

Triggering-Prozesse seismischer Aktivität
Fortgeschrittene Regressionsmodelle zur Analyse der
Nachbebenproduktivität

Bachelor-Thesis



Ludwig-Maximilians-Universität

München

Institut für Statistik

Teresa Rupprecht

betreut von

Alexander Bauer, Christian Grimm und Prof. Dr. Helmut Küchenhoff

März 2022

Abstract

Eine der schlimmsten Naturkatastrophen sind Erdbeben. Diese treffen den Menschen oft unerwartet und richten großen sozialen, wie auch wirtschaftlichen Schaden an. Besonders Erdbeben-Doublets, allgemein definiert als Erdbebenfolge mit zwei oder mehr Erdbeben von ähnlicher Stärke mit einer geringen zeitlichen und räumlichen Distanz, können der Grund für große Verluste sein. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Erdbeben-Doublets ist hauptsächlich abhängig von der Anzahl getriggelter Nachbeben sowie deren Magnituden-Verteilung. Es stellt sich die Frage, in welcher Weise die Nachbebenanzahl neben der Magnitude auch von weiteren Eigenschaften des triggernden Bebens, wie der Tiefe, dem Herdmechanismus, dem Bereich in einer Subduktionszone, sowie der Zugehörigkeit des Bebens zu einer vorherigen, größeren Erdbeben-Sequenz beeinflusst wird. In der vorliegenden Arbeit wird die Doublet-Definition nach Grimm et al. (2021) verwendet, bei der Doublets als ein Hauptbeben-Nachbeben-Paar mit einer maximalen Magnitudendifferenz von $0,4 M_w$ -Einheiten, die innerhalb von 365 Tagen und in einem kreisförmigen Raumfenster mit magnitudenabhängiger Größe auftraten, definiert werden. Grimm et al. (2021) konnten mit ihrem modifizierten Epidemic-Type-Aftershock-Sequence (ETAS) Modell insbesondere Trigger-Relationen zwischen den Beben des zugrundeliegenden Erdbebenkatalogs bestimmen. Der bei der nachfolgenden Analyse zugrundeliegende Erdbebenkatalog ist die vorläufige Version des National Seismic Hazard Models für Neuseeland, welche von GNS Science erstellt wurde. Dieser Katalog wurde in der folgenden Analyse zeitlich und räumlich beschränkt. Die Zielvariable, die modelliert werden soll, ist die Anzahl an Nachbeben, die von einem bestimmten Beben ausgelöst wurden, basierend auf der durch das ETAS-Modell geschätzten Nachbebenanzahl. Für die Modellierung wird ein Poisson-Modell, ein Quasi-Poisson-Modell, sowie ein Negativ-Binomial-Modell an die Daten angepasst und anschließend anhand von QQ-Plots und Residualplots ausgewählt, welches der drei Modelle am besten geeignet ist. Anschließend werden die Ergebnisse des Negativ-Binomial-Modells, welches laut der beiden Kriterien die beste Anpassung an die Daten erreicht, beschrieben. Während die Variablen Magnitude, Herdtiefe, Hauptbeben-Magnitude und Bebenkategorie laut der Modellierung einen Einfluss auf die Anzahl der getriggerten Nachbeben haben, zeigt der Herdmechanismus keinen signifikanten Zusammenhang mit der Zielvariablen.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	II
1. Einleitung.....	1
2. Einführung in die Thematik.....	2
3. Daten.....	4
3.1. Datenquelle.....	4
3.2. Betrachteter Bereich und Variablenwahl.....	5
4. Einführung relevanter Parameter und Deskription.....	7
4.1. Anzahl der getriggerten Nachbeben.....	7
4.2. Magnitude des betrachteten Ereignisses.....	9
4.3. Herdtiefe.....	11
4.4. Kategorie des Erdbebens.....	13
4.5. Herdmechanismus.....	16
4.6. Magnitude des Hauptbebens.....	19
5. Modelltheorie.....	21
5.1. Poisson-Modell.....	21
5.2. Quasi-Poisson-Modell.....	22
5.3. Negativ-Binomial-Modell.....	23
5.4. Additive Modelle.....	24
6. Ergebnisse.....	28
6.1. Vergleich der Anpassung der Modelle an die Daten.....	28
6.2. Ergebnisse des Negativ-Binomial-Modells.....	31
7. Interpretation und Diskussion der Ergebnisse.....	34
8. Fazit.....	36
Literaturverzeichnis.....	37
Abbildungsverzeichnis.....	39
Tabellenverzeichnis.....	41
Anhang.....	42

1. Einleitung

Erdbeben sind Naturkatastrophen, die großen sozialen, sowie auch wirtschaftlichen Schaden anrichten. Insbesondere Starkbebenereignisse, wie das Sumatra-Beben im Jahr 2004 und das Tohoku-Beben 2011, die beide eine große Magnitude aufwiesen und bei denen jeweils mehrere tausend Menschen starben, stellen eine große Gefahr dar. Doch nicht nur diese Starkbeben, die eher selten auftreten, können gefährlich sein. Auch Erdbeben, die vielleicht eine geringere Magnitude aufweisen, aber auf die Nachbeben in räumlicher und zeitlicher Nähe und mit ähnlicher Stärke folgen, können der Grund für große Verluste sein. Diese Erdbebenserien, die aus zwei oder mehr Beben bestehen können, werden allgemein als „Erdbeben-Multiplets“ bezeichnet. Auf diese Erdbeben-Multiplets soll in der vorliegenden Arbeit genauer eingegangen werden, da es von großer Relevanz ist, herauszufinden, welche Parameter das Auftreten von starken Nachbeben begünstigen.

Im Folgenden werden Beispiele für aufgetretene Erdbeben und ihre Folgen für den Menschen beschrieben und insbesondere auf die Gefahren von Erdbeben-Serien, besonders von sogenannten Beben-Multiplets, eingegangen. Dies geschieht in Bezug auf eine Erdbeben-Folge, welche auf Neuseeland auftrat. Anschließend werden die tektonischen Besonderheiten von Neuseeland kurz betrachtet. Im darauffolgenden Kapitel 3 wird die Herkunft der in der Analyse verwendeten Daten kurz erläutert und der räumliche, sowie zeitliche Bereich eingeschränkt. Zudem werden kurz die betrachteten Variablen mit ihrem Wertebereich genannt. Dem schließt sich in Kapitel 4 eine ausführlichere Beschreibung und deskriptive Untersuchung der in die Analyse einfließenden Variablen an. Anschließend wird in Kapitel 5 eine Einführung in die verwendeten Modelle gegeben, deren Ergebnisse in Kapitel 6 dargestellt werden. Darauf folgt die Interpretation und Diskussion der Ergebnisse in Kapitel 7, dem sich ein abschließendes Fazit in Kapitel 8 anschließt.

2. Einführung in die Thematik

Erdbeben können Bodenverschiebungen, Erdrutsche und Tsunamis als Folgeerscheinungen haben (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 336), welche insbesondere beim Auftreten in bevölkerungsreichen Gegenden zu großen Verlusten in Form von zahlreichen Toten und Verletzten, sowie auch massiven wirtschaftlichen Schäden führen. Am 18. April 1906 kam es nahe San Francisco zu einem Beben der Stärke 7,8 M_W , welches - auch durch die nachfolgende Brandkatastrophe - die Stadt zerstörte und nahezu 3.000 Menschenleben kostete (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 336). An den Küsten von Thailand bis Afrika ertranken mehr als 220.000 Menschen durch eine Tsunamiwelle, die sich am 26. Dezember 2004 durch ein Seebeben der Stärke 9,2 M_W westlich der indonesischen Insel Sumatra über den gesamten Indischen Ozean ausbreitete (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 336 & S. 357). Vor der Nordküste der japanischen Insel Honschu löste am 11. März 2011 das sogenannte Tohoku-Beben mit einer Stärke von 9 M_W - ebenfalls ein Seebeben - einen Tsunami aus, durch den fast 20.000 Menschen ums Leben kamen und es zudem zur Explosion des Kernkraftwerks von Fukushima-Daiichi kam (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 348 & S. 355). Diese Bebenereignisse riefen durch ihre hohen Magnituden und ihre Folgeerscheinungen enorme Schäden hervor. Doch nicht nur starke Einzelbeben können zu großen Verlusten führen, sondern auch das Auftreten von Erdbeben-Serien, das heißt einer Folge von Erdbeben, die in räumlicher und zeitlicher Nähe auftreten. Insbesondere Erdbebenserien, bestehend aus zwei oder mehr ähnlich starken Bebenereignissen, die innerhalb eines engen zeitlichen und räumlichen Fensters auftreten - allgemein als Erdbeben-Doublets, bzw. Erdbeben-Multiplets bezeichnet -, können zu größeren sozialen und wirtschaftlichen Verlusten führen (Grimm et al., 2021, S. 1).

So trat am 4. September 2010 etwa 40 km westlich der zweitgrößten neuseeländischen Stadt Christchurch ein Erdbeben der Magnitude 7,1 M_W auf, welches zu einigen Verletzten und erheblichen Zerstörungen von Bauwerken führte. Ein Nachbeben dieses Ereignisses am 22. Februar 2011 mit einer Magnitude von 6,3 M_W , dessen Epizentrum circa 9 km entfernt von der Stadtmitte und direkt unter den süd-östlichen Vororten von Christchurch lag, hatte allerdings größere Verluste (Zahn, 2011) zur Folge. Es kam zum Einsturz vieler Gebäude und dem Tod von 185 Menschen. Der finanzielle Schaden, der durch dieses Nachbeben entstand, betrug etwa 15 Mrd. US-Dollar (Grotzinger und Jordan, 2017, S. 341). Durch zwei weitere starke Nachbeben, die beide eine Magnitude von 6,0 M_W (Gerstenberger et al., 2014) hatten, gab es zusätzliche Schäden in Höhe von 4 Mrd. US-Dollar, sowie Dutzende von Verletzten

(Grotzinger und Jordan, 2017, S. 341). Wie in dem obigen Beispiel ersichtlich, ist es daher von großem Interesse, die Eigenschaften eines Bebens herauszufinden, die das Auftreten von Nachbeben begünstigen.

Im Folgenden wird die Definition eines Erdbeben-Doublets nach Grimm (2021) verwendet. Ein Erdbeben-Doublet ist demnach ein Hauptbeben-Nachbeben-Paar mit einer maximalen Magnitudendifferenz von 0,4 M_w -Einheiten, das mit einem zeitlichen Abstand von maximal 365 Tagen und in einem kreisförmigen Raumfenster mit magnitudenabhängiger Größe auftrat. In dieser Arbeit wurden Erdbebenereignisse, die in einem räumlich sowie zeitlich beschränkten Bereich bei Neuseeland auftraten, analysiert. Der Inselstaat Neuseeland ist aufgrund seiner Lage am Rand des Pazifischen Ozeans, im sogenannten „Zirkumpazifischen Feuerring“, der sich durch seinen intensiven Vulkanismus und Erdbeben­tätigkeit auszeichnet, von Interesse (Clauser, 2016, S. 95). Die größere südliche Insel von Neuseeland befindet sich auf der Indo-Australischen Platte, während die kleinere nördliche Insel, auf der ein Großteil der neuseeländischen Bevölkerung wohnt, auf der Pazifischen Platte liegt (vgl. Abbildung 1). Diese beiden Platten bewegen sich aufeinander zu, wodurch es vermehrt zum Auftreten von Erdbeben kommt.

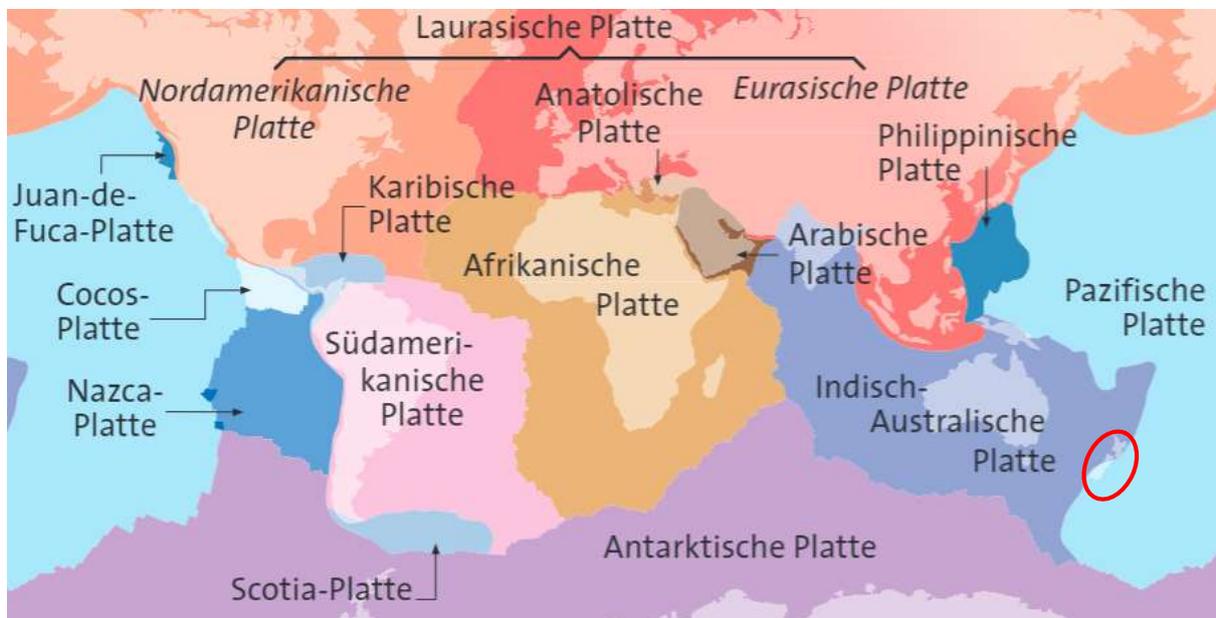


Abbildung 1: Farbliche Darstellung einer groben Einteilung der tektonischen Platten und ihrer Grenzen (Frisch & Meschede, 2013, S. 13); weniger stark eingefärbt sind die Kontinente; rot eingekreist: Neuseeland

3. Daten

3.1. Datenquelle

Der bei der nachfolgenden Analyse zugrundeliegende Erdbebenkatalog entstammt der vorläufigen Version des National Seismic Hazard Models für Neuseeland, welche vom Institute of Geological and Nuclear Sciences (kurz: GNS Science) erstellt wurde. In dem Katalog sind die Eigenschaften von auf und um Neuseeland auftretenden Bebenereignissen wie beispielsweise die Herdzeit, die geografische Lage und die Tiefe des Erdbebenherdes, sowie die Stärke aller gemessenen Ereignisse angegeben. Dieser Erdbebenkatalog umfasst insgesamt 452.847 Bebenereignisse. Mithilfe eines modifizierten Epidemic-Type-Aftershock-Sequence (ETAS) Modells nach Grimm et al. (2021) wurden Trigger-Relationen zwischen den Beben des zugrundeliegenden Erdbebenkatalogs bestimmt. Die Zielvariable, die modelliert werden soll, ist die Anzahl an Nachbeben, die von einem bestimmten Bebenereignis ausgelöst wurden. Diese ist die durch das ETAS-Modell geschätzte Nachbebenanzahl, welche als diskrete nicht-negative Größe, das heißt als Zählvariable, betrachtet wird.

3.2. Betrachteter Bereich und Variablenwahl

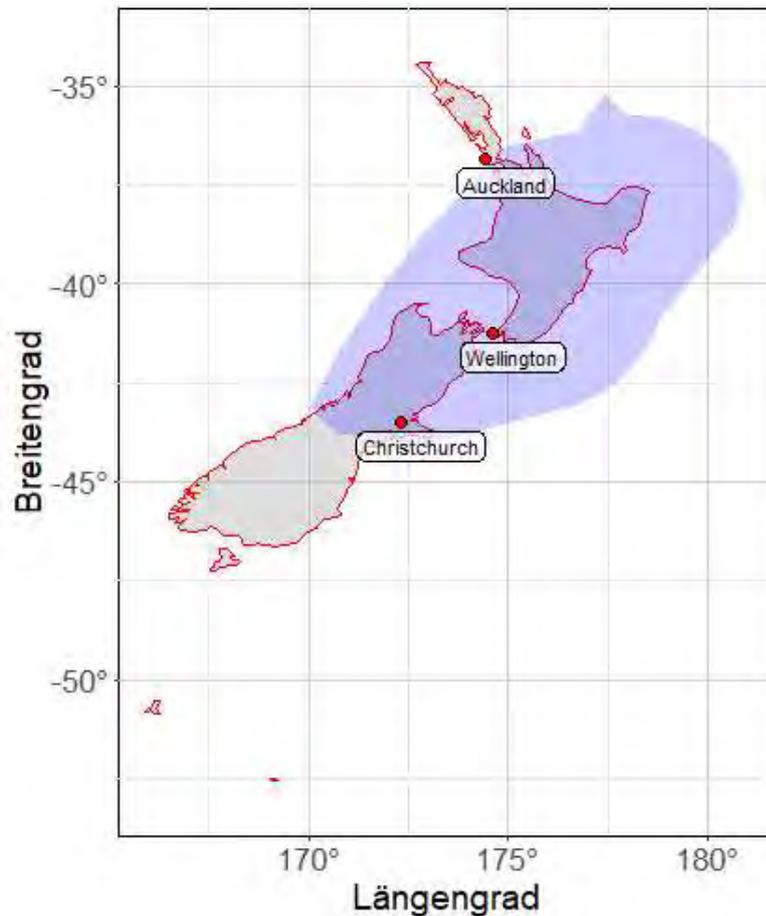


Abbildung 2: Karte von Neuseeland (in grau) mit dem bei der Analyse betrachteten räumlich eingeschränkten Bereich (in blau)

Die Analyse beschränkt sich auf Beben, die vom 01.01.1987 bis zum 31.12.2020 in der in Abbildung 2 blau gekennzeichneten Gegend auftraten. Bei der Analyse wird demnach nur ein eingeschränkter Bereich von Neuseeland untersucht, der einen Großteil der nördlichen, sowie einen Teil der südlichen Insel umfasst. Zudem wurden nur Beben berücksichtigt, die eine Magnitude von 3,5 M_w (Momenten-Magnituden-Skala) oder mehr erreichten. Die Einschränkungen bezüglich des zeitlichen Rahmens und der Bebenstärke wurden getroffen, um eine ähnliche Messgenauigkeit für alle Ereignisse zu gewährleisten. In dem betrachteten Bereich traten insgesamt 11545 Erdbeben auf.

Bei der Analyse der Daten fiel auf, dass es 21 Bebenereignisse gab, bei denen eine negative Herdtiefe vorlag. Da das nicht möglich ist, die 21 Beobachtungen aber dennoch miteinbezogen werden sollten, wurde die Herdtiefe dieser Beben auf 0 km gesetzt.

In Tabelle 1 ist eine Übersicht über die in der Arbeit betrachteten sieben Variablen zu sehen, sowie ihr Wertebereich in dem vorliegenden beschränkten Datensatz.

Variable	Wertebereich
Anzahl der getriggerten Nachbeben	[0 ; 414]
Magnitude	[3,5 ; 7,8] (M_W)
Herdtiefe	[0 ; 80] (in km)
Kategorie des Erdbebens	{crustal outside, crustal, interface, shallow slab, deep slab, unclassified}
Herdmechanismus	{unknown, normal, normal-strike slip, strike slip-normal, strike slip, strike slip-reverse, reverse-strike slip, reverse}
Magnitude des Hauptbeben	[3,5 ; 7,8] (M_W)
Bebenserie (Ist das betrachtete Ereignis selbst bereits von einem stärkeren Erdbeben getriggert worden?)	{ja, nein}

Tabelle 1: Übersicht über die relevanten Variablen und ihren jeweiligen Wertebereich in den vorliegenden Daten von 01.01.1987 bis 31.12.2020 in der betrachteten Gegend

4. Einführung relevanter Parameter und Deskription

Im Folgenden werden die relevanten Variablen, die bereits in Kapitel 3 kurz angesprochen wurden, näher beschrieben und zudem deskriptiv analysiert. Die Grafiken, welche eventuell vorliegende Kollinearität zwischen den Variablen sichtbar machen, sind im Anhang zu finden.

4.1. Anzahl der getriggerten Nachbeben

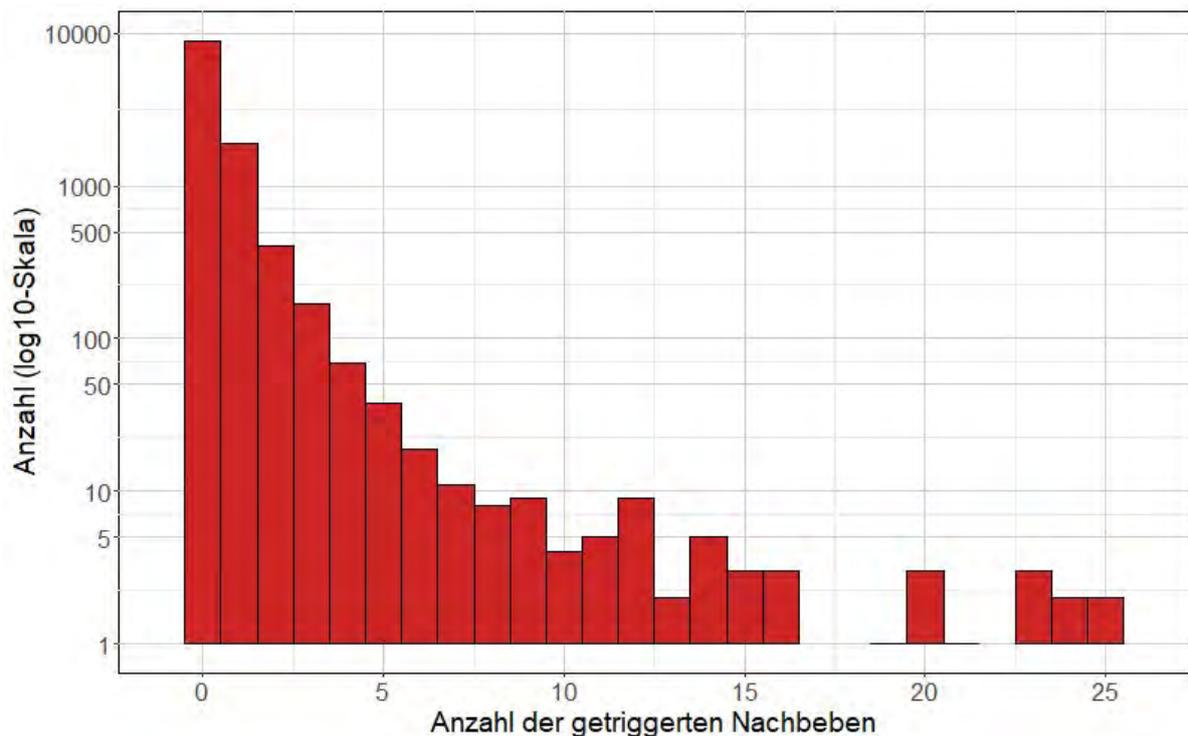


Abbildung 3: Anzahl der Nachbeben, die von einem beobachteten Bebenereignis getriggert wurden; aufgrund der geringen Anzahl an Beben, die mehr als 25 Nachbeben ausgelöst haben und um eine bessere Übersicht zu ermöglichen, ist hier der Bereich auf die Nachbeben-Anzahl von 0 bis 25 eingeschränkt, 19 Erdbeben, die 26 – 411 Nachbeben getriggert haben, wurden ausgeblendet; die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt; nur ein betrachtetes Erdbeben triggerte 19 bzw. 21 Nachbeben, was aufgrund der \log_{10} -Skala durch einen horizontalen Strich zu erkennen ist

Wie in Abbildung 3 zu sehen ist, ist die Variable „Anzahl der getriggerten Nachbeben“ stark linkssteil verteilt. Die Anzahl an Ereignissen scheint mit der Anzahl an getriggerten Nachbeben exponentiell abzunehmen. Bei 76,57 % der Bebenereignisse folgten keine Nachbeben, bei 16,55 % der Beobachtungen wurde ein Erdbeben getriggert (vgl. Tabelle 1). Die Beben, die mehr als 10 Erdbeben ausgelöst haben, machen etwa 0,5 % der Ereignisse aus. Die maximale Anzahl an getriggerten Nachbeben beträgt 414. Insgesamt haben nur wenige

Ereignisse eine sehr große Anzahl an Nachbeben, die meisten betrachteten Erdbeben – über 96 % - haben keine, oder nur ein oder zwei Nachbeben getriggert.

Anzahl der getriggerten Nachbeben	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit in %
0	8840	76,57 %
1	1911	16,55 %
2	408	3,53 %
3	170	1,47 %
4	69	0,60 %
5 -10	89	0,77 %
11 - 25	39	0,34 %
26 – 100	12	0,10 %
101 - 414	7	0,06 %

Tabelle 2: Anzahl der – von einem betrachteten Erdbeben – getriggerten Nachbeben und die absolute, sowie relative Häufigkeit (in Prozent) des Auftretens dieser Nachbebenzahl; ab 5 getriggerten Nachbeben wurden die Beobachtungen der Übersicht halber nur noch in Kategorien genannt.

