

Klausurtag 4

Zusatzmaterial

für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren

Potentialanalyse – Flächeninhalt – Kreissektor

Der Rahmen	
Inhalt	Flächeninhalt – Kreissektor
Anwendungsbereich im Rahmen Fortbildung	<i>Klausurtag 4:</i> Tiefe Verarbeitung anregen – Zusammenhänge erkunden <i>Klausurtag 4:</i> Anforderungen fokussieren – Zusammenhänge erkunden <i>ICAP:</i> Konstruktiv (C), mit geeigneter Ergebnissicherung Interaktiv <i>SAMR:</i> Modifikation (M)
Verortung im Lehrplan	<i>MS: 8.4</i> – Flächeninhalt Kreise <i>RS: 9.4</i> – Kreis <i>GYM: 8.7</i> – Kreis und Zylinder
Voraussetzungen	Flächeninhalt des Kreises Begriff Kreissektor Proportionalität (auch mit Funktionsgraph)
Ziele	Die Schülerinnen und Schüler formulieren Zusammenhänge zwischen dem Mittelpunktswinkel, dem Radius und dem Flächeninhalt eines Kreissektors. (ggf. weiterführend: Die Schülerinnen und Schüler geben die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Kreissektors an und machen diese anhand funktionaler Betrachtungen plausibel.)

Materialien

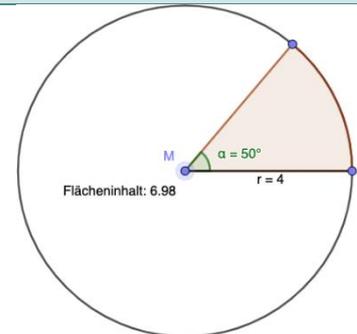
Analoge Umsetzung:	<p>Wenig tiefe Verarbeitung: Lückentext zum Ausfüllen. Dieser beschreibt Zusammenhänge von Mittelpunktswinkel, Radius und Flächeninhalt eines Kreissektors</p> <p>Tiefe(re) Verarbeitung: Eigene Formulierung von Zusammenhängen anhand eines Beispiels und ggf. Wortkarten zur sprachlichen Unterstützung</p>
Digitale Umsetzung:	<p>Arbeitsblatt mit Aufgabenstellung und Link zur GeoGebra-Version. GeoGebra-Arbeitsblatt mit der Möglichkeit den Mittelpunktswinkel und Radius eines Kreissektors dynamisch zu verändern. Automatische Berechnung des Flächeninhalts. Möglichkeit eine Tabelle und einen Graphen der Werte zu generieren.</p> <p>https://epub.ub.uni-muenchen.de/94229/1/Beispiel_Flaecheninhalte-Kreissek-tor.html</p>

Arbeitsaufträge

Analoge Lernaktivität – Wenig tiefe Verarbeitung

Formuliere den Zusammenhang!

- Je größer der Mittelpunktswinkel α , desto _____ der Flächeninhalt des Kreissektors bei gleichbleibendem Radius r .
- Je größer der Radius r , desto _____ der Flächeninhalt des Kreissektors bei gleichbleibendem Mittelpunktswinkel α .
- Je kleiner...

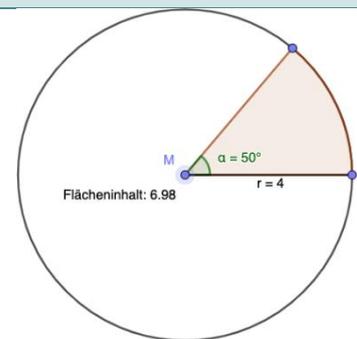


Analoge Lernaktivität – Tiefe(re) Verarbeitung

Beispiel: Wenn der Mittelpunktswinkel α vergrößert wird und der Radius r gleichbleibt, dann vergrößert sich der Flächeninhalt des Kreissektors.

Formuliere selbst Zusammenhänge!

Wenn ..., dann ... der Flächeninhalt des Kreissektors.



