MOS 01 A 70
Jber. d. Dt. Math.-Verein.
78 (1976) 67 – 77

Werner Bos 1924 – 1973

Von Hans-Berndt Brinkmann, Rudolf Fritsch, Klaus Heiner Kamps
und Gerhard Wolff in Konstanz

Die Autoren dieses Beitrages sind alle durch Werner Bos nach Konstanz gekommen. Sie folgen daher gerne der Anregung des Jahresberichts, einen Nachruf zu verfassen.

Werner Bos wurde am 26. September 1924 in Mannheim geboren, wo er auch die Schule besuchte. Vom dortigen Lessing-Gymnasium erhielt er beim Einzug zur Wehrmacht einen Reifevermerk, so daß er nach einer Verwundung 1943 das Studium aufnehmen konnte. Dieses fand jedoch ein schnelles Ende durch abermaligen Wehrdienst, in dessen Verlauf er in russische Kriegsgefangenschaft geriet – ein Erlebnis, das sein weiteres Leben nachhaltig beeinflußte.

Nach einer Begabtenprüfung konnte er 1946 erneut das Studium der Fächer Mathematik und Physik aufnehmen, das er rasch mit großem Erfolg abschloß. 1948 legte er die Diplomprüfung in Mathematik ab, 1949 das Staatsexamen mit den Hauptfächern Mathematik und Physik. Im Frühjahr 1951, während seiner Referendarzeit, promovierte er bei H. Seifert in Heidelberg.

1948 hatte er die Ärztin Dr. Gertrud Stutz geheiratet; aus der Ehe gingen 4 Kinder hervor, von denen der älteste Sohn als Mathematiker tätig ist.

Bos hatte zunächst nicht an eine akademische Laufbahn gedacht. Er ging in den Schuldienst, wo er von 1951 bis 1961 hauptberuflich am Lessing-Gymnasium in Mannheim wirkte. An der Universität Heidelberg wollte man jedoch wegen seiner großen Fähigkeit zu lehren – hier war er eine Naturbegabung – nicht auf ihn verzichten. So hielt er ständig neben seinem Unterricht – ohne Deputatsermäßigung – als nebenberuflicher Lehrbeauftragter Vorlesungen in reiner und angewandter Mathematik. Mit großem Enthusiasmus hat er dabei mehrfach auch die darstellende Geometrie gelesen, die er insbesondere Studierenden des Lehramts nahebringen wollte und konnte.

1962 wagte er dann doch den Sprung in die Hochschullaufbahn, ließ sich ganz an die Universität Heidelberg versetzen, wo er als Wissenschaftlicher Rat am Institut für Angewandte Mathematik tätig war, und habilitierte sich 1965 für Mathematik. Nach Lehrstuhlvertretungen in Saarbrücken und

Darmstadt erhielt er Angebote auf Lehrstühle in Darmstadt, Dortmund und Konstanz.

Von 1969 bis zu seinem Tod am 24. April 1973 war er ordentlicher Professor im Fachbereich Mathematik der Universität Konstanz. Diese junge Universität war unter eigenen Vorzeichen angetreten; man erwartete auf Grund der geographischen Lage keinen Massenansturm von Studenten, sondern hoffte, neue Lehr- und Organisationsformen erproben zu können, mit denen manches viel beklagte Übel der anderen deutschen Universitäten beseitigt werden sollte. Es ist hier nicht der Platz festzustellen, wieweit das gelungen ist oder ob überhaupt Ansätze dafür geboten werden; es wird nur gesagt, um zu zeigen, daß der Aufbau der Universität an die in Konstanz wirkenden Wissenschaftler besonders hohe Anforderungen stellte und immer noch stellt. Bos widmete sich dieser Aufgabe unermüdlich – bis zur gesundheitlichen Erschöpfung. 1969/70 Wahlsenator im Kleinen Senat, 1970/71 Dekan der Naturwissenschaftlichen Fakultät, 1972/73 Mitglied der vom Kultusminister eingesetzten „Beratenden Kommission für die Weiterentwicklung der Universität Konstanz", so hat er an entscheidender Stelle die Universität Konstanz mitgestaltet. Mit seinem Sinn für Humor und Geselligkeit gelang es ihm, manche universitären Zwistigkeiten zu überbrücken, so daß er von hochschulpolitischen Freunden und Gegnern gleichermaßen geachtet wurde. Auf Grund dieses Ansehens bat der Kultusminister Bos, die Leitung der Universität zu übernehmen, als ein Streit zwischen Universität und Minister zum Rücktritt des Gründungsrektors Hess und mehrerer Prorektoren geführt hatte. Die Übernahme des Amtes scheiterte an der Härte der ministeriellen Forderungen. Weil sich der „Naturwissenschaftler" Bos dabei gegen Forderungen wehrte, die sich vor allem auf nichtnaturwissenschaftliche Fachbereiche bezogen, erreichte er damit – und das ist sein Verdienst – eine Wiederannäherung der auch in sich zerstrittenen Gruppen der Universität.

