

MZ

IVIAUUTIAUUA

Physik

Der
mathematische
und
naturwissenschaftliche
Unterricht

Biologie

Chemie

Jahrgang 40
Heft 1-8
Jan.-Dez. 1987

FÖRDERVEREIN MNU

Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts e. V.

Der Verein ist durch Verfügung des Finanzamtes für Körperschaften in Hamburg als gemeinnützig anerkannt.

Vorstand

Ehrenvorsitzender	OSStD Prof. Dr. Fr. MUTSCHELLER, Wohnstift Augustinum, Jasperstr. 2, 6900 Heidelberg
Ehrenvorsitzender	OSStD i. R. A. KLEIN, Stachelsweg 28, 5000 Köln 91. Tel. 02 21/ 86 22 61
1. Vorsitzender	StD H. LOCHHAAS, Ringstr. 105, 6101 Roßdorf über Darmstadt. Tel. 061 54/92 81
2. Vorsitzender	OSStD Dr. H. WAMBACH, Preußenstr. 20, 4040 Neuss 1. Tel. 0 21 01/8 36 81
Geschäftsführer	StD Friedr. BECKER, Bielfeldstr. 14, 2000 Hamburg 50. Tel. 0 40/8 80 67 81

Postgirokonto: Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. Hamburg 439 19–202

Beisitzer

Mathematik	StD F. BARTH, Abbachstr. 23, 8000 München 50. Tel. 0 89/1 41 36 46
Physik	OSStD P. WESSELS, Arensburgstr. 28, 2800 Bremen. Tel. 04 21/44 37 03
Chemie	StD W. ASSELBORN, Konrad-Adenauer-Allee 26, 6630 Saarlouis. Tel. 0 68 31/8 36 04
Biologie	OSStR K. THAMERUS, Walther-Bothe-Str. 9, 7500 Karlsruhe 41. Tel. 07 21/47 41 42
Informatik und Information	StD D. POHLMANN, Heidmühlenweg 59 d, 2200 Elmshorn. Tel. 0 41 21/9 40 30
MNU-Haupt- Schriftleiter	Prof. Dr. H. SCHMIDT, Am Pleisbach 28, 5205 St. Augustin 1

Die Mitgliedschaft im Förderverein MNU

Über den Förderverein MNU, seine Ziele, Arbeitsweisen, Erfolge usw., informieren wir Sie gerne. Bitte Fö-Info-Blatt beim MNU-Geschäftsführer anfordern.

Geschäftsjahr ist das Kalenderjahr. Der Eintritt von natürlichen Personen kann jederzeit erfolgen. Der Beginn der Mitgliedschaft rechnet je nach Wunsch des Eintretenden vom 1. Januar oder 1. Juli an. Der Austritt ist nur zum 31. Dezember möglich und muß bis zum 1. Oktober dem Geschäftsführer gemeldet werden. Schulen, Institutionen aller Art, Wirtschaftsunternehmen und Verbände können nicht Mitglied werden. Ihnen steht das Verlags-Abonnement offen, vgl. rechte Spalte.

Der Jahresbeitrag beträgt DM 52,- (für Pensionäre DM 42,-); in ihm ist die Belieferung mit der Zeitschrift »Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht« eingeschlossen. Studenten und Studienreferendare, Assessoren, Hochschulassistenten und Junglehrer, die noch nicht die volle tarifliche Besoldung erhalten, bezahlen nur DM 32,- Jahresbeitrag, wenn sie darüber eine mit dem Stempel der Schulleitung oder der Hochschule versehene Bescheinigung dem Geschäftsführer einreichen.

Der Jahresbeitrag ist bis zum 1. Juni im ganzen zu zahlen. Später noch ausstehende Beträge werden zuzüglich der Kosten der Einziehung durch Postnachnahme erhoben.