4.2. Magnitude des betrachteten Ereignisses

Global betrachtet treten starke Erdbeben um einiges seltener auf als schwache Beben. So treten weltweit jährlich etwa 1.000.000 Erdbeben auf, die eine Stärke von mehr als $2 M_W$ erreichen. Pro Magnitudeneinheit nimmt die Erdbebenhäufigkeit ungefähr um den Faktor 10 ab, das heißt es treten circa 100.000 Beben mit einer Magnitude von mehr als $3 M_W$ auf, Erdbeben von einer Stärke von mehr als $7 M_W$ ereignen sich demnach jährlich nur etwa 10 Stück (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 348 f.).

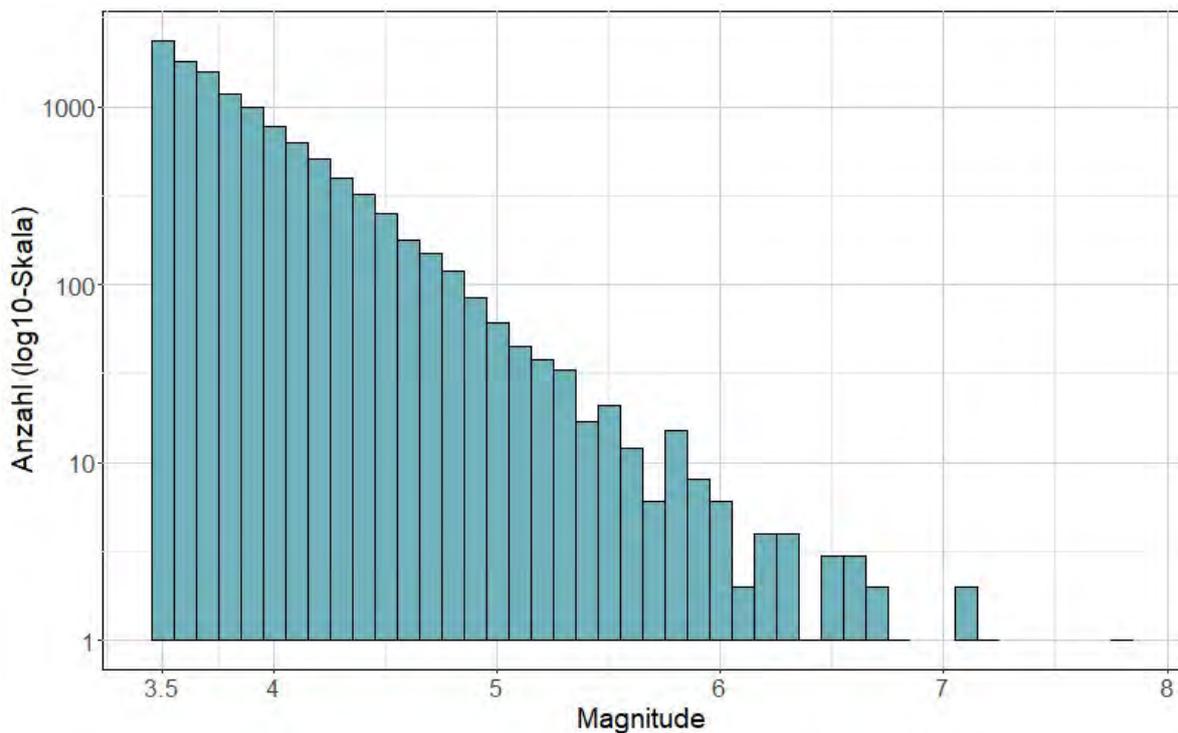


Abbildung 4: Auftretenshäufigkeit von Erdbeben nach Magnitude, gemessen anhand der Momenten-Magnituden-Skala (M_W); die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt; es trat jeweils ein Beben der Stärke $6,4 M_W$, $6,8 M_W$, $7,2 M_W$ und $7,8 M_W$ (gekennzeichnet durch die horizontalen Striche auf Höhe der 1 auf der y-Achse) auf

Wie bei der Anzahl der getriggerten Nachbeben ist bei der Magnitude eines Erdbebenereignisses ebenfalls eine stark linkssteile Verteilung zu erkennen, wobei die Anzahl der Beben mit zunehmender Magnitude exponentiell abnimmt (vgl. Abbildung 4). Die meisten betrachteten Erdbeben haben eine Magnitude im Bereich von $3,5 M_W$ bis $5 M_W$. Ab einer Magnitude von $6,5 M_W$ sind nur noch sehr wenige Beobachtungen vorhanden. Dies ist im Einklang mit dem bereits erwähnten global beobachteten Zusammenhang zwischen Magnitude und Erdbebenhäufigkeit. Die maximale beobachtete Magnitude beträgt $7,8 M_W$.

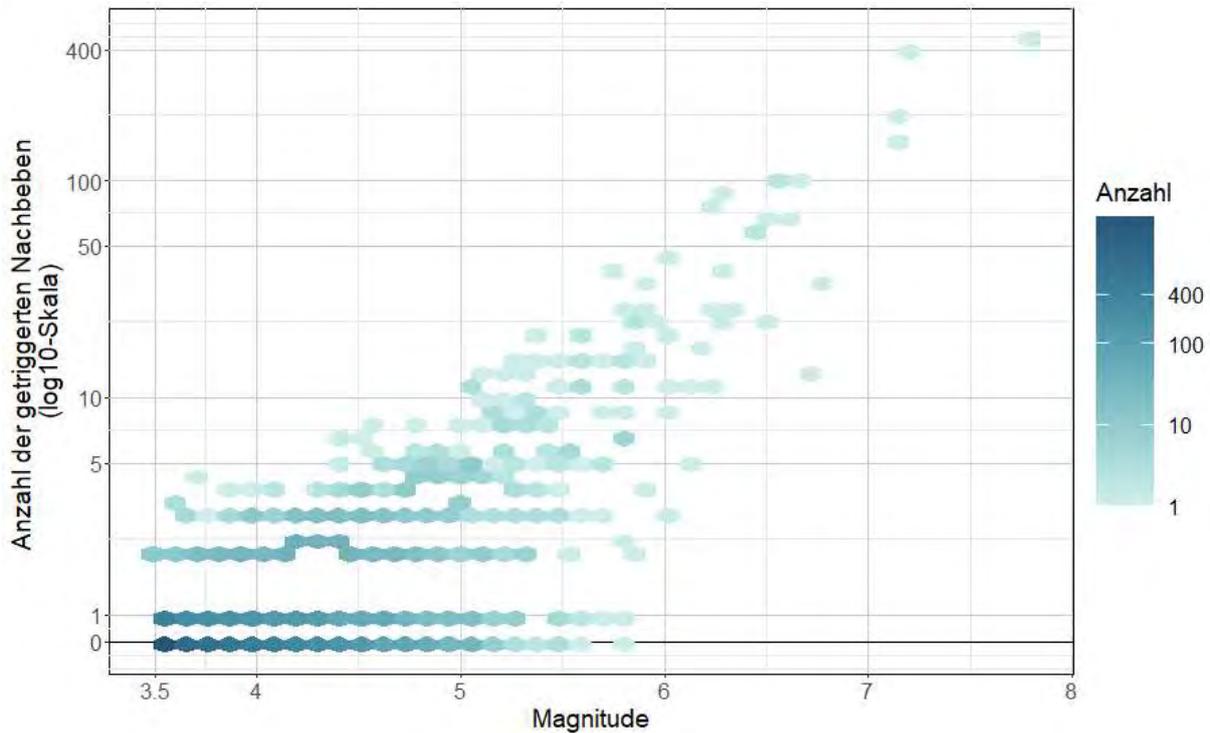


Abbildung 5: Darstellung des Zusammenhangs der Magnitude eines Ereignisses gemessen auf der Momenten-Magnituden-Skala (M_W) mit der Anzahl der getriggerten Nachbeben; die Farbe des Hexagons gibt die Anzahl der Beobachtungen an, die in diesem Bereich liegen; die y-Achse - ebenso wie die Farbskala - ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt. Um auch Beben, die keine Nachbeben getriggert haben, auf der logarithmierten y-Achse darstellen zu können, wurden diese Beobachtungen zusätzlich auf der eingezeichneten horizontalen Nulllinie, abgebildet. Das nach oben „springen“ einer horizontal verlaufenden Hexbin-Kette ist der Darstellung geschuldet.

In Abbildung 5 ist zu erkennen, dass viele Beben mit einer geringen Magnitude von 3 M_W bis 4 M_W auftreten, die keine bis hin zu vier Nachbeben ausgelöst haben. Im Bereich von 4 M_W bis 5 M_W triggern die betrachteten Erdbeben zwischen 0 und 10 Nachbeben. Bei einer Magnitude von 6 M_W bis hin zu 6,5 M_W wurden durch die betrachteten Bebenereignisse 3 bis hin zu 100 Nachbeben ausgelöst. Ab einer Magnitude von 6,5 M_W wurden mindestens 10 Beben ausgelöst. Deutlich mehr als 100 getriggerte Nachbeben treten nur bei Erdbeben mit einer Magnitude von über 7 M_W auf.

4.3. Herdtiefe

Unter der Herdtiefe versteht man die Entfernung des Erdbebenherdes, auch Hypozentrum genannt, zum unmittelbar darüberliegenden Ort an der Erdoberfläche, dem Epizentrum (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 339). In Abbildung 6 ist die Herdtiefe grafisch visualisiert.

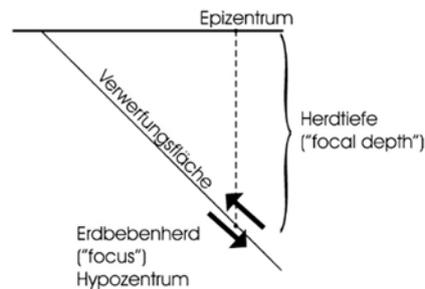


Abbildung 6: Darstellung der Herdtiefe in Zusammenhang mit Hypozentrum, Epizentrum und der Verwerfungsfläche (Clauser, 2016, S. 93)

Mit der Tiefe ändern sich die vorherrschenden Druck- und Temperaturbedingungen und somit auch das Verhalten des Materials. Das Material der kontinentalen Kruste verhält sich in größerer Tiefe eher duktil, sodass Erdbeben mit einer Herdtiefe von mehr als 20 km eher selten auftreten, während an Subduktionszonen, wo die Temperatur der ozeanischen Lithosphäre trotz größerer Tiefe gering ist, auch Erdbeben mit Herdtiefen von 700 km auftreten (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 339). Aufgrund der veränderten Eigenschaften des Materials abhängig von der Tiefe ist ein Zusammenhang mit der Anzahl an Nachbeben, die ein Beben auslöst, denkbar.

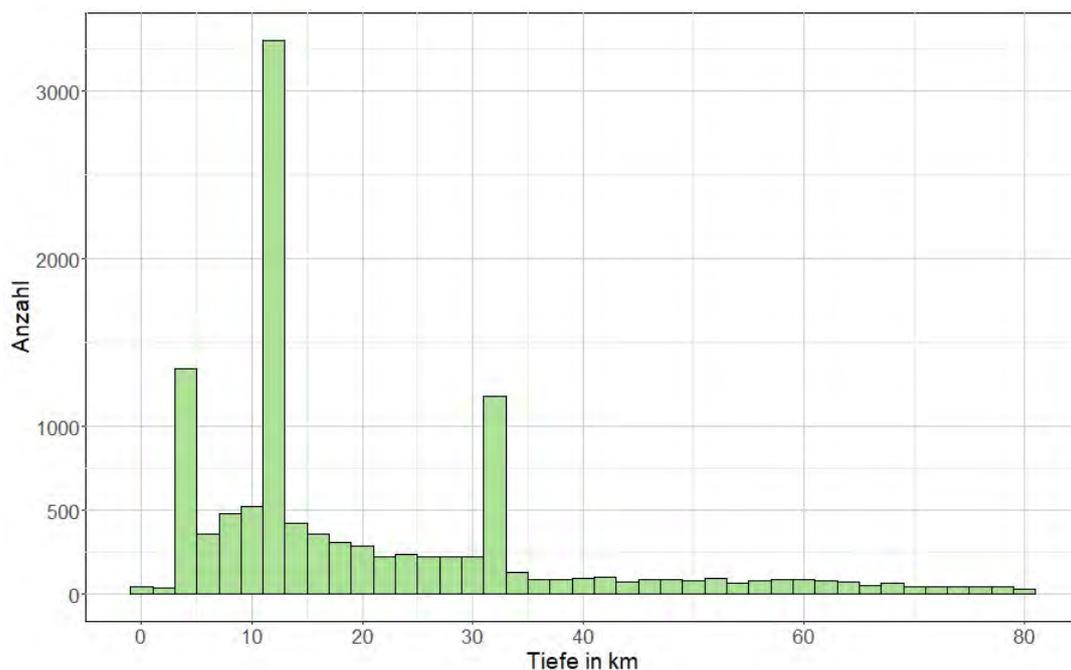


Abbildung 7: Balkendiagramm zur Abbildung der absolute Auftrittshäufigkeit von Erdbeben nach ihrer Herdtiefe in km

Wie in Abbildung 7 zu erkennen ist, treten die meisten Beben in einer Tiefe von 3 bis 35 Kilometer Tiefe auf, Beben mit einer Tiefe von mehr als 35 Kilometern bis hin zu 80 Kilometern treten dagegen eher selten auf. Deutlich zu sehen sind drei Säulen, die mit mehr als 1000 Erdbeben in diesem Tiefen-Intervall herausragen. Eine Herdtiefe von 5 km wurde 1218-mal, von 12 km 2923-mal und von 33 km 1024-mal beobachtet. Das häufige Vorkommen dieser Tiefen ist darauf zurückzuführen, dass das Bestimmen der Herdtiefe oft von großer Unsicherheit geprägt ist. So kommt es etwa vor, dass das Netz an Seismometern nicht ausreicht, um die Herdtiefe sicher zu bestimmen oder dass die Erdbeben „offshore“, das bedeutet im Meer, von den Seismometern an Land entfernt, stattfinden. Um dieser Unsicherheit zu begegnen, wurden daher stattdessen Tiefen von 5 km, 12 km oder 33 km angegeben, die einen Näherungswert für die Herdtiefe darstellen sollen.

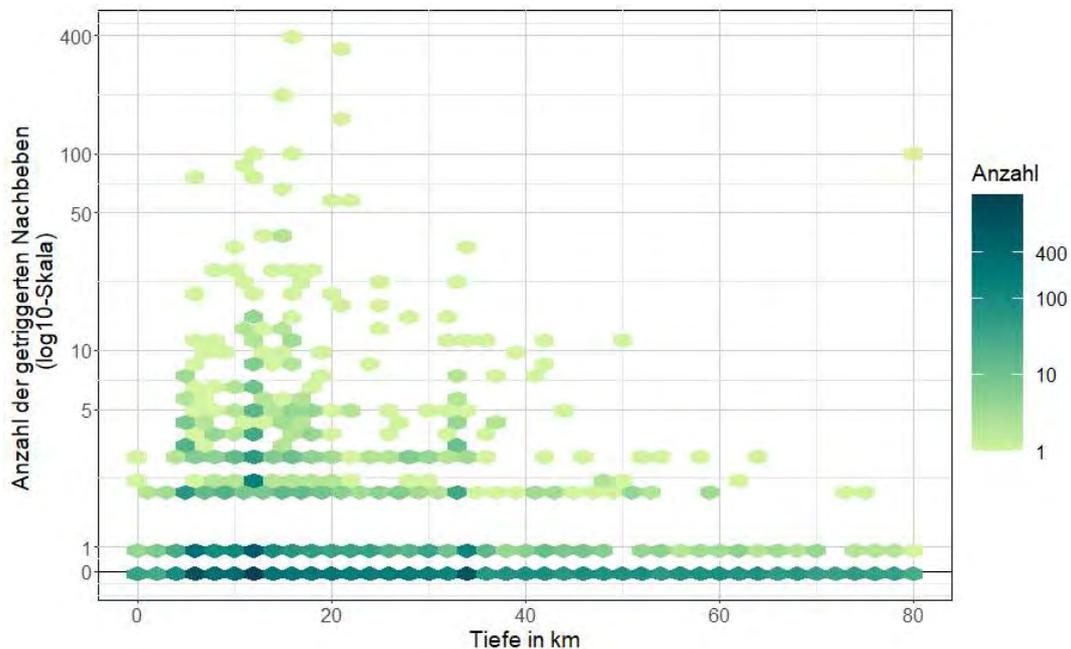


Abbildung 8: Darstellung des Zusammenhangs der Herdtiefe (in km) mit der Anzahl der getriggerten Nachbarbeben; die Farbe des Hexagons gibt die Anzahl der Beobachtungen an, die in diesem Bereich liegen; die y-Achse - ebenso wie die Farbskala - ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt. Um auch die Beben, die keine Nachbarbeben getriggert haben, auf der logarithmierten y-Achse grafisch darstellen zu können, wurden diese Beobachtungen zusätzlich auf der eingezeichneten horizontalen Nulllinie, abgebildet. Das nach oben „springen“ einer horizontal verlaufenden Hexbin-Kette ist der Darstellung geschuldet.

Die Erdbeben, die sehr viele Nachbarbeben getriggert haben, treten alle - bis auf eine Beobachtung - in einer Tiefe von 5 bis 40 km auf. Dieses eine Beben hat eine Herdtiefe von 79,1 km und hat 103 Nachbarbeben getriggert. Bis auf dieses Bebenereignis haben Beben in einer Tiefe von 50 km bis 80 km weniger als 5 Nachbarbeben ausgelöst. In einer Tiefe von mehr als 25 km wurden von den beobachteten Beben weniger als 35 Nachbarbeben getriggert.

4.4. Kategorie des Erdbebens

Bereits in Abbildung 1 im zweiten Kapitel war zu sehen, dass sich Neuseeland an der Grenze der Indo-Australischen und der ozeanischen pazifischen Platte befindet. Bei dieser Grenze handelt es sich um eine konvergente Plattengrenze, d.h. die beiden Platten bewegen sich aufeinander zu (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 30). Bei der Kollision einer ozeanischen Platte mit einer anderen Platte kommt es zu Subduktion, d.h. die Platte, welche eine höhere Dichte besitzt - in der Regel eine ozeanische Platte -, taucht unter die andere Platte ab und die Lithosphäre der unteren wird in die Astenosphäre hinabgezogen und aufgeschmolzen. Dieser Vorgang führt an der Subduktionszone zu starken Erdbeben (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 29).

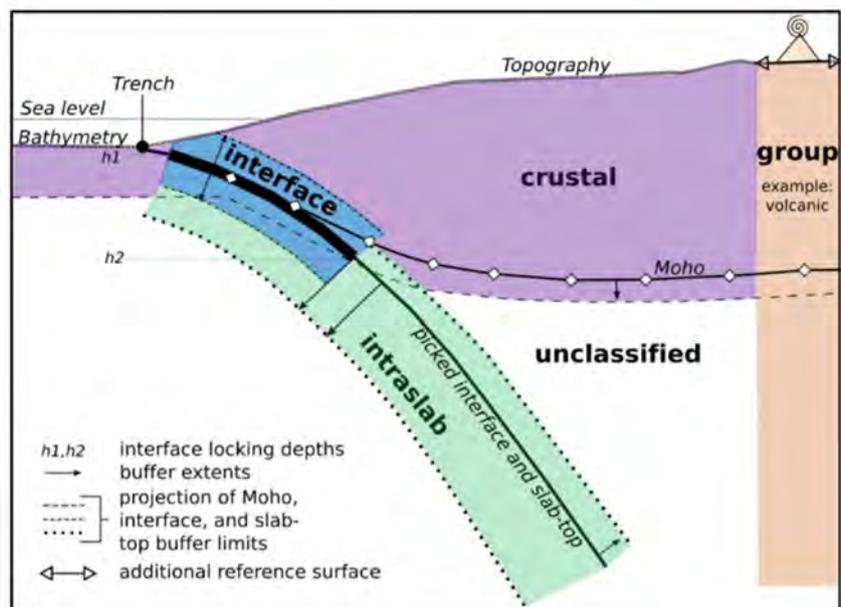


Abbildung 9: Darstellung der Kategorie eines Erdbebens in einer Subduktionszone (M. Pagani et al., 2020); in lila: Region, in welcher Erdbeben in der Erdkruste auftreten (crustal); in orange: Region, bei der Erdbeben einer bestimmten Gruppe zugeordnet werden können, wie z.B. einem Vulkan (group); in blau: Gebiet, in dem die Erdbeben auf der Oberfläche einer Verwerfung auftreten und sich ebenfalls noch in der Erdkruste befinden (interface); in grün: Region, in der Erdbeben (wie bei interface) auf oder an der Verwerfungsfläche auftreten, allerdings unterhalb der Erdkruste (intraslab); in weiß: Regionen, unterhalb der Erdkruste, bei denen ein Erdbeben weder einer Subduktionszone noch einer Gruppe zugeordnet werden kann (unclassified)

In Abbildung 9 ist der Aufbau einer Subduktionszone beim Aufeinandertreffen einer ozeanischen Platte mit einer kontinentalen Platte schematisch dargestellt. Zu erkennen sind die fünf verschiedenen Kategorien crustal, group, interface, intraslab und unclassified, in die die Regionen, in denen Erdbeben auftreten, eingeteilt sind. In dem vorliegenden Datensatz lag die Kategorie group nicht vor, dafür gibt es außer der Kategorie crustal (Erdbeben, die in der

Erdkruste an einer Subduktionszone auftraten), noch die Kategorie crustal outside (Erdbeben, die sich in der Erdkruste außerhalb einer Subduktionszone ereigneten) und die Kategorie intraslab wurde nochmals, gemäß der Herdtiefe, unterteilt in die beiden Kategorien slab shallow und slab deep. Der Tiefen-Schwellenwert ist hierbei räumlich variabel und liegt üblicherweise bei etwa 50 km. Erdbeben, die sich an oder in der Nähe der Oberfläche einer Verwerfung und in der Kruste ereigneten, sind Beben der Kategorie interface. Bebenereignisse unterhalb der Erdkruste (ab 50 km Tiefe), die sich in größerem Abstand zu dem Platten-Interface befinden, aber dennoch Teil der Subduktionszone sind, haben die Kategorie unclassified.

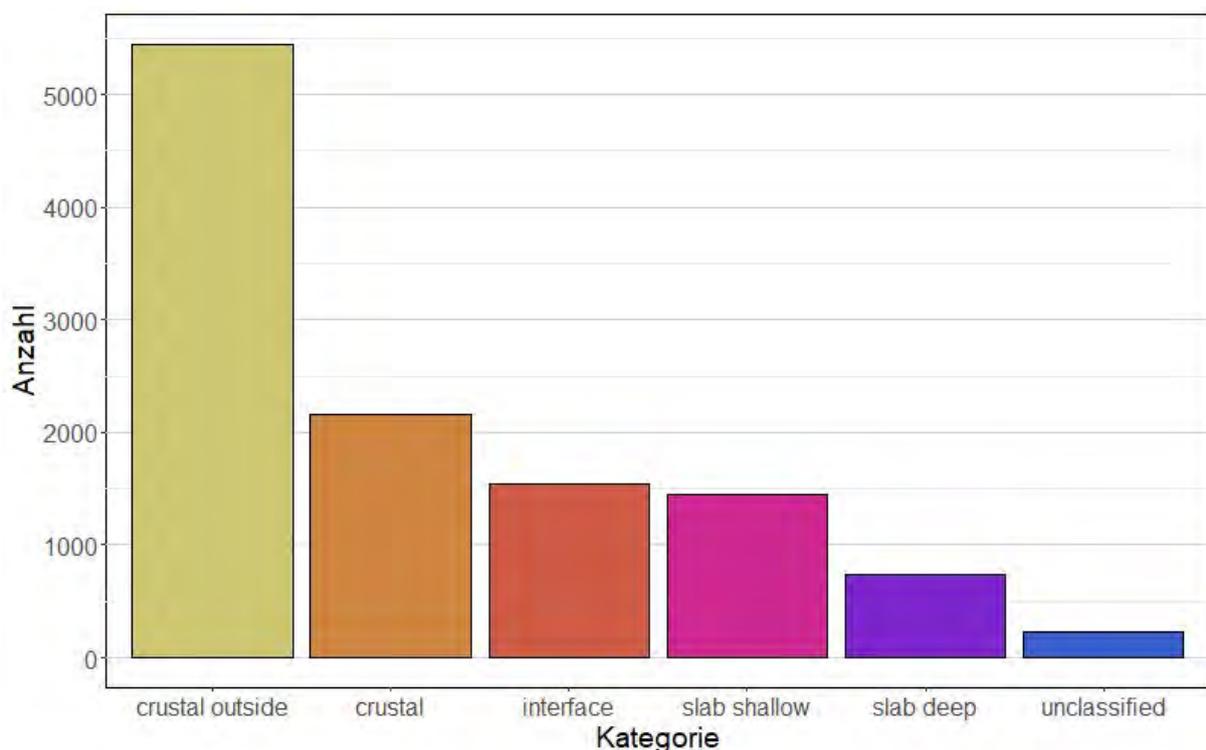


Abbildung 10: Absolute Häufigkeit für das Auftreten von Bebenereignissen nach den Kategorien crustal outside, crustal, interface, slab shallow, slab deep und unclassified

Den größten Anteil der Beben machen Erdbeben in der Kruste aus. Am häufigsten treten mit 5440 Ereignissen Krustenbeben außerhalb von Subduktionszonen auf (crustal outside), gefolgt von Krustenbeben innerhalb einer Subduktionszone (crustal), denen 2153 Beben zugeordnet wurden. Interface-Beben und flache Plattenbeben (slab shallow) kommen mit 1541 und 1448 ähnlich oft vor. 733 der betrachteten Beben sind tiefe Plattenbeben (slab deep). 230 Ereignisse traten im Erdmantel, außerhalb einer Subduktionszone, auf und konnten daher keiner der übrigen fünf Kategorien zugeteilt werden (unclassified).