Du kannst folgende Wortkarten als Hilfe verwenden:

Wenn	, dann	wird	und	vergrößert	verkleinert
verdoppelt	verdreifacht	ver...facht	halbiert	gedrittelt	ge...telt
gleichbleibt		der Radius r	der Winkel α	sich der Flächeninhalt	

Digitale Lernaktivität

Nutze das GeoGebra-Arbeitsblatt, um selbst Zusammenhänge zwischen dem Mittelpunktswinkel, dem Radius und dem Flächeninhalt des Kreissektors zu formulieren!

Beispiel: Wenn der Mittelpunktswinkel α vergrößert wird und der Radius r gleichbleibt, dann vergrößert sich der Flächeninhalt des Kreissektors.

Wenn ..., dann ... der Flächeninhalt des Kreissektors.

Du kannst folgende Wörter als Satzbausteine verwenden:

Wenn	, dann	wird	und	vergrößert	verkleinert
verdoppelt	verdreifacht	ver...facht	halbiert	gedrittelt	ge...telt
gleichbleibt		der Radius r	der Winkel α	sich der Flächeninhalt	

Analyse der Lernaktivität

Worum geht es hier?

Tiefe Verarbeitung anregen – Zusammenhänge erkunden (Arbeitsauftrag Klausurtag 4)

Was an der Aufgabe trägt dazu bei tiefe Verarbeitung anzuregen?

Das einfache Ausfüllen eines Lückentextes kann mit oberflächlichen Strategien gelöst werden. In diesem Zusammenhang könnte ein Schema „Je größer das eine, desto größer das andere“ ausreichen, um die Lücken zu füllen. Der Unterschied zwischen den verschiedenen Größen (Größe des Mittelpunktswinkels proportional zum Flächeninhalt bzw. quadratischer Zusammenhang für Radius und Flächeninhalt) kann durch das Formulieren eigener Sätze genauer bearbeitet werden. Dabei müssen die Lernenden selbst erkunden, welche Größen eine Rolle spielen und in welchem Zusammenhang diese stehen.

Weiterhin greift die verbesserte Aktivität relevantes Vorwissen zu proportionalen und auch quadratischen Zusammenhängen auf (ggf. auch informell, z. B. bei den Flächeninhaltsformeln erworben und ohne explizite Anbindung an den Funktionsbegriff) und verknüpft diese mit den Zusammenhängen im vorliegenden Kontext.

Worauf ist beim Einsatz der Aktivität zu achten, damit wirklich möglichst tiefe Verarbeitung stattfindet?

Zunächst kann die gezielte Exploration der Zusammenhänge durchaus Schwierigkeiten bereiten. Hier ist es hilfreich, wenn zunächst nur eine der beiden Größen (Radius, Winkel) variiert werden und dies bestenfalls in festen Schritten geschieht. Wenn dies tabellarisch festgehalten wird, können entsprechenden Zusammenhänge leichter erkannt werden. Graphen sind dann hilfreich, wenn die Lernenden über passende Vorerfahrungen zu den jeweiligen Zusammenhängen verfügen.

Der sprachliche Anspruch an das Formulieren eigener Zusammenhänge ist hoch. Daher ist eine adäquate Unterstützung, z. B. mithilfe von Beispielen und Wortkarten sinnvoll, damit die Lernenden eigene Aussagen formulieren können. Dabei soll die leere Wortkarte bewusst dazu anregen, dass die Lernenden auch eigenen Gedanken nachgehen können und nicht nur die gegebenen Wortkarten in einen Zusammenhang bringen.

Wichtig ist auch, dass die Lernenden dazu angeregt werden, mehrere Zusammenhänge zu formulieren. Dabei können auch Zusammenhänge zwischen den gleichen Größen auf unterschiedlichem Niveau formuliert werden (zunächst je größer, desto größer; später z. B. auch Radius verdoppelt, Flächeninhalt

vervierfacht). Einerseits dienen die Wortkarten in diesem Sinne auch dazu, die Produktion verschiedener Zusammenhänge zu unterstützen. Sie fokussieren die Arbeit der Lernenden auf relevante Aspekte der Situation. Andererseits ist es wichtig, dass eine geeignete Methode der Ergebnissicherung gewählt wird, sodass die Lernenden auch über die Zusammenhänge der Mitlernenden reflektieren können (vgl. nächste Frage).

