

LIB

Didaktik der Mathematik

19. Jahrgang 1991

Wissenschaftlicher
Beirat

Martin Barner
Friedrich Barth
Arthur Engel
Uwe Feiste
Jürgen Flachsmeyer
Friedrich Flohr
Rudolf Fritsch
Lisa Hefendehl-Hebecker
Robert Ineichen
Max Jeger
Johannes Kratz
Günter Pickert
Hans-Christian Reichel
Karl Seebach
Hans-Georg Steiner
Horst Woschner
Herbert Zeitler

Redaktion

Franz Hager

Bayerischer Schulbuch-Verlag · München



P1831

Anschriften der Beiratsmitglieder:

Prof. Dr. Martin Barner,
Math. Inst. d. Univ., Hebelstr. 29, 7800 Freiburg
StD Friedrich Barth, Abbachstr. 23, 8000 München 50
Prof. Dr. Arthur Engel, Inst. f. Didaktik d. Mathematik,
Senckenberganlage 9-11, 6000 Frankfurt 1
Dr. Uwe Feiste, Ernst-Moritz-Arndt-Univ.,
Friedrich-Ludwig-Jahn-Str. 15a, 0-2200 Greifswald
Prof. Dr. Jürgen Flachsmeyer, Ernst-Moritz-Arndt-Univ.,
Friedrich-Ludwig-Jahn-Str. 15a, 0-2200 Greifswald
Prof. Dr. Friedrich Flohr, Math. Inst. d. Univ.,
Hebelstr. 29, 7800 Freiburg
Prof. Dr. Rudolf Fritsch, Friedemann-Bach-Str. 61,
8032 Gräfelfing
Prof. Dr. Lisa Hefendehl-Hebeker, Lehrst. f. Didaktik
d. Mathematik, Universitätsstr. 10, 8900 Augsburg

Prof. Dr. Robert Ineichen, Inst. d. Mathématiques
de l'Université, Pérolles, CH-1700 Fribourg
Prof. Dr. Max Jeger, Untergeissenstein 8, CH-6005 Luzern
OStD Johannes Kratz, Ulmenstr. 16, 8035 Gauting
Prof. Dr. Günter Pickert, Math. Inst. d. Justus-Liebig-
Universität, Arndtstr. 2, 6300 Gießen
Prof. Mag. Dr. Hans-Christian Reichel, Inst. f. Mathematik,
Strudlhofgasse 4, A-1090 Wien
Prof. Dr. Karl Seebach, Walhallastr. 5, 8000 München 19
Prof. Dr. Hans-Georg Steiner,
Marsstr. 16, 4800 Bielefeld 15
StD Horst Woschner, Theresienstr. 60, 8000 München 2
Prof. Dr. Herbert Zeitler, Lehrst. f. Didaktik d. Mathematik,
Universitätsstr. 30, 8580 Bayreuth

Anschrift der Redaktion:

StD Franz Hager, Blütenstr. 9, 8039 Puchheim,
Telefon (089) 803043

Bezugsbedingungen

Jahresabonnement 4 Hefte DM 56,-,
Einzelheft DM 15,60 zuzüglich Versandkosten
Postscheckkonto München 93370-805
Bankkonto: Bayer. Vereinsbank München 81154
»Didaktik der Mathematik« erscheint einmal viertel-
jährlich. Für unverlangt eingesandte Manuskripte wird
keine Gewähr übernommen. Nachdrucke innerhalb der
gesetzlichen Frist nur mit ausdrücklicher Genehmigung
des Verlages.

Verlag und Anzeigenverwaltung

Bayerischer Schulbuch-Verlag, Postfach 190253
Hubertusstraße 4, 8000 München 19,
Telefon (089) 179120
Zur Zeit ist Anzeigenpreisliste Nr. 3 vom 1. 1. 1983 gültig.
Satz: Fotosatz W. Tutte, Salzweg
Druck: E. Rieder, Schrobenhausen

Didaktik der Mathematik wird laufend im
PÄDAGOGISCHEN JAHRESBERICHT (Verlag für
pädagogische Dokumentation, Duisburg) bibliografisch
nachgewiesen und regelmäßig für ZDM bzw.
die Datenbank MATHDI ausgewertet.

Die in der Zeitschrift veröffentlichten Beiträge sind
urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere
das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Kein Teil dieser Zeitschrift darf ohne schriftliche
Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form —
durch Fotokopie, Mikrofilm oder andere Verfahren —
reproduziert oder in eine von Maschinen, insbesondere
von Datenverarbeitungsanlagen, verwendbare Sprache
übertragen werden.

Auch die Rechte der Wiedergabe durch Vortrag,
Funk- und Fernsehsendung, im Magnettonverfahren
oder ähnlichem Wege bleiben vorbehalten.

Fotokopien für den persönlichen und sonstigen
eigenen Gebrauch dürfen nur von einzelnen Beiträgen
oder Teilen daraus als Einzelkopien hergestellt werden.

ISSN 0343-5334

Inhaltsverzeichnis

- Artmann, Benno
Quadratische Probleme in Euklids
'Elementen' und ihre Behandlung
im Mathematikunterricht
(94–110)
- Baptist, Peter
Dreiecksgeometrie und Bundeswettbewerb
Mathematik
(279–293)
- Dormayer, Peter
Chaos bei der Feigenbaumabbildung
 $f(x) = 4x(1-x)$
(207–220)
- Farber, Max-Ulrich
TABULA
Eine Tabellenkalkulation speziell
für den Unterricht
(81–93)
- Fritsch, Gerda / Rudolf Fritsch
Augustus de Morgan (1806–1871)
(247–251)
- Grünwald, Renate
Spielen mit der Wahrscheinlichkeit
(171–177)
- Hackenberg, Dieter
Geometrie der Parabel in der Mittelstufe
(131–134)
- Hilsberg, Isabel
Der Kernzerfall – ein Beispiel
für die fachübergreifende Behandlung
stochastischer Vorgänge
(178–186)
- Ineichen, Robert
Über das Würfelproblem von de Méré
(1–14)
- Kirsch, Arnold
Formalisten oder Inhalte?
Schwierigkeiten mit linearen
Gleichungssystemen im 9. Schuljahr
(294–308)
- Kohl, Hans-Werner
Funktionen zum Anschauen
(135–144)
- Kraemer, Adolf / Helmut Bergold
Würfel im kubischen Gitter
(40–49)
- Reichel, Hans-Christian
Wie Ellipse, Hyperbel und Parabel
zu ihrem Namen kamen und einige all-
gemeine Bemerkungen zum Thema
'Kegelschnitte' im Unterricht
(111–130)
- Schlosser, Günther
Strategie des Rückwärtsarbeitens
(Die steigende Analyse als Beweismethode)
(309–316)
- Schönwald, Hans G.
Zur Evaluation von Derive
(252–265)
- Schönwald, Hans G.
Ein Beweis des Satzes von Pythagoras
(317–319)
- Schumann, Heinz
Geometrie im Zug-Modus
(Drag-Mode-Geometry), Teil 2
(50–78)
- Schumann, Heinz
Experimentelles Lösen einfacher
isoperimetrischer Probleme in einer
interaktiven computergrafischen
Lernumgebung
(227–241)
- Schupp, Hans
Mathematische Phänomene rund um
die Gleitstrecke
(27–39)
- Seebach, Karl
Wo ist der optimale Standpunkt beim
Fotografieren?
(266–278)
- Treiber, Dietmar
Wo steckt der Mittelwert im Mittelwertsatz?
(221–226)
- Walser, Hans
Schließungsfiguren
(187–206)

Walser, Hans
Schlußpunkt 5
(79)

Walser, Hans
Schlußpunkt 6
(242)

Walser, Hans
Schlußpunkt 7
(320)

Warmuth, Elke
Was ist die Wahrscheinlichkeit? –
Gedanken zur Erklärung und Entwicklung
des Begriffs in der Schule
(165–170)

Weth, Thomas
Ein abbildungsgeometrischer Zugang zu
algebraischen Kurven dritter und höherer
Ordnung
(145–164)

Zeitler, Herbert
Schlingkurven auf Rotationsflächen
(15–26)

Zum Gedächtnis an Hofrat Dr. Josef Laub
23. Januar 1911 – 18. Juni 1991
(245–246)

Gerda Fritsch/Rudolf Fritsch

Augustus de Morgan (1806–1871)



Er ritzt während der Schulanachten Gleichungen in die Kirchenbank anstatt auf die Predigt aufzupassen. – Er liest nächtelang Romane anstatt sich auf das Examen vorzubereiten. – Er spielt ausgezeichnet Querflöte. – Er liest Algebra wie einen Roman. – Beim Examen wird er nur Vierter, worüber er maßlos enttäuscht ist. – Schließlich beginnt er Rechtswissenschaft zu studieren ... [20]

... um dann einer der bedeutenden Mathematiker seines Jahrhunderts zu werden. Die von ihm aufgestellten und nach ihm benannten Regeln lernt heute jeder Gymnasiast.

Augustus de Morgan wird am 27. Juni 1806 in Madura im indischen Bundesstaat Madras geboren. Der Vater ist englischer Kolonialoffizier, die Mutter Enkelin eines zu seiner Zeit bekannten Mathematikers, James Dodson († 1757), Master der Royal Mathematical School am Christ's Hospital und Freund von Abraham de Moivre (1667–1754). Als de Morgan sieben Monate alt ist, segeln seine Eltern mit ihm und seinen beiden Geschwistern nach England. Sie lassen sich in Worcester und später in Taunton (Somerset) nieder.

1823 beginnt de Morgan am *Trinity College* in Cambridge mit dem Studium der Mathematik und der damals an den englischen Universitäten für jeden Studenten obligatorischen alten Sprachen (Latein, Griechisch, Hebräisch). Im zweiten Studienjahr ist er mühelos der Beste von allen Mathematikstudenten. 1827 macht er seinen B.A. (*bachelor of*

arts), bei dem er jedoch nur *fourth wrangler*¹ wird. Dieses für ihn enttäuschende Ergebnis erklärt wohl, daß er Zeit seines Lebens eine ausgeprägte Abneigung gegen Examen mit Wettbewerbscharakter hat und überhaupt nichts vom Pauken hält: “But I will set you such a paper as shall make all your cram of no use” (Ich werde Ihnen Aufgaben stellen, bei denen all Ihre Büffelei umsonst sein wird) sagt er seinen Studenten [3].

Zunächst aber stellt sich für den Einundzwanzigjährigen die Frage, womit er seinen Lebensunterhalt bestreiten kann. Er entschließt sich nach längerem Überlegen zum Studium der Rechte und tritt im Herbst 1827 in *Lincoln's Inn*² ein. Die große Liebe war die Juristerei für de Morgan jedoch offensichtlich nicht, denn er kehrt zur Mathematik zurück, sobald sich eine Möglichkeit dafür bietet.

Am 1. Oktober 1828 wird das *University College of London* eröffnet; seine Gründung geht hauptsächlich auf eine Initiative des Dichters Thomas Campbell (1777–1844) zurück. Es ist von Anfang an im Gegensatz zu den alten Universitäten in Oxford und Cambridge für Studenten aller Konfessionen offen [11; 18]. De Morgan bewirbt sich auf den Lehrstuhl für Mathematik. Seine akademischen Lehrer aus Cambridge, der Mathematiker George Peacock (1795–1858), der Philosoph William Whewell (1794–1866) und der Astronom George Airy (1801–1892) schreiben ausgezeichnete Referenzen und so wird er als jüngstes Mitglied des College berufen.

Aber bereits 1831 scheidet de Morgan aus grundsätzlichen Erwägungen wieder aus. Er sieht die Unabhängigkeit der Professoren nicht mehr gewahrt, nachdem die Verwaltung einen medizinischen Kollegen entlassen hat, ohne dafür eine Begründung zu geben. Hinter den Kulissen heißt es, daß die Universität nur florieren könne, wenn die Professoren „populär“ seien, also müsse ein als „unpopulär“ geltender Professor gehen [3].

Als 1836 sein Nachfolger bei einer Schiffsreise ertrinkt, kehrt de Morgan auf seinen Lehrstuhl an das University College zurück. Er bleibt dort die nächsten dreißig Jahre als ein erfolgreicher Lehrer, dessen Vorlesungen viele Studenten anziehen. Das Arbeiten mit ihm ist allerdings nicht immer einfach, denn seine Ansprüche sind hoch und es kann vorkommen, daß er seine studentischen Zuhörer infolge seines immensen mathematischen Schwungs über größere Strecken völlig abhängt. Er wird als humorvoll und äußerst liebenswürdig beschrieben, gilt aber auch als schwierig und exzentrisch mit einem extrem ausgeprägten Ehrgefühl [3; 20].

De Morgan ist Zeit seines Lebens ein überzeugter Christ, fühlt sich aber keiner Kirche zugehörig [20]. Ihm bedeutet die freiheitliche Verfassung des University College ungeheuer viel, weil in ihr die in Oxford und Cambridge geforderte Glaubensprüfung beziehungsweise die Verpflichtung auf die Verfassung der anglikanischen Kirche nicht

1 Wrangler (eigentlich Zänker) nannte man im vorigen Jahrhundert in Cambridge einen Kandidaten, der in der *Tripes* genannten mathematischen Ehrenprüfung zur ersten Klasse der erfolgreich Abschließenden zählte. Das Wort erinnert an die bis 1839 in Cambridge üblichen Disputationsübungen. Der Beste hieß *senior wrangler*, danach kam der *second*, *third* etc. *wrangler*. [11]

2 Die *Inns of Court*, von denen es vier in London gibt (Lincoln's Inn, Gray's Inn, Inner Temple und Middle Temple), sind bis zur Mitte des vorigen Jahrhunderts die eigentlichen Ausbildungsstätten für englische Juristen. Die Universitäten spielen praktisch keine Rolle. [1]

vorgesehen ist. Dadurch können auch jüdische und nicht der anglikanischen Hochkirche angehörende christliche Studenten einen akademischen Grad erwerben [18]. In seinen späteren Lebensjahren steht er auf Grund seiner allgemein liberalen Haltung zunehmend auch dem Frauenstudium positiv gegenüber. Als er 1866 glaubt, dem University College vorwerfen zu müssen, einen ausgezeichnet qualifizierten Lehrstuhlbewerber seines unitarischen Glaubens wegen nicht berufen zu wollen, gibt er seinen Lehrstuhl zum zweiten Mal und nun endgültig auf [18].

Im Privaten entwickelt sich de Morgan zu einem leidenschaftlichen Londoner, der vor dem Land mit der gesamten Natur einen geradezu komischen Abscheu hegt [20] und auch mit der Familie die Stadt nur noch selten verläßt [3]. Er ist seit 1837 mit Sophia Elizabeth Frensd (1809–1892) verheiratet, deren Vater William Frensd zu den Mitbegründern des University College gehört. Durch den Tod zweier seiner Kinder, 1867 und 1870, erleidet de Morgan starke Einbrüche in seiner Gesundheit. Er stirbt am 18. März 1871 in London mit knapp 65 Jahren.

De Morgans wissenschaftliche Leistungen finden sich in Monographien und unzähligen Zeitschriftenaufsätzen. Er schreibt regelmäßig für mindestens 15 periodische Zeitschriften. Die *Penny Cyclopaedia*, ein von der „Gesellschaft für die Verbreitung nützlichen Wissens“ herausgegebenes Konversationslexikon, enthält 850 Beiträge aus seiner Feder. Seine Originalarbeiten zur Mathematik sind hauptsächlich der Analysis und der Logik zuzuordnen [7]. Zur Analysis gehören vor allem eine Präzisierung des Grenzwertbegriffes, aufbauend auf Augustin-Louis Cauchys (1789–1857) mehr intuitiver Einführung, und ein Konvergenzkriterium für unendliche Reihen. In den Bereich der Logik fallen die nach ihm benannten Gesetze, die sich zum ersten Mal auf Seite 118 seiner 1847 erschienenen „Formal Logic“ finden:

The complexity consists in the terms of being conjunctively or disjunctively formed from other terms, as in PQ , that to which both the names P and Q belong conjunctively; and as in P, Q that to which one (or both) of P and Q belong disjunctively. The contrary of PQ is p, q ; that of P, Q is pq . Not both is either not the one or not the other, or not either. Not either P nor Q (which we might denote by: P, Q or $.P, Q$) is logically “not P and not Q ” or pq : and this is then the contrary of P, Q ¹.

Diese Textstelle gibt auch einen guten Eindruck von de Morgans Formelmanipulation, die durchaus modern anmutet. Eine verbal etwas verschiedene Formulierung der Gesetze gibt er in einer 1864 erschienenen Abhandlung [17]. Ioseph Maria Bocheński (* 1902) [6] schränkt die desbezüglichen Verdienste de Morgans allerdings ein; er meint, daß die de Morganschen Gesetze „zum Elementaren der Scholastik gehörten“. In der modernen Mathematik zählen sie zur „Booleschen Algebra“. Ihr Begründer George Boole (1815–1864) ist mit de Morgan eng befreundet. Die beiden haben sich zwar nur selten persönlich getroffen, es ist aber ihr umfangreicher Briefwechsel erhalten ([19], zu Boole vgl. auch [2, S. 415–428]).

1 Der einfache englische Text bedarf wohl keiner Übersetzung; es genügt die Erklärung, daß im formalen Teil de Negation einzelner Terme durch den Wechsel von Groß- zur Kleinschreibung ausgedrückt wird.

Von der formalen Logik ist es nicht weit zur abstrakten Algebra. Der berühmte Sir William Rowan Hamilton (1805–1865) gesteht zu, daß de Morgans *double algebra* ihn auf die Idee zur Erfindung der Quaternionen gebracht hat. Das für die Mathematik aber wohl spektakulärste Ereignis in de Morgans Leben findet am 23. Oktober 1852 statt. Er berichtet Hamilton brieflich davon am gleichen Tag:

A student of mine asked me today to give him a reason for a fact which I did not know was a fact, and do not yet. He says that if a figure be anyhow divided, and the compartments differently coloured, so that figures with any portion of common boundary line are differently coloured – four colours may be wanted, but not more.

Damit hat das Vierfarbenproblem das Licht der Welt erblickt; der Brief von de Morgan an Hamilton ist das älteste erhaltene schriftliche Dokument dazu. Der Student hieß Frederick Guthrie (1833–1886) und wird später Professor für Physik an der Royal School of Mines und der School of Sciences in London; nachdem das Vierfarbenproblem allgemein diskutiert wird, nennt er seinen Bruder Francis Guthrie (1831–1899), auch (vorher) Student von de Morgan und später Professor für Mathematik in Kapstadt, als Erfinder des Problems [10]. De Morgan läßt das Vierfarbenproblem nicht mehr los [4]. Seine Gedanken kreisen vor allem um ein Problem der Grundlagen der Geometrie; er entwickelt eine Art Anordnungsaxiom, etwa 20 Jahre bevor Moritz Pasch (1843–1930) das berühmte *Axiom von Pasch* formuliert [9]. De Morgan erzielt aber kein Resultat und publiziert keine Arbeit dazu.

