

# Klausurtag 2

## Zusatzmaterial für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren

### Potentialanalyse – Winkelhalbierende im Dreieck definieren

Der Rahmen	
Inhalt	Winkelhalbierende im Dreieck definieren
Anwendungsbereich im Rahmen Fortbildung	<i>Klausurtag 2:</i> Informationen suchen und verarbeiten  <i>ICAP:</i> Konstruktiv (C), Interaktiv (I) <i>SAMR:</i> Modifikation (M), Neubelegung (R)
Verortung im Lehrplan	<i>MS: 7.3</i> – Geometrische Figuren, Körper und Lagebeziehungen <i>RS: 6.2</i> – Achsenspiegelung und Symmetrie <i>Gym: 7.2</i> – Geometrische Figuren: Symmetrie und Winkel
Voraussetzungen	Gerade / Halbgerade Definition Winkel (mit Scheitel und Schenkel) Figur Dreieck
Ziele	Die Schülerinnen und Schüler führen eine Internetrecherche nach schülergerechten Definitionen des Begriffs Winkelhalbierende durch und vergleichen diese miteinander. Die Schülerinnen und Schüler definieren den Begriff Winkelhalbierende.

## Materialien

Digitale Umsetzung:  
(ausschließlich)

Computer / Laptop / Tablet mit Internetzugang.  
Arbeitsblatt mit Aufgabenstellung.

[https://epub.ub.uni-muenchen.de/94228/1/Beispiel\\_Definitionen-Winkelhalbierende.html](https://epub.ub.uni-muenchen.de/94228/1/Beispiel_Definitionen-Winkelhalbierende.html)

## Arbeitsaufträge

Digitale Lernaktivität

### Besondere Geraden im Dreieck

Winkelhalbierende spielen in vielen Bereichen der Geometrie eine wichtige Rolle, beispielsweise als besondere Linien im Dreieck.

Suche im Internet nach Definitionen des Begriffs Winkelhalbierende. Schau dir unterschiedliche Seiten an und vergleiche diese:

- Welche Definition findest Du verständlich?
- Mit welcher Definition hast Du Schwierigkeiten? Was ist daran schwer zu verstehen?
- Kannst Du den Begriff „Winkelhalbierende“ auf unterschiedliche Weisen beschreiben?
- Findest Du Beispiele, die zu einer Definition passen, aber nicht zu einer anderen?
- Kannst Du Teile der Definition weglassen und die Aussage beschreibt den Begriff trotzdem noch?

Erstelle dann eine eigene Definition und gib die Quelle(n) sowie ein Beispiel an. Orientiere Dich dabei an der Vorlage zur Definition des Begriffs „Dreieck“.

### Vorlage Dreieck

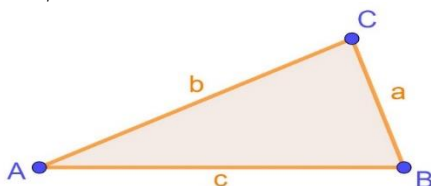
*Definition:*

*Ein Dreieck besteht aus drei Punkten, die nicht auf einer Geraden liegen und den drei Verbindungsstrecken zwischen diesen Punkten.*