Überregionale Anerkennung fand das hochschulpolitische Engagement von Bos durch seine Wahl zum Vorsitzenden des Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultätentages für das Amtsjahr 1972/73.

In einem Nachruf in der Konstanzer Tageszeitung, dem „Südkurier", hat der Gründungsrektor der Universität Konstanz, Professor Dr. Gerhard Hess, am 3. Mai 1973 das Wirken von Bos für die Universität Konstanz mit folgenden Sätzen gewürdigt: „Werner Bos hat der Universität große Dienste geleistet. Sie wird den eigenen Ton, den er in die Beratungen brachte, seinen Sinn für Rechtlichkeit und für Gerechtigkeit schmerzlich vermissen. Er konnte ein unbequemer Mahner sein, ein hartnäckiger Streiter im Interesse eines jeden, den er zu Unrecht benachteiligt sah. Mit seinem ethischen Temperament, in dem sich aufbrausende Leidenschaft und bohrender Scharfsinn eigentümlich mischten, setzte er sich für den einzelnen wie für ganze Gruppen ein. Daß solche Fürsprache meist Studenten zugute kam, ist leicht zu erraten. Er genoß bei ihnen Respekt, wenn auch seine hochschulpolitische Haltung nicht ihren Erwartungen entsprach. Denn es war deutlich, daß sein politisches zum Bewahren neigendes Denken aus eben den Quellen gespeist war, die sein ganzes Handeln bestimmten: Gerechtigkeit zu suchen, den Schwächeren zu helfen und für seine Überzeugung offen und bekennend einzutreten."

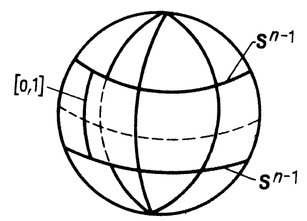
Eine wesentliche Komponente des Wirkens von Bos bildeten seine Bemühungen um die Mathematiklehrer an den Gymnasien. Auf Grund seiner eigenen langjährigen Erfahrungen am Lessing-Gymnasium in Mannheim fühlte er sich auch als Universitätslehrer schulischen Problemen besonders verbunden. Wie überall ging es ihm dabei zuerst um die Personen: Der Mathematiklehrer sollte Freude an seinem Beruf haben. Wirklichkeitsfremde Didaktik – Sandkastenspiele mit Schülern als Zinnsoldaten – lehnte er ab. Seiner Meinung nach kommt es vor allem darauf an, daß der Lehrer den zu unterrichtenden Stoff selbst wirklich verstanden hat; ohne das kann keine Didaktik zu einem guten Unterricht führen. In diesem Sinne bemühte er sich, die Kollegen an den Gymnasien zusammenzuführen und zu einem gemeinsamen Gedankenaustausch mit den Universitätslehrern zu bringen. Schon in Heidelberg hatte er derartige Veranstaltungen durchgeführt, in Konstanz gründete er das heute noch bestehende „Kolloquium mit den Fachkollegen der Gymnasien". Das Bestehen auf diesem Namen für die Veranstaltungen – schulamtlich unter der Bezeichnung Kontaktstudium geführt – ist typisch für Bos'sche Gedanken: Die Lehrer an Gymnasien, vor allem diejenigen, deren Studium schon einige Zeit abgeschlossen ist, haben eine gewisse Scheu vor den Universitätslehrern, teilweise begründet durch eine vermutete oder auch tatsächlich vorhandene Arroganz auf seiten der Universitätslehrer gegenüber der Trivialmathematik im Gymnasialunterricht; diese Einstellungen müssen sich dahingehend ändern, daß sich Mathematiklehrer an Gymnasien und Universitätsmathematiker gemeinsam als Mathematiker in verschiedenen, aber gleichberechtigten Berufsfeldern verstehen. Aus Vorträgen in diesem Kolloquium ist z. B. die Arbeit [F] entstanden, in der Bos zeigt: Man kann einen klassischen Stoff der Schulgeometrie, die Theorie der Kreisbüschel und Kreisbündel in einer Weise behandeln, die erstens die mit dem Vektorraumbegriff gegebenen Hilfsmittel einsetzt und zweitens die Mengensprechweise konsequent benutzt.