Welche Möglichkeiten bieten sich für tiefe Verarbeitung bei der Diskussion der Arbeitsergebnisse?

Unabhängig davon, ob digital oder analog, bietet es sich an, einen Austausch über die verschiedenen Zusammenhänge zu initiieren. Dazu könnten an der Tafel oder in einem digitalen Medium die verschiedenen Aussagen gesammelt und anschließend sortiert werden. Dabei können identische Aussagen zusammengefasst, aber auch der unterschiedliche Grad der Genauigkeit der einzelnen Aussagen thematisiert werden. Das Sortieren der einzelnen Aussagen und das damit einhergehende Stellungnehmen zu den Aussagen anderer regt zur tieferen Verarbeitung der Aussagen an.

Gleichzeitig ist es wichtig, dass (nicht nur, aber auch bei Widersprüchen / Fehlern / Unterschieden), Begründungen eingefordert werden, warum mehrere unterschiedliche Aussagen ggf. richtig sind bzw. warum manche der Aussagen ggf. falsch sind.

Digitale Medien und tiefe Verarbeitung (Arbeitsauftrag Klausurtag 4)

Wie könnten Sie digitale Medien nutzen, um Lernende zur tiefen Verarbeitung der Inhalte anzuregen?

Das GeoGebra-Arbeitsblatt zeigt eine mögliche digitale Gestaltung.

Das GeoGebra Arbeitsblatt erlaubt es den Zusammenhang zu erkunden, auch wenn noch keine Formel zur Berechnung bekannt ist. Das wäre ggf. auch analog möglich, jedoch deutlich aufwendiger (Kreissektoren auf Millimeterpapier zeichnen und Flächeninhalt näherungsweise bestimmen). Damit bietet die digitale Umsetzung auch die Formel herzuleiten (zusätzlicher Arbeitsauftrag notwendig).

Eine tabellarische Darstellung (hier nur möglich, wenn ein Wert fixiert ist), bietet eine Übersicht über die generierten Werte. Hier können Vermutungen zum Zusammenhang geprüft werden, indem Vervielfachungseigenschaften (wenn ich das ein verdoppele, dann ... sich das andere) oder Quotientengleichheit geprüft werden. Analog wäre dies allerdings ähnlich niederschwellig möglich.

Durch die dynamische Darstellung der Zusammenhänge können die Lernenden – sofern entsprechende Vorerfahrungen vorhanden sind – ihre Ideen und Hypothesen über Zusammenhänge direkt überprüfen. Auch dies wäre analog ähnlich, jedoch mit größerem Aufwand möglich.

Wie gestalten Sie den Austausch in der ganzen Lerngruppe?

Die Gestaltung des Austausch in der ganzen Lerngruppe kann digital über kollaborative Whiteboards oder kollaborative Texteditoren gestaltet werden. Je nach technischer Ausstattung könnten die Zusammenhänge direkt an einem Tablet bearbeitet und in ein Whiteboard formuliert übertragen werden. Ggf. kann es sinnvoll sein, dies im Sinne einer Think-Pair-Share-Phase zu gestalten, sodass sich die Menge der Zusammenhänge über die nachgedacht werden soll, sukzessive steigert und zunächst nur mit einem Mitlernenden diskutiert wird. Ähnlich könnte asynchron auch mit einem Forum gearbeitet werden, in dem die Aussagen als Beiträge formuliert werden und von Mitlernenden kommentiert werden können.

Besonderen Fokus in einem solchen Austausch verdient, ...

- ...wie vorgegangen wurde, um Zusammenhänge gezielt zu untersuchen. Ein Vergleich der Screenshots der Tabellen und Graphen können hier helfen.