An- und Abmeldungen sind nur an den Geschäftsführer zu richten. Adressenänderungen müssen spätestens 4 Wochen vor Erscheinen beim Dümmler Verlag vorliegen (alte und neue Adresse). Da die Post Zeitschriften nicht nachsendet, sondern vernichtet, kann verlagsseits Ersatz nur gegen Berechnung geleistet werden.

FERD. DÜMMLER'S VERLAG

DÜMMLERhaus

Kaiserstraße 31–37

Postfach 14 80

5300 Bonn 1

Tel. 02 28/22 30 31

MNU-Erscheinungsweise

8 mal jährlich (alle sechs Wochen); je 64 Seiten Umfang

Heft-Nr.	Erscheinungstermin	Anzeigenschluß
1	15. Januar	15. Dezember
2	1. März	1. Februar
3	15. April	15. März
4	1. Juni	1. Mai
5	15. Juli	15. Juni
6	1. September	1. August
7	15. Oktober	15. September
8	1. Dezember	1. November

MNU-Bezugsbedingungen

Pro Jahrgang 8 Hefte = 512 Seiten plus 8 Seiten Jahresinhaltsverzeichnis: DM 82,-, Einzelheft DM 12,-, zuzüglich Versandkosten. Hefte früherer Jahrgänge zu gleichem Preis teilweise noch lieferbar. Vorzugspreis für Studenten gegen Studienbescheinigung DM 65,60 (nur direkt vom Verlag).

Für Mitglieder des Fördervereins ist der Bezugspreis im Vereinsbeitrag enthalten (vgl. linke Spalte).

Einbanddecken: auch früherer Jahrgänge jeweils DM 9,80.

Eine Kündigung des Jahresabonnements kann nur anerkannt werden, wenn die schriftliche Kündigung für das folgende Jahr am 1. Oktober des laufenden Jahres beim Verlag vorliegt.

Anschriftenänderungen

bitte rechtzeitig dem Dümmler Verlag (nicht dem Geschäftsführer des Fördervereins und nicht der Post) mitteilen. Bei Anschriftenänderungen, die nicht mindestens 4 Wochen vor Erscheinen des nächsten Heftes Dümmler gemeldet sind, kann bei Verlust Ersatz nur gegen Berechnung gestellt werden, da die Post Zeitschriften weder nachsendet noch an den Verlag zurückgibt.

Verlag, Anzeigen- und Beilagenverwaltung

Ferd. Dümmlers Verlagsbuchhandlung, Bonn, Anschrift wie oben. Anzeigen- und Beilagenpreise gemäß Tarif Nr. 21 vom 1. 1. 1987.

Für Stellengesuche und Behördenanzeigen gilt ein ermäßigter Tarif. Anzeigenschluß jeweils 4 Wochen vor Erscheinen (siehe obige Termine).

Satz, Druck, Binearbeiten:
Boss-Druck und Verlag, Geefacker 63,
4190 Kleve, Tel. 0 28 21/90 76

Copyright/Fotokopien

Sämtliche Rechte liegen beim Verlag Dümmler, Bonn. Die Zeitschrift und ihre Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf deshalb der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Inhaltsverzeichnis