*Quelle:*

*[mathe.tu-freiberg.de](http://mathe.tu-freiberg.de)*

*Beispiel:*



## Exemplarische Definitionen

- [https://unterrichten.zum.de/wiki/Die\\_Winkelhalbierende](https://unterrichten.zum.de/wiki/Die_Winkelhalbierende)  
„Die Symmetrieachse der beiden Halbgeraden  $g$  und  $h$  heißt **Winkelhalbierende  $w$**  des Winkels  $\alpha$ .“
- <https://de.wikipedia.org/wiki/Winkelhalbierende>  
„In der ebenen Geometrie ist die Winkelhalbierende eines Winkels die Halbgerade, die durch den Scheitelpunkt des Winkels läuft und das Winkelfeld in zwei deckungsgleiche Teile teilt.“
- <https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/mathematik/artikel/winkelhalbierende-im-dreieck>  
„Die Winkelhalbierenden halbieren die drei Innenwinkel des Dreiecks.“
- <https://www.mathematik.de/algebra/168-erste-hilfe/geometrie/grundbegriffe/1523-winkel#Winkelhalbierende>  
„Die Winkelhalbierende ist eine Gerade, die den Winkel halbiert. Sie verläuft dabei durch den Scheitelpunkt.“
- [http://www.math.uni-bremen.de/didaktik/ma/ralbers/Materialien/Dreieckszentren/X1\\_InkreisM/Winkelhalb.html](http://www.math.uni-bremen.de/didaktik/ma/ralbers/Materialien/Dreieckszentren/X1_InkreisM/Winkelhalb.html)  
„Die Winkelhalbierende ist die Menge aller Punkte, die von den Schenkeln eines Winkels den gleichen Abstand haben.“

Links aufgerufen am 13.07.2021

## Analyse der Lernaktivität

Worum geht es hier?

Potentiale digitaler Medien – Informationen suchen und verarbeiten  
(Arbeitsauftrag Klausurtag 2)

Die Schülerinnen und Schüler sollen Definitionen für den Begriff der Winkelhalbierenden recherchieren und analysieren. Die Aktivität eignet sich zur Einführung des Begriffs, aber auch zur Vertiefung. Dabei geht es zunächst darum, Definitionen zu verstehen und Verständnisfragen für eine spätere gemeinsame Diskussion zu sammeln (Auftrag a. und b.). Hierbei ist entscheidend, dass sie eine Charakterisierung wählen, die ihrem eigenen mathematischen Niveau entspricht, aber auch neue Perspektiven kennenlernen können.

Die Aufträge c. und d. heben darauf ab, unterschiedliche Beschreibungen zu vergleichen, die entweder lediglich unterschiedlich formuliert sind, oder eben sehr unterschiedliche Perspektiven auf den Begriff eröffnen können. Adäquate Beschreibungen wären je nach Schulart z. B.:

- Eine Winkelhalbierende ist die vom Scheitel eines Winkels ausgehende Halbgerade, die den Winkel in zwei gleiche Teile teilt.
- Die Winkelhalbierende teilt einen Winkel so, dass die zwei entstehenden Hälften gleich groß sind.
- Man erhält die Winkelhalbierende eines Winkels, indem man die Symmetrieachse zu den beiden Schenkeln des Winkels konstruiert.

Eine Charakterisierung der Winkelhalbierenden über Mengeneigenschaften bietet sich eher weiterführend als alternative Sichtweise an, kann jedoch in diesem Kontext ebenfalls besprochen werden.

- Eine Winkelhalbierende ist die Menge aller Punkte, die von zwei sich schneidenden Geraden  $g$  und  $h$  den gleichen Abstand haben.

Insbesondere gibt es Definitionen, die auf eine Halbgerade hinauslaufen, solche die auf eine Gerade hinauslaufen, und solche die auf zwei zueinander senkrechte Geraden hinauslaufen.

Die Aktivität bietet letztlich das Potential über die Rolle von Definitionen in der Mathematik zu sprechen. Einerseits gibt es in der Mathematik verschiedene Definitionen für dasselbe Konzept. Wenn diese Definitionen nicht gleichwertige Bedeutungen haben, dann muss man sich für die gemeinsame Arbeit letztendlich auf eine Definition einigen. Der letzte Arbeitsauftrag ermöglicht es, eine wesentliche Eigenschaft von Definitionen zu diskutieren: Minimalität. In einer guten Definition kann man nichts weglassen, ohne ihre Bedeutung zu verändern.

Weiterhin bietet die Aktivität das Potential allgemeine Medienkompetenzen zum gezielten Suchen und Verarbeiten von Informationen im Internet zu fördern. Hierbei spielen Suchstrategien eine wichtige Rolle, die, angeregt durch die Aufgabenstellung, diskutiert und weiterentwickelt werden. Informationsquellen sollen begründet ausgewählt, auf ihre Verlässlichkeit hin geprüft werden und passende Inhalte gezielt entnommen werden. Bei der Besprechung der Aufgabe bietet es sich deshalb an, nicht nur die Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler bezüglich der Definitionen von Winkelhalbierenden zu vergleichen, sondern auch auf unterschiedliche Suchstrategien einzugehen.