- ...die Bandbreite der verbalen Beschreibungen der Zusammenhänge. Sie können simultan am Whiteboard und in einem kollaborativen Texteditor sortiert und dann gemeinsam diskutiert werden. Siehe dazu oben zur „Diskussion der Arbeitsergebnisse“.
- ...die Art und Weise wie Vermutungen zu den Zusammenhängen generiert, gezielt geprüft und ggf. auch begründet wurden. Auch hier können Lernende erste Ideen in einem kollaborativen Textdokument festhalten und dann vorstellen. Dies würde jedoch einen eigenen, zusätzlichen Auftrag erfordern. Alternativ können strategische Tipps auch in einer gemeinsamen Diskussion anhand der von den Lernenden vorgestellten Vorgehensweisen formuliert und festgehalten werden. Digitale Medien unterstützen hier primär das schnelle Präsentieren der verschiedenen Lösungen anhand der GeoGebra-Arbeitsblätter der Lernenden.

Worum geht es hier?

Anforderungen fokussieren – Zusammenhänge erkunden (Arbeitsauftrag Klausurtag 4)

Was ist jeweils das Ziel?

Die Aktivität kann ähnlich mit leicht unterschiedlichen Zielen gestaltet werden.

Wenn die Formel zur Berechnung des Flächeninhalts von Kreissektoren noch nicht bekannt ist, kann die Aktivität genutzt werden, um eigene Aussagen über Kreissektoren zu generieren und daraus ableitend die Formel für den Flächeninhalt zu erarbeiten. Alternativ kann die Aktivität nach der Behandlung der Formel genutzt werden, um mithilfe der Formel die Aussagen zu begründen. In jedem Fall ist das Ziel, dass eigene Aussagen über Zusammenhänge zwischen Mittelpunktswinkel, Radius und Flächeninhalt von Kreissektoren getätigt werden.

Lernförderlich ist dabei, wenn die Lernenden die Zusammenhänge selbst explorieren, also die Auswirkungen unterschiedlicher Werte der einen Größe auf den Wert der anderen Größe(n) untersuchen können. Zudem ist relevant, dass die Lernenden eigene Vermutungen formulieren, überprüfen, ggf. anpassen bzw. auch informell begründen.

Ist die Formel bereits bekannt, geht es primär darum funktionale Zusammenhänge zwischen den Größen in der Formel (Radius, Mittelpunktswinkel, Flächeninhalt) zu formulieren, wenn alle Größen bis auf zwei fest sind.

Nicht direkt relevant ist, ob die Lernenden – auch wenn die Formel schon bekannt ist – den Flächeninhalt selbst bestimmen (oder ob sie es, wie hier, nicht tun). Denn es geht nicht primär um das Üben der Formel, sondern darum, dass Zusammenhänge erkannt und beschrieben werden, die später ein flexibles Nutzen der Beziehung erlauben. Wenn die Aktivität nicht unter dem Schwerpunkt des mathematisch Kommunizierens durchgeführt werden soll, ist außerdem nicht direkt relevant, ob die Formulierungen der Lernenden sprachlich sehr elaboriert sind bzw. noch vielmehr, ob sie die Begriffe gänzlich selbst auswählen.

Während der Explorationsphase müssen die Lernenden die Variablen selbst systematisch variieren. Für die oben genannten Ziele ist dies ebenfalls nicht unbedingt notwendig. Auch mit einem gezielteren Arbeitsauftrag (z. B. „Halte zunächst den Radius fest und variiere den Winkel in festen Schritten“) kann der Zusammenhang selbst entdeckt werden. Nichtsdestotrotz kann die Aktivität so wie dargestellt eine sinnvolle Lerngelegenheit sein, um ein systematisches Vorgehen und seine Vorteile zu thematisieren.

Wie werden Anforderungen hier fokussiert?