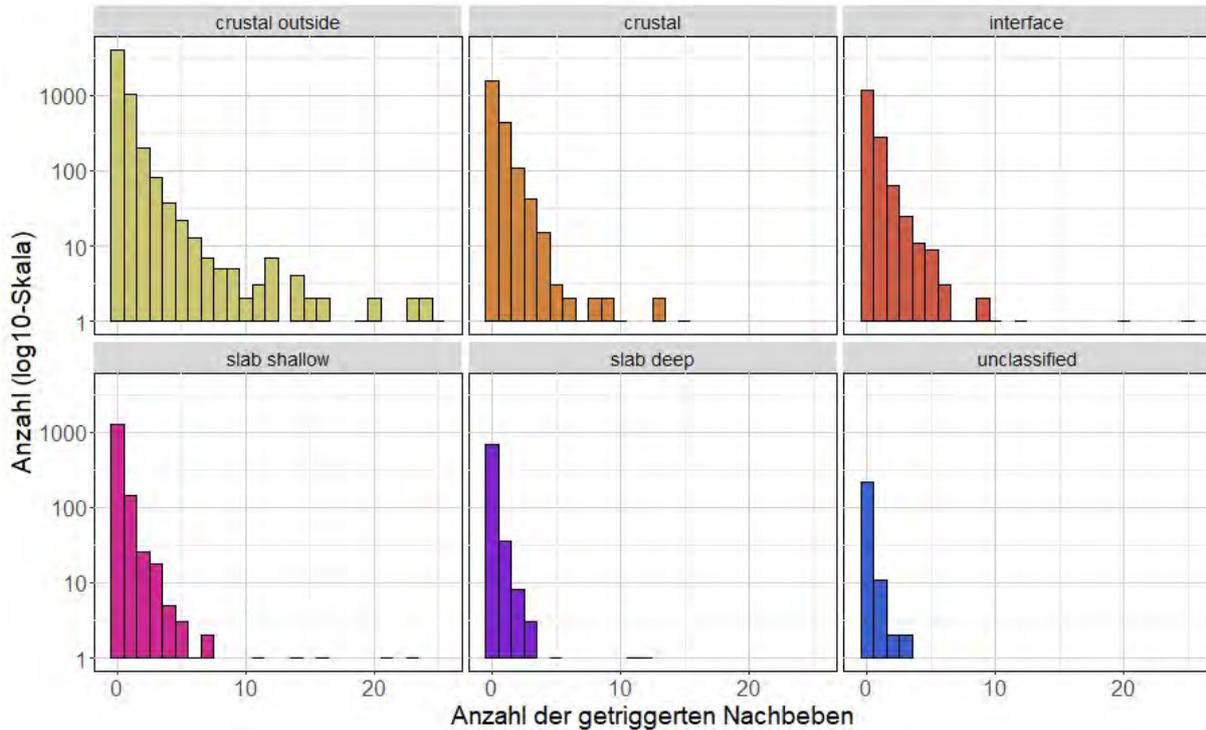


Abbildung 11: Dichteverteilung der Anzahl der getriggerten Nachbeben nach Kategorie des Bebenereignisses; die Anzahl der getriggerten Nachbeben ist auf den Bereich 0 bis 25 Nachbeben beschränkt; die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt; die horizontalen Striche auf Höhe der 1 bei den Kategorien crustal, crustal outside, interface, slab deep und slab shallow sind Nachbebenanzahlen, die in dieser Kategorie genau einmal vorkamen. Dass diese Anzahl nur durch einen horizontalen Strich erkennbar ist, ist der logarithmischen Skala geschuldet.

Bei der Betrachtung des Zusammenhangs zwischen der Kategorie, der ein Erdbeben angehört, und der Anzahl der getriggerten Nachbeben fällt auf, dass die Verteilung bei jeder Kategorie deutlich linkssteil ist. In der Kategorie crustal outside, welche die größte Kategorie ist, treten im Gegensatz zu den anderen Kategorien auch vermehrt Beben auf, die mehr als fünf Erdbeben triggern. Insgesamt sehen die Verteilungen allerdings ähnlich aus.

4.5. Herdmechanismus

Der Herdmechanismus, oft auch als Herdvorgang bezeichnet, ist „die Bruchbewegung an der Störung, durch die ein Erdbeben entsteht“ (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 728). Der Herdmechanismus ist durch die Werte von zwei Winkeln, genannt dip und rake, definiert. Der dip, auch Fallen genannt, ist der maximale Winkel, mit dem eine Schicht oder eine andere geologische Fläche gegen die Horizontale geneigt ist. Der dip wird immer senkrecht zur Schnittlinie der Herdfläche / Verwerfungsfläche mit der Erdoberfläche, dem strike, gemessen (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 724) und nimmt Werte zwischen 0° und 90° an. Der rake ist die Bewegung einer Platte in Bezug auf die Schnittlinie der Verwerfungsfläche mit der Erdoberfläche und liegt im Bereich von -180° bis 180° . Eine genauere Darstellung der drei Winkel ist im Anhang angefügt.

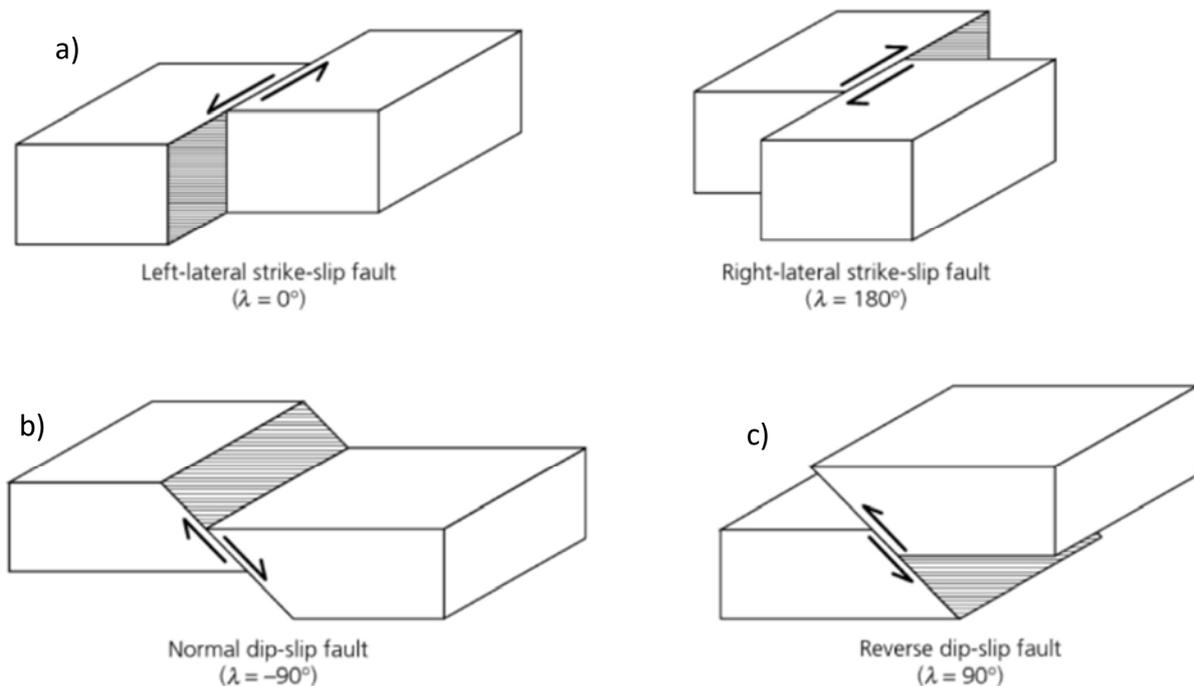


Abbildung 12: Darstellung der Herdmechanismen nach Stein & Wysession (2003, S. 219); die Pfeile geben die Bewegungsrichtung der Schollen an; a): strike slip-fault, bei der Analyse wurde nicht zwischen linkslateraler und rechtslateraler strike slip-fault unterschieden; b): normal fault, in diesem Fall ist die linke Scholle die Liegendscholle und die rechte Scholle die Hangendscholle; c): reverse fault, die linke Scholle ist die Liegendscholle, die rechte ist die Hangendscholle

Eine Blattverschiebung (vgl. Abbildung 12 a), auch als strike slip fault bezeichnet, liegt vor, wenn nur oder hauptsächlich horizontal gerichtete Relativbewegungen im Streichen (engl. strike) auftreten (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 729). In diesem Fall hat der rake einen Wert von 0° bzw. von 180° . In der Analyse wird nicht zwischen linkslateraler und rechtslateraler

Blattverschiebung unterschieden. Fand an einer geneigten Bewegungsfläche eine relative Abwärtsbewegung der Hangendscholle (in Abbildung 12 der beiden unteren Bilder jeweils die rechte Scholle) gegenüber der Liegendscholle statt, so spricht man von einer Abschiebung (Abbildung 12 b) oder auch von einer normal-fault (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 714). Liegt nur eine Abwärtsbewegung der Hangendscholle vor, so hat der rake 270° . Bewegt sich dagegen die Hangendscholle relativ zur Liegendscholle nach oben, so wird dies als Aufschiebung (vgl. Abbildung 12 c) oder als reverse fault bezeichnet (Grotzinger & Jordan, 2017, S. 717) und der rake beträgt bei einer reinen Aufschiebung 90° .

Es werden in der vorliegenden Analyse sieben verschiedene Herdmechanismen unterschieden. Neben den oben erläuterten Verschiebungen (strike slip fault, normal fault und reverse fault) wurde der beobachtete Mechanismus mithilfe der Winkel dip und rake noch präziser in die Unterkategorien normal-strike slip, strike slip-normal, reverse-strike slip und strike slip-reverse unterteilt. Die bei dieser Unterteilung erstgenannte Kategorie ist hierbei die vorherrschende Kategorie. Die genaue Einteilung ist im Anhang zu finden.

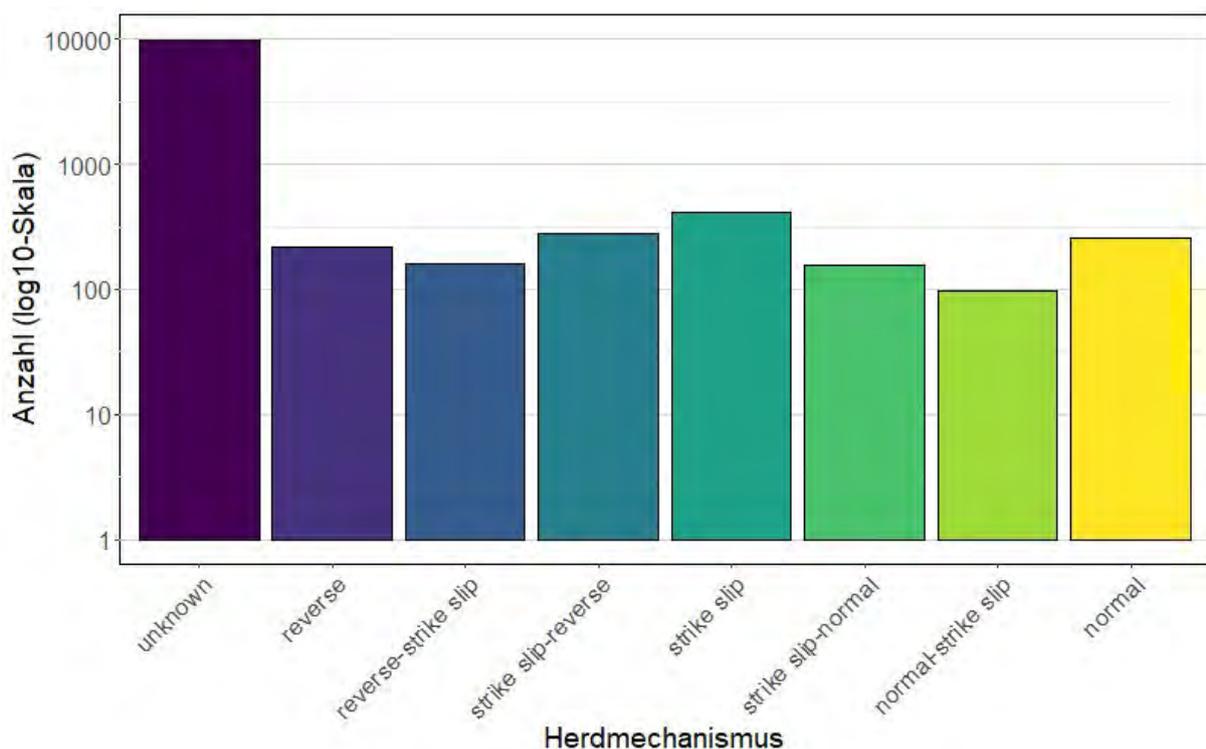


Abbildung 13: Darstellung der absoluten Häufigkeiten eines Herdmechanismus in einem Säulendiagramm; die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt

Wie in Abbildung 13 zu erkennen ist, konnte der Herdmechanismus bei 9961 Bebenereignisse nicht festgestellt werden. Konnte dem Beben ein bestimmter Herdvorgang zugewiesen werden, so kommen mit 414 Erdbeben am häufigsten eine strike slip- und darauffolgend mit 280 Ereignissen eine strike slip-reverse-Verschiebung vor. Eine normal fault und eine reverse

fault tritt 259-mal, bzw. 215- mal auf. Am seltensten liegt der Mechanismus normal-strike slip mit 98 Beobachtungen vor.

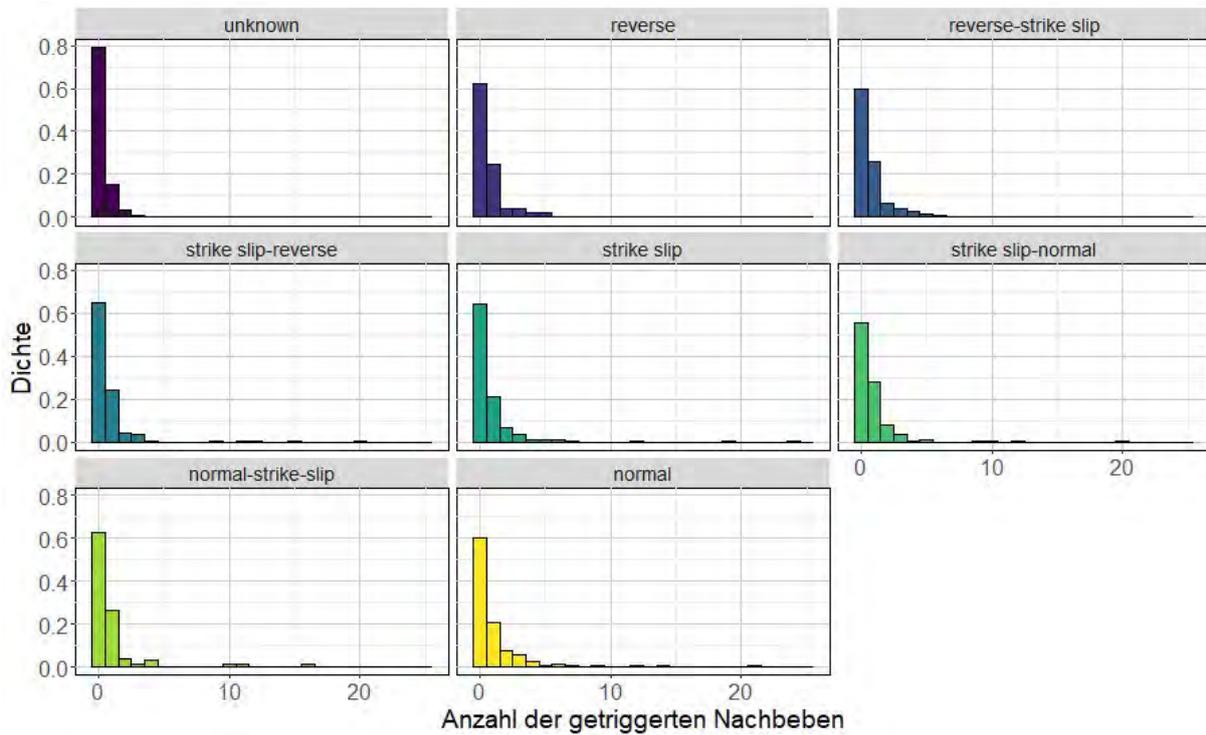


Abbildung 14: Darstellung der Dichte der Anzahl an getriggerten Nachbarbeben nach Herdmechanismus unterteilt; aufgrund der geringen Anzahl an Beben, die mehr als 25 Nachbarbeben ausgelöst haben und um eine bessere Übersicht zu ermöglichen ist hier der Bereich auf die Nachbarbeben-Anzahl von 0 bis 25 eingeschränkt

Bei der Betrachtung der Verteilung der Anzahl der getriggerten Nachbarbeben (vgl. Abbildung 14) fällt auf, dass die Verteilung für alle Kategorien deutlich linkssteil ist. Bei den Herdmechanismen strike slip-normal, reverse-strike slip und normal ist die Verteilung allerdings weniger stark linkssteil als bei den Herdmechanismen strike slip-reverse und strike slip. Ein großer Anteil der Erdbeben (etwa 80 %), bei denen der Herdmechanismus unbekannt ist, hat keine Nachbarbeben getriggert.

4.6. Magnitude des Hauptbebens

Bei Beobachtungen, die selbst bereits von einem anderen Beben getriggert wurden und daher nicht unabhängig aufgetreten sind, wird die Magnitude des stärksten Erdbebens dieser Serie als Magnitude des Hauptbebens bezeichnet. Diese Hauptbeben-Magnitude könnte einen Einfluss auf die Anzahl der getriggerten Nachbeben haben. So könnte es vorkommen, dass Erdbeben, die einem Cluster mit einer großen Hauptbeben-Magnitude angehören, selbst weniger Erdbeben triggern, weil die Nachbeben dem größeren Hauptbeben zugeordnet werden. Ist das betrachtete Beben dagegen unabhängig von anderen Bebenereignissen aufgetreten, so werden diesem die Nachbeben vielleicht eher zugeordnet. Insgesamt gehören etwa 58,93 % der Bebenereignisse einem Cluster an und wurden daher selbst bereits von einem stärkeren Beben getriggert.

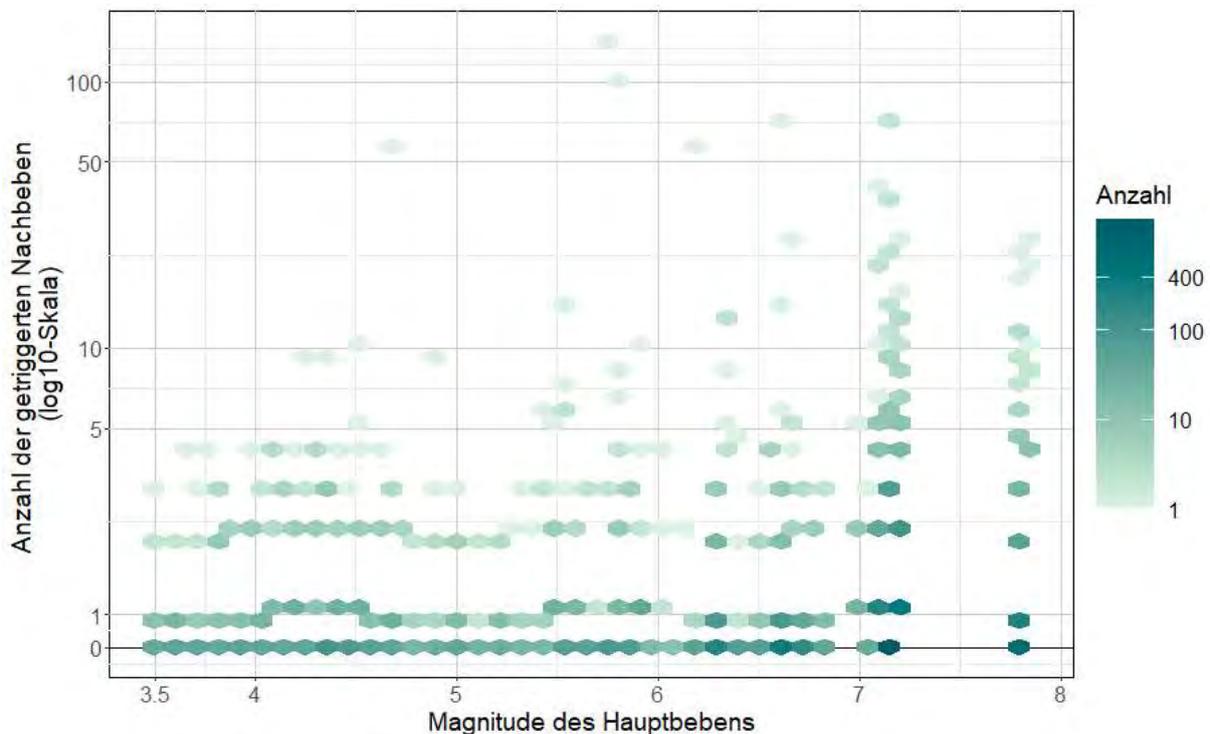


Abbildung 15: Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Magnitude des Hauptbebens (gemessen auf der Momenten-Magnituden-Skala M_W) und der Anzahl an getriggerten Nachbeben; die Farbe des Hexagons gibt die Anzahl der Beobachtungen an, die in diesem Bereich liegen; die y-Achse - ebenso wie die Farbskala - ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt. Um auch Beben, die keine Nachbeben triggert haben auf der logarithmierten y-Achse darstellen zu können, wurden diese Beobachtungen zusätzlich auf der eingezeichneten horizontalen Nulllinie, abgebildet. Das nach oben „springen“ einer horizontal verlaufenden Hexbin-Kette ist der Darstellung geschuldet

In Abbildung 15 ist zu sehen, dass die meisten Erdbeben Beben-Serien mit einer Hauptbebenmagnitude von über 6 M_W angehören. Nur wenige Erdbeben sind Teil einer Serie,

bei der die Hauptbeben-Magnitude im Bereich $3,5 M_W$ bis $4 M_W$ liegt. Die Bebenereignisse, die sehr viele Nachbeben ausgelöst haben (mehr als 50 Nachbeben), haben eine Hauptbeben-Magnitude zwischen $4,6 M_W$ und $7,2 M_W$. Beben, deren Hauptbeben-Magnitude im Bereich $3,5$ bis 4 lag, haben dagegen mit - maximal 4 Nachbeben – relativ wenige Nachbeben getriggert. Insgesamt ist allerdings kein klar erkennbarer Zusammenhang zwischen der Hauptbeben-Magnitude und der Anzahl der getriggerten Nachbeben sichtbar.

5. Modelltheorie

In diesem Kapitel wird die Theorie zu den verwendeten Modellen genauer erklärt. Auf die Daten wurde, da es sich bei der zu modellierenden Zielgröße „Anzahl der getriggerten Nachbeben“ um eine Zählvariable handelt, ein Poisson-Modell, ein Quasi-Poisson und ein Negativ-Binomial-Modell angepasst.

5.1. Poisson-Modell

Ein lineares Regressionsmodell (für Beobachtungen $i = 1, \dots, n$)

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i = \eta_i + \varepsilon_i$$

mit linearen Effekten $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ für die kategorialen oder metrischen Kovariablen x_1, \dots, x_k – deren gemeinsame Beziehung mit dem linearen Prädiktor η_i abgekürzt wird - und einem Fehlerterm ε_i , mit $E(\varepsilon_i) = 0$ und $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$, ist für diese Modellierung ungeeignet, unter anderem weil die Positivität des Erwartungswerts $E(y_i | \mathbf{x}_i)$ der erwarteten Anzahl an getriggerten Nachbeben nicht gewährleistet ist. Da es sich bei der Zielvariablen um eine Zählvariable handelt, stellt zum Beispiel ein Poisson-Regressionmodell eine angemessenere Wahl dar. Dieses ist ein generalisiertes lineares Modell (GLM), welches häufig verwendet wird, um Zähldaten zu modellieren. Es wird also angenommen, dass $y | \mathbf{x} \sim Poi(\lambda)$ ist und dass die Zielvariablen y_i (bedingt) unabhängig sind. Das heißt, dass sich die Dichtefunktion wie folgt darstellen lässt:

$$f(y | \lambda) = P(Y = y) = \frac{\lambda^y \exp(-\lambda)}{y!}, y = 0, 1, \dots; \lambda > 0$$

(Fahrmeir et al., 2009, S. 212).