Abhandlungen – Beiträge zur Schulpraxis – Zur Diskussion gestellt

Mathematik

ANDRÉ, J.-P.: Ein Näherungsverfahren zur Quadratur der Kreisfläche	85
BODENDIEK, R. – WAGNER, K.: Über das »Zeichnen« von Graphen auf der Spindelfläche. Das Kuratowskische Problem	349
BROCKMEYER, H. – BROCKMEYER, J.: Ein einfaches Verfahren zum numerischen Lösen von Gleichungen	405
DIEPGEN, R.: Parametrische Statistik – leicht gemacht	273
FRICKE, A. †: Anzahlfragen zur n -Ebenenkonfiguration	465
FRICTSCH, K.-H.: Das rechtwinklige Dreieck, sein Inkreis und die pythagoräischen Tripel	169
HERING, H.: Approximation und Grenzwertpropädeutik in der Sekundarstufe I	400
KRAUSKOPF, R.: LOGIK als Programmiersprache	195
KRÜGER, K.-H.: Berechnung von e und π auf beliebig viele Stellen genau	474
METZGER, K. H.: Die n -te Potenz der Summe zweier Quadrate ist die Summe zweier Quadrate	32
MÖBIUS, M.: Ein Inzidenzproblem aus dem Analysisunterricht	28
NEUHEUSER, H.: Die Infinitesimalmathematik – eine transparente Alternative zur heutigen Schulanalyse	67
PETER, K.: Einführung der reellen Zahlen in der Mittelstufe	23
PETER, K.: Einige elementare Beispiele direkter Integrationsmöglichkeit	86
PICKERT, G.: Zum Irrationalitätsbeweis für Quadratwurzeln aus natürlichen Zahlen	212
RÜHENBECK, CH.: Vom Verknüpfen von Proportionalitäten	389
SCHÖNWALD, H. G.: Die Geometrie eines Kühlturms	208
SCHUPPAR, B.: Flexible Unterrichtssoftware mit LOGO	142
TREIBER, D.: Elementargeometrische Lösung einer Extremwertaufgabe	281

Physik

ARNOLDS, K. – SCHMIDT, H.: Informationsübertragung mit Lichtleitern – Physikalische Grundlagen, Entwicklungstendenzen, Vorschläge zur unterrichtlichen Behandlung	451
BROCKMEYER, H.: Die natürliche Radioaktivität des Kaliums	90
GOMOLETZ, J.: Die Newtonsche Abbildungsgleichung – ein einfacher Zugang zu den Linsengesetzen	393
HÖFLING, O.: Die Quarks und die Leptonen als Urbausteine der Materie	131
LINCKE, R.: Physikalische Experimente mit dem Commodore 64 – Teil 4	218
LUCHNER, K. – DEGER, H. – SCHILLING, E.: Mechanisches Funktionsmodell eines geschwindigkeitsfokussierenden Massenspektrographen	34
LUCHNER, K. – WORG, R.: Harmonische und chaotische Schwingungen	337
MERZYN, G.: Die Sprache unserer Schulbücher	75
MEYER ZUR CAPELLEN, F.: Die lineare harmonische Schwingung mit quadratischem Widerstandsgesetz	151
RÖTTCHER, W.: Nach Tschernobyl: Aktivitätsbestimmung von Erd- u. Grasproben mit einfachen Schulzählrohren	214
ROMERO, G.: Bestimmung der Beziehung zwischen zwei physikalischen Größen	225
SAUERZAPFE, G.: Über ein Problem, verursacht durch eine zu stark vereinfachende Beschreibung des mehrdimensionalen Potentialtopfes	88
STETTLER, P.: Physikalische Gedanken zu einem Gedicht	21
WEDEGÄRTNER, K. – JUST, F.: Die Peltierbatterie	10

WELTNER, K.: Der aerodynamische Auftrieb – ein Vergleich unterschiedlicher Erklärungsmuster 264

Chemie

BITTERLING, D.: Nachweis einer Reaktion 1. Ordnung anhand photochemischer Isomere 484

BÖHMER, V. – LEMPERT, G. – VOGT, W.: Verständliche BASIC-Programme zur pH-Wert-Berechnung und zur Simulation von Titrationskurven 477

BROCKT, M.: Kolbenprober und Computer – eine interessante Verbindung – nicht nur für den Chemieunterricht 413

DÄMMGEN, U. – FRÜHAUF, D.: Die Bestimmung der trockenen Deposition von Schwefeldioxid aus der Gasphase 41

GEISER, H.: Die Bestimmung der molaren Massen von Gasen mit einfachsten Mitteln 39

GEISER, H.: Wieviel Kohlenstoffdioxid ist im Sprudel und in anderen Erfrischungsgetränken? 410