In der GeoGebra-Version der Aktivität werden technische Tätigkeiten und schematische Berechnungen entlastet. Der Flächeninhalt muss nicht selbst berechnet werden, die Tabelle und der Graph können schnell und einfach erstellt werden. Trotzdem sind der Graph und die Tabelle nicht vorgegeben, sondern werden vom Lernenden selbst gestaltet. Damit wird eine Grundlage geschaffen, dass der Lernende kognitive Ressourcen dazu verwenden kann, die Werte der Tabelle bzw. den Graphen zu analysieren.

Weiter wird systematisches Explorieren unterstützt, indem der Winkel bzw. der Radius fixiert werden kann und verschiedene Darstellungen für die generierten Werte angeboten werden. Damit wird die Verantwortung für das Vorgehen nicht aus der Hand der Lernenden genommen. Trotzdem werden sie dazu angeregt Zusammenhänge zu untersuchen, während eine der beiden unabhängigen Variablen fixiert ist.

Die Unterstützung mithilfe der Wortkarten ist eine Art, die sprachlichen Anforderungen zu fokussieren. Die Zusammenhänge werden zwar weiterhin selbstständig formuliert und nicht durch ein Lückentext schon mehr oder weniger stark vorgegeben. Dennoch bieten die Wortkarten Hilfestellung, indem sie wichtige Begriffe bereitstellen und auch Anregungen für die Exploration bieten. Sie sind weiterhin geeignet die Aufmerksamkeit der Lernenden auf die hier relevanten Größen und Zusammenhangstypen zu fokussieren und so weniger vielversprechende Explorationsrichtungen zu vermeiden.

Eine andere Art diese Tätigkeit zu entlasten, wäre eine vorbereitete Tabelle mit Werten vorzugeben. Diese müsste so gestaltet sein, dass die Zusammenhänge erkennbar aber nicht völlig offensichtlich sind. Der Charakter der Aktivität würde sich jedoch deutlich verändern, da weniger die Exploration des Lernenden, sondern vielmehr die Analyse zum Tragen käme. Insbesondere das Lernpotential zur Exploration sowie zum Prüfen von Zusammenhängen würde weitgehend verloren gehen.

Digitale Medien und tiefe Verarbeitung (Arbeitsauftrag Klausurtag 4)

Wie tragen digitale Medien hier dazu bei, die Anforderungen auf relevante Aspekte zu fokussieren?

Wie oben schon beschrieben, ist gerade die Entlastung von der Berechnung der Werte eine Möglichkeit, mit digitalen Medien die Anforderungen zu reduzieren. Diese Entlastung bietet hier erst die Möglichkeit systematisch nach Zusammenhängen zu suchen (**Modification**).

Zudem werden die digitalen Medien genutzt, um die Exploration zu systematisieren (eine Größe Fixieren, Erstellen einer Tabelle und eines Graphen). Dies wäre mit etwas mehr Aufwand, aber immer noch mit realistischen Anforderungen in vorgefertigten Koordinatensystemen bzw. Tabellen auch ohne digitale Medien möglich (**Augmentation**).

Inwiefern ließe sich das auch ohne digitale Medien umsetzen?

Die Exploration ließe sich auch ohne digitale Medien vorstrukturieren, ggf. könnten strategische Impulse oder Hilfekarten genutzt werden, damit die Lernenden die Zusammenhänge systematisch analysieren können. Das Berechnen von Werten kann auch mit anderen digitalen Medien entlastet werden, z. B. nur mit einem Taschenrechner. Dabei müssten dann aber noch kognitive Ressourcen für das Aufstellen und Eintippen der Formel verwendet werden. Neben GeoGebra würde sich auch eine Tabellenkalkulation für eine automatisierte Berechnung anbieten. Es wäre zudem möglich, Flächeninhalte ohne ein digitales Medium zu bestimmen, beispielsweise durch Auszählen mit Millimeterpapier. Die Fehler wären dabei voraussichtlich etwas größer als die Rundungsfehler in der digitalen Version. Problematisch wäre vor allem, dass der Aufwand des Zählens kognitive Ressourcen der Lernenden binden würde, die dann nicht für die Exploration der Zusammenhänge zur Verfügung stünden.