Die Dichte der Poisson-Verteilung lässt sich in die Form einer Exponentialfamilie bringen.

Die Dichte einer einparametrischen Exponentialfamilie für Individualdaten ist gegeben durch

$$f(y | \theta) = \exp\left(\frac{y\theta - b(\theta)}{\phi} + c(y, \phi)\right),$$

wobei θ der kanonische oder auch natürliche Parameter ist, $b(\theta)$ die Bedingung erfüllen muss, dass sich $f(y | \theta)$ normieren lässt und die erste Ableitung ($b'(\theta)$), sowie die zweite Ableitung ($b''(\theta)$) der Funktion existieren. Der Parameter ϕ ist ein Dispersionsparameter. Es gilt

$$E(y | \mathbf{x}) = \mu = b'(\theta) \quad \text{und} \quad Var(y | \mathbf{x}) = \phi b''(\theta),$$

wobei μ der Mittelwert der Verteilung ist (Fahrmeir et al., 2009, S. 218).

Durch einige Umformungen kann die Dichte der Poisson-Verteilung in die folgende Form gebracht werden:

$$\begin{aligned} f(y | \lambda) &= \exp(y_i \log(\lambda_i) + \log(\exp(-\lambda_i)) - \log(y_i!)) \\ &= \exp(y_i \log(\lambda_i) - \lambda_i - \log(y_i!)) \end{aligned}$$

welche der Form einer Exponentialfamilie entspricht, mit $\theta_i = \log(\lambda_i)$, $b(\theta_i) = \exp(\theta_i) = \lambda_i$, $\phi = 1$ und $c(y_i, \phi) = -\log(y_i!)$. Durch die erste Ableitung von $b(\theta_i)$ erhält man:

$$b'(\theta_i) = E(y_i | x_i) = \exp(\theta_i) = \lambda_i$$

und mit der zweiten Ableitung

$$b''(\theta_i) = \text{Var}(y_i | x_i) = \exp(\theta_i) = \lambda_i$$

(Hilbe, 2011, S. 81). Daraus ergibt sich die für die Poisson-Verteilung typische Gleichheit von Erwartungswert und Varianz.

Bei Exponentialfamilien ist durch $\theta_i = \eta_i = \mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta}$ die sogenannte natürliche bzw. kanonische Linkfunktion definiert, wobei η_i der lineare Prädiktor ist und $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$ die linearen Effekte für die gegebenen Kovariablen $\mathbf{x}_i = (1, x_{i1}, \dots, x_{ik})$ (vgl. Fahrmeir et al., 2009, S. 221). Bei einem Poisson-Modell entspricht dies einem log-linearen Modell mit

$$\log(\lambda_i) = \eta_i = \mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik}$$

bzw.

$$\lambda_i = \exp(\eta_i) = \exp(\beta_0) \exp(\beta_1 x_{i1}) \dots \exp(\beta_k x_{ik}),$$

das heißt, der Effekt der Kovariablen x_1, \dots, x_k auf die erwartete Anzahl ist exponentiell-multiplikativ.

5.2. Quasi-Poisson-Modell

Durch die Annahme einer Verteilung vom Exponentialfamilientyp, in diesem Fall der Poisson-Verteilung, und einer gewissen Erwartungswert-Struktur $E(y_i | \mathbf{x}_i) = \mu_i$ wird eine bestimmte Varianzstruktur $\text{Var}(y_i | \mathbf{x}_i) = \phi b''(\mu_i)$ impliziert (Fahrmeir et al., 2009, S. 226). Bei der Annahme der Poisson-Verteilung gilt, dass der Erwartungswert und die Varianz gleich sind. Dies ist allerdings in der Praxis oft nicht der Fall, sondern es liegt meist eine signifikant größere empirische Varianz vor (Fahrmeir et al., 2009, S. 210). Um diesem Problem entgegenzuwirken, wird häufig ein Quasi-Poisson-Modell verwendet, welches die getrennte Spezifikation der Erwartungswert- und der Varianzstruktur durch die Verwendung einer sogenannten Quasi-Likelihood-Funktion $Q(\boldsymbol{\beta}, \phi)$ erlaubt, deren erste Ableitung die übliche Form einer Score-Funktion besitzt (Fahrmeir et al., 2009, S. 226). Das heißt, es gilt

$E(y_i | \mathbf{x}_i) = \mu_i = h(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$, wie im Poisson-Modell, wohingegen für die wahre Varianz $Var(y_i | \mathbf{x}_i)$ nicht notwendigerweise $\sigma_i^2 = \sigma_i^2(\mu_i) = \phi b''(\mu_i)$ gelten muss. Stattdessen kann unter Verwendung einer Quasi-Varianzfunktion $v(\mu)$ als $\sigma^2(\mu) = \phi v(\mu)$ - auch Arbeitsvarianz genannt - spezifiziert werden (Fahrmeir et al., 2009, S. 226 f.).

5.3. Negativ-Binomial-Modell

Das Negativ-Binomial-Modell bezieht zusätzlich zur Poisson-Verteilung auch die Gamma-Verteilung mit ein, um das Poisson-Modell beim Vorliegen von Überdispersion anzupassen (Hilbe, 2011, S. 219). Die Dichte ergibt sich nach Hilbe (2011, S. 189 f.) dann zu

$$\begin{aligned} f(y; \mu, \alpha) &= \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(1 - \frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right)^{y_i} \\ &= \binom{y_i + \frac{1}{\alpha} - 1}{\frac{1}{\alpha} - 1} \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(1 - \frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right)^{y_i} \\ &= \left(\frac{\left(y_i + \frac{1}{\alpha} - 1\right)!}{y_i! \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)!}\right) \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(1 - \frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right)^{y_i} \\ &= \exp \left\{ y_i \log\left(1 - \frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right) + \frac{1}{\alpha} \log\left(\frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right) + \log\left(\frac{\left(y_i + \frac{1}{\alpha} - 1\right)!}{y_i! \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)!}\right) \right\} \end{aligned}$$

wobei α der Überdispersionsparameter und $\mu = E(y | x)$ der auf die Kovariablen bedingte Erwartungswert der Zielvariablen y ist.

Sei nun $p_i := \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right)$ und $r := \frac{1}{\alpha}$.

Dann lässt sich die Dichte in Exponentialform vereinfacht schreiben als:

$$f(y; p, r) = \exp \left\{ y_i \log(1 - p_i) + r \log(p_i) + \log\binom{y_i + r - 1}{r - 1} \right\}$$

(Hilbe, 2011, S. 195). Aus der Darstellung in dieser Form ergibt sich:

$$\begin{aligned} \theta_i &= \log(1 - p_i) = \log\left(1 - \frac{1}{1 + \alpha\mu_i}\right) \\ b(\theta_i) &= -r \log(p_i) = -r \log(1 - \exp(\theta_i)) \\ c(y_i) &= \log\binom{y_i + r - 1}{r - 1} \end{aligned}$$

Die erste und die zweite Ableitung von $b(\theta_i)$ nach θ_i liefert nach Hilbe (2011, S. 196) die Mittelwerts-, bzw. die Varianzfunktion:

$$E(y_i) = b'(\theta_i) = \frac{\partial b}{\partial p_i} \frac{\partial p_i}{\partial \theta_i} = \frac{r(1-p_i)}{p_i} = \mu_i$$

$$Var(y_i) = b''(\theta_i) = \frac{\partial^2 b}{\partial p_i^2} \left(\frac{\partial p_i}{\partial \theta_i}\right)^2 + \frac{\partial b}{\partial p_i} \frac{\partial^2 p_i}{\partial \theta_i^2} = \frac{r(1-p_i)}{p_i^2} = \mu_i + \alpha \mu_i^2$$

Der Erwartungswert der Anzahl an getriggerten Nachbeben ist $\mu_i = E(y_i | x_i) = \exp(\eta_i) = \exp(x_i' \boldsymbol{\beta}) = \exp(\beta_0) \exp(\beta_1 x_{i1}) \dots \exp(\beta_k x_{ik})$ (Windzio, 2013, S.198). Die Effekte der Kovariablen auf die Zielvariable sind demnach exponentiell-multiplikativ. Der Parameter $r = \frac{1}{\alpha}$, für den gilt: $Var(y_i) = \mu + \frac{\mu^2}{r}$ wird in dem verwendeten mgcv-Package von Wood (2021) neben übrigen Parametern geschätzt (Wood, 2021, S. 157).

5.4. Additive Modelle

Bei einem additiven Modell wird der lineare Prädiktor folgendermaßen zum additiven Prädiktor

$$\eta_i^{add} = f_1(z_{i1}) + \dots + f_q(z_{iq}) + \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik}$$

erweitert (Fahrmeir et al., 2009, S. 400). Neben den geschätzten linearen Effekten $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ für die kategorialen oder metrischen Kovariablen x_1, \dots, x_k werden nun zusätzlich noch die unspezifizierten, glatten Funktionen f_1, \dots, f_q miteinbezogen, welche die Effekte der metrischen Kovariablen z_1, \dots, z_q darstellen. Diese glatten Funktionen werden nicht-parametrisch geschätzt. Damit ergibt sich

$$y_i = \eta_i^{add} + \varepsilon_i = f_1(z_{i1}) + \dots + f_q(z_{iq}) + \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

(Fahrmeir et al., 2009, S. 400).

Die Modellierung dieser Funktionen erfolgt durch die Verwendung sogenannter Basic-Spline-Basisfunktionen (im Folgenden auch als B-Spline-Basisfunktionen bezeichnet). Eine B-Spline-Basisfunktion B besteht aus $(l + 1)$ Polynomstücken vom Grad 1, die $(l - 1)$ -mal stetig differenzierbar zusammengesetzt werden (Fahrmeir et al., 2009, S. 303). Die Anzahl der Knoten, durch welche die Zerlegung des Definitionsbereichs erfolgt, beträgt m . Das bedeutet, der Definitionsbereich wird in $(m - 1)$ gleich große Teile unterteilt. Die glatte Funktion $f(z)$ lässt sich dann durch eine Linearkombination von $d = m + l - 1$ Basisfunktionen als

$$f(z) = \sum_{j=1}^d \gamma_j B_j(z)$$

darstellen (Fahrmeir et al., 2009, S. 305). $\gamma_1, \dots, \gamma_d$ sind die Koeffizienten der Basisfunktionen $B_1(z), \dots, B_d(z)$. Diese Koeffizienten lassen sich einzeln kaum sinnvoll interpretieren, weshalb man trotz des Vorhandenseins von Parametern dennoch von einer nichtparametrischen Modellierung spricht. In Abbildung 10 sieht man die Verwendung einer B-Spline-Basis mit äquidistanten Knoten beispielhaft dargestellt.

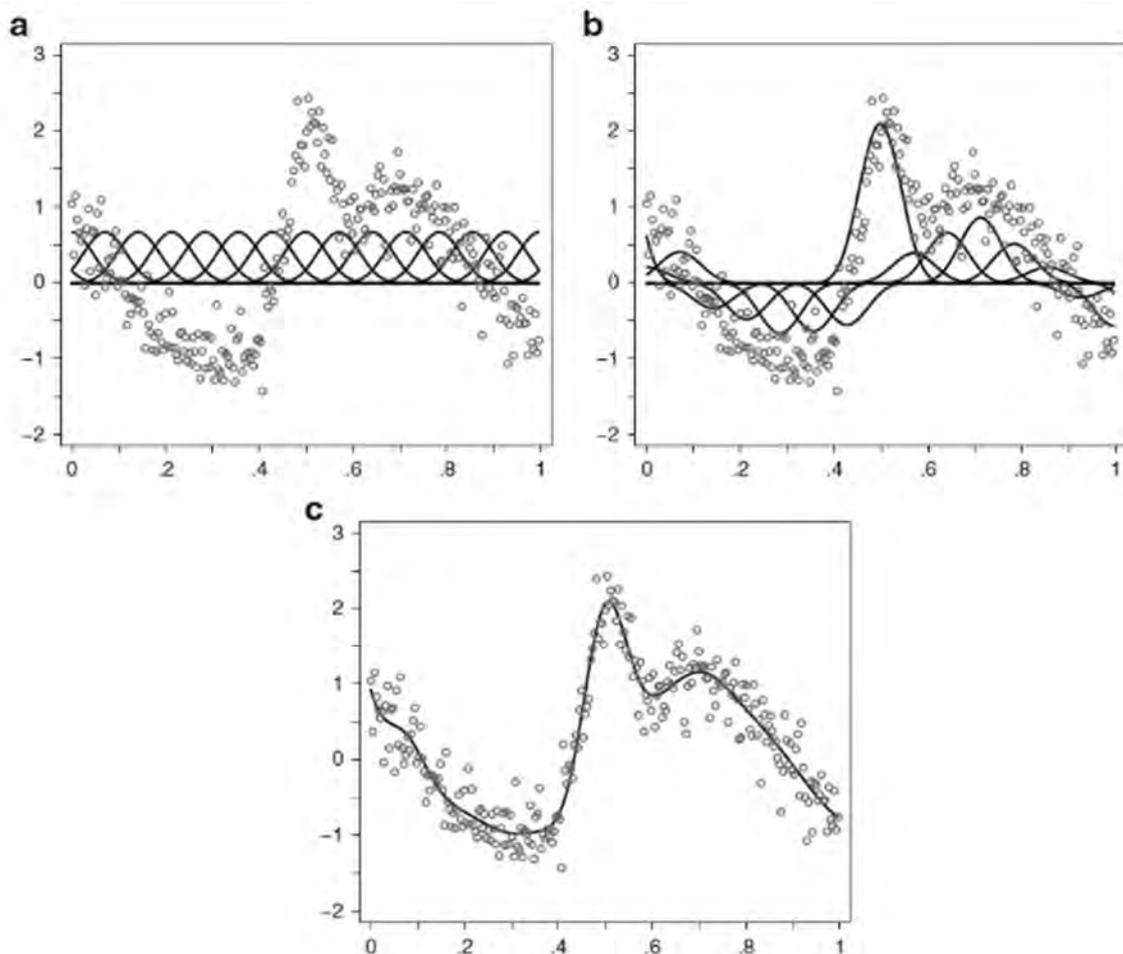


Abbildung 16: Schematische Darstellung der Schätzung eines nichtparametrischen Effekts mit B-Splines und äquidistanten Knoten; a: B-Spline Basis; b: Darstellung der skalierten B-Spline Basis; c: Summe der skalierten Basisfunktionen (Fahrmeir et al., 2013, S. 431)

Dabei ist anzumerken, dass es nötig ist, bei den glatten Funktionen eine Einschränkung für das Modell zu treffen, um die Identifizierbarkeit des Modells zu gewährleisten. Dies wird erreicht, indem die Summe der Funktion über die beobachteten Kovariablenwerte 0 ergibt:

$$\sum_{i=1}^n f_1(z_{i1}) = \dots = \sum_{i=1}^n f_q(z_{iq}) = 0$$

(Fahrmeir et al., 2009, S.400).

Für die Modellierung der glatten Funktionen wurden penalisierte Splines, sogenannte P-Splines, auf B-Splinebasis verwendet. Durch die Verwendung von P-Splines kann die zu schätzende Funktion $f_p(z_p)$ mit $p = 1, \dots, q$ flexibel modelliert werden, zum anderen wird durch einen zusätzlich eingeführten Strafterm eine zu große Variabilität der Schätzung bestraft, um eine Überanpassung an die vorliegenden Daten zu vermeiden (Fahrmeir et al., 2009, S. 307 ff.). Dieser Strafterm basiert auf den ersten Differenzen der zugehörigen Parameter γ_j . Somit führt die Einführung des Straftermes zu der penalisierten Residuenquadratsumme

$$PKQ(\lambda) = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^d \gamma_j B_j(z_i) \right)^2 + \lambda \sum_{j=k+1}^d (\Delta^k \gamma_j)^2$$

mit

$$\Delta^1 \gamma_j = \gamma_j - \gamma_{j-1}$$

$$\Delta^2 \gamma_j = \Delta^1 \Delta^1 \gamma_j = \Delta^1 \gamma_j - \Delta^1 \gamma_{j-1} = \gamma_j - 2\gamma_{j-1} + \gamma_{j-2}$$

...

$$\Delta^k \gamma_j = \Delta^{k-1} \gamma_j - \Delta^{k-1} \gamma_{j-1}$$

In diesem Fall ist $k = 1$, da die ersten Differenzen betrachtet werden. Dies ist die Glättung nach Eilers und Marx (1996, S. 89-121), welche für die Analyse verwendet wurden.

Der additive Prädiktor für die Modellierung der Zielvariablen „Anzahl der getriggerten Nachbeben“ hat dann die folgende Gestalt:

$$\eta_i^{add} = \beta_0 + \sum_{k=1}^K \beta_k I(x_{Kat,i} = k) + \sum_{h=6}^H \beta_h I(x_{Herdmech,i} = h) + f_{Mag}(x_{Mag,i}) + f_{Tiefe}(x_{Tiefe,i}) + f_{mainshockMag}(x_{mainshMa ,i}) I(x_{Bebenserie,i} = getriggert)$$

mit $i = 1, 2, \dots, 11545$ für die beobachteten Bebenereignisse und $k = 1, \dots, 5 = K$ für die Bebenkategorie (siehe Tabelle 2 a)), sowie $h = 6, \dots, 12 = H$ für den vorliegenden Herdmechanismus (vgl. Tabelle 2 b)).

a)

k	Kategorie
1	crustal outside
2	interface
3	slab shallow
4	slab deep
5	unclassified

b)

h	Herdmechanismus
6	normal
7	normal-strike slip
8	strike slip-normal
9	strike slip-reverse
10	reverse-strike slip
11	reverse
12	unknown

Tabelle 3: a) Übersicht über den Kategorien- Index k ; b) Übersicht über den Kategorien- Index h

β_0 stellt das Intercept dar, I ist die Indikatorfunktion. Diese wird für die Variable Kategorie (x_{Kat}), sowie für die Variable Herdmechanismus ($x_{Herdmec}$) verwendet, welche beide kategoriale Variablen sind. Die linearen Effekte β_1, \dots, β_5 sind die Effekte der kategorialen Variablen Bebenkategorie (siehe auch Tabelle 2), die linearen Effekte $\beta_6, \dots, \beta_{12}$ sind analog dazu die linearen Effekte des Herdmechanismus (vgl. Tabelle 3). Bei der Kategorie des Erdbebens stellt crustal die Referenzkategorie dar und bei dem Herdmechanismus ist strike slip die Referenzkategorie. Diese Referenzkategorien wurden gewählt, da sie - unter der Bedingung, dass der Herdmechanismus bekannt ist - jeweils die größte Gruppe darstellen. Die metrischen Variablen Magnitude des betrachteten Bebenereignisses (x_{Mag}), Herdtiefe (x_{Tiefe}), sowie die Hauptbeben-Magnitude ($x_{mainshMag}$), die mit einbezogen wurde, falls das betrachtete Erdbeben selbst bereits getriggert wurde ($x_{Bebenserie,i} = getriggert$), wurden flexibel durch nichtparametrische Funktionen unter Verwendung von P-Splines modelliert.

6. Ergebnisse

Die nachfolgenden Modelle wurden mit der Funktion `gam()` aus dem R-Package „mgcv“ nach Wood (2017) geschätzt. Für die Schätzung der glatt modellierten Effekte wurden penalisierte B-Splines nach Eilers & Marx (1996, S. 89 f) mit einer Knotenzahl von 10 verwendet (Fahrmeir et al., 2009, S. 309 f). Neben den drei in Kapitel 5 beschriebenen Modellen wurde noch ein zero-inflated Poisson-Modell angepasst, das aber keine deutliche Verbesserung zu dem Poisson-Modell darstellte und deshalb im Anhang zu finden ist.

Das geschätzte Quasi-Poisson-Modell hat einen Überdispersionsparameter von $\phi = 1,1272$, das Negativ-Binomial-Modell hat einen inversen Überdispersionsparameter von $r = 2,827$. Zunächst wird die Güte der Anpassung der drei verschiedenen Modelle an die Daten mithilfe von Quantil-Quantil-Plots und Residualplots betrachtet. Anschließend werden die Ergebnisse des nach diesen Kriterien besten Modells vorgestellt.

6.1. Vergleich der Anpassung der Modelle an die Daten

Um die drei betrachteten Modelle miteinander zu vergleichen und das nach diesen Kriterien am besten geeignete Modell zu finden, werden die jeweiligen Quantil-Quantil-Plots (kurz: QQ-Plot) herangezogen. In diesen werden die theoretischen Quantile gegen die Devianz-Residuen abgebildet. Wenn die Verteilungsannahmen des Modells zutreffen, sollten die geplotteten Punkte auf einer geraden Linie liegen.

In Abbildung 17 sind die QQ-Plots der drei Modelle dargestellt. Bei dem QQ-Plot des Poisson-Modells ist auffällig, dass die Punkte vor allem am oberen, sowie am unteren Ende stark von einer Geraden abweichen. Im Bereich $[-3 ; -1]$, auf der x-Achse sind die Devianz-Residuen systematisch kleiner als die theoretischen Quantile. Im oberen Bereich von $[2 ; 4]$ weichen die Devianz-Residuen dagegen nach oben ab. Das heißt, die Verteilung ist steiler als angenommen.

Auch bei dem QQ-Plot des Quasi-Poisson-Modells ist diese Abweichung an den beiden Enden gut zu erkennen. Die Punkte des Quasi-Poisson-Modells scheinen aber noch weniger auf einer Geraden zu liegen als bei dem QQ-Plot für das Poisson-Modell.

Bei dem Negativ-Binomial-Modell weichen die Devianz-Residuen nur im unteren Bereich deutlich von der Geraden ab. Im oberen Bereich liegen die Punkte um einiges näher an der Geraden, als das bei den beiden anderen Modellen der Fall ist. Daher scheinen die Verteilungsannahmen bei dem Negativ-Binomial-Modell gut zuzutreffen.