Auch in diesen Fragen des Mathematikunterrichts an Gymnasien blieb Bos' Einfluß nicht örtlich beschränkt. Mehrfach hat er im Auftrag des Mathematischen Forschungsinstitutes Oberwolfach diesbezügliche Tagungen geleitet, er saß in der Aufgabenkommission für den Bundeswettbewerb Mathematik und wirkte an der Gestaltung des Lehrplans für Gymnasien in Baden-Württemberg mit. Allerdings ist zu letzterem zu bemerken, daß er Lehrplänen nicht eine so entscheidende Bedeutung zumaß, wie sie von manchen Unterrichtstheoretikern gerne postuliert wird; er erhoffte eine sinnvolle Modernisierung des Unterrichts nicht von immer wieder neuen Lehrplänen, sondern von einer Senkung des Stundendeputats, die dem Lehrer Zeit für das Verfolgen neuerer Entwicklungen seines Faches geben könnte.

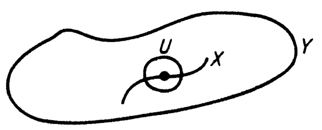
In seinen Arbeiten hat sich Werner Bos mit Fragen aus verschiedenen Gebieten der Mathematik beschäftigt mit einem Schwerpunkt bei topologisch-geometrischen Problemen. Der folgende kurze Überblick bezieht sich auf das nach Sachgruppen geordnete Schriftenverzeichnis am Ende dieses Aufsatzes.

Die (erst sehr spät veröffentlichte) Dissertation [A] untersucht kritische Sehnen auf Riemannschen Elementarflächenstücken mit Methoden der Variationsrechnung im Großen.

Die Habilitationsschrift [B 1] und eine Reihe weiterer topologischer Arbeiten [B 2–6] sind dem Ringproblem gewidmet. Offensichtlich ist die Region zwischen zwei Breitenkreisen der Erdoberfläche $\mathbb{S}^2$ ein Ring $\mathbb{S}^1 \times [0,1]$, und gleiche Verhältnisse liegen in jeder Sphäre $\mathbb{S}^n$ zwischen entsprechenden Breitenkreisen $\mathbb{S}^{n-1}$ vor.



Das Ringproblem ist (ungenau) die Frage, ob diese Situation topologisch ist, ob also die Region zwischen zwei topologisch eingebetteten $\mathbb{S}^{n-1}$ in $\mathbb{S}^n$ stets ein Ring $\mathbb{S}^{n-1} \times [0,1]$ ist. Zur genauen Formulierung verlangt man, daß die Einbettungen $\mathbb{S}^{n-1} \hookrightarrow \mathbb{S}^n$ lokal flach sind, sich also lokal wie $\mathbb{R}^{n-1} \hookrightarrow \mathbb{R}^n$ verhalten ($X \hookrightarrow Y$ heißt *lokal flach*, wenn jeder Punkt von



X eine Umgebung U in Y hat, so daß $(U, U \cap X) \cong (\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^{n-1})$ ist). Zur Illustration der Bedeutung des Ringproblems in der Diskussion der topologischen Mannigfaltigkeiten in den 60er Jahren sei auf seinen engen Zusammenhang mit Fragen nach differenzierbaren Strukturen oder nach Triangulierungen hingewiesen [1]). Werner Bos beleuchtet in [B 1] das Ringproblem von verschiedenen Seiten und stellt zahlreiche weitere Beziehungen zu anderen teils bekannten, teils neu aufgeworfenen Fragen der Topologie her. Die Lösung des Ringproblems ist zu diesem Zeitpunkt bekannt und affirmativ für $n \leq 3$, nicht bekannt für $n > 3$.

Die in [B 1] aufgeworfenen mit dem Ringproblem verwandten Fragen führen zu einer Reihe weiterer topologischer Arbeiten, in denen die in [B 1] diskutierten Hilfsmittel weiterentwickelt werden. In seinen Arbeiten ist Bos der Lösung des Ringproblems sehr nahe gekommen. Die vollständige Lösung gelingt jedoch nicht. Sie erfolgt Ende 1968 für $n > 4$ (affirmativ) während des Satzes der letzten Arbeit [B 6] durch Überlegungen von Kirby-Hsiang-Shaneson-Siebenmann-Wall (siehe „Added December 1, 1968" in Kirby [2]). Für $n = 4$ ist die Frage noch heute offen.