#### Optimierungsmöglichkeiten für Material und Lernaktivität (Arbeitsauftrag Klausurtag 2)

- Es gibt durchaus Konzepte, für die die Aktivität noch mehr Potential hätte. Vierecksformen wie Parallelogramme kann man beispielsweise auf sehr unterschiedliche Arten definieren.
- Sollten sich die rein textbasierten Definitionen als zu komplex erweisen, könnten auch die dazu i.d.R. mit angegebenen Zeichnungen (z. B. als Screenshots) gesammelt und in die Diskussion mit aufgenommen werden. Dies kann insbesondere die Unterschiede zwischen den Definitionen (c. und d.) klarer erkennbar machen.
- Insgesamt bietet die Aktivität die Möglichkeit, entweder auf eine Analyse des Begriffs „Winkelhalbierende“ (als Einführung oder Vertiefung) zu fokussieren, oder auf die Rolle von Definitionen in der Mathematik, oder auf Suchstrategien für mathematische Informationen.
- Auch könnte die Aktivität dahingehend eingeschränkt werden, auf welche Weise die Schülerinnen und Schüler die Definitionen angeben soll, um das Anspruchsniveau der Aufgabe zu senken und gerade schwächere Schülerinnen und Schüler zu unterstützen. Denkbar wäre hier:
  - Gewünscht ist eine ganz „neue“ Definition zu entwickeln, also eine, die so nicht im Internet gefunden wurde.
  - Erlaubt ist eine Definition zu entwickeln, in der vorhandene Definitionen „kombiniert“ werden.
  - Es ist auch erlaubt eine Definition identisch zu übernehmen, wenn sie der SchülerIn gefällt und die Auswahl begründet wird.

## Weitere Verwendungsmöglichkeiten in den Klausurtagen 2 bis 4

### Einstufung ICAP (als weiteres Beispiel für Klausurtag 2)

Eine passive Bearbeitung dieser Aktivität ist nicht zu erwarten.

Auf aktives Arbeiten beschränkte Lernaktivitäten beziehen sich hier auf das alleinige Abschreiben gefundener Definitionen von der Winkelhalbierenden im Internet. Die Orientierungspunkte sollen dem entgegenwirken, ihre Umsetzung erfordert jedoch ggf. auch Unterstützung durch die Lehrkraft.

Werden die genannten Impulse wenigstens teilweise bearbeitet, ist es zudem möglich, eine konstruktive Auseinandersetzung mit den Inhalten anzuregen.

Gerade die genannten Orientierungspunkte unterstützen die Schülerinnen und Schüler bewusst über den Inhalt einer Definition nachzudenken und helfen dabei abzuschätzen, inwiefern diese Charakterisierung für sie verständlich ist oder nicht. Durch das Formulieren einer eigenen Definition der Winkelhalbierenden werden die Schülerinnen und Schüler weiter angeregt, sich selbst konstruktiv mit dem Formulieren von Definitionen auseinanderzusetzen.

Sowohl innerhalb von Schülergruppen als auch in der Gesamtgruppe lassen sich Beiträge zu den einzelnen Schwerpunkten der Aktivität gemeinsam diskutieren: Welche Definitionen sagen dasselbe aus? Welche bieten verschiedenen Sichtweisen auf den Begriff „Winkelhalbierende“? Worum geht es eigentlich bei Definitionen in der Mathematik? Was macht eine „gute“ Definition aus? Was muss man beachten, wenn man verlässliche mathematische Informationen im Internet recherchieren möchte?

### Einstufung SAMR (als weiteres Beispiel für Klausurtag 2)

Vom Prinzip her wäre eine solche Aktivität auch mit Schulbüchern möglich. Die Schülerinnen und Schüler vergleichen die verschiedenen Definitionen von Winkelhalbierenden der unterschiedlichen Bücher miteinander und fertigen dann eine eigene Charakterisierung an. Hierbei würde jedoch die allgemeine medienpädagogische Lerngelegenheit verloren gehen, dass Informationen im Internet nicht immer unbedingt ideal für die Zielgruppe beschrieben sind, oder möglicherweise sogar nicht völlig fehlerfrei sind.

Durch die Möglichkeit neue Informationen im Internet zu suchen und diese zu analysieren, zu vergleichen, zu interpretieren und kritisch zu bewerten, werden Lernaktivitäten ermöglicht, die eine Veränderung des Lernens bieten. Darüber hinaus werden hiermit technologische Kompetenzen geschult, die mit herkömmlichen analogen Mitteln nicht möglich wären (**Augmentation**).

Fachliche Informationen sind durch Onlineangebote zunehmend einfacher und vielfältiger zugänglich. Dies kritisch nutzen zu können ist ein neues, zunehmend relevantes Ziel von Mathematikunterricht (**Re-definition**).

### Einordnung strukturorientierter Konzeptaufbau (als weiteres Beispiel für Klausurtag 3)

#### *Leitfragen nutzen*

Die Aktivität greift eine typische Aktivität in der Mathematik auf: die Definition eines Begriffs. Es stellt sich die Frage, was diesen Begriff charakterisiert bzw. beschreibt.

Für eine Einführungsstunde des Begriffs könnte – ausgehend beispielsweise von einem Text zum Inkreis von Dreiecken – die Frage stehen: Was ist eine Winkelhalbierende?

Für eine Vertiefungsstunde könnten beispielsweise verschiedene Sichtweisen zu Winkelhalbierenden an einer Geradenkreuzung herangezogen werden: Gibt es zwei zueinander senkrechte Winkelhalbierende? Oder nur eine? Oder ist nur eine Halbgerade die Winkelhalbierende? Definitionen sind die zentrale Referenz in der Mathematik, um solche Fragen zu klären.

### *Verstehenselemente einbinden*

Durch das eigene Aufstellen einer Definition müssen sich die Schülerinnen und Schüler selbständig überlegen, was den Begriff Winkelhalbierende kennzeichnet.

Definitionen enthalten – sehr kondensiert – zentrale charakterisierende Eigenschaften der definierten Begriffe. Dass die verschiedenen Definitionsmöglichkeiten zu verschiedenen Ergebnissen führen können, ist zunächst einmal wünschenswert, weil eben klarer herausgearbeitet werden kann, was unter dem Begriff im Folgenden (nicht) verstanden werden soll. Dass die strukturell unterschiedlichen Charakterisierungen (Halbierung des Winkelfeldes, gleicher Abstand zu den Schenkeln) eng verknüpft sind, ist eine der zentralen Einsichten über Winkelhalbierende. Erst sie ermöglichen es, den Begriff in vielen Situationen produktiv nutzen zu können. Eine Diskussion von Oberflächenmerkmalen der Definition sollte gezielt auf diese Beziehungen zwischen den Verstehenselementen gelenkt werden.

### *Darstellungen verknüpfen*

Darstellungen zu vernetzen, ist vor allem dann ein wesentlicher Teil der Aktivität, wenn neben den Texten auch die dazugehörigen geometrischen Figuren mit gesammelt werden. Sie erlauben es die zunächst verbal bzw. symbolisch vorliegenden Definitionen anhand konkreter Winkel in der Skizze anders darzustellen, und die Bedeutung der einzelnen Definitionsteile besser herauszuarbeiten.

### *Phänomene und Konzepte verbinden*

Phänomene zu nutzen, ist kein zentrales Prinzip der Aktivität.