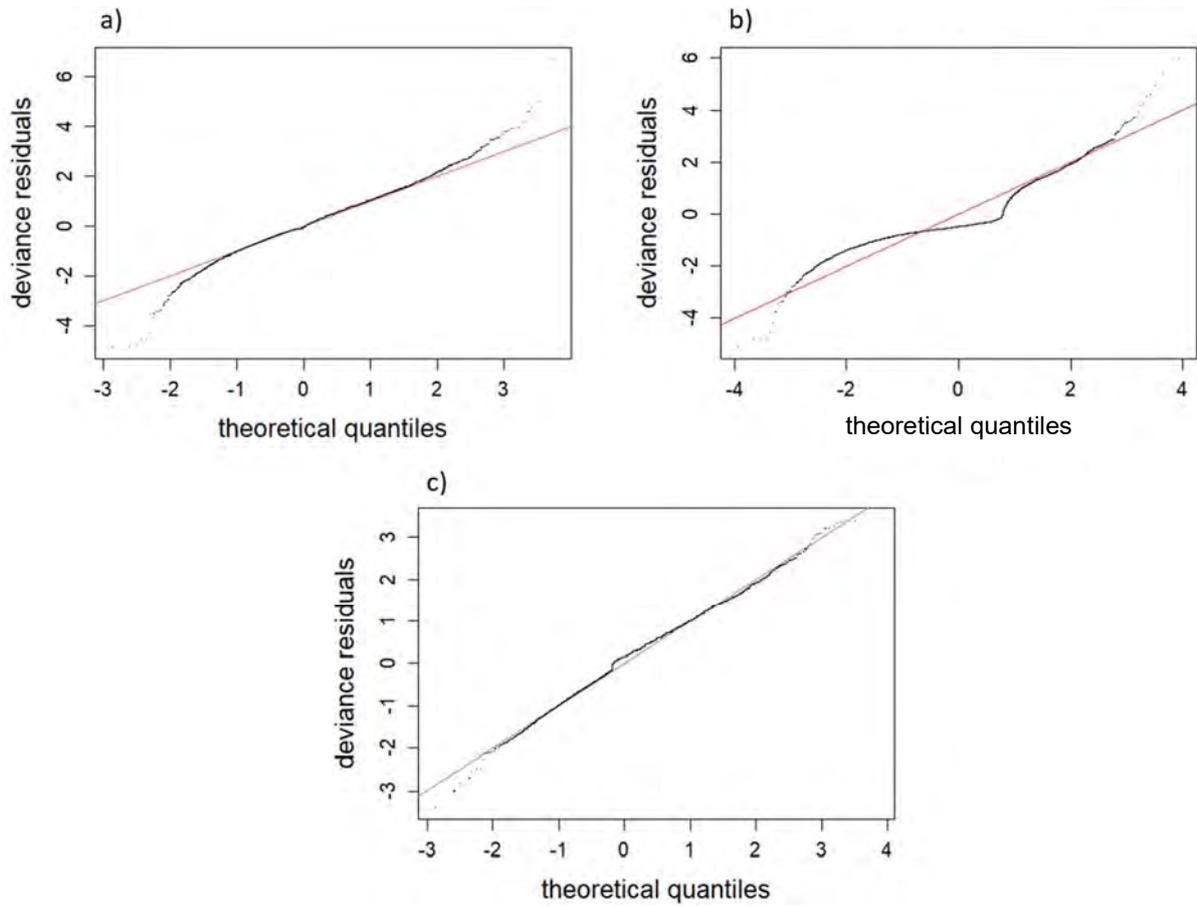


Abbildung 17: Quantil-Quantil-Plots für: a) Poisson-Modell; b) Quasi-Poisson-Modell; c) Negativ-Binomial-Modell; auf der x-Achse sind die theoretischen Quantile dargestellt, auf der y-Achse sind die Devianz-Residuen abgebildet

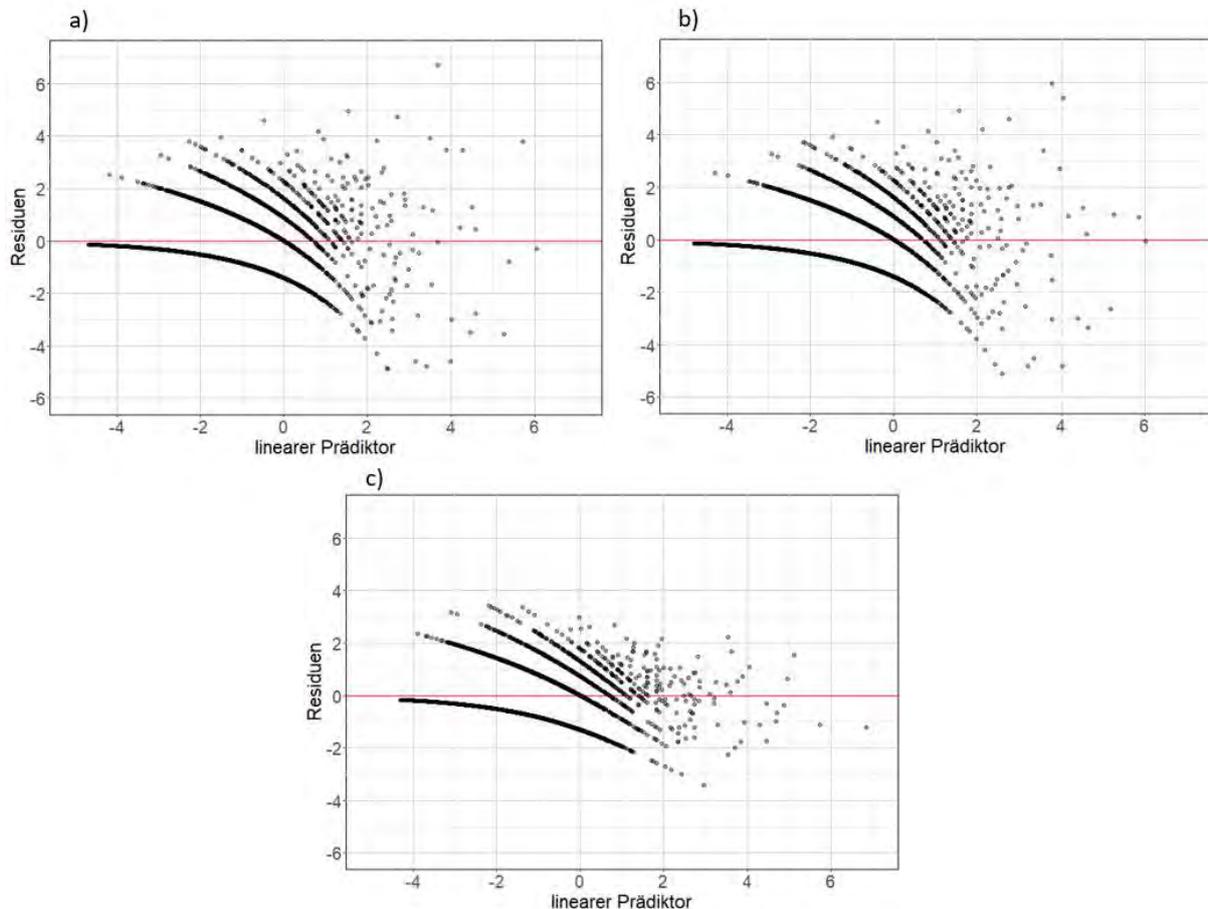


Abbildung 18: Residualplot für: a) Poisson-Modell; b) Quasi-Poisson-Modell; c) Negativ-Binomial-Modell; auf der x-Achse ist der lineare Prädiktor abgebildet, auf der y-Achse die Residuen

In Abbildung 18 sind die Residualplots für die drei betrachteten Modelle zu sehen. Beim Negativ-Binomial-Modell (Grafik c) in Abbildung 18) kommen bei den Residuen nur Werte zwischen -3,5 und 3 vor. Sowohl beim Poisson-Modell als auch beim Quasi-Poisson-Modell liegt ein Großteil der Punkte im Bereich -3,5 bis 3,5. Bei dem Poisson-Modell liegen allerdings die Residuen von 22 Beobachtungen weiter als 3,5 von der rot eingezeichneten Nulllinie entfernt. Dies ist ebenfalls bei dem Quasi-Poisson-Modell zu erkennen. Beide Modelle haben Beobachtungen, bei denen der Abstand der Residuen zur Null deutlich über fünf liegt. Insgesamt scheinen die Residuen bei diesen beiden Modellen weiter verteilt zu sein. Aufgrund der geringeren Abweichung der Residuen von der rot eingezeichneten Nulllinie bei dem Negativ-Binomial-Modell verglichen mit den beiden Poisson-Modellen, scheint ersteres am besten geeignet zu sein.

6.2. Ergebnisse des Negativ-Binomial-Modells

Die Betrachtung der geschätzten linearen Effekte für die kategorialen Kovariablen erfolgt stets relativ zu der gewählten Referenzkategorie (crustal outside / strike slip). Zudem ist der Effekt der Kovariablen auf die erwartete Anzahl der Nachbeben exponentiell-multiplikativ - anders als bei einem „klassischen“ linearen Modell. Ist also der Effekt einer Kovariablen > 0 - gleichbedeutend mit $\exp(\text{Effekt}) > 1$ - so hat die Kovariable einen positiven Zusammenhang mit der Zielvariablen „Anzahl der getriggerten Nachbeben“. Ist der Effekt einer Kovariablen < 0 , so hat die betreffende Kovariable einen negativen Einfluss auf die Zielvariable und $\exp(\text{Effekt}) < 1$. Wenn der Effekt einer Kovariablen gleich Null ist und entsprechend $\exp(\text{Effekt}) = 1$, so beeinflusst die betrachtete Variable laut des Modells die Zielvariable nicht.

Das Intercept β_0 , welches für jede Beobachtung miteinbezogen wird, hat einen Wert von -2,23, bzw. von $e^{-2.23} = 0,11$.

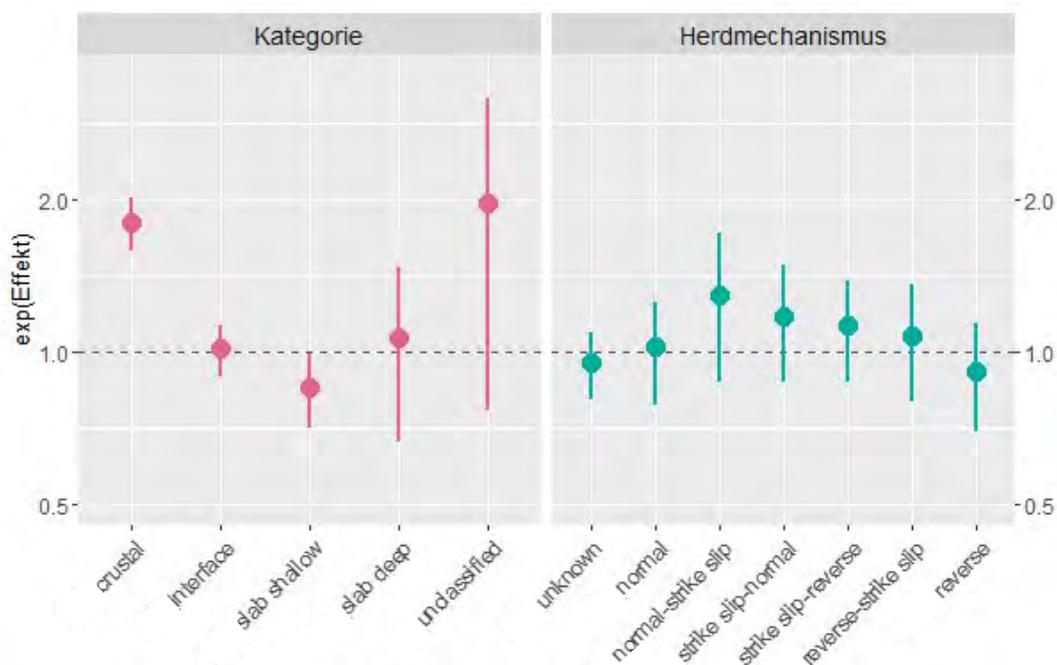


Abbildung 19: Darstellung des Exponenten der linearen Effekte der kategorialen Variablen Beben-Kategorie mit den Kategorien crustal, interface, slab shallow, slab deep und unclassified (Referenzkategorie ist crustal outside) und Herdmechanismus mit der Unterteilung unknown, normal, normal-strike slip, strike slip-normal, strike slip-reverse, reverse-strike slip und reverse (mit Referenzkategorie strike-slip) für das Negativ-Binomial-Modell; die y-Achse ist auf einer \log_2 -Skala dargestellt

Die drei Kategorien crustal, interface, slab deep und unclassified haben einen positiven Effekt (siehe Abbildung 19, linke Grafik) verglichen mit der Referenzkategorie crustal outside, da der Exponent der Effekte für die vier Kategorien über 1 liegen. Die mittlere Anzahl an

getriggerten Nachbeben nimmt - relativ gesehen zur Kategorie crustal outside - um den Faktor 1,80 zu, wenn die Kategorie crustal vorliegt. Bei der Kategorie interface steigt die Nachbebenanzahl um den Faktor 1,01, bei der Kategorie slab deep um den Faktor 1,07 und bei der Kategorie unclassified um den Faktor 1,96. Der geschätzte Effekt für die Kategorie slab shallow ist dagegen negativ. Liegt die Kategorie slab shallow vor, so nimmt die mittlere erwartete Anzahl an getriggerten Nachbeben verglichen mit der Referenzkategorie um den Faktor 0,85 ab. Die Effekte der Kategorien interface, slab deep und unclassified sind nicht signifikant, da die Konfidenzintervalle der exponenzierten Effekte alle die 1 überlappen. Das bedeutet, dass sich die Effekte dieser drei Kategorien nicht signifikant von der gewählten Referenzkategorie crustal outside unterscheiden.

Für die Herdmechanismen normal, normal-strike slip, strike slip-normal, strike slip-reverse und reverse-strike slip sind die Effekte verglichen mit der Referenzkategorie strike slip positiv (vgl. Abbildung 19, rechte Grafik). Den größten positiven Faktor - verglichen mit der Kategorie strike slip - hat die Kategorie normal-strike slip mit einem Faktor von 1,30. Der Herdmechanismus reverse hat einen negativen Faktor verglichen mit der Referenzkategorie, ebenso wie wenn der Herdmechanismus unbekannt ist. Allerdings ist zu beachten, dass die Konfidenzintervalle der exponenzierten geschätzten Effekte alle die 1 überlappen, d.h. dass sich keiner der Effekte auf dem 0,5-Niveau signifikant von dem Faktor $1 = e^0$ unterscheidet. Das bedeutet, dass sich die Effekte nicht signifikant von der Referenzkategorie strike slip unterscheiden.

Zwischen der Magnitude und der Anzahl der getriggerten Nachbeben scheint ein positiver Zusammenhang vorzuliegen (vgl. Abbildung 20, a)). So steigt mit zunehmender Magnitude auch die Nachbebenanzahl. Im Bereich von $3,5 M_W$ bis $6,5 M_W$ sind die Konfidenzbänder relativ eng, werden ab $6,5 M_W$ aber zunehmend breiter.

Die glatte Funktion, die den Effekt der Tiefe auf die Zielvariable darstellt (siehe Abbildung 20, b)), schwankt im Bereich 0 km bis 40 km um 0. Im Bereich von 0 km bis circa 7 km Tiefe nimmt die Funktion streng monoton zu, fällt dann zwischen 7 km bis etwa 25 km ab. Von einer Tiefe von 25 km nimmt die Funktion bis zu circa 35 km zu. Ab dort, bis hin zu einer Tiefe von etwa 67 km nimmt die Funktion ab. Ab 67 km bis zu 80 km Tiefe steigt die Funktion an. Die Konfidenzbänder für den geschätzten Effekt der Tiefe werden ab einer Tiefe von 40 km deutlich breiter.

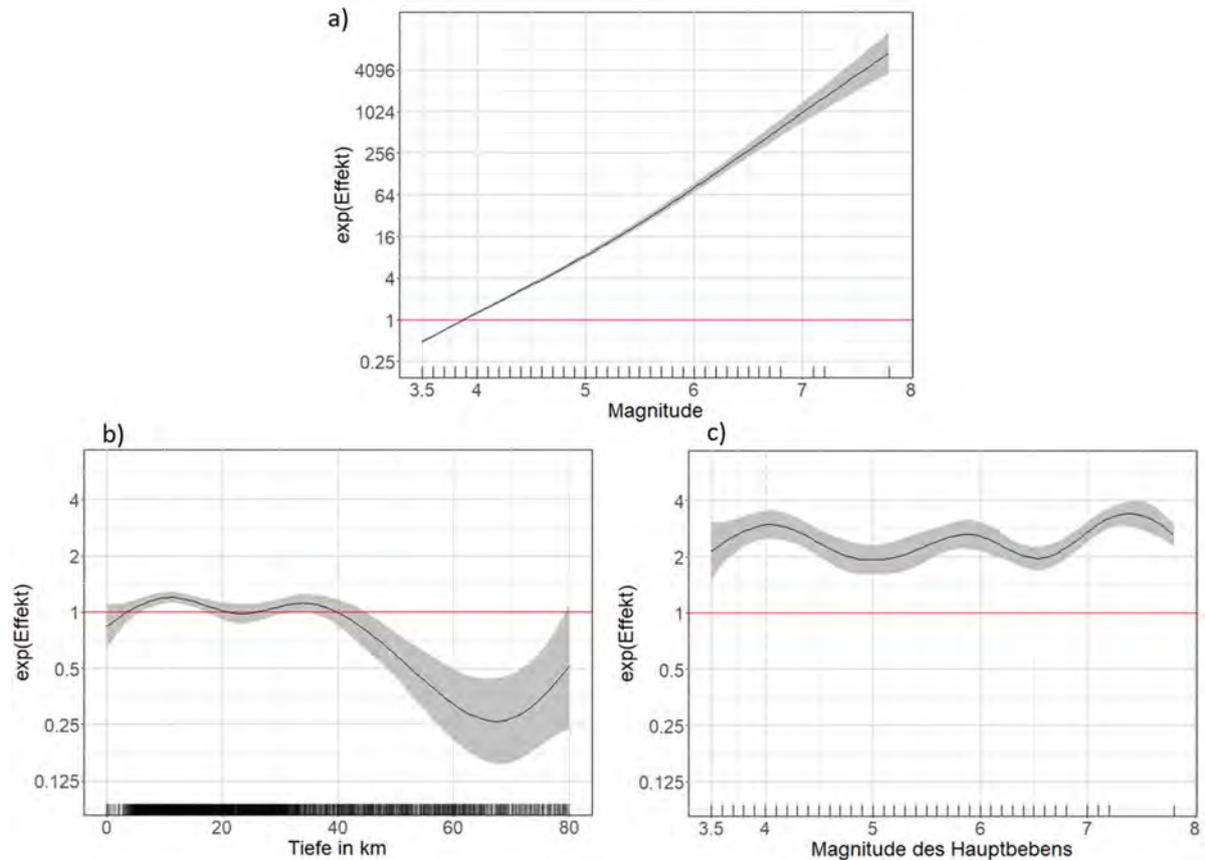


Abbildung 20: Abbildung des Exponenten der flexibel modellierten Effekte der metrischen Variablen Magnitude, Tiefe und Hauptbeben-Magnitude für das Negativ-Binomial-Modell. Die y-Achse ist jeweils auf einer \log_2 -Skala dargestellt. Auf der x-Achse sind Striche abgetragen für jedem Wert, der beobachtet wurde a) Exponent des geschätzten flexibel modellierten Effekts der Magnitude auf die Zielvariable Anzahl der getriggerten Nachbeben; b) Exponent des Effekts der Tiefe (in km) c) Exponent des Effekts der Hauptbebenmagnitude

Der geschätzte Effekt der Hauptbeben-Magnitude schwankt im Bereich $1,5 M_W$ bis $4 M_W$. Dass diese Funktion nicht um 0 zentriert ist, ist darauf zurückzuführen, dass die Hauptbeben-Magnitude nur als zusätzliche Größe miteinbezogen wird, wenn es sich bei dem betrachteten Ereignis um ein abhängiges Beben, das heißt ein Beben, welches selbst bereits von einem stärkeren Erdbeben getriggert wurde, handelt. Die geschätzte Anzahl an Nachbeben, die ein Ereignis verursacht, nimmt von $3,5 M_W$ bis etwa $4,1 M_W$ zu, fällt dann von $4,1 M_W$ bis $5 M_W$ ab, nimmt dann bis zu einer Hauptbebenmagnitude von $5,8 M_W$ wieder zu, um dann von dort bis zu einer Hauptbeben-Stärke von $6,5 M_W$ wieder abzufallen. Von $6,5 M_W$ bis $7,3 M_W$ steigt die Anzahl der getriggerten Nachbeben an und nimmt schließlich ab $7,3 M_W$ ab.

7. Interpretation und Diskussion der Ergebnisse

In diesem Kapitel soll die Interpretation der oben beobachteten Zusammenhänge erfolgen, wobei zuerst auf die geschätzten linearen Effekte und anschließend auf die flexibel durch P-Splines modellierten Effekte der metrischen Kovariablen Magnitude, Herdtiefe und Hauptbeben-Magnitude eingegangen wird.

Bei der Erdbeben-Kategorie überlappen drei Kategorien (interface, slab deep und unclassified) die 1, was bedeutet, dass sich ihre Effekte nicht signifikant von der Referenzkategorie crustal outside unterscheiden. Die beiden Kategorien crustal und slab shallow unterscheiden sich dagegen von der Referenzkategorie signifikant, wobei die Kategorie crustal besonders stark von der Kategorie crustal outside abweicht. Daher scheint es einen Unterschied zu machen, ob ein Erdbeben in der Erdkruste an einer Subduktionszone stattfindet oder nicht. So haben Krustenbeben, die an einer Subduktionszone auftreten, einen signifikant größeren positiven Effekt auf die Anzahl der getriggerten Nachbeben, als Krustenbeben, die außerhalb einer solchen vorkamen.

Bei der Betrachtung des Herdmechanismus fällt auf, dass sich keiner der Effekte der Kategorien signifikant von der Referenzkategorie strike slip unterscheidet. Daher scheint der Herdmechanismus keinen relevanten Einfluss auf die Anzahl der getriggerten Nachbeben zu haben.

Die Magnitude eines Ereignisses scheint laut dem Modell die Anzahl an getriggerten Nachbeben stark positiv zu beeinflussen. Mit zunehmender Magnitude wird auch das Konfidenzband immer breiter, was darauf zurückzuführen ist, dass nur sehr wenige Beben (insgesamt 13 Ereignisse) eine Magnitude von $6,5 M_W$ oder mehr erreichten und daher die Schätzung etwas unsicherer ist. Die Zunahme der Anzahl an Nachbeben mit der Magnitude ist exponentiell. Allerdings beeinflusst die Magnitude die Nachbebenproduktivität in dem ETAS-Modell exponentiell. Somit steigt die Chance, dass ein Beben mit einer hohen Magnitude mehr Nachbeben triggert und dieser zuvor im ETAS-Modell festgelegte Zusammenhang wirkt sich stark auf den geschätzten Magnituden-Effekt aus.

Bei der Betrachtung des Zusammenhangs zwischen der Herdtiefe und der Anzahl der getriggerten Nachbeben fällt insbesondere der starke Abfall der Funktion im Bereich 40 km bis 65 km Tiefe auf. In diesem Bereich sind auch die Konfidenzbänder der Funktion relativ breit, was darauf zurückzuführen ist, dass in diesem Bereich verhältnismäßig weniger Erdbeben auftraten. Mit einer zunehmenden Tiefe von 65 km bis hin zu der maximalen gemessenen Tiefe von 80 km scheint die Nachbebenanzahl allerdings wieder anzusteigen. In

diesem Bereich liegen immerhin 372 der betrachteten Ereignisse. In einer Tiefe von 0 km bis 3 km ist das Konfidenzband wiederum recht breit, da die Unsicherheit aufgrund der wenigen vorliegenden Ereignisse in diesem Bereich eher hoch ist. Zudem ist zu beachten, dass von den 32 Beben, für die eine Tiefe von 0 km angegeben wurde, die 21 Ereignisse darunter sind, bei denen im Katalog eine negative Tiefe vorlag, sodass diese „künstlich“ auf 0 gesetzten Beben, diesen Bereich stark beeinflussen und daher nicht überinterpretiert werden sollten.

Zwischen der Hauptbeben-Magnitude und der Zielvariablen Nachbebenanzahl ist - anders als bei der Magnitude des betrachteten Ereignisses selbst - kein einfacher Zusammenhang erkennbar. Die Funktion scheint zwischen 1,5 und 4 zu schwanken, was aber schwer zu erklären ist. Insbesondere der Abschnitt der Funktion im Bereich $7 M_W$ bis $7,8 M_W$ ist mit Vorsicht zu genießen, da zwar viele Erdbeben selbst von einem stärkeren Hauptbeben getriggert wurden, solche starken Beben allerdings nur recht selten auftreten und daher die Unsicherheit der Schätzung wiederum hoch ist.

8. Fazit

In dieser Analyse konnte der bereits bekannte Zusammenhang zwischen der Magnitude eines Ereignisses und der Anzahl an getriggerten Nachbeben bestätigt werden, wobei dieser wiederum stark von dem vorher besprochenen angenommenen Zusammenhang zwischen Nachbebenproduktivität und Magnitude im ETAS-Modell bestimmt ist.

Sowohl die Herdtiefe, als auch die Hauptbeben-Magnitude, haben einen signifikanten Effekt auf die Anzahl der Nachbeben, die ein Bebenereignis triggert. Allerdings ist der Verlauf der für die Effekte geschätzten glatten Funktionen komplex und daher schwer zu interpretieren.

Die Unterscheidung von verschiedenen Bebenkategorien scheint ebenfalls sinnvoll, wohingegen der Herdmechanismus keinen signifikanten Einfluss auf die Anzahl der getriggerten Nachbeben hat.

Insgesamt muss bei dieser Analyse beachtet werden, dass die Zuordnung der Nachbeben zu einem bestimmten vorhergehenden Ereignis durch das ETAS-Modell erfolgt ist, dass also die Zielvariable keine direkt beobachtbare Größe ist, sondern simuliert wurde. Dadurch ist die vorliegende Analyse stark von den gewählten Hyperparametern im modifizierten ETAS-Modell abhängig.

Für die weitere Forschung wäre es von Interesse, in einer Sensitivitätsanalyse zu untersuchen, inwiefern und wie stark sich die Parameter der geschätzten Modelle ändern, wenn die Hyperparameter des ETAS-Modells verändert werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde nur ein eingeschränkter Bereich auf und bei Neuseeland betrachtet, daher wäre es zudem interessant, die zur Analyse verwendeten Modelle auch auf andere Regionen anzuwenden und auch dort zu vergleichen, ob die Parameter der Modelle ähnliche Werte annehmen.

Literaturverzeichnis

Literatur

Clauser, C. (2016). *Einführung in die Geophysik*. Springer, Berlin, Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-662-46884-5

Eilers, P. H. C., & Marx, B. D. (1996). Flexible smoothing with B -splines and penalties. *Statistical Science*, 11(2), 89–121. <https://doi.org/10.1214/ss/1038425655>

Hilbe, J. M. (2011). *Negative Binomial Regression*. Cambridge University Press, Cambridge. doi:10.1017/CBO9780511973420

Fahrmeir, L., T. Kneib, S. Lang, B. Marx (2013). *Regression - Models, Methods and Applications*. Springer, Berlin, Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-642-34333-9

Fahrmeir, L., T. Kneib, S. Lang (2009). *Regression – Modelle, Methoden und Anwendungen*. Springer, Berlin, Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-642-01837-4

Frisch, W., M. Meschede (2013). *Plattentektonik*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt. ISBN: 9783863129460

Gerstenberger, M., G. McVerry, M. Eeri, D. Rhoades, M. Stirling (2014). Seismic Hazard Modeling for the Recovery of Christchurch, New Zealand, *Earthquake Spectra* 30, 17-29, doi: 10.1193/021913EQS037M.