Am 13. Juni 1878 greift Arthur Cayley (1821–1895) unter Hinweis auf de Morgan das Problem in einer Sitzung der *London Mathematical Society* auf [12]. Von da an beschäftigen sich unzählige Mathematiker und Laien mit der Vierfarbenvermutung. Es dauert jedoch noch fast ein Jahrhundert bis das Problem geklärt wird¹. Erst 1976 beweisen Kenneth Appel (* 1932), der gebürtige Berliner Wolfgang Haken (* 1928) und der Student John Koch den *Vierfarbensatz* mit massiver Computerhilfe [8]. Ob diese nicht mit Bleistift und Papier nachvollziehbare Lösung Augustus de Morgan befriedigen würde?

Anschrift der Verfasser: Gerda und Rudolf Fritsch, Friedemann-Bach-Straße 61, 8032 Gräfelfing

Eingangsdatum: 21.3.1991

Literatur

- [1] Aschrott, P.F.: Das Universitätsstudium und insbesondere die Ausbildung der Juristen in England. Deutsche Zeit- und Streitfragen, Heft 13. Hamburg: J.F. Richter 1886
- [2] Bell, E.T.: Die großen Mathematiker. Düsseldorf – Wien: Econ-Verlag 1967
- [3] Bellot, H. H.: University College London 1826–1926. London: University of London Press 1929
- [4] Biggs, N. L.: De Morgan on map colouring and the separation axiom. In: Archive for the History of Exact Sciences 28 (1983), S. 165–170

1 Die Entwicklung bis 1936 ist in [5] dargestellt.

-
- [5] Biggs, N. L., Loyd, E. K. u. Wilson, R. J.: *Graph Theory 1736–1936*. Oxford: Clarendon Press 1976
- [6] Bocheński, I. M.: *Formale Logik. Problemgeschichten der Wissenschaft in Dokumenten und Darstellungen, Orbis-Band III,2*. Freiburg im Breisgau – München: Karl Alber 1956
- [7] Dubby, J.: *De Morgan, Augustus*. S. 35–37 in: *Dictionary of Scientific Biography IV*. New York: Charles Scribner's Sons 1971
- [8] Fritsch, R.: *Wie wird der Vierfarbensatz bewiesen?* In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* 43 (1990), S. 80–87
- [9] –: *Zur Darstellung von Kurven und Graphen in der Ebene – Bemerkungen zum Satz von Wagner und Fáry*.
- [10] Guthrie, F.: *Note on the colouring of maps*. In: *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* 10 (1880), S. 727–728
- [11] Klöpffer, C.: *Englisches Real-Lexikon*, 2 Bde. Leipzig: Rengersche Buchhandlung 1897
- [12] London Mathematical Society: *Report of the meeting of June 13, 1878*. In: *Nature* 18 (1878), S. 294
- [13] May, K. O.: *The origin of the four-color conjecture*. *Isis* 56 (1965), S. 346–348
- [14] Midonick, H. O. (Hrsg.): *The Treasury of Mathematics 2*. New York: Philosophical Library 1965
- [15] de Morgan, A.: *Formal Logic or, The Calculus of Inference, Necessary and Probable*. London: Taylor and Walton 1847
- [16] –: *Brief an Sir William Rowan Hamilton vom 23. Oktober 1852*. Aufbewahrt im Trinity College Dublin als Archivstück Hamilton mss., letter 668, auszugsweise abgedruckt in [13] und [5]
- [17] –: *On the syllogism No. III, and on logic in general*. In: *The Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 10 (1864), S. 173–230; auch abgedruckt in [14], S. 236–243
- [18] de Morgan, S. E.: *Memoir of Augustus de Morgan*. London: Longmans, Green, and Co. 1882
- [19] Smith, G. C.: *The Boole – De Morgan Correspondence 1842–1864*. Oxford: Clarendon Press 1982
- [20] Stephen, L.: *de Morgan, Augustus*. S. 331–334 in: *Dictionary of National Biography* 14. London: Smith, Elder, and Co. 1888