Weitere Verwendungsmöglichkeiten in den Klausurtagen 2 bis 4

Einstufung ICAP (als weiteres Beispiel für Klausurtag 2)

Passives Arbeiten ist bei dieser Aktivität denkbar, beispielsweise könnten einzelne Lernende in Gruppenarbeiten weitgehend passiv der Arbeit anderer folgen. Eine Schwierigkeit besteht darin, auch schwächere Lernende dazu anzuregen, eigene Aussagen zu formulieren und diese gemeinsam mit anderen Lernenden systematisch zu prüfen. Die Unterstützungsmaßnahmen und die Möglichkeit, auch einfacherer Zusammenhänge zu formulieren, setzen genau hier an, um höherwertige Auseinandersetzung so niederschwellig wie möglich anzubahnen. Dennoch ist hier besondere Aufmerksamkeit und unter Umständen Ermunterung seitens der Lehrkraft gefragt.

Auf aktives Arbeiten beschränkte Lernaktivitäten wären beispielsweise das ziellose Generieren von Werten, Tabelleneinträgen und Graphen in dem GeoGebra-Arbeitsblatt. Durch die Möglichkeit einen Winkel bzw. einen Radius zu fixieren, wird eine Systematik angedeutet, die ein zielgerichteteres Vorgehen anregen soll. Gezielte Impulse könnten dazu genutzt werden, zielloses Vorgehen in ein systematisches Untersuchen von Zusammenhängen zu überführen.

Die freie Exploration erlaubt es den Schülerinnen und Schülern unterschiedliche Zusammenhänge zu erproben und ihre Hypothesen zu überprüfen. Allein das Formulieren eigener Aussagen stellt noch keine konstruktive Eigenleistung dar. Erst die inhaltliche Auseinandersetzung mit der Bedeutung der Aussagen, ggf. anhand der mit dem GeoGebra-Arbeitsblatt generierten Werte, Tabellen und Graphen macht eine konstruktive Lernaktivität aus, die über ein oberflächliches Manipulieren der Wortbausteine hinausgeht.

Interaktives Arbeiten ist einerseits möglich, indem in Kleingruppen gemeinsam an dem Problem gearbeitet wird. Vermutungen einzelner Lernender bzw. Kleingruppen können von anderen Lernenden bzw. Kleingruppen geprüft werden. Digitale Tools zum Peer-Feedback (z. B. in mebis-Systemen) oder auch einfachere Varianten beispielsweise in kollaborativen Tabellenkalkulationsprogrammen können hier unterstützen.

Zentral ist an dieser Stelle auch eine reichhaltige Phase zur Diskussion der Ergebnisse. Sie sollte darauf ausgelegt sein, dass die verschiedenen Ideen für Zusammenhänge zusammengestellt, systematisiert und diskutiert werden sollten. Sie sollte jedoch (s.o.) auch darüber hinaus gehen und ebenso das konkrete Vorgehen beim Generieren, Prüfen und Begründen der Zusammenhänge ansprechen. Das könnte wiederum digital mithilfe von kollaborativen Texteditoren, Whiteboards oder auch in einem Forensystem im Distanzunterricht unterstützt werden.

Einstufung SAMR (als weiteres Beispiel für Klausurtag 2)

Der Flächeninhalt von Kreissektoren kann vor der Behandlung der Formel analog nur umständlich durch Millimeterpapier annähernd ermittelt werden. Auch die schnelle Generation von neuen Beispielen und die Darstellungsverknüpfung mit Graph und Tabelle sind analog nur mit größerem Aufwand umsetzbar. Dies stellt zunächst eine große funktionale Verbesserung dar (**Augmentation**).

Durch die dynamische Unterstützung am GeoGebra-Arbeitsblatt können die Schülerinnen und Schüler den Zusammenhang frei explorieren und ihre Vermutungen an unterschiedlichen Beispielen evaluieren. Durch diesen veränderten Lernprozess stellt das GeoGebra-Arbeitsblatt somit eine **Modifikation** gegenüber analogen Hilfsmitteln dar.