Grimm, C., M. Käser, S. Hainzl, M. Pagani, H. Küchenhoff (2021). Improving Earthquake Doublet Frequency Predictions by Modified Spatial Trigger Kernels in the Epidemic-Type Aftershock Sequence (ETAS) Model, *Bulletin of the Seismological Society of America* XX, 1-20, doi: 10.1785/0120210097.

Grotzinger, J., T. Jordan (2017). *Allgemeine Geologie*. Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-48342-8>

Li, Han & Chang, Xu. (2021). A review of the microseismic focal mechanism research. *Science China Earth Science*. 64. 351–363. doi: 10.1007/s11430-020-9658-7.

Pagani, M., Johnson, K.L., & Garcia Pelaez, J. (2020). Modelling subduction sources for probabilistic seismic hazard analysis. *Special Publications*, 501, 225 - 244. doi: 10.1144/SP501-2019-120

Stein, S., M. Wyssession (2003). *An introduction to seismology, earthquakes and Earth structure*. Blackwell, Malden, Oxford, Carlton.

Windzio, M. (2013). *Regressionsmodelle für Zustände und Ereignisse – Eine Einführung*. Springer VS, Wiesbaden. doi: 10.1007/978-3-531-18852-2

Zahn, F. A. (2011). Bauwerksschäden infolge Erdbebens – Das M 6,3-Erdbeben am 22.2.2011 in Christchurch, Neuseeland. *Bautechnik* 88, no. 12, 836-847. doi: 10.1002/bate.201101523

Software

Garnier, S., N. Ross, R. Rudis, A. P. Camargo, M. Sciaini, and C. Scherer (2021). Rvision - Colorblind-Friendly Color Maps for R. R package version 0.6.2.

Kahle D., H. Wickham (2013). ggmap: Spatial Visualization with ggplot2. *The RJournal*, 5(1), 144 - 161. <http://journal.r-project.org/archive/2013-1/kahle-wickham.pdf>

R Core Team (2020). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>.

Wickham, H., R. François, L. Henry, K. Müller (2021). dplyr: A Grammar of Data Manipulation. R package version 1.0.4. <https://CRAN.R-project.org/package=dplyr>

Wickham, H. (2016). *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York.

Wood, S. (2017). *Generalized Additive Models: An Introduction with R* (2. Auflage). Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/10.1201/9781315370279>

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Farbliche Darstellung einer groben Einteilung der tektonischen Platten und ihrer Grenzen (Frisch & Meschede, 2013, S. 13); weniger stark eingefärbt sind die Kontinente; rot eingekreist: Neuseeland.....	3
Abbildung 2: Karte von Neuseeland (in grau) mit dem bei der Analyse betrachteten räumlich eingeschränkten Bereich (in blau).....	5
Abbildung 3: Anzahl der Nachbeben, die von einem beobachteten Bebenereignis getriggert wurden; aufgrund der geringen Anzahl an Beben, die mehr als 25 Nachbeben ausgelöst haben und um eine bessere Übersicht zu ermöglichen, ist hier der Bereich auf die Nachbeben-Anzahl von 0 bis 25 eingeschränkt, 19 Erdbeben, die 26 – 411 Nachbeben getriggert haben, wurden ausgeblendet; die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt; nur ein betrachtetes Erdbeben triggerte 19 bzw. 21 Nachbeben, was aufgrund der \log_{10} -Skala durch einen horizontalen Strich zu erkennen ist.....	7
Abbildung 4: Auftretenshäufigkeit von Erdbeben nach Magnitude, gemessen anhand der Momenten-Magnituden-Skala (MW); die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt; es trat jeweils ein Beben der Stärke 6,4 MW , 6,8 MW , 7,2 MW und 7,8 MW (gekennzeichnet durch die horizontalen Striche auf Höhe der 1 auf der y-Achse) auf.....	9
Abbildung 5: Darstellung des Zusammenhangs der Magnitude eines Ereignisses gemessen auf der Momenten-Magnituden-Skala (MW) mit der Anzahl der getriggerten Nachbeben; die Farbe des Hexagons gibt die Anzahl der Beobachtungen an, die in diesem Bereich liegen; die y-Achse - ebenso wie die Farbskala - ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt. Um auch Beben, die keine Nachbeben getriggert haben, auf der logarithmierten y-Achse darstellen zu können, wurden diese Beobachtungen zusätzlich auf der eingezeichneten horizontalen Nulllinie, abgebildet. Das nach oben „springen“ einer horizontal verlaufenden Hexbin-Kette ist der Darstellung geschuldet.	10
Abbildung 6: Darstellung der Herdtiefe in Zusammenhang mit Hypozentrum, Epizentrum und der Verwerfungsfläche (Clauser, 2016, S. 93).....	11
Abbildung 7: Balkendiagramm zur Abbildung der absolute Auftrittshäufigkeit von Erdbeben nach ihrer Herdtiefe in km.....	11
Abbildung 8: Darstellung des Zusammenhangs der Herdtiefe (in km) mit der Anzahl der getriggerten Nachbeben; die Farbe des Hexagons gibt die Anzahl der Beobachtungen an, die in diesem Bereich liegen; die y-Achse - ebenso wie die Farbskala - ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt. Um auch die Beben, die keine Nachbeben getriggert haben, auf der logarithmierten y-Achse grafisch darstellen zu können, wurden diese Beobachtungen zusätzlich auf der eingezeichneten horizontalen Nulllinie, abgebildet. Das nach oben „springen“ einer horizontal verlaufenden Hexbin-Kette ist der Darstellung geschuldet.....	12
Abbildung 9: Darstellung der Kategorie eines Erdbebens in einer Subduktionszone (M. Pagani et al., 2020); in lila: Region, in welcher Erdbeben in der Erdkruste auftreten (crustal); in orange: Region, bei der Erdbeben einer bestimmten Gruppe zugeordnet werden können, wie z.B. einem Vulkan (group); in blau: Gebiet, in dem die Erdbeben auf der Oberfläche einer Verwerfung auftreten und sich ebenfalls noch in der Erdkruste befinden (interface); in grün: Region, in der Erdbeben (wie bei interface) auf oder an der Verwerfungsfläche auftreten, allerdings unterhalb der Erdkruste (intraslab); in weiß: Regionen, unterhalb der Erdkruste, bei denen ein Erdbeben weder einer Subduktionszone noch einer Gruppe zugeordnet werden kann (unclassified).....	13
Abbildung 10: Absolute Häufigkeit für das Auftreten von Bebenereignissen nach den Kategorien crustal outside, crustal, interface, slab shallow, slab deep und unclassified.....	14
Abbildung 11: Dichteverteilung der Anzahl der getriggerten Nachbeben nach Kategorie des Bebenereignisses; die Anzahl der getriggerten Nachbeben ist auf den Bereich 0 bis 25 Nachbeben beschränkt; die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt; die horizontalen Striche auf Höhe der 1 bei den Kategorien crustal, crustal outside, interface, slab deep und slab shallow sind Nachbebenanzahlen, die in dieser Kategorie genau einmal vorkamen. Dass diese Anzahl nur durch einen horizontalen Strich erkennbar ist, ist der logarithmischen Skala geschuldet.	15
Abbildung 12: Darstellung der Herdmechanismen nach Stein & Wyssession (2003, S. 219); die Pfeile geben die Bewegungsrichtung der Schollen an; a): strike slip-fault, bei der Analyse wurde nicht zwischen linkslateraler und rechtslateraler strike slip-fault unterschieden; b): normal fault, in diesem Fall ist die linke Scholle die Liegendscholle und die rechte Scholle die Hangendscholle; c): reverse fault, die linke Scholle ist die Liegendscholle, die rechte ist die Hangendscholle.....	16

Abbildung 13: Darstellung der absoluten Häufigkeiten eines Herdmechanismus in einem Säulendiagramm; die y-Achse ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt.....	17
Abbildung 14: Darstellung der Dichte der Anzahl an getriggerten Nachbeben nach Herdmechanismus unterteilt; aufgrund der geringen Anzahl an Beben, die mehr als 25 Nachbeben ausgelöst haben und um eine bessere Übersicht zu ermöglichen ist hier der Bereich auf die Nachbeben-Anzahl von 0 bis 25 eingeschränkt.....	18
Abbildung 15: Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Magnitude des Hauptbebens (gemessen auf der Momenten-Magnituden-Skala MW) und der Anzahl an getriggerten Nachbeben; die Farbe des Hexagons gibt die Anzahl der Beobachtungen an, die in diesem Bereich liegen; die y-Achse - ebenso wie die Farbskala - ist auf einer \log_{10} -Skala dargestellt. Um auch Beben, die keine Nachbeben getriggert haben auf der logarithmierten y-Achse darstellen zu können, wurden diese Beobachtungen zusätzlich auf der eingezeichneten horizontalen Nulllinie, abgebildet. Das nach oben „springen“ einer horizontal verlaufenden Hexbin-Kette ist der Darstellung geschuldet.....	19
Abbildung 16: Schematische Darstellung der Schätzung eines nichtparametrischen Effekts mit B-Splines und äquidistanten Knoten; a: B-Spline Basis; b: Darstellung der skalierten B-Spline Basis; c: Summe der skalierten Basisfunktionen (Fahrmeir et al., 2013, S. 431).....	25
Abbildung 17: Quantil-Quantil-Plots für: a) Poisson-Modell; b) Quasi-Poisson-Modell; c) Negativ-Binomial-Modell; auf der x-Achse sind die theoretischen Quantile dargestellt, auf der y-Achse sind die Devianz-Residuen abgebildet.....	29
Abbildung 18: Residualplot für: a) Poisson-Modell; b) Quasi-Poisson-Modell; c) Negativ-Binomial-Modell; auf der x-Achse ist der lineare Prädiktor abgebildet, auf der y-Achse die Residuen.....	30
Abbildung 19: Darstellung des Exponenten der linearen Effekte der kategorialen Variablen Beben-Kategorie mit den Kategorien crustal, interface, slab shallow, slab deep und unclassified (Referenzkategorie ist crustal outside) und Herdmechanismus mit der Unterteilung unknown, normal, normal-strike slip, strike slip-normal, strike slip-reverse, reverse-strike slip und reverse (mit Referenzkategorie strike-slip) für das Negativ-Binomial-Modell; die y-Achse ist auf einer \log_2 -Skala dargestellt.....	31
Abbildung 20: Abbildung des Exponenten der flexibel modellierten Effekte der metrischen Variablen Magnitude, Tiefe und Hauptbeben-Magnitude für das Negativ-Binomial-Modell. Die y-Achse ist jeweils auf einer \log_2 -Skala dargestellt. Auf der x-Achse sind Striche abgetragen für jedem Wert, der beobachtet wurde a) Exponent des geschätzten flexibel modellierten Effekts der Magnitude auf die Zielvariable Anzahl der getriggerten Nachbeben; b) Exponent des Effekts der Tiefe (in km) c) Exponent des Effekts der Hauptbebenmagnitude.....	33

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Übersicht über die relevanten Variablen und ihren jeweiligen Wertebereich in den vorliegenden Daten von 01.01.1987 bis 31.12.2020 in der betrachteten Gegend	6
Tabelle 2: Anzahl der – von einem betrachteten Erdbeben – getriggerten Nachbeben und die absolute, sowie relative Häufigkeit (in Prozent) des Auftretens dieser Nachbebenzahl; ab 5 getriggerten Nachbeben wurden die Beobachtungen der Übersicht halber nur noch in Kategorien genannt.	8
Tabelle 3: a) Übersicht über den Kategorien- Index k; b) Übersicht über den Kategorien- Index h.....	27

Anhang

Print-Anhang

1. Darstellung der drei Winkel strike, dip und rake
2. Einteilung der Herdmechanismen
3. Darstellung der Zusammenhänge zwischen den Kovariablen
4. Übersicht über die geschätzten linearen Effekte des Negativ-Binomial-Modells
5. QQ-Plot und Residualplot des zero-inflated Poisson-Modells
6. Ergebnisse der drei Poisson-Modelle
 - Poisson-Modell
 - Quasi-Poisson-Modell
 - zero-inflated Poisson-Modell
7. Eigenständigkeitserklärung

Digitaler Anhang

1. Verwendete Datensätze
2. R-Code
 - Datenaufbereitung
 - Deskriptive Grafiken
 - Modellschätzung & Grafiken zu den geschätzten Modellen

A.1. Darstellung der drei Winkel strike, dip und rake

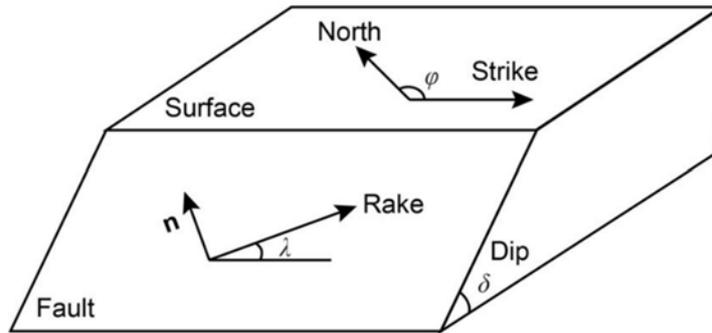


Fig. 1: Darstellung der drei Winkel strike, dip und rake auf der Verwerfungsfläche (Li & Chang, 2021); der strike beschreibt den Verlauf der Schnittlinie zwischen Erdoberfläche (Surface) und der Verwerfungsfläche (Fault) relativ zu der geografischen Nordrichtung, der strike kann Werte zwischen 0° und 360° annehmen; der dip beschreibt den Winkel zwischen der Herdfläche (Fault) und der Horizontalen (Surface), seine Werte liegen zwischen 0° und 90° ; der rake beschreibt die Bewegungsrichtung der Platten, er ist der Winkel zwischen dem strike und dem Richtungsvektor der Plattenbewegung, der Wertebereich des rakes ist $[-180 ; 180]$

A.2. Einteilung der Herdmechanismen

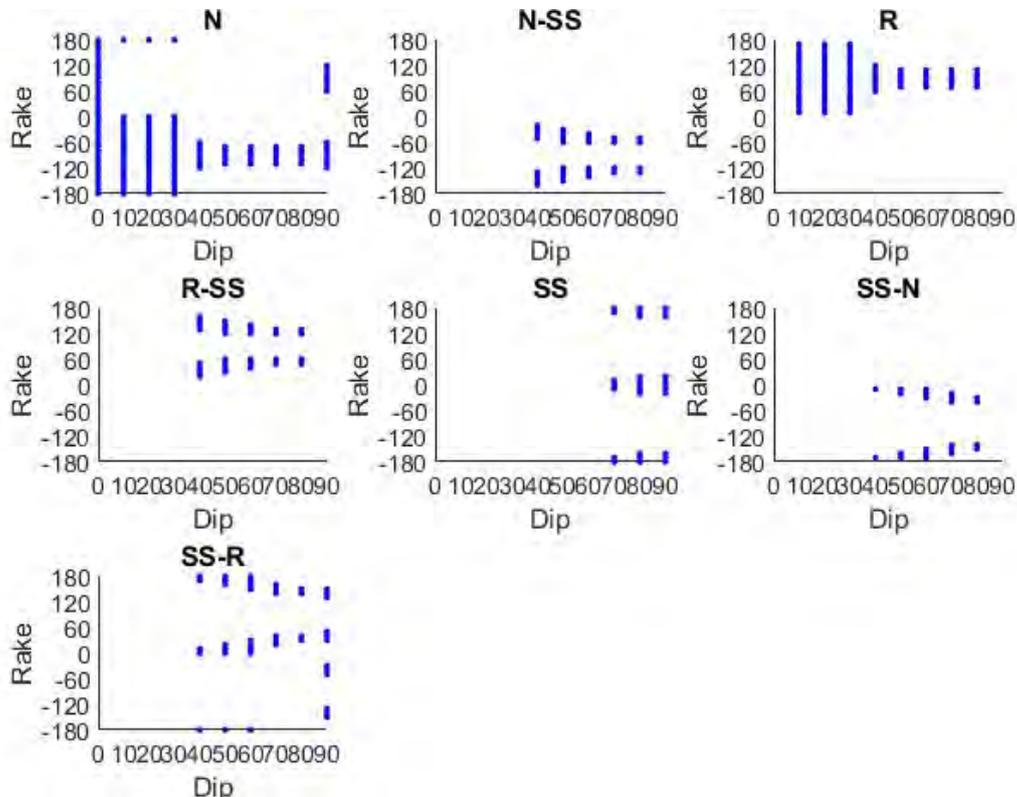


Fig. 2: Darstellung der Einteilung des Herdmechanismus in die präziseren Kategorien; auf der x-Achse ist der Winkel dip abgebildet, welcher Werte im Bereich $[0 ; 90]$ annimmt, auf der y-Achse ist der Winkel rake abgebildet, der Werte zwischen -180° und 180° annimmt; Die Abkürzungen der Kategorien lauten: N: normal, N-SS: normal-strike slip, R: reverse, R-SS: reverse-strike slip, SS: strike slip, SS-N: strike slip-normal, SS-R: strike slip-reverse

A.3. Darstellung der Zusammenhänge zwischen den Kovariablen

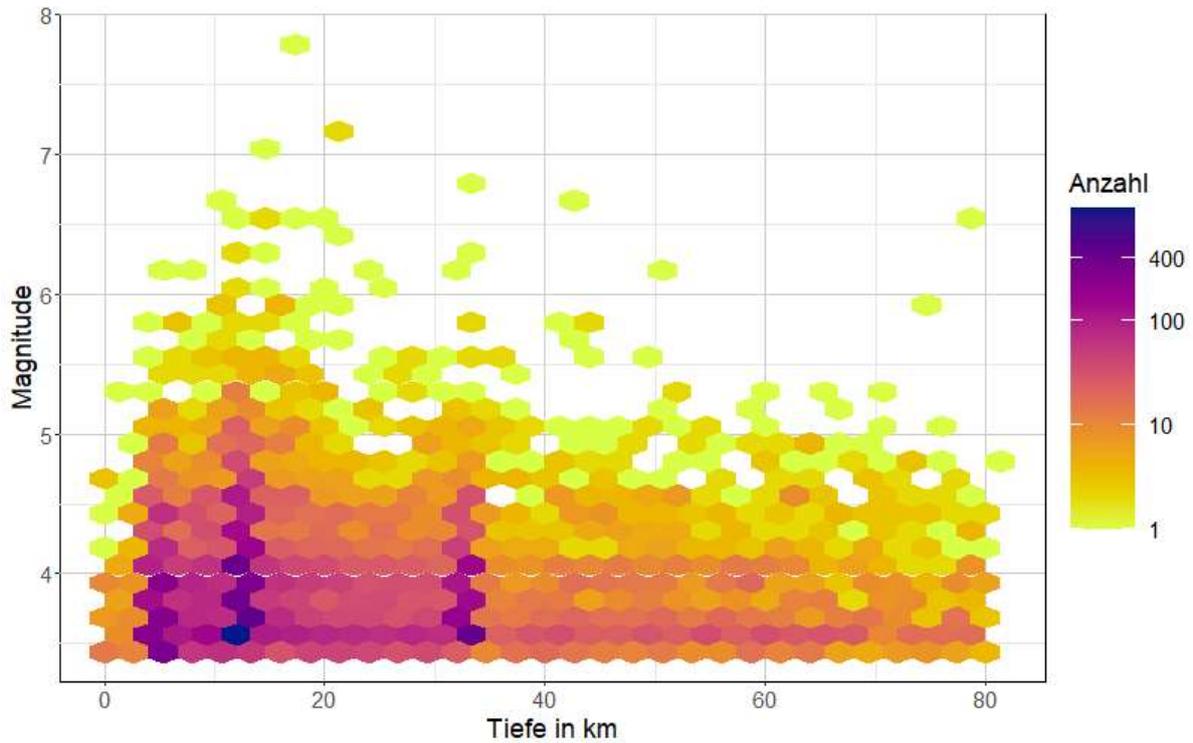


Fig. 3: Hexbin-Plot zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen den beiden Kovariablen Tiefe (in km) und Magnitude

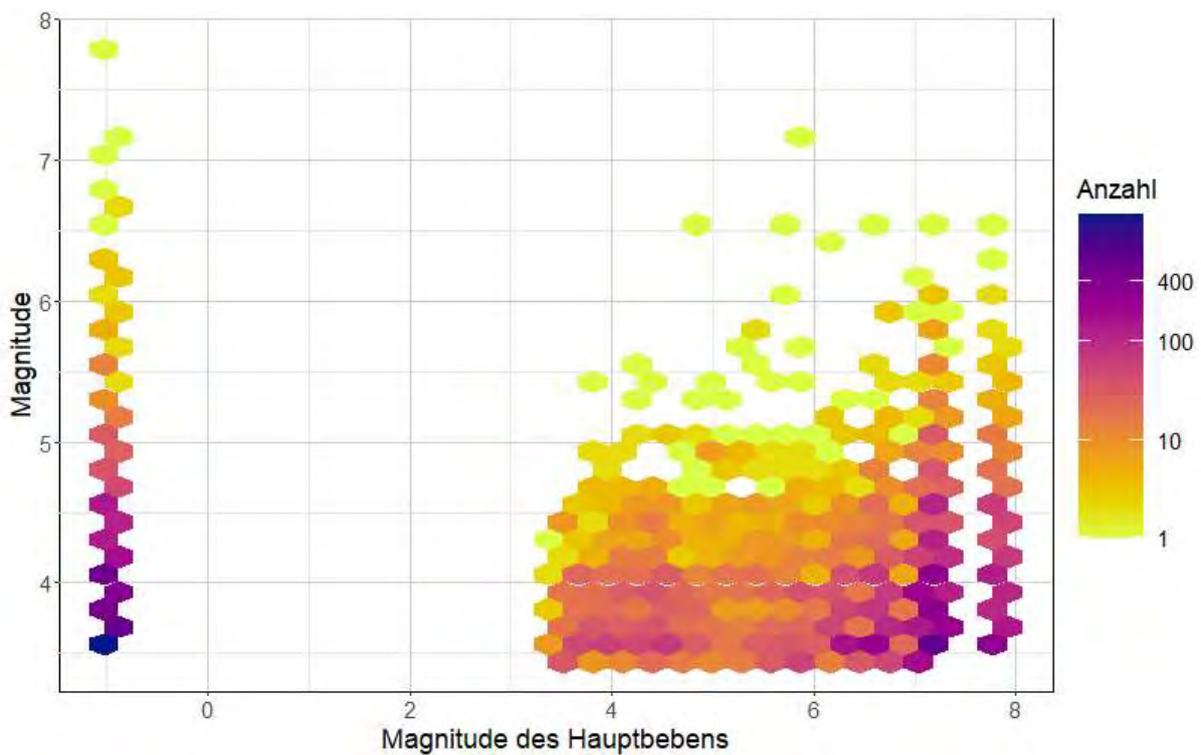


Fig. 4: Hexbin-Plot zur Veranschaulichung des Zusammenhangs der beiden Kovariablen Magnitude des Hauptbebens und Magnitude des betrachteten Ereignisses

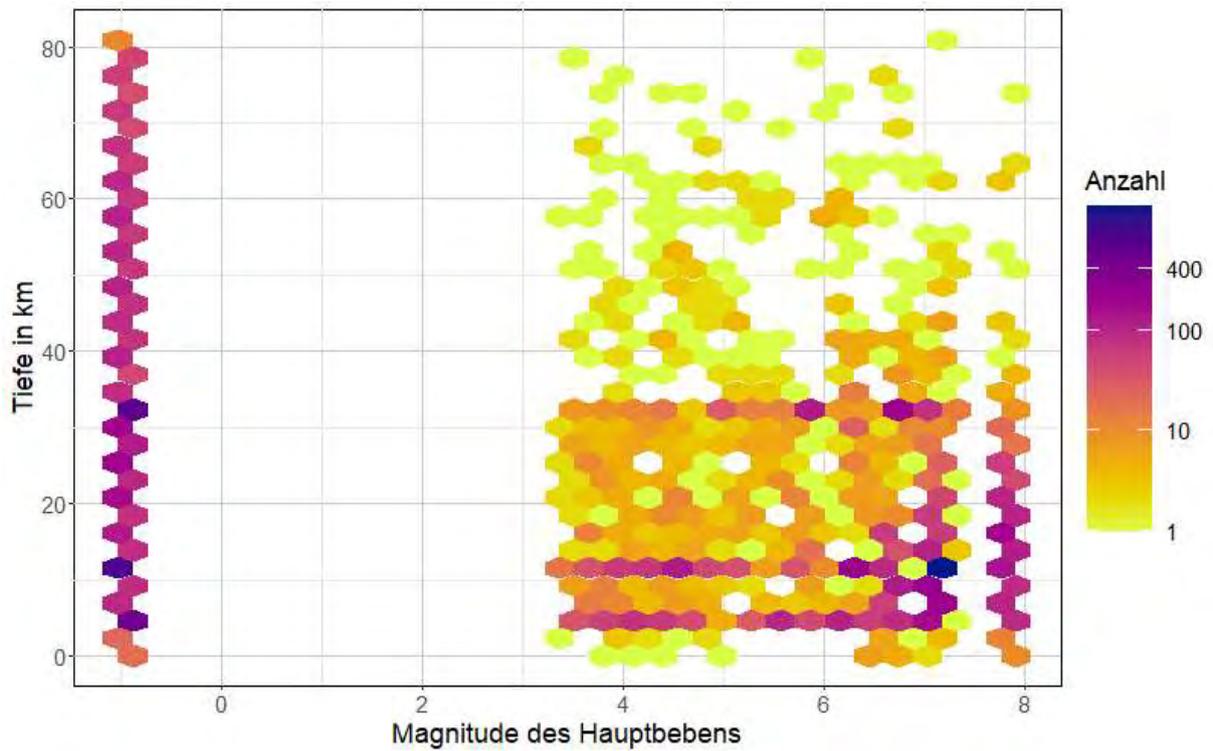


Fig. 5: Hexbin-Plot zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen den beiden Kovariablen Tiefe (in km) und Hauptbeben-Magnitudo