Einordnung kognitive Aktivierung (als weiteres Beispiel für Klausurtag 4)

### *Tiefe Verarbeitung anregen*

Die Schülerinnen und Schüler suchen im Internet nach unterschiedlichen Definitionen des Begriffs Winkelhalbierende. Hierbei müssen neue Informationen analysiert, verglichen, interpretiert und kritisch bewertet werden. Entscheidend ist dabei, dass sie die Definitionen von Winkelhalbierenden mit ihrem eigenen Begriffsverständnis abgleichen. Bei manchen Definitionen wird dies problemlos möglich sein, andere bieten mehr Herausforderungen. Einerseits kann das Analysieren der Definitionen zu einem tieferen Verständnis des Begriffs beitragen, andererseits ist ein solches tieferes Verständnis hilfreich und notwendig, um Definitionen zu analysieren bzw. eine eigene Definition zu formulieren.

Gerade die Möglichkeit, dass die Schülerinnen und Schüler äquivalente Definitionen miteinander vergleichen, kann dazu beitragen das Wesentliche an den Definitionen zu untersuchen. Gerade leistungsstarke Schülerinnen und Schüler können begründen, ob die Eigenschaften in einer Definition die aus einer anderen Definition schon mit absichern.

Unterschiedlich strukturierte Definitionen miteinander zu vergleichen, bietet ebenfalls Potential informelle oder systematische Begründungen dafür zu suchen, warum beide Sichtweisen auf den Begriff verknüpft sind. Die betrifft beispielsweise die Frage, warum die Punkte auf dem Strahl, der das Winkelfeld halbiert, von beiden Schenkeln gleich weit entfernt sein müssen.

Auch in Bezug auf die Rolle und Merkmale von Definitionen in der Mathematik bzw. auch auf Suchstrategien für fachliche Informationen lässt die Aktivität eine hohe Verarbeitungstiefe zu.

### *Anforderungen fokussieren*

Mit Definitionen umzugehen ist eine komplexe Anforderung für viele Lernende, besonders das Formulieren eigener Definitionen. Definitionen sollten fachlich korrekt, weder über- noch unterbestimmt und zudem allgemein verständlich sein. Dementsprechend stellt es die Schülerinnen und Schüler vor ein Problem, eine solche Definition mathematisch richtig zu formulieren.

Die Aktivität fokussiert diese Anforderungen, indem vorhandene Definitionen analysiert und mit dem eigenen Vorwissen zum Begriff abgeglichen werden. So können die in der Definition genannten

Eigenschaften des Begriffs kritisch reflektiert, und wesentliche Merkmale mathematischer Definitionen anhand von Beispielen diskutiert werden.

Um den Fokus bewusst auf zentrale Qualitätsmerkmale zu fokussieren, sind in der Aktivität Orientierungspunkte angegeben. Hierdurch werden bewusst irrelevante bzw. nicht geeignete Vergleichsmöglichkeiten (z. B. wie lang oder kurz die Definition ist) umgangen.

Gleichzeitig bietet die Aktivität hier auch Herausforderungen, da durch die Fülle der verfügbaren Informationen im Internet die vorhandenen Definitionen in sehr vielen – mathematisch mehr oder weniger relevanten – Merkmalen variieren. So können gezielt wesentliche Merkmale von Definitionen diskutiert werden.

#### *Fehler nutzen*

Fehler zu nutzen, ist kein zentrales Prinzip der Aktivität. Fehler könnten beispielsweise bei erkennbar falschen Definitionen aufgegriffen werden und als Lerngelegenheit genutzt werden. Siehe hierzu auch die Implementationsoptionen und den Umgang mit nicht korrekten Charakterisierungen.

#### *Lernprozess unterstützen*

Mit Hilfe der Orientierungspunkte werden die Schülerinnen und Schüler dabei unterstützt, Definitionen von Winkelhalbierenden einzuschätzen. Zentral ist dabei, dass die Lehrkraft eine tragfähige Bearbeitung der Orientierungspunkte anregt, und dabei auch die Leistungsfähigkeit der Lernenden im Auge behält. Gerade der Übergang von der Analyse von Definitionen hin zum eigenständigen Formulieren einer Definition bietet deutliches Differenzierungspotential.