# Unterrichtsstunde:

# Einführung direkt Proportionale Zusammenhänge

## Der Unterrichtsentwurf

|  |
| --- |
| **Der Rahmen** |
|  |
| Inhalt | * Einführung des Begriffs der direkt proportionalen Zusammenhänge
 |
|  |  |
| Verortung im Lehrplan | * ***MS: 8.8:*** – Funktionale Zusammenhänge
* ***MS M 8.8:*** – Funktionale Zusammenhänge
* ***RS I: 7.7*** – Proportionalitäten
* ***RS II/III: 7.5*** – Proportionalitäten
* ***Gym: 8.2*** – Lineare Funktionen
 |
|  |  |
| Voraussetzungen | * Die SchülerInnen kennen die Dreisatzstrategie zur Lösung einfacher Sachaufgaben und können diese anwenden.
* Die SchülerInnen kennen die Zuordnungsvorschrift aus Variablenwert und Termwert und die Möglichkeit der Darstellung davon durch Wertetabelle und Koordinatensystem.
 |
|  |  |
| Leitfrage | * Der Dreisatz liefert bei vielen Zusammenhängen richtige Ergebnisse, bei anderen Zusammenhängen aber nicht. Was unterscheidet Zusammenhänge, bei denen die Dreisatzstrategie zum richtigen Ergebnis führt von solchen, wo sie nicht zum richtigen Ergebnis führt?
 |
|  |  |
| Ziele | Die SchülerInnen …* …definieren den Begriff „Proportionalität“.
* …nennen Eigenschaften proportionaler Zusammenhänge.
* …nennen Zusammenhänge, die proportional sind, und solche die nicht proportional sind.
* …begründen diese Zuordnung anhand von Eigenschaften proportionaler Zusammenhänge.
 |
|  |  |
| Material & Medien | * Aufgabenkärtchen
* Arbeitsblatt
 |

### Grober Ablaufplan der Stunde:

1. Hinführung:

Die Schülerinnen und Schüler erkennen anhand unterschiedlicher Aufgaben, dass die Dreisatzstrategie nicht immer anwendbar ist.

1. Erarbeitung:

Die Schülerinnen und Schüler überprüfen anhand der Beispiele, bei denen der Dreisatz funktioniert, vorgegebene Aussagen und leiten hieraus definierende Eigenschaften für direkt proportionale Zusammenhänge ab.

1. Sicherung:

Die Schülerinnen und Schüler sichern ihre Ergebnisse in einem Hefteintrag.

1. Vertiefung / Transfer:

Die Schülerinnen und Schüler überprüfen Zusammenhänge auf direkte Proportionalität.

## Das Artikulationsschema

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Hinführung** | **Unterrichtssituation & Inhalt**1. Wiederholung der Dreisatzrechnung anhand eines beliebigen Beispiels.

**Didaktischer Kommentar:**Dreisatzstrategie sollte eventuell in der Stunde zuvor ausführlich wiederholt werden.1. Jedes Schülerpaar erhält zwei Aufgabenkärtchen mit beliebigem Kontext.

*Kärtchen 1:* direkt proportionaler Zusammenhang*Kärtchen 2:* nicht direkt proportionaler Zusammenhang1. Zusammentragen der Ergebnisse.
 | **Lehreraktivität zu**1. Wiederholt Dreisatzstrategie anhand dieses Beispiels.
2. *Untersucht, ob ihr den Dreisatz bei diesen Aufgaben anwenden könnt und ob die Rechnung zum richtigen Ergebnis führt.*
3. *Bei welchen Aufgaben führt der Dreisatz zu einer richtigen Lösung?*
 | **Sozialform zu**1. LSG
2. PA
3. LSG
 |
| **Schüleraktivität zu**1. Erklären ggf. das Vorgehen der Lehrkraft.
2. Jedes Schülerpaar versucht mithilfe des Dreisatzes die Aufgabenstellungen zu lösen.
3. Schildern Ihre Ergebnisse und Probleme bei der Lösungsbestimmung.
 | **Medien/Material**Aufgabenkärtchen für die Schülerpaare mit jeweils unterschiedlichen Aufgaben.Rechnung auf der Rückseite ***(s. Materialien S. 5 / 6)***. |
|  |
| **Leitfrage** | Leitfrage formulieren:*Der Dreisatz liefert bei vielen Zusammenhängen richtige Ergebnisse, bei anderen Zusammenhängen aber nicht. Was unterscheidet Zusammenhänge, bei denen die Dreisatzstrategie zum richtigen führt von solchen, wo sie nicht zum richtigen Ergebnis führt?* |
|  |
| **Erarbeitung** | **Unterrichtssituation & Inhalt**Begriffsbestimmung „proportional“:Zusammenhänge, bei denen der Dreisatz gilt, werden als proportional bezeichnet.Bearbeitung des AB:Erarbeiten, welche Eigenschaften bei Zusammenhängen gelten müssen, bei denen der Dreisatz anwendbar ist.**Didaktischer Kommentar:**Es wurden bewusst Beispiele ausgewählt, bei denen die Aussagen in unterschiedlicher Weise zutreffen, obwohl sie nicht proportional sind. Erst beim Vergleich aller Beispiele wird sichtbar, dass Aussage 2 + 4 +5 bei proportionalen Zusammenhängen immer zutreffen. | **Lehreraktivität***Prüft, ob die Aussagen auf eure Situationen zutreffen.* | **Sozialform**PA |
| **Schüleraktivität**Bearbeiten das AB und überprüfen die Aussagen mithilfe der vorgegebenen Wertetