sum_{h=1}^{H} x_{jh}^N(p_1, \ldots p_n, E_h).$$

Welche Aussagen über den Verlauf der aggregierten Nachfragefunktion können wir aus dem Verlauf der individuellen Nachfragefunktion ableiten? Läßt sich etwa das Verhalten von einzelnen Haushalten übertragen auf das **Verhalten von Gruppen** von Nachfragern? Falls dies der Fall wäre, könnte man zur Vereinfachung nur das Verhalten eines einzelnen Haushaltes betrachten und davon ausgehen, daß dessen Verhalten **repräsentativ** für das Verhalten der Gesamtnachfrage ist.

Dies trifft jedoch nur unter sehr engen Bedingungen zu: die Marktnachfrage hat nur dann die gleichen Eigenschaften wie die individuelle, wenn alle Haushalte nicht nur gleiche Präferenzen besitzen, sondern zudem die Einkommens-Konsum-Kurven lineare Geraden durch den Ursprung sind. Das Konzept des repräsentativen Haushaltes verleitet daher oft zu irreführenden Schlußfolgerungen. Zwei Beispiele sollen illustrieren, wie sich die Gesamtnachfrage verhalten kann, wenn die angeführten Bedingungen verletzt sind.

### a) Identische Präferenzen, unterschiedliche Einkommen

Betrachten wir zunächst zwei Haushalte mit **identischen Präferenzen,** aber **unterschiedlichen Einkommen** wie in Abb. 3.

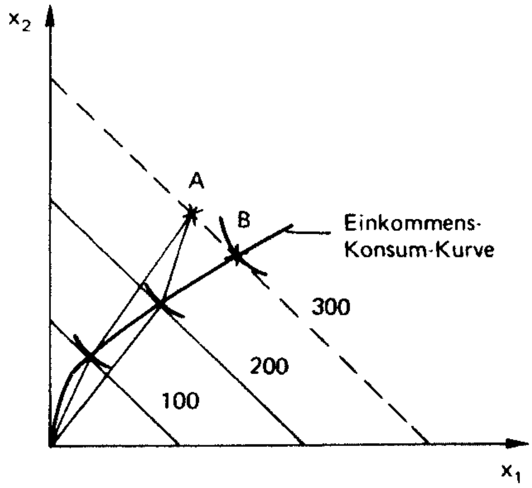



***Abb. 3:*** *Aggregation von Konsumplänen – unterschiedliche Einkommen*

Haushalt 1 verfügt über ein Einkommen von 100 Einheiten, Haushalt 2 über das doppelte. Die Konsumpläne liegen auf dem Einkommens-Konsum-Pfad. Werden die Pläne beider Haushalte aggregiert, dann ist die gesamtwirtschaftliche Nachfrage durch den Punkt A bestimmt. Punkt A liegt auf der *gestrichelten Marktbudgetgeraden* mit dem aggregierten Einkommen von 300 Einheiten. Ein repräsentativer Haushalt mit einem Gesamteinkommen von 300 würde dagegen den Konsumplan B wählen.

Selbst bei identischen Präferenzen hängt also die Gesamtnachfrage wesentlich von der *Einkommensverteilung* auf beide Haushalte ab: selbst wenn das Gesamteinkommen aller Haushalte konstant bleibt, ändert sich die Marktnachfrage nach einem Gut in der Regel, wenn sich die Einkommensverteilung verändert. Es kommt also darauf an, ob diejenigen Haushalte, die das Gut besonders schätzen, hohe oder niedrige Einkommen haben. Die nachgefragte Menge hängt also nicht nur vom Gesamteinkommen, sondern auch von der Verteilung der Einkommen auf alle Haushalte ab. Deshalb können wir die Marktnachfrage nicht einfach als eine Funktion der Preise und des Gesamteinkommens schreiben. Selbst bei identischen Präferenzen ist die Einkommensverteilung nur dann ohne Bedeutung, wenn der Einkommens-Konsum-Pfad linear durch den Ursprung geht (nur dann würden die Punkte A und B zusammenfallen).

### b) Heterogene Präferenzen, konstante Einkommensverteilung

Betrachten wir nun Haushalte mit *unterschiedlichen* Präferenzen, lassen aber die Einkommensverteilung konstant, dann erhalten wir ein mindestens ebenso bemerkenswertes Resultat: obwohl sich die einzelnen Haushalte rational verhalten, weist die Marktnachfrage Eigenschaften auf, die mit rationalem Verhalten eines einzelnen „repräsentativen" Haushalts nicht vereinbar sind. Untersuchen wir dies anhand von Abb. 4.

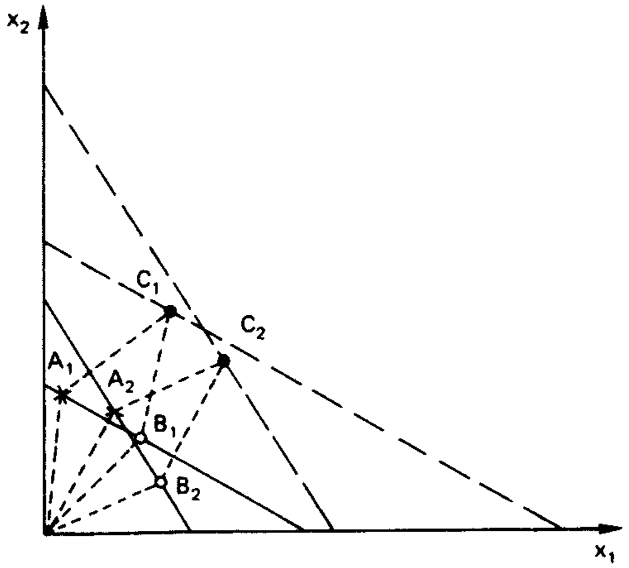



***Abb. 4:** Aggregation von Konsumplänen: heterogene Präferenzen*

Die beiden Haushalte A (x) und B (o) verfügen über ein gleich hohes Einkommen E. In der Abbildung werden die Konsumpläne beider Haushalte für zwei verschiedene Preisrelationen ($p^1$, $p^2$) betrachtet. Sie ergeben die aggregierten (•) Konsumpläne $C^1$ bzw. $C^2$, die auf der entsprechenden *(gestrichelten) Marktbudgetgeraden* mit dem aggregierten Einkommen 2 E liegen. Bei den Preisen $p^1$ wird das Güterbündel $C^1$ gekauft: $C^1$ wird dem Güterbündel $C^2$ vorgezogen, das mit der Ausgabensumme $p^1C^1$ ebenfalls finanzierbar wäre.

Beim Vergleich von $C^1$ und $C^2$ ergibt sich folgendes Paradox: Zum Preisverhältnis $p^2$ wird $C^2$ gegenüber $C^1$ präferiert. Wie wir in Kapitel II gelernt haben, bewertet der Haushalt unterschiedliche Güterbündel **unabhängig von den Marktpreisen** der Güter. Wenn bei den Preisen $p^2$ das Güterbündel $C^2$ gegenüber $C^1$ vorgezogen wird, dann darf das **nur** daran liegen, daß bei den Preisen $p^2$ die Ausgabensumme $p^2C^2$ nicht ausreicht, das Güterbündel $C^1$ zu kaufen. In der durch die Abbildung 4 beschriebenen

Situation würde sie jedoch genügen, denn $C^1$ liegt im Innern des Budgetraums der Marktbudgetgeraden 2. Ein einzelner, repräsentativer Haushalt mit einem Gesamteinkommen von 2 E dürfte $C^2$ folglich nicht gegenüber $C^1$ vorziehen (das widerspräche unseren Annahmen an rationales Verhalten).

### c) Durchschnittliche Gesamtnachfrage

Die Analyse von individuellen Entscheidungen, wie wir sie in der Haushaltstheorie kennengelernt haben, gibt also nur wenig Informationen über die Eigenschaften der Marktnachfrage.[1] Will man genauere Aussagen über ihren Verlauf machen (etwa, daß die Marktnachfrage nach einem Gut mit steigendem Preis fällt), dann müssen zusätzliche, einschränkende **Bedingungen an die Verteilung der Präferenzen und/ oder Einkommen über alle Haushalte** erfüllt sein. Die Marktnachfragefunktion nach einem Gut entspricht dabei um so eher der Nachfragefunktion, wie wir sie in der Haushaltstheorie abgeleitet haben, je ähnlicher die Präferenzen sind, je geringer die Einkommensunterschiede und je gerader die Einkommens-Konsum-Pfade verlaufen.

Diese Beobachtung eröffnet interessante Möglichkeiten: **geeignete Annahmen über Präferenz- und Einkommensverteilung der Haushalte** können gewährleisten, daß die **Marktnachfrage** qualitativ wesentlich andere, **stabilere Eigenschaften** aufweist als die Nachfrage der einzelnen Haushalte – ähnlich wie in der Physik das Verhalten des Aggregats einfacher zu analysieren ist als das der Teilchen. Ein Beispiel soll dies illustrieren:

Ist die Zahl der Haushalte groß, dann erhalten wir unter bestimmten Bedingungen im Mittel eine *eindeutige, stetige* Marktnachfragefunktion, selbst wenn die individuel-

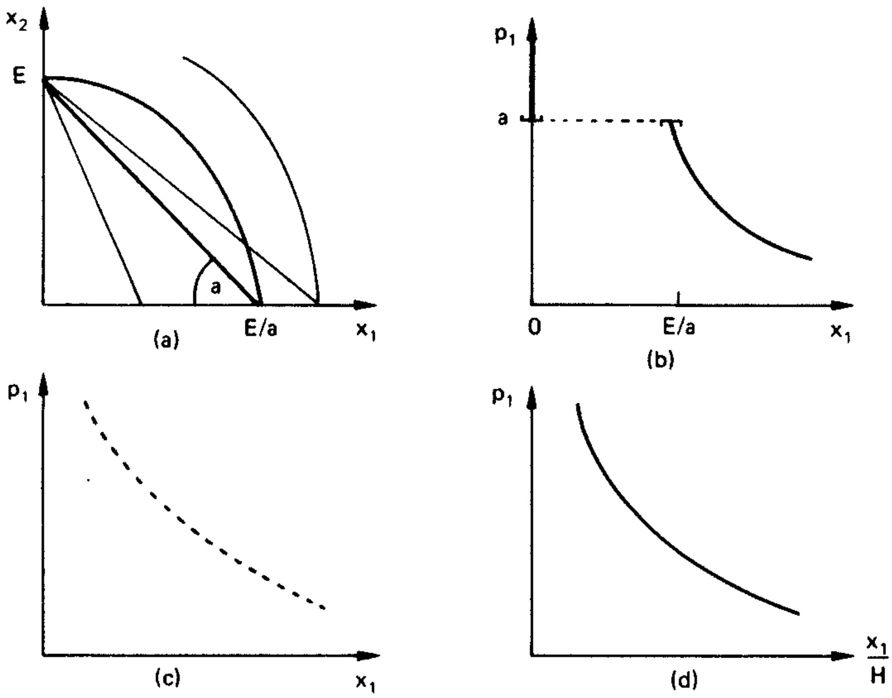



***Abb. 5:** Mittlere Marktnachfrage bei konkaven Präferenzen*

[1] Wie Gérard Debreu gezeigt hat, sind die einzigen Eigenschaften, die bei der Aggregation individueller Funktionen erhalten bleiben, die Stetigkeit und die Homogenität der Nachfrage vom Grad Null in allen Preisen. Sie werden – zusammen mit dem Gesetz von Walras – auch die wesentlichen Grundelemente bilden, auf die sich die Analyse wechselseitiger Beziehungen in einem Totalmodell in Abschnitt D stützt.

len Nachfragefunktionen **Sprünge** aufweisen, weil die Indifferenzkurven der einzelnen Haushalte **nicht konvex** sind. Gehen wir davon aus, daß die Indifferenzkurven eines Haushaltes konkav verlaufen wie in Abb. 5 a), und der Preis des Gutes 2 gleich 1 sei. Bei konkaven Indifferenzkurven ergibt sich eine *Randlösung* für den optimalen Konsumplan: es wird entweder nur Gut 1 oder nur Gut 2 konsumiert. Wenn der Preis $p_1$ höher als ein kritischer Wert mit Steigung a ist, wird der Haushalt nichts vom Gut 1 nachfragen. Ist der Preis gleich der Steigung a ($p_1 = a$), dann ist er gerade indifferent zwischen dem Konsum von Gut 2 und dem von Gut 1. Zum Preis $p_1 = a$ steigt also die Nachfrage nach Gut 1 **sprunghaft** von Null auf E/a. Sinkt der Preis weiter, wird nur Gut 1 konsumiert (Abb. 5b).

Wenn die Präferenzen über die Haushalte hin sich so unterscheiden, daß die kritische Steigung a von Haushalt zu Haushalt leicht variiert, dann erfolgt der beschriebene Nachfragesprung bei jedem Haushalt zu einem anderen Preis. Natürlich weist nun die Gesamtnachfrage sehr viele Sprünge auf (Abb. 5c). Andererseits aber nähert sich die durchschnittliche **(mittlere)** Gesamtnachfrage aller Haushalte $\frac{x^N}{H}$ bei entsprechender Verteilung des Parameters a mit zunehmender Zahl der Haushalte H einer stetigen Funktion (Abb. 5d). Dies ist ein Beispiel dafür, daß die Marktnachfrage im Mittel wünschenswerte Eigenschaften aufweisen kann, selbst wenn für die einzelnen Haushalte die Annahmen an die Präferenzordnung verletzt sind. Aggregation hat hier also eine **glättende, stabilisierende** Wirkung. Intuitiv entspricht das der Vorstellung, daß man nach dem „Gesetz der großen Zahl" über den Durchschnitt Genaueres aussagen kann als über die einzelnen Individuen.

# C. Gleichgewicht auf einem Partialmarkt

## 1. Vereinbarkeit individueller Pläne: Marktgleichgewicht

Änderungen der Konsum- oder Produktionsentscheidungen auf einem Markt wirken sich immer auch auf andere Märkte aus, und dies kann wiederum Rückwirkungen auf den Ausgangsmarkt haben. Es ist ein Vorzug der neoklassischen Gleichgewichtstheorie, diese wechselseitigen Beziehungen in einem wohldefinierten Modellrahmen (Totalmodell) erfassen zu können. Weil es jedoch keine leichte Aufgabe ist, solche Interdependenzen zu analysieren, soll in diesem Abschnitt zur Vorbereitung zunächst eine wesentlich einfachere Frage behandelt werden, nämlich: wie erfolgt die Koordination von vielen unabhängigen Entscheidungen auf **einem einzelnen** Markt? Wir unterstellen daher vorläufig, daß die Preise aller anderen Güter sowie die Einkommensverteilung unverändert bleiben **(ceteris-paribus Bedingung)**. Ein solches Vorgehen steht in der Tradition von **Alfred Marshall** (1842–1924); man bezeichnet es als **Partialanalyse.**

Werden alle anderen Preise und die Einkommensverteilung konstant gehalten, dann kann man die Nachfragepläne jedes einzelnen Haushaltes h auf einem Partialmarkt allein als eine Funktion des Preises dieses Gutes betrachten. Es gilt: $x_h^N = x_h^N(p)$. Wenn die individuellen Nachfragekurven aller Haushalte ($h = 1, \ldots, H$) normal (fallend) verlaufen, so erhalten wir als Summe der Einzelpläne eine fallende Marktnachfragefunktion $x^N(p) = \sum_{h=1}^{H} x_h^N(p)$, wie im vorangehenden Abschnitt beschrieben. Umgekehrt hat die Marktangebotsfunktion $x^A(p) = \sum_{k=1}^{K} x_k^A(p)$ einen steigenden Verlauf, wenn jedes einzelne Unternehmen k ($k = 1, \ldots, K$) mit steigendem Preis mehr anbietet.

Beide Kurven lassen sich in einem anschaulichen Preis-Mengen-Diagramm zusammenfassen, das wir bereits in Kapitel I kennengelernt haben (Abb. 6). Es illustriert einen Sachverhalt, der von vielen als eine der wichtigsten Aussagen der Wirtschaftstheorie betrachtet wird: ein **Marktgleichgewicht** ergibt sich dort, wo sich **Nachfrage- und Angebotskurve schneiden.**

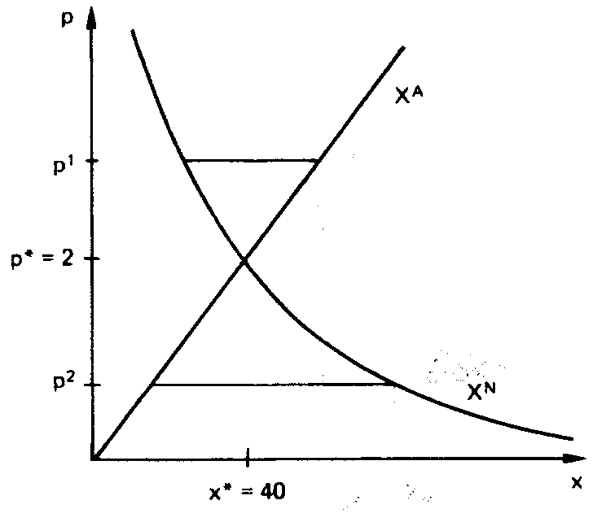



***Abb. 6:*** *Marktgleichgewicht*

Graphisch ergibt sich das Gleichgewicht als Schnittpunkt zwischen Marktnachfrage- und Marktangebotsfunktion. Algebraisch lautet die **Gleichgewichtsbedingung:**

(1) $x^N(p) = x^A(p)$.

Diese Gleichgewichtsbedingung ist eine Gleichung mit einer Unbekannten (nämlich dem Preis p). Als Lösung der Gleichung erhält man in Abbildung 6 einen eindeutigen **Gleichgewichtspreis** $p^*$, und dem entspricht eine eindeutige **Gleichgewichtsmenge** $x^*$. Deren Wert läßt sich ermitteln, indem man $p^*$ entweder in die Nachfrage- oder in die Angebotsfunktion einsetzt.

Zur Verdeutlichung berechnen wir das Gleichgewicht entsprechend der Abb. 6 für einen sehr einfachen Fall: Die aggregierte Nachfrage sei $x^N = 80/p$; das aggregierte Angebot $x^A = 20\,p$. Die Gleichgewichtsbedingung $x^N(p) = x^A(p)$ lautet hier:

$80/p = 20\,p$

Eine Umformung liefert: $p^2 = 4$. Als Lösung der Gleichung erhalten wir den Gleichgewichtspreis $p^* = 2$ (eine zweite Lösung mit negativem Preis $p = -2$ ist hier ökonomisch nicht interpretierbar). Zu diesem Preis entspricht die auf dem Markt **nachgefragte** Menge $x^N = 40$ genau der **angebotenen** $x^A = 40$; zum Preis $p^*$ herrscht also auf dem Markt **Gleichgewicht.**

Überlegen wir uns, warum die **Pläne** der einzelnen Wirtschaftssubjekte nur dann **miteinander vereinbar** sind, wenn auf dem Markt **Gleichgewicht** herrscht. Dazu müssen wir uns wieder an den Zusammenhang erinnern, der zwischen den **aggregierten** Kurven und den **individuellen Plänen** besteht. Die gesamte nachgefragte Menge zu einem Preis p ist ja die Summe der zu diesem Preis **geplanten individuellen Nachfragemengen** (die sich aus den optimalen Konsumplänen der einzelnen Haushalte ableiten), und die gesamte angebotene Menge setzt sich zusammen aus den zu diesem Preis **geplanten Angebotsmengen** aller Unternehmen (abgeleitet aus den optimalen Produktionsplänen der einzelnen Unternehmen).

Zum Gleichgewichtspreis $p^*$ kann nun die gesamte Nachfrage $x^{*N}$ befriedigt werden. Wenn aber die Summe der Einzelpläne realisierbar ist, dann bedeutet dies für jeden einzelnen Haushalt: er kann seine zum Preis $p^*$ geplante Menge tatsächlich nachfragen und somit sein individuelles Optimum verwirklichen.

Andererseits gilt wegen der Gleichheit von Angebot und Nachfrage: zum Preis $p^*$ kann die gesamte angebotene Menge verkauft werden. Das heißt aber wiederum: auch jeder Anbieter, der zu diesem Preis eine bestimmte Menge absetzen möchte, kann seinen Plan realisieren. Folglich kann zum **Gleichgewichtspreis jeder Marktteilnehmer** sein **individuelles Optimum** (den optimalen Konsum- oder Produktionsplan) verwirklichen. Die Pläne aller Wirtschaftssubjekte sind miteinander vereinbar und keiner sieht sich veranlaßt, seine Pläne zu revidieren.

Zu einem anderen Preis dagegen lassen sich nicht alle Pläne gleichzeitig verwirklichen, weil dann die gesamte nachgefragte Menge entweder *größer* oder *kleiner* als die angebotene Menge ist; auf dem Markt besteht ein **Ungleichgewicht.** Untersuchen wir den Fall, daß der Marktpreis höher als der Gleichgewichtspreis ist ($p^1 > p^*$ in Abb. 6). Zu diesem Preis besteht ein **Überschußangebot.** Auch in diesem Fall sind zwar die Pläne aller **Haushalte** realisierbar (jeder Haushalt kann auf dem Markt so viel kaufen, wie er wünscht), aber einige **Unternehmen** können zu diesem Preis nicht mehr so viel absetzen wie geplant: der Markt ist nicht geräumt. Umgekehrt könnten bei einer **Überschußnachfrage** (etwa zum Preis $p^2 < p^*$) einige Haushalte ihre geplante Nachfrage nicht befriedigen: zum Preis $p^2$ fragen die Haushalte insgesamt mehr von dem Gut nach als die Unternehmen anbieten.

Jeder Haushalt und jede Unternehmung kann also das individuelle Optimum genau dann realisieren, wenn ein Marktgleichgewicht besteht. Diese Eigenschaft eines Marktgleichgewichtes darf freilich nicht zu dem Fehlschluß verleiten, das Gleichgewicht sei in irgendeiner Weise moralisch gut oder gerecht oder habe irgendetwas mit einem Zustand allgemeiner Harmonie zu tun. Denn, daß alle ihr individuelles Optimum verwirklichen können, schließt keineswegs aus, daß viele sich am Rande des Existenzminimums, vielleicht sogar darunter, bewegen.

Machen wir uns daher nochmals klar, was es für den einzelnen Haushalt heißt, ein *individuelles Optimum* zu realisieren: der Haushalt wählt **relativ** zu den **gegebenen Beschränkungen** (den Preisen aller anderen Güter, dem Preis $p^*$ sowie seinem Einkommen) diejenige Gütermenge, die ihm das höchste erreichbare Nutzenniveau ermöglicht. Das individuelle Optimierungsproblem besteht also gerade darin, unter den *gegebenen Beschränkungen* das Bestmögliche zu erreichen (gleiches gilt für Unternehmen).

Wenn wir dabei von einer **vorgegebenen** Einkommensverteilung ausgehen, ist es klar, daß die Frage nach einer gerechten Verteilung überhaupt nicht gestellt, geschweige denn beantwortet wird. Das gilt genauso, wenn das Arbeitseinkommen der Haushalte endogen bestimmt wird (wie dies in Kapitel II G geschieht) – denn in diesem Fall ist die Faktorausstattung (verfügbare Zeit T) ebenso wie der Anteil am Gewinneinkommen **vorgegeben.**

## 2. Existenz und Eindeutigkeit eines Marktgleichgewichts

Im vorangehenden Abschnitt haben wir gesehen, daß die Pläne aller Wirtschaftssubjekte dann miteinander vereinbar sind, wenn Marktgleichgewicht herrscht. Das Marktgleichgewicht wurde beschrieben als ein Schnittpunkt zwischen der Marktangebots- und der Marktnachfragekurve. Die Untersuchung, unter welchen **Bedingungen ein Marktgleichgewicht existiert,** nimmt in der mathematischen Wirtschaftstheorie einen wichtigen Platz ein, obwohl sie zunächst einmal von relativ geringem Interesse zu sein scheint. Ein Gleichgewicht existiert auf einem Markt dann, wenn es einen Preis (den **Gleichgewichtspreis**) gibt, zu dem die nachgefragte Menge gerade der angebotenen entspricht:

$$x^N(p) = x^A(p).$$

Die Bedingung für die Existenz eines Marktgleichgewichtes läßt sich alternativ auch folgendermaßen formulieren: ein Gleichgewicht existiert dann, wenn es einen Preis gibt, zu dem der Markt geräumt ist, die Überschußnachfrage auf dem Markt $e_x(p)$ also gleich Null ist.

$$e_x(p) = x^N(p) - x^A(p) = 0.$$

Es ist verhältnismäßig einfach, für einen konkreten Verlauf von Angebots- und Nachfragekurve zu bestimmen, ob sich ein Schnittpunkt ergibt und demnach ein Gleichgewicht existiert. Schwieriger ist es, zu prüfen, welche Annahmen über die Präferenzordnungen der Haushalte und die Produktionstechnologien garantieren, daß ein Marktgleichgewicht existiert, ohne daß man den Verlauf der konkreten Funktionen kennt. Für einen Markt gibt es immer genau eine Gleichgewichtsbedingung. Man könnte vielleicht vermuten, dies garantiere, daß sich immer ein Gleichgewichtspreis als Lösung der Gleichung ermitteln läßt. Doch das ist nicht richtig. Es ist *nicht* von vorneherein sicher, daß überhaupt ein Gleichgewicht existiert. Andererseits kann es durchaus sogar *mehrere* Gleichgewichte geben. Das Beispiel des letzten Abschnitts machte schließlich deutlich, daß sich auch Lösungen ergeben können, die im betrachteten Fall ökonomisch nicht vernünftig interpretierbar sind: hier schließen wir aus, daß Gleichgewichtspreise und -mengen **negativ** sind. Genauer formuliert muß daher die **Bedingung für die Existenz eines Gleichgewichts** lauten:

> Ein **Marktgleichgewicht existiert,** wenn Angebots- und Nachfragekurve mindestens einen Schnittpunkt im positiven Quadranten haben:
>
> $$x^N(p^*) = x^A(p^*) \quad \text{mit} \quad p^* > 0 \quad \text{und} \quad x^* > 0.$$

Anders formuliert:

> Ein **Marktgleichgewicht existiert,** wenn es einen positiven Preis $p^* > 0$ gibt, für den die Überschußnachfrage auf dem Markt gleich Null ist
>
> $$e_x(p^*) = x^N(p^*) - x^A(p^*) = 0 \quad (\text{wobei } x(p^*) > 0).$$

Das Gleichgewicht ist **eindeutig,** wenn es genau **einen** Schnittpunkt gibt.

Eine einfache Überlegung zeigt, daß unsere Annahmen an die Präferenzordnung der Haushalte zusammen mit der Bedingung *abnehmender Skalenerträge* im Produktionsbereich die Existenz eines Gleichgewichts garantieren. Weil die Indifferenzkurven die Achsen nicht schneiden, fragt ein Haushalt auch bei einem noch so hohen Preis etwas von dem Gut nach; geht der Preis gegen unendlich, muß die nachgefragte Menge bei beschränktem Budget gegen Null gehen. Andererseits wird der Haushalt wegen der Nichtsättigungsannahme bei einem Preis von Null von dem Gut sehr viel nachfragen. Schließlich verläuft die Nachfragefunktion *stetig,* weil die Präferenzen stetig und streng konvex sind. Ein möglicher Verlauf der Marktnachfrage ist in Abb. 7a) angegeben.

Im Produktionsbereich führen durchweg abnehmende Skalenerträge zu steigenden Grenzkosten; die Angebotsfunktion ist daher eine *stetig* steigende Funktion. Da *beide*

*Kurven stetig sind,* muß es notwendigerweise mindestens einen Schnittpunkt zwischen beiden Kurven geben. Weil die Haushaltstheorie aber keine weitergehenden Aussagen über den Verlauf der Marktnachfrage machen kann, gibt es nur unter speziellen Bedingungen ein **eindeutiges** Marktgleichgewicht. In Abb. 7 a) existieren drei verschiedene Marktgleichgewichte.

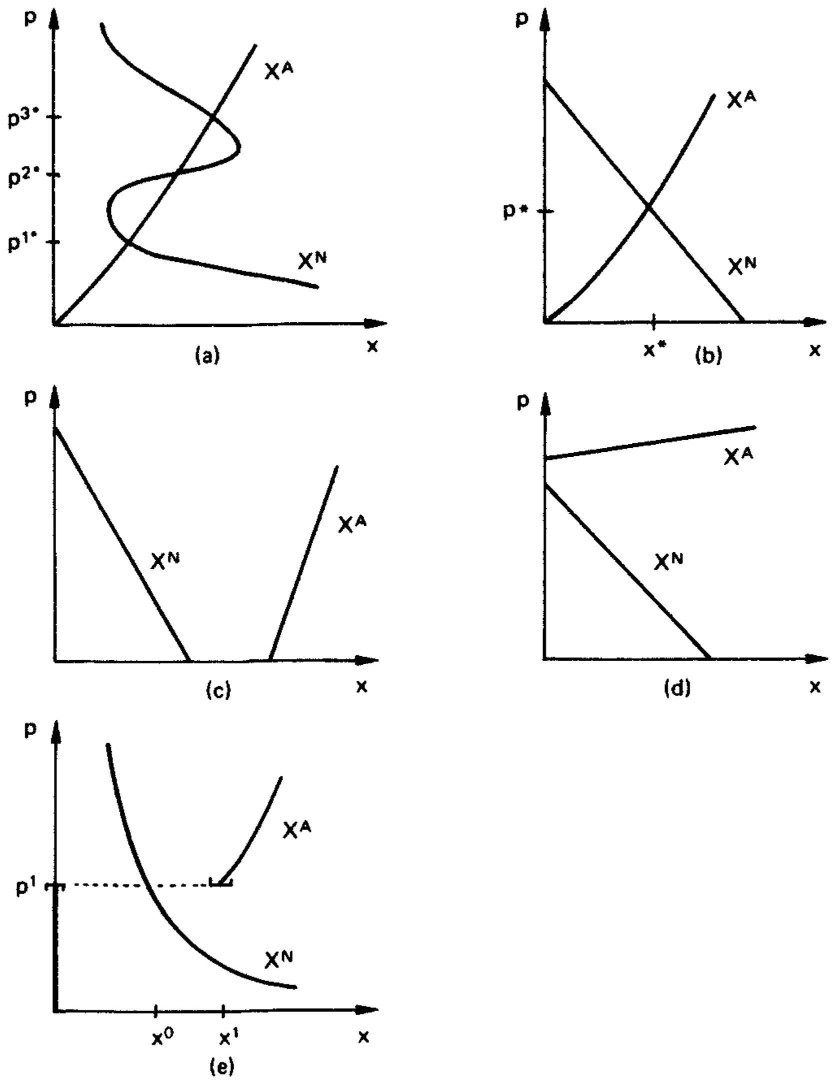



***Abb. 7:*** *Existenz und Eindeutigkeit eines Marktgleichgewichts*

In Abb. 7 b) gibt es ein eindeutiges Gleichgewicht. Die Abbildung zeigt zudem, daß ein Gleichgewicht durchaus existieren kann, wenn die in Kapitel II formulierten Bedingungen an die Präferenzordnung nicht erfüllt sind. (Hier schneidet die Nachfragekurve beide Achsen; das aber wurde dort ausgeschlossen.) Diese Bedingungen sind also *hinreichend,* aber *nicht notwendig* für die Existenz eines Gleichgewichtes.

In den Abbildungen 7 c) und d) gibt es im positiven Quadranten keinen Schnittpunkt zwischen den Kurven. Bedeutet dies, daß die Märkte immer im Ungleichgewicht sind, daß es also keinen Preis gibt, zu dem die Pläne aller Haushalte und Unternehmen miteinander vereinbar sind?

In Abb. 7 c) handelt es sich um ein freies Gut: auch bei einem Preis von Null ist das Angebot größer als die Nachfrage. Als klassische Beispiele für freie Güter galten lange Zeit Wasser, Luft und Sonne. Gemäß der Gleichgewichtsdefinition von oben gibt es auf diesem Markt kein Gleichgewicht. Doch die Definition ließe sich problemlos erweitern, so daß sie auch diesen Fall einschließt:

Ein Gut hat einen Gleichgewichtspreis von Null **(freies Gut),** wenn zu diesem Preis ein Überschußangebot besteht. Die Haushalte können ihre Nachfrage umsonst dekken, weil auch zum Preis von Null mehr vorhanden ist als nachgefragt wird. Wenn das Überangebot niemanden stört, dann lassen sich auch in diesem Fall die Pläne aller Wirtschaftssubjekte verwirklichen; es gibt für niemanden einen Anlaß, seine Pläne zu revidieren.

Ähnliches gilt für Abb. 7 d). Hier reicht die Zahlungsbereitschaft der Haushalte nicht aus, die Unternehmen überhaupt zur Produktion des Gutes zu veranlassen. Das Gut wird **nicht produziert.**

Die beschriebenen Fälle lassen sich also ohne Schwierigkeiten als Gleichgewichte (Realisierbarkeit aller Pläne) interpretieren. Allerdings ergeben sich hier **Randlösungen.** Die mathematische Formulierung würde deshalb Techniken erfordern, die wir in dieser Einführung nicht verwenden. Allein aus diesem Grunde werden wir weiterhin an der oben angegebenen Gleichgewichtsdefinition festhalten. (Aus dem gleichen Grund werden wir auch die Möglichkeit nicht betrachten, daß sich Angebots- und Nachfragekurven gerade beim Preis Null schneiden.)

Gibt es auch Fälle, in denen tatsächlich **kein Gleichgewicht existiert,** in denen es also keinen Preis gibt, zu dem die Pläne aller Wirtschaftssubjekte realisierbar sind? Dies ist dann möglich, wenn eine der Kurven nicht stetig verläuft, wenn also die Angebots- (oder die Nachfrage)funktion **Sprungstellen** aufweist, wie zum Beispiel in Abb. 7 e).

Abb. 7 e) unterstellt einen ertragsgesetzlichen Kostenverlauf. Die Angebotsfunktion hat daher eine **Sprungstelle.** Bei der eingezeichneten Nachfragekurve existiert kein Gleichgewicht: zum Preis $p^1$ würde entweder nichts oder aber die Menge $x^1$ produziert. Die Menge $x^0$ dagegen wird nicht angeboten, weil bei ihrer Produktion aufgrund von Fixkosten Verluste entstünden.

Betrachten wir schließlich den Fall **zunehmender Skalenerträge.** Wie im Kapitel III, Abschnitt G, angedeutet, ist hier die Angebotsfunktion nicht definiert. Zu jedem positiven Preis würde unendlich viel angeboten; sinkt der Preis aber auf Null, dann springt das Angebot plötzlich auf Null. Das bedeutet aber: für alle positiven Preise gibt es immer ein Überschußangebot auf diesem Markt; beim Preis von Null dagegen herrscht immer Überschußnachfrage. Für keinen Preis kann ein Gleichgewicht existieren.

Dieses Beispiel zeigt deutlich, daß es bei der Frage nach der Existenz eines Gleichgewichts eigentlich darum geht, ob das Modell in sich schlüssig ist. Im vorliegenden Fall ist es einfach absurd, daß sich der Produzent als Mengenanpasser verhält: er müßte erkennen, daß er nicht unendlich viel absetzen kann, weil die Nachfrage beschränkt ist. Zudem würde seine Nachfrage auf den Faktormärkten auch die Faktorpreise nicht unverändert lassen. Somit kann im Fall steigender Skalenerträge die Marktform der vollkommenen Konkurrenz nicht das geeignete Modell darstellen. Der Produzent würde sich vielmehr wie ein Monopolist verhalten.

### 3. Stabilität eines Gleichgewichtes

Wir haben bis jetzt der Betrachtung und Diskussion des Marktgleichgewichts große Aufmerksamkeit gewidmet und die Frage nach der Existenz eines Gleichgewichts behandelt. Auf einem Markt herrscht Gleichgewicht, wenn zu einem bestimmten Preis die angebotene Menge der nachgefragten entspricht. Die Pläne aller Wirtschaftssubjekte sind dann miteinander vereinbar. Es ergibt sich also ein wohlgeordneter Zustand, obwohl jeder einzelne nur sein Eigeninteresse verfolgt und sich bei seinen Entscheidungen auf einem anonymen Markt allein am Marktpreis orientiert, unabhängig von dem, was andere Marktteilnehmer tun. Der Preis allein dient als lenkendes Informationssignal, und es sind keine Interventionen auf dem Markt erforderlich, welche die dezentralen Handlungen koordinieren müßten.

Diese beruhigende Feststellung gilt aber nur, wenn tatsächlich der Gleichgewichtspreis herrscht. Die Existenz eines Gleichgewichtes sagt ja noch nichts darüber aus, was geschieht, wenn sich der Markt **nicht im Gleichgewicht** befindet. So ergibt sich zwangsläufig die Frage: welcher Mechanismus garantiert, daß sich ein Gleichgewicht einstellt? Diese Frage können wir ohne die Analyse von **dynamischen Anpassungsprozessen** nicht beantworten. Das **statische** Modell, das sich gut dafür eignete, den Gleichgewichtszustand zu beschreiben, gibt uns keinerlei Information, welche Anpassung im Ungleichgewicht erfolgt. Das Modell muß deshalb modifiziert werden. Wir benötigen eine **zusätzliche Hypothese** darüber, welche **Prozesse** sich **im Ungleichgewicht** abspielen. Hier sind keine eindeutigen Aussagen möglich, weil je nach der konkreten Marktsituation ganz unterschiedliche Reaktionen ablaufen können.

Nehmen wir an, aufgrund einer Störung sei der Preis **höher** als der Gleichgewichtspreis und es bestehe ein Überschußangebot wie in Abb. 6 zum Preis $p^1$. Einige Unternehmen können nun ihre geplante Produktion nicht absetzen; sie müssen ihre **Pläne revidieren.** Unsere Theorie gibt aber keine Antwort darauf, wie sie in einer solchen Situation reagieren – wir haben ja angenommen, alle Wirtschaftssubjekte verhalten sich als **Mengenanpasser** – jeder glaubt also, zum herrschenden Preis so viel anbieten oder nachfragen zu können wie er wünscht, ohne daß sich der Preis ändert. Dieses Verhalten warf im Gleichgewicht keine Probleme auf: denn tatsächlich konnte ja jeder seine Pläne verwirklichen, die Vermutung wurde nicht widerlegt. Im Ungleichgewicht ist das aber nicht mehr der Fall: die Unternehmen, die nicht in der Lage sind, ihre Pläne auszuführen, müssen erkennen, daß ihre Absatzmöglichkeiten **beschränkt** sind. Je nach der Struktur des Marktes sind **verschiedene Reaktionen** möglich:

– In bestimmten Situationen werden die Unternehmen die Beschränkung auf dem Absatzmarkt bei ihren Produktionsentscheidungen hinnehmen und zum herrschenden Marktpreis weniger produzieren als ursprünglich geplant. Die **Produktionseinschränkung** hat auch Auswirkungen auf andere Märkte: weil weniger Faktoren eingesetzt werden, vermindert sich das Einkommen der Haushalte und das kann wiederum den Verlauf der Nachfragekurve beeinflussen. Diesen Prozeß können wir freilich erst in einem Totalmodell analysieren; wir werden deshalb erst im Abschnitt D 3 darauf zurückkommen.

– In anderen Fällen ruft das Ungleichgewicht **sofortige Preisanpassungen** hervor. Eine Preissenkung wird das **Überschußangebot vermindern:** einmal wollen die Haushalte mehr konsumieren; zum anderen werden die Unternehmen nun weniger produzieren wollen. Dieser Prozeß könnte sich so lange fortsetzen, bis das Gleichgewicht $p^*$ erreicht ist, bis also die auf dem Markt angebotene Menge genau der nachgefragten entspricht.

Welche der beschriebenen Reaktionen erfolgt, hängt von der Struktur des betrachteten Marktes ab: auf bestimmten Märkten sind die Preise relativ inflexibel (etwa durch langfristige Verträge fixiert); ein Ungleichgewicht wird nicht automatisch abgebaut; die Wirtschaftssubjekte reagieren zunächst mit Mengeneinschränkungen. Auf anderen Märkten dagegen sind die Preise sehr flexibel und reagieren sofort; die Preise passen sich rasch an, bis ein Gleichgewicht erreicht ist (das beste Beispiel dafür ist die Börse). Wir werden in diesem Abschnitt näher analysieren, wie solche Preisanpassungsprozesse verlaufen und anhand einiger Beispiele illustrieren, daß der konkrete Ablauf sehr stark davon abhängt, welche Marktseite reagiert.

### a) Preisanpassungshypothese nach Walras

Wir gehen im folgenden davon aus, daß sich die Preise in einer Ungleichgewichtssituation sehr schnell anpassen, und zwar um so schneller, je größer das mengenmäßige Ungleichgewicht ist. Diese **Preisanpassungshypothese** wurde bereits von Léon Walras formuliert und läßt sich formal folgendermaßen darstellen:

(1) $dp/dt = G(e_x) = G(x^N - x^A)$

G ist eine (vorzeichenbewahrende) Funktion der Überschußnachfrage. Es gilt also:

| | | |
|---|---|---|
| $dp/dt > 0$ | falls | $x^N > x^A$ |
| $dp/dt = 0$ | falls | $x^N = x^A$ |
| $dp/dt < 0$ | falls | $x^N < x^A$ |

Die Preisänderung hat dasselbe *Vorzeichen* wie die Überschußnachfrage: der Preis steigt, wenn die Überschußnachfrage positiv ist; der Preis fällt, wenn die Überschußnachfrage negativ ist (also ein Überschußangebot besteht). Wenn die angebotene Menge der nachgefragten entspricht, dann bleibt der Preis unverändert.

Wir betrachten lediglich die *Richtung* der Preisänderung, nicht aber den konkreten Verlauf des Anpassungsprozesses. dp/dt bezeichnet das Ausmaß der Preisänderung innerhalb eines bestimmten Zeitraumes. Jeder Anpassungsprozeß muß sich in einem gewissen Zeitverlauf abspielen. Um dies mit unserem statischen Modell in Einklang zu bringen, nehmen wir an, daß kein Tausch von Gütern erfolgt, bevor die Preisanpassung beendet ist. Alle Markttransaktionen werden also erst im Gleichgewicht tatsächlich ausgeführt.

Nachdem wir eine Hypothese darüber formuliert haben, welche Änderungen sich im Ungleichgewicht ergeben, können wir untersuchen, ob ein Gleichgewicht **stabil** ist, d.h. ob bei Abweichungen vom Gleichgewicht eine Tendenz besteht, daß der Markt wieder zum Gleichgewicht konvergiert. Betrachten wir den Anpassungsprozeß für verschiedene Fälle (Abb. 8). Wir müssen jeweils das Vorzeichen der **Überschußnachfrage** bestimmen, weil ja die Richtung der Preisänderung davon abhängt. Zu diesem Zweck ermitteln wir für jeden Preis die Überschußnachfrage $e_x(p) = x^N(p) - x^A(p)$.

In Abb. 8a), bei einem normalen Verlauf der Kurven, ist bei jedem Preis, der über dem Gleichgewichtspreis liegt, die angebotene Menge **größer** als die nachgefragte; die **Überschußnachfrage** ist **negativ.** Das bedeutet nach unserer Hypothese, daß der Preis fallen wird. Umgekehrt wird der Preis steigen, wenn er niedriger ist als der Gleichgewichtspreis, weil dann eine **positive Überschußnachfrage** vorliegt. Der Preis bewegt sich also immer in Richtung auf p*, das Gleichgewicht ist **stabil.**

Ganz **anders** die Situation in Abb. 8b): hier ergibt sich bei Preisen, die höher sind als p*, eine positive Überschußnachfrage. Diese Überschußnachfrage wird den Preis weiter steigen lassen; somit bewegen wir uns immer mehr vom Gleichgewicht fort. Umgekehrt wird bei Preisen kleiner als p* das dann bestehende Überschußangebot den Preis weiter fallen lassen. Jede Störung des Gleichgewichts setzt also einen Mechanismus in Gang, der immer weiter **vom Gleichgewicht weg** führt; das Gleichgewicht ist **nicht stabil.**

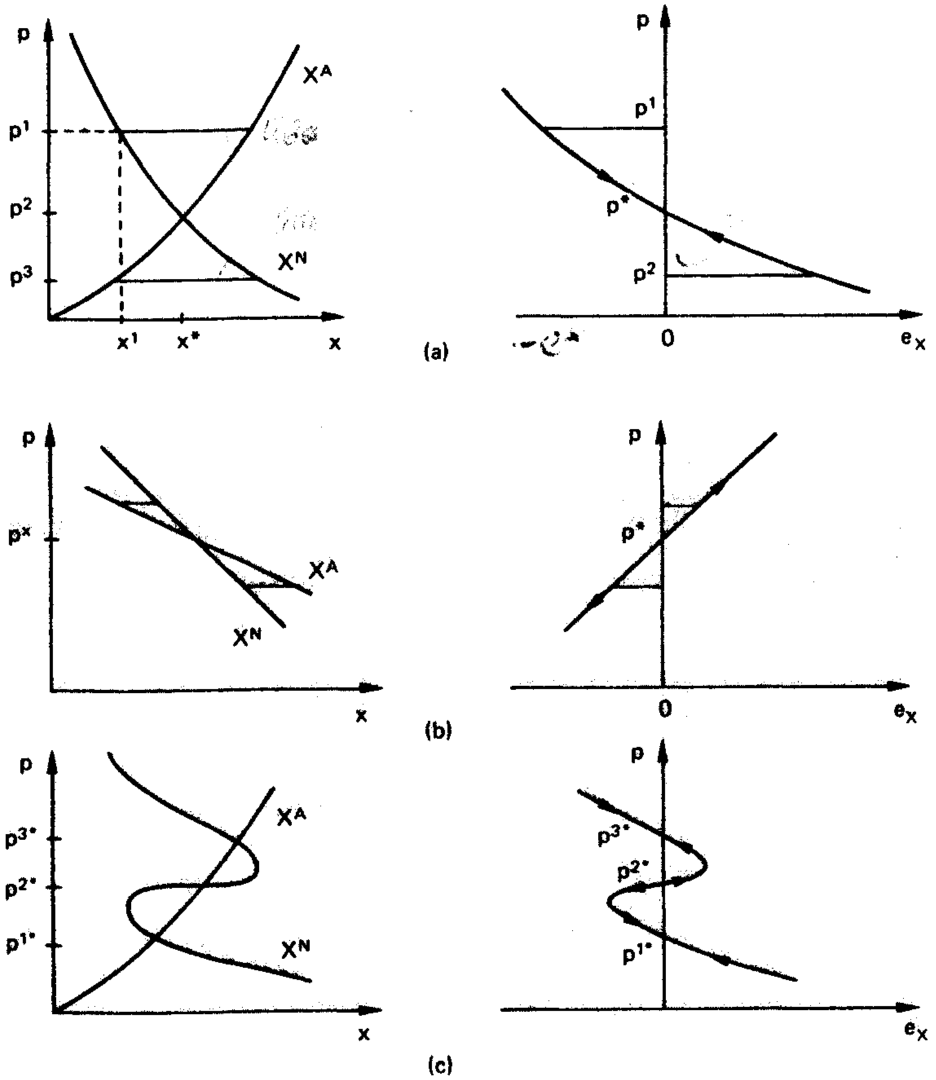



***Abb. 8:** Stabilität eines Marktgleichgewichts*

Diese Überlegungen können wir zu folgender **Stabilitätsbedingung** zusammenfassen:

Unter der Preisanpassungshypothese von Walras ist ein **Gleichgewicht** p* dann **stabil,** wenn für Preise höher als p* ein Überschußangebot vorliegt und für Preise niedriger als p* eine positive Überschußnachfrage. Denn dann führt der Anpassungsprozeß zum Gleichgewicht hin.

In Abb. 8 a) konvergiert der Markt von jeder Ausgangssituation aus zum Gleichgewicht p*. Wir sagen deshalb, das Gleichgewicht p* ist **global stabil.**

Untersuchen wir nun einen Markt, auf dem es kein eindeutiges Marktgleichgewicht gibt (Abb. 8 c). Die Gleichgewichte $p^{1*}$ und $p^{3*}$ sind stabil, während jede Störung des Gleichgewichtes $p^{2*}$ einen Prozeß in Gang setzt, der von $p^{2*}$ wegführt. Können wir sagen, daß der Markt insgesamt stabil ist? Nehmen wir an, zunächst herrsche das Gleichgewicht $p^{3*}$ und eine Störung läßt den Preis auf p ($p^{1*} < p < p^{2*}$) fallen. Nun besteht ein Überschußangebot und der Anpassungsprozeß läßt den Preis weiter sinken, bis $p^{1*}$ erreicht ist. Die Störung führt zwar nicht zur alten Situation zurück, aber der Markt bewegt sich wieder zu einem Gleichgewichtszustand hin. Man bezeichnet einen **Anpassungsprozeß** als **global stabil,** wenn das System von jeder Ausgangssituation aus zu einem (nicht notwendigerweise demselben) Gleichgewicht konvergiert. In diesem Sinn ist der Markt in Abb. 8 c) global stabil. Die Gleichgewichte $p^{1*}$ und $p^{3*}$

sind **lokal stabil**, das heißt bei kleinen Abweichungen führt der Anpassungsprozeß wieder zum selben Gleichgewicht zurück.

Den **dynamischen** Verlauf des Anpassungsprozesses könnten wir genauer analysieren, wenn wir die Gleichung (1) als Differentialgleichung in p lösen. Die algebraische Lösung dieser Gleichung führt im Prinzip zum gleichen Ergebnis wie die Untersuchung der Richtung des Anpassungsprozesses. Wir werden diese Stabilitätsanalyse aber nicht weiter ausführen, weil eine aufwendige formale Darstellung nur von der wesentlich wichtigeren Frage ablenken würde: wie läßt sich die oben beschriebene Preisanpassungshypothese ökonomisch sinnvoll interpretieren?

### b) Interpretationsprobleme

Wir haben bereits angedeutet, daß die unterstellte Preisflexibilität des Marktsystems im Modell der neoklassischen Gleichgewichtstheorie erhebliche Interpretationsprobleme aufwirft: wer ändert die Preise, wenn sich alle Marktteilnehmer als Mengenanpasser verhalten, die die jeweils herrschenden Preise also selbst dann als gegeben hinnehmen, wenn sie keine Gleichgewichtspreise sind? Die Schwierigkeit besteht darin, daß wir über eine sehr gut ausgebaute Theorie des Verhaltens im Gleichgewicht verfügen, aber nur sehr wenig Allgemeines darüber aussagen können, wie sich Wirtschaftssubjekte außerhalb des Gleichgewichtes verhalten. Das kommt darin zum Ausdruck, daß sich die individuellen Nachfrage- und Angebotsfunktionen aus dem Optimierungsverhalten von Wirtschaftssubjekten ableiten lassen, daß aber die Preisanpassungshypothese (1) eingeführt wurde, ohne daß sie in einem **individuellen Entscheidungskalkül** begründet wurde.

Die verschiedenen Versuche, dieses Problem zu lösen, lassen sich in drei Gruppen zusammenfassen:

1) Erweiterung des Modells um einen **Walrasianischen Auktionator** als unabhängige Instanz,
2) Ergänzung des Modells durch eine nicht formalisierte Hypothese eines **Wettbewerbsmechanismus**,
3) Integrationsversuche durch **Erweiterung der individuellen Verhaltensannahmen.**

Bereits Léon Walras versuchte eine Theorie zu entwickeln, die den Anpassungsprozeß hin zum Gleichgewicht modelliert. Er war der Meinung, der Mechanismus vollkommenen Wettbewerbs ließe sich am besten beschreiben durch perfekt organisierte Märkte, auf denen ein **Auktionator** Gleichgewichtspreise ermittelt. Ausgehend von seinen Beobachtungen an der Börse, stellte er sich die Bildung des Gleichgewichtspreises durch folgenden Prozeß des Herantastens, von ihm **Tâtonnement-Prozeß** genannt, vor: der Auktionator ruft einen beliebigen Preis aus. Daraufhin teilen ihm die Haushalte und Unternehmen ihre zu diesem Preis optimalen Nachfrage- und Angebotspläne mit. Anhand dieser Mengeninformation prüft der Auktionator, ob eine positive oder negative Überschußnachfrage vorliegt und korrigiert dann den Preis entsprechend der Anpassungsregel (1). Dieses Spiel geht so lange weiter, bis ein Gleichgewicht erreicht ist.

Damit der Prozeß so ablaufen kann, dürfen Transaktionen erst dann stattfinden, wenn der Gleichgewichtspreis bereits ermittelt worden ist. Andernfalls kann es nämlich zu **Einkommenseffekten** führen, welche die Nachfrage- oder Angebotskurven im Verlauf des Anpassungsprozesses verschieben. Nehmen wir an, Tausch finde bereits zum Ungleichgewichtspreis $p^1 > p^*$ (Abb. 8a) statt. Die Haushalte kaufen die Menge $x^1$ zum Preis $p^1$. Da sie bereits in der Ungleichgewichtssituation den Betrag $p^1x^1$

ausgeben, **ändert** sich ihr **Budget.** Die gezeichnete Nachfragekurve beschreibt aber die Konsumpläne bei gegebenem Einkommen. Wenn sich nun die Budgetsituation der Haushalte durch den Tausch zum Ungleichgewichtspreis $p^1$ merklich verändert hat, dann wird sich die Nachfragekurve unterhalb von $p^1$ verschieben und es ergeben sich auch Auswirkungen auf die anderen Märkte.

Die Institution des Walrasianischen Auktionators hat den Vorteil, daß sie mit den im Gleichgewichtsmodell gemachten Verhaltensannahmen vereinbar ist. Als wesentlicher Nachteil wird vielfach empfunden, daß der Kunstgriff eines Auktionators wenig gemeinsam hat mit den Vorstellungen, die wir mit Wettbewerbsprozessen verbinden: der Auktionator funktioniert nach **starren Regeln** ohne eigene Ziele und ist im Grunde durch einen entsprechend programmierten Computer ersetzbar. Ungleichgewichtsprozesse werden durch die Tâtonnement-Regel quasi per definitionem ausgeschlossen. Die Einführung einer **zentralen Instanz,** an die alle relevanten Informationen geliefert werden müssen, ist sicher nicht geeignet, Vorteile eines **dezentralen Marktsystems** zu begründen, sondern entspricht viel eher der Vorstellung eines Konkurrenzsozialismus, in dem die Planung über zentral gelenkte Preise erfolgt.

Viele Ökonomen sehen gerade in einer raschen Preisanpassung durch dezentral handelnde Individuen den Vorzug eines funktionierenden **Wettbewerbsmechanismus** und verzichten darauf, diese Vorstellung präzise zu formulieren. Je mehr Wettbewerb bestehe, so argumentieren sie, um so schneller und reibungsloser funktioniere der Markt. Die **Marktkräfte** zwängen die Wirtschaftssubjekte dazu, sich schnell anzupassen, so daß Ungleichgewichte nicht bestehen bleiben könnten. Im Idealfall der vollkommenen Konkurrenz mit sehr vielen Marktteilnehmern auf beiden Seiten werde das Gleichgewicht durch die Dynamik des Wettbewerbs nahezu automatisch erreicht.

Wie dieser Wettbewerbsmechanismus konkret funktioniert, wird dabei offengelassen. Obwohl jeder nur einen verschwindend geringen Marktanteil hat, können sich nun nicht mehr alle als Mengenanpasser verhalten. Im Fall zu hoher Preise werde sehr schnell einer der Anbieter versuchen, die beim geltenden Preis nicht absetzbaren Waren billiger anzubieten und setze so eine Kettenreaktion in Gang, die erst dann zur Ruhe komme, wenn der Gleichgewichtspreis erreicht sei. Im Fall einer Überschußnachfrage sei mindestens ein Haushalt bereit, einen höheren Preis zu zahlen, wenn er dadurch zusätzliche Nachfrage befriedigen könne. Wieder setze sich eine Art Schneeballsystem in Gang. Unter Umständen gehe der Anstoß auch von der jeweils anderen Marktseite aus, die eine für sie günstige Marktlage ausnutze, um die Preise zu erhöhen (Angebot) oder zu drücken (Nachfrage), oder die Preise änderten sich im Zuge eines direkten Verhandlungsprozesses.

Die geschilderten Überlegungen, die man auf **Alfred Marshall** zurückführen kann, unterstellen, daß Ungleichgewichtssituationen sofort Preiskorrekturen auslösen und daß die erwähnten Einkommenseffekte vernachlässigbar klein sind, so daß sich ein Gleichgewicht sehr rasch einspielt. All dies widerspricht sicher nicht manchen ökonomischen Alltagserfahrungen, und der geschilderte Walrasianische Anpassungsprozeß basiert im Grunde ebenfalls auf diesen Überlegungen.

Daß die Wirtschaftssubjekte die Preise selbst ändern, steht aber im *Widerspruch* zu den Annahmen unseres Grundmodells. Die Schwierigkeit liegt darin, daß das beschriebene Preisänderungsverhalten nicht aus individuellen Optimierungsentscheidungen abgeleitet wird. Eine exakte theoretische Argumentation wird hier vielmehr ersetzt durch die Zuflucht zu ziemlich vagen, nicht greifbaren „Marktkräften". Das Gleichgewicht wird so in der Tat – wie bei Adam Smith – von einer **„unsichtbaren Hand"** realisiert, und das Unvermögen, diesen Prozeß konkret zu beschreiben, läßt die Vermutung nicht abwegig erscheinen, es verhalte sich mit der „unsichtbaren Hand“ ebenso wie mit des Kaisers neuen Kleidern.

Die Frage, welche Bedeutung dem *Anpassungsprozeß* zukommt, ist ein zentraler Streitpunkt verschiedener ökonomischer Theorierichtungen:

- Viele Ökonomen vertreten die Auffassung, im Ungleichgewicht bestehe immer ein Anreiz, den Zustand zu verändern und so Möglichkeiten wahrzunehmen, sich besser zu stellen. Ungleichgewichte (etwa ein Überschußangebot auf dem Arbeitsmarkt) seien deshalb nie von Dauer, sondern leiteten nur notwendige Anpassungsprozesse ein. Da sie zudem, wenn überhaupt, nur sehr schwierig analytisch zu behandeln sind, sei es gerechtfertigt, sich **allein** mit der **Analyse von Gleichgewichtszuständen** zu beschäftigen.

  Aus solchen Überlegungen wird häufig der Schluß gezogen, ein reibungsloser Wettbewerb bedürfe keinerlei korrigierender Eingriffe. Solche Eingriffe seien nicht nur wirkungslos, sondern sogar schädlich, weil sie das freie Spiel der Marktkräfte behindern würden. Der Staat habe allenfalls die Aufgabe, die notwendigen **Rahmenbedingungen** für das wirtschaftliche Handeln zu schaffen und notfalls die mit dem Wettbewerbsgedanken nicht verträglichen Ballungen von Marktmacht zu verhindern (Fusions- und Kartellrecht).
- Andere Ökonomen betrachten das Gleichgewichtsmodell nur als **Referenzsystem,** das eine reibungslos funktionierende Welt (etwa **ohne Transaktions- und Informationskosten**) beschreibt. Sie vertreten die Auffassung, daß sich Anpassungsprozesse in einer Welt unvollständiger Information nur sehr **langsam** vollziehen und durch Stabilisierungspolitik beeinflußt werden können. In dieser Sicht besteht die Hauptaufgabe ökonomischer Analyse primär in der Untersuchung von Ungleichgewichtszuständen.

Es ist ganz wichtig, sich deutlich vor Augen zu führen, daß unser Gleichgewichtsmodell für diesen Theoriestreit keine Antwort (weder in der einen noch in der anderen Richtung) liefern kann. Das liegt daran, daß es die Frage nicht beantwortet, ob und wie sich ein Gleichgewichtszustand einstellt. Dazu wäre es erforderlich, das **individuelle Verhalten in Ungleichgewichtssituationen** zu modellieren. Dies bereitet jedoch erhebliche Schwierigkeiten und ist bisher nur in Ansätzen gelungen, die nicht verallgemeinert werden können.

Das Hauptproblem liegt darin, zu modellieren, wie die Marktteilnehmer *selbst* die *Preise festlegen.* Denn das hängt von dem jeweiligen konkreten *Ablauf der Entscheidungen in der Zeit,* von der *Marktsituation* und den *institutionellen Gegebenheiten* ab. Betrachten wir die sich ergebenden Schwierigkeiten an Hand einiger Beispiele.

Nehmen wir an, daß die Produktion eine gewisse Zeit benötigt und die Anbieter bereits in der Vorperiode entscheiden müssen, welche Mengen sie produzieren werden. Wenn die produzierten Güter nicht gelagert werden können (wie etwa bei vielen Agrargütern), dann ist die angebotene Menge, weil bereits in der Vorperiode festgelegt, kurzfristig nicht veränderbar. In der ersten Periode sei zum Beispiel bereits die Menge $x^{1A}$ produziert (Abb. 9a) worden. Der **Preis** auf dem Markt bestimmt sich durch den Schnittpunkt des kurzfristig fixen Angebotes mit der **Nachfragekurve:** $p^t(x^{tN})$ mit der Gleichgewichtsbedingung $x^{tN} = x^{tA}$. Bei einem Angebot $x^{1A}$ ergibt sich also der Marktpreis $p^1$.

Wie aber entscheiden die **Anbieter,** welche **Menge** sie für die nächste Periode produzieren werden? Sie müssen **Erwartungen** darüber bilden, welcher Preis sich in der kommenden Periode ergibt. Gehen wir zunächst davon aus, daß die Anbieter sich bei ihren Produktionsentscheidungen jeweils am Preis der Vorperiode orientieren: $x^{tA}(p^{t-1})$. Der Preis $p^1$ wird die Unternehmen dann veranlassen, für die zweite Periode die Menge $x^{2A}(p^1)$ zu produzieren. Der markträumende Preis zu diesem Angebot bestimmt sich wieder aus der Nachfragefunktion: $p^2(x^{2N})$ mit der Bedingung $x^{2N}=x^{2A}$. Aufgrund des neuen Preises $p^2$ produzieren die Unternehmen für die folgende Periode die Menge $x^{3A}(p^2)$.

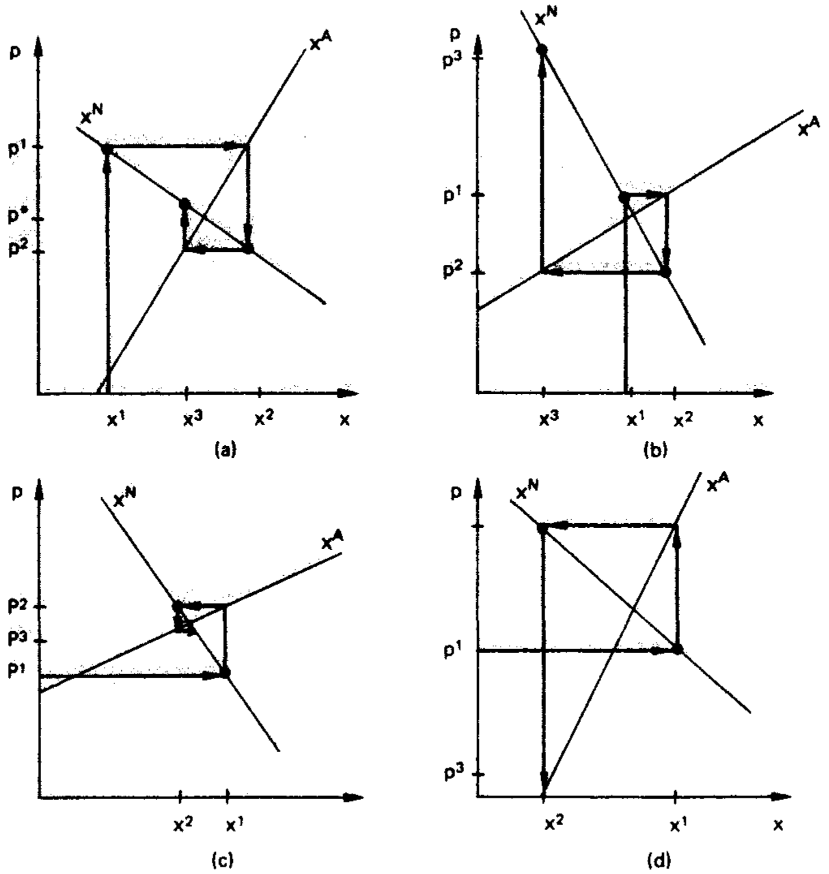



***Abb. 9:** Anpassungsprozesse*

So ergibt sich ein Anpassungsprozeß in Form eines **Spinngewebes.** Die Preise schwanken von Periode zu Periode. Sie **konvergieren** zum Gleichgewicht p*, wenn die Elastizität der Marktseite, durch die der *Preis* bestimmt wird (das ist hier die Nachfrage) hoch ist, die Elastizität der Marktseite, von der die *Mengenentscheidungen* abhängen (hier das Angebot), dagegen niedrig ist (denn dann sind sowohl die Mengen- als auch die Preisschwankungen relativ gering). Im umgekehrten Fall (Abb. 9b) würde der geschilderte Anpassungsprozeß die Preisfluktuationen immer mehr verstärken: der Markt wäre **instabil.**

Wir unterstellten bisher, die Unternehmen **erwarten,** daß der Preis der Vorperiode auch in der nächsten Periode gilt. Diese Erwartungen werden aber ständig enttäuscht, sie sind nicht rational. Wenn die Unternehmen aus dieser Erfahrung lernen, werden sie ihre Erwartungen ändern (sie könnten etwa versuchen, aufgrund verfügbarer Daten über die Nachfrage und die Produktionsentscheidungen der Konkurrenten den Marktpreis abzuschätzen). In diesem Fall könnte die Anpassung zum Gleichgewicht p* wesentlich schneller erfolgen. Schließlich könnte auch ein **Zukunftsmarkt** eingerichtet werden, auf dem die potentiellen Nachfrager und Anbieter bereits Verträge abschließen und so die Preisunsicherheit reduzieren.

Betrachten wir nun einen Markt mit langfristigen Konsumgütern und nehmen an, die **Anbieter** setzen den **Preis** bereits in der Vorperiode fest (in der ersten Periode sei er etwa $p^1$, Abb. 9c) und sind bereit, die zu diesem Preis nachgefragte Menge (etwa aus bestehender Lagerhaltung) auch zu liefern. In diesem Fall bestimmt sich die auf dem Markt realisierte **Menge** durch die **Nachfragekurve** $x^{tN}(p^t)$.

Welchen Preis aber werden die Anbieter festsetzen? Gehen wir zunächst davon aus, daß sie ihre Preise jeweils aus den Erfahrungen der Vorperiode bestimmen: $p^t(x^{t-1A})$. Weil sie in der ersten Periode die Menge $x^1$ absetzen, legen sie den Preis der nächsten Periode auf $p^2$ fest. Zu diesem Preis wird nun die Menge $x^2$ abgesetzt. Dies wiederum führt zu einer Preisrevision, und so ergibt sich ein Anpassungsprozeß, der genau umgekehrt abläuft wie der oben geschilderte. Weil nun die *Angebotsseite* den *Preis* bestimmt und die *Nachfrageseite* die abgesetzte *Menge*, ist der Prozeß dann stabil, wenn die Angebotselastizität hoch ist, die Nachfrageelastizität dagegen niedrig (andernfalls wäre der Prozeß instabil, vgl. Abb. 9d). Auch in diesem Fall würde sich der Anpassungsprozeß beschleunigen, wenn die Produzenten aus ihren Erfahrungen lernen und ihre Absatzerwartungen revidieren.

Die Beispiele zeigen, daß die Stabilitätsanalyse zu ganz unterschiedlichen Ergebnissen kommt, je nachdem, welchen konkreten Anpassungsprozeß wir unterstellen. Zudem bleibt offen, durch welche Entscheidungskalküle die Preise festgesetzt werden. Es wäre notwendig, das **Preissetzungsverhalten** formal präzise aus individuellen Optimierungskalkülen abzuleiten. Weil ein Anbieter, der selbst Preise setzt, in einem gewissen Rahmen über Monopolmacht verfügen muß (seine Preis-Absatz-Funktion kann nicht unendlich elastisch sein), ist es keineswegs selbstverständlich, daß sich als Endpunkt eines Anpassungsprozesses der Schnittpunkt zwischen Angebots- und Nachfragekurve ergibt.

# D. Allgemeines Marktgleichgewicht: Totalmodelle

In Abschnitt C betrachteten wir das Gleichgewicht auf einem einzelnen Markt. Angebotene und nachgefragte Mengen waren nur vom Marktpreis des betreffenden Gutes abhängig. Wir unterstellten, daß die Preise aller anderen Güter sowie die Einkommen der Haushalte konstant bleiben. Analysen von Partialmärkten werden in vielen Teilgebieten der Wirtschaftswissenschaften vorgenommen. Ein Partialmodell hat den Vorzug, das Geschehen auf einem Markt mit Hilfe einfacher Diagramme beschreiben zu können. Es ist für eine ganze Reihe von Fragestellungen hilfreich. Weil dabei das Geschehen auf allen anderen Märkten und damit auch die Interdependenzen zwischen den Märkten nicht berücksichtigt werden, können die Schlußfolgerungen einer Partialanalyse aber unter Umständen irreführend sein.

Steigt etwa der Preis eines bestimmten Gutes, dann hat dies in der Regel Auswirkungen auch auf die Märkte vieler anderer Güter. So werden nun Substitute dieses Gutes stärker nachgefragt und damit Preisänderungen auf anderen Märkten induziert. Diese Preisänderungen wirken möglicherweise wieder auf den Ausgangsmarkt zurück; es setzt sich ein komplizierter Prozeß mit vielfältigen *Rückkoppelungen* in Gang. So können sich letztlich auf dem Markt ganz andere Reaktionen ergeben als man aufgrund einer Partialanalyse erwarten würde. Dies gilt noch stärker, wenn auch die Rückwirkungen geänderter Güterpreise auf das Faktorangebot und damit über die Faktormärkte auf die Angebotsfunktionen der Güter beachtet werden.

Es ist daher wichtig, sich der Grenzen der Aussagefähigkeit von Partialanalysen bewußt zu sein. Sie unterstellen, daß alle Einflüsse, welche nach Änderungen auf dem betrachteten Markt über Anpassungen **anderer** Märkte wieder auf **diesen** Markt zurückwirken könnten, so klein sind, daß man sie vernachlässigen kann. Zwei Beispiele sollen illustrieren, daß die Vernachlässigung solcher Beziehungen ganz falsche Schlußfolgerungen liefern kann:

- Ein Ölscheich beauftragt ein Forschungsinstitut, die Elastizität der Nachfrage nach Öl zu schätzen und bestimmt daraufhin den optimalen Monopolpreis. Dabei wird nicht berücksichtigt, daß die Erhöhung des Ölpreises nicht nur zur Substitution durch andere Energieträger führt, sondern auch drastische Einkommenseffekte hat. Dies wird die Nachfragefunktion verschieben, und so können die tatsächlichen Auswirkungen ganz andere sein als erwartet.
- Eine Lohnänderung auf dem Arbeitsmarkt führt unmittelbar zu Einkommenseffekten: durch eine Änderung des Reallohns werden sowohl die Arbeitseinkommen wie die Gewinneinnahmen beeinflußt. Das wiederum hat Auswirkungen auf die Güternachfrage und wird somit auch die Nachfragefunktion der Unternehmen nach Arbeit verschieben. Die „ceteris-paribus"-Bedingung ist verletzt.

Solche Wechselbeziehungen lassen sich verbal nur sehr schwer erfassen. Es ist daher ein großer Vorteil, daß wir mit dem **Totalmodell der neoklassischen Gleichgewichtstheorie,** begründet von Léon Walras, über ein Instrument verfügen, das solche wechselseitigen Beziehungen zwischen Märkten formal genau analysieren kann. Die Fähigkeit, *komplexe Marktzusammenhänge* zu erfassen, ist bei den meisten Tätigkeiten eines theoretisch ausgebildeten Ökonomen erforderlich. Mikroökonomische Totalmodelle sind ein hervorragendes Instrument, das Denken in solchen Zusammenhängen zu trainieren.

Wir werden das mit Hilfe zweier Modelltypen mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad einüben: zunächst betrachten wir zur Vereinfachung eine reine Tauschwirtschaft, und dann werden wir ein Totalmodell mit Produktion und variablem Faktorangebot analysieren. Zur Illustration werden wir jeweils Modelle mit zwei Gütern und zwei Wirtschaftssubjekten verwenden. Den vielfach gegen Zwei-Personen-Modelle erhobenen Vorwurf, das unterstellte Mengenanpasserverhalten sei ökonomisch nicht rational, wenn es nur zwei Wirtschaftssubjekte gibt, halten wir für unberechtigt. Ein solcher Vorwurf übersieht, daß diese Minimalmodelle weder dazu dienen können noch dazu dienen wollen, die Verhaltensweise der Individuen zu rechtfertigen. Sie illustrieren lediglich das Modellprinzip bei vorgegebenen Verhaltensannahmen.

## 1. Allgemeines Marktgleichgewicht ohne Produktion (reiner Tausch)

### a) Optimaler Konsumplan eines Haushalts bei gegebener Anfangsausstattung

In der Haushaltstheorie untersuchten wir den optimalen Konsumplan eines einzelnen Haushaltes zunächst unter der Annahme, sein Einkommen sei vorgegeben. Woher er dieses Einkommen bezieht, blieb offen. Ein Totalmodell, das alle Märkte gleichzeitig betrachtet, wird jedoch auch die Märkte erfassen, auf denen die Haushalte Einkommen erzielen. In einem Modell mit Produktion entscheidet jeder Haushalt, welche *Mengen* (Arbeitsleistung) er auf dem Faktormarkt anbietet, und bestimmt damit selbst über sein Einkommen. Dabei nimmt er den *Faktorpreis* (Lohnsatz), der sich auf dem Faktormarkt bildet, als *gegeben*. Falls er über Unternehmensanteile verfügt, erhält er zusätzlich auch *Gewinneinnahmen*. Deren Höhe bestimmt sich aus dem Marktgeschehen. Wir werden dies im 2. Totalmodell näher untersuchen.

In diesem Abschnitt aber betrachten wir als einfachsten Fall zunächst einmal eine Wirtschaft *ohne* Produktion, also ohne Faktormärkte und ohne Gewinneinnahmen. Wir gehen davon aus, daß von jedem Gut eine bestimmte Menge vorhanden und bereits auf die verschiedenen Haushalte als **Anfangsausstattung** aufgeteilt ist. Ein Haushalt kann in diesem Fall nur dann Güter erwerben, wenn er sie zu den auf dem Markt herrschenden Preisen gegen andere in seinem Besitz befindliche Güter *eintauscht*. Die Budgetrestriktion des Haushaltes wird nun formal ganz ähnlich formuliert wie in Kapitel II bei der endogenen Bestimmung des Arbeitseinkommens (dort verfügt der Haushalt über eine vorgegebene Anfangsausstattung an Zeit T). Betrachten wir den Haushalt 1, der über eine Anfangsausstattung von zwei Gütern $\bar{x}_1$ und $\bar{y}_1$ verfügt. Er maximiert seinen Nutzen und muß dabei beachten, daß der Wert seines Konsumbündels gleich dem Wert der Anfangsausstattung ist:

$$\operatorname{Max} U_1(x_1, y_1) \quad \text{bei} \quad p_x x_1 + p_y y_1 = p_x \bar{x}_1 + p_y \bar{y}_1 .$$

Der optimale Konsumplan ist in Abb. 10 eingezeichnet. Im individuellen Optimum gelten für vorgegebene Preise wieder die Bedingungen, die wir im Haushaltskapitel kennengelernt haben:

– das Verhältnis der Grenznutzen ist gleich dem Preisverhältnis

$$\partial U_1 / \partial x_1 / \partial U_1 / \partial y_1 = p_x / p_y$$

– der Haushalt beachtet die Budgetrestriktion.

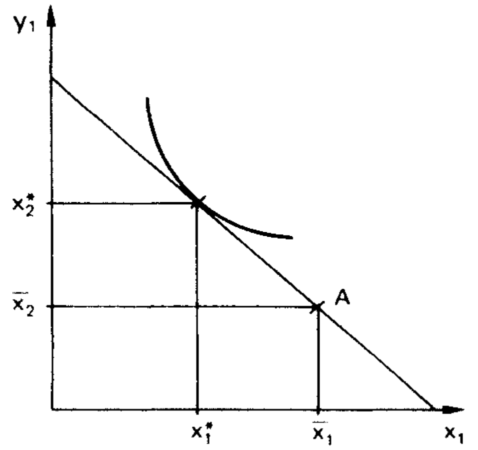



***Abb. 10:** Optimaler Konsumplan bei gegebener Anfangsausstattung*

Der optimale Konsumplan des Haushalts hängt von seiner Präferenzordnung, seiner Anfangsausstattung sowie den Marktpreisen ab. Wir lassen die Präferenzordnung und die Anfangsausstattung konstant und untersuchen, wie der Konsumplan auf Preisänderungen reagiert. Auf diese Weise erhalten wir die allgemeinen Nachfragefunktionen für Haushalt 1:

$$x_1 = x_1(p_x, p_y)$$
$$y_1 = y_1(p_x, p_y)$$

Steigt der Preis für Gut X oder sinkt der Preis für Gut Y, dann wird die Budgetgerade steiler. Sie dreht sich dabei im Punkt der Anfangsausstattung (A), weil der Haushalt immer die Anfangsausstattung konsumieren könnte – gleichgültig, welche Marktpreise herrschen; er muß sie ja nicht auf dem Markt kaufen (vgl. dazu auch die Abb. 59 in Kapitel II). Wie wir aus der Haushaltstheorie wissen, ändern sich die Budgetrestriktion und damit der optimale Konsumplan nicht, wenn alle Preise proportional um einen Faktor $\lambda$ variiert werden. Die Nachfragefunktionen sind also **homogen vom Grad Null in allen Preisen.** Das bedeutet, daß sie nur vom **Preisverhältnis** $p_x/p_y$, dem **Relativpreis,** der beiden Güter abhängen (der Haushalt handelt ohne Geldillusion, vgl. Kapitel II).

$$x_1 = x_1(p_x, p_y) = x_1(\lambda p_x, \lambda p_y) = x_1(p_x/p_y)$$
$$y_1 = y_1(p_x, p_y) = y_1(\lambda p_x, \lambda p_y) = y_1(p_x/p_y)$$

Weil der Haushalt bereits über eine Anfangsausstattung verfügt, ist auf dem Markt nur die **Differenz** zwischen dem, was er konsumieren möchte, und dem, was er bereits besitzt, von Bedeutung. Man bezeichnet dies als seine **individuelle Überschußnachfrage:**

$$e_{x_1}(p_x, p_y) = x_1(p_x, p_y) - \bar{x}_1$$
$$e_{y_1}(p_x, p_y) = y_1(p_x, p_y) - \bar{y}_1$$

Da von den Nachfragefunktionen nur ein konstanter Wert abgezogen wird, gilt natürlich auch für die Überschußnachfragefunktionen: sie sind homogen vom Grad Null in allen Preisen, hängen also nur vom Preisverhältnis ab.

Ist die Überschußnachfrage eines Haushaltes nach einem Gut positiv, dann möchte der Haushalt von dem Gut mehr haben als er bereits besitzt: er möchte etwas *hinzukaufen*. Dies kann er aber nur dann tun, wenn er dafür von dem anderen Gut etwas *abgibt:* seine Überschußnachfrage nach dem anderen Gut muß also notwendigerweise negativ sein (er bietet einen Teil seiner Ausstattung dieses Gutes zum Verkauf an). Das läßt sich leicht sehen, wenn wir die Budgetrestriktionen folgendermaßen umformulieren:

$$p_x(x_1 - \bar{x}_1) + p_y(y_1 - \bar{y}_1) = 0 \qquad \text{oder}$$
$$p_x e_{x_1} + p_y e_{y_1} = 0\,.$$

Diese Form der Budgetrestriktion ist im Grunde nur die mathematische Formulierung eines ganz alltäglichen Sachverhaltes: Falls der Haushalt vom Gut Y etwas kaufen möchte ($e_{y_1} > 0$), dann muß er dafür von einem anderen Gut X etwas anbieten, und zwar muß der Marktwert des Angebots dem Marktwert der Nachfrage entsprechen: $e_{x_1} = -p_y/p_x e_{y_1} < 0$. Das bedeutet aber, daß die Entscheidungen des Haushaltes auf den verschiedenen Märkten nicht voneinander unabhängig sind – eben deshalb, weil er seine Budgetrestriktion beachten muß.

### b) Zwei-Güter-Modell

Wenden wir uns nun der Frage zu, unter welchen Bedingungen die Nachfragepläne mehrerer Haushalte auf den verschiedenen Märkten miteinander vereinbar sind. Das einfachste Totalmodell erhalten wir, wenn wir eine Modellwelt mit zwei Haushalten und zwei Gütern X und Y betrachten. Jeder Haushalt hat eine Nutzenfunktion und verfügt über eine Anfangsausstattung von beiden Gütern. Dies sind die *Grunddaten* unseres Totalmodells.

Das Totalmodell will folgendes Problem untersuchen: gibt es (mindestens) eine Kombination von Gleichgewichtspreisen, zu der alle Haushalte ihre Pläne auf allen Märkten verwirklichen können? Im Modell sollen die Mengen, die jeder Haushalt von jedem Gut im Marktgleichgewicht konsumiert, sowie die Gleichgewichtspreise der beiden Güter bestimmt werden (weil es dabei nur auf das Tauschverhältnis zwischen beiden Gütern ankommt, wird im Modell nur der Relativpreis $p_x / p_y$ bestimmt).

Wir nehmen an, die **Haushalte maximieren ihren Nutzen** und verhalten sich dabei als Mengenanpasser:

$$(1) \quad \begin{aligned} &\text{Max } U_1(x_1, y_1) \quad \text{bei} \quad p_x x_1 + p_y y_1 = p_x \bar{x}_1 + p_y \bar{y}_1 \\ &\text{Max } U_2(x_2, y_2) \quad \text{bei} \quad p_x x_2 + p_y y_2 = p_x \bar{x}_2 + p_y \bar{y}_2 . \end{aligned}$$

Aus der Lösung dieser Maximierungsprobleme ergeben sich die **individuellen Nachfrage- (oder Überschußnachfrage)funktionen** für beide Haushalte, die homogen vom Grad Null in allen Preisen sind, also nur vom **relativen Preis** abhängen.

$$(2) \quad \begin{aligned} &x_1 = x_1(p_x, p_y) \quad \text{und} \quad y_1 = y_1(p_x, p_y) \quad \text{sowie:} \\ &x_2 = x_2(p_x, p_y) \quad \text{und} \quad y_2 = y_2(p_x, p_y) \end{aligned}$$

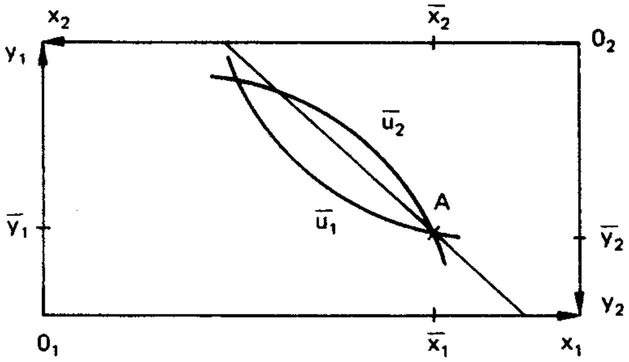



***Abb. 11:** Edgeworthbox*

Wir können beide Haushalte zusammen in der Edgeworth-Box (Abb. 11), benannt nach **Francis Edgeworth** (1845–1922), betrachten – eine Konstruktion, die man auf ähnliche Weise erhält wie die Faktorbox. Wir drehen den Budgetraum des zweiten Haushaltes um 180 Grad und fügen ihn so mit dem Budgetraum von Haushalt 1 zusammen, daß die Punkte der Anfangsausstattung A für beide Haushalte zusammenfallen. Die Indifferenzkurven des Haushaltes 2 verlaufen streng konvex, von seinem Ursprung $O_2$ aus gesehen. Punkt A zeigt an, wieviel jeder Haushalt von jedem Gut als Anfangsausstattung besitzt. Jeder Punkt innerhalb der Edgeworth-Box bezeichnet eine mögliche Aufteilung der vorhandenen Güterbestände ($\bar{x}_1 + \bar{x}_2 = \bar{x}$; $\bar{y}_1 + \bar{y}_2 = \bar{y}$).

Die Haushalte werden die Güter tauschen, um sich gegenüber der Situation in A zu verbessern. Im Punkt A schneiden sich Indifferenzkurven der beiden Haushalte; die Substitutionsraten der beiden Haushalte bezüglich der Güter X und Y fallen ausein-

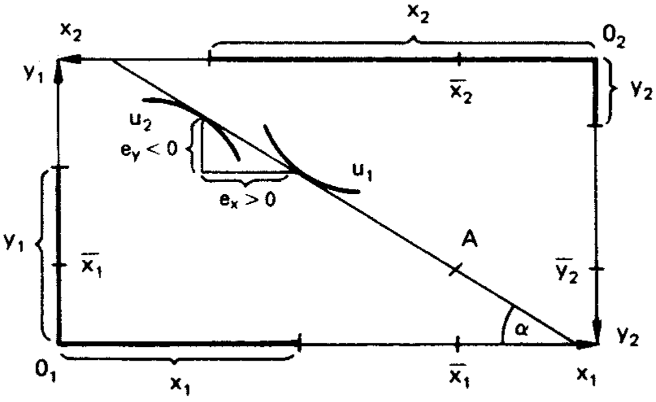



***Abb. 12:** Marktungleichgewicht bei reinem Tausch*

ander. Wie in Kapitel I und E 1 bereits angedeutet, beinhalten **unterschiedliche Substitutionsraten unterschiedliche relative** (komparative) **Wertschätzungen** der beiden Güter durch die Haushalte.

Betrachten wir die Konsumpläne der Haushalte zu dem Preisverhältnis $\tan\alpha = -p_x/p_y$ in Abb. 12. Der erste Haushalt möchte zu diesem Preisverhältnis vom Gut X die Menge $x_1$ konsumieren, Haushalt 2 die Menge $x_2$. Das bedeutet aber, daß beide Haushalte zusammen von Gut X mehr konsumieren möchten als insgesamt überhaupt verfügbar ist: $x_1 + x_2 > \bar{x}_1 + \bar{x}_2 = \bar{x}$. Der Markt ist zu dem gegebenen Preisverhältnis im **Ungleichgewicht;** die **aggregierte** Überschußnachfrage nach Gut X ist positiv:

(3a) $\quad e_x = e_{x_1} + e_{x_2} = x_1 - \bar{x}_1 + x_2 - \bar{x}_2 > 0$

(Haushalt 2 fragt auf dem Markt für Gut X mehr nach als Haushalt 1 anbietet)

Dagegen möchten die Haushalte auf dem Markt für Gut Y zusammen weniger konsumieren als verfügbar: $y_1 + y_2 < \bar{y}_1 + \bar{y}_2 = \bar{y}$. Auch dieser Markt ist im Ungleichgewicht; hier herrscht Überschußangebot – das heißt, die **aggregierte** Überschußnachfrage ist negativ:

(3b) $\quad e_y = e_{y_1} + e_{y_2} = y_1 - \bar{y}_1 + y_2 - \bar{y}_2 < 0$

(Haushalt 2 bietet auf dem Markt für Gut Y mehr an als Haushalt 1 nachfragt).

Zu den betrachteten Preisen sind die Pläne der beiden Haushalte also nicht miteinander vereinbar: sie können gesamtwirtschaftlich nicht realisiert werden. Was wird sich in dieser Ungleichgewichtssituation ändern? Nehmen wir an, es gibt ein eindeutiges, stabiles Marktgleichgewicht, und ein Auktionator paßt die Preise so lange an, bis auf beiden Märkten Gleichgewicht herrscht. Entsprechend der Walrasianischen Preisanpassungshypothese wird er auf dem Markt für Gut X den Preis erhöhen, um die dort bestehende Überschußnachfrage zu reduzieren.

Wir haben bereits gezeigt, daß die Konsumentscheidungen der Haushalte nur vom Preisverhältnis $p_x/p_y$ abhängen. Wenn nun aber $p_x$ steigt, dann wird automatisch das Gut Y relativ zu Gut X billiger, so daß sich auch das Überschußangebot auf diesem Markt reduziert (eine Zunahme von $p_x$ wirkt auf das Preisverhältnis $p_x/p_y$ in gleicher Weise wie eine Preissenkung von $p_y$; die Budgetgerade wird steiler – sie dreht sich in Punkt A). Es besteht also eine **enge Wechselbeziehung** zwischen dem Geschehen auf beiden Märkten: steigt $p_x$, so hat das Auswirkungen auch auf das Überschußangebot des Marktes für Gut Y. Wie wir sehen werden, ist damit automatisch garantiert, daß sich auch der Markt Y im Gleichgewicht befindet, wenn der Markt X geräumt ist.

Ein **allgemeines Marktgleichgewicht** besteht, wenn *alle* Märkte geräumt sind. Die Preise müssen sich so einspielen, daß die Überschußnachfrage auf beiden Märkten Null ist. Die **Gleichgewichtsbedingungen** lauten:

$$
\begin{aligned}
(4) \qquad & x_1(p_x, p_y) + x_2(p_x, p_y) = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 \qquad \text{oder:} \qquad e_x(p_x, p_y) = 0 \\
& y_1(p_x, p_y) + y_2(p_x, p_y) = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 \qquad \text{oder:} \qquad e_y(p_x, p_y) = 0\,.
\end{aligned}
$$

Abb. 13 beschreibt ein **allgemeines Marktgleichgewicht.** Auf dem Markt für Gut X bietet Haushalt 1 gerade so viel an, wie Haushalt 2 nachfragt. Umgekehrt bietet Haushalt 2 auf dem Markt für Gut Y genau so viel an, wie der erste Haushalt

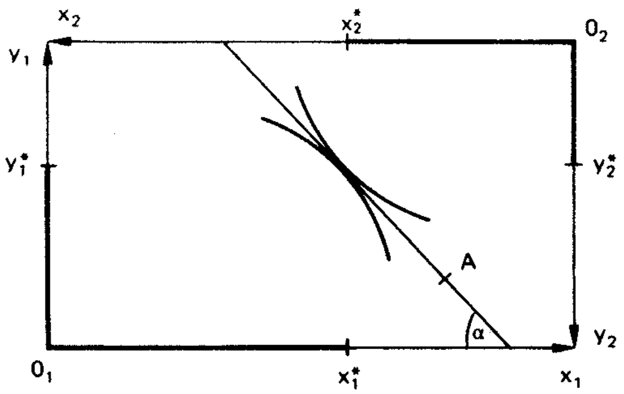



***Abb. 13:** Allgemeines Marktgleichgewicht bei reinem Tausch*

nachfrägt. Beide Märkte sind also geräumt. Im Marktgleichgewicht tangieren sich die Indifferenzkurven beider Haushalte. Die Steigung ist gleich der Steigung der Budgetgeraden durch den Punkt A der Anfangsausstattung.

Ein allgemeines Marktgleichgewicht hat also folgende Eigenschaften:

a) Jeder Haushalt ist in seinem individuellen Optimum

$$\partial U_1/\partial x_1/\partial U_1/\partial y_1 = p_x/p_y$$
$$\partial U_2/\partial x_2/\partial U_2/\partial y_2 = p_x/p_y$$

b) Alle Märkte sind geräumt:

$$e_x = 0$$
$$e_y = 0$$

Überlegen wir uns, warum es nicht möglich ist, daß auf einem Markt Gleichgewicht herrscht, während der andere Markt im Ungleichgewicht ist. Welche **Wechselbeziehungen** zwischen den Märkten sind dafür verantwortlich? Der Grund liegt darin, daß beide Haushalte bei ihren Plänen die Budgetrestriktion beachten.

Haushalt 1: $p_x x_1 + p_y y_1 = p_x \bar{x}_1 + p_y \bar{y}_1$

Haushalt 2: $p_x x_2 + p_y y_2 = p_x \bar{x}_2 + p_y \bar{y}_2$.

Wenn wir die Budgetrestriktionen beider Haushalte aggregieren, dann erhalten wir:

$$p_x (x_1 - \bar{x}_1 + x_2 - \bar{x}_2) + p_y (y_1 - \bar{y}_1 + y_2 - \bar{y}_2) = 0 \qquad \text{oder}$$
$$p_x (e_{x_1} + e_{x_2}) + p_y (e_{y_1} + e_{y_2}) = 0 \qquad \text{oder}$$

(5) $p_x e_x + p_y e_y = 0$ **Gesetz von Walras**

Diese Gleichung, die als Identität immer gilt, wenn die Haushalte ihre Budgetrestriktion beachten, bezeichnet man als **Gesetz von Walras.** Es besagt: die Summe der bewerteten Überschußnachfragen aller Märkte ist gleich Null. Das Gesetz von Walras ist deshalb von großer Bedeutung für die Analyse des allgemeinen Gleichgewichtes, weil es wichtige Aussagen über die Wechselbeziehungen zwischen den verschiedenen Märkten ermöglicht:

a) Wenn auf einem Markt **Überschußnachfrage** besteht, dann muß auf dem anderen ein **Überschußangebot** vorliegen: ist $e_x > 0$, dann muß gelten $e_y < 0$, damit die Gleichungen erfüllt sind (weil die Preise $p_x$, $p_y$ positiv sind). Ist also ein Markt im Ungleichgewicht, dann muß also immer auch der andere im Ungleichgewicht (mit umgekehrtem Vorzeichen) sein (vgl. Abbildung 12). Manche Gleichgewichtstheoretiker sehen in dieser Aussage eine Rechtfertigung dafür, daß dem Marktsystem eine starke Tendenz hin zu einem allgemeinen Gleichgewicht innewohnt: wenn sich durch eine Preisanpassung ein Markt hin zum Gleichgewicht bewegt, bewirkt dies automatisch auch eine Reduktion des Ungleichgewichtes auf dem anderen Markt (und umgekehrt). Daß diese Interpretation nicht unbedingt zutreffen muß, werden wir später im Abschnitt „Ungleichgewichtsanalyse" (D 3) sehen.

b) Wenn ein Markt im Gleichgewicht ist ($e_x = 0$), dann muß auch der andere Markt im Gleichgewicht sein ($e_y = 0$). Denn falls $e_x = 0$, folgt aus dem Gesetz von Walras: $p_y e_y = 0$. Da aber $p_y > 0$, muß gelten $e_y = 0$ (vgl. Abbildung 13).

Die Aussage b) bedeutet, daß die beiden Gleichgewichtsbedingungen linear voneinander abhängen. Wegen der Interdependenz der Märkte verfügen wir also nur über **eine** unabhängige Gleichung zur Bestimmung der beiden Gleichgewichtspreise $p_x$, $p_y$. Die absoluten Preise sind daher nicht determiniert. Wir wissen aber, daß wegen der Homogenität der Nachfragefunktionen vom Grad Null für die Konsumpläne nur der relative Preis $p_x / p_y$ (als Austauschverhältnis) Bedeutung hat.

Deshalb können wir ein beliebiges Gut als sogenanntes **Numéraire** (Standardgut) bestimmen und seinen Preis normieren (etwa $p_y = 1$). Das Numéraire-Gut dient als **Recheneinheit** (Wertmaßstab). Aus der Gleichgewichtsbedingung wird dann das Austauschverhältnis $p_x / p_y$ (der Preis von Gut X in Einheiten des Gutes Y) bestimmt. Während die absolute Höhe der Preise willkürlich ist, sind somit im Marktgleichgewicht die relativen Preise bestimmt (in Abb. 13 ist der relative Preis $p_x / p_y$ durch die Steigung der Budgetgeraden bestimmt: $\tan \alpha = -p_x/p_y$).

Daß die absoluten Preise nicht bestimmt sind, liegt daran, daß wir im Totalmodell eine Wirtschaft ohne Geld betrachten: es werden *direkt* Güter gegen Güter getauscht. In einer modernen Wirtschaft dient Geld als Numéraire (darüber hinaus auch als Zahlungs- und Wertaufbewahrungsmittel). Wenn wir das Gut Geld einbeziehen wollen, müßten wir einen dritten Markt (den Geldmarkt) einführen. Es stößt allerdings auf große Probleme, Geld als ein Gut, dessen Konsum keinen direkten Nutzen stiftet, in ein allgemeines Gleichgewichtsmodell einzubeziehen.

Betrachten wir nun in unserem Modell *reinen Tauschs* ein konkretes **Zahlenbeispiel:**

$$(1) \qquad U_1 = x_1 y_1^2 \qquad \bar{x}_1 = 6; \; \bar{y}_1 = 3$$
$$U_2 = x_2^2 y_2 \qquad \bar{x}_2 = 6; \; \bar{y}_2 = 3$$

Aus den Optimierungsbedingungen erhalten wir folgende *individuelle Nachfragefunktionen:*

$$(2) \qquad x_1 = 2 + p_y / p_x \qquad y_1 = 2 + 4\, p_x / p_y$$
$$x_2 = 4 + 2\, p_y / p_x \qquad y_2 = 1 + 2\, p_x / p_y$$

Daraus ergeben sich auf den beiden Märkten als aggregierte Überschußnachfragen:

$$(3) \qquad e_x = x_1 - \bar{x}_1 + x_2 - \bar{x}_2 = 3\, p_y / p_x - 6$$
$$e_y = y_1 - \bar{y}_1 + y_2 - \bar{y}_2 = 6\, p_x / p_y - 3$$

Diese Funktionen sind nur vom Preisverhältnis abhängig.

Im allgemeinen Marktgleichgewicht müssen beide Märkte geräumt sein; die **Gleichgewichtsbedingungen** lauten:

$$(4) \qquad e_x = 3\,p_y/p_x - 6 = 0$$
$$e_y = 6\,p_x/p_y - 3 = 0\,.$$

Die Gleichgewichtsbedingungen als ein System von 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten (den Preisen) sind wegen des Gesetzes von Walras linear voneinander abhängig; wir haben nur eine unabhängige Gleichung und können somit nur den relativen Preis $\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^* = 1/2$ bestimmen. Das *Gesetz von Walras* ist als Identität für beliebige Preise erfüllt.

$$(5) \qquad p_x e_x + p_y e_y = 3\,p_y - 6\,p_x + 6\,p_x - 3\,p_y = 0\,.$$

Im Modell werden der Gleichgewichtspreis sowie die Mengen, die die einzelnen Haushalte konsumieren, bestimmt:

$$\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^* = 1/2; \quad x_1^* = 4; \quad y_1^* = 4; \quad x_2^* = 8; \quad y_2^* = 2\,.$$

Das Gleichgewicht ist eindeutig.

### c) Verallgemeinerung des Modells

Das eben entwickelte Modell läßt sich leicht auf beliebig *viele* Haushalte und beliebig *viele* Güter ausdehnen. Betrachten wir eine Modellwelt mit H Haushalten ($h = 1, \ldots, H$) und n Gütern $X_j$ ($j = 1, \ldots, n$).

Jeder Haushalt hat eine Nutzenfunktion $U_h$ und verfügt über eine Anfangsausstattung an Gütern $\bar{x}_{jh}$. Dies sind die *Grunddaten* des Modells. Bestimmt werden die Mengen, die jeder Haushalt im Marktgleichgewicht konsumiert sowie die relativen Preise aller Güter.

Die Haushalte maximieren ihren Nutzen und verhalten sich als Mengenanpasser:

$$(1) \qquad \text{Max } U_h(x_{1h}, \ldots x_{nh}) \text{ bei } \sum_{j=1}^{n} p_j (x_{jh} - \bar{x}_{jh}) = 0$$
$$\text{für alle Haushalte h } (h = 1, \ldots, H)$$

Daraus ergeben sich die individuellen Überschußnachfragefunktionen

$$(2) \qquad e_{jh}(p_1, \ldots p_n) = x_{jh}(p_1, \ldots p_n) - \bar{x}_{jh}\,.$$

Sie sind homogen vom Grad Null in allen Preisen.

Die aggregierte Überschußnachfrage auf dem Markt für Gut j ist:

$$(3) \qquad e_j(p_1, \ldots p_n) = \sum_{h=1}^{H} e_{jh}(p_1, \ldots p_n) \qquad j = 1, \ldots n$$

Die Pläne aller Haushalte sind dann miteinander vereinbar, wenn die Überschußnachfrage auf allen Märkten gleich Null ist. Wir erhalten daraus n **Gleichgewichtsbedingungen:**

$$e_1(p_1, \ldots p_n) = 0$$
$$\ldots$$
$$(4) \qquad e_j(p_1, \ldots p_n) = 0$$
$$\ldots$$
$$e_n(p_1, \ldots p_n) = 0\,.$$

Aggregiert man über die Budgetrestriktionen aller Haushalte, so erhalten wir das Gesetz von Walras:

$$(5) \qquad \sum_{h=1}^{H} \sum_{j=1}^{n} p_j e_{jh} = \sum_{j=1}^{n} p_j \sum_{h=1}^{H} e_{jh} = 0 \qquad \text{oder wegen (3)} \qquad \sum_{j=1}^{n} p_j e_j = 0\,.$$

Aus dem Gesetz von Walras folgt:

a) Wenn auf einem Markt Überschußnachfrage herrscht, dann muß auf mindestens einem anderen Markt Überschußangebot vorliegen: falls auf dem Markt für Gut j gilt: $e_j > 0$, dann muß auf mindestens einem anderen Markt (etwa für Gut j') gelten $e_{j'} < 0$, damit die Gleichung erfüllt ist (weil alle Preise positiv sind).

b) Wenn $n-1$ Märkte im Gleichgewicht sind ($e_j = 0$ für $j = 1, \ldots, n-1$), dann ist auch der n-te Markt im Gleichgewicht. Denn das Gesetz von Walras lautet:

$\sum_{j=1}^{n-1} p_j e_j + p_n e_n = 0$. Sind nun alle $e_j = 0$ für $j = 1, \ldots, n-1$, dann folgt daraus: $p_n e_n = 0$. Da aber $p_n > 0$, muß gelten $e_n = 0$.

Die Aussage b) beinhaltet, daß die n Gleichgewichtsbedingungen linear voneinander abhängig sind. Wegen der Homogenität der Nachfrage können wir ein beliebiges Gut als Numéraire bestimmen und dessen Preis normieren (etwa $p_n = 1$). Das Numéraire-Gut dient wieder als Recheneinheit; die Preise aller anderen Güter werden in Einheiten dieses Gutes berechnet. Wir haben $n-1$ unabhängige Gleichungen zur Bestimmung dieser $n-1$ relativen Preise (Austauschraten).

$$(4') \qquad e_j\,(p_1/p_n, \ldots, p_{n-1}/p_n) = 0 \qquad j = 1, \ldots, n-1$$

Die neoklassische Gleichgewichtstheorie hat sich ausführlich mit der Frage beschäftigt, unter welchen Bedingungen für die Gestalt der Nutzenfunktionen ein allgemeines Marktgleichgewicht existiert, das Gleichungssystem also für positive Austauschraten lösbar ist. Man kann zeigen, daß ein Gleichgewicht existiert, wenn die in Kapitel II formulierten Annahmen an die Präferenzordnung erfüllt sind. Der Beweis soll hier nicht vorgeführt werden. Aus den im Abschnitt B angeführten Gründen gibt es in der Regel allerdings mehrere mögliche Gleichgewichte; das Gleichgewicht ist nur unter sehr speziellen Bedingungen eindeutig.

## 2. Allgemeines Marktgleichgewicht mit Produktion

Wir haben bisher eine reine Tauschwirtschaft betrachtet, in der jeder Haushalt über eine Anfangsausstattung von Gütern verfügt. Das Modell läßt sich aber leicht erweitern, so daß auch die *Produktion* durch Unternehmen und damit der Prozeß der Einkommensentstehung mit einbezogen wird. Die formale Grundstruktur des Modells ändert sich dadurch nur wenig.

Die **Haushalte** verfügen nun über eine Anfangsausstattung an Faktorgütern (insbesondere Arbeitsvermögen) und über Unternehmensanteile. Sie bieten die Faktoren auf den Faktormärkten an und fragen Konsumgüter nach. Zusätzlich zu den Einnahmen aus dem Verkauf von Faktorleistungen erhalten sie auch Gewinn entsprechend ihren Unternehmensanteilen. Gegenüber dem Modell des reinen Tausches stellt sich das Entscheidungsproblem der Haushalte formal ganz analog dar.

Die **Unternehmen** maximieren ihren Gewinn bei gegebener Technologie, wie wir es in Kapitel III ausführlich analysiert haben. Zur Vereinfachung gehen wir davon aus, daß jedes Unternehmen nur *ein* Gut produziert und unterstellen *abnehmende* Skalenerträge, so daß nur ein Teil der Verkaufserlöse als Faktoreinkommen an die Haushalte gezahlt wird. Der anfallende Gewinn fließt den Haushalten entsprechend ihren (gegebenen) Unternehmensanteilen zu. In unserem statischen Modell finden Konsum und Produktion innerhalb der betrachteten Zeitperiode statt.

### a) Zwei-Güter-Modell

Das einfachste Totalmodell mit Produktion besteht aus einem Faktor- und einem Gütermarkt. Mit Hilfe von Arbeit wird ein Konsumgut produziert. Wir zerlegen den Prozeß der optimalen Produktions- und Konsumentscheidung und betrachten daher zwei getrennte Entscheidungseinheiten (einen Haushalt und eine Unternehmung), die sich beide als Mengenanpasser verhalten. Der Haushalt bietet Arbeit an und fragt das Konsumgut nach, die Unternehmung fragt Arbeit nach und bietet das Konsumgut an. Die Unternehmung befindet sich im Besitz des Haushaltes; ihm fließt der gesamte Unternehmensgewinn zu.

Der **Haushalt** bestimmt sein Arbeitseinkommen endogen wie in Abschnitt G von Kapitel II. Er maximiert also seinen Nutzen aus dem Konsum des Gutes X und der Freizeit F bei gegebener Anfangsausstattung an verfügbarer Zeit T und gegebenem Gewinn. Er kann seine verfügbare Zeit T auf Arbeit und Freizeit aufteilen: $T = F + A$

(H1) $\quad \operatorname{Max} U(x, F) \quad \text{bei} \quad px = lA + G \quad \text{mit} \quad F = T - A$

Der Haushalt nimmt Güterpreis, Lohnsatz und Gewinnhöhe als exogen vorgegeben an.

Aus seinem Optimierungskalkül erhält man die Güternachfragefunktion

(H2) $\quad x^N = x^N(p, l, G)$

und die Arbeitsangebotsfunktion

$A^A = A^A(p, l, G)$.

Beide Funktionen sind homogen vom Grad Null in Preis, Lohn und Gewinn.

Das **Unternehmen** maximiert den Gewinn bei gegebener Technologie und nimmt dabei Preis und Lohn als gegeben an (wie im Kapitel III beschrieben):

(U1) $\quad \operatorname{Max} G = px - lA \quad \text{mit} \quad x = f(A)$.

Aus dem Optimierungskalkül ergibt sich eine Güterangebotsfunktion

(U2) $\quad x^A = x^A(p, l)$ (nach der Outputregel)

sowie eine Arbeitsnachfragefunktion:

$A^N = A^N(p, l)$ (nach der Inputregel).

Die Funktionen sind homogen vom Grad Null in Preis und Lohn. Wenn sich Preis und Lohn proportional verändern, ändert sich auch der Gewinn proportional; der Produktionsplan bleibt aber unverändert. Weil sich mit Preis und Lohn auch immer der Gewinn (der ja in einem Totalmodell dem Haushalt zufließt) proportional ändert, bleibt die Budgetbeschränkung des Haushaltes bei einer proportionalen Variation von Preis und Lohn unverändert. In einem Totalmodell sind folglich die Güternachfrage- und die Arbeitsangebotsfunktion des Haushaltes homogen vom Grade Null in Preis und Lohn.

Im **allgemeinen Marktgleichgewicht** muß auf jedem Markt das Angebot der Nachfrage entsprechen (die Überschußnachfrage also gleich Null sein). Wir erhalten somit die **Gleichgewichtsbedingungen:**

$$\begin{aligned} (4) \qquad & x^N(p, l) = x^A(p, l) \quad \text{oder} \quad e_x(p, l) = 0 \\ & A^N(p, l) = A^A(p, l) \quad \text{oder} \quad e_A(p, l) = 0\,. \end{aligned}$$

In Abb. 14 ist ein allgemeines Marktgleichgewicht beschrieben. Die Produktionsfunktion ist dort, ausgehend vom Punkt T (dort wird überhaupt nichts gearbeitet), nach links abgetragen (mit zunehmendem Arbeitseinsatz nimmt die Produktion zu). Im Marktgleichgewicht tangieren sich Produktionsfunktion und Indifferenzkurven. Die

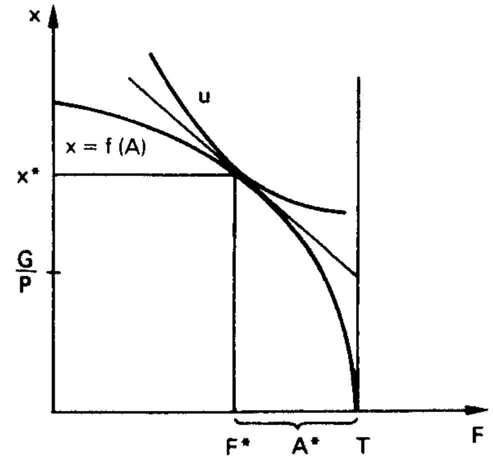



***Abb. 14:** Marktgleichgewicht mit Produktion*

Steigung entspricht dabei der Steigung der Budgetrestriktion. Die Budgetrestriktion des Haushaltes fällt mit der Isogewinnlinie des Unternehmens zusammen, weil der gesamte Gewinn des Unternehmens dem Haushalt zufließt.

Im Gleichgewicht ist das Lohn-Preis-Verhältnis (der Reallohn $\left(\frac{l}{p}\right)^*$) sowie die Arbeitszeit A*, die produzierte Gütermenge x* und der Realgewinn $\left(\frac{G}{p}\right)^*$ bestimmt.

Auch in dem um die Produktion erweiterten Totalmodell gilt das **Gesetz von Walras:** die Summe der bewerteten Überschußnachfragen aller Märkte muß gleich Null sein.

Das Gesetz von Walras erhalten wir, indem wir in die Budgetrestriktion des Haushaltes die Gleichung für den Unternehmensgewinn einsetzen:

$$px^N - lA^A - G = 0$$

$$G - px^A + lA^N = 0$$

(5) $$p(x^N - x^A) + l(A^N - A^A) = 0.$$

Daraus folgt einmal, daß der Arbeitsmarkt sich im Gleichgewicht befindet, wenn der Gütermarkt im Gleichgewicht ist, zum anderen, daß bei einem Ungleichgewicht auf dem Arbeitsmarkt auch ein Ungleichgewicht auf dem Gütermarkt (mit umgekehrtem Vorzeichen) besteht. Gibt es auf dem Arbeitsmarkt ein Überschußangebot (Arbeitslosigkeit), dann besteht nach dem Gesetz von Walras gleichzeitig immer Überschußnachfrage auf dem Gütermarkt. Gemäß der neoklassischen Gleichgewichtstheorie kann demnach Arbeitslosigkeit kein dauerhafter Zustand sein: selbst wenn die Nominallöhne auf dem Arbeitsmarkt sich nicht anpassen würden, würde die Überschußnachfrage auf dem Gütermarkt zu einer Preissteigerung führen und damit gleichzeitig ein Sinken des Reallohnes bewirken – und zwar so lange, bis auf beiden Märkten Gleichgewicht herrscht.

Bei Gültigkeit des Gesetzes von Walras kann es also kein **Unterbeschäftigungsgleichgewicht** geben (eine Situation, in der nur der Arbeitsmarkt im Ungleichgewicht ist). Diese Aussage steht nicht unbedingt in Einklang mit unseren Alltagserfahrungen: bei hoher Arbeitslosigkeit erwarten wir im Gegenteil einen Nachfrageausfall auf dem Markt für Konsumgüter. Das deutet darauf hin, daß es keineswegs selbstverständlich ist, daß das Gesetz von Walras in der beschriebenen Form auch in Ungleichgewichtssituationen Gültigkeit hat. Der Grund liegt, wie wir im Abschnitt über Ungleichgewichtsanalyse näher sehen werden, darin, daß es sich auf **geplante** Größen bezieht, die **effektive** Nachfrage im Ungleichgewicht davon aber erheblich abweichen kann.

### b) Verallgemeinerung des Modells

Wir betrachten nun ein Modell mit H Haushalten und K Unternehmungen. Neben n Märkten für Konsumgüter müssen wir nun auch m Märkte für die Faktoren $V_i$ einbeziehen (Faktoren bezeichnen wir im Interesse einer einheitlichen Terminologie mit $V_i$ $(i = 1, \ldots, m)$; ihren Preis mit $q_i$ – dazu zählt auch der Faktor Arbeit).

Jeder Haushalt hat eine Nutzenfunktion, verfügt über eine Anfangsausstattung an Faktoren $\bar{v}_{ih}$ und über Unternehmensanteile $\vartheta_{hk}$. Die Unternehmen produzieren mit Hilfe der Faktoren Güter entsprechend ihrer Produktionsfunktion $x_{jk} = f_{jk}(v_{1k}, \ldots, v_{mk})$. Die Produktion der Güter $X_j$ kann auch in Mehr-Produkt-Unternehmen erfolgen, deren Optimierungsproblem wir bereits in Kapitel III untersucht haben. Falls alle Faktoren in beliebiger Menge beschaffbar sind, maximiert das Mehr-Produkt-Unternehmen seinen Gewinn, indem es für jedes einzelne Produkt die gewinnmaximalen Ausbringungs- und Faktoreinsatzmengen bestimmt.

Im Gleichgewicht werden für jeden Haushalt die Gütermengen, die er konsumiert, sowie die Faktormengen, die er verkauft, bestimmt und für jede Unternehmung die Gütermenge, die es produziert, die Faktormengen, die es nachfrägt sowie der Gewinn der Unternehmung. Schließlich werden die $n + m - 1$ relativen Preise der Güter und Faktoren bestimmt.

Die **Haushalte** maximieren ihren Nutzen

(H1) $$\text{Max } U_h(x_{1h}, \ldots, x_{nh}, \bar{v}_{1h} - v_{1h}, \ldots, \bar{v}_{mh} - v_{mh})$$

unter der Budgetrestriktion:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j x_{jh} = \sum_{i=1}^{m} q_i v_{ih} + G_h, \quad \text{wobei} \quad G_h = \sum_{k=1}^{K} \vartheta_{hk} G_k$$

Daraus ergeben sich die Angebots- und Nachfragefunktionen:

(H2) $$x_{jh}^N = x_{jh}^N(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m, G_h)$$
$$v_{ih}^A = v_{ih}^A(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m, G_h)$$

Die **Unternehmen** maximieren ihren Gewinn:

(U1) $$\max G_k = \sum_{j=1}^{n} p_j x_{jk} - \sum_{i=1}^{m} q_i v_{ik} \quad \text{bei} \quad x_{jk} = f_{jk}(v_{1jk}, \ldots, v_{mjk})$$
$$\text{und} \quad v_{ik} = \sum_{j=1}^{n} v_{ijk}.$$

$v_{ijk}$ ist diejenige Menge des Faktors i, die das Unternehmen k zur Produktion des Gutes j einsetzt.

Daraus erhält man die Angebots- und Nachfragefunktionen:

(U2) $$x_{jk}^A = x_{jk}^A(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m)$$
$$v_{ik}^N = v_{ik}^N(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m)$$

Gesamtnachfrage und Gesamtangebot auf den verschiedenen Märkten erhalten wir durch Aggregation:

(3) $$x_j^N = \sum_{h=1}^{H} x_{jh}^N; \quad x_j^A = \sum_{k=1}^{K} x_{jk}^A$$
$$v_i^N = \sum_{k=1}^{K} v_{ik}^N; \quad v_i^A = \sum_{h=1}^{H} v_{ih}^A$$

Ein **allgemeines Gleichgewicht** besteht dann, wenn auf allen Märkten die Gesamtnachfrage dem Gesamtangebot entspricht. Wir erhalten als **Gleichgewichtsbedingungen:**

$$(4) \qquad x_j^N = x_j^A, \quad j = 1, \ldots, n$$
$$v_i^N = v_i^A, \quad i = 1, \ldots, m$$

Im allgemeinen Gleichgewicht gilt:

a) – jeder Haushalt realisiert sein individuelles Optimum
 – jedes Unternehmen realisiert sein individuelles Optimum

b) die Pläne aller Wirtschaftssubjekte sind miteinander vereinbar (alle Märkte sind geräumt).

| **Haushalte** | **Unternehmen** |
|---|---|
| (1) Optimierungskalküle der Haushalte | Optimierungskalküle der Unternehmen |
| $\operatorname{Max} U_h(x_{1h}, \ldots, x_{nh}, \bar{v}_{1h} - v_{1h}, \ldots, \bar{v}_{mh} - v_{mh})$ | $\max G_k = p_j x_{jk} - \sum_{i=1}^{m} q_i v_{ik}$ |
| unter der Budgetrestriktion: | mit der Produktionsfunktion |
| $\sum_{j=1}^{n} p_j x_{jh} = \sum_{i=1}^{m} q_i v_{ih} + \sum_{k=1}^{K} \vartheta_{hk} G_k$ | $x_{jk} = f_{jk}(v_{1k}, \ldots, v_{mk})$ |
| $h = 1, \ldots, H$ | $k = 1, \ldots, K$ |

(2) Daraus ergeben sich individuelle Angebots- und Nachfragefunktionen:

| für alle h: | für alle k: |
|---|---|
| $x_{jh}^N = x_{jh}^N(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m, G_h)$ | $x_{jk}^A = x_{jk}^A(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m)$ |
| $v_{ih}^A = v_{ih}^A(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m, G_h)$ | $v_{ik}^N = v_{ik}^N(p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_m)$ |
| $j = 1, \ldots, n; \quad i = 1, \ldots, m$ | $j = 1, \ldots, n; \quad i = 1, \ldots, m$ |

(3) Durch Aggregation erhalten wir:

$x_j^N = \sum_{h=1}^{H} x_{jh}^N;$ ⟸ Gütermärkte ⟹ $x_j^A = \sum_{K=1}^{K} x_{jk}^A$

$j = 1, \ldots, n$

$v_i^A = \sum_{h=1}^{H} v_{ih}^A;$ ⟸ Faktormärkte ⟹ $v_i^N = \sum_{K=1}^{K} v_{ik}^N$

$i = 1, \ldots, m$

(4) Gleichgewichtsbedingungen:

$$x_j^N = x_j^A, \quad j = 1, \ldots, n$$
$$v_i^N = v_i^A, \quad i = 1, \ldots, m$$

Das Gleichungssystem (4) besteht aus m + n Gleichgewichtsbedingungen. Wegen des Gesetzes von Walras

$$(5) \qquad \sum_{j=1}^{n} p_j (x_j^N - x_j^A) + \sum_{i=1}^{m} q_i (v_i^N - v_i^A) = 0$$

sind die Gleichungen linear voneinander abhängig. Da alle Funktionen nur von den relativen Preisen abhängen, gibt es m + n − 1 unabhängige Gleichungen zur Bestimmung der relativen Preise. Ein Gut wird wieder als Numéraire bestimmt.

## 3. Ungleichgewichtsanalyse

In Abschnitt C3 haben wir untersucht, welche Anpassungsprozesse sich auf einem einzelnen Markt im Ungleichgewicht abspielen, wenn die Preise schnell reagieren. Dort wurde bereits angedeutet, daß ganz andere Prozesse ablaufen, wenn die Mengen schneller reagieren als die Preise. Sofern die Preise zunächst fix bleiben, werden schon im Ungleichgewicht Transaktionen durchgeführt; wir müssen daher von der Fiktion eines Walrasianischen Auktionators abgehen. Dies hat weitreichende Konsequenzen: wenn ein Markt im Ungleichgewicht ist, können nicht alle Wirtschaftssubjekte ihre Pläne realisieren. Sie müssen daraufhin auch ihre Entscheidungen auf den anderen Märkten revidieren. Die individuellen Nachfrage- und Angebotsfunktionen, wie sie in der Haushalts- und Unternehmenstheorie abgeleitet wurden, können nun nicht mehr gültig sein: sie sind **hypothetische** Funktionen, die nur dann gelten, wenn die Pläne auf allen Märkten auch tatsächlich realisierbar sind.

Betrachten wir wieder das Modell mit einem Güter- und einem Arbeitsmarkt wie in Abschnitt 2b) und gehen wir davon aus, daß der Reallohn höher ist als im Gleichgewicht (Abb. 15). Der Haushalt plant nun auf Grund des höheren Reallohnes, mehr zu arbeiten und entsprechend mehr zu konsumieren. Dagegen will die Unternehmung wegen des hohen Reallohns weniger produzieren und fragt deshalb auch weniger Arbeit nach. Auf dem Arbeitsmarkt herrscht somit ein Überangebot; das geplante Angebot übersteigt die Nachfrage. Umgekehrt herrscht auf dem Gütermarkt eine *potentielle* Überschußnachfrage: der Haushalt **plant,** mehr nachzufragen als die Unternehmung produzieren will. Ein Walrasianischer Auktionator würde die Preise so lange anpassen (den Reallohn senken), bis ein allgemeines Gleichgewicht erreicht ist.

Was geschieht aber, wenn auf dem Arbeitsmarkt **bereits im Ungleichgewicht Transaktionen durchgeführt werden?** Auf einem Markt, auf dem alle Transaktionen freiwillig sind, kann niemand gezwungen werden, zu den bestehenden Preisen mehr zu kaufen oder zu verkaufen als er beabsichtigt. Daher wird im Ungleichgewicht jeweils die kleinere Menge von Angebot und Nachfrage realisiert (die dick gezeichnete Linie in Abb. 15 gibt zu jedem Reallohn an, wieviel auf dem Markt getauscht wird, wenn Transaktionen bereits im Ungleichgewicht erfolgen).

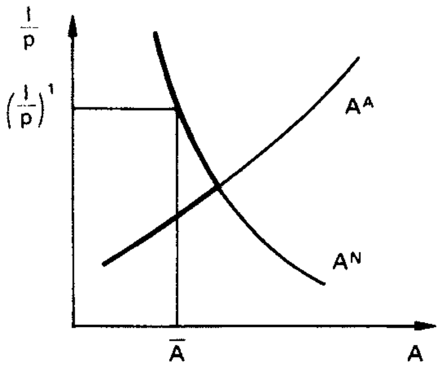



***Abb. 15:** Arbeitsmarkt im Ungleichgewicht*

Zum Reallohn $(l/p)^1$ ist die Nachfrage nach Arbeit die beschränkende Seite des Marktes: die Unternehmung kauft nur die Menge $\bar{A}$ ($\bar{A} = A^N < A^A$). Der Haushalt muß daher bei der Bestimmung seines individuellen Optimums zusätzlich zur Budgetrestriktion die **Mengenbeschränkung** $A \leqq \bar{A}$ beachten. Zwar plant er zunächst, zum herrschenden Reallohn mehr Arbeit anzubieten, doch ist ihm dies nicht möglich: er ist teilweise arbeitslos.

Die Mengenrationierung auf dem Arbeitsmarkt bedeutet, daß der Haushalt nun nicht mehr soviel Einkommen erzielen kann, wie er zum herrschenden Reallohn geplant hat. Damit aber muß er auch seine Entscheidung auf dem Gütermarkt revidieren: er ist nicht mehr in der Lage, die ursprünglich **geplante (hypothetische) Nachfrage** $x^N$ auf dem Konsumgütermarkt zu verwirklichen: seine **effektive Nachfrage** $x^e$ wird vielmehr durch das tatsächlich realisierbare Einkommen $\bar{E} = l\bar{A} + G$ beschränkt.

Betrachten wir die Entscheidungssituation des Haushaltes noch einmal anhand von Abb. 16: die Unternehmung fragt nur die Menge $\bar{A}$ an Arbeit nach. Die Wahlmöglichkeiten des Haushaltes sind deshalb nur mehr durch den schraffierten Teil des Budgetraums gekennzeichnet. Der Haushalt plant zwar zum herrschenden Reallohn zunächst, die Menge $x^N$ nachzufragen, doch wegen der Mengenrationierung auf dem Arbeitsmarkt muß er seine Entscheidung ändern. Unter Beachtung der zusätzlichen Beschränkung ist der bestmögliche Konsumplan durch den Punkt Z gekennzeichnet; seine **effektive** Güternachfrage ist $x^e = x(\bar{E})$.

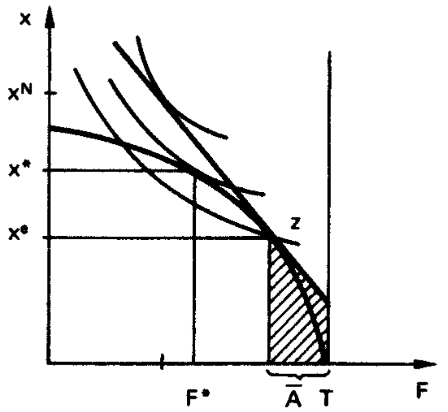



***Abb. 16:** Unterbeschäftigungsgleichgewicht*

Man bezeichnet diesen Entscheidungsprozeß nach **Robert Clower** als **duale Entscheidungshypothese:** der Haushalt stellt zunächst beim gegebenen Reallohn einen hypothetischen Konsumplan auf unter der Annahme, er könne alle Pläne realisieren. Wenn er auf keinem Markt Mengenbeschränkungen unterliegt, kann er die Pläne auch verwirklichen (er wird tatsächlich $x^N$ nachfragen). Wenn aber auf dem Arbeitsmarkt die Beschränkung $A \leqq \bar{A}$ wirksam ist, muß er seine Konsumnachfrage anpassen; die effektive Nachfrage ist dann nur mehr eine Funktion des realisierbaren Einkommens $\bar{E}$, weil annahmegemäß Lohn und Preis fix sind. Für die **effektive** Nachfrage auf dem Gütermarkt gilt also:

(1) $\quad x^e = \min\{x^N(p, l, G);\ x(\bar{E})\}$

Die Überlegung, daß im Ungleichgewicht die tatsächliche Nachfrage von der geplanten Nachfrage abweichen kann, liefert so eine mikroökonomische Begründung für die effektive Nachfrage, wie sie **John Maynard Keynes** (1883–1946) in seiner Konsumfunktion formuliert hat: im Ungleichgewicht ist die beobachtbare Nachfrage nur mehr vom realisierbaren Einkommen, nicht aber von Preisen und Löhnen bestimmt. Das aber hat Auswirkungen auf die Dynamik des Marktgeschehens: weil die Unternehmung nur die effektive Nachfrage $x(\bar{E})$ beobachten kann, hat sie keinen Anreiz, mehr zu produzieren. Obwohl auf dem Gütermarkt potentiell mehr nachgefragt werden könnte, ist die **effektive** Nachfrage gleich dem Angebot: der Gütermarkt befindet sich in einem **Nicht-Walrasianischen Gleichgewicht!**

Weil auf dem Markt nur die effektive Nachfrage wirksam ist, werden nicht die notwendigen Informationen übermittelt – im Gegensatz zum Walrasianischen Tâtonnementprozeß; dort teilen alle Wirtschaftssubjekte dem Auktionator ihre **geplanten** Mengen mit, und er paßt die Preise solange an, bis ein **Walrasianisches allgemeines Gleichgewicht** erreicht ist. Das eben beschriebene Verhalten im Ungleichgewicht könnte man dagegen so charakterisieren: bei konstanten Preisen passen sich die Wirtschaftssubjekte mit ihren Mengen so an die Beschränkungen an, daß die effektiven Überschußnachfragen Null sind. Grundhypothese ist dabei, daß sich die Preise nicht anpassen, sondern konstant bleiben. Man bezeichnet solche Modelle daher auch als **Fixpreismodelle.** Während auf dem Gütermarkt ein Nicht-Walrasianisches Gleichgewicht besteht, ist der Haushalt auf dem Arbeitsmarkt rationiert; es besteht ein **Unterbeschäftigungsgleichgewicht.**

Wird diese Situation von Dauer sein oder gibt es nicht doch langfristig einen Anpassungsdruck hin zum Walrasianischen Gleichgewicht? Das Fixpreismodell läßt offen, wie lange die Preise fix bleiben. Kurzfristig ist es eine durchaus plausible Reaktion, daß der Haushalt auf Grund der Mengenrationierung auf dem Arbeitsmarkt seine Konsumnachfrage entsprechend einschränkt. Doch diese Rationierung könnte den Haushalt zumindest langfristig veranlassen, seine Bereitschaft zu signalisieren, auch zu einem niedrigeren Lohnsatz zu arbeiten. Es ist für ihn nicht mehr rational, sich als Mengenanpasser zu verhalten: er kann sich nämlich auch bei einem niedrigeren Reallohn gegenüber der Ausgangssituation $(\bar{A}, \bar{x})$ verbessern: weil dann die Beschränkung $A < \bar{A}$ aufgehoben wird, ist er im Walrasianischen Gleichgewicht $(F^*, x^*)$ trotz niedrigerem Reallohn besser gestellt.

Wie bereits im Abschnitt C3 angedeutet, geht es bei dieser Betrachtung letztlich um die Frage, ob die Analyse des Gleichgewichtszustandes oder aber die des Anpassungsprozesses wichtiger ist. Viele Ökonomen sind der Ansicht, daß ein Anpassungsdruck letztlich zum Walrasianischen Gleichgewicht hinführen wird, schon weil dies im Eigeninteresse der Marktteilnehmer liegt. Andere dagegen vertreten die Auffassung, daß die Anpassungsprozesse aufgrund von Suchkosten und Transaktionskosten erhebliche Zeit in Anspruch nehmen und daß es daher wesentlich wichtiger ist, mögliche Maßnahmen zur Veränderung einer Ungleichgewichtssituation (eines Nicht-Walrasianischen Gleichgewichtes) zu analysieren als sich darauf zu beschränken, die Eigenschaften eines Walrasianischen Gleichgewichts zu beschreiben. Auch die Ungleichgewichtsanalyse arbeitet freilich mit dem mikroökonomischen Instrumentarium, das wir in diesem Buch kennengelernt haben.

# Kapitel V
# Gesamtwirtschaftliche Effizienz und Optimalität

## A. Einleitung

### 1. Wohlfahrtstheoretische Fragestellungen

Wenn man Wirtschaftswissenschaft betreibt, so interessiert man sich letztlich immer für Erkenntnisse über die wirkliche Welt, in der wir alle leben. Dennoch beziehen sich viele wirtschaftswissenschaftliche Aussagen nicht auf diese Welt, sondern auf Modell-Welten. Es ist für die Kommunikation unter Wirtschaftswissenschaftlern von größter Wichtigkeit, daß man stets genau weiß, ob von der wirklichen Welt die Rede ist oder von einer Modell-Welt und gegebenenfalls von welcher Modell-Welt. Durch Nichtbeachtung dieser Regel ist viel Verwirrung in der ökonomischen Theorie entstanden.

Modell-Welten haben gegenüber der wirklichen Welt gewaltige Vorzüge. Zwei davon seien hier genannt.

1. Eine Modellwelt ist, im Unterschied zur wirklichen Welt, von Wissenschaftlern erschaffen worden. Der Wissenschaftler befindet sich ihr gegenüber in der Position eines Außenstehenden. Er kann also seine Modell-Welt objektiv betrachten, und er kann alles wissen, was es über diese Modell-Welt zu wissen gibt, denn sie enthält nicht mehr Informationen, als er selbst in sie hineingebaut hat. Die wirkliche Welt hingegen ist etwas, von dem der Wissenschaftler selbst ein Teil ist. Er kann sie nur von innen her, aus seiner subjektiven Position heraus betrachten, und er erfährt immer nur einen winzigen Ausschnitt aus dem, was alles wirklich ist.
2. Der Wissenschaftler kann seine Modellwelt uneingeschränkt manipulieren. Er kann sie in verschiedene Zustände versetzen und kann diese Zustände miteinander vergleichen. Mit Bezug auf die wirkliche Welt hingegen sind die Möglichkeiten der Einflußnahme durch den Wirtschaftswissenschaftler in der Regel sehr begrenzt; und ob es überhaupt einen Sinn hat, von einem „Zustand" der Welt oder gar von mehreren „möglichen Zuständen" der Welt zu reden, ist philosophisch gesehen äußerst fragwürdig.

Es sind genau diese beiden Eigenschaften von Modellwelten, welche eine wohlfahrtstheoretische Fragestellung erst möglich machen. In der Wohlfahrtstheorie nämlich geht es um die Bewertung von Zuständen nach objektiven Maßstäben. Die Wohlfahrtstheorie hat sich, vor allem in jüngster Zeit, zu einem weitverzweigten Teilgebiet der Wirtschaftstheorie entwickelt. In diesem Kapitel legen wir die „klassische" Variante der Wohlfahrtstheorie zugrunde, welche zu Ehren des italienischen Wirtschaftswissenschaftlers Vilfredo Pareto (1848–1923) die „paretianische" Wohlfahrtstheorie genannt wird.

Neben den beiden genannten Eigenschaften von Modell-Welten ist eine spezielle Eigenschaft unserer mikroökonomischen Modell-Welten von grundlegender Bedeutung für die paretianische Wohlfahrtstheorie:

3. Die in einer mikroökonomischen Modell-Welt vorkommenden Subjekte sehen sich einer wohldefinierten Menge von Zuständen gegenüber (seien sie erreichbar oder nicht), und sie haben klare und widerspruchsfreie (d.h. transitive) Präferenzen mit Bezug auf diese Menge.

Zusammen mit der 1. Eigenschaft ergibt sich daraus die Situation, daß nicht nur jedes der Modell-Subjekte weiß, was für es selbst gut oder schlecht ist, sondern daß auch der Theoretiker weiß, was für seine Modell-Subjekte gut oder schlecht ist. Die Präferenzrelationen der Modell-Subjekte spielen also in der Wohlfahrtstheorie eine methodisch andere Rolle als in der Haushaltstheorie: Während sie dort für die Modell-Subjekte die Grundlage ihrer Handlungs-Entscheidungen bilden, werden sie hier für den Theoretiker zur Grundlage der Bewertung von Modell-Zuständen.

Schließlich sei auf eine weitere Eigenschaft der in diesem Buch benutzten Modell-Welten hingewiesen, die zwar nicht für die gesamte paretianische Wohlfahrtstheorie, aber doch für den in diesem Buch dargestellten Ausschnitt aus ihr unverzichtbar ist:

4. Die hier betrachteten Modell-Welten sind deterministisch, d.h. „Zufall" und „Unsicherheiten" spielen keine Rolle. Jedes der Modell-Subjekte ist über die es selbst betreffenden Teile der Modell-Welt, insbesondere über die Konsequenzen seiner Handlungen, richtig und vollständig informiert.

## 2. Die Pareto-Relation

Hat man es mit einer Modell-Welt zu tun, in der es nur ein einziges Subjekt gibt, so ist die diesbezügliche Wohlfahrtstheorie ebenso einfach wie uninteressant. Sie läßt sich in einem einzigen Satz zusammenfassen: Handelt das Subjekt rational, so ist das Ergebnis seiner Handlung objektiv optimal. Es versteht sich von selbst, daß diese „Wohlfahrtstheorie" falsch wird, wenn die Eigenschaft 4. aus dem vorigen Abschnitt nicht vorliegt.

Zu nicht-trivialen Fragestellungen kommt man erst dann, wenn man es mit mehreren Subjekten zu tun hat. Es kann nämlich dann zu Interessenkonflikten zwischen diesen Subjekten kommen: was für das eine Subjekt erwünscht ist, kann für das andere Subjekt höchst unerwünscht sein. Kann man unter solchen Umständen überhaupt verschiedene Zustände nach objektiven Kriterien bewerten? Gibt es also mit Bezug auf eine konfliktträchtige Modellwelt überhaupt sinnvolle wohlfahrtstheoretische Fragestellungen?

Nehmen wir zur Illustration eine Modellwelt mit zwei Subjekten, „Herr Huber" und „Frau Mayer", und mit einer einzigen Güterart, „Reis". Wir nehmen an, es gebe in dieser Modellwelt einen Bestand von 1 kg Reis, und es sei unmöglich, weiteren Reis zu beschaffen. Die Präferenzen der beiden Subjekte beziehen sich nur auf unterschiedlich große eigene Reis-Portionen, und sie genügen dem Prinzip der Nichtsättigung, d.h. beide wollen lieber mehr Reis als weniger Reis. Jede vollständige Aufteilung des Reisbestandes auf die beiden Subjekte ist ein möglicher Zustand unserer Modell-Welt.

Wir können die Menge aller möglichen Zustände veranschaulichen durch eine Strecke, deren Länge gerade 1 kg Reis entspricht.

Der Punkt z z.B. veranschaulicht den Zustand, daß Herr Huber über 0,75 kg Reis und Frau Mayer über 0,25 kg Reis verfügt. Vergleichen wir den Zustand z mit dem ebenfalls eingezeichneten Zustand y: Aus der Sicht von Herrn Huber ist z besser als y,

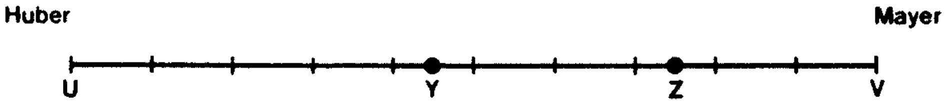



*Abb. 1*

aus der Sicht von Frau Mayer ist y besser als z. Eine objektive Bewertung scheint unmöglich zu sein.

Betrachten wir einmal den Zustand u am linken Ende der Strecke. In diesem Zustand verfügt Frau Mayer über das ganze Kilo Reis, und Herr Huber geht leer aus. Das kann doch nicht gut sein, ist man geneigt zu sagen, daß Frau Mayer sich (mit Verlaub) den Wanst vollschlägt, während Herr Huber am Hungertuch nagen muß. Vielleicht wird man sogar so weit gehen wollen, eine Ration von 0,5 kg Reis für jeden der beiden objektiv optimal zu nennen.

Derartige Bewertungen sind im Prinzip denkbar, aber man muß sich dabei eines klarmachen: Sie beruhen auf Wertmaßstäben, die nicht aus dem Modell stammen, sondern die wir (die Theoretiker) aus unserem subjektiven Empfinden in das Modell hineintragen. „Am Hungertuch nagen" und „Wanst vollschlagen" sind sprachliche Ausdrücke mit negativer Wertbesetzung, die wir auf wirkliche Subjekte anzuwenden gewohnt sind, die aber mit Bezug auf Modell-Subjekte keinen Sinn ergeben, solange wir nicht explizit Begriffe wie „Hungertuch" und „Wanst" in unser Modell eingebaut haben. Genausogut könnten wir unsere Modellwelt in der Weise ausmalen, daß Herr Huber über ein dickes Fettpolster verfügt, während Frau Mayer an akuten Hungersymptomen leidet, und unter solchen Umständen wären wir vielleicht bereit, sogar den Zustand am linken Ende unserer Strecke als optimal anzusehen.

Beschränken wir uns nur auf die explizit angegebenen Eigenschaften unserer Modellwelt und lassen wir als Grundlage für objektive Bewertungen nur die Präferenzen der Modell-Subjekte zu, so haben wir in unserem Beispiel keine Möglichkeit, gewisse Zustände besser als andere zu nennen. Solche Selbstbeschränkung des Theoretikers ist charakteristisch für die paretianische Wohlfahrtstheorie.

Paretianische Wohlfahrtstheorie wäre sehr langweilig, gäbe es nicht andere Situationen, über die sie sehr wohl etwas zu sagen hat. Zur Illustration verändern wir unsere Modellwelt mit Herrn Huber und Frau Mayer und einem Kilo Reis in folgender Weise: Wir lassen auch solche Aufteilungen als mögliche Zustände zu, in denen nur ein Teil des Reisbestandes zwischen den beiden Subjekten aufgeteilt wird, während der Rest ungenutzt liegen bleibt (und verschimmelt). Wir können nun die Menge der möglichen Zustände durch ein anderes Bild veranschaulichen.

Wir messen Herrn Hubers Reisanteil auf der horizontalen, Frau Mayers Reisanteil auf der vertikalen Achse. Der Bereich der möglichen Zustände ist schraffiert einge-

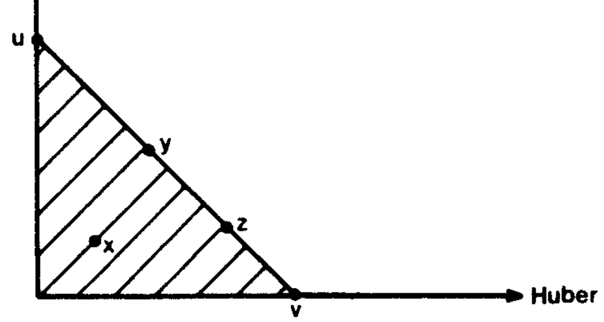



*Abb. 2*

zeichnet. Die Punkte z und y haben die gleiche Bedeutung wie in Abbildung 1. Der Punkt x veranschaulicht den Zustand, daß Herr Huber und Frau Mayer je 0,2 kg Reis besitzen, während 0,6 kg Reis ungenutzt bleiben. Der Zustand z ist sowohl aus der Sicht von Herrn Huber wie aus der Sicht von Frau Mayer besser als der Zustand x; wir sagen, z sei „im Sinne von Pareto besser" als x. Ebenso ist der Zustand y im Sinne von Pareto besser als der Zustand x. Andererseits sind, wie vorhin, die Zustände z und y im Sinne von Pareto unvergleichbar. Es sind aber auch die Zustände u und x sowie die Zustände v und x im Sinne von Pareto unvergleichbar.

Nach diesen Illustrationen wollen wir zu allgemein verwendbaren Begriffsbildungen vorstoßen. Dazu gehen wir aus von einer abstrakten Modellwelt mit n abstrakten Subjekten $S_1, S_2, \ldots, S_n$, und wir nehmen an, es gebe eine abstrakte Menge $\{a, b, c, \ldots\}$ von Zuständen, in denen diese Modellwelt sich befinden kann. Wir nehmen weiter an, daß jedes der Subjekte eine Präferenzrelation mit Bezug auf diese Menge hat. Wir haben also n Präferenzrelationen $\succsim_1, \succsim_2, \ldots, \succsim_n$, die wir wie üblich als vollständig und transitiv voraussetzen (vgl. Kap. II).

Mit Hilfe dieser n Relationen definieren wir eine weitere Relation, die sogenannte **Pareto-Relation**.

### Definition

Für zwei Zustände x und y gilt $x \succsim_p y$ genau dann, wenn für jedes Subjekt $S_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) gilt: $x \succsim_i y$.

Die Aussage $x \succsim_p y$ ist zu lesen: „Zustand x ist im Sinne von Pareto besser als oder gleich gut wie Zustand y." Man beachte, daß die Pareto-Relation zwar (ebenso wie die Präferenzrelationen) transitiv ist, daß sie aber (im Unterschied zu den Präferenzrelationen) *nicht* vollständig ist. Es kann sehr wohl Zustände x und y geben, für welche weder $x \succsim_p y$ noch $y \succsim_p x$ gilt. In diesem Fall sagt man, x und y seien im Sinne von Pareto unvergleichbar. Das ist immer dann der Fall, wenn die Präferenzen der Subjekte mit Bezug auf x und y untereinander im Konflikt stehen, d.h. wenn für wenigstens ein Subjekt $S_i$ gilt $x \succ_i y$ und für wenigstens ein anderes Subjekt $S_j$ gilt $y \succ_j x$.

Ebenso wie wir aus einer Präferenzrelation die Relation der strikten Präferenz ableiten konnten (vgl. Haushaltstheorie), können wir aus der Pareto-Relation eine strikte Pareto-Relation ableiten.

### Definition

Für zwei Zustände x und y gilt $x \succ_p y$ genau dann, wenn $x \succsim_p y$, aber nicht $y \succsim_p x$ gilt.

Die Aussage $x \succ_p y$ ist zu lesen: „Zustand x ist im Sinne von Pareto strikt besser als Zustand y." Sie besagt, daß x von allen Subjekten als wenigstens gleich gut wie y und von wenigstens einem Subjekt als strikt besser als y eingestuft wird. Die strikte Pareto-Relation ist das objektive Bewertungskriterium, das allen paretianischen Wohlfahrtsaussagen zugrunde liegt. Mit ihrer Hilfe können wir präzisieren, wann ein Zustand objektiv optimal genannt werden darf:

### Definition

Ein Zustand z heißt **pareto-optimal,** wenn es keinen Zustand x gibt, für welchen $x \succ_p z$ gilt.

Ein Zustand z ist also genau dann pareto-optimal, wenn jeder andere Zustand von wenigstens einem Subjekt als strikt schlechter eingestuft wird.

An dieser Stelle muß eine Warnung ausgesprochen werden: der Ausdruck „optimal" ist nämlich mißverständlich. Er suggeriert, daß ein Zustand mit dieser Eigenschaft „der beste" oder doch wenigstens „einer unter mehreren gleich guten besten" sei. Das muß aber keineswegs der Fall sein. Die Schwierigkeit liegt darin, daß die Pareto-Relation nicht vollständig ist. Wenn z pareto-optimal ist, wenn es also kein x mit $x >_P z$ gibt, so folgt daraus keineswegs, daß für alle x gelten müßte $z \succeq_P x$. Es kann sehr wohl viele Zustände geben, die mit z im Sinne von Pareto unvergleichbar sind, und darunter können viele Zustände ihrerseits pareto-optimal sein.

Blicken wir nun, mit diesem begrifflichen Instrumentarium ausgerüstet, noch einmal auf die beiden eingangs besprochenen Beispiele zurück. Das erste Beispiel, in dem es um die vollständige Aufteilung eines Reisbestandes ging, stellt sich wie folgt dar: Es gibt überhaupt keine zwei Zustände x und y, die miteinander in der strikten Pareto-Relation stünden. Daher sind alle Zustände pareto-optimal, und je zwei Zustände sind im Sinne von Pareto unvergleichbar. Im zweiten Beispiel, in dem auch unvollständige Aufteilungen des Reisbestandes zugelassen waren, sieht es so aus: Zwei Zustände x und y stehen genau dann in der Relation $x >_P y$, wenn x rechts oberhalb von y, oder genau rechts von y, oder genau oberhalb von y liegt. Pareto-optimal sind genau die Zustände, die auf der Begrenzungslinie uv liegen, bei denen also kein einziges Reiskorn verschimmelt.

## B. Die Edgeworth-Box

### 1. Pareto-Relation und Kontraktkurve

Wir betrachten eine Modellwelt mit zwei Subjekten, genannt „Herr Huber" und „Frau Mayer", und mit zwei Arten von Gütern, genannt „Reis" und „Wein". Von beiden Gütern ist ein bestimmter Vorrat vorhanden, sagen wir 1 kg Reis und 5 l Wein. Jedes der beiden Subjekte hat auf dem 2-dimensionalen Konsumraum eine Präferenzrelation, für welche die in der Haushaltstheorie diskutierten Annahmen (1 bis 7) gelten. Wir betrachten alle vollständigen Aufteilungen der beiden Güterbestände auf die Subjekte als mögliche Zustände unserer Modellwelt.

Zur Darstellung der Menge aller möglichen Zustände benutzen wir ein Rechteck, dessen Seitenlängen die Größe der beiden Güterbestände widerspiegeln. Von der linken unteren Ecke aus messen wir die Anteile von Herrn Huber an den beiden Gütern, von der rechten oberen Ecke aus messen wir die Anteile von Frau Mayer. Der Punkt z in der Abbildung 3 bedeutet z. B. den Zustand, daß Herr Huber 4 l Wein und 0,2 kg Reis besitzt, während Frau Mayer über 1 l Wein und 0,8 kg Reis verfügt.

Betrachten wir die linke und die untere Seite dieses Rechtecks als Koordinatenachsen, so stellt das Rechteck einen Ausschnitt aus dem Konsumraum von Herrn Huber dar. Wir können dann seine Präferenzrelation durch einige Indifferenzkurven andeuten. Betrachten wir andererseits die rechte und die obere Seite des Rechtecks als Koordinatenachsen, so stellt das Rechteck einen Ausschnitt aus dem Konsumraum von Frau Mayer dar (der Leser drehe bei Bedarf das Buch um 180°). Das so entstehende Bild trägt den Namen „Edgeworth-Box". Wir haben dieses Analyseinstrument bereits im Kapitel IV, Abschnitt D 1, kennengelernt und werden es hier unter einem neuen Aspekt verwenden.

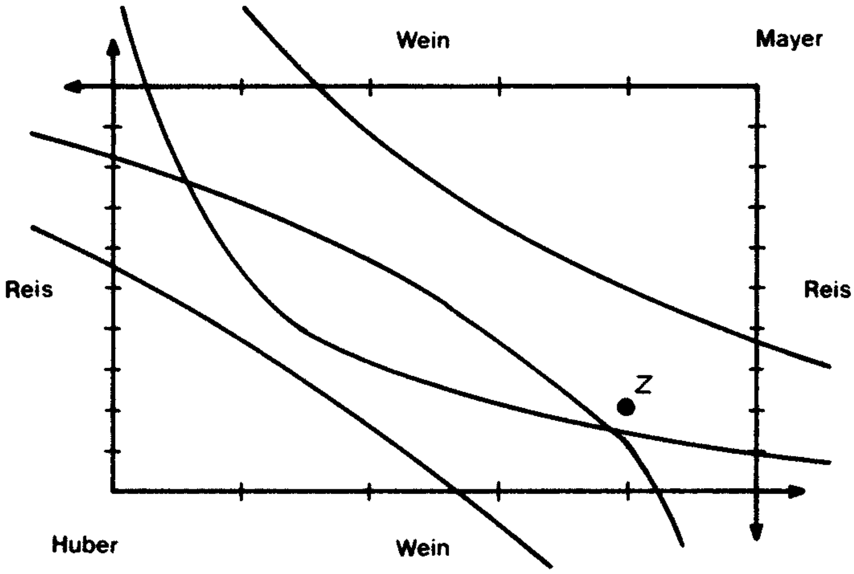



*Abb. 3*

Nun können wir untersuchen, welche Paare von Zuständen in der Pareto-Relation stehen. Dazu gehen wir aus von einem beliebigen Zustand z und zeichnen aus den beiden Scharen von Indifferenzkurven diejenigen ein, die gerade durch diesen Punkt gehen:

288

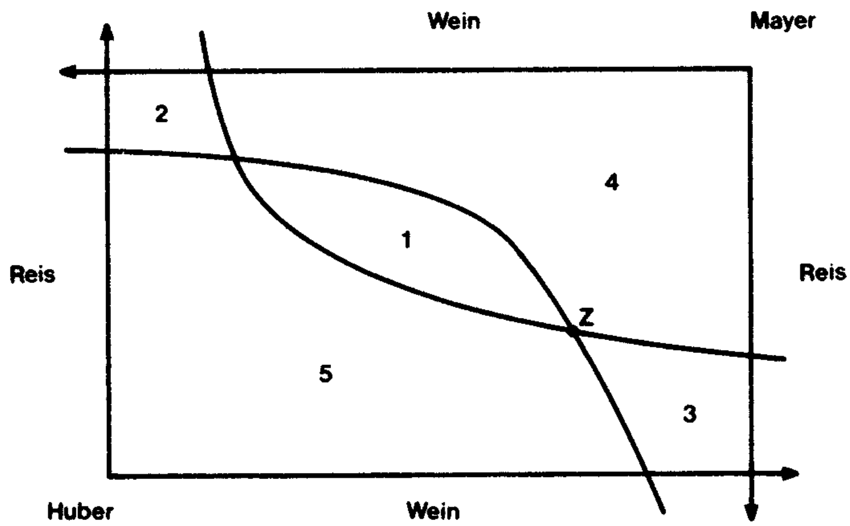



*Abb. 4*

Dadurch wird die Edgeworth-Box in 5 Bereiche aufgeteilt, die wir mit Nummern versehen haben. Man prüft leicht nach:

- Für alle x im Bereich 1 gilt x $>_P$ z, und zwar auch für alle x auf dem Rand der durch 1 bezeichneten „Linse“ (außer z selbst).
- Für alle x in den Bereichen 2 und 3 gilt z $>_P$ x, und zwar auch für alle x auf den Rändern dieser Bereiche (außer z selbst).
- Alle x in den Bereichen 4 und 5 sind mit z im Sinne von Pareto unvergleichbar. Jedes x im Bereich 4 ist aus der Sicht von Herrn Huber besser als z und aus der Sicht von Frau Mayer schlechter als z. Im Bereich 5 ist es umgekehrt.

Die Tatsache, daß es Punkte im Bereich 1 gibt, weist den Zustand z als *nicht pareto-optimal* aus. Pareto-optimale Punkte finden sich überall dort, wo sich eine Indifferenzkurve von Herrn Huber und eine Indifferenzkurve von Frau Mayer tangieren. Aufgrund der Annahmen (1 bis 7) über unsere Präferenzrelationen läßt sich zeigen, daß die Menge aller pareto-optimalen Punkte eine stetige Kurve bildet. Diese Kurve nennt man, aus Gründen, die im nächsten Abschnitt zutage treten werden, die **Kontraktkurve.** Je zwei Punkte auf der Kontraktkurve, d.h. je zwei pareto-optimale Zustände, sind im Sinne von Pareto unvergleichbar.

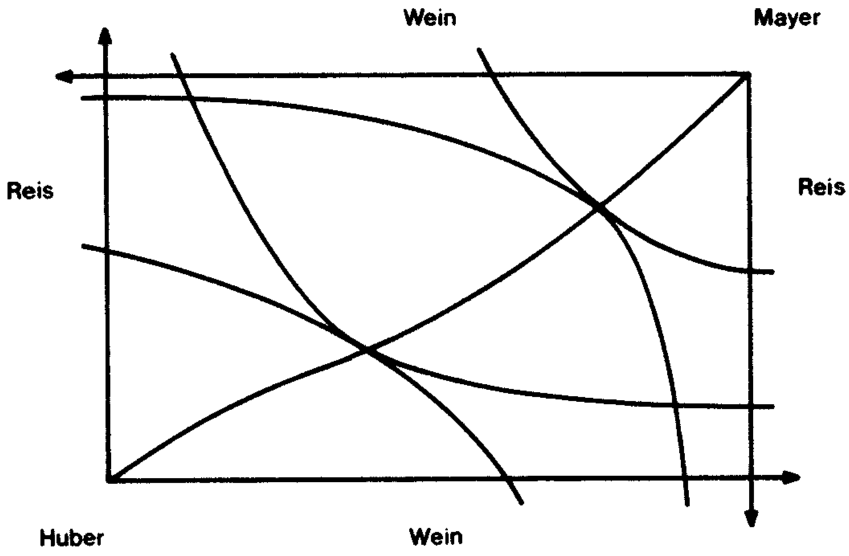



***Abb. 5***

Der genaue Verlauf der Kontraktkurve hängt natürlich von der spezifischen Ausprägung der beiden Präferenzrelationen ab. Besonders einfach ist der Fall, daß beide Subjekte die gleiche Präferenzrelation haben. Dann sind die beiden Scharen von Indifferenzkurven punktsymmetrisch mit Bezug auf die Mitte des Rechtecks, und daher muß auch die Kontraktkurve einen punktsymmetrischen Verlauf haben.

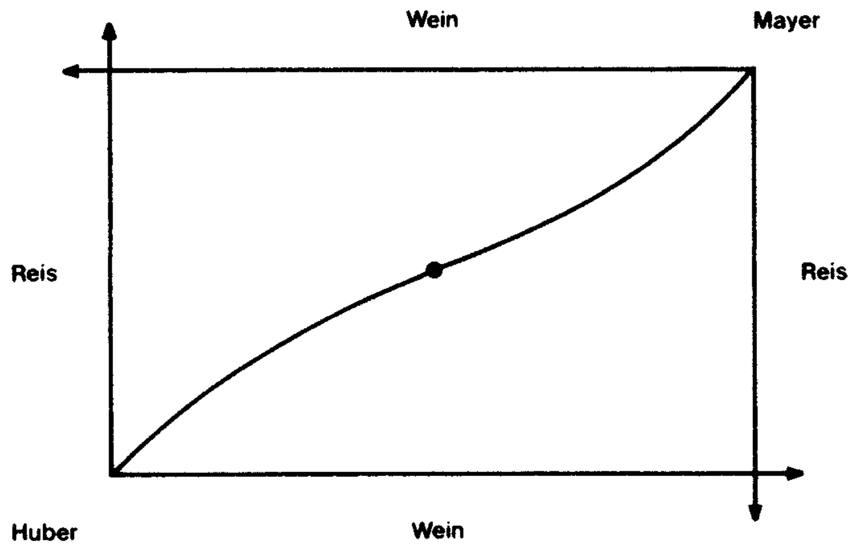



***Abb. 6***

Nehmen wir andererseits an, Herr Huber habe eine starke Vorliebe für Reis und Frau Mayer eine ebensolche für Wein, so wird die Kontraktkurve einen in Richtung der linken oberen Ecke gebogenen Verlauf haben (Abb. 7).

Bisher haben wir in unseren Zeichnungen einen Verlauf der Indifferenzkurven gewählt, der auf beschränkte Substituierbarkeit der beiden Güter durch beide Sub-

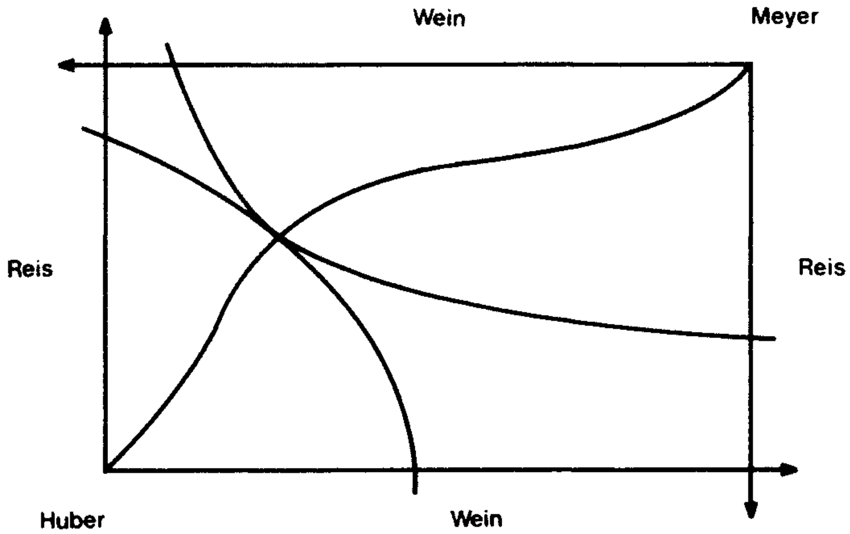



*Abb. 7*

jekte hinweist. Lassen wir auch vollständige Substitution der Güter zu, so kann es zu extremen Situationen kommen. Nehmen wir etwa an, Herrn Hubers Präferenzrelation zeige an, daß er auch einem völligen Verzicht auf Wein nicht abhold ist, d.h., daß seine Indifferenzkurven die Reis-Achse treffen. In diesem Fall kann auch ein Punkt auf dem Rand der Edgeworth-Box pareto-optimal sein, sofern nur Frau Mayers Vorliebe für Wein hinreichend stark ausgeprägt ist (Abb. 8, Punkt Z). Man beachte, daß die beiden relevanten Indifferenzkurven sich in einem solchen Fall *nicht* tangieren müssen, sondern (wie in der Zeichnung) sich auch in einem spitzen (von 0° verschiedenen) Winkel treffen können. Nehmen wir weiter an, Frau Mayer beziehe auch einen völligen Verzicht von Reis in ihre Präferenzen mit ein, so kann eine Situation entstehen, in welcher die Kontraktkurve mit der linken und der oberen Seite der Edgeworth-Box zusammenfällt.

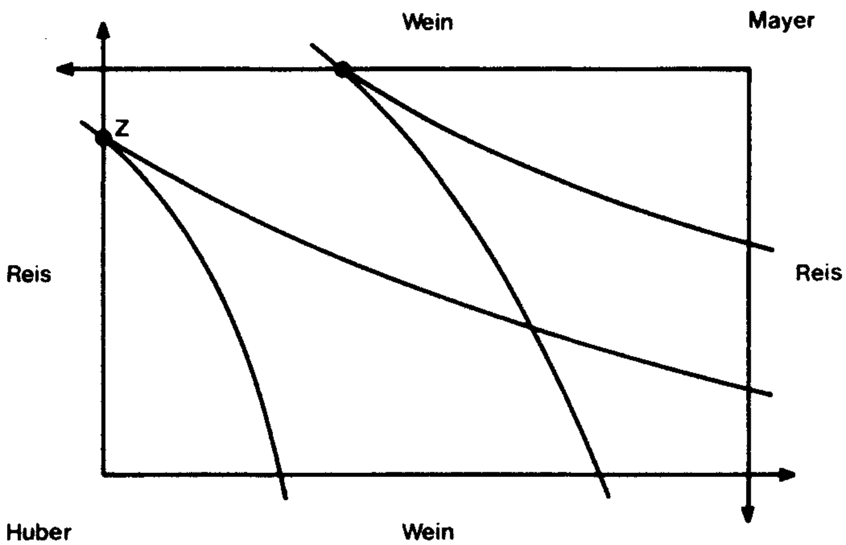



*Abb. 8*

Fassen wir das Ergebnis der Analyse zusammen. Offenbar besteht in unserer Modellwelt ein Interessenkonflikt zwischen Herrn Huber und Frau Mayer, denn beide wollen von den zwei knappen Gütern lieber mehr als weniger. Nachdem wir die Pareto-Relation ermittelt haben, sehen wir, daß es sehr wohl auch gemeinsame Interessen unserer beiden Subjekte gibt. Die Pareto-Relation erlaubt eine genaue Abgrenzung zwischen gemeinsamen Interessen und konfligierenden Interessen. Eine Veränderung „in Richtung auf die Kontraktkurve" liegt im gemeinsamen Interesse, während eine Veränderung auf der Kontraktkurve oder „parallel zur Kontraktkurve" die Interessen kontrovers berührt. Alle Güterverteilungen, die nicht auf der Kontraktkurve liegen, sind objektiv nicht optimal.

## 2. Bilaterale Verhandlungen

In diesem Abschnitt unternehmen wir einen Exkurs und besprechen das Problem bilateraler Verhandlungen. Es handelt sich um einen Exkurs, weil es dabei *nicht* um ein wohlfahrtstheoretisches Problem geht. Wir besprechen es dennoch an dieser Stelle, weil zu seiner Analyse die Edgeworth-Box und die Pareto-Relation benötigt werden.

Wir legen die gleiche Modellwelt wie im vorigen Abschnitt zugrunde, aber wir fragen nicht nach einer objektiven Bewertung alternativer Zustände, sondern wir fragen nach Wirkungsmechanismen. Wir fragen also nicht: „Sind gewisse Modellzustände besser als andere?", sondern wir fragen: „Wie funktioniert unsere Modell-Welt?" Im mikroökonomischen Zusammenhang geht es also um die Entscheidungsmechanismen unserer Subjekte sowie um die Koordination ihrer Handlungen. In unserer Modellwelt mit Herrn Huber, Frau Mayer, 1 kg Reis und 5 l Wein geht es konkret um die Frage: Auf welche Weise kommt eine bestimmte Güterverteilung zustande und welches ist diese Verteilung?

Unterstellen wir für einen Moment, unsere beiden Modellsubjekte wären wirkliche Menschen, die z.B. auf einer Insel leben, so können wir uns sehr verschiedenartige Interaktionsmuster ausdenken. Zum Beispiel kann man sich vorstellen, die beiden Subjekte würden sich (aus welchen Gründen auch immer) gegenseitig als „Feinde" ansehen. In diesem Fall wäre es denkbar, daß die beiden um die einzig erreichbaren Nahrungsmittel kämpfen mit dem Ziel, den jeweils anderen von der Nutzung dieser Güter gänzlich auszuschließen. Oder man könnte sich vorstellen, daß Herr Huber dank seiner überragenden Muskelkraft sich den Zugang zu dem gesamten Güterbestand erzwingt und daß er aus purem Mitleid einen kleinen Happen Reis an Frau Mayer abtritt. Oder man könnte sich auch vorstellen, daß Herr Huber und Frau Mayer (aus welchen Gründen auch immer) sich gegenseitig als „Freunde" ansehen. In diesem Fall wäre es vorstellbar, daß die beiden einfach ein gemeinsames Festessen mit anschließendem Besäufnis veranstalten, so daß die Frage der Güterverteilung aufhört, ein Problem zu sein.

Wir betrachten hier keines dieser Interaktionsmuster, sondern ein anderes, welches die Bezeichnung „Verhandlung" trägt. Für dieses Interaktionsmuster ist charakteristisch, daß die beiden Subjekte keinerlei Gefühle füreinander hegen, weder positive noch negative. Jedes Subjekt verfolgt ausschließlich seine eigenen Interessen und legt insbesondere größten Wert auf die Unterscheidung von „mein" und „dein". Andererseits respektieren die beiden Subjekte sich gegenseitig, und sie ziehen keinerlei Gewaltanwendung in Betracht. Eine Interaktion findet nur statt, wenn sie von beiden Seiten aus **freiwillig** geschieht.

Wir nehmen zum Zweck der weiteren Argumentation an, daß die beiden Güterbestände bereits irgendwie aufgeteilt sind, daß z.B. Herr Huber 4 l Wein und 0,2 kg Reis, Frau Mayer den Rest besitzt. Unter den genannten Voraussetzungen ist es nun denkbar, daß die beiden eine freiwillige Änderung dieser Aufteilung herbeiführen. Zu diesem Zweck müssen sie zunächst in **Verhandlungen** über die zu tauschenden Mengen beider Güter eintreten. Kommen sie dabei zu einer Einigung, so können sie diese durch einen (formlosen) Kontrakt besiegeln und ihn dann ausführen. Es versteht sich von selbst, daß ein solcher Kontrakt freiwillig nur dann zustande kommen kann, wenn er wenigstens einem der beiden zum Vorteil und keinem der beiden zum Nachteil gereicht.

Nach diesem Ausflug in die wirkliche Welt (!?) können wir zu unserer Modellwelt zurückkehren. Wir legen einen Zustand $z_0$ als Anfangsverteilung fest. Ein beiderseitig freiwilliger Übergang zu einem anderen Zustand $z_1$ ist genau dann denkbar, wenn gilt $z_1 >_p z_0$. Die Gesamtheit aller $z_1$ mit dieser Eigenschaft heißt deshalb auch **Verhandlungsbereich.** Ein Blick auf Abb. 4 zeigt uns, daß der Verhandlungsbereich zur Anfangsverteilung $z_0$ gerade die vom Punkt $z_0$ erzeugte „Linse" ist.

Eine andere Situation ergibt sich, wenn die Anfangsverteilung pareto-optimal ist. In diesem Fall ist der Verhandlungsbereich leer, d.h. es ist kein freiwilliger Tausch denkbar. In diesem Sinne besitzen die pareto-optimalen Verteilungen die Eigenschaft der „Stabilität", sie bieten keinerlei Anreiz zum Verhandeln.

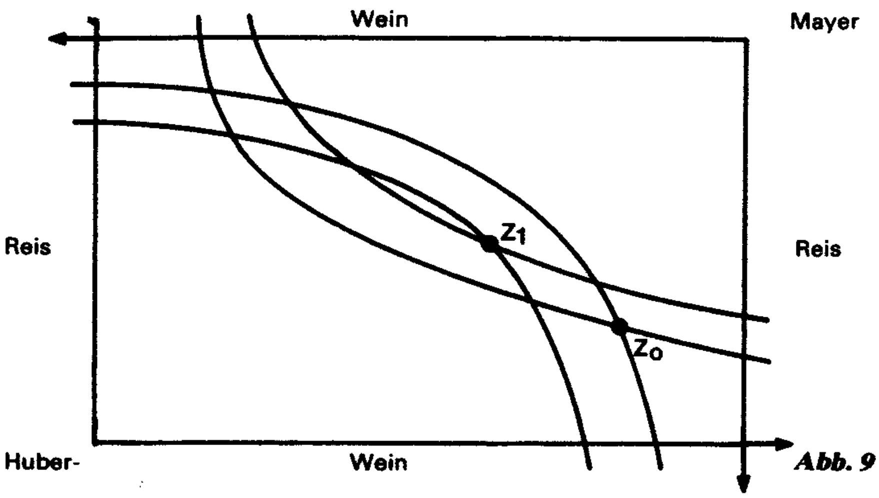



*Abb. 9*

Natürlich muß das Ergebnis freiwilliger Verhandlungen keineswegs pareto-optimal sein. Nehmen wir einmal an, ausgehend von einer nicht pareto-optimalen Anfangsverteilung $z_0$ hätten unsere beiden Subjekte vereinbart, den ebenfalls nicht pareto-optimalen Zustand $z_1$ herbeizuführen.

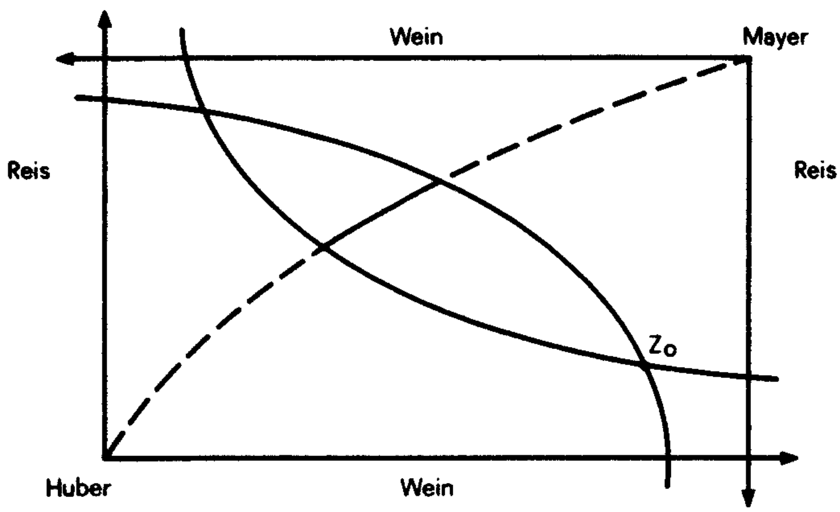



*Abb. 10*

Dieser Zustand ist für beide besser als der Anfangszustand, aber er ist **nicht stabil**, d.h. er bietet einen Anreiz zu weiteren Verhandlungen. Nun nehmen wir an, Herr Huber und Frau Mayer seien so penibel, daß sie im Falle einer möglichen Verbesserung auch stets wirklich einen Tausch vornehmen. Diese Annahme führt zwangsläufig zu einer (möglicherweise unendlichen) Kette von Verhandlungen, die erst dann zu Ende ist, wenn ein stabiler, d.h. pareto-optimaler Zustand erreicht ist. Welches dieser Endzustand sein wird, können wir nicht genau wissen. Wir können aber sicher sein, daß er auf der Kontraktkurve liegt (daher der Name) und daß er im Bereich der von $z_0$ erzeugten Linse liegt (Abb. 10).

Fassen wir zusammen, was wir getan haben. Wir haben unsere 2-Personen-2-Güter-Modellwelt ausgestattet mit einem Übergangsmechanismus, der einen Übergang von einem Ausgangszustand $z_0$ zu einem anderen Zustand $z_1$ gestattet. Dieser Übergangsmechanismus ist *nicht deterministisch,* d.h. die Kenntnis von $z_0$ gestattet dem Theoretiker nicht die eindeutige Bestimmung von $z_1$. Der Übergangsmechanismus ist andererseits *nicht völlig undeterminiert,* sondern er unterliegt der Einschränkung $z_p >_1 z_0$. Der Übergangsmechanismus wurde interpretiert als freiwillige Verhandlung, also als eine vorab koordinierte gemeinsame Aktion der beiden Subjekte. Findet solch ein Übergang mehrmals hintereinander statt, so durchläuft unsere Modellwelt nacheinander eine Folge $z_0, z_1, z_2, \ldots$ von Zuständen. Der aus einem solchen Prozeß resultierende Endzustand ist nicht eindeutig bestimmt, aber der Bereich aller möglichen Endzustände läßt sich angeben: es ist der **Teil der Kontraktkurve,** der durch die von $z_0$ erzeugte Linse herausgeschnitten wird.

## C. Marktgleichgewicht bei konstantem Güterangebot

### 1. Zwei Märkte und zwei Nachfrager

Unter den vielen denkbaren Mechanismen zur Koordination spielt nach wie vor derjenige eine zentrale Rolle in der mikroökonomischen Theorie, der in Kapitel IV beschrieben wurde: die Koordination durch Märkte unter vollständiger Konkurrenz. In diesem Kapitel geht es vornehmlich darum, das Ergebnis dieses Koordinationsmechanismus, den Zustand „Marktgleichgewicht“, unter wohlfahrtstheoretischen Gesichtspunkten zu analysieren.

Um den Grundgedanken der Analyse möglichst klar herauszustellen, beginnen wir mit einer Modellwelt, die so stark vereinfacht ist, daß wir zu ihrer Darstellung die Edgeworth-Box heranziehen können. Wir müssen uns zu diesem Zweck allerdings die Freiheit nehmen, die Modellwelt mit recht paradox anmutenden Eigenschaften auszustatten. Wir werden nämlich mit Märkten arbeiten, bei denen genau *zwei* Haushalte als Nachfrager auftreten, die sich beide als Mengenanpasser verhalten. Das ist insofern paradox, als die Annahme des Mengenanpasser-Verhaltens zumeist damit begründet wird, daß der einzelne Marktteilnehmer einer unter *vielen* anderen ist, er also einen so geringen „Marktanteil“ hat, daß er nicht hoffen kann, den Marktpreis spürbar zu beeinflussen. Immerhin macht dieses Modell sehr deutlich, daß das Funktionieren eines Marktes unter vollständiger Konkurrenz *nicht* an eine Vielzahl von Marktteilnehmern gebunden ist, sondern an die Annahme des Mengenanpasser-Verhaltens.

Unsere Modellwelt umfaßt zwei *Märkte,* einen Markt für Reis und einen Markt für Wein. Es gibt zwei Haushalte, welche die uns schon bekannten Namen Huber und

Mayer tragen. Beide haben auf dem zweidimensionalen Konsumraum eine Präferenzrelation, für welche die Annahmen 1) bis 7) (vgl. Kapitel II) gelten. Wie in Kapitel IV D.1. verfügen beide über eine Anfangsausstattung, die durch den Punkt $z_0$ in der Edgeworth-Box (Abb. 11) bestimmt ist. Im Gegensatz zu einem direkten Verhandlungsprozeß, den wir im letzten Abschnitt betrachteten, treten beide Haushalte nun auf anonymen Märkten als Nachfrager oder Anbieter der Güter auf. Dabei verhalten sie sich als Mengenanpasser: sie nehmen die jeweils herrschenden Marktpreise passiv hin. Und sie handeln rational, d.h. sie wählen unter allen erreichbaren Kombinationen von Nachfragemengen diejenige mit der höchsten Präferenz (optimaler Konsumplan). Die beiden Preise $p_W$ und $p_R$ behandeln wir als Modellparameter; d.h. wir wählen verschiedene mögliche Preissysteme und prüfen jeweils, wie unsere Modellwelt darauf reagiert. Unser besonderes Interesse gilt solchen Preissystemen, die unsere Modellwelt in einen Gleichgewichtszustand versetzen.

Wie wir wissen, wählen die Haushalte bei gegebenen Preisen den Konsumplan, der ihre Budgetgerade tangiert. Doch dies ist für ein totales Gleichgewicht keineswegs hinreichend, wie die Abb. 11 zeigt.

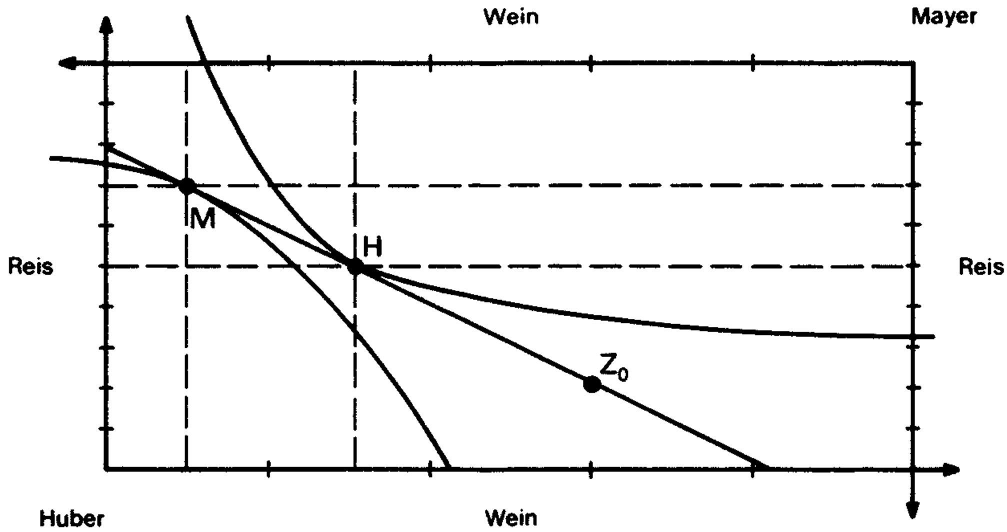



*Abb. 11*

Haushalt Huber möchte den Konsumplan H verwirklichen, Haushalt Mayer den Plan M. Die beiden Pläne sind aber gesamtwirtschaftlich nicht vereinbar: auf dem Weinmarkt herrscht Überschußnachfrage, auf dem Reismarkt herrscht Überschußangebot. Wenn wir beide Märkte ins Gleichgewicht bringen wollen, so müssen wir offenbar den Wein verteuern und den Reis verbilligen. Geometrisch bedeutet dies eine Drehung der Budgetgeraden durch den Punkt $z_0$ im Uhrzeigersinn.

Wir variieren die Preise $p_W$ und $p_R$ so lange, bis die beiden Nachfragepläne beider Haushalte in der Edgeworth-Box in einem Punkt zusammenfallen (Abb. 12). In diesem Fall sind beide Märkte geräumt. Das durch diese Gerade bestimmte Preisverhältnis ist das gleichgewichtige Preisverhältnis, es führt zum Gleichgewicht auf beiden Märkten oder zum **totalen Marktgleichgewicht.** Im totalen Marktgleichgewicht sind die Nachfragepläne beider Haushalte realisierbar. Werden sie realisiert, so ergibt sich eine Güterverteilung, die wir die **gleichgewichtige Güterverteilung** nennen.

Es wird dem Leser nicht entgangen sein, daß die vorstehende Analyse inhaltlich nur eine Wiederholung dessen ist, was in Kapitel IV D.1. bereits dargestellt wurde.

Indessen betrachten wir die gleiche Sache hier aus einem anderen Blickwinkel. Dies versetzt uns in die Lage, etwas zu sehen, was dort nicht zu sehen war:

**Die gleichgewichtige Güterverteilung ist ein pareto-optimaler Zustand.**

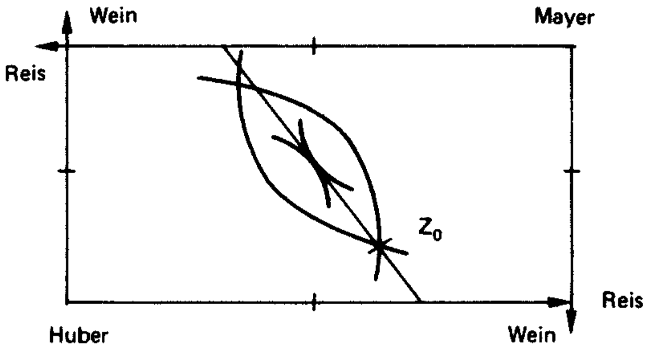



***Abb. 12***

Ein Blick auf Abb. 12 bestätigt diese Aussage: In dem Punkt, der die gleichgewichtige Güterverteilung anzeigt, tangiert die gemeinsame Budgetgerade *sowohl* die Indifferenzkurve des Haushalts Huber *als auch* diejenige des Haushalts Mayer, und daher tangieren diese beiden Indifferenzkurven sich gegenseitig. Ökonomisch formuliert: Da bei der gleichgewichtigen Güterverteilung die Grenzrate der Substitution[1] von Reis gegen Wein sowohl des Haushalts Huber wie auch des Haushalts Mayer gleich dem Preisverhältnis $p_W/p_R$ ist, müssen diese Substitutionsraten auch untereinander gleich sein. Es gibt keine andere Güterverteilung, die im Sinne von Pareto besser wäre.

Auch an dieser Stelle muß vor möglichen Mißverständnissen gewarnt werden. Nehmen wir z.B. die Aussage „Gleichgewicht ist besser als Ungleichgewicht". Diese Aussage ist nicht etwa falsch, sondern *sinnlos.* Eine ungleichgewichtige Situation zeichnet sich ja gerade dadurch aus, daß die Pläne der einzelnen Subjekte nicht kompatibel, d.h. nicht alle zugleich realisierbar sind. Eine ungleichgewichtige Situation bietet daher gar keine eindeutige Grundlage für eine bestimmte Güterverteilung. Solange wir keine Annahmen darüber treffen, *wessen* Pläne realisiert werden und wessen Pläne *nicht* realisiert werden, gibt es nicht so etwas wie eine „ungleichgewichtige Güterverteilung", die wir mit einer gleichgewichtigen Güterverteilung vergleichen könnten.

Man beachte auch, daß die Bedingung der Gleichheit der marginalen Substitutionsraten keineswegs nur für die Gleichgewichts-Situation, sondern auch in Ungleichgewichts-Situationen erfüllt ist. Da beide Nachfrager rational entscheiden und da sie beide demselben Preisverhältnis gegenüberstehen, müssen ihre optimalen Konsumpläne auch die gleiche Substitutionsrate aufweisen. Aber nur dann, wenn die Pläne nicht nur individuell rational, sondern auch untereinander kompatibel sind, können sie auch realisiert werden, nur dann resultiert aus den Plänen eine bestimmte Güterverteilung, und diese ist dann pareto-optimal.

[1] Im folgenden werden wir den Ausdruck „Grenzrate der Substitution" durch den kürzeren Ausdruck „Substitutionsrate" ersetzen. Dies kann nicht zu Mißverständnissen führen, da wir andere Substitutionsraten nicht mehr verwenden. Gleiches gilt für den Ausdruck „Grenzrate der Transformation", den wir durch den einfacheren Ausdruck „Transformationsrate" ersetzen.

Wir erinnern daran, daß es möglich ist, ein Modell wie das hier beschriebene durch einen endogenen Preisanpassungsmechanismus zu erweitern (Kap. IV. C.3.). Tun wir dies, so sind die Preise nicht länger Modellparameter, sondern sie sind Variable, die sich im Verlauf eines dynamischen Prozesses (endogen) verändern, und das Endergebnis dieses Prozesses ist der Gleichgewichtszustand. Vergleichen wir diesen „Marktprozeß" mit dem im vorigen Abschnitt behandelten „Verhandlungsprozeß", so fällt auf, daß als Ergebnis des Marktprozesses *ein* Punkt auf der Kontraktkurve realisiert wird, während es beim Verhandlungsprozeß viele mögliche Lösungen gibt, die alle auf dem Teil der Kontraktkurve liegen, der durch die von $z_0$ erzeugte Linse herausgeschnitten wird.

Beim Verhandlungsprozeß war der Bereich aller möglichen Endzustände abhängig von der Anfangsverteilung. Auch beim Marktprozeß hängt das erreichte Gleichgewicht von der Anfangsverteilung ab. Wenn etwa Haushalt Huber als Anfangsverteilung über den gesamten Weinbestand verfügen würde, würde der Marktprozeß wieder zu einer gleichgewichtigen Güterverteilung führen, und auch diese wäre paretooptimal; nur würde nun das Menü von Haushalt Mayer erheblich kärglicher ausfallen. Bei jeder beliebigen Anfangsverteilung führt der Marktprozeß zu einem Punkt auf der Kontraktkurve; umgekehrt kann auch jeder Punkt auf der Kontraktkurve Ergebnis des Marktprozesses sein, wenn wir die Anfangsausstattung entsprechend vorgeben. Der Marktmechanismus schöpft den Bereich der *gemeinsamen Interessen* optimal aus, aber er setzt voraus, daß mit Bezug auf die *konfligierenden Interessen* bereits im wesentlichen alles vorab entschieden ist.

## 2. Der allgemeine Fall

Wir wollen uns nun von der Einschränkung auf nur zwei Nachfrager und nur zwei Märkte befreien. Dabei müssen wir allerdings auf die sehr anschauliche Darstellung in der Edgeworth-Box verzichten. Allenfalls eine Situation mit drei Märkten und zwei Nachfragern ließe sich noch in einer drei-dimensionalen Edgeworth-Box darstellen (wenn auch mit erheblichen zeichnerischen Schwierigkeiten), spätestens bei vier Märkten wäre unser dreidimensionales Anschauungsvermögen restlos überfordert. Und mehr als zwei Nachfrager in einer Edgeworth-Box unterzubringen, ist eine logische Unmöglichkeit. Unsere zentrale wohlfahrtstheoretische Aussage indessen, daß das Marktgleichgewicht eine pareto-optimale Güterverteilung herbeiführt, bleibt auch in dem allgemeineren Fall gültig, und der Anschauungs-Unterricht in der Edgeworth-Box sollte ausreichen, um der etwas abstrakteren Argumentation folgen zu können.

Es geht also nunmehr um eine Modellwelt mit n Märkten, auf denen je eine Güterart gehandelt wird. Auf dem i-ten Markt wird, unabhängig vom Preissystem, die Menge $\bar{x}_i$ des betreffenden Gutes angeboten. Ferner gibt es N Haushalte, die als Nachfrager auf diesen Märkten auftreten. Der k-te Haushalt verfügt über ein Einkommen $E^k$, er nimmt das Preissystem $(p_1, \ldots, p_n)$ zur Kenntnis und plant seine n Nachfragemengen $(x_1^k, \ldots, x_n^k)$ auf Grund einer Präferenzrelation, die den Bedingungen 1) bis 7) aus Kapitel II genügt. Wir stellen jede dieser Präferenzrelationen durch eine Nutzenfunktion $u_k(x_1^k, x_2^k, \ldots, x_n^k)$ dar.

Die Frage nach Existenz und Eindeutigkeit eines gleichgewichtigen Preissystems wurde bereits in Kapitel IV behandelt, wir dürfen also hier davon ausgehen, daß es genau ein gleichgewichtiges Preissystem $(p_1, \ldots, p_n)$ gibt. Es geht hier nur um den Nachweis, daß die gleichgewichtige Güterverteilung pareto-optimal ist. Um eine formale Grundlage für diesen Nachweis zu haben, stellen wir noch einmal die Gleichgewichtsbedingungen und die Bedingungen für die Haushaltsoptima zusammen.

Die Gleichgewichtsbedingungen besagen: Für jeden Markt ist die Summe der geplanten Nachfragemengen gleich der (konstanten) Angebotsmenge.

$$(1) \qquad x_i^1 + x_i^2 + \cdots + x_i^N = \bar{x}_i, \qquad i = 1, \ldots, n$$

Die Bedingungen für die Haushaltsoptima besagen: Jeder Haushalt wählt ein Güterbündel, das im Rahmen seines Budgets die höchste Präferenz hat. In unserem Modell läuft diese Bedingung darauf hinaus, daß mit Bezug auf jedes Paar von Güterarten das Verhältnis ihrer Grenznutzen (die reziproke Substitutionsrate) gleich dem Verhältnis ihrer Preise ist.

$$(2) \qquad \frac{\dfrac{\partial u_k}{\partial x_i}}{\dfrac{\partial u_k}{\partial x_j}} = \frac{p_i}{p_j} \qquad \text{für alle Paare (i, j) von Güterarten und für alle Haushalte k}$$

Ausgehend von den Gleichungen (1) und (2) werden wir nun zeigen, daß die gleichgewichtige Güterverteilung pareto-optimal ist. Dazu bedienen wir uns eines logischen Tricks: Wir gehen von der Hypothese aus, die gleichgewichtige Güterverteilung wäre **nicht** pareto-optimal, und leiten aus dieser Hypothese einen logischen Widerspruch ab. Da ein logischer Widerspruch nicht wahr sein kann, muß dann auch unsere Hypothese falsch gewesen sein.

Wenn die gleichgewichtige Güterverteilung nicht pareto-optimal ist, dann gibt es eine andere Güterverteilung, die im Sinne von Pareto strikt besser ist. Auf Grund unserer Konvexitätsannahme über die Präferenzrelationen müßte eine solche Güterverteilung, wenn es sie überhaupt gibt, auch in der unmittelbaren Umgebung der gleichgewichtigen Güterverteilung zu finden sein. Es muß daher eine infinitesimale Änderung der Güterverteilung geben, die für wenigstens einen Haushalt eine strikt positive (wenn auch infinitesimale) Änderung des Nutzen-Niveaus bringt und für keinen Haushalt eine negative Veränderung des Nutzen-Niveaus. Der Einfachheit halber nehmen wir an, es sei der Haushalt 1, der eine echte Verbesserung erfährt; andernfalls numerieren wir die Haushalte entsprechend um. Um die Nutzenänderungen zu ermitteln, bilden wir die totalen Differentiale der Nutzenfunktionen.

$$\begin{aligned}
& 0 < du_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1^1} dx_1^1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_2^1} dx_2^1 + \cdots + \frac{\partial u_1}{\partial x_n^1} dx_n^1 \\
(3) \quad & 0 \leq du_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_1^2} dx_1^2 + \frac{\partial u_2}{\partial x_2^2} dx_2^2 + \cdots + \frac{\partial u_2}{\partial x_n^2} dx_n^2 \\
& \vdots \\
& 0 \leq du_N = \frac{\partial u_N}{\partial x_1^N} dx_1^N + \frac{\partial u_N}{\partial x_2^N} dx_2^N + \cdots + \frac{\partial u_N}{\partial x_n^N} dx_n^N
\end{aligned}$$

Nun dividieren wir jede der Ungleichungen (3) durch den Grenznutzen des 1. Gutes und ersetzen die so entstehenden Grenznutzen-Verhältnisse gemäß (2) durch die Preisverhältnisse.

$$\begin{aligned}
& 0 < dx_1^1 + \frac{p_2}{p_1} dx_2^1 + \cdots + \frac{p_n}{p_1} dx_n^1 \\
(4) \quad & 0 \leq dx_1^2 + \frac{p_2}{p_1} dx_2^2 + \cdots + \frac{p_n}{p_1} dx_n^2 \\
& \vdots \\
& 0 \leq dx_1^N + \frac{p_2}{p_1} dx_2^N + \cdots + \frac{p_n}{p_1} dx_n^N
\end{aligned}$$

Als nächstes addieren wir diese Ungleichungen. Da in der ersten Ungleichung das strikte „kleiner als" steht, muß dies auch in der Summengleichung der Fall sein.

$$
\begin{aligned}
0 < \quad & (dx_1^1 + dx_1^2 + \cdots + dx_1^N) \\
& + \frac{p_2}{p_1}(dx_2^1 + dx_2^2 + \cdots + dx_2^N) \\
& \vdots \\
& + \frac{p_n}{p_1}(dx_n^1 + dx_n^2 + \cdots + dx_n^N)
\end{aligned} \tag{5}
$$

Schließlich beachten wir, daß die Gleichungen (1) auch für die geänderte Güterverteilung gelten müssen, sie besagen ja nur, daß der ganze Gütervorrat vollständig aufgeteilt wird. Wir bilden das totale Differential der Gleichungen (1) und erhalten

$$dx_i^1 + dx_i^2 + \cdots + dx_i^N = d\bar{x}_i = 0, \qquad i = 1, \ldots, n \tag{6}$$

denn der Güterbestand $\bar{x}_i$ ändert sich ja nicht.

Die Gleichungen (6) besagen nichts anderes, als daß die Klammerausdrücke in Ungleichung (5) allesamt gleich 0 sind. Als Ergebnis erhalten wir die Ungleichung

$$0 < 0 \tag{7}$$

Das ist der gesuchte Widerspruch. Damit ist auch für diesen allgemeinen Fall gezeigt:

**Die gleichgewichtige Güterverteilung ist pareto-optimal.**

## D. Optimalität bei konstantem Faktorangebot

Die Analyse von Haushalten und Unternehmungen in den Kapiteln II und III verlief, trotz großer technischer Unterschiede, im wesentlichen analog: beide Typen von Wirtschaftssubjekten treffen Entscheidungen, indem sie die optimale Erreichung eines explizit angegebenen Ziels (Präferenzen bzw. Gewinn) unter Berücksichtigung ihrer jeweiligen Beschränkungen (Budget bzw. Produktionsfunktion oder knappe Faktorvorräte) verfolgen. Diese Analogie ist bei der wohlfahrtstheoretischen Betrachtung nicht mehr gegeben. Der Zweck des Wirtschaftens ist, gesamtwirtschaftlich gesehen, die Versorgung der Haushalte mit Gütern und Dienstleistungen, und nur dieses ist wohlfahrtstheoretisch von Belang. Das unternehmerische Ziel, der Gewinn, wird in der Wohlfahrtstheorie *nicht* als Bewertungskriterium für Modellzustände herangezogen. Gewinn ist nur mittelbar von wohlfahrtstheoretischem Interesse, insofern nämlich, als er die Unternehmungen motiviert, die Haushalte mit Konsumgütern zu versorgen.

Während wir in Teil C von einem gegebenen gesamtwirtschaftlichen Bestand an Konsumgütern ausgegangen sind und deren Verteilung an die Haushalte wohlfahrtstheoretisch untersucht haben, gehen wir nun von einem gegebenen gesamtwirtschaftlichen Bestand an Produktionsfaktoren aus und untersuchen den wohlfahrtstheoretischen Aspekt des Produktionsprozesses. Gibt es n Konsumgüter, so kann man das gesamtgesellschaftliche Produktionsergebnis durch einen n-dimensionalen Vektor $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ darstellen.

### Definition

Ein Produktionsergebnis $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ heißt **effizient,** wenn es kein anderes (technisch mögliches) Produktionsergebnis $(x_1', x_2', \ldots, x_n')$ gibt, so daß

(i) für alle i gilt $x_i \leq x_i'$

(ii) für wenigstens ein i gilt $x_i < x_i'$

Die wohlfahrtstheoretische Bedeutung des Effizienzbegriffes liegt auf der Hand: wenn ein Zustand pareto-optimal sein soll, dann muß das Produktionsergebnis effizient sein. Jeder Haushalt will, gemäß unserer Annahme der Nichtsättigung, von jedem Gut lieber mehr als weniger. Ist die Produktion nicht effizient, so wäre es ja möglich, die Produktion eines Gutes zu steigern, ohne die Produktion der anderen Güter zu reduzieren. Wir könnten diese Mehrproduktion an einen beliebigen Haushalt vergeben und kämen so zu einem Zustand, der im Sinne von Pareto strikt besser als der Ausgangszustand wäre.

Umgekehrt muß aber ein effizientes Produktionsergebnis keineswegs auch eine pareto-optimale Güterversorgung der Haushalte zur Folge haben. Werden z.B. in einer Modellwirtschaft 10000 l Wein und 2 kg Reis produziert, so mag die Produktion dieser Güter wohl effizient sein, die Güterversorgung ist aber vermutlich nicht pareto-optimal: ein ausgewogeneres Verhältnis zwischen Reisproduktion und Weinproduktion wäre gewiß für alle besser.

Der Zusammenhang zwischen Effizienz und Optimalität ist besonders einfach in solchen Modellwirtschaften, in denen nur ein Konsumgut produziert wird. Effizienz bedeutet dann einfach, von diesem Gut soviel wie (mit der gegebenen Faktorausstattung) möglich zu produzieren. Pareto-Optimalität verlangt darüber hinaus nur, daß die gesamte Produktionsmenge dieses Gutes vollständig an die Haushalte verteilt wird. Wir analysieren diesen einfachen Fall in Abschnitt 1 und lassen den komplizierteren Mehr-Güter-Fall in Abschnitt 2 folgen.

In gewissem Sinne steht auch jede einzelne Unternehmung vor einem Effizienzproblem. Nehmen wir z. B. an, die Unternehmung habe über die einzusetzenden Faktormengen bereits entschieden (und habe die Faktorkosten bereits gezahlt), so würde eine Unterschreitung der technisch möglichen Produktionsmenge den Verkaufserlös und damit den Gewinn schmälern.

Es muß daher streng unterschieden werden zwischen einzelwirtschaftlicher Effizienz und gesamtwirtschaftlicher Effizienz. Einzelwirtschaftliche Effizienz liegt im Interesse jeder einzelnen Unternehmung; da wir für unsere Modell-Unternehmungen stets rationales Verhalten voraussetzen, dürfen wir davon ausgehen, daß sie auch effizient produzieren. Das Resultat unserer gesamtwirtschaftlichen Effizienzanalyse hingegen wird die sehr viel weitergehende Aussage sein, daß unter den Bedingungen des totalen Marktgleichgewichts das Produktionsergebnis auch gesamtwirtschaftlich effizient ist.

Wir werden auch in diesem Teil zur Einführung in die jeweiligen Problemstellungen mit extrem einfachen Modellwirtschaften arbeiten. Daß diese Modellwirtschaften gerade wegen ihrer Einfachheit gewisse abstruse Züge aufweisen, nehmen wir dabei bewußt in Kauf.

## 1. Modellwirtschaften mit nur einem Konsumgut

Um den Unterschied zwischen einzelwirtschaftlicher und gesamtwirtschaftlicher Effizienz ganz klar herauszuarbeiten, beginnen wir mit einer Modellwirtschaft, in der es nur ein Konsumgut, nur einen Produktionsfaktor und nur eine Unternehmung gibt. Wir unterstellen einen konkaven Verlauf der Produktionsfunktion, d.h. abnehmende Ertragszuwächse. Von dem Faktor sei ein gewisser Bestand $\bar{v}$ gesamtwirtschaftlich verfügbar.

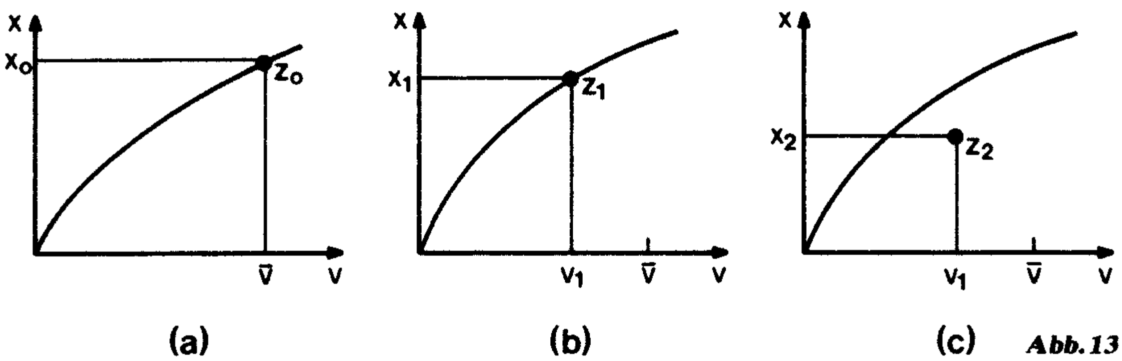



*Abb. 13*

Abbildung 13a zeigt eine gesamtwirtschaftlich effiziente Situation. Beim Produktionsplan $z_0$ wird der gesamte Faktorbestand $\bar{v}$ eingesetzt und die größtmögliche Menge $x_0$ des Konsumgutes produziert. Abbildung 13b zeigt eine Situation, die zwar einzelwirtschaftlich effizient, aber gesamtwirtschaftlich ineffizient ist. Die Unternehmung plant einen Faktoreinsatz in Höhe von $v_1$ und produziert mit dieser Faktormenge die größtmögliche Gütermenge $x_1$; dennoch wird das gesamtwirtschaftlich erreichbare Maximum $x_0$ nicht erreicht. Abbildung 13c schließlich zeigt eine einzelwirtschaftlich ineffiziente Situation (die dann natürlich auch gesamtwirtschaftlich ineffizient ist). Die Unternehmung erreicht nicht die maximale Güterproduktion $x_1$, die unter Einsatz der Faktormenge $v_1$ realisierbar wäre.

Um nun das gleichgewichtige Produktionsergebnis auf seine Effizienz zu untersuchen, ergänzen wir unsere Modellwirtschaft durch zwei Märkte: einen Gütermarkt und einen Faktormarkt. Auf dem Gütermarkt tritt unsere Unternehmung als einziger Anbieter, auf dem Faktormarkt als einziger Nachfrager auf; dennoch verhält sie sich als Mengenanpasser. Eine unbestimmte Zahl von Haushalten mit vorgegebenen Einkommen fragt das Konsumgut nach. Das Faktorangebot ist preis-unelastisch in Höhe von $\bar{v}$; wer diese Anbieter sind, soll uns hier nicht interessieren. Den Güterpreis p und den Faktorpreis q behandeln wir als Modellparameter.

Das Preisverhältnis q/p definiert eine Schar von parallelen Isogewinngeraden. Die rationale Unternehmung wählt nun denjenigen Produktionsplan (v, x), der auf der höchsten erreichbaren Isogewinngeraden liegt. Insbesondere wählt sie einen Produktionsplan, der auf (nicht unterhalb) der Produktionsfunktion liegt, der also ein einzelwirtschaftlich effizientes Produktionsergebnis liefert.

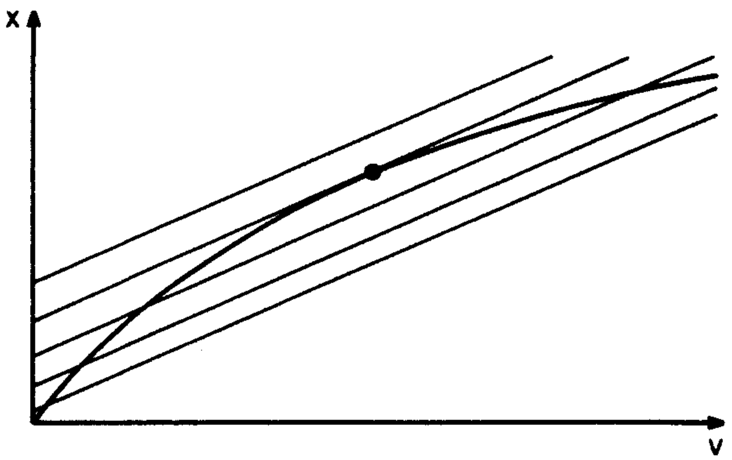



*Abb. 14*

Nun zeichnen wir die konstante Angebotsmenge $\bar{v}$ des Faktors mit in unser Diagramm ein. Offenbar hängt die Lage auf dem Faktormarkt vom Preisverhältnis q/p ab.

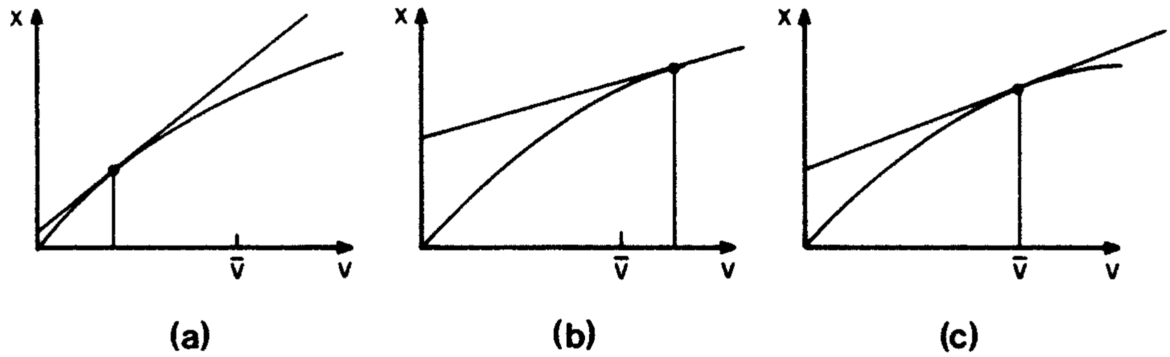



*Abb. 15*

Abbildung 15a zeigt eine Situation mit Angebotsüberschuß, Abbildung 15b zeigt eine Situation mit Nachfrageüberschuß auf dem Faktormarkt. Offenbar können wir durch geeignete Wahl des Preisverhältnisses q/p den Faktormarkt ins Gleichgewicht bringen (Abbildung 15c).

Wie sieht es auf dem Gütermarkt aus? Unsere Haushalte haben gar keine echte Wahl, sie planen (aufgrund der Nichtsättigungsannahme) ihr gesamtes Einkommen für das Konsumgut auszugeben. Wenn wir das absolute Niveau der Preise q und p (unter Beibehaltung des Verhältnisses q/p) so wählen, daß der Marktwert der produzierten Menge gleich der Summe der Einkommen ist, muß sich auf dem Gütermarkt ein Gleichgewicht ergeben.

Im totalen Gleichgewicht sind alle Pläne untereinander kompatibel und können daher realisiert werden. Werden sie realisiert, so ist das Produktionsergebnis gesamtwirtschaftlich effizient (Abbildung 15c). Da im totalen Gleichgewicht auch der Gütermarkt geräumt wird, ist die Aufteilung der Produktionsmenge auf die Haushalte vollständig, und die Güterversorgung ist sogar pareto-optimal.

Etwas komplizierter ist die Situation in unserem nächsten Modell. Wieder haben wir nur ein Konsumgut und einen Produktionsfaktor, der in Höhe von $\bar{v}$ gesamtwirtschaftlich verfügbar ist, aber wir haben jetzt *zwei* Unternehmungen. Wir unterstellen, daß die technischen Möglichkeiten der beiden Unternehmungen sich unterscheiden, daß sie also verschiedene Produktionsfunktionen haben:

$$x^1 = f_1(v^1), \; x^2 = f_2(v^2)$$

Wir wollen herausfinden, unter welchen Bedingungen das Produktionsergebnis gesamtwirtschaftlich effizient ist. Wie wir aus dem vorigen Modell gelernt haben, ist dazu sicherlich zweierlei nötig:

(1) Jede Unternehmung muß einzelwirtschaftlich effizient produzieren.

(2) Der gesamte Faktorbestand $\bar{v}$ muß in der Produktion eingesetzt werden.

Im Unterschied zum vorhergehenden Modell reichen aber diese beiden Bedingungen *nicht* aus, um gesamtwirtschaftliche Effizienz sicherzustellen.

Zum Zwecke der geometrischen Veranschaulichung der Situation zeichnen wir den gesamten Faktorvorrat $\bar{v}$ als eine horizontale Strecke. Die Produktionsfunktion $f_1$ zeichnen wir wie üblich ein, während wir die Produktionsfunktion $f_2$ spiegelverkehrt, vom rechten Ende der Strecke ausgehend, einzeichnen.

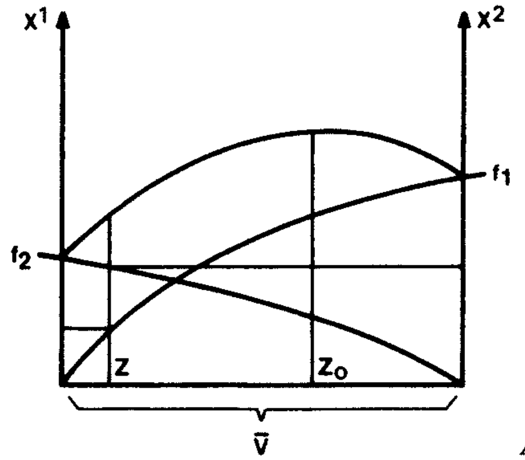



*Abb. 16*

Jeder Punkt z auf der Grundstrecke bezeichnet eine vollständige Aufteilung des Faktorvorrats auf die beiden Unternehmungen. Das gesamtwirtschaftliche Produktionsergebnis erhalten wir durch vertikale Addition der beiden Funktionswerte an dieser Stelle z. Die Kurve des gesamtwirtschaftlichen Produktionsergebnisses hat bei einer bestimmten Aufteilung $z_0$ ein Maximum. Mittels einer einfachen Rechnung können wir die Bedingung für dieses Maximum ermitteln. Die Gesamtproduktion bezeichnen wir mit x.

$$x = x^1 + x^2 = f_1(v^1) + f_2(v^2) = f_1(v^1) + f_2(\bar{v} - v^1)$$

$$0 = \frac{dx}{dv^1} = f_1'(v^1) + (-1) f_2'(\bar{v} - v^1) = f_1'(v^1) - f_2'(v^2)$$

Die gesuchte Bedingung lautet also:

$$f_1'(v^1) = f_2'(v^2) \quad \text{oder} \quad \frac{dx^1}{dv^1} = \frac{dx^2}{dv^2}$$

Neben die gesamtwirtschaftlichen Effizienzbedingungen (1) und (2) tritt also in unserem Modell eine dritte:

(3) Der Faktorbestand muß so auf die beiden Unternehmungen aufgeteilt sein, daß seine physische Grenzproduktivität in beiden Unternehmungen gleich groß ist.

Wenden wir uns nun auch für dieses Modell der Analyse des totalen Gleichgewichts zu. Wir erweitern dazu unser Modell wieder um den Gütermarkt und den Faktormarkt. Beide Unternehmungen bieten auf dem Gütermarkt an und fragen auf dem Faktormarkt nach, und beide verhalten sich als Mengenanpasser. Das Faktorangebot ist unelastisch in Höhe von $\bar{v}$.

Die individuelle Rationalität beider Unternehmungen veranlaßt sie zur Wahl von Produktionsplänen, die einzelwirtschaftlich effizient sind, daher ist Bedingung (1) jedenfalls erfüllt. Im totalen Gleichgewicht wird der Faktormarkt geräumt, daher ist auch Bedingung (2) erfüllt. Insofern bietet unser Modell keine neuen Erkenntnisse.

Jede Unternehmung paßt ihren Produktionsplan so an das Preissystem an, daß die Produktionfunktion eine Isogewinn-Gerade tangiert. Das heißt aber nichts anderes, als daß die physische Grenzproduktivität gleich dem Preisverhältnis q/p ist. Da die Preise q und p für beide Unternehmungen dieselben sind, müssen auch die beiden Grenzproduktivitäten übereinstimmen, folglich ist auch unsere Bedingung (3) erfüllt.

Das gleichgewichtige Produktionsergebnis ist gesamtwirtschaftlich effizient, und da auch der Gütermarkt geräumt wird, ist die Versorgung der Haushalte pareto-optimal.

Unsere Effizienz-Analyse des totalen Marktgleichgewichts in einer Modellwirtschaft mit einem Konsumgut und einem Faktor bleibt sinngemäß auch dann gültig, wenn wir es nicht mit zwei Unternehmungen, sondern mit drei oder mit zehntausend Unternehmungen zu tun haben. Die Effizienzbedingung (1) ist aufgrund der Rationalitätsannahme erfüllt. Die Effizienzbedingung (2) ist aufgrund der Markträumungsbedingung für den Faktormarkt erfüllt. Die dritte Effizienzbedingung müssen wir nur geringfügig modifizieren:

(3′) Der Faktorvorrat muß so aufgeteilt sein, daß er in *allen* Unternehmungen die gleiche Grenzproduktivität hat.

Auch diese Bedingung ist im totalen Gleichgewicht erfüllt, weil alle Unternehmungen dem gleichen Preisverhältnis $q/p$ gegenüberstehen.

Die Analyse bleibt sinngemäß sogar dann gültig, wenn wir es nicht mit einem Faktor, sondern mit zwei Faktoren oder mit zehn Faktoren zu tun haben. Die Bedingung (1) ist aufgrund der Rationalitätsannahme erfüllt. Die zweite Bedingung müssen wir geringfügig modifizieren:

(2′) Von *jedem* Faktor muß der gesamte Vorrat in der Produktion eingesetzt werden.

Sie ist erfüllt, weil im totalen Gleichgewicht alle Faktormärkte geräumt werden. Die dritte Effizienzbedingung müssen wir abermals modifizieren:

(3″) Die Faktorbestände müssen so auf die Unternehmungen aufgeteilt sein, daß *jeder* Faktor in allen Unternehmungen dieselbe Grenzproduktivität hat.

Auch diese Bedingung ist im totalen Gleichgewicht erfüllt, denn der gewinnmaximale Produktionsplan einer Unternehmung hat die Eigenschaft, daß von jedem Faktor gerade so viel eingesetzt wird, daß seine Grenzproduktivität gleich seiner „Realentlohnung", d.h. dem Verhältnis aus seinem Preis und dem Preis des produzierten Gutes ist. Da die Realentlohnung eines jeden Faktors für alle Unternehmungen gleich groß ist, müssen auch die Grenzproduktivitäten gleich sein.

Wir wollen diese verbale Argumentation mathematisch überprüfen. Dazu gehen wir aus von einer Modellwirtschaft, in der ein Gut unter Benutzung von m Faktorarten produziert wird. Die Produktion wird durch M Unternehmungen durchgeführt, die sich alle als Mengenanpasser verhalten. Jeder Faktor i wird auf einem Faktormarkt gehandelt, auf dem die Menge $\bar{v}_i$ preisunelastisch angeboten wird. Jede Unternehmung k hat eine Produktionsfunktion

$$x^k = f_k(v_1^k, \ldots, v_m^k)$$

mit abnehmenden Skalenerträgen. Der Preis des Konsumgutes ist p, der Preis des i-ten Faktors ist $q_i$.

Die Gleichgewichtsbedingungen für die Faktormärkte besagen:

(1) $v_i^1 + v_i^2 + \cdots + v_i^M = \bar{v}_i$ für jede Faktorart i

Die Gewinnmaximierungs-Bedingungen besagen:

(2) $\dfrac{\partial f_k}{\partial v_i^k} = \dfrac{q_i}{p}$ für jede Faktorart i und für jede Unternehmung k

Das gesamtwirtschaftliche Produktionsergebnis ergibt sich als

(3) $x = x^1 + \cdots + x^M$

Wir haben nun zu untersuchen, ob durch eine (infinitesimale) Umverteilung der Faktoren das gesamtwirtschaftliche Produktionsergebnis (infinitesimal) erhöht werden kann. Da wir uns auf vollständige Aufteilungen des Faktorvorrats beschränken, muß Gleichung (1) auch für die geänderte Faktoraufteilung gültig bleiben. Indem wir diese Gleichung total differenzieren, erhalten wir

(1′) $dv_i^1 + \cdots + dv_i^M = d\bar{v}_i = 0$ für jede Faktorart i

Nun ermitteln wir die (infinitesimale) Änderung des gesamtwirtschaftlichen Produktionsergebnisses, indem wir Gleichung (3) total differenzieren und die Gleichungen (2) und (1′) benutzen:

$$\begin{aligned}
dx &= dx^1 + \cdots + dx^M \\
&= \frac{\partial f_1}{\partial v_1^1} dv_1^1 + \cdots + \frac{\partial f_1}{\partial v_m^1} dv_m^1 \\
&\quad + \cdots \\
&\quad \vdots \\
&\quad + \frac{\partial f_M}{\partial v_1^M} dv_1^M + \cdots + \frac{\partial f_M}{\partial v_m^M} dv_m^M \\
&= \frac{q_1}{p}(dv_1^1 + \cdots + dv_1^M) \\
&\quad + \cdots \\
&\quad \vdots \\
&\quad + \frac{q_m}{p}(dv_m^1 + \cdots + dv_m^M) \\
&= 0
\end{aligned}$$

Damit ist die Bedingung erster Ordnung für ein Maximum erfüllt. Daß auch die Bedingungen zweiter Ordnung erfüllt sind, ist eine Folge unserer Konkavitätsannahmen über die Produktionsfunktionen.

## 2. Modellwirtschaften mit mehreren Konsumgütern

Wir betrachten in diesem Abschnitt Modellwirtschaften mit einem gegebenen Vorrat an Produktionsfaktoren, in denen mehrere Arten von Konsumgütern hergestellt werden. In diesem Fall ist der Zusammenhang zwischen Effizienz und Optimalität weit weniger eng als im Fall mit einem Gut; wir tun daher gut daran, die eigentliche Effizienzanalyse von der Optimalitätsanalyse zu trennen.

### a) Effizienz der Produktion

Als Einstieg in die neuartige Problemstellung betrachten wir wieder eine extrem einfache Modellwirtschaft. In ihr werden zwei Arten von Konsumgütern produziert, wir nennen sie „Reis“ und „Wein“. Zur Produktion beider Güter wird nur eine Art von Produktionsfaktor benötigt, wir nennen ihn „Arbeit“. Von diesem Faktor ist eine gewisse Menge $\bar{v}$ gesamtwirtschaftlich verfügbar. Jedes der Güter wird in einer Unternehmung produziert, die Produktionsfunktionen für Reis und Wein weisen abnehmende Ertragszuwächse auf.

Zur geometrischen Veranschaulichung der Situation wählen wir ein Diagramm, in dem auf der rechten und oberen Halbachse die produzierten Gütermengen, auf der linken und der unteren Halbachse die jeweils in einer Unternehmung eingesetzten Faktormengen abzulesen sind.

Die Produktionsfunktion für Wein ist im rechten unteren, die Produktionsfunktion für Reis im linken oberen Quadranten eingezeichnet. Jeder Punkt auf der Strecke BC im linken unteren Quadranten bezeichnet eine vollständige Aufteilung des Faktorvorrats $\bar{v}$ auf die beiden Unternehmungen. Zu jeder solchen Aufteilung können wir ein Rechteck konstruieren, wie es in Abbildung für den Punkt A eingezeichnet ist, und wir erhalten so einen Punkt A' im rechten oberen Quadranten. Seine Koordinaten geben das gesamtwirtschaftliche Produktionsergebnis an, das bei dieser Aufteilung der Faktoren erreichbar ist. Durchläuft der Punkt A die ganze Strecke BC, so durchläuft der Punkt A' eine Kurve im rechten oberen Quadranten. Diese Kurve heißt **Transformationskurve** oder auch **Produktionsmöglichkeitenkurve**. Alle Punkte

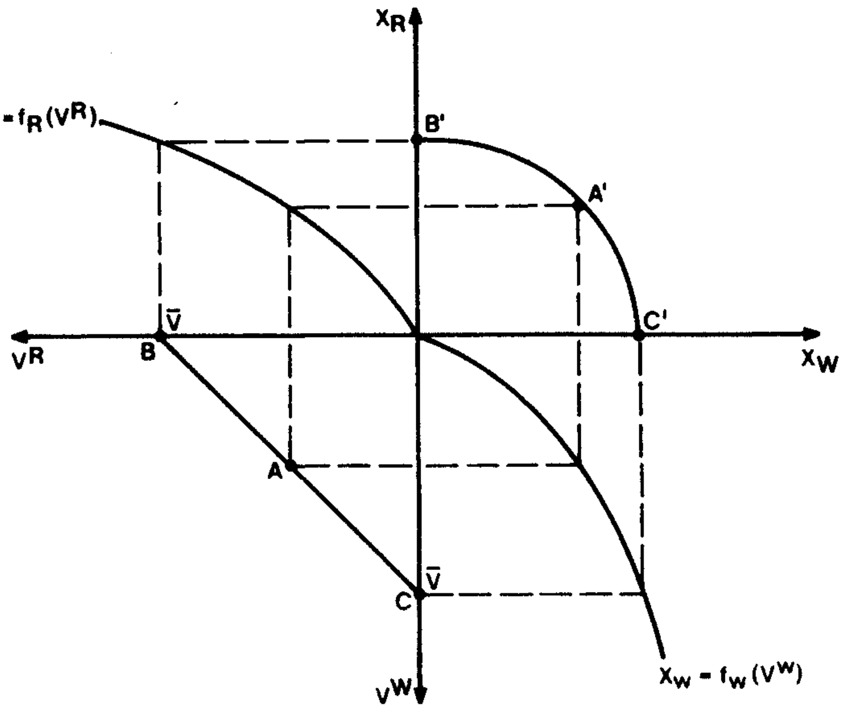



*Abb. 17*

auf der Transformationskurve stellen ein gesamtwirtschaftlich effizientes Produktionsergebnis dar. Während wir im Kapitel III B und C die Transformationskurve für den 2-Faktor-Fall betrachteten, untersuchen wir hier zunächst die Effizienz bei nur *einem* Produktionsfaktor.

Wie kann es zu einem gesamtwirtschaftlich *ineffizienten* Produktionsergebnis kommen? Zwei Möglichkeiten sind denkbar: Entweder in einer der Unternehmungen wird einzelwirtschaftlich ineffizient produziert (Abbildung 18a), oder es wird nicht der gesamte verfügbare Faktorbestand in der Produktion eingesetzt (Abbildung 18b).

In diesem Modell hat also das Effizienzproblem eine sehr einfache Struktur. Insbesondere ist leicht zu sehen, daß unter den Bedingungen des totalen Gleichgewichts gesamtwirtschaftliche Effizienz gewährleistet ist: einzelwirtschaftliche Effizienz ist durch die Rationalitätsannahme gesichert, und die vollständige Verwendung des Faktorbestandes ist durch die Markträumungsbedingung für den Faktormarkt garantiert.

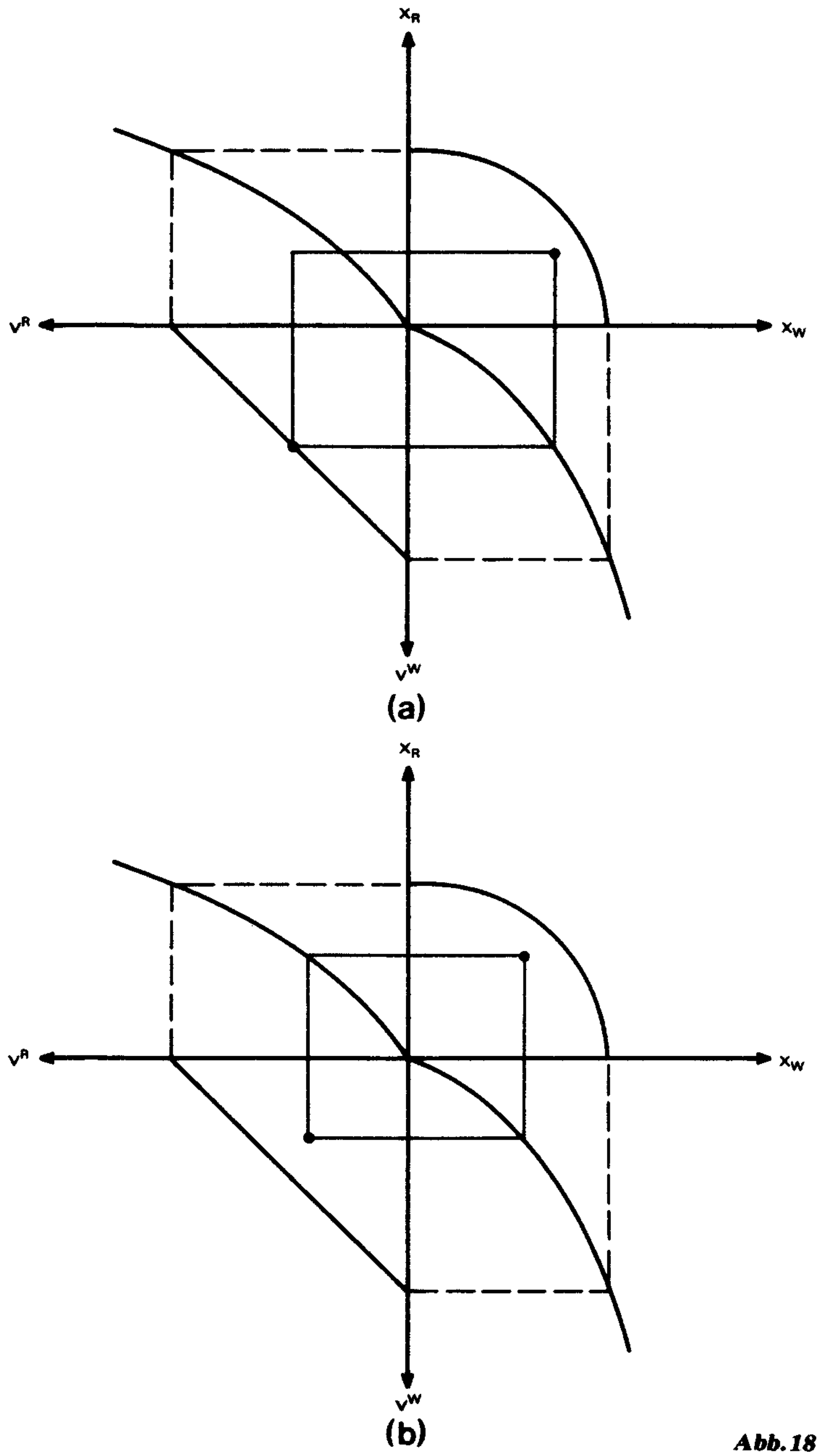



***Abb. 18***

Die eigentliche Problematik der Effizienzanalyse wird erst im nächsten Modell sichtbar, in dem es zwei Produktionsfaktoren gibt, die wir „Boden" und „Arbeit" nennen. Beide sind in Höhe von $\bar{v}_A$ bzw. $\bar{v}_B$ gesamtwirtschaftlich verfügbar, und beide werden sowohl von der weinproduzierenden wie von der reisproduzierenden Unternehmung verwendet.

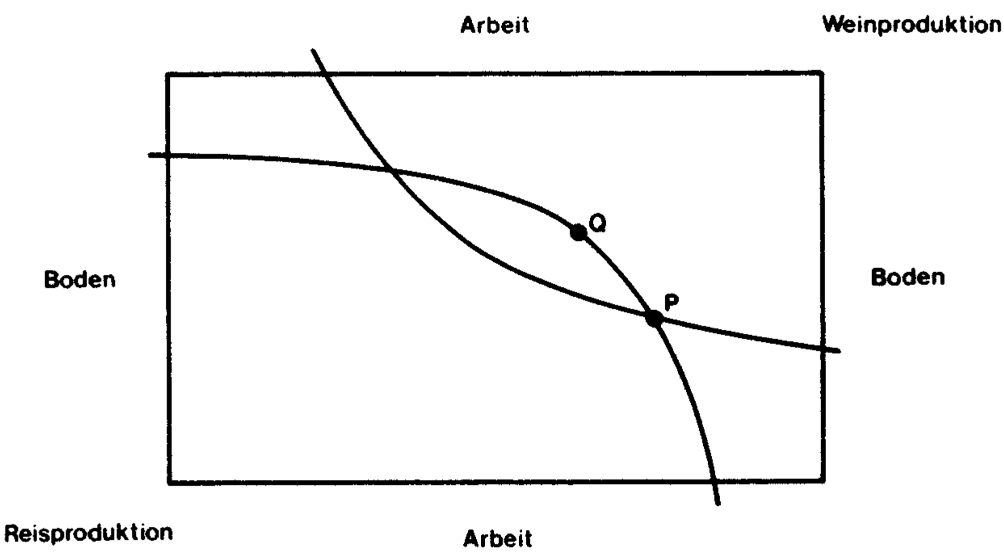


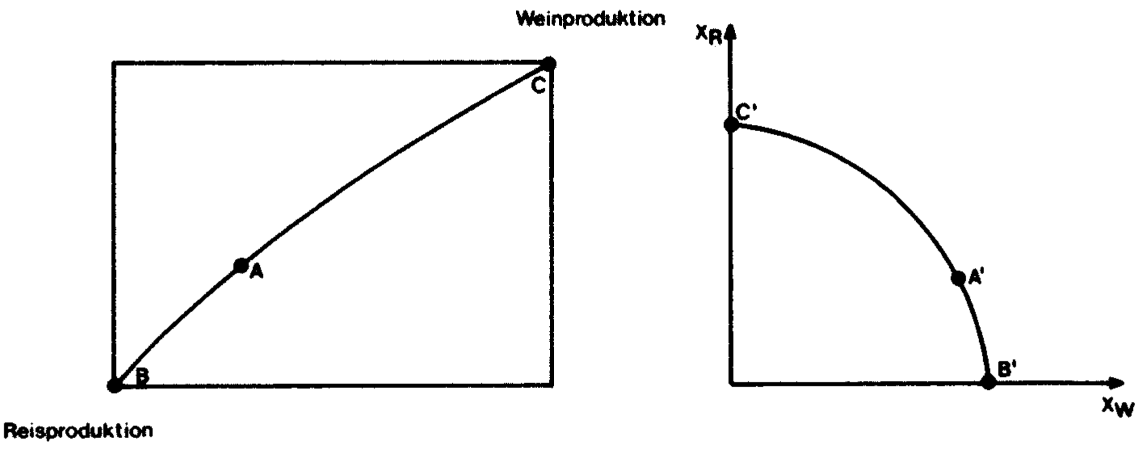

*Abb. 19*

Zur geometrischen Veranschaulichung der Situation sind nunmehr zwei Zeichnungen erforderlich; die eine bezieht sich auf die Faktoren und die andere auf die Güter. Zur Darstellung der Faktoraufteilung verwenden wir eine Zeichnung, die völlig analog zur Edgeworth-Box konstruiert ist und die wir als **Faktor-Box** bezeichnen. Die Seitenlängen der Faktor-Box entsprechen den Faktorvorräten $\bar{v}_A$ bzw. $\bar{v}_B$. Von links unten messen wir die Faktoreinsätze in der Reisproduktion, von rechts oben messen wir die Faktoreinsätze in der Weinproduktion. Jeder Punkt in der Faktor-Box entspricht einer vollständigen Aufteilung der Faktorbestände. Die Rolle der Indifferenzkurven wird hier von den Isoquanten der beiden Produktionsfunktionen übernommen.

Die in Abbildung 19 eingezeichnete Reis-Isoquante gehört zu einer bestimmten Reismenge, sagen wir 1000 kg Reis, die eingezeichnete Wein-Isoquante gehört zu einer bestimmten Weinmenge, sagen wir 700 l Wein. Der Punkt P bezeichnet daher eine Faktoraufteilung, bei welcher zugleich 1000 kg Reis und 700 l Wein produziert werden *können*. Unterstellen wir einzelwirtschaftliche Effizienz, so werden diese Mengen auch tatsächlich produziert. Dennoch ist dieses Produktionsergebnis gesamtwirtschaftlich ineffizient: würde die Modellwirtschaft nämlich zu der Faktoraufteilung Q übergehen, so könnten nach wie vor 700 l Wein, zugleich aber mehr als 1000 kg Reis produziert werden. Inhaltlich würde dieser Übergang bedeuten, daß einige Arbeitskräfte aus der Reisproduktion in die Weinproduktion umgelenkt würden, während einige Böden anstatt zur Weinproduktion zur Reisproduktion eingesetzt würden. Anders ausgedrückt: die Weinproduktion müßte arbeitsintensiver, die Reisproduktion bodenintensiver betrieben werden.

Effiziente Faktoraufteilungen finden sich überall dort, wo eine Reis-Isoquante eine Wein-Isoquante tangiert; ökonomisch formuliert: wo die technische Substitutionsrate von Boden gegen Arbeit in beiden Unternehmungen gleich groß ist. Die Gesamtheit aller effizienten Faktoraufteilungen bildet eine stetige Kurve, welche **Kurve der effizienten Produktion** genannt wird (Abbildung 20a).

Nun können wir die Beziehung herstellen zu unserer zweiten Zeichnung (Abbildung 20b), welche die produzierten Güter betrifft. Betrachten wir den Punkt A auf der Kurve der effizienten Produktion. In diesem Punkt tangiert eine bestimmte Reis-Isoquante eine bestimmte Wein-Isoquante. Die zu diesen beiden Isoquanten gehörigen Reis- bzw. Weinmengen geben die Koordinaten des Punktes A' in der $x_W$-$x_R$-




(a) (b) *Abb. 20*

Ebene an. Durchläuft nun der Punkt A die ganze Kurve der effizienten Produktion, so durchläuft der Punkt A′ eine Kurve im Güterdiagramm, und diese Kurve ist die Transformationskurve. Sie ist der geometrische Ort aller gesamtwirtschaftlich effizienten Produktionsergebnisse.

Wenn in unserem Modell ein Punkt *auf* der Transformationskurve, also ein effizientes Produktionsergebnis erreicht werden soll, so müssen drei Bedingungen erfüllt sein:

(1) Die Unternehmungen müssen einzelwirtschaftlich effizient produzieren.

(2) Die gesamten Faktorvorräte müssen vollständig in der Produktion eingesetzt werden.

(3) Die Faktorvorräte müssen so aufgeteilt sein, daß die technische Substitutionsrate zwischen ihnen für beide Unternehmungen gleich groß ist.

Wir können uns nun überlegen, ob diese drei Bedingungen im totalen Marktgleichgewicht erfüllt sind. Bezüglich der Bedingungen (1) und (2) dürfte inzwischen kein Zweifel mehr bestehen, nur die Bedingung (3) erfordert eine kurze Überlegung.

Wie aus Kapitel III bekannt ist, hat der gewinnmaximale Produktionsplan einer Unternehmung die Eigenschaft, daß die betreffende Menge des Gutes mit *minimalen Kosten* produziert wird. Das bedeutet, daß im Faktordiagramm die betreffende Isoquante eine Isokostenlinie tangiert, und das wiederum bedeutet, daß das Verhältnis der Grenzproduktivitäten der beiden Faktoren (also die inverse technische Substitutionsrate) gleich dem Preisverhältnis dieser Faktoren ist. Da aber beide Unternehmungen den gleichen Faktorpreisen gegenüberstehen, muß sich auch für beide die gleiche technische Substitutionsrate ergeben.

Die soeben durchgeführte Analyse bleibt im wesentlichen auch dann gültig, wenn wir es nicht mit zwei Faktoren, sondern mit drei oder zehn Faktoren zu tun haben. Wir müssen dann nur die Bedingung (3) geringfügig modifizieren:

(3′) Die Faktoren müssen so aufgeteilt sein, daß für *je zwei* Faktorarten die technische Substitutionsrate zwischen ihnen in beiden Unternehmungen gleich groß ist.

Die Gültigkeit dieser Bedingung ist im totalen Gleichgewicht gewährleistet, weil beide Unternehmungen dem gleichen Preissystem und damit dem gleichen System von Faktorpreisverhältnissen gegenüberstehen.

An der Analyse ändert sich auch dann nichts Wesentliches, wenn wir es nicht mit zwei Konsumgüterarten, sondern mit 10 oder 10000 Konsumgüterarten zu tun haben, die alle von mehreren Unternehmungen produziert werden. Wir müssen die Bedingung (3) dann abermals modifizieren:

(3″) Die Faktoren müssen so aufgeteilt sein, daß für je zwei Faktorarten die technische Substitutionsrate zwischen ihnen in *allen* Unternehmungen gleich groß ist.

Die Gültigkeit dieser Bedingung ist im totalen Gleichgewicht gewährleistet, weil alle Unternehmungen dem gleichen Preissystem und damit dem gleichen System von Faktorpreisverhältnissen gegenüberstehen.

Ein formaler Beweis für die gesamtwirtschaftliche Effizienz der gleichgewichtigen Faktoraufteilung ist leicht zu erbringen. Er verläuft völlig analog wie der Beweis für die Pareto-Optimalität der gleichgewichtigen Güterverteilung bei konstantem Güterangebot (C.2). Wir können die formale Übertragung dieses Beweises auf das hier vorliegende Modell dem interessierten Leser zur Übung überlassen.

### b) Die optimale Produktionsstruktur

In einer Modellwirtschaft mit gegebenen Faktorbeständen gibt es viele Möglichkeiten, über diese Faktorbestände zu verfügen. Im vorigen Abschnitt haben wir gelernt, was es heißt, dies auf eine effiziente Art zu tun. Aber im allgemeinen gibt es auch viele Möglichkeiten, auf eine effiziente Art über die Faktorbestände zu verfügen. Es kann von einem Gut viel und von einem anderen wenig produziert werden oder umgekehrt, und beides kann auf eine effiziente Art geschehen. Die Entscheidung darüber, wie viel von welchen Güterarten produziert wird, läßt sich nicht nach technologischen Kriterien allein beurteilen. Wollen wir ein objektives Urteil über die Güterversorgung der Haushalte abgeben, so müssen wir das Produktionsergebnis nicht nur auf seine Effizienz prüfen, sondern wir müssen es mit den Präferenzen der Haushalte konfrontieren. Dies soll im folgenden geschehen.

Zur Illustration des Problems gehen wir von einer Modellwirtschaft mit zwei Konsumgütern (Reis und Wein) und einem Haushalt aus. Die Produktionsseite lassen wir vorläufig im Dunkel, es genügt uns die Information über die Produktionsmöglichkeiten, die durch die Transformationskurve gegeben ist.

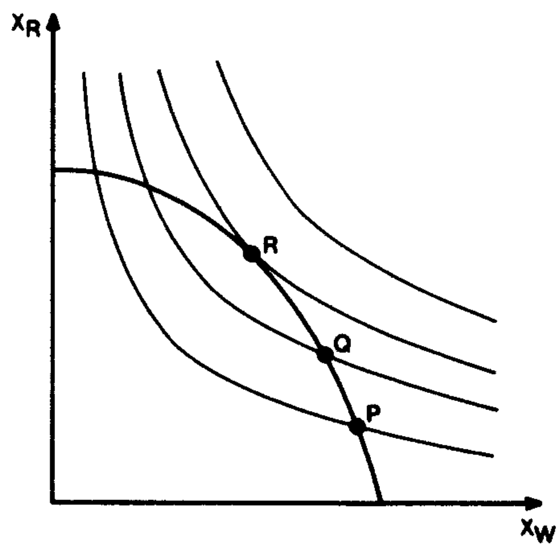



*Abb. 21*

Da wir nur einen Haushalt haben, können wir die gesamtwirtschaftliche Transformationskurve und die Indifferenzkurven des Haushalts in ein gemeinsames Diagramm zeichnen. Betrachten wir den Punkt P (Abbildung 21). Er bezeichnet offenbar ein gesamtwirtschaftlich effizientes Produktionsergebnis, aber dieses Produktionsergebnis führt nicht zu einer optimalen Güterversorgung des Haushalts. Würde statt P das Produktionsergebnis Q realisiert, so käme der Haushalt auf eine höhere Indifferenzkurve. Eine optimale Güterversorgung des Haushalts ist im Punkt R realisiert, wo die Transformationskurve eine Indifferenzkurve tangiert, wo also die Steigung der Transformationskurve gleich der Steigung einer Indifferenzkurve ist. Den Betrag der Steigung der Indifferenzkurve nennt man bekanntlich **Substitutionsrate**, den Betrag der Transformationskurve nennt man **Transformationsrate.** Damit erhalten wir drei Bedingungen für eine optimale Güterversorgung:

(1) Das Produktionsergebnis muß gesamtwirtschaftlich effizient sein.

(2) Die produzierten Mengen müssen völlig an den Haushalt weitergegeben werden.

(3) Die Substitutionsrate des Haushalts muß gleich der Transformationsrate sein.

Um die Bedingung (3) analytisch auszunutzen, müssen wir uns etwas genauer mit der Transformationsrate beschäftigen. Zu diesem Zweck spezifizieren wir die Produktionsseite unseres Modells möglichst einfach, nämlich so, daß jedes der beiden Güter in einer Unternehmung produziert wird und daß beide Unternehmungen dazu nur einen gemeinsamen Produktionsfaktor benötigen (vgl. Abbildung 17). Wir haben dann zwei Produktionsfunktionen und eine Faktoraufteilungsgleichung:

$$x_R = f_R(v^R), \quad x_W = f_W(v^W), \quad v^R + v^W = \bar{v}$$

Wir bilden für jede dieser Gleichungen das totale Differential:

$$dx_R = f'_R dv^R, \quad dx_W = f'_W dv^W, \quad dv^R + dv^W = 0$$

Wir dividieren die erste dieser Gleichungen durch die zweite und beobachten dabei, daß wegen der dritten Gleichung $\frac{dv^R}{dv^W} = -1$ ist:

$$\frac{dx_R}{dx_W} = -\frac{f'_R}{f'_W}$$

Die Transformationsrate ist also gleich dem Verhältnis der Grenzproduktivitäten des gemeinsamen Faktors in den beiden Verwendungsrichtungen.

Nun können wir untersuchen, ob durch das totale Marktgleichgewicht eine optimale Güterversorgung des Haushalts gewährleistet wird. Die gleichgewichtigen Güterpreise seien $p_R$ und $p_W$, der gleichgewichtige Faktorpreis sei q. Bei ihrem gewinnmaximalen Produktionsplan setzt jede Unternehmung gerade so viel von dem Faktor ein, daß seine Grenzproduktivität gleich dem Verhältnis von Faktorpreis zu Güterpreis (Realentlohnung) ist:

$$f'_R = \frac{q}{p_R}, \quad f'_W = \frac{q}{p_W},$$

und wir erhalten

$$\left|\frac{dx_R}{dx_W}\right| = \frac{f'_R}{f'_W} = \frac{p_W}{p_R}$$

Im Gleichgewicht ist also die Transformationsrate von Reis gegen Wein gleich dem Verhältnis von Weinpreis zu Reispreis. Andererseits wissen wir aus der Haushaltstheorie, daß beim optimalen Konsumplan die Substitutionsrate von Reis gegen Wein ebenfalls gleich dem Verhältnis von Weinpreis zu Reispreis ist. Da die Güterpreise für die Unternehmungen und für den Haushalt gleichermaßen gültig sind, stimmt die Transformationsrate mit der Substitutionsrate überein, und Bedingung (3) ist erfüllt. Da natürlich auch die Bedingungen (1) und (2) erfüllt sind, ist die gleichgewichtige Güterversorgung optimal.

In der Tat verläuft die eben durchgeführte Analyse nicht wesentlich anders, wenn wir zu komplizierteren Modellwirtschaften übergehen. Dennoch müssen wir uns klarmachen, warum sich nichts Wesentliches ändert. Dabei müssen wir in drei Richtungen denken: was geschieht, wenn mehr als zwei Güter produziert werden, was geschieht, wenn mehrere Faktoren verwendet werden, und was geschieht, wenn wir es mit mehreren Haushalten zu tun haben.

### – Mehr als zwei Güter

Diese Erweiterung ist die harmloseste. Wir müssen lediglich die Bedingung (3) modifizieren:

(3′) Für *je zwei* Güterarten muß die Transformationsrate zwischen ihnen gleich der Substitutionsrate des Haushalts zwischen ihnen sein.

Die Bedingung ist im Gleichgewicht aus den bekannten Gründen erfüllt.

### – Zwei und mehr Faktoren

Hier müssen wir aufs neue überlegen, wie sich die Transformationsrate zwischen zwei Gütern bestimmt. Solange nur Arbeit in der Produktion von Wein und Reis erforderlich ist, ergibt sich die Transformationsrate als das Verhältnis der Grenz-Arbeitsproduktivitäten in den beiden Verwendungsrichtungen. Wenn aber Arbeit *und* Boden zur Produktion von Reis und Wein erforderlich sind, so ist nicht klar, ob wir das Verhältnis der Grenz-Arbeitsproduktivitäten oder das Verhältnis der Grenz-Bodenproduktivitäten zur Berechnung der Transformationsrate heranziehen sollen. Das Dilemma löst sich dadurch auf, daß unter den Bedingungen der gesamtwirtschaftlichen Effizienz diese beiden Verhältnisse gleich sind. Um dies einzusehen, betrachten wir nochmals den Zusammenhang zwischen Faktor-Box und Transformationskurve (vgl. Abbildung 20).

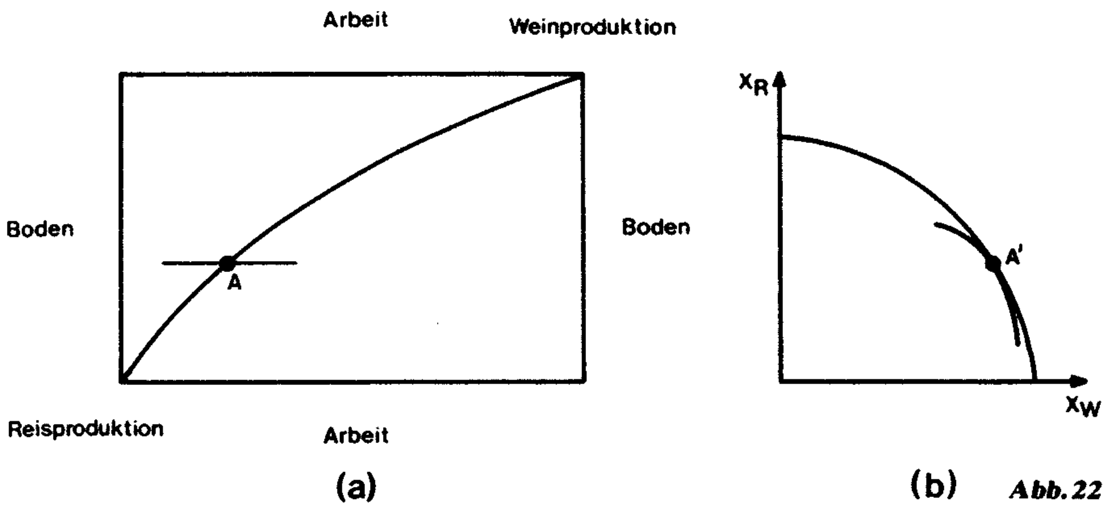



*Abb. 22*

Wir gehen aus von einer effizienten Faktor-Allokation A, die ein Produktionsergebnis A′ ergibt. Nun überlegen wir uns, was geschieht, wenn wir die Aufteilung des

Bodens beibehalten, aber Arbeitskräfte von der Weinproduktion in die Reisproduktion umlenken. In der Faktor-Box bewegen wir uns vom Punkt A horizontal nach rechts. Durch diese Umlenkung von Arbeit wird weniger Wein und mehr Reis produziert, aber wir verlassen dabei den Bereich der effizienten Produktion. Gehen wir andererseits von A horizontal nach links, so wird weniger Reis und mehr Wein produziert, aber wir verlassen ebenfalls den Bereich der effizienten Produktion. Der horizontalen Linie in Abbildung 22a entspricht daher eine Kurve, wie sie in Abbildung 22b eingezeichnet ist.

Die geometrische Anschauung zeigt, daß diese Kurve zwar nicht mit der Transformationskurve zusammenfällt, daß sie aber im Punkt A' die gleiche Steigung wie die Transformationskurve hat. Deshalb können wir die Transformationsrate in Punkt A' berechnen, indem wir nur die Allokation eines Faktors variieren und die des anderen Faktors konstant lassen. In Analogie zum Ein-Faktor-Fall erhalten wir:

$$\frac{dx_R}{dx_W} = -\frac{\dfrac{\partial f_R}{\partial v_A^R}}{\dfrac{\partial f_W}{\partial v_A^W}} = -\frac{\dfrac{\partial f_R}{\partial v_B^R}}{\dfrac{\partial f_W}{\partial v_B^V}}$$

Eine ähnliche Überlegung können wir auch für mehr als zwei Faktoren anstellen, wir wollen hier aber darauf verzichten. Wollen wir die Transformationsrate zwischen Reis und Wein ermitteln, so wählen wir *irgendeinen* gemeinsam verwendeten Faktor aus und berechnen das Verhältnis seiner Grenzproduktivitäten in den beiden Verwendungsrichtungen.

Unter den Bedingungen des totalen Gleichgewichts ergibt sich wie in unserem einfachsten Modell, daß die Transformationsrate zweier Güter gleich ihrem reziproken Preisverhältnis ist, und die Effizienzbedingung (3) (bzw. (3')) ergibt sich wie bekannt.

### – Mehrere Haushalte

Unsere Transformationskurve ist eine gesamtwirtschaftliche Kurve, aber die Indifferenzkurven eines Haushalts sind einzelwirtschaftliche Kurven. Daraus ergeben sich analytische Komplikationen, wenn wir es mit mehr als einem Haushalt zu tun haben. Wir können ja nicht einfach ohne Begründung irgendeinen Haushalt willkürlich auswählen und dessen Präferenzen zum Maßstab gesellschaftlicher Wohlfahrt erheben.

Aber besinnen wir uns auf die Überlegungen in Teil C. Dort ging es um die Frage, unter welchen Umständen die Aufteilung eines gegebenen Güterbestandes auf mehrere Haushalte pareto-optimal ist. Die Antwort war: genau dann ist die Aufteilung pareto-optimal, wenn die Aufteilung vollständig ist und wenn mit Bezug auf je zwei Güterarten alle Haushalte die gleiche Substitutionsrate haben.

In unserem Fall ist die Ausstattung mit Konsumgütern nicht gegeben, sondern sie muß aus den gegebenen Faktorbeständen produziert werden, so daß eine Wahl zwischen verschiedenen Produktionsergebnissen (= Konsumgüter-Ausstattungen) möglich ist. So viel aber ist klar: wenn die Güterversorgung pareto-optimal sein soll, dann muß die Aufteilung des Produktionsergebnisses, wie immer es auch beschaffen sein mag, der Bedingung der Gleichheit der Substitutionsraten genügen.

Damit löst sich unser Problem. Wir können die Frage nach der optimalen Produktionsstruktur nicht isoliert lösen, sondern wir müssen sie im Zusammenhang mit der Aufteilung der produzierten Güter sehen. Produktionsstruktur und Güterverteilung müssen so beschaffen sein, daß folgendes gilt:

(i) Das Produktionsergebnis ist gesamtwirtschaftlich effizient.

(ii) Das Produktionsergebnis wird so (vollständig) an die Haushalte verteilt, daß mit Bezug auf je zwei Güterarten alle Haushalte die gleiche Substitutionsrate haben.

(iii) Für je zwei Güter ist die allen Haushalten gemeinsame Substitutionsrate gleich der Transformationsrate.

Im totalen Gleichgewicht sind diese Bedingungen erfüllt. Man beachte, welche Rolle die verschiedenen Preisverhältnisse dabei spielen. Das Faktorpreisverhältnis für je zwei Faktoren sorgt für gesamtwirtschaftliche Effizienz, indem es die Unternehmungen veranlaßt, ihre technischen Substitutionsraten an dieses Faktorpreisverhältnis und damit aneinander anzupassen. Das Güterpreisverhältnis für je zwei Güter hat zwei Aufgaben: Einerseits sorgt es für eine pareto-optimale Verteilung der Güter, indem es die Haushalte veranlaßt, ihre Substitutionsraten an dieses Preisverhältnis und damit aneinander anzupassen, und andererseits sorgt es für eine optimale Produktionsstruktur, in dem es (auf dem Umweg über die Faktorpreis-Güterpreis-Relationen) die einzelnen Unternehmen veranlaßt, gerade so viel von ihrem jeweiligen Gut zu produzieren, daß die gesamtwirtschaftliche Transformationsrate sich an dieses Preisverhältnis und damit an die Substitutionsraten der Haushalte anpaßt.

Übrigens ist die Überschrift über diesem Abschnitt b) etwas irreführend. „Die" optimale Produktionsstruktur ist nämlich (wenn es mehr als einen Haushalt gibt) keineswegs eindeutig bestimmt. Werfen wir einen Blick in die Edgeworth-Box: Wenn wir auf der Kontraktkurve entlang wandern, so stimmen wohl die Substitutionsraten der beiden Haushalte stets überein, aber diese gemeinsame Substitutionsrate kann sich während unserer Wanderung sehr wohl verändern. Gehen wir (jetzt wieder in unserer Modellwelt mit variablen Gütermengen) von einer pareto-optimalen Güterversorgung aus und verteilen wir die produzierten Güter anders (aber ebenfalls pareto-optimal) auf die Haushalte, so kann es leicht passieren, daß die alte Produktionsstruktur nicht mehr paßt.

Betrachten wir unter diesem Gesichtspunkt noch einmal den Marktmechanismus. Bei gegebener Einkommensverteilung ist das Ergebnis des Marktprozesses, und insbesondere die Produktionsstruktur, eindeutig bestimmt. Nehmen wir nun eine Einkommens-Umverteilung vor, so führt der Marktprozeß selbstverständlich zu einer anderen Aufteilung der Güter auf die Haushalte, möglicherweise aber auch zu einer anderen Produktionsstruktur.

## E. Optimalität bei variablem Faktorangebot

In unseren bisherigen Modellwirtschaften blieb, sozusagen an den beiden äußeren Enden dieser Modellwirtschaften, zweierlei im Dunkel: Wer bietet die Produktionsfaktoren an und woher beziehen die Haushalte ihre Einkommen. Beide Fragen finden ein und dieselbe Antwort, wenn wir sozusagen die beiden losen Enden unserer Modellwirtschaft zusammenknüpfen und so den Wirtschaftskreislauf schließen: Es sind die Haushalte, welche die Produktionsfaktoren anbieten, und der Erlös aus dem Verkauf der Produktionsfaktoren ist ihr Einkommen. Damit erscheint das Problem gesamtwirtschaftlicher Optimalität abermals in einem neuen Licht. Wir müssen jetzt auch die gesamtwirtschaftlich verfügbaren Faktormengen als Variablen betrachten, die für unsere Optimalitätsüberlegen eine Rolle spielen.

Den Kern des Problems werden wir an Hand einer drastisch vereinfachten Modellwirtschaft untersuchen. Diese drastische Vereinfachung ist nötig, wenn wir mit einer zweidimensionalen Zeichnung auskommen wollen. Es gibt in unserer Modellwirtschaft nur ein Gut (Reis) und einen Faktor (Arbeit), nur einen Haushalt und nur eine Unternehmung. Die Unternehmung produziert Reis unter Einsatz von Arbeit, ihre Produktionsfunktion weist abnehmende Ertragszuwächse auf. Der Haushalt konsumiert Reis und stellt Arbeit für die Produktion von Reis zur Verfügung.

Um die Darstellung begrifflich noch weiter zu vereinfachen, unterstellen wir, daß der Haushalt ein Ein-Personen-Haushalt sei („Herr Huber"). Die Arbeitsmenge bemißt sich dann nach Zeiteinheiten, sagen wir nach „Stunden pro Tag". Wir unterstellen, daß Herr Huber lieber weniger als mehr arbeitet; d.h. seine Präferenzen beziehen sich nicht nur auf den Konsum von Reis, sondern auch auf das Gut „Zeit", welches, je nach Art der Verwendung, den Charakter von Arbeitszeit oder von Freizeit annimmt.

Die Zeit, die Herrn Huber insgesamt zur Verfügung steht, beträgt 24 Stunden pro Tag. Wir bilden diese Zeitmenge durch eine horizontale Strecke ab, vom linken Ende aus messen wir Freizeit und vom rechten Ende aus Arbeitszeit. Jeder Punkt auf der Strecke bezeichnet eine vollständige Aufteilung des durchschnittlichen Tages von Herrn Huber in Freizeit und Arbeitszeit.

Senkrecht nach oben messen wir Reismengen, wir tragen von beiden Endpunkten der Strecke ausgehend je eine Reis-Achse an. Die Grundstrecke zusammen mit der linken Reis-Achse spannt den Konsumraum des Haushalts Huber auf, bezogen auf die beiden Güter Reis und Freizeit. Wir können seine Präferenzrelation durch einige Indifferenzkurven andeuten. In Abbildung 23 haben wir dabei berücksichtigt, daß weniger als 8 Stunden Freizeit für ihn völlig indiskutabel sind. Die Grundstrecke zusammen mit der rechten Achse bildet das Faktormengen-Gütermengen-Diagramm der Unternehmung, in dieses Diagramm können wir die Produktionsfunktion einzeichnen, sie verläuft gegenüber der gewöhnlichen Darstellungsweise spiegelverkehrt.

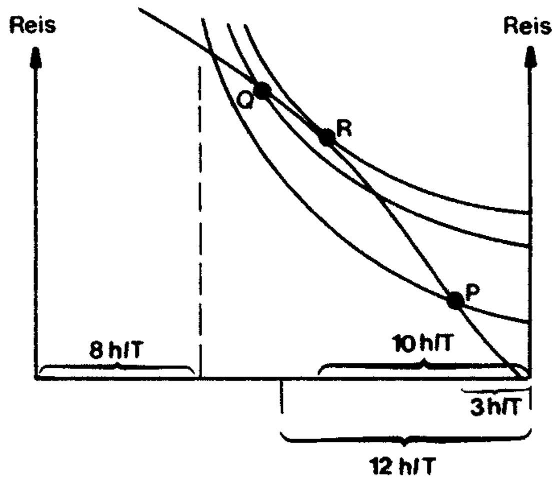



*Abb. 23*

Der Punkt P bezeichnet die Situation, daß Herr Huber lediglich 3 Stunden seines Tages in der Reisproduktion zubringt; die produzierte Reismenge ist entsprechend gering. Diese Situation ist nicht optimal, jedenfalls wäre es Herrn Huber lieber, den Punkt Q zu realisieren. Er müßte dann zwar erheblich mehr arbeiten (nämlich 12 Stunden pro Tag), aber er würde dies gern in Kauf nehmen, die entsprechend größere Reismenge würde ihn dafür mehr als entschädigen. Am liebsten würde er aber doch mit etwas weniger Reis vorlieb nehmen und nur 10 Stunden pro Tag arbeiten (Punkt R), diese Konstellation bringt ihn im Rahmen der vorhandenen Produktionsmöglichkeiten auf die höchste erreichbare Indifferenzkurve. Die Bedingungen für eine optimale Konstellation sind offensichtlich die folgenden:

(1) Die Produktion muß effizient sein.
(2) Das gesamte Produktionsergebnis muß dem Haushalt vollständig zur Verfügung stehen.
(3) Die Substitutionsrate von Reis gegen Freizeit muß gleich der Grenzproduktivität der Arbeit in der Reisproduktion sein.

Unsere Vorstellungskraft wird durch die Simplizität dieses Modells in der Tat auf eine harte Probe gestellt. Die Tatsache, daß es in dieser Modellwirtschaft nur einen einzigen Menschen mit Konsumbedürfnissen gibt, zwingt uns, die „Unternehmung" als ein abstraktes, menschenleeres Etwas zu denken. Das Modell ergibt vielleicht einen besseren Sinn, wenn man Herrn Huber durch Herrn Robinson Crusoe ersetzt, der in einer Person Produzent und Konsument von Reis ist. Für die nachfolgende Marktanalyse aber müssen wir auf die strikte Trennung zwischen dem Haushalt Huber und einer abstrakten Unternehmung bestehen, ja wir müssen dem Leser sogar die Annahme zumuten, daß beide sich sowohl auf dem Faktormarkt wie auch auf dem Gütermarkt als Mengenanpasser verhalten.

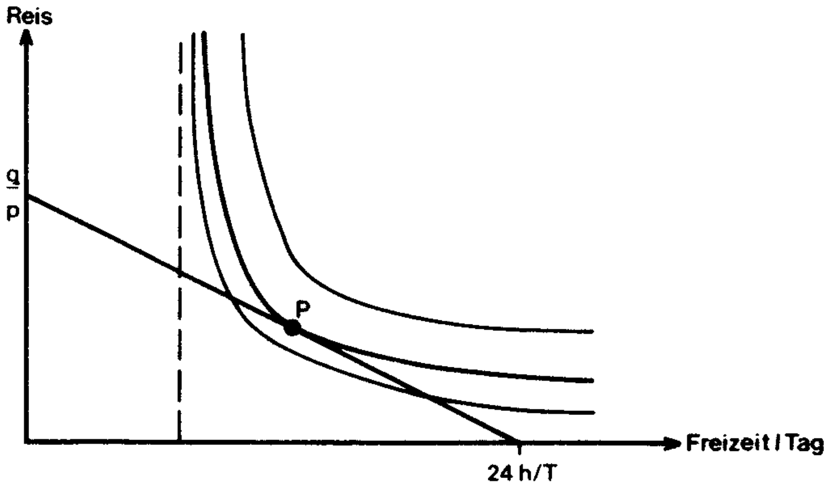



Abb. 24

Versehen wir also unsere Modellwirtschaft mit Marktpreisen. Der Reispreis sei p, der Preis für 24 Arbeitsstunden pro Tag sei q. Wir betrachten zunächst den Haushalt Huber und untersuchen, welche Budgetrestriktion sich daraus für ihn ergibt.

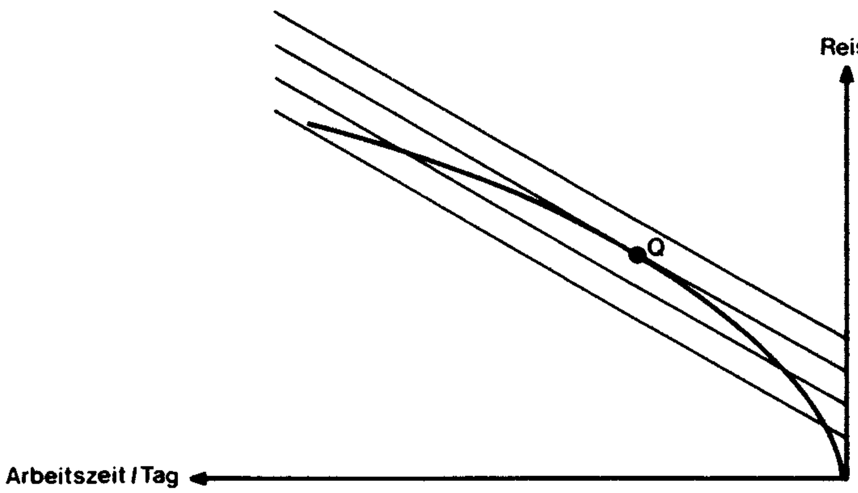



Abb. 25

Es steht Herrn Huber frei, seinen ganzen Tag selbst zu konsumieren. In diesem Fall hat er kein Arbeitseinkommen, kann sich also auch keinen Reis kaufen. Andererseits stünde es ihm (wenigstens rechnerisch) frei, auf Freizeit völlig zu verzichten und 24 Stunden pro Tag gegen Lohn in der Reisproduktion zu arbeiten. Sein Arbeitseinkommen betrüge in diesem Fall gerade q, und er könnte sich q/p Reis-Einheiten dafür kaufen. Herrn Hubers Budget-Gerade schneidet also die Zeit-Achse bei 24 h/T und die Reis-Achse bei q/p. Gemäß seinen Präferenzen wird er den in Abbildung 24 eingetragenen Punkt P wählen.

Betrachten wir nun die Unternehmung. Das Preisverhältnis q/p definiert für sie eine Schar von parallelen Iso-Gewinngeraden; sie wird den Produktionsplan Q wählen (Abbildung 25), der bei den gegebenen Produktionsmöglichkeiten ihren Gewinn maximiert.

Vereinigen wir nun die Diagramme 24 und 25 zu einem Diagramm, so sehen wir: ein totales Gleichgewicht ist rechnerisch unmöglich (Abbildung 26). Ist der Reismarkt im Gleichgewicht, so bietet Herr Huber mehr Arbeit an, als die Unternehmung nachfragt. Ist der Arbeitsmarkt im Gleichgewicht, so reicht Herrn Hubers Arbeitseinkommen nicht aus, um die ganze Reisproduktion zu kaufen (Abbildung 26a und b).

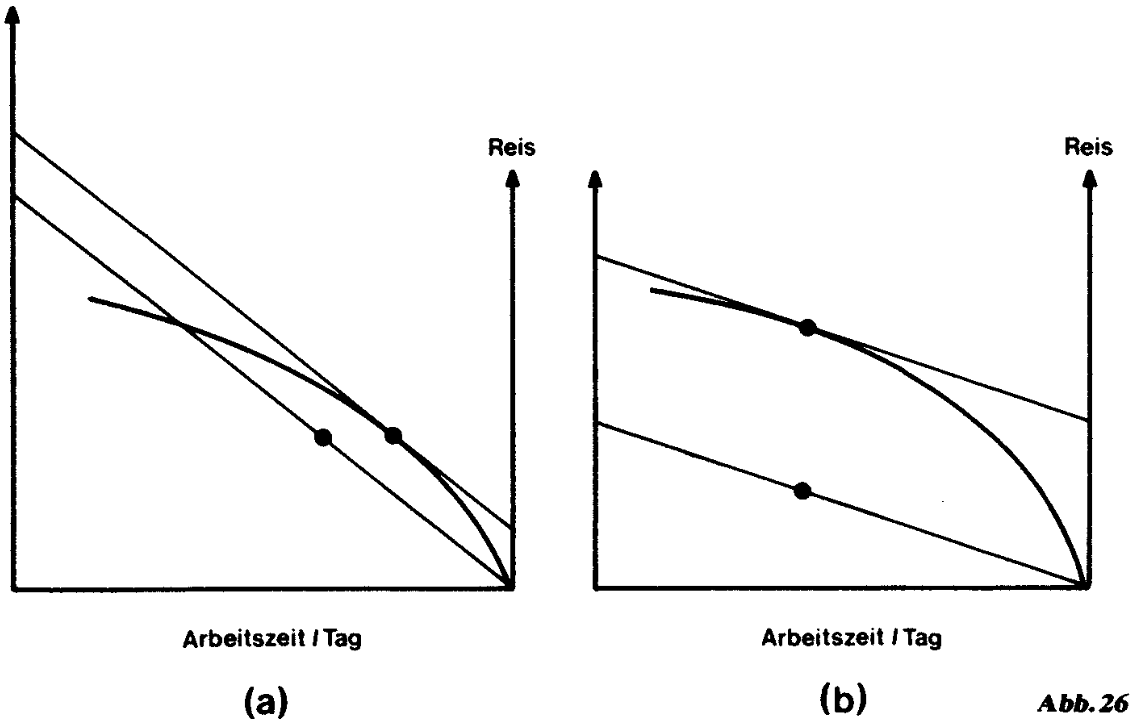



Abb. 26

Wenn ein Gleichgewicht möglich sein soll, so darf die Budgetgerade des Haushalts Huber nicht durch das rechte Ende der Zeitstrecke gehen, sondern sie muß nach oben verschoben sein. Das heißt ökonomisch: Herr Huber muß außer seinem Arbeitseinkommen noch eine andere Einkommensquelle haben. Wir fragen vorläufig nicht, woher dieses Einkommen kommt, und nennen es „autonomen Einkommensanteil". Dadurch verschiebt sich die Budgetgerade parallel nach oben, den Gegenwert des autonomen Einkommensanteils in Reis können wir am Schnittpunkt der Budgetgerade mit der rechten Reis-Achse ablesen.

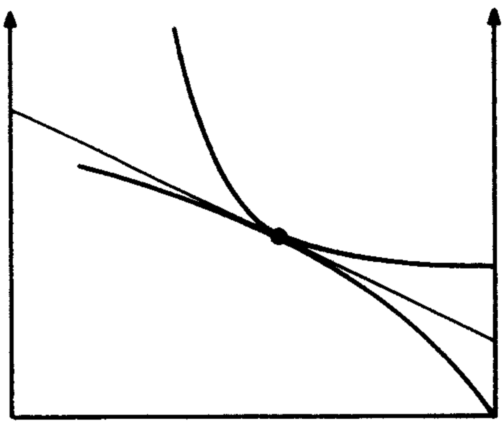



*Abb. 27*

Die Gleichgewichtssituation ist in Abbildung 27 eingezeichnet. Im Gleichgewicht ist aber die Budgetgerade zugleich die für die Unternehmung relevante Isogewinngerade, wir können daher den Gegenwert des gleichgewichtigen Gewinns in Reiseinheiten ebenfalls an dem Schnittpunkt dieser Geraden mit der rechten Reis-Achse ablesen. Als notwendige Bedingung für die Existenz eines Gleichgewichts erhalten wir daher, daß der autonome Einkommensanteil des Haushalts gleich dem Gewinn der Unternehmung ist. Es liegt nahe, dies so zu interpretieren, daß der autonome Einkommensanteil gerade der an den Haushalt ausgeschüttete Gewinn der Unternehmung ist. Ersichtlich sind die gesamtwirtschaftlichen Optimalitätsbedingungen im Gleichgewicht erfüllt.

Wir wollen noch kurz auf die wohlfahrtstheoretischen Aspekte variablen Faktorangebots bei komplizierteren Modelltypen eingehen. Betrachten wir zunächst die Erweiterung auf viele Haushalte. Soll ein Zustand pareto-optimal sein, so müssen einerseits die Substitutionsraten aller Haushalte zwischen Reis und Freizeit gleich groß sein, und andererseits muß diese gemeinsame Substitutionsrate gleich der Grenzproduktivität der Arbeit in der Reisproduktion sein. Im Gleichgewicht ist diese Bedingung erfüllt, weil die Substitutionsraten und die Grenzproduktivitäten sich an das Preisverhältnis q/p anpassen. Gleichgewicht ist nur dann möglich, wenn der Gewinn vollständig an die Haushalte verteilt wird. Soll das Gleichgewicht eindeutig bestimmt sein (was wir in früheren Modellen einfach durch Vorgabe der Einkommensverteilung erreichen konnten), so muß vorab ein **„Gewinnverteilungsschlüssel"** festgelegt sein, der für jeden Haushalt einen prozentualen Anteil am Gewinn der Unternehmung festlegt. Dieser Gewinnverteilungsschlüssel tut im wesentlichen das, was früher die Einkommensverteilung tat: er legt die „Startpositionen" der Haushalte fest, er definiert den Unterschied zwischen reichen und armen Haushalten.

Weiter verallgemeinern wir das Modell nun auf viele Güter, die alle in vielen Unternehmungen produziert werden. Zu den bekannten Optimalitätsbedingungen kommt bei variablem Arbeitsangebot eine weitere hinzu: Für jedes Gut müssen die Substitutionsraten aller Haushalte zwischen diesem Gut und dem Gut Freizeit gleich und auch gleich der Grenzproduktivität der Arbeit in der Produktion dieses Gutes sein (diese Grenzproduktivitäten stimmen gemäß den Überlegungen aus Teil D.1. für alle Unternehmungen dieser Branche überein). Auch diese Bedingung ist im totalen Gleichgewicht erfüllt.

Allerdings wird das Gewinnverteilungsproblem jetzt etwas komplizierter. Es muß für *jede* Unternehmung ein prozentualer Gewinnverteilungsschlüssel festgelegt sein. Man kann sich das etwa so vorstellen, daß die Haushalte „Aktien" verschiedener Unternehmungen halten, von denen jede Aktie ein Anrecht auf einen gewissen Prozentsatz des Gewinns dieser Unternehmung darstellt. Der Unterschied zwischen arm und reich wird dabei etwas undurchsichtig: man sieht es einem Aktienpaket nicht ohne weiteres an, wieviel es wert ist, denn die Gewinne entstehen ja erst durch den Marktprozeß. Ein Haushalt, der große Anteile aus der automobilproduzierenden Branche hält, könnte sich im totalen Gleichgewicht als ein armer Haushalt wiederfinden, wenn etwa die Präferenzen sehr vieler Haushalte in Richtung Fahrrad tendieren, so daß relativ geringe Automobilpreise, relativ geringe Mengen produzierter Automobile und damit relativ geringe Gewinne der Automobilbranche das Resultat des Marktprozesses sind.

Ein besonders einfacher Gewinnverteilungsschlüssel ergibt sich dann, wenn wir uns vorstellen, daß jede Unternehmung einem ganz bestimmten Haushalt „gehört", so daß auch ihr gesamter Gewinn diesem einen Haushalt zufließt. In einem etwas anderen Modellzusammenhang könnte man sich auch vorstellen, daß die Gewinne der Unternehmungen nicht an die Haushalte verteilt werden, sondern von den Unternehmungen selbst zum Kauf von Investitionsgütern ausgegeben werden. In einem solchen Modell ist totales Gleichgewicht auch dann denkbar, wenn die Haushalte nur über ihr Arbeitseinkommen verfügen.

Schließlich betrachten wir noch den Fall mehrerer Produktionsfaktoren. Die Haushalte verfügen jetzt nicht nur über den Produktionsfaktor Arbeit, sondern über mehrere Arten von Faktoren, wie z. B. Grundstücke, Gebäude, Maschinen etc. In Analogie zum Faktor Arbeit unterstellen wir, daß die Haushalte auch ein Interesse an der Eigennutzung dieser Faktoren haben, d. h. daß die Faktoren in die Präferenzrelationen mit einbezogen sind. Jeder Haushalt hat dann für je zwei Faktoren eine Substitutionsrate der Eigennutzung zwischen ihnen. Eine der Bedingungen für ein Pareto-Optimum besagt, daß diese Substitutionsraten für alle Haushalte gleich und auch gleich der (gemäß den Überlegungen in Teil D.2.a. in allen Unternehmungen gleichen) technischen Substitutionsrate zwischen ihnen sein müssen. Als weitere Bedingung für ein Pareto-Optimum kommt die folgende hinzu: greifen wir ein Gut und einen Faktor heraus, so müssen die Substitutionsraten aller Haushalte zwischen diesem Gut und der Eigennutzung dieses Faktors untereinander gleich und auch gleich der (gemäß den Überlegungen in Teil D.1. für alle Unternehmungen gleichen) Grenzproduktivität des Faktors bei der Produktion des Gutes sein. Im totalen Gleichgewicht sind alle diese Bedingungen erfüllt.

Durch diese Erweiterung des Modells wird der Unterschied zwischen armen und reichen Haushalten wieder wesentlich prägnanter. Solange wir nur den Faktor Arbeit betrachten (und solange wir Unterschiede in der Qualität der Arbeit nicht berücksichtigen), hat es wenig Sinn zu sagen, der eine Haushalt habe mehr und der andere weniger davon zur Verfügung. Bei anderen Faktoren aber macht das sehr wohl einen Sinn. Die Startposition eines Haushalts ist nun einerseits durch seine Gewinnanteilsrechte, andererseits durch seine vorgegebene Ausstattung mit Produktionsfaktoren bestimmt. Wer viel davon hat, kann auch viel davon auf dem Faktormarkt verkaufen und ein entsprechend hohes Faktoreinkommen erzielen.

# F. Markt-Imperfektionen und externe Effekte

## 1. Wohlfahrtstheoretische Konsequenzen des Monopol-Verhaltens

Das Arbeiten mit mathematisch präzisierten Modellen ist ein hervorragendes Mittel, um wissenschaftliche Streitfragen zu diskutieren und zu klären. Sobald man sich nämlich auf ein bestimmtes Modell geeinigt hat, kann es keine echten Meinungsverschiedenheiten mehr geben, höchstens Mißverständnisse. Eine Aussage über ein solches Modell ist entweder wahr oder falsch oder unentscheidbar, und welche dieser drei logischen Möglichkeiten zutrifft, läßt sich mit den Mitteln der Mathematik objektiv ermitteln. Ganz anders ist es mit der Frage, ob ein bestimmtes Modell einen gewissen realen ökonomischen Sachverhalt angemessen wiederspiegelt oder nicht. Hier gibt es in letzter Instanz nur subjektive Urteile, und in diesem Sinne wird auch der Leser ein eigenes Urteil über den Realitätsbezug der Modelle zu finden haben, die ihm im Laufe seines Studiums begegnen.

Es gibt wohl keinen Wirtschaftswissenschaftler, der die Meinung vertritt, es gäbe irgendwo auf der Welt ein Wirtschaftssystem, das genau so wie unser totales Gleichgewichtsmodell funktioniert. Aber es herrscht unter vielen Wirtschaftswissenschaftlern ein Konsens darüber, daß das Modell eines Marktes unter vollständiger Konkurrenz so etwas wie der „Idealtyp" eines Marktes ist, und daß gewisse Märkte wenigstens annähernd so funktionieren wie dieses Modell. Folgen wir diesem Standpunkt, so gibt es dennoch viele Märkte, die von diesem Idealtyp erheblich abweichen. Es gibt daher ein Bedürfnis nach Markt-Modellen, die anders als das Modell eines Marktes unter vollständiger Konkurrenz funktionieren. Was uns in diesem Kapitel interessiert ist die Beobachtung, daß solche Marktmodelle in der Regel nicht zu einem paretooptimalen Ergebnis führen. Wir beschränken uns darauf, dies am Beispiel eines Monopol-Marktes zu demonstrieren.

Dazu gehen wir aus von einem totalen Gleichgewichtsmodell mit vielen Haushalten und Unternehmungen, und mit vielen Faktor- und Gütermärkten, auf denen vollständige Konkurrenz und Mengenanpasser-Verhalten die Regel ist. Ein gewisser Markt aber, sagen wir der Markt für Zündhölzer, bildet eine Ausnahme von dieser Regel: wohl verhalten sich die vielen nachfragenden Haushalte als Mengenanpasser, aber es gibt nur eine zündholzproduzierende Unternehmung; diese ist sich ihrer Marktmacht bewußt und setzt sie für ihr Ziel der Gewinnmaximierung ein. Der Zündholzpreis ist für sie kein Datum, sondern sie kann ihn, ebenso wie die Produktionsmenge, frei wählen. Die optimale Preis-Mengen-Kombination einer solchen Unternehmung (Cournot'scher Punkt) wurde in III. H. 1 bestimmt.

Wir erinnern an die dort abgeleitete Maximierungs-Regel (Input-Regel)

$$\frac{q_i}{p} = \frac{\partial x}{\partial v_i}\left(1 + \frac{1}{\eta_{x,p}}\right)$$

Da $\eta$ im Normalfall negativ ist, bedeutet dies

$$\frac{q_i}{p} < \frac{\partial x}{\partial v_i}$$

Unsere Monopol-Unternehmung wählt Preis und Menge so, daß für jeden Faktor die Realentlohnung kleiner als die physische Grenzproduktivität ist. Dies hat die folgenden wohlfahrtstheoretischen Konsequenzen:

- Nehmen wir der Einfachheit halber an, der Faktor $v_i$ sei „Arbeit“. Im totalen Gleichgewicht bieten die Haushalte so viel davon an, daß die Substitutionsrate zwischen Zündhölzern und Freizeit gleich der Realentlohnung $q_i/p$ der Arbeit in der Zündholzproduktion ist. Unsere Monopol-Unternehmung indessen wählt den Zündholzpreis p und die Zündholzmenge x so, daß die Grenzproduktivität der Arbeit größer als ihre Realentlohnung ist. Daher ist die Grenzproduktivität der Arbeit in der Zündholzproduktion größer als die (allen Haushalten gemeinsame) Substitutionsrate von Zündhölzern gegen Freizeit; die Bedingung der Pareto-Optimalität ist verletzt (vgl. Punkt P in Abbildung 23). Würde es einem Haushalt erlaubt, länger in der Zündholzproduktion zu arbeiten und die dadurch mehr produzierten Zündhölzer selbst zu konsumieren, so käme dieser Haushalt auf ein höheres Nutzen-Niveau, ohne daß andere Haushalte beeinträchtigt würden.
- Betrachten wir einen zweiten Markt, z. B. den Reismarkt, auf dem vollständige Konkurrenz herrscht. Für die Transformationsrate von Zündhölzern gegen Reis ergibt sich (vgl. D. 2. b.):

$$\left|\frac{dx_Z}{dx_R}\right| = \frac{\partial x_Z/\partial v_i^Z}{\partial x_R/\partial v_i^R} = \frac{{}^{q_i}/_{p_Z}\left(1+\frac{1}{\eta_{x,p}}\right)}{q_i/p_R} = \frac{p_R}{p_Z\left(1+\frac{1}{\eta_{x,p}}\right)}$$

also insbesondere

$$\left|\frac{dx_Z}{dx_R}\right| > \frac{p_R}{p_Z}$$

Im totalen Gleichgewicht fragen die Haushalte so viel Zündhölzer und Reis nach, daß die Substitutionsrate von Zündhölzern gegen Reis gleich dem Verhältnis vom Reispreis zum Zündholzpreis ist. Aufgrund des Monopolverhaltens unserer zündholzproduzierenden Unternehmung ergibt sich eine gesamtwirtschaftliche Transformationsrate von Zündhölzern gegen Reis, die größer ist als jenes Preisverhältnis, und damit auch größer als die Substitutionsrate der Haushalte (vgl. Punkt P in Abbildung 21); die Bedingung für eine pareto-optimale Produktionsstruktur ist verletzt. Würde eine gewisse Menge von Produktionsfaktoren aus der Reisproduktion in die Zündholzproduktion umgelenkt, so könnten einige Haushalte ein höheres Nutzenniveau erreichen, ohne daß andere Haushalte beeinträchtigt wären.

- Immerhin bleibt die Bedingung der gesamtwirtschaftlichen Effizienz in diesem Modell gültig. Da die zündholzproduzierende Unternehmung auf den Faktormärkten als Mengenanpasser auftritt, wählt sie ihre Minimalkostenkombination nach der üblichen Regel und paßt damit die technische Substitutionsrate zwischen je zwei Faktoren an die herrschende Substitutionsrate an.

Der zündholzproduzierende Monopolist ist also in einer Welt, die sonst durch vollständige Konkurrenz gekennzeichnet ist, ein Störenfried, zumindest unter wohlfahrtstheoretischen Gesichtspunkten. Was ohne ihn richtig ist, daß nämlich die Verfolgung der individuellen Ziele durch die Wirtschaftssubjekte zu einem gesamtwirtschaftlich optimalen Ergebnis führt, wird durch seine Anwesenheit falsch. Die einseitige Machtposition, die wir ihm durch die Modellkonstellation zuweisen, hat zur Folge, daß sein Ziel der Gewinnmaximierung mit den Zielen der Haushalte in einem gewissen Konflikt steht. Maximiert er seinen Gewinn, so produziert er weniger Zündhölzer, als aus der Sicht der Haushalte erwünscht wäre.

## 2. Wohlfahrtstheoretische Konsequenzen von externen Effekten

Die Beziehungen zwischen Wirtschaftssubjekten sind vielfältiger Natur und keineswegs ausschließlich über Märkte vermittelt. Wohl steht bei den meisten mikroökonomischen Modellen der Markt (oder eine Reihe von Märkten) als Institution zur Vermittlung von Beziehungen zwischen Wirtschaftssubjekten im Zentrum des Interesses. Es gibt aber auch Modelle, bei denen die Wirtschaftssubjekte nicht nur über den Markt untereinander in Beziehung treten, sondern auch außerhalb von Märkten aufeinander einwirken. Die Einflüsse solcher außermarktlicher Beziehungen nennt man **externe Effekte.** Anhand eines einfachen Modells wollen wir hier demonstrieren, daß bei Vorliegen externer Effekte das Marktergebnis in der Regel nicht pareto-optimal ist, auch dann nicht, wenn es sich um Märkte unter vollständiger Konkurrenz handelt.

Wir legen das Modell aus Teil C. 1 zugrunde, mit zwei Märkten (für Reis und für Wein), konstantem Güterangebot, und mit zwei Nachfragern (Herr Huber und Frau Mayer). Wir modifizieren das Modell etwas und führen einen externen Effekt ein, der darin besteht, daß Frau Mayers Nutzenniveau nicht nur von den selbst konsumierten Gütermengen abhängt, sondern auch vom Weinkonsum des Herrn Huber:

$$(1)\qquad u_H = f_H(x_W^H, x_R^H), \quad u_M = f_M(x_W^M, x_R^M, x_W^H)$$

Um das Modell inhaltlich etwas aufzufüllen, stelle man sich vor, Herr Huber und Frau Mayer seien benachbart, und der Weinkonsum versetzte Herrn Huber solcherart in gute Laune, daß auch Frau Mayers Stimmung sich verbessert. Oder man stelle sich vor, daß der Weinkonsum Herrn Huber zu einem lärmend-betrunkenen Gehabe veranlaßt, welches Frau Mayer auf die Nerven geht. Im ersteren Fall läge ein **positiver** externer Effekt vor ($\partial u_M/\partial x_W^H > 0$), im letzteren Fall ein **negativer** externer Effekt ($\partial u_M/\partial x_W^H < 0$).

Die in Teil C. 1 durchgeführte Analyse des Marktgleichgewichts bleibt durch diese Modifikation unberührt. Frau Mayer hat auf die Wein-Nachfrage Herrn Hubers keinen Einfluß, sondern nur auf die von ihr selbst nachgefragten Reis- bzw. Weinmengen. Sie muß bei der Wahl ihres optimalen Konsumplanes den Weinkonsum des Herrn Huber als Datum ansehen. Bei gegebenem Einkommen und gegebenen Reis- und Weinpreisen $p_R$ bzw. $p_W$ wird sie ihre Nachfragemengen $x_R^M$ und $x_W^M$ so wählen, daß

$$(2)\qquad \frac{\partial u_M/\partial x_R^M}{\partial u_M/\partial x_W^M} = \frac{p_R}{p_W}$$

gilt, ebenso wie Herrn Hubers optimaler Konsumplan die Bedingung

$$(3)\qquad \frac{\partial u_H/\partial x_R^H}{\partial u_H/\partial x_W^H} = \frac{p_R}{p_W}$$

erfüllt.

Die wohlfahrtstheoretische Beurteilung von Güterverteilungen wird indessen durch den externen Effekt wesentlich verändert, mit dem Ergebnis, daß die gleichgewichtige Güterverteilung nicht pareto-optimal ist. Um dies einzusehen, schreiben wir zunächst die beiden Güteraufteilungs-Gleichungen hin:

$$(4)\qquad x_R^H + x_R^M = \bar{x}_R, \quad x_W^H + x_W^M = \bar{x}_W$$

Sodann bilden wir die totalen Differentiale der Gleichungen (1) und (4):

$$(5) \qquad du_H = \frac{\partial u_H}{\partial x_W^H} dx_W^H + \frac{\partial u_H}{\partial x_R^H} dx_R^H$$

$$(6) \qquad du_M = \frac{\partial u_M}{\partial x_W^M} dx_W^M + \frac{\partial u_M}{\partial x_R^M} dx_R^M + \frac{\partial u_M}{\partial x_W^H} dx_W^H$$

$$(7) \qquad dx_R^H + dx_R^M = 0, \quad dx_W^H + dx_W^M = 0$$

Die Gleichungen (5) und (6) formen wir etwas um:

$$(5') \qquad du_H = \frac{\partial u_H}{\partial x_W^H} \left[ dx_W^H + \frac{\partial u_H/\partial x_R^H}{\partial u_H/\partial x_W^H} dx_R^H \right]$$

$$(6') \qquad du_M = \frac{\partial u_M}{\partial x_W^M} \left[ dx_W^M + \frac{\partial u_M/\partial x_R^M}{\partial u_M/\partial x_W^M} dx_R^M \right] + \frac{\partial u_M}{\partial x_W^H} dx_W^H$$

Im totalen Gleichgewicht läßt sich das wegen (2) auch wie folgt schreiben:

$$(5'') \qquad du_H = \frac{\partial u_H}{\partial x_W^H} \left[ dx_W^H + \frac{p_R}{p_W} dx_R^H \right]$$

$$(6'') \qquad du_M = \frac{\partial u_M}{\partial x_W^M} \left[ dx_W^M + \frac{p_R}{p_W} dx_R^M \right] + \frac{\partial u_M}{\partial x_W^H} dx_W^H$$

Nach diesen Vorbereitungen betrachten wir eine infinitesimale Umverteilung der Güter, welche Herrn Huber auf der selben Indifferenzkurve beläßt: $du_H = 0$. Dann muß der Klammerausdruck auf der rechten Seite von (5″) gleich 0 sein. Unter Beachtung der Gleichungen (7) sehen wir, daß der Klammerausdruck auf der rechten Seite von (6″) bis auf ein negatives Vorzeichen gleich dem Klammerausdruck in (5″), also auch gleich 0 ist. Wir erhalten damit:

$$(8) \qquad du_M = \frac{\partial u_M}{\partial x_W^H} dx_W^H$$

Die Gleichung (8) läßt sich leicht interpretieren. Nehmen wir zuerst den Fall eines positiven externen Effekts: $\partial u_M/\partial x_W^H > 0$. Führt die Umverteilung zu einem vermehrten Weinkonsum durch Herrn Huber ($dx_W^H > 0$), so erhöht sich Frau Mayers Nutzenniveau; die gleichgewichtige Güterverteilung war also nicht pareto-optimal. Nehmen wir jetzt den Fall eines negativen externen Effekts: Führt die Umverteilung zu einem verminderten Weinkonsum durch Herrn Huber ($dx_W^H < 0$), so erhöht sich Frau Mayers Nutzenniveau abermals, die gleichgewichtige Güterverteilung war nicht pareto-optimal.

Bei diesem Beispiel handelt es sich um einen externen Effekt im Konsumbereich. In ähnlicher Weise lassen sich externe Effekte im Produktionsbereich analysieren. Darunter hat man sich eine Konstellation vorzustellen, bei der die Produktionstätigkeit einer Unternehmung das Produktionsergebnis einer anderen Unternehmung in einer Weise fördert oder beeinträchtigt, die nicht durch Märkte vermittelt ist. Man denke etwa an den Imker, dessen fleißige Bienen dem Ertrag des benachbarten Obstgärtners zugute kommen, oder an die chemische Fabrik, deren Ausdünstungen die Erträge des benachbarten Hotelbetriebs schmälern. Das Ergebnis der Analyse ist in der Regel, daß die gleichgewichtige Allokation der Faktoren zu einem gesamtwirtschaftlich ineffizienten Produktionsergebnis führt. Schließlich lassen sich auch externe Effekte analysieren, die zwischen der Produktionsseite und der Konsumseite unserer Modelle wirken. Man denke etwa an die Bauunternehmung, die nicht nur ein Haus sondern auch Lärm produziert, und dadurch benachbarte Haushalte in ihrem Wohlbefinden beeinträchtigt.

## 3. Institutionelle Möglichkeiten der Korrektur externer Effekte

Wenn wegen des Auftretens externer Effekte die Resultate des Marktmechanismus korrigiert werden sollen, bieten sich verschiedene institutionelle Möglichkeiten an. Wir wollen diese Möglichkeiten an einem Beispiel aufzeigen. Drei (gleichgroße) Betriebe produzieren das gleiche Gut mit unterschiedlicher Technologie und emittieren bei der Produktion Schadstoffe in unterschiedlichen Mengen.

Wie bereits in Kapitel I gezeigt wurde, muß der Staat zur Korrektur der externen Effekte in den Marktmechanismus eingreifen. Der Staat könnte (1) **Verordnungen** erlassen und etwa festlegen, daß von einem bestimmten Zeitpunkt an jeder Betrieb nur noch 50% der bisherigen Schadstoffe emittieren darf. (2) Eine zweite Möglichkeit arbeitet mit ökonomischen **Anreizen und nutzt den Markt.** Im politischen Entscheidungsprozeß wird eine **Gebühr** (Steuer) festgesetzt, welche die **Bewertung** der Gemeinschaft bezüglich dieses Schadstoffes widerspiegelt. Gemäß dem Verursacherprinzip werden damit die **umweltschädigenden Prozesse verteuert.** Es liegt jetzt im Eigeninteresse jedes Betriebes, sich mit diesem Problem aktiv **auseinanderzusetzen.** Ein Betrieb wird seine Schadstoffemission reduzieren, solange die Grenzkosten der Reduktion niedriger sind als die festgelegte Gebühr. Jeder Betrieb geht also bis zu dem Punkt, an dem die Grenzkosten der Emissionsbeseitigung gleich der Gebühr sind.

Nehmen wir an, die Grenzkosten der Verminderung von Schadstoffemissionen für die drei Betriebe verlaufen wie in Abb.28 dargestellt. Betrieb (a) wird nun seine Schadstoffreduktion sogar noch weiter treiben, als die Verordnung (1) verlangen würde. Zum Ausgleich wird (b) etwas weniger, (c) sogar erheblich weniger tun. Die Summe der zu zahlenden Gebühren wird durch die schraffierten Flächen gekennzeichnet. Wie die kassierten Gebühren von der Gemeinschaft verwendet werden, ist wiederum eine politische Frage. Wird die so erreichte Veränderung der Umweltbelastung als nicht ausreichend empfunden, wäre die Gebühr heraufzusetzen (bei der 1. Methode müßte die Verordnung entsprechend verschärft werden).

Die zweite Methode hat gegenüber Verordnungen den Vorzug, daß die Reduktion einer bestimmten Schadstoffmenge zu gesamtwirtschaftlich niedrigeren Kosten erfolgt: wird eine Gebühr erhoben, dann reduzieren die Betriebe mit den niedrigsten Grenzkosten (also Betrieb a) am meisten. Zudem bietet die zweite Möglichkeit einen Anreiz, nach neuen technischen Prozessen zu forschen, um die Kosten der Schadstoffreduktion zu senken und dadurch einen Teil der Gebühren einzusparen.

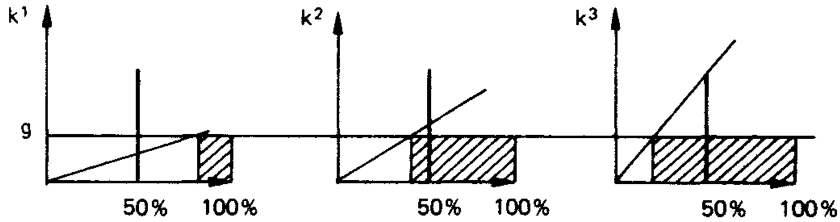



***Abb. 28:** Grenzkosten der Verringerung von Emissionen*

# Mathematischer Anhang

## A. Mengen und Relationen

Für die Zwecke dieses Buches genügt die „naive“ Erklärung des Mengenbegriffs von G. Cantor (1845–1918).

### Erklärung

Eine **Menge** ist eine Zusammenfassung von wohlbestimmten und wohlunterschiedenen Objekten des Denkens oder der Anschauung zu einem Ganzen.

Wir haben es hier nur mit solchen Mengen zu tun, die eine Zusammenfassung von Objekten des Denkens (nicht der Anschauung) sind, insbesondere mit Mengen von Zahlen und Mengen von Vektoren.

Was eine **Relation** (genauer: eine zweistellige Relation auf einer Menge) ist, läßt sich auf zwei Arten definieren: intensional und extensional.

### Intensionale Definition:

Eine Relation auf der Menge M ist eine Aussageform, in der zwei Variable vorkommen, deren Variationsbereich die Menge M ist.

### Extensionale Definition:

Eine Relation auf der Menge M ist eine Menge geordneter Paare von Elementen der Menge M.

Wir machen den Zusammenhang zwischen diesen beiden Definitionen an einem Beispiel klar. Es sei M die Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis 5: $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Die Relation „größer als“ mit Bezug auf diese Menge können wir auf zwei Arten definieren:

- intensional durch die Aussageform
  „Die Zahl x ist größer als die Zahl y“
- extensional durch die Menge
  $R = \{(2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (3,2), (4,2), (5,2), (4,3), (5,3), (5,4)\}$

Offenbar laufen beide Definitionen auf dasselbe hinaus. Wenn wir sagen „5 steht zu 3 in der Relation R“ (abgekürzt: 5R3), so meinen wir damit entweder

- daß die Aussage „Die Zahl 5 ist größer als die Zahl 3“ eine *wahre* Aussage ist oder
- daß das geordnete Paar (5,3) Element der Menge R ist.

Eine Relation R auf der Menge M kann gewisse Eigenschaften haben oder nicht haben. Uns interessieren zwei solcher Eigenschaften: Vollständigkeit und Transitivität.

### Definition

Eine Relation R auf einer Menge M heißt **vollständig,** wenn für je zwei Elemente x und y von M entweder xRy oder yRx (oder beides) gilt.

**Beispiele.** Es sei M die Menge aller natürlichen Zahlen $\{1, 2, 3, \ldots\}$

(i) Die Relation „x ist größer als oder gleich y" ist vollständig.
(ii) Die Relation „x ist größer als y" ist nicht vollständig.

Beweis: Man setze $x = 3$ und $y = 3$. Es gilt weder „3 ist größer als 3" noch „3 ist größer als 3".

Dieses Beispiel macht deutlich, daß eine vollständige Relation insbesondere die Eigenschaft haben muß, daß jedes Element von M zu sich selbst in der Relation R steht. Aber:

(iii) Die Relation „x ist durch y teilbar" ist nicht vollständig, obwohl jede Zahl durch sich selbst teilbar ist.

Beweis: Man setze $x = 2$ und $y = 3$. Es gilt weder „2 ist durch 3 teilbar" noch „3 ist durch 2 teilbar".

### Definition

Eine Relation R auf einer Menge M heißt **transitiv,** wenn für je drei Elemente x, y, z von M gilt:

wenn xRy und yRz, dann auch xRz.

**Beispiele.** Es sei wieder M die Menge der natürlichen Zahlen. Die oben angegebenen Beispiele (i) bis (iii) sind Beispiele für transitive Relationen.

(iv) Die Relation „x ist ungleich y" ist nicht transitiv.

Beweis: Man setze $x = 2$, $y = 3$, $z = 2$. Es gilt zwar „2 ist ungleich 3" und „3 ist ungleich 2", aber es gilt nicht „2 ist ungleich 2".

## B. Reelle Zahlen und Vektoren

Eine besonders wichtige Menge ist die Menge aller reellen Zahlen, welche man sich durch die unendlich fein unterteilte und in beiden Richtungen unendlich lange Zahlengerade veranschaulichen kann. Die Regeln für das Rechnen mit reellen Zahlen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzbildung) setzen wir als bekannt voraus. Es wird übrigens in diesem Buch weniger mit konkreten Zahlen gerechnet als mit abstrakten Zahlen, d.h. mit Buchstaben, die stellvertretend für Zahlen stehen.

In manchen Zusammenhängen ist es nützlich, mit mehreren Zahlen simultan rechnen zu können. Diesem Zweck dienen die Vektoren. Ein Vektor ist eine endliche Gruppe von reellen Zahlen, die durch Kommata voneinander abgetrennt und durch runde Klammern zusammengefaßt sind. Die Anzahl der Zahlen in einem Vektor heißt **Dimension** des Vektors, die einzelnen Zahlen in einem Vektor heißen **Komponenten.** Auch hier werden wir weniger mit konkreten Vektoren arbeiten als mit abstrakten Vektoren, die sich aus abstrakten Zahlen zusammensetzen.

Ähnlich, wie man sich die Menge aller reellen Zahlen durch die Zahlengerade veranschaulichen kann, kann man sich die Menge aller zweidimensionalen Vektoren mittels eines zweidimensionalen Koordinatensystems veranschaulichen. Jeder Vektor entspricht dem Punkt in der Ebene, dessen Koordinaten durch die Komponenten des Vektors angegeben werden. Dreidimensionale Vektoren lassen sich mit einem dreidimensionalen Koordinatensystem veranschaulichen, bei höherdimensionalen Vektoren versagt unser Anschauungsvermögen.

Wir benötigen hier nur die einfachsten Rechenoperationen für Vektoren, nämlich Addition (bzw. Subtraktion) und skalare Multiplikation. Beide Operationen sind nur für Vektoren gleicher Dimension erklärt.

### Definition

Es seien $x^1 = (x_1^1, x_2^1, \ldots, x_n^1)$ und $x^2 = (x_1^2, x_2^2, \ldots, x_n^2)$ n-dimensionale Vektoren. Dann ist $x^1 + x^2 = (x_1^1 + x_1^2, x_2^1 + x_2^2, \ldots, x_n^1 + x_n^2)$ und $x^1 - x^2 = (x_1^1 - x_1^2, x_2^1 - x_2^2, \ldots, x_n^1 - x_n^2)$.

Addition und Subtraktion von Vektoren sind also einfach komponentenweise definiert. Beispiel:

$$(3, 5, -2) + (4, 1, 7) = (7, 6, 5), \quad (3, 5, -2) - (4, 1, 7) = (-1, 4, -9)$$

### Definition

Es seien $x^1 = (x_1^1, x_2^1, \ldots, x_n^1)$ und $x^2 = (x_1^2, x_2^2, \ldots, x_n^2)$ n-dimensionale Vektoren. Dann ist

$$x^1 \cdot x^2 = x_1^1 x_1^2 + x_2^1 x_2^2 + \cdots + x_n^1 x_n^2$$

Während also die Summe zweier Vektoren wieder ein Vektor gleicher Dimension ist, ist das (skalare) Produkt zweier Vektoren eine Zahl. Die beiden Vektoren werden zunächst komponentenweise multipliziert, und dann werden die berechneten Produkte aufaddiert.

Beispiel: $(3, 5, -2) \cdot (4, 1, 7) = 12 + 5 - 14 = 3$.

## C. Reellwertige Funktionen

Eine Funktion stellt eine Beziehung her zwischen zwei Mengen, die man **Definitionsbereich** und **Wertebereich** nennt. Was eine Funktion ist, läßt sich (genau wie bei Relationen) intensional und extensional definieren. Wir beschränken uns der Einfachheit halber auf die intensionale Definition.

### Definition

Eine Funktion mit Definitionsbereich A und Wertebereich B ist eine Vorschrift, welche jedem Element von A ein Element von B zuordnet.

Bezeichnen wir die Vorschrift selbst mit f und führen wir den Buchstaben x als Variable für den Definitionsbereich A, den Buchstaben y als Variable für den Wertebereich B ein („unabhängige" bzw. „abhängige" Variable), so können wir die Tatsache, daß f jedem x ein y zuordnet, durch die Gleichung $y = f(x)$ symbolisieren.

Funktionen, deren Wertebereich die Menge aller reellen Zahlen ist, heißen **reellwertige Funktionen.** In diesem Buch werden nur reeellwertige Funktionen verwendet. Ist der Definitionsbereich die Menge aller reellen Zahlen (oder eine Teilmenge davon), so sprechen wir von einer **Funktion in einer Variablen.** Ist der Definitionsbereich die Menge aller n-dimensionalen Vektoren (oder eine Teilmenge davon), so sprechen wir von einer **Funktion in n Variablen.** Andere Definitionsbereiche kommen in diesem Buch nicht vor.

# 1. Funktionen in einer Variablen

## a) Begriff der Ableitung

Es sei f eine Funktion in einer Variablen. Sie ordnet jeder reellen Zahl x des Definitionsbereichs eine reelle Zahl $y = f(x)$ zu. Für jedes x läßt sich der zweidimensionale Vektor $(x, f(x))$ als Punkt in ein zweidimensionales Koordinatensystem einzeichnen. Die Gesamtheit aller dieser Punkte heißt **Graph** der Funktion. Die folgenden „Definitionen" sind zwar nicht ganz präzis, aber für unsere Zwecke ausreichend: Eine Funktion heißt **stetig,** wenn ihr Graph eine Linie bildet, die man ohne abzusetzen zeichnen kann, und sie heißt **differenzierbar,** wenn diese Linie keine Ecken hat.

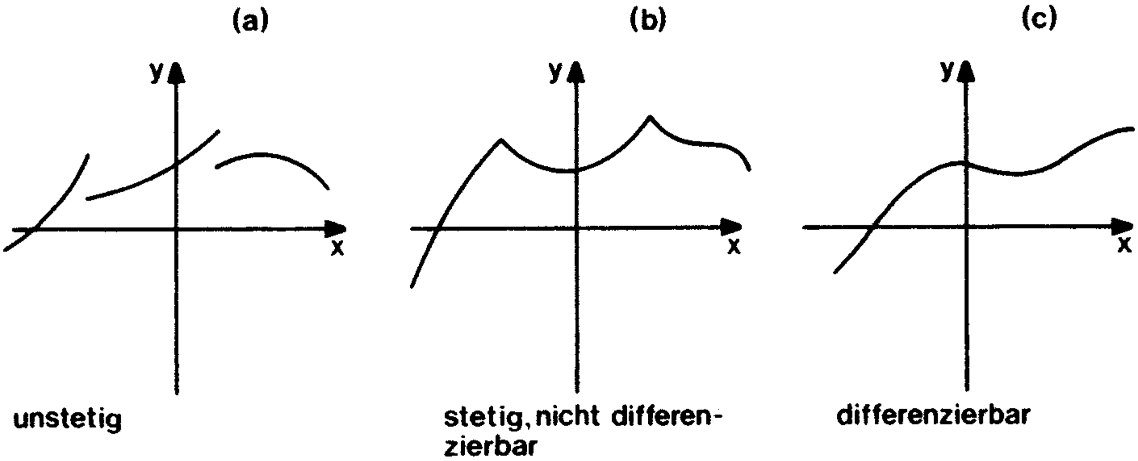



***Abb. 1***

Eine differenzierbare Funktion zeichnet sich dadurch aus, daß man in jedem Punkt ihres Graphen eine eindeutig bestimmte Tangente einzeichnen kann. Es sei $x_0$ eine bestimmte Zahl im Definitionsbereich von f. Den Tangens des Winkels $\alpha$ der Tangenten im Punkt $(x_0, f(x_0))$ mit der x-Achse nennt man die **Steigung** von f an der Stelle $x_0$.