Die im Schriftenverzeichnis letztgenannte topologische Arbeit [B 7] in den Überblicken Mathematik ist eine Einführung in die Homologietheorie, die die Anwendung algebraisch-topologischer Methoden auf allgemein interessierende Fragen für einen größeren Leserkreis darstellt.

Die Arbeiten von Bos über Mittelwertstrukturen befassen sich zum einen mit der Charakterisierung des arithmetischen Mittels reeller Zahlen ([C 1], [C 4]) und haben zum andern allgemein den Begriff einer Mittelwertstruktur auf einer Menge oder einem topologischen Raum zum Gegenstand ([C 2], [C 3], [C 5]).

Leitgedanke ist dabei, den Begriff einer Mittelbildung auf Axiome zu gründen, „die als anwendungsbezogene Postulate einer sinnvollen Informationszusammenfassung recht allgemein zu akzeptieren sein sollen" ([C 2]).

Ziel von [C 1] und [C 4] ist es, eine von den Grenzwertsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung unabhängige einfache mathematische Rechtfertigung der Anwendung des arithmetischen Mittels reeller Zahlen zu geben.

Dazu hat man offensichtlich Funktionen

$$f_n : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

---

[1]) Siehe z. B. S. 41/42 in: Brown, M.; Gluck, H.: Stable structures on manifolds I, II, III. Anni of Math. **79** (1964) 1–58.

[2]) Kirby, R. C.: Stable homeomorphisms and the annulus conjecture. Ann. of Math. **69** (1969) 575–582.

zu betrachten, wobei n eine natürliche Zahl ist: f_n ordnet einem n-tupel $(x_1,\ldots,x_n)$ reeller Zahlen einen *Mittelwert* $f_n(x_1,\ldots,x_n)$ zu.

Zunächst werden die folgenden drei naheliegenden Axiome aufgestellt.

(I) f_n ist symmetrisch.

(II) $f_n(x_1 + b,\ldots,x_n + b) = f_n(x_1,\ldots,x_n) + b\,, \quad b \in \mathbb{R}\,.$

(III) $f_n(a \cdot x_1,\ldots,a \cdot x_n) = a \cdot f_n(x_1,\ldots,x_n)\,, \quad a \in \mathbb{R}\,.$

Eine leichte Rechnung zeigt, daß f_2 hierdurch bereits als arithmetisches Mittel $f_2(x_1,x_2) = (x_1 + x_2)/2$ festgelegt ist ([C 1], Satz 1). Für $n > 2$ ist ein entsprechendes Resultat falsch. Zu jedem $n \geq 3$ existieren unendlich viele Funktionen f_n mit den Eigenschaften (I) bis (III). Die Unbestimmtheit der Funktionen $f_n, n \geq 3$ wird in [C 1] und [C 4] charakterisiert und in den Fällen $n = 3$ und $n = 4$, insbesondere in [C 4], in sehr schöner Weise detailliert geometrisch diskutiert.

Zur Charakterisierung des arithmetischen Mittels ist also ein weiteres Axiom erforderlich. Hierzu könnte zum Beispiel die Forderung nach stetiger Differenzierbarkeit oder auch die Forderung nach Additivität von f_n dienen. Bos führt statt dessen ein Axiom (IV) ein, das eine im Vergleich zu diesen beiden Forderungen stärker anwendungsbezogene Motivation gestattet: Bildet man aus n Daten $x_1,\ldots,x_n$ den Mittelwert $f_n(x_1,\ldots,x_n)$ und nimmt dann ein weiteres Datum x_{n+1} hinzu, so läßt sich der Mittelwert $f_{n+1}(x_1,\ldots,x_{n+1})$ aller $n + 1$ Daten ohne Heranziehung der Einzeldaten $x_1,\ldots,x_n$ allein aus der Kenntnis des Mittelwertes $f_n(x_1,\ldots,x_n)$ sowie des neuen Datums x_{n+1} bestimmen.

(IV) $f_{n+1}(x_1,\ldots,x_{n+1}) = f_{n+1}(f_n(x_1,\ldots,x_n),\ldots,f_n(x_1,\ldots,x_n),x_{n+1})\,.$

Induktion nach n liefert das gewünschte Resultat:

Satz ([C 1], Satz 2). *Aus* (I)–(IV) *folgt*

$$f_n(x_1,\ldots,x_n) = \tfrac{1}{n}(x_1 + \cdots + x_n)\,.$$

Die beiden Axiome (I), (IV) bleiben sinnvoll, wenn man die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ durch eine beliebige Menge A ersetzt. Für die Axiome (II), (III), die von der additiven und multiplikativen Verknüpfung reeller Zahlen Gebrauch machen, muß in diesem allgemeinen Fall ein geeigneter Ersatz gefunden werden. Dies führt dann zum Begriff der Mittelwertstruktur auf einer Menge A.

Definition ([C 2], Definition 1). *Eine Folge von Abbildungen*

$$f_n : \underbrace{A \times \cdots \times A}_{n\ \textit{Faktoren}} \to A,\ n \text{ natürlich},$$

heißt Mittelwertstruktur auf A, falls die Axiome (I), (II′), (III′), (IV) *erfüllt sind mit*

(II′) *Für jedes* $a \in A$ *und jede natürliche Zahl* n *ist* $x \mapsto f_n(a,\dots,a,x)$ *eine injektive Selbstabbildung von* A.

(III′) $f_n(a,\dots,a) = a$ *für alle* $a \in A$ *und alle natürlichen Zahlen* n.

Beispiele von Mittelwertstrukturen erhält man durch das arithmetische Mittel in Vektorräumen über dem Körper $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen. Hauptergebnis von [C 3] ist, daß dies in gewissem Sinn die allgemeinste Mittelbildung ist.

Satz ([C 3], Satz 2). *Jede Mittelwertstruktur läßt sich in einen* $\mathbb{Q}$*-Vektorraum einbetten.*

Ferner gilt:

Satz ([C 5]). *Eine Mittelwertstruktur ist bereits durch die zweistellige Mittelwertfunktion* f_2 *bestimmt.*

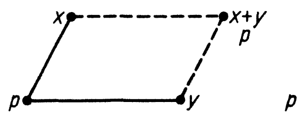
Ist A ein topologischer Raum, erhält man durch die zusätzliche Forderung der Stetigkeit der Funktionen f_n den Begriff einer stetigen Mittelwertstruktur.

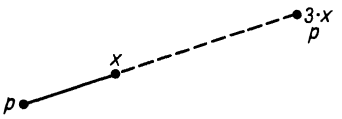
Auch hier wird die zentrale Rolle des arithmetischen Mittels deutlich. Unter einer technischen Zusatzvoraussetzung (*volle* Mittelwertstruktur ([C 2], Definition 2)) beweist Bos, daß jede stetige Mittelwertstruktur auf einer zusammenhängenden Teilmenge von $\mathbb{R}$ isomorph ist zur Mittelwertstruktur des arithmetischen Mittels auf $\mathbb{R}$ ([C 2], Satz 6, Korollar). Die Isomorphismen sind Verallgemeinerungen der Exponential- und der Logarithmusfunktion, die Isomorphismen zwischen den Strukturen des arithmetischen Mittels auf $\mathbb{R}$ und des geometrischen Mittels auf den positiven reellen Zahlen sind.

In seinem letzten Lebensjahr hatte sich Bos einem speziellen Kapitel der Geometrie zugewandt. Ein Vortrag über affine Räume, den er vor Mathematiklehrern in Konstanz hielt, war für ihn der Anlaß, den axiomatischen Ausgangspunkt neu zu überdenken. Die übliche Definition des affinen Raumes (im Rahmen der linearen Algebra, s. etwa Bourbaki) erschien ihm zu kompliziert, um als Grundlage des Geometrieunterrichts an Gymnasien tauglich zu sein. Gesucht war ein einfacheres System von Strukturdaten. Hier seine – geringfügig geänderte – Definition:
Es sei A eine Menge und R ein Ring mit 1. Eine *R-affine Struktur* auf A besteht aus zwei Abbildungen

$$A \times A \times A \xrightarrow{+} A, (x,p,y) \mapsto x \overset{+}{_p} y\,,$$
$$R \times A \times A \xrightarrow{\cdot} A, (\lambda,p,x) \mapsto \lambda \overset{\cdot}{_p} x\,,$$

für die gewisse Identitäten gelten sollen. Ehe wir diese auflisten, wollen wir durch zwei Figuren andeuten, wie man für die Punkte des Anschauungsraumes solche Strukturabbildungen erklären kann.





Die geforderten Identitäten sind:

Kommutativgesetz	$x \,{}^{+}_{p}\, y = y \,{}^{+}_{p}\, x$
Assoziativgesetze	$(x \,{}^{+}_{p}\, y) \,{}^{+}_{p}\, z = x \,{}^{+}_{p}\, (y \,{}^{+}_{p}\, z)$
	$(\lambda \cdot \mu) \,{}^{\cdot}_{p}\, x = \lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, (\mu \,{}^{\cdot}_{p}\, x)$
Verkürzungsgesetze	$x \,{}^{+}_{p}\, p = x, 1 \,{}^{\cdot}_{p}\, x = x$
Distributivgesetze	$(\lambda + \mu) \,{}^{\cdot}_{p}\, x = \lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, x \,{}^{+}_{p}\, \mu \,{}^{\cdot}_{p}\, x$
	$\lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, (x \,{}^{+}_{p}\, y) = \lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, x \,{}^{+}_{p}\, \lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, y$
Verschmelzungsgesetze	$x \,{}^{+}_{p}\, y = (x \,{}^{+}_{q}\, y) \,{}^{+}_{p}\, q$
	$\lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, x = \lambda \,{}^{\cdot}_{q}\, x \,{}^{+}_{q}\, \lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, q\,.$

Einprägsamer und logisch äquivalent sind folgende Bedingungen:

(a) Für jedes $p \in A$ ist das Abbildungspaar $(\overset{+}{p}, \dot{p})$ eine R-Modulstruktur auf A, ${}^{+}_{p}(x, y) := x \,{}^{+}_{p}\, y$, ${}^{\cdot}_{p}(\lambda, x) := \lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, x$.

(b) (Regeln für „Bezugspunktwechsel")

$$x \,{}^{+}_{p}\, y = x \,{}^{-}_{q}\, p \,{}^{+}_{q}\, y, \quad \lambda \,{}^{\cdot}_{p}\, x = \lambda \,{}^{\cdot}_{q}\, x \,{}^{+}_{q}\, (1 - \lambda) \,{}^{\cdot}_{q}\, p\,.$$

Wo liegen nun die Vorzüge dieser Definition? Unseres Erachtens sind in erster Linie drei Gesichtspunkte hervorzuheben.

(1) Affine Räume sind gleichungsdefinierte Algebren im Sinne der universellen Algebra.

(2) Die Strukturdaten besitzen eine vertraute Interpretation im Anschauungsraum.

(3) Das Rechnen in affinen Räumen ist nach kurzer Einübungszeit nicht schwieriger als in Moduln.

Wir wollen nicht verschweigen, daß schon vor Bos – und ohne daß er davon wußte – Ostermann und Schmidt entdeckt hatten, wie sich ein affiner Raum als algebraisches System definieren läßt[3]); freilich ist anzumerken, daß sie, bedingt durch ihren ursprünglichen Ansatz, ein etwas fremdartiges System definierender Gleichungen zugrunde legen, das nach eigenem Urteil algebraisch nicht unmittelbar ansprechend ist.

[3]) Ostermann, F.; Schmidt, J.: Der baryzentrische Kalkül als axiomatische Grundlage der affinen Geometrie. J. reine angew. Math. **224** (1966) 44–57.

Von der obigen Axiomatik ausgehend hat Bos die Theorie der affinen Räume ein gutes Stück weit entwickelt. Seine Überlegungen fanden ihren Niederschlag in einem umfangreichen Manuskript mit dem Titel: Über die Kategorien der affinen und euklidischen Räume. Wir wollen den Inhalt grob skizzieren.

Die Arbeit zerfällt in zwei Teile, die sehr verschiedene Anliegen verfolgen. Bos demonstriert im ersten Teil zunächst die Brauchbarkeit des verwandten Kalküls an zahlreichen elementar-geometrischen Beispielen und behandelt danach eine Reihe grundlegender Begriffe, die sich zum großen Teil einfach durch Spezialisierung allgemein-algebraischer Begriffe ergeben, s. o. (1); als Beispiele nennen wir: affine Abbildung, Unterraum, Hülle, Simplex (Basis), Quotientenraum und Kongruenzrelation. Soweit lassen sich seine Überlegungen dem Ziel unterordnen, eine brauchbare Grundlage für den Geometrieunterricht an Schulen zu entwickeln. Dagegen ist der zweite Teil, der aus mathematischer Sicht erheblich anspruchsvoller ist, in erster Linie kategorientheoretischen Fragen gewidmet. So wird durch eine elementare Konstruktion nachgewiesen, daß die Kategorie der R-affinen Räume (neben Produkten auch) Coprodukte besitzt. Falls R kommutativ ist, existiert ein interner Hom-Funktor; ferner werden Tensorprodukte und äußere Potenzen konstruiert. Erwähnt sei noch abschließend die Existenz einer Adjunktion zwischen der Kategorie der R-Moduln einerseits und der R-affinen Räume andererseits.

Wie diese Theorie der affinen Räume, so sind eine Reihe von Bos'schen Arbeiten aus Bedürfnissen der Lehre entstanden. Als begeisterter und begeisternder Lehrer gab er sich nicht mit der Existenz von Sätzen und Beweisen zufrieden. Er wollte Sätze, die ihn faszinierten, auch in der Lehre weitergeben. Da das mit Originalbeweisen oft kaum möglich ist, hat er sich in einer Reihe von Arbeiten um elegante, möglichst wenig Hilfsmittel benutzende Beweise für solche aus den verschiedensten Zweigen der Mathematik stammenden Sätze bemüht.

In [E 1] und [E 2] geht es um die Klassifikation der einfachen Lie-Algebren über dem komplexen Zahlkörper mit Hilfe von Dynkin-Diagrammen. In [E 3] behandelt er einen auf G. Pólya zurückgehenden Hilfssatz, der für den Nachweis einer Ungleichung zwischen den Beträgen der Eigenwerte einer beschränkten linearen Transformation und ihren singulären Werten gebraucht wird und in der damals vorhandenen Literatur mit Hilfe von 5 weiteren Hilfssätzen bewiesen wurde.

Der Schinkenbrötchensatz [E 4] bildete das Thema seiner Heidelberger Antrittsvorlesung und eines eindrucksvollen Vortrags auf der 58. Hauptversammlung des Deutschen Vereins zur Förderung des Mathematischen und Naturwissenschaftlichen Unterrichts; im Fall der Dimension 3 besagt er, daß man die 3 Teile eines Schinkenbrötchens (Brötchen, Butter, Schinken) stets durch einen einzigen ebenen Schnitt gleichzeitig halbieren kann. Der Beweis für beliebige Dimensionen wird üblicherweise mit Hilfe der Kohomologietheorie geführt; für die Dimensionen 2 und 3 zeigte Bos, daß man ohne algebraische Topologie auskommt.

Aus dem Whitneyschen Einbettungssatz folgt, daß sich jede n-dimensionale C^k-Mannigfaltigkeit ($0 < k < \infty$) in den $\mathbb{R}^{2n+1}$ C^k-einbetten läßt; für viele Anwendungen genügt es, eine Einbettung in irgendeinen $\mathbb{R}^m$ zu haben (m nicht notwendig $= 2n + 1$). In [E 5] gibt Bos eine sehr einfache Konstruktion einer Einbettung mit $m = (n + 1)^2$ an, die sogar den Fall $k = 0$ mit umfaßt.

Auch für Nichtmathematiker verständlich und interessant ist die Frage, für welche n auf $\mathbb{R}^n$ eine vernünftige Multiplikation existiert. Eine überraschende Antwort darauf gibt der Satz von Hurwitz, daß $\mathbb{R}^n$ nur für $n = 1,2,4,8$ zu einer (im Fall $n = 8$ nicht assoziativen) unitären $\mathbb{R}$-Algebra mit $|xy| = |x||y|$ (woraus die Invertierbarkeit der von 0 verschiedenen Elemente folgt) gemacht werden kann. In [E 6] und [E 7] gibt Bos einen Beweis für diesen Satz, der nur elementarste lineare Algebra benutzt und damit auch einem nach den heutigen Lehrplänen unterrichteten Abiturienten zugänglich ist. Wie überzeugend sein Vorgehen ist, weiß jeder, der den Bos'schen Vortrag für die Mathematiklehrer an Gymnasien auf der DMV-Jahresversammlung 1970 in Saarbrücken hörte.

Schließlich ist in diesem Zusammenhang noch die Arbeit über hermitesche Formen [E 8] zu erwähnen. Der Ansatzpunkt ist hier ähnlich wie bei den Arbeiten über Mittelwerte. In unserem heutigen Anfängerunterricht ist es selbstverständlich, innere Produkte für komplexe Vektorräume als hermitesche Formen einzuführen; das geschieht im allgemeinen durch Hinschreiben einer technischen Definition, die sich zwar als Analogie zum Reellen bewährt, aber keineswegs von plausiblen Forderungen an ein solches inneres Produkt her motiviert ist. Bos zeigt nun auf, daß man notwendig auf hermitesche Formen kommt, wenn man nur die folgenden naheliegenden Eigenschaften von einer Längenfunktion $\|\ \|$ verlangt: $\|x\|^2 = \|y\|^2 \Rightarrow \|x\| = \|y\|$, $\|kx\| = k\|x\|$ für alle natürlichen Zahlen k, $\|\alpha x\| = \varrho(\alpha)\|x\|$ für alle komplexen Zahlen α und eine stetige Abbildung $\varrho: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $\|\gamma(x)x\| = 1$ für eine komplexwertige Funktion γ und $x \neq 0$.