KEUNE, H. – DÄMMGEN, U.: Die Seriengesetze für die Linien des Wasserstoffspektrums – ihre systematische Ermittlung und die Deutung der Laufzahlen 344

PERLEWITZ, G.: Die Ionisierungsenergie und der Aufbau der Elektronenhülle 357

PREUSS, H.: Analogon oder Modell? Über die Verwendung von Begriffen in der Beschreibung unseres Materieverständnisses 81

RÖSCH, K.: Chemisches Rechnen – oder der Vergleich von Atomen mit Perlen 361

SCHMIDT, H.-J. – MÜLLER, V.: Iterative Verfahren für die Behandlung mathematischer Probleme im Chemieunterricht 232

SUMFLETH, E. – CRISPIEN, K.-D.: Ein Vorschlag zur Erarbeitung der organisch-chemischen Reaktionsmechanismen, ausgehend vom Beispiel der Citronensäure 229

TAUSCH, M.: Photochemische cis-trans-Isomerisierungen 92

WENCK, H. – DIEMANN, E. – KRUSKA, G. – STEINBECK, R.: Schulchemische Spurenanalyse anorganischer Ionen im Nanogrammbereich 153

WÖHRMANN, H.: Gedanken zur Misere des Chemieunterrichts 284

WROBEL, G. – DANIELS, H.: Ermittlung der stöchiometrischen Zusammensetzung von Kupferhydroxid – oder Titrieren einmal anders betrachtet 407

Biologie

BERCK, K.-H. – GRAF, D.: Begriffslernen im Biologieunterricht – Begriffe zur Unterrichtseinheit »Zelle« 161

DANNEEL, I.: Pik ist Trumpf – ein Spiel zur Darstellung der zweiten Mendel-Regel 168

ERBER, D. – KLEE, R.: Schülerexperimente zur Atmungsaktivität von Köcherfliegenlarven (Trichoptera) im Biologieunterricht der Sekundarstufe I 429

FREYTAG, K.: Die bakterielle Infektion – auch ein Kapitel Ökologie 16

HESSE, M. – STASCHEIT, M.: Wasseraufnahme durch einheimische Holzpflanzen – Potetometerversuch 48

KAPLAN, R.W.: Genetische und kulturelle Evolution – Krieg und Frieden 202

KETTLING, A.: Möglichkeiten und Grenzen wissenschaftsorientierten Biologieunterrichts in Klasse 5 und 6 – eine empirische Untersuchung; Teil 1 237
Teil 2 288

LAUDIEN, H. – FREYER, J.: Belohnungsdressur von Mäusen mit Computerunterstützung 104

REISS, J.: Kultivierung des Austernpilzes (*Pleurotus ostreatus*) im Biologieunterricht 486

SCHLITZER, A. – BERCK, K.-H.: Der Dshungarische Zwerghamster – ein neues Versuchstier für den Biologieunterricht – Lernverhalten 422

SCHRAMM, E.: Wissenschaftsgeschichte und naturwissenschaftlicher Unterricht – Bemerkungen zu einem komplizierten Verhältnis am Beispiel des Biologieunterrichts 364

SCHWARZ, E.: Das poikilohydr Verhalten von Bohnensamen als Experiment im Biologieunterricht 369

WOLF, R.: Sinnestäuschungen – Demonstrationsversuche zeigen ihren biologischen Sinn 491

Fächerübergreifendes – Allgemeines

BERCK, K.-H.: Warum zu wenig Interesse der Schüler am naturwissenschaftlichen Unterricht? 387

JUNG, H.: Die Strahlengefährdung der Bevölkerung durch den Reaktorunfall von Tschernobyl 4

LOCHHAAS, H.: Begrüßungsansprache auf der Festsitzung (78. Hauptversammlung in Köln) 259

MESSERSCHMID, E.: Die D1-Spacelab-Mission: Experimentieren in der Schwerelosigkeit 323