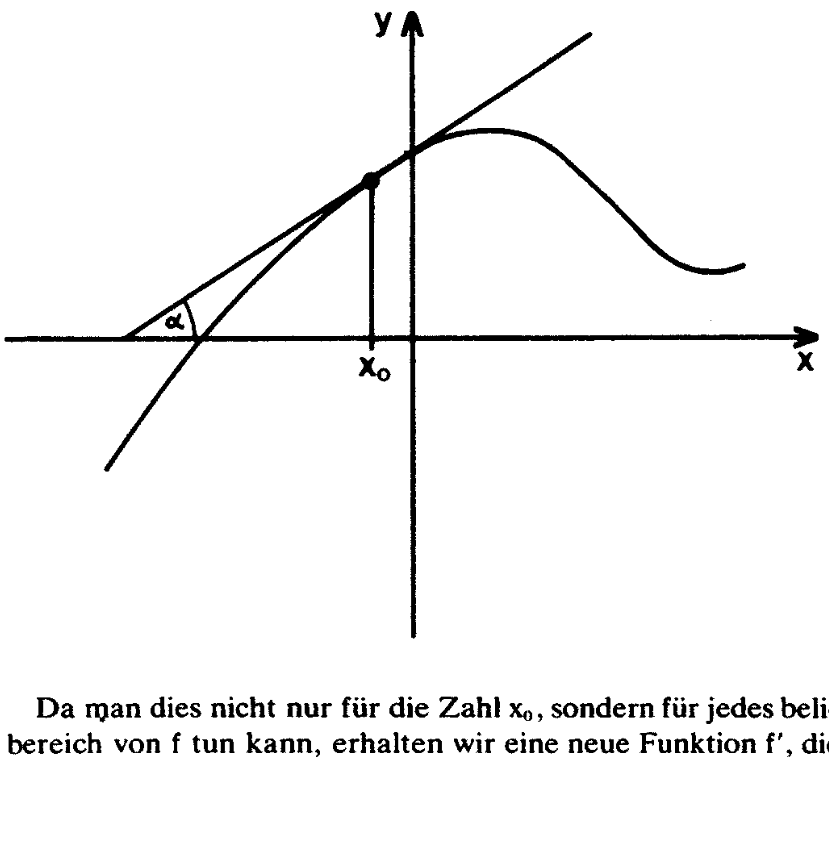



***Abb. 2***

Da man dies nicht nur für die Zahl $x_0$, sondern für jedes beliebige x im Definitionsbereich von f tun kann, erhalten wir eine neue Funktion f', die jedem x die Steigung von f an der Stelle x zuordnet. Diese Funktion f' heißt die **Ableitung** von f. Den Übergang von f zu f' nennt man **Differentiation.**

### b) Differentiationsregeln

Eine Funktion läßt sich rechnerisch differenzieren, sofern sie in Form einer konkreten Berechnungsvorschrift angegeben ist. Man benötigt dazu nur einige wenige Differentiationsregeln.

(i) Ist f konstant, so ist f' identisch gleich 0.

$$f(x) = a \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 0$$

(ii) Ist f eine Potenzfunktion, so berechnet sich f' wie folgt:

$$f(x) = x^a \quad \Rightarrow \quad f'(x) = a \cdot x^{a-1}$$

Diese Regel gilt für ganze und gebrochene, positive und negative Zahlen a. Beispiele:

$$f(x) = x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 1$$

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -1 \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

(iii) Ist f die Summe aus zwei anderen Funktionen u und v, so ist f' die Summe aus u' und v'

$$f(x) = u(x) + v(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x) + v'(x)$$

(iv) Ist f das Produkt aus zwei anderen Funktionen u und v, so berechnet sich f' nach der **Produktregel:**

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Aus den Regeln (i) und (iv) ergibt sich insbesondere, daß ein konstanter Faktor bei der Differentiation unverändert stehen bleibt:

$$f(x) = a \cdot v(x) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 0 \cdot v(x) + a \cdot v'(x) = a \cdot v'(x)$$

(v) Ist f der Quotient aus zwei anderen Funktionen u und v, so berechnet sich f' nach der **Quotientenregel:**

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$$

Insbesondere: ist $f(x) = \frac{1}{v(x)}$, so ist $f'(x) = -\frac{v'(x)}{(v(x))^2}$

(vi) Besteht die Funktion f aus der Vorschrift, zwei andere Funktionen u und v nacheinander anzuwenden, so berechnet sich f' nach der **Kettenregel:**

$$f(x) = u(v(x)) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$$

Man muß in diesem Fall also die Ableitung der äußeren Funktion mit der Ableitung der inneren Funktion multiplizieren.

Beispiel: $f(x) = (4 + x^3)^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 2 \cdot (4 + x^3) \cdot 3 \cdot x^2$

### c) Differentiale

In gewissen Zusammenhängen interessiert man sich dafür, um wieviel sich y ändert, wenn x sich um einen kleinen Betrag ändert. Dies kann man näherungsweise berechnen, indem man nicht die Funktion selbst, sondern die Tangente heranzieht. Die Gleichung der Tangente an f im Punkt $(x_0, f(x_0))$ nimmt eine besonders einfache Gestalt an, wenn wir ein neues Koordinatensystem mit neuen Variablen „dx" und „dy" einführen, dessen Ursprung mit dem Punkt $(x_0, f(x_0))$ zusammenfällt. Sie lautet:

$$dy = f'(x_0) \cdot dx$$

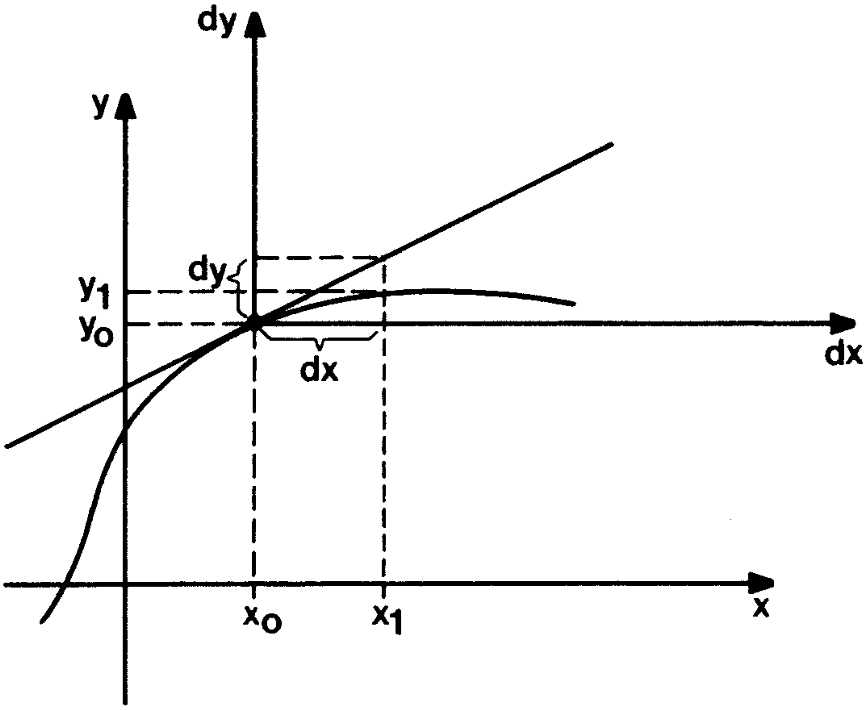



*Abb. 3*

Die neuen Variablen dx und dy nennt man **Differentiale.** Es gilt folgende näherungsweise Gleichheit:

$$y_1 - y_0 = f(x_1) - f(x_0) \approx f'(x_0) \cdot dx = dy$$

Das Differential dy gibt also näherungsweise an, um wieviel sich y verändert, wenn x sich um dx verändert, und die Näherung ist um so genauer, je kleiner dx ist. Wenn wir sagen „dy gibt die Änderung von y bei einer infinitesimalen Änderung dx von x an", so handelt es sich dabei um eine metaphorische Umschreibung dieses Sachverhalts.

### d) Elastizitäten

Die Ableitung einer Funktion ist ein Maß dafür, wie „sensibel" die abhängige Variable y auf eine Änderung der unabhängigen Variablen x reagiert. In der Volkswirtschaftslehre wird daneben auch oft das Elastizitätsmaß verwendet, welches die Änderungen von x bzw. y auf die absoluten Werte von x bzw. y bezieht. Wir geben drei äquivalente Formulierungen für die Elastizität $\eta$ der Funktion f an der Stelle x an:

(i) $\eta = f'(x) \cdot \dfrac{x}{f(x)}$

(ii) $\eta = \dfrac{dy}{y} \Big/ \dfrac{dx}{x}$

(iii) $\eta = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y}$

Gleichung (i) ist die präziseste, man zieht sie am besten dann heran, wenn es um die konkrete Berechnung einer Elastizität geht. Gleichung (ii) macht sehr deutlich, was das Elastizitätsmaß bedeutet: es gibt das Verhältnis der relativen Änderung von y zur relativen Änderung von x an. Etwas ~~salopp formuliert: Die Elastizität η~~ gibt an, um wieviel % sich y ändert, wenn x sich um 1 % ändert.

Gleichung (iii) benutzen wir, um eine sehr einfache Methode zur graphischen Ermittlung der Elastizität herzuleiten.

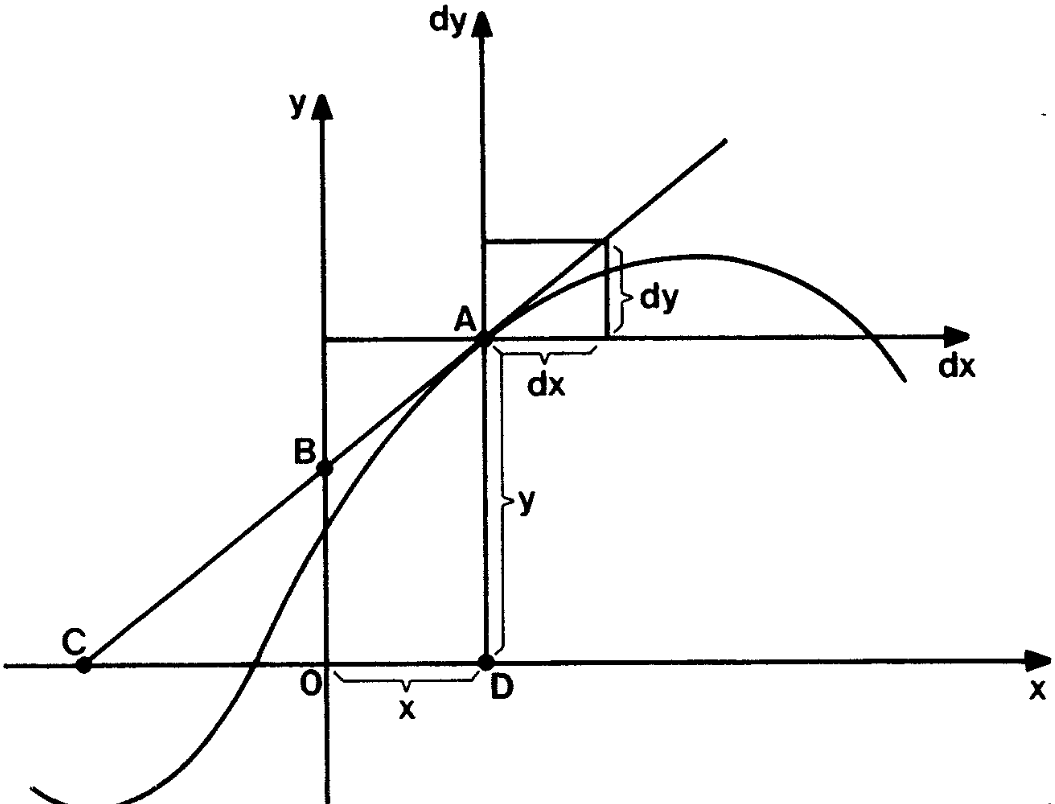



*Abb. 4*

Nach bekannten Sätzen der Geometrie ist $\frac{dy}{dx} = \frac{AD}{CD}$ und $\frac{0D}{CD} = \frac{AB}{AC}$. Damit ergibt sich:

$$\eta = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} = \frac{AD}{CD} \cdot \frac{0D}{AD} = \frac{0D}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

**Regel:** Die Elastizität einer Funktion im Punkt A ist gleich dem Verhältnis

$$\frac{\text{Entfernung von A zum Schnittpunkt der Tangente mit der y-Achse}}{\text{Entfernung von A zum Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse}}$$

Sieht man vom Vorzeichen ab, so gilt diese Regel auch im Fall einer negativ geneigten Tangente (Abbildung 5).

Vorsicht ist bei der Anwendung dieser Regel auf Nachfrage- und Angebotsfunktionen geboten, weil in der Regel die unabhängige Variable (der Preis) auf der vertikalen Achse, die abhängige Variable (die nachgefragte Menge) auf der horizontalen Achse eingetragen wird.

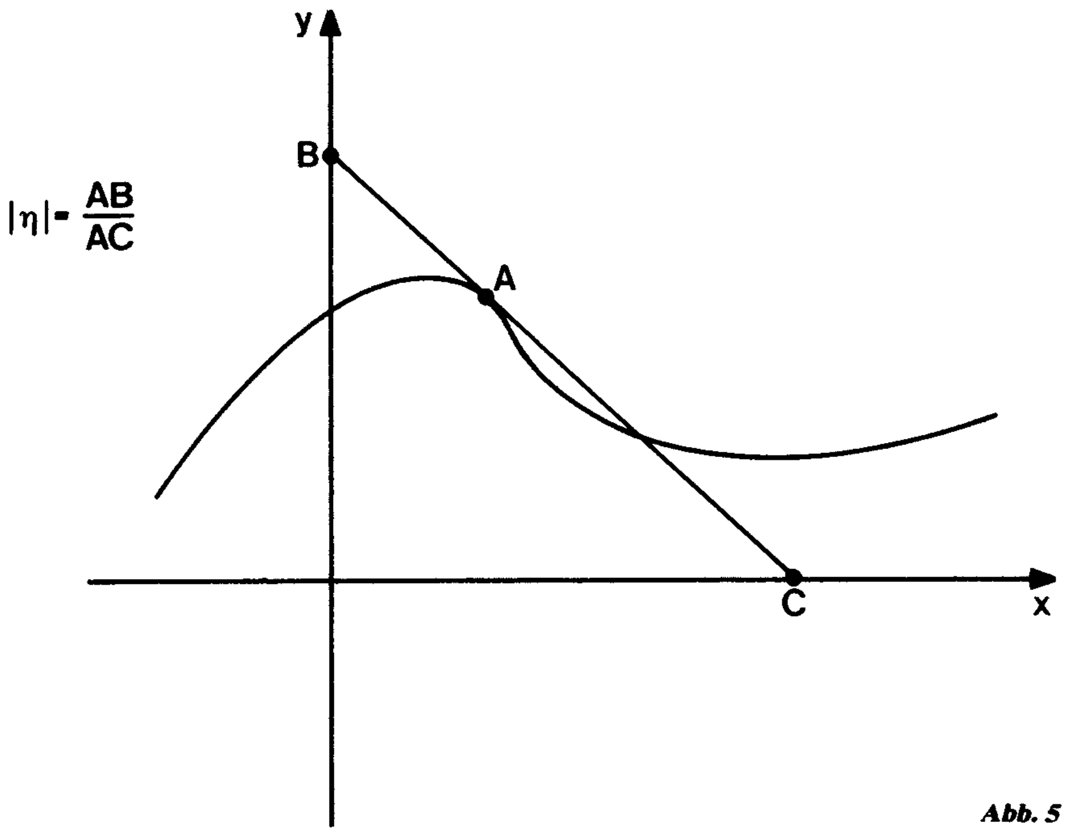



*Abb. 5*

## 2. Funktionen in mehreren Variablen

### a) Partielle Ableitung

Es sei f eine Funktion in n Variablen. Sie ordnet jedem Vektor $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ aus dem Definitionsbereich eine reelle Zahl $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ zu. Im Fall $n = 2$ ist eine geometrische Veranschaulichung möglich: für jeden Vektor $(x_1, x_2)$ läßt sich der dreidimensionale Vektor $(x_1, x_2, f(x_1, x_2))$ als Punkt in einem dreidimensionalen Koordinatensystem einzeichnen. Die Gesamtheit aller dieser Punkte heißt der **Graph** der Funktion. Die Funktion heißt **stetig,** wenn ihr Graph eine (im allgemeinen gekrümmte) Fläche ohne „Risse" ist, und sie heißt **differenzierbar,** wenn diese Fläche keine Ecken und Kanten aufweist. Diese Definitionen lassen sich mathematisch präzisieren und auf mehr als zwei Variable ausdehnen, was wir aber hier nicht tun wollen.

Wählt man eine der Variablen $x_i$ aus und betrachtet alle anderen Variablen als Konstante, so erhält man eine Funktion in der einen Variablen $x_i$. Diese Funktion kann man wie in Abschnitt 1. beschrieben differenzieren. Man erhält so die **partielle Ableitung von f nach $x_i$.** Die genaue Gestalt dieser Funktion hängt natürlich davon ab, bei *welchen* Werten man die übrigen Variablen konstant gehalten hat, und insofern ist die partielle Ableitung nicht nur eine Funktion von $x_i$, sondern von allen Variablen $x_1, \ldots, x_n$. Für die partielle Ableitung von f nach $x_i$ hat sich die symbolische Schreibweise

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1, \ldots, x_n) \quad \text{oder kurz} \quad \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad \text{eingebürgert.}$$

Beispiel:

$$f(x_1,x_2) = 3x_1^2 - 4x_1 x_2 + \frac{x_1}{x_2} + 5x_2^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 6x_1 - 4x_2 + \frac{1}{x_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = -4x_1 - \frac{x_1}{x_2^2} + 10x_2$$

### b) Totales Differential

Die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ gibt an, um wieviel sich y ändert, wenn $x_i$ sich um den infinitesimalen Betrag $dx_i$ ändert und alle anderen Variablen konstant bleiben. Oft interessiert man sich aber dafür, um wieviel sich y ändert, wenn alle unabhängigen Variablen sich zugleich um gewisse infinitesimale Beträge ändern. Die Änderung einer jeden Variablen leistet einen gewissen „Beitrag" zur Änderung von y. Man kann nun jeden dieser Beiträge wie in Abschnitt 1c) berechnen. Addiert man diese Beiträge alle zusammen, so erhält man die insgesamt resultierende Änderung von y oder das **totale Differential.**

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot dx_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot dx_n$$

Im Fall n = 2 ist dies die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen der Funktion, dargestellt in einem neuen Koordinatensystem, dessen Ursprung der Tangentialpunkt ist und dessen Achsen durch die neuen Variablen $dx_1$, $dx_2$, dy bezeichnet sind. Im Fall von mehr als zwei unabhängigen Variablen handelt es sich um die Gleichung der Tangential-„Hyperebene", die man sich aber leider nicht mehr vorstellen kann.

### c) Homogenität

In der Volkswirtschaftslehre wird als Definitionsbereich für Funktionen in n Variablen zumeist die Menge aller n-dimensionalen Vektoren mit *nichtnegativen* Komponenten verwendet, weil in vielen Zusammenhängen nur nichtnegative Zahlen ökonomisch interpretierbar sind. Für Funktionen mit diesem Definitionsbereich spielt die Eigenschaft der „Homogenität" eine Rolle.

#### Definition

Eine Funktion f in n Variablen heißt **homogen vom Grad h** ($h > 0$), wenn für alle Vektoren $(x_1, \ldots, x_n)$ des Definitionsbereichs und für jede Zahl $a \geq 0$ gilt:

$$f(ax_1, ax_2, \ldots, ax_n) = a^h \cdot f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

In Worten: ändern sich gleichzeitig alle unabhängigen Variablen um den Faktor a, so ändert sich der Funktionswert um den Faktor $a^h$. Ist $h > 1$, so ändert sich der Funktionswert überproportional, ist $h < 1$, so ändert er sich unterproportional. Besonders wichtig ist der Fall h = 1: Funktionen, die homogen vom Grad 1 sind, nennt man **linear-homogen.** Für sie gilt: werden gleichzeitig alle unabhängigen Variablen verdoppelt, verdreifacht etc., so wird auch der Funktionswert verdoppelt, verdreifacht etc. Für solche Funktionen gilt folgender Satz, der in der Produktionstheorie eine Rolle spielt:

### Eulersches Theorem

Ist f eine linear-homogene Funktion, so gilt für alle Vektoren $(x_1, \ldots, x_n)$ des Definitionsbereichs

$$y = f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot x_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot x_n$$

Für eine linear-homogene Funktion läßt sich also der Funktionswert berechnen, indem man jede der unabhängigen Variablen mit der dazugehörigen partiellen Ableitung multipliziert und alle diese Produkte aufaddiert. Was bei beliebigen differenzierbaren Funktionen für infinitesimale Änderungen der Variablen gilt (totales Differential), ist bei linear-homogenen Funktionen sogar für die Variablenwerte selbst richtig.

## D. Extremalstellen reellwertiger Funktionen

### 1. Invarianz gegenüber streng monotonen Funktionen

Man kann mit reellen Zahlen nicht nur die bekannten Rechenoperationen ausführen, sondern man kann sie auch der Größe nach vergleichen. Ist daher eine reellwertige Funktion f gegeben (mit beliebigem Definitionsbereich A), so kann man die verschiedenen Funktionswerte der Größe nach vergleichen, und man kann fragen, ob die Funktion an irgendeiner Stelle des Definitionsbereichs einen größten Wert annimmt.

#### Definition

Ein Element $x^0$ des Definitionsbereichs A von f heißt **Maximalstelle** von f, wenn für alle x aus A gilt $f(x^0) \geq f(x)$.

Es sei g eine zweite reellwertige Funktion mit demselben Definitionsbereich A, die zu f in der folgenden Beziehung steht: Wenn für irgendwelche Elemente $x^1$ und $x^2$ von A $f(x^1) = f(x^2)$ gilt, dann gilt auch $g(x^1) = g(x^2)$; und wenn für irgendwelche Elemente $x^1$ und $x^2$ von A $f(x^1) > f(x^2)$ gilt, dann gilt auch $g(x^1) > g(x^2)$.

Ein Blick auf die obige Definition einer Maximalstelle zeigt, daß unter diesen Umständen f und g die *gleichen* Maximalstellen haben müssen.

#### Definition

Eine Funktion h, deren Definitionsbereich und Wertebereich die Menge aller reellen Zahlen ist, heißt **streng monotone Transformation,** wenn aus $x^1 > x^2$ stets $h(x^1) > h(x^2)$ folgt.

Wenn es eine streng monotone Transformation h gibt, so daß für jedes x aus A gilt: $g(x) = h(f(x))$, so sagen wir, f werde durch eine streng monotone Transformation in g überführt. Wenn das der Fall ist, so ist die obengenannte Beziehung zwischen den Funktionen f und g in der Tat gegeben: ist nämlich $f(x^1) = f(x^2)$, so folgt daraus $g(x^1) = h(f(x^1)) = h(f(x^2)) = g(x^2)$; und ist $f(x^1) > f(x^2)$, so folgt daraus $g(x^1) = h(f(x^1)) > h(f(x^2)) = g(x^2)$. Damit erhalten wir folgenden einfachen Satz:

#### Satz

Sind f und g reellwertige Funktionen mit gleichem Definitionsbereich, so daß f durch eine streng monotone Transformation in g überführt wird, so haben f und g die gleichen Maximalstellen.

Ersetzt man in der Definition des Begriffs Maximalstelle die Bedingung $f(x^0) \geq f(x)$ durch die Bedingung $f(x^0) \leq f(x)$, so erhält man die Definition einer **Minimalstelle.** Ein Element $x_0$ des Definitionsbereichs A von f heißt **Extremalstelle,** wenn es entweder Maximalstelle oder Minimalstelle ist. Der obige Satz gilt natürlich auch für Minimalstellen. Überhaupt läßt sich alles, was wir über Maximalstellen sagen, sinngemäß auf Minimalstellen übertragen. Wir beschränken uns daher im folgenden auf die Betrachtung von Maximalstellen.

## 2. Extremalstellen von Funktionen in einer Variablen

Es sei f eine differenzierbare Funktion in einer Variablen. Nehmen wir an, wir wissen bereits, daß f eine Maximalstelle $x_0$ hat, wir kennen nur ihren genauen Zahlenwert nicht. Wir suchen daher nach Eigenschaften von $x_0$, welche uns bei der Fahndung nach dem genauen Wert von $x_0$ behilflich sein können.

Der Definitionsbereich A von f ist eine Menge reeller Zahlen. Wenn A nicht die Menge *aller* reellen Zahlen ist, so könnte es sein, daß $x_0$ auf dem Rand von A liegt. Ist dies der Fall, so sprechen wir von einem **Rand-Maximum** (Abbildung 6a).

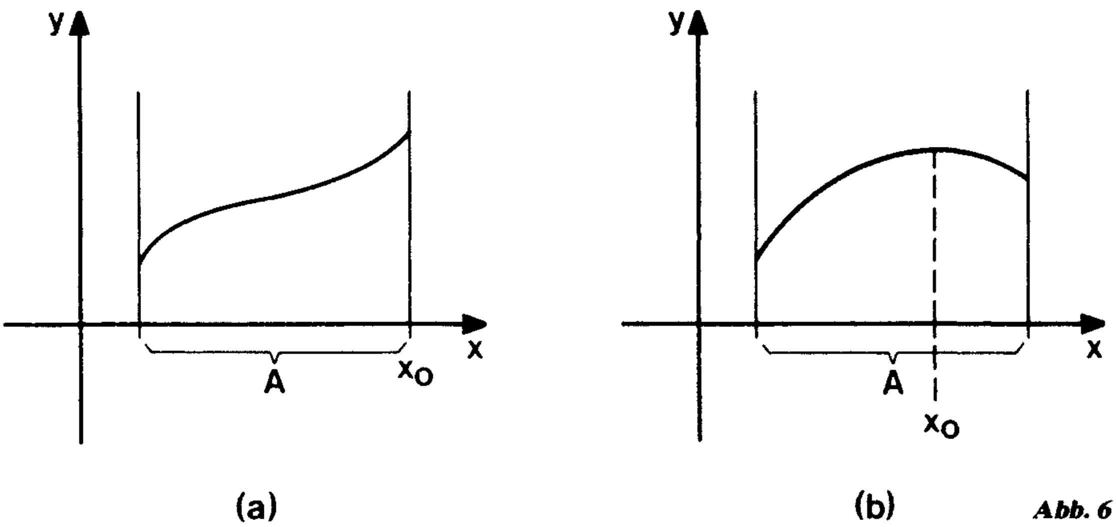



*Abb. 6*

Liegt $x_0$ aber im Innern von A (das ist insbesondere dann der Fall, wenn A die Menge aller reellen Zahlen ist), so muß offenbar die Tangente im Punkt $(x_0, f(x_0))$ parallel zur x-Achse verlaufen, d.h. die Ableitung von f muß an der Stelle $x_0$ den Wert 0 haben: $f'(x_0) = 0$. In diesem Fall sprechen wir von einem **inneren Maximum** (Abbildung 6b).

Zur Bestimmung von $x_0$ geht man also wie folgt vor: Hat der Definitionsbereich Randpunkte, so prüft man sie zunächst auf ihre Maximalstellen-Eigenschaft. Scheiden die Randpunkte als Maximalstellen aus, so löst man die Gleichung $f'(x_0) = 0$ nach $x_0$ auf. Sehr oft ist dadurch $x_0$ schon eindeutig bestimmt, fast immer aber gibt es nicht mehr als endlich viele Lösungen dieser Gleichung.

Vor einem anderen Problem stehen wir, wenn wir einen Zahlenwert $x_0$ kennen, von dem wir vermuten, daß er eine Maximalstelle von f ist, und wenn wir beweisen wollen, daß dies tatsächlich der Fall ist. Zur Lösung dieses Problems benötigt man Bedingungen zweiter oder höherer Ordnung, die sich auf die zweite oder auf höhere Ableitungen von f beziehen. Wir wollen dieses Problem hier aber nicht weiter verfolgen.

## 3. Extremalstellen von Funktionen in mehreren Variablen

### a) ohne Beschränkungen

Es sei f eine Funktion in n Variablen. Nehmen wir an, wir wissen bereits, daß f eine Maximalstelle $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ hat, und es geht uns um die Berechnung der Zahlenwerte der Komponenten von $x^0$. Nehmen wir weiter an, wir wissen bereits, daß $x^0$ kein Randpunkt des Definitionsbereichs A von f ist.

Der maximale Wert, den f an der Stelle $x^0$ annimmt, sei $y_0$. Verändern wir nun den Wert der ersten Variablen $x_1$ und lassen wir die übrigen Komponenten bei ihren Werten $x_i^0$ konstant, so können dabei gewiß keine größeren Funktionswerte als $y_0$ auftreten. Wie wir aus Abschnitt 2. bereits wissen, muß daher die partielle Ableitung von f nach $x_1$ gleich 0 sein. Die gleiche Überlegung ist auch für jede der anderen Variablen richtig, es müssen also alle partiellen Ableitungen gleich 0 sein. Damit erhalten wir das folgende System von n Gleichungen:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \ \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \ \ldots, \ \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0,$$

das wir in vielen Fällen bereits eindeutig nach den Unbekannten $x_1^0, \ldots, x_n^0$ auflösen können.

Wollen wir andererseits beweisen, daß ein gewisser Vektor $x^0$ tatsächlich eine Maximalstelle von f ist, so benötigen wir Bedingungen zweiter oder höherer Ordnung, die in diesem Fall ziemlich kompliziert sind. Wir wollen dieses Problem hier nicht weiter verfolgen.

### b) mit Beschränkungen in Form von Gleichungen

Die Zugspitze ist zwar nicht der höchste Berg der Welt, aber doch der höchste Berg Deutschlands. Ein Element $x_0$ im Definitionsbereich A einer Funktion f kann, auch wenn es nicht Maximalstelle von f ist, eine „beschränkte Maximalstelle" sein, wenn man sich nämlich beim Größenvergleich auf die Funktionswerte zu einer Teilmenge B des Definitionsbereichs A beschränkt. Mit der Auffindung solcher beschränkter Maximalstellen werden wir uns jetzt beschäftigen.

Ist A eine Menge von n-dimensionalen Vektoren, so kann man eine Teilmenge B von A durch Angabe von Gleichungen definieren, in denen die variablen Komponen-

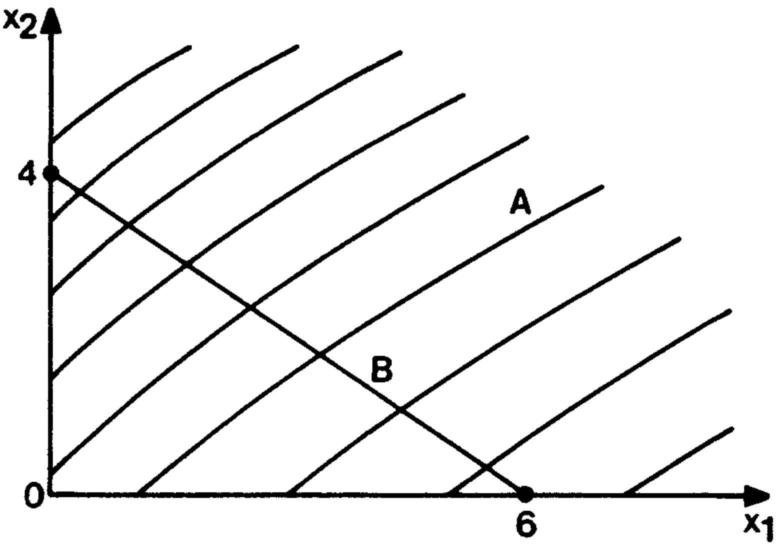



*Abb. 7*

ten vorkommen. Es sei z.B. A die Menge aller 2-dimensionalen Vektoren mit nichtnegativen Komponenten, und G sei die Gleichung $2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 = 12$. Dann wird durch die Gleichung G die Menge derjenigen Vektoren $(x_1, x_2)$ definiert, welche dieser Gleichung genügen. Es handelt sich in diesem Fall um die Menge aller Punkte auf der Geraden, die in Abbildung 7 eingezeichnet ist.

Es sei eine Funktion f in n Variablen gegeben sowie einige Gleichungen $G_1, G_2, \ldots, G_k$ $(k < n)$, in denen die Variablen $x_1, \ldots, x_n$ vorkommen. Ein Vektor $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ heißt Maximalstelle von f unter den Beschränkungen $G_1, \ldots, G_k$, wenn

(i) der Vektor $x^0$ die Beschränkungsgleichungen erfüllt und
(ii) $f(x^0)$ maximal unter den Funktionswerten derjenigen Vektoren x ist, welche alle Beschränkungsgleichungen erfüllen.

Wiederum nehmen wir an, wir wissen bereits von der Existenz einer solchen beschränkten Maximalstelle $x^0$, und wir wissen auch, daß es sich dabei nicht um einen Randpunkt des Definitionsbereichs von f handelt. Im folgenden beschreiben wir ein Verfahren zur Berechnung der Komponenten von $x^0$, das den Namen **„Methode der Lagrange-Multiplikatoren“** trägt.

**Erster Schritt:** Man bringe alle Beschränkungsgleichungen in eine solche Form, daß auf einer Seite des Gleichheitszeichens die 0 steht.

$$G_1: g_1(x_1, \ldots, x_n) = 0, \ldots, \quad G_k: g_k(x_1, \ldots, x_n) = 0$$

**Zweiter Schritt:** Man bilde die **Lagrange-Funktion.** Dazu führt man k neue Variablen $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ ein (die Lagrange-Multiplikatoren), multipliziert jeden der Beschränkungs-Terme $g_i$ mit der entsprechenden Variablen $\lambda_i$ und addiert alle diese Produkte zur Funktion f hinzu.

$$L(x_1, \ldots, x_n) = f(x_1, \ldots, x_n) + \lambda_1 \cdot g_1(x_1, \ldots, x_n) + \cdots + \lambda_k \cdot g_k(x_1, \ldots, x_n)$$

**Dritter Schritt:** Man bilde alle partiellen Ableitungen der Lagrange-Funktion und setze sie alle gleich 0.

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0, \quad \ldots, \quad \frac{\partial L}{\partial x_n} = 0$$

Zusammen mit den k Beschränkungsgleichungen hat man damit ein System von n + k Gleichungen, das man in vielen Fällen eindeutig nach den n + k Unbekannten $x_1, \ldots, x_n, \lambda_1, \ldots, \lambda_k$ auflösen kann.

Wir können hier nicht beweisen, warum die Methode funktioniert, dennoch ist vielleicht eine kurze Erläuterung für das Verständnis der Methode nützlich. Am einfachsten stellt man sich vor, daß f eine Zielfunktion ist, z.B. eine Nutzenfunktion oder eine Gewinnfunktion, und daß die Beschränkungsgleichungen der formale Ausdruck für technologische oder finanzielle Beschränkungen sind, deren Überschreitung unmöglich und deren Unterschreitung ökonomisch irrational wäre. Das Auffinden der beschränkten Maximalstelle ist dann das Problem eines Subjekts, das im Rahmen seiner Beschränkungen die Zielfunktion maximiert.

Für solche Vektoren, die die Beschränkungsgleichungen erfüllen, ist die Lagrange-Funktion mit der Zielfunktion identisch, für andere im allgemeinen nicht. Man kann die Lagrange-Funktion als eine „modifizierte“ Zielfunktion interpretieren, in der für das Überschreiten bzw. Unterschreiten der Beschränkungen gewisse Bestrafungen bzw. Belohnungen eingeführt sind. Aus dem beschränkten Maximum-Problem, in dem die Verletzung der Beschränkungen sozusagen gesetzlich verboten ist, wird ein unbeschränktes Maximum-Problem, in dem das Über- und Unterschreiten der Beschränkungen durch Abzüge und Zuschläge zur Zielfunktion abgegolten wird. Die Lagrange-Methode liefert uns nicht nur die gesuchten Werte der Komponenten der beschränkten Maximalstelle, sondern sie liefert uns auch die Zahlenwerte für die Lagrange-Multiplikatoren, welche angeben, wie groß diese Belohnungen bzw. Bestrafungen ausfallen müssen, damit das Subjekt, wenn es die Lagrange-Funktion maximiert, die Beschränkungen freiwillig einhält.

# Literaturverzeichnis

Der erste Teil des Literaturverzeichnisses enthält eine kleine Auswahl an Lehrbüchern der mikroökonomischen Theorie. Trotz teilweise erheblicher Unterschiede in Stoffauswahl, Aufbau und Formalisierungsgrad können fast alle hier genannten Titel als Einführungstexte verwendet werden; Ausnahmen sind lediglich die Lehrbücher von Malinvaud sowie von Layard und Walters, deren Lektüre Grundkenntnisse der mikroökonomischen Theorie voraussetzt.

Der zweite Teil des Literaturverzeichnisses enthält Literaturhinweise zu den einzelnen Kapiteln dieses Buches. Darstellungen zu den in diesen Kapiteln behandelten Fragen finden sich in allen in Teil 1 genannten Lehrbüchern; wir beschränken uns deshalb darauf, jeweils einige wenige ergänzende und weiterführende Texte zu nennen, die einen geeigneten Ausgangspunkt für ein vertieftes Studium der einzelnen Problemkreise der mikroökonomischen Theorie bilden können.

Als direkte Ergänzung zum vorliegenden Lehrbuch empfehlen wir das Studien- und Arbeitsbuch
**von Böventer, Illing, Koll:** Mikroökonomie. Studien- und Arbeitsbuch, 2. Aufl., München 1988

**1. Lehrbücher zur mikroökonomischen Theorie.**


**Boulding, K.E.:** Economic Analysis. vol. I: Microeconomics. 4.ed., Evanston–London–Tokyo 1966

**Ferguson, C.E.:** Microeconomic Theory, 4.ed., Homewood, III. 1975

**Helmstädter, E.:** Wirtschaftstheorie I, 3. Aufl., München 1983

**Herberg, H.:** Preistheorie, Stuttgart 1985

**Henderson, J.M./Quandt, R.E.:** Microeconomic Theory: A Mathematical Approach, 3.ed., New York 1980. In deutscher Übersetzung: Mikroökonomische Theorie, 5.Aufl., München 1983

**Kuenne, R.E.:** Microeconomic Theory of the Market Mechanism: A General Equilibrium Approach, New York–London 1968

**Lancaster, K.:** Introduction to Modern Microeconomics, 2.ed., Chicago 1974. In deutscher Übersetzung: Moderne Mikroökonomie, Frankfurt u.a. 1981.

**Layard, P.R.G./Walters, A.D.:** Microeconomic Theory, New York 1978

**Leftwich, R.H.:** The Price System and Resource Allocation, 10.ed. Hinsdale, Ill., 1988. In deutscher Übersetzung: Lehrbuch der mikroökonomischen Theorie, Stuttgart 1972

**Malinvaud, E.:** Lectures on Microeconomic Theory, rev. ed., Amsterdam–London–New York 1985

**Ott, A.E.:** Grundzüge der Preistheorie, 3. Aufl., Göttingen 1984

**Schneider, H.:** Mikroökonomie, 4. Aufl., München 1986

**Schumann, J.:** Grundzüge der mikroökonomischen Theorie, 5. Aufl., Berlin–Heidelberg–New York 1987

**Stobbe, A.:** Volkswirtschaftslehre II, Mikroökonomik, Berlin–Heidelberg–New York 1983

**Varian, H.:** Mikroökonomie, 2. Aufl., München 1985

**Walsh, V.C.:** Introduction to Contemporary Microeconomics, New York 1970


**2. Weiterführende und ergänzende Literatur zu den einzelnen Kapiteln dieses Buches.**

**Zu Kapitel I:**


**Boulding, K.E.:** Economics as a Science, New York 1970. In deutscher Übersetzung: Ökonomie als Wissenschaft. Mit einer Einführung von H. Möller, München 1976

**Jochimsen, R./Knobel, H. (Hrsg.):** Gegenstand und Methoden der Nationalökonomie, Köln 1971

**Kromphardt, J., Clever, P., Klippert, H.:** Methoden der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Wiesbaden 1979

**Liefmann-Keil, E.:** Einführung in die politische Ökonomie. Private Planung, öffentliche Lenkung, Freiburg (Breisgau) 1964

**Lindbeck, A.:** The Political Economy of the New Left. An Outsider's View, 2.ed., New York 1977. In deutscher Übersetzung: Politische Ökonomie der Neuen Linken. Betrachtungen eines Außenseiters, Göttingen 1973

**Lipsey, R.G., Steiner, P.O., Purvis, D.:** Economics, 8.ed., London 1987

**Preiser, E.:** Nationalökonomie heute. Eine Einführung in die Volkswirtschaftslehre, 11.Aufl., München 1973

**Robinson, J./Eatwell, J.:** An Introduction to Modern Economics, Maidenhead 1973. In deutscher Übersetzung: Einführung in die Volkswirtschaftslehre, München 1974
**Samuelson, P.A.:** Economics, 11.ed., New York 1980. In deutscher Übersetzung: Volkswirtschaftslehre. Eine Einführung, 7. Aufl., Köln 1981
**Schneider, D.:** Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 3. Aufl., München 1987
**Shackle, G.L.S.:** Economics for Pleasure, 2. ed., Cambridge, Mass., 1968

**Zu Kapitel II:**

**Becker, K.O.:** Die wirtschaftlichen Entscheidungen des Haushalts, Berlin 1967
**Cochrane, W.W./Bell, C.S.:** The Economics of Consumption. Economics of Decision Making in the Household, New York–Toronto–London 1956
**Deaton, A., Muellbauer, J.:** Economics and Consumer Behavior, Cambridge 1980
**Green, H.A.J.:** Consumer Theory, 2. ed., Harmondsworth 1976
**Streissler, E./Streissler, M. (Hrsg.):** Konsum und Nachfrage, Köln–Berlin 1966
**Streissler, M.:** Theorie des Haushalts, Stuttgart 1974

**Zu Kapitel III:**

**Archibald, G.C. (ed.):** The Theory of the Firm, Harmondsworth 1971
**Baumol, W.J.:** Economic Theory and Operations Analysis, 4. ed., Englewood Cliffs, N.J., 1977
**Cohen, K.J./Cyert, R.M.:** Theory of the Firm. Resource Allocation in a Market Economy, 2. ed., Englewood Cliffs, N.J., 1975
**Ferguson, C.E.:** The Neoclassical Theory of Production and Distribution, Cambridge, Mass., 1969
**Hesse, H., Linde, R.:** Gesamtwirtschaftliche Produktionstheorie, Teil I, Teil II, Würzburg–Wien 1976
**Intriligator, M.D.:** Mathematical Optimization and Economic Theory, Englewood Cliffs (N.J.) 1971
**Kaufer, E.:** Industrieökonomik, München 1980
**Krelle, W.:** Produktionstheorie, 2. Aufl., Tübingen 1969
**Müller-Merbach, H.:** Operations Research, 3. Aufl., München 1973
**Pasinetti, L.L.:** Lectures on the Theory of Production, 2. ed., London 1979
**Tirole, J.:** Theory of Industrial Organization, Cambridge, Mass., 1988
**Williamson, O.E.:** The Economic Institutions of Capitalism: Firms, Markets, Relational Contracting, New York, London 1985
**Wittmann, W.:** Produktionstheorie, Berlin–Heidelberg–New York 1968

**Zu Kapitel IV:**

**Hildenbrand, W., Kirman, A.:** Introduction to Equilibrium Analysis, Amsterdam 1976
**Koopmans, T.C.:** Three Essays on the State of Economic Science. I. Allocation of Resources and the Price System, New York 1957
**Kuenne, R.E.:** The Theory of General Economic Equilibrium, Princeton, N.J., 1963
**Quirk, J./Saposnik, R.:** Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics, New York 1968
**Rothschild, K.W.:** Einführung in die Ungleichgewichtstheorie , Heidelberg 1981
**Stiglitz, J.:** Information and Economic Analysis, Economic Journal, Supplement 1985
**Weintraub, E.R.:** General Equilibrium Theory, London 1974

**Zu Kapitel V:**

**Graaf, J. de V.:** Theoretical Welfare Economics, Cambridge, Mass., 1957, reprinted 1975
**Just, R., Hulth, B., Schwitz, A.:** Applied Welfare Economics and Public Policy, New Jersey 1982
**Külp, B.:** Wohlfahrtsökonomik, Bd. 1, 2. Aufl., Tübingen 1984, Bd. 2, Tübingen 1976
**Little, I.M.D.:** A Critique of Welfare Economics, Oxford 1957
**Mishan, E.J.:** Welfare Economics: Five Introductory Essays, New York 1967
**Sohmen, E.:** Allokationstheorie und Wirtschaftspolitik, Tübingen 1976
**Winch, D.M.:** Analytical Welfare Economics, London 1971

# Sachregister