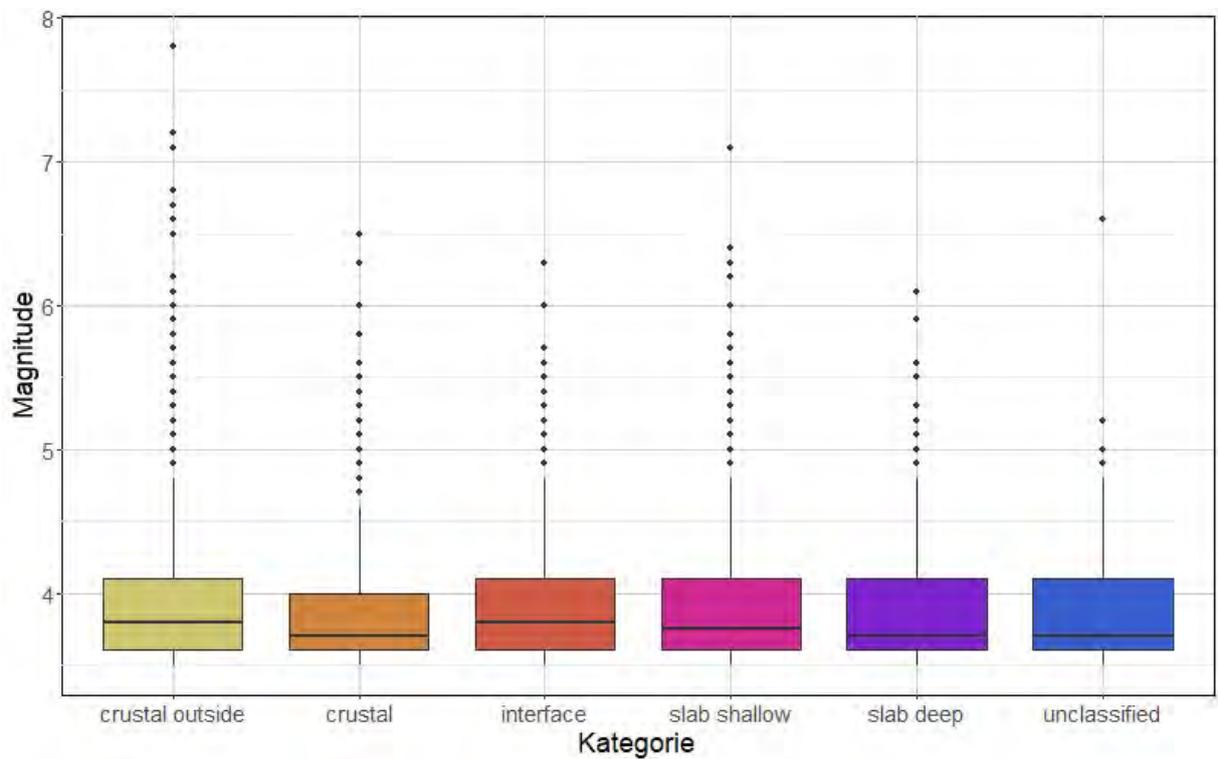


Fig. 6: Boxplots zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen der Kategorie eines Erdbebens und seiner Magnitudo

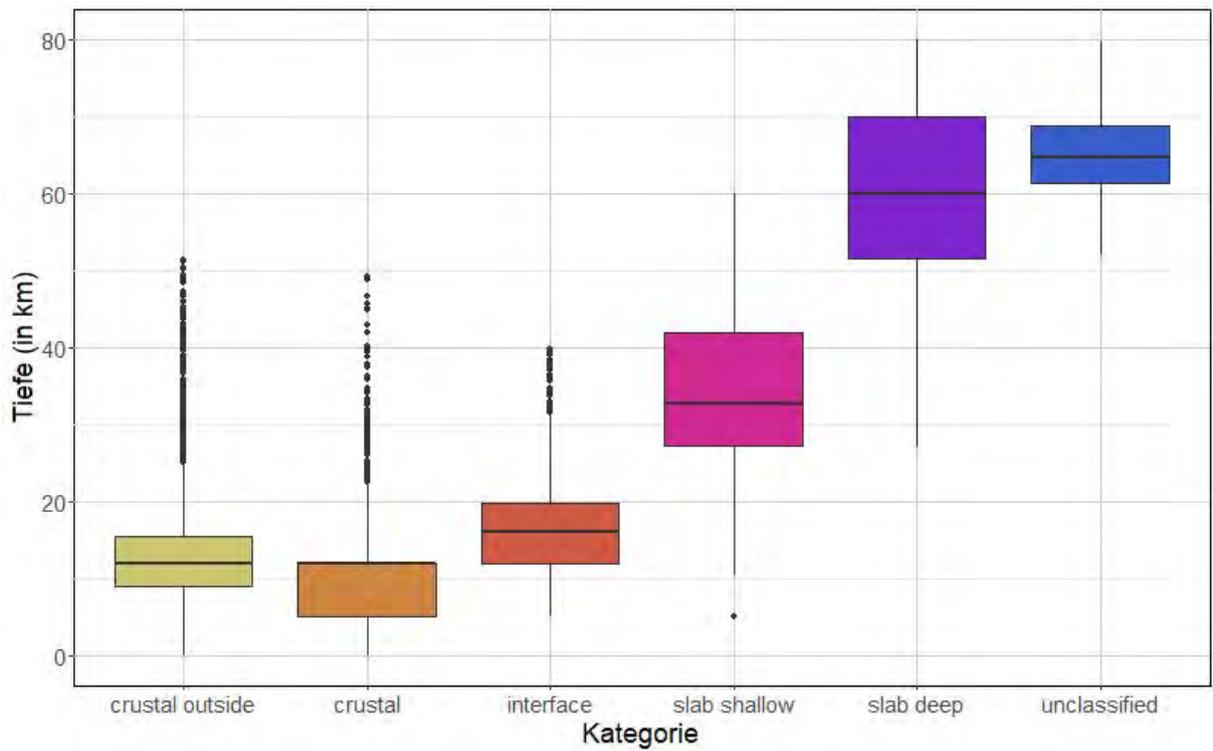


Fig. 7: Boxplots zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen der Kategorie eines betrachteten Bebenereignisses und seiner Tiefe (in km)

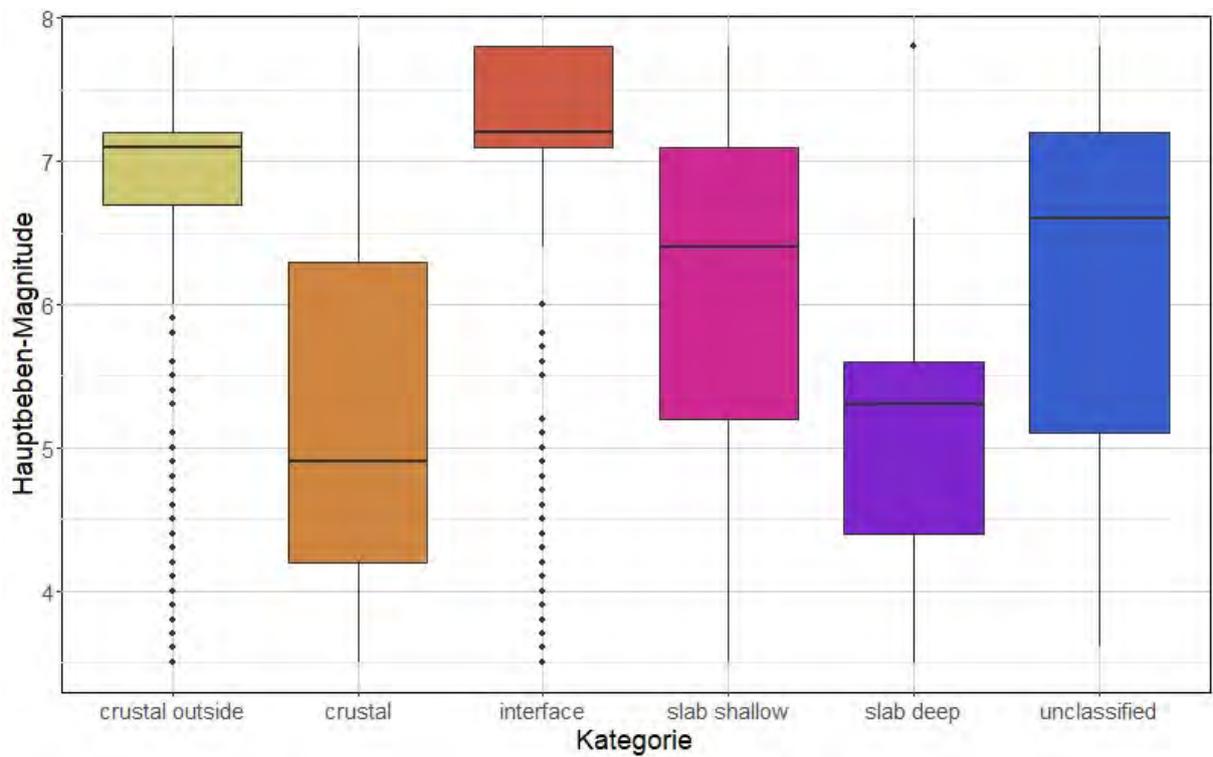


Fig. 8: Boxplots zur Veranschaulichung des Zusammenhangs den beiden Kovariablen Kategorie und Hauptbebenmagnitude

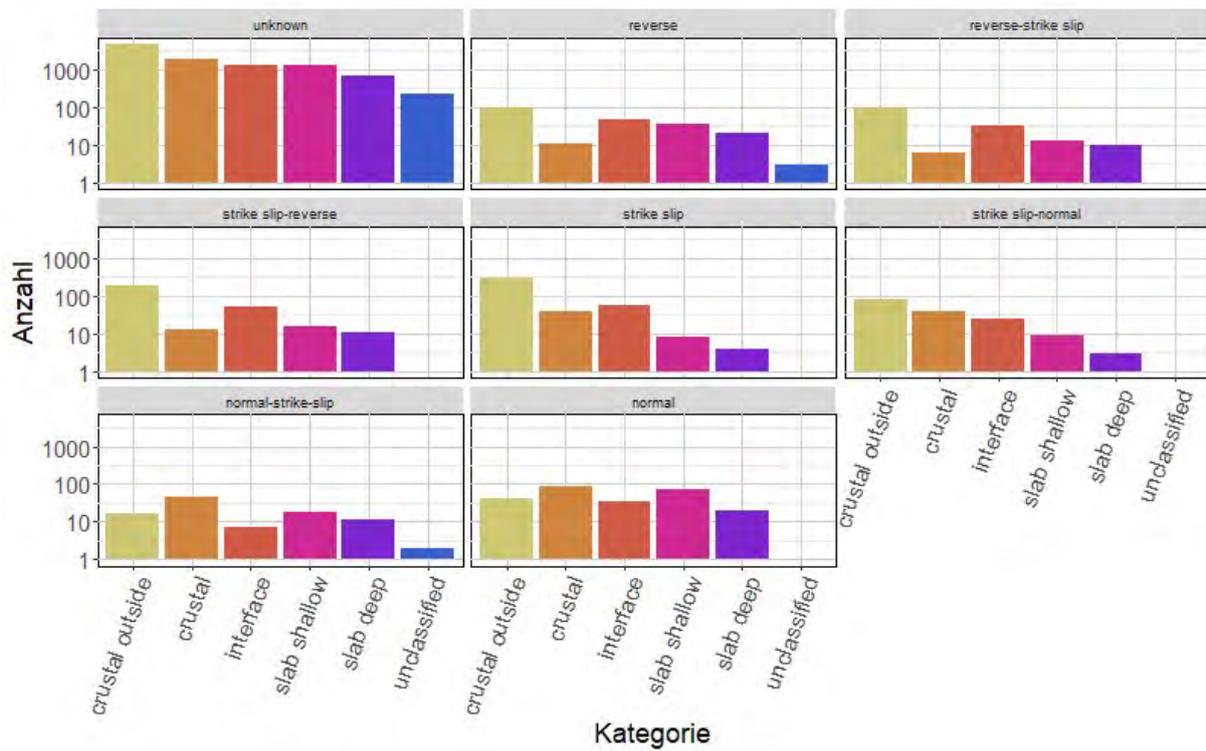


Fig. 9: Säulendiagramm zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen den beiden kategorialen Variablen Kategorie und Herdmechanismus

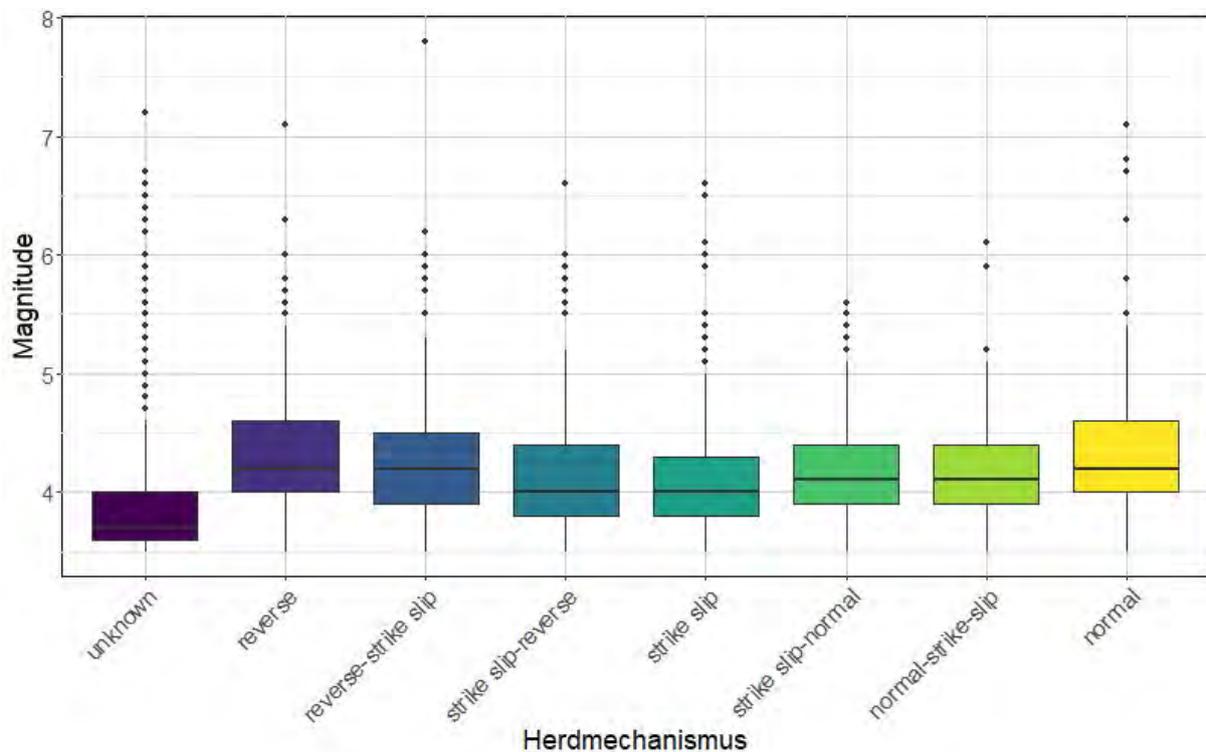


Fig. 10: Boxplots zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen dem vorliegenden Herdmechanismus des betrachteten Ereignisses und seiner Magnitude

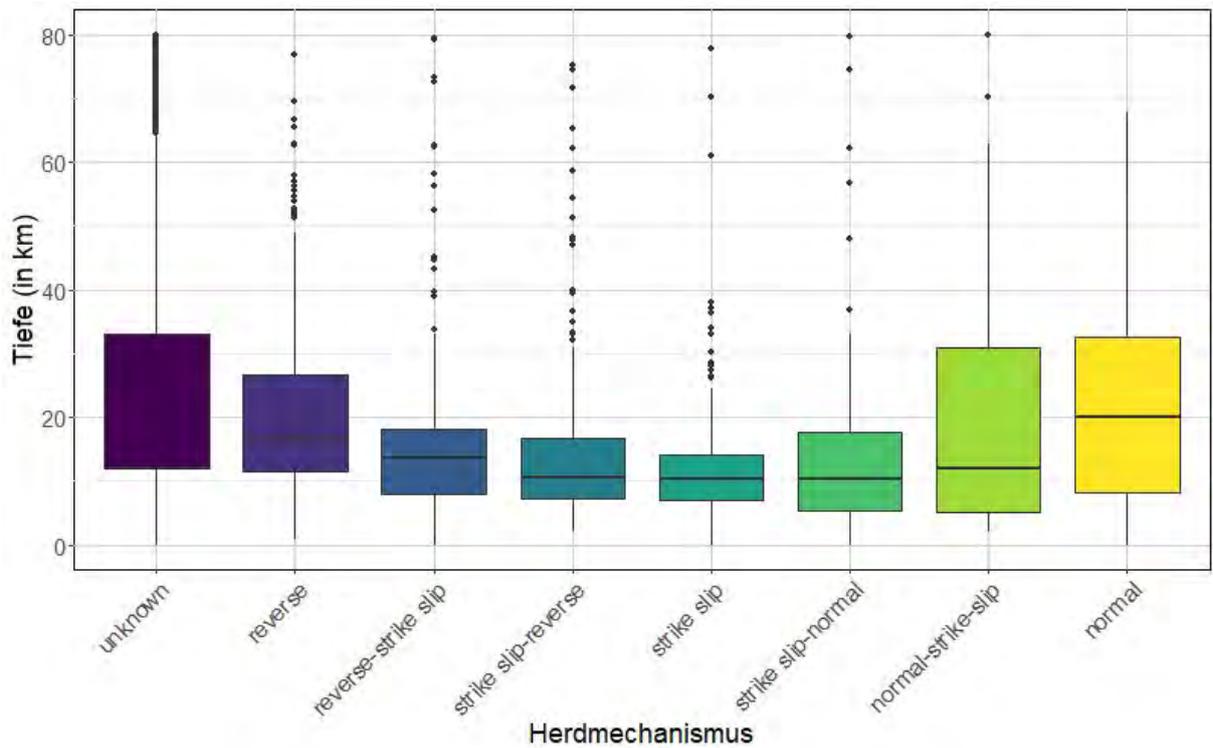


Fig. 11: Boxplots zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen den beiden Variablen Herdmechanismus und Tiefe (in km)

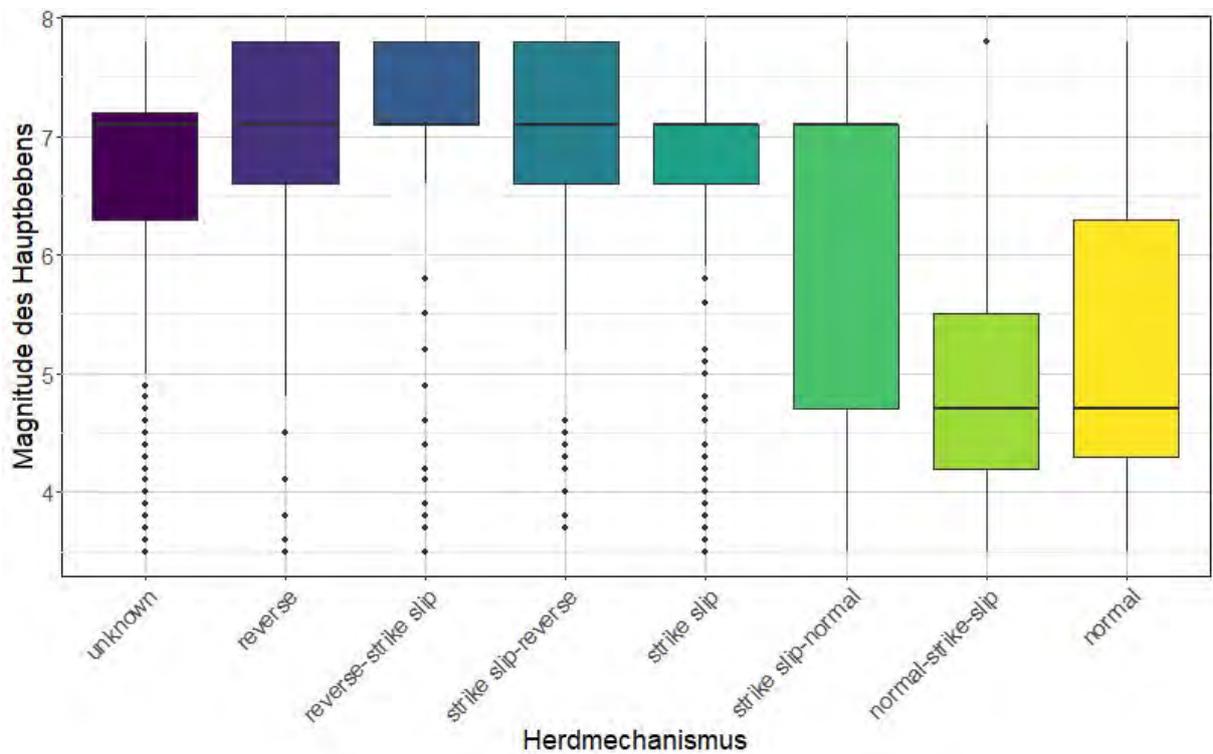


Fig. 12: Boxplots zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen dem vorliegenden Herdmechanismus eines Erdbebens und seiner Hauptbeben-Magnitude

A.4. Übersicht über die geschätzten linearen Effekte des Negativ-Binomial-Modells

Variable	exp(Effekt)	Effekte	Std. Error	p-Wert
Intercept	0,11	-2,23	0,092	$<2*10^{-16}$
crustal	1,80	0,59	0,060	$<2*10^{-16}$
interface	1,01	0,01	0,059	0,8128
slab shallow	0,85	-0,16	0,084	0,0516
slab deep	1,07	0,07	0,193	0,7309
unclassified	1,96	0,67	0,311	0,0301
unknown	0,95	0,02	0,078	0,5239
normal	1,02	0,26	0,117	0,8541
normal – strike slip	1,30	0,16	0,166	0,1178
strike slip - normal	1,18	0,12	0,131	0,2106
strike slip - reverse	1,13	0,08	0,115	0,2924
reverse – strike slip	1,08	-0,09	0,133	0,5731
reverse	0,92	-0,05	0,124	0,4745

Fig. 13: Tabellarische Darstellung der Ergebnisse des geschätzten Negativ-Binomial-Modells; Abgebildet sind die Exponenten der linearen Effekte, die geschätzten linearen Effekte, ihre Standard-Errors und ihre p-Werte (für das Intercept, sowie für die kategorialen Variablen Bebenkategorie (in rot) und Herdmechanismus (in grün))

A.5. QQ-Plot und Residualplot des zero-inflated Poisson-Modells

QQ-Plot

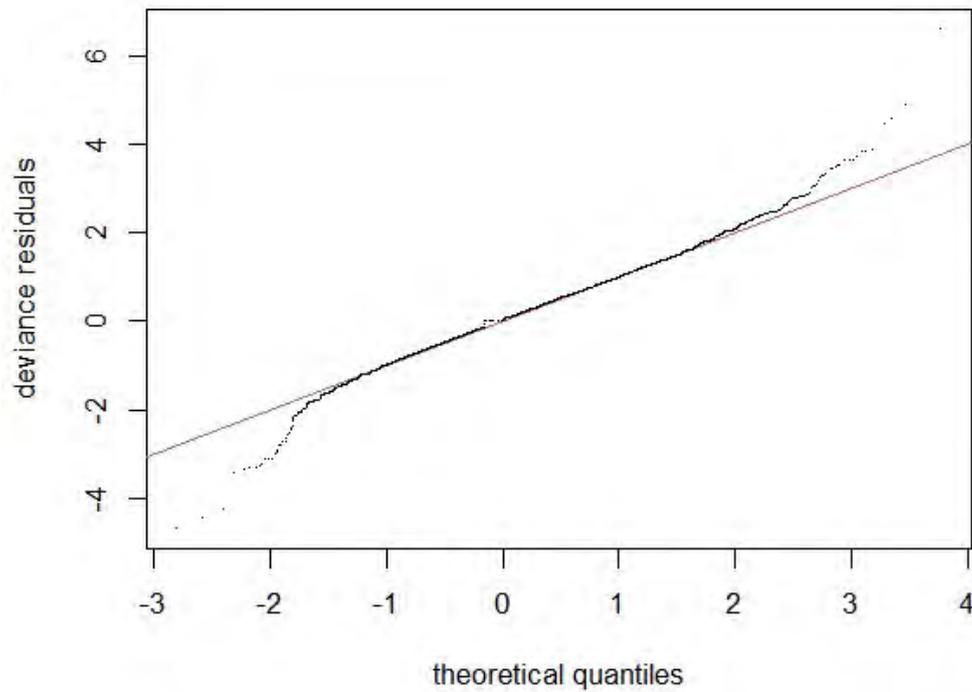


Fig. 14: Quantil-Quantil-Plot für das zero-inflated Poisson-Modell; auf der x-Achse sind die theoretischen Quantile dargestellt, auf der y-Achse die Devianz-Residuen

Residualplot

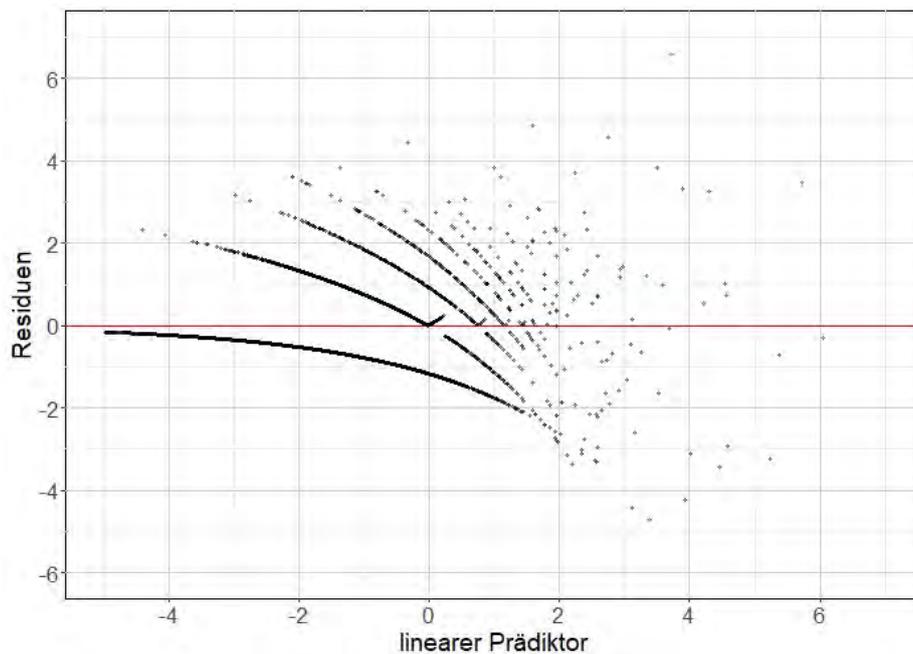


Fig. 15: Residualplot für das zero-inflated Poisson-Modell; auf der x-Achse ist der lineare Prädiktor abgebildet, auf der y-Achse die Residuen

A.6. Ergebnisse der drei Poisson-Modelle

Poisson-Modell

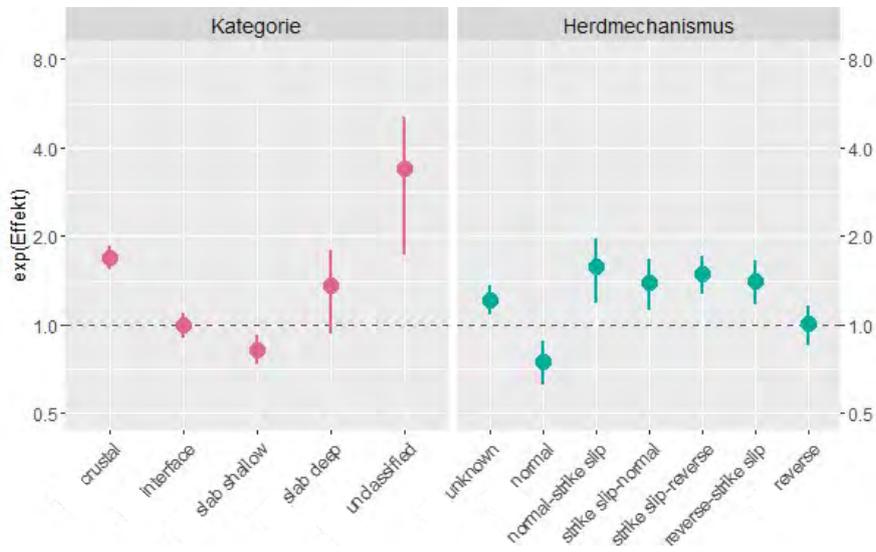


Fig. 16: Darstellung des Exponenten der linearen Effekte der kategorialen Variablen Beben-Kategorie und Herdmechanismus für das Poisson-Modell; die y-Achse ist auf einer log2-Skala abgebildet; auf der linken Seite in rot sind die geschätzten Effekte für die Bebenkategorie abgebildet, auf der rechten Seite die Effekte für den Herdmechanismus (in grün)

Variable	exp(Effekt)	Effekt	Std. Error	p-Wert
Intercept	0, 10	-2,29	0,072	$<2 \cdot 10^{-16}$
crustal	1,70	0,53	0,048	$<2 \cdot 10^{-16}$
interface	1,00	-0,001	0,049	0,976
slab shallow	0,82	-0,19	0,060	0,001
slab deep	1,36	0,31	0,161	0,058
unclassified	3,42	1,23	0,257	$9,6 \cdot 10^{-7}$
unknown	1,22	0,20	0,059	0,001
normal	0,75	-0,28	0,085	0,001
normal – strike slip	1,58	0,46	0,126	0,0002
strike slip - normal	1,39	0,33	0,100	0,001
strike slip - reverse	1,49	0,40	0,077	$2 \cdot 10^{-7}$
reverse – strike slip	1,41	0,34	0,089	0,0001
reverse	1,01	0,01	0,078	0,932

Fig. 17: Tabellarische Darstellung der Ergebnisse des Poisson-Modells; Abgebildet sind die Exponenten der linearen Effekte, die geschätzten linearen Effekte, ihre Standard-Errors und ihre p-Werte (für das Intercept, sowie für die kategorialen Variablen Bebenkategorie (in rot) und Herdmechanismus (in grün))

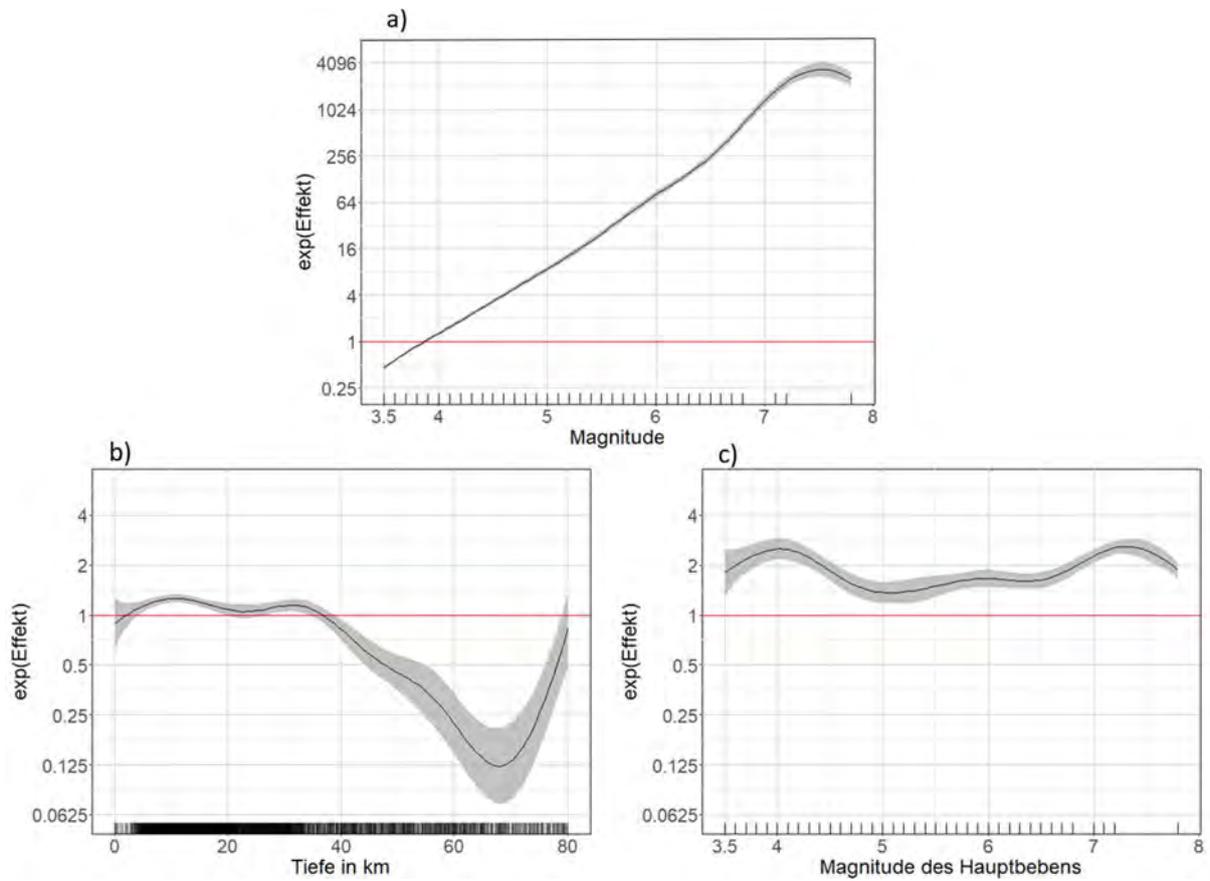


Fig. 18: Abbildung des Exponenten der flexibel modellierten Effekte der metrischen Variablen Magnitude, Tiefe und Hauptbeben-Magnitude für das Poisson-Modell. a) Exponent des geschätzten flexibel modellierten Effekts der Magnitude auf die Zielvariable Anzahl der getriggerten Nachbeben; b) Exponent des Effekts der Tiefe (in km) c) Exponent des Effekts der Hauptbebenmagnitude

Quasi-Poisson-Modell

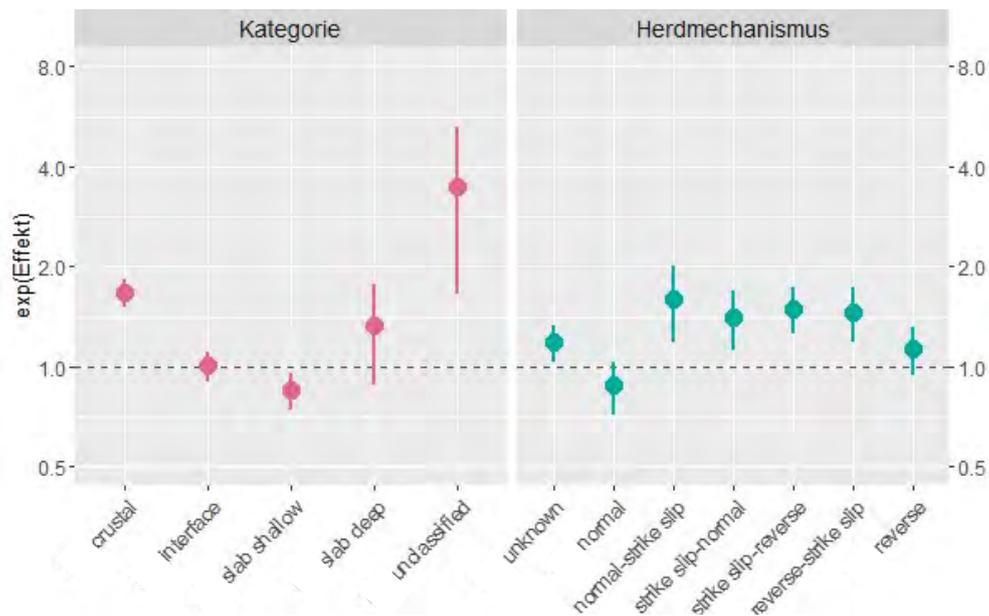


Fig. 19: Darstellung des Exponenten der linearen Effekte der kategorialen Variablen Beben-Kategorie und Herdmechanismus für das Quasi-Poisson-Modell; die y-Achse ist auf einer log₂-Skala abgebildet; auf der linken Seite in rot sind die geschätzten Effekte für die Bebenkategorie abgebildet, auf der rechten Seite die Effekte für den Herdmechanismus (in grün)

Variable	exp(Effekt)	Effekt	Std. Error	p-Wert
Intercept	0,10	-2,27	0,076	$<2*10^{-16}$
crustal	1,67	0,51	0,051	$<2*10^{-16}$
interface	1,01	0,01	0,052	0,898
slab shallow	0,85	-0,16	0,064	0,011
slab deep	1,33	0,29	0,171	0,095
unclassified	3,46	1,24	0,267	$3,4*10^{-6}$
unknown	1,18	0,17	0,063	0,007
normal	0,87	-0,13	0,093	0,128
normal – strike slip	1,60	0,47	0,134	0,0005
strike slip - normal	1,41	0,34	0,106	0,001
strike slip - reverse	1,49	0,40	0,081	$8,1*10^{-7}$
reverse – strike slip	1,45	0,37	0,094	$7,4*10^{-5}$
reverse	1,13	0,12	0,084	0,148

Fig. 20: Tabellarische Darstellung der Ergebnisse des Quasi-Poisson-Modells; Abgebildet sind die Exponenten der linearen Effekte, die geschätzten linearen Effekte, ihre Standard-Errors und ihre p-Werte (für das Intercept, sowie für die kategorialen Variablen Bebenkategorie (in rot) und Herdmechanismus (in grün))

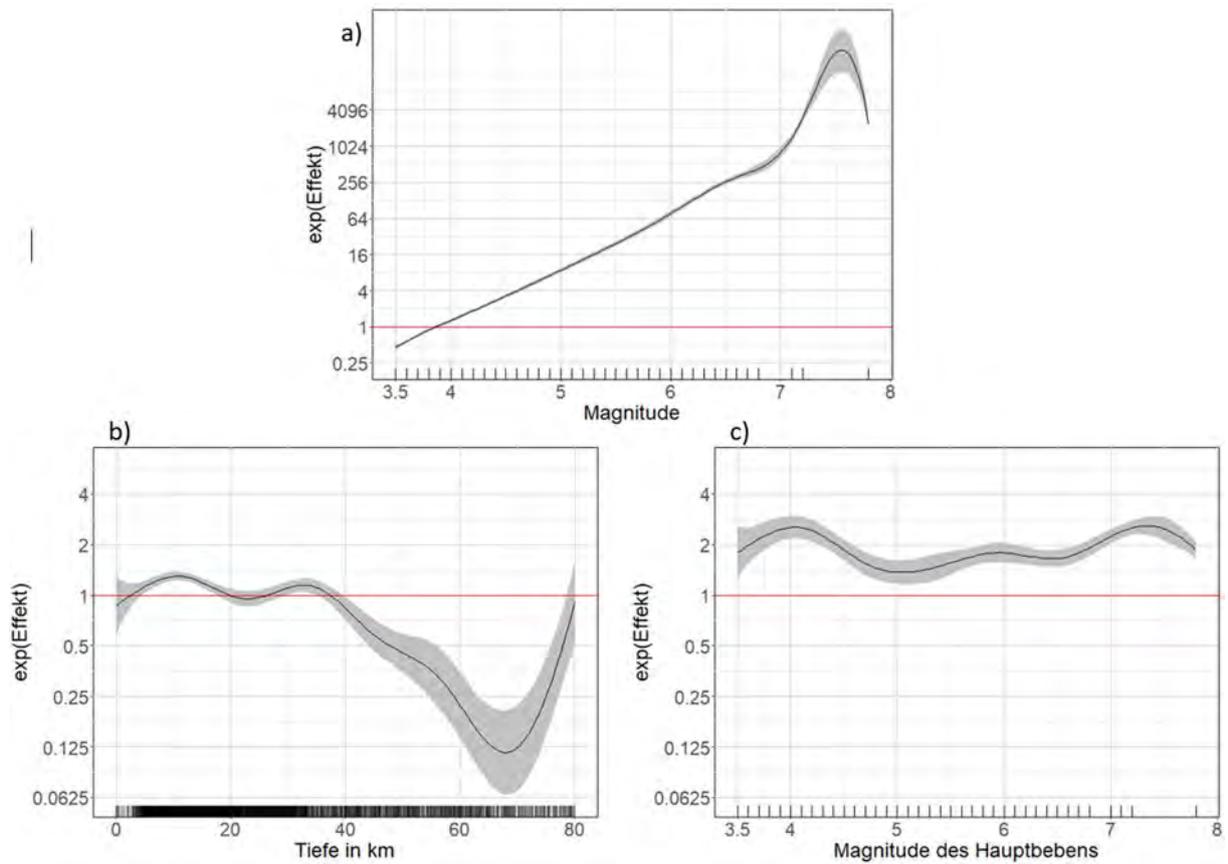


Fig. 21: Abbildung des Exponenten der flexibel modellierten Effekte der metrischen Variablen Magnitude, Tiefe und Hauptbeben-Magnitude für das Quasi-Poisson-Modell. a) Exponent des geschätzten flexibel modellierten Effekts der Magnitude auf die Zielvariable Anzahl der getriggerten Nachbeben; b) Exponent des Effekts der Tiefe (in km) c) Exponent des Effekts der Hauptbebenmagnitude

Zero-inflated Poisson-Modell

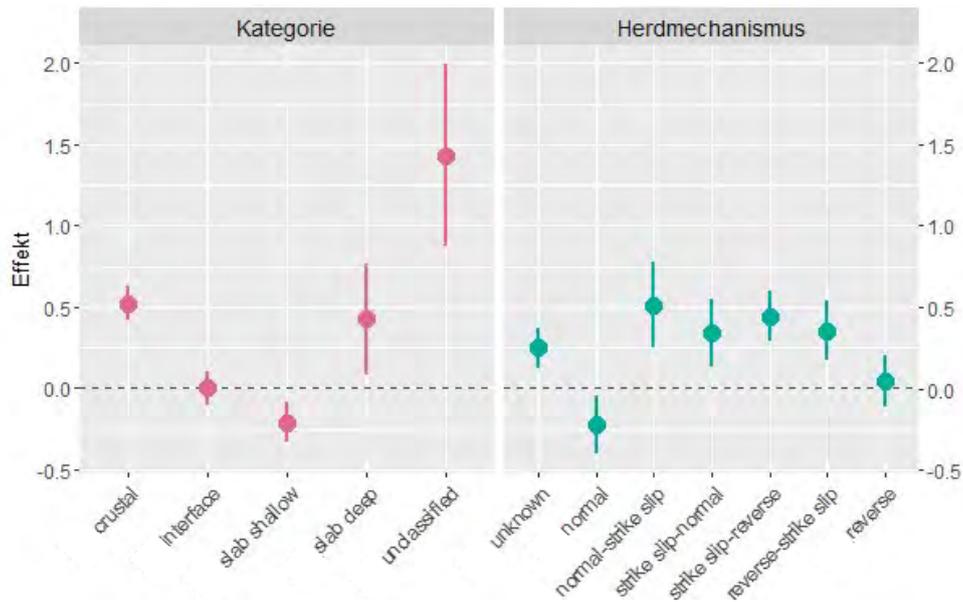


Fig. 22: Darstellung der geschätzten linearen Effekte der kategorialen Variablen Beben-Kategorie und Herdmechanismus für das zero-inflated Poisson-Modell; auf der linken Seite in rot sind die geschätzten Effekte für die Bebenkategorie abgebildet, auf der rechten Seite die Effekte für den Herdmechanismus (in grün)

Variable	exp(Effekt)	Effekt	Std. Error	p-Wert
Intercept	0,10	-2,283	0,079	$<2*10^{-16}$
crustal	1,68	0,520	0,052	$<2*10^{-16}$
interface	1,00	0,002	0,053	0,967
slab shallow	0,81	-0,209	0,064	0,001
slab deep	1,53	0,426	0,175	0,015
unclassified	4,19	1,433	0,284	$4,4*10^{-7}$
unknown	1,28	0,251	0,063	$7,3*10^{-5}$
normal	0,80	-0,226	0,090	0,013
normal – strike slip	1,67	0,513	0,133	0,0001
strike slip - normal	1,40	0,337	0,106	0,001
strike slip - reverse	1,56	0,445	0,081	$3,3*10^{-8}$
reverse – strike slip	1,42	0,354	0,094	0,0002
reverse	1,05	0,045	0,082	0,579

Fig. 23: Tabellarische Darstellung der Ergebnisse des zero-inflated Poisson-Modells; Abgebildet sind die Exponenten der linearen Effekte, die geschätzten linearen Effekte, ihre Standard-Errors und ihre p-Werte (für das Intercept, sowie für die kategorialen Variablen Bebenkategorie (in rot) und Herdmechanismus (in grün))

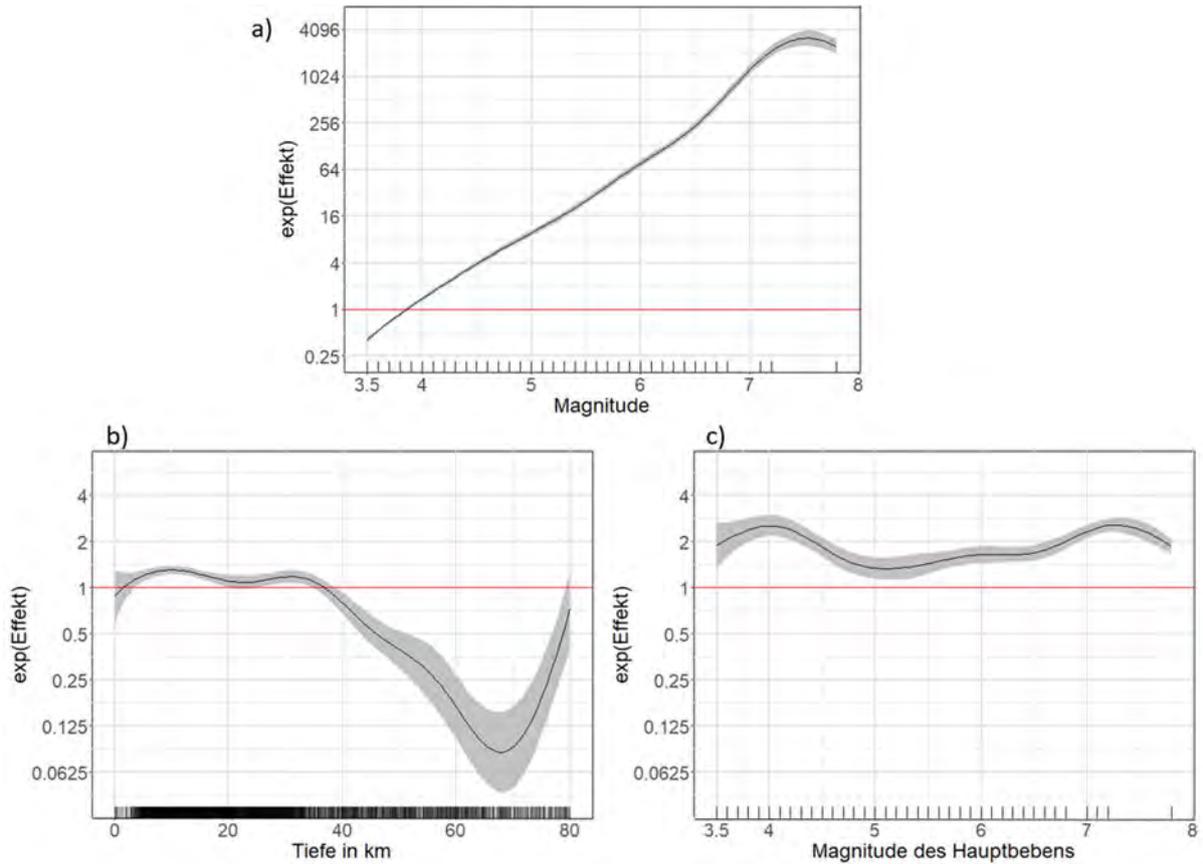


Fig. 24: Abbildung des Exponenten der flexibel modellierten Effekte der metrischen Variablen Magnitude, Tiefe und Hauptbeben-Magnitude für das zero-inflated Poisson-Modell. a) Exponent des geschätzten flexibel modellierten Effekts der Magnitude auf die Zielvariable Anzahl der getriggerten Nachbeben; b) Exponent des Effekts der Tiefe (in km) c) Exponent des Effekts der Hauptbebenmagnitude

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Die Stellen der Arbeit, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, wurden unter Angabe der Quelle kenntlich gemacht.

München, den 22.03.2022

(Unterschrift)