Zur Diskussion gestellt

RIEMER, W.: Mathematik, Informatik, Neue Technologien – Standortbestimmung zwischen Inhalt, Ziel und Alltagspraxis 171

SEEL, F.: Gruppennumerierung des Periodensystems der Elemente – Stellung des Lanthans (Actiniums) und Lutetiums (Lawrenciums) im Elementsystem 304

Aufgaben, Lehrmittel, Diskussion und Kritik

Aufgaben für Mathematikzirkel mit Mittelstufenschülern

Heft 1 (G. WALTER)	56
Heft 2 (G. STARKE)	113
Heft 3 (G. STARKE)	171
Heft 4 (G. STARKE)	244
Heft 6 (G. STARKE)	372
Heft 7 (A. BIKNER, W. HERGET: Fermat, Lagrange und die Geodreiecke)	434
Heft 8 (G. STARKE)	496

Lehrmittel, Medien, Geräte

HÖHNE, G.: Schlüsselexperimente der Mechanik mit einem neuen Experimentiergerät	295
INSTITUT FÜR FILM UND BILD: Biotechnologie (Videocassetten, Teil 1)	433

Diskussion und Kritik

BAUMANN, K.: Zu D. Graf: Begriffsbildung im Biologieunterricht	176
--	-----

BORGES, R.: Prozent und Promille	439
CLAUS, H. J.: Zu »Alles unter einem Dach – Wurfparabeln«	116
FRICKE, A. †: Zu »Alles unter einem Dach – Wurfparabeln«	115
HARTEN, H.-U.: Zum Begriff der Arbeit	114
METZGER, K. H.: Zu »Das rechtwinklige Dreieck«	502
SCHÖNWALD, H.: Zur Behandlung von Induktion u. Rekursion	179
SCHÖNWALD, H.: Bemerkungen zu: »Evolutionäre Erkenntnistheorie«	307
SCHÖNWALD, H.: Zu »Einführung der reellen Zahlen«	438
SCHÖNWALD, H.: Zu »... direkte Integrationsmöglichkeit«	503
SCHRENK, H.: Zu »Satz des Pythagoras«	503
SCHWARZE, H.: Computer im Physikunterricht – eine Zwischenbilanz	497
SEIDEL, H.: Zu »Einfache Polynomdarstellung von Potenzsummen«	245
VOLLRATH, H.-J.: Störungen des »didaktischen Gleichgewichts« im Mathematikunterricht	373
WODE, D.: Eine Ergänzung zu »Der Looping«	114

Mitteilungen

Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts

Vorstandssitzung in Köln, 24. bis 26. Oktober 1986	56
Reisestipendien zum Deutschen Museum – Merkblatt	58
Beitragszahlung 1987	59
Bericht über die MNU-Umfrage 1986 (LOCHHAAS)	116
9. Fachleitertagung für Physik	123
Hauptversammlung in Köln	123
OStD A. KLEIN zum 70. Geburtstag	181
Prof. Dr. O. HAUPT zum 100. Geburtstag	182
9. Fachleitertagung für Mathematik	182
Jahresversammlung des VSN	183

24. Jahrestagung der Association for Science Education (ASE)	183
Neues Info-Blatt über den Förderverein	184
79. Hauptversammlung in Kiel Ostern 1987	247
Festkolloquium für Prof. Dr. K. SEEBACH	247
Bericht über die 78. Hauptversammlung in Köln vom 12.-16. 4. 87	308
Mitgliederversammlung auf der 78. Hauptversammlung am 15. 4. 87	312
Kassenbericht 1986	314
Verleger Dr. W. LEHMANN verstorben	315
Dr. F. EBEL zum Gedächtnis	379
Der Umweltschutzgedanke im Biologieunterricht (THAMERUS)	440