Die Kraft der Persönlichkeit von Werner Bos, deren Eindruck man sich kaum entziehen konnte, prägte sehr stark die gemeinsame Arbeit für den Fachbereich. Der beherrschende Zug seines Wesens voller Temperament und menschlicher Wärme war das große Verantwortungsbewußtsein für die Menschen in seiner Umgebung. Diese Würdigung des Mathematikers und Hochschullehrers Werner Bos soll einen kleiner Teil des Dankes abstatten, den ihm die Autoren für vielfältige persönliche Hilfe und ausgiebige mathematische Förderung schulden.

Verzeichnis der wissenschaftlichen Veröffentlichungen von Werner Bos

[A] Kritische Sehnen auf Riemannschen Elementarraumstücken. Math. Ann. **151** (1963) 431 – 451

[B 1] Über die Verbindbarkeit von verdickbaren (n – 1)-Zellen in topologischen n-Mannigfaltigkeiten. Math. Ann. **167** (1966) 113 – 142

[B 2] Ein Beitrag zur Theorie der stabilen Mannigfaltigkeiten. Math. Ann. **163** (1966) 268 bis 272

[B 3] Eine Bemerkung zu dem Hindernis von E. H. Connell für die stabilen Strukturen von Mannigfaltigkeiten. Arch. Math. **18** (1967) 89 – 90

[B 4] Für $j \leq n - 3$ sind zwei j-Zellen des $\mathbb{R}^n$ stets verbindbar. Math. Ann. **175** (1968) 341 – 344

[B 5] On homeomorphic pseudoannuli and the connectability of (n – 1)-balls in $\mathbb{S}^n$. Indag. Math. **30** (1968) 265 – 269

[B 6] Die Richtigkeit der Ringvermutung bei „guter" Verdickbarkeit. Arch. Math. **20**, 545 bis 550

[B 7] Einführung in die Homologietheorie. Mannheim 1972. = Überblicke Math. Bd. 5, 7 – 45

[C 1] Axiomatische Charakterisierung des arithmetischen Mittels. Math.-Phys. Semesterber. **18** (1971) 45 – 53

[C 2] Mittelwertstrukturen. Math. Ann. **198** (1972) 317 – 333

[C 3] Die Einbettung von Mittelwertstrukturen in $\mathbb{Q}$-Vektorräume. Math. Z. **128** (1972) 207 – 216

[C 4] Zur Axiomatik des Arithmetischen Mittels. Konstanz 1972. = Konstanzer Universitätsreden Bd. 44

[C 5] Die Charakterisierung einer Mittelwertstruktur durch deren zweistellige Mittelwertfunktion. Arch. Math. **24** (1973) 397 – 401

[D] Über die Kategorien der affinen und euklidischen Räume

[E 1] Zur Klassifikation der einfachen Lie-Gruppen. Indag. Math. **24** (1962) 240 – 244

[E 2] Über die Graphen der einfachen Lie-Algebren. Indag. Math. **28** (1966) 616 – 619

[E 3] Zur Abschätzung der Eigenwerte einer beschränkten linearen Transformation mit Hilfe der singulären Werte. Math. Ann. **157** (1964) 276 – 277

[E 4] Der Schinkenbrötchensatz. Math.-Phys. Semesterber. **13** (1966) 74 – 78

[E 5] Zur Einbettung einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit in einen euklidischen Raum. Arch. Math. **16** (1965) 232 – 234

[E 6] Ein einfacher Beweis eines Satzes von Hurwitz über reelle Divisionsalgebren. Math.-Phys. Semesterber. **12** (1965) 79 – 86

[E 7] Multiplikation in euklidischen Räumen. Jber. Dt. Math.-Verein. **73** (1971) 53 – 59

[E 8] Hermitesche Formen als Skalarprodukte komplexer Vektorräume. Math.-Phys. Semesterber. **15** (1968) 69 – 75

[F] Vektorielle Behandlung von Kreisbüscheln und Kreisbündeln. Didaktik d. Math. **2** (1974) 63 – 80

(Eingegangen: 28. 11. 1975)

Fachbereich Mathematik
Universität Konstanz
7750 Konstanz