Aus den Landesverbänden

Baden-Württemberg	118, 247
Berlin	118
Bremen: Bezirksgruppe Bremerhaven	119
Franken	119
Hessen	120
Niedersachsen: Bezirksgruppe Emsland/Grafschaft Bentheim	120
Nordrhein	121
Ostbayern	58, 380
Rheinland-Pfalz	58, 379
Saar	122
Schleswig-Holstein	122, 247
Südbayern	184, 441
Westfalen	123
Regionale Tagungen des Fördervereins MNU	315

Besprechungen

Zeitschriften

DÜLL, O.: Chemie	
Oktober 1986 bis März 1987	248
April bis September 1987	507
GOLF, E. - GOLF, S.: Biologie	
April bis September 1986	60
Oktober 1986 bis März 1987	316
KRÜGER, H.: Physik	
Juli bis Dezember 1986	186
Januar bis Juni 1987 (zus. mit G. BOYSEN)	442
SOLONDZ, W. - STARKE, G.: Mathematik	
Juli bis Dezember 1986	124
Januar bis Juni 1987	381

Bücher

Mathematik

BRUHN, J.: Statistik für programmierbare Taschenrechner (G. Starke)	253
FISCHER, G. (Hg.): Mathematische Modelle (G. Starke) 253	
FRANKLIN, H. - KOLTNOW, J. - FINKEL, L.: Spielprogramme für den Apple IIe (W. Olsson)	253
KASCNER, J.: Apple II leicht gemacht (W. Olsson) ...	253
LEDERMANN, W. (Hg.): Handbook of Applicable Mathematics (H. Brasse)	252

Allgemeines, Kurzberichte, Hinweise

SEWERIN, H.: »Gesucht werden ...« (Koordinatoren für die Internationale Mathematik-Olympiade) ...	124
DIFF-Studienmaterial »Molekularbiologie«	248
Hörlein-Preis 1987	507
MNU als Nachschlagewerk	507

Tagungen, Veranstaltungen

GDCh-Fortbildungskurse im 2. Halbjahr 1987	248
Internationales Seminar über empirische Unterrichtsforschung in Dortmund	441
23. Wettbewerb »Jugend forscht«	441
KÜSTER, J.: Bericht über den 22. Bundeswettbewerb »Jugend forscht«	504
ENGEL, A.: Bericht über die XXVIII. Internationale Mathematikolympiade (IMO)	506
Tagungsankündigungen	59, 185, 315, 441

PUCHNATSCHOW, J. W. - POPOW, J. P.: Mathematik ohne Formeln (M. Sienknecht)	252
SCHUPP, W.: Schüler programmieren in PASCAL (W. Olsson)	447
SCHWARTZE, H.: Elementarmathematik aus didaktischer Sicht - Geometrie (G. Starke)	447
WALTER, W.: Analysis I (R. Bodendiek)	447
WEGMANN, H. - LEHN, J.: Einführung in die Stochastik (H. Wiedling)	253
WEILHALTER, J.: Spaß mit Algorithmen (W. Olsson) 252	

Physik

FRICKE, J. - BORST, W. L.: Energie (H. Raethjen) ...	447
GILDE, W.: Licht und Schatten (E.-R. Mewes)	254
HOF, W.: Die philosophische Reichweite der modernen Naturwissenschaften (H. Raethjen)	254
KOHLRAUSCH, F.: Praktische Physik (E. Haase)	255
PAULI, W.: Physik und Erkenntnistheorie (H. G. Glunde) 254	
SCHROEER, D.: Physik verändert die Welt? (H. G. Glunde)	254
TRAUTWEIN, T. - KREIBIG, U. - OBERHAUSEN, E.: Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten (H. G. Glunde)	254

Chemie

- HÄUSLER, K. - SCHMIDKUNZ, H.: Tatort Chemie
(*H. Wambach*) 448
- SCHWANKNER, R. - EISWIRTH, R. M.: Themen zur
Festkörperchemie (*R. Gruehn*) 255

Biologie

- BERCK, K.-H. - RAUSCH, K. A. - VOGEL, S. -
WEISS, J.: Quellen und Arbeitstexte Biologie, Se-
kundarstufe I (*E. Golf*) 256
- BIRGE, E. A.: Bakterien- und Phagengenetik (*M. Henze*) 448
- BORRIS, H. - LIBBERT, E.: Wörterbuch der Biologie
(*R. Klee*) 448
- DREWS, G.: Mikrobiologisches Praktikum (*M. Henze*) 256
- REMANE, A. - STORCH, V. - WELSCH, U.: Kurzes
Lehrbuch der Zoologie (*D. Erber*) 512

- RICHTER, O.: Simulation des Verhaltens ökologischer
Systeme - Mathematische Methoden und Modelle
(*S. Golf, E. Golf*) 512
- SCHAEFER, M. - TISCHLER, W.: Ökologie. Wörter-
buch der Biologie (*D. Graf*) 512
- SCHÜGERL, K.: Bioreaktionstechnik - Reaktionstech-
nik mit Mikroorganismen und Zellen (*F. Jauker*) .. 256
- ZIEGLER, B.: Einführung in die Paläobiologie (*D. Erber*) 256

Allgemeines

- ERNST, B.: Holographie - Zaubern mit Licht
(*H. Schmidt*) 511
- FRITZ, H.-J. u. a.: Der stumme Dialog - Technik und
Gesellschaft heute (*G. Kleinschmidt*) 446
- KRAFFT, F.: Große Naturwissenschaftler - Biographi-
sches Lexikon (*R. Bodendiek*) 447
- SCHRÖDINGER, E.: Die Natur und die Griechen
(*H. Schmidt*) 511

**Bemerkung zu »Die n-te Potenz
der Summe zweier Quadrate ist die
Summe zweier Quadrate«**

von **K. H. Metzger**
(MNU 40 (1987) 32-34)

*Von Prof. Dr. R. Fritsch, Math. Institut der
Ludwig-Maximilians-Universität, Theresien-
straße 39, 8000 München*

Das Ergebnis von Herrn METZGER läßt sich auch durch vollständige Induktion gewinnen. Sein Satz lautet:

Besitzt die natürliche Zahl m eine Darstellung der Form $a^2 + \epsilon b^2$ mit $a, b \in \mathbb{N}$ und $\epsilon \in \{1, -1\}$, so besitzt auch jede Potenz m^n mit $n \in \mathbb{N}$ eine solche Darstellung (mit gleichem ϵ).

Beweis

Für $n = 0$ hat man $m^0 = 1^2 + \epsilon 0^2$. Für den Induktionsschluß sei

$$m^n = c^2 + \epsilon d^2$$

angenommen. Dann ergibt sich (wegen $\epsilon^2 = 1$)

$$\begin{aligned} m^{n+1} &= m \cdot m^n \\ &= (a^2 + \epsilon b^2) \cdot (c^2 + \epsilon d^2) \\ &= a^2 c^2 + b^2 d^2 + \epsilon (a^2 d^2 + b^2 c^2) \\ &= (ac + bd)^2 + \epsilon (ad - bc)^2. \end{aligned} \quad ^1$$

Der Vorteil dieses Beweises liegt m. E. darin, daß er ein Rekursionsverfahren zur expliziten Bestimmung der Darstellung von m^n liefert, welches sich sehr einfach programmieren läßt.

Damit soll der Wert der Arbeit von Herrn METZGER nicht geschmälert werden; ihre Bedeutung liegt in der Diskussion der Binomialkoeffizienten und der Aufklärung des »komplexen Stammbaumes«.

¹ Herr METZGER machte mich darauf aufmerksam, daß die hierbei mit $\epsilon = 1$ verwendete Gleichung

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

gelegentlich als Formel von FIBONACCI oder als Identität von LAGRANGE bezeichnet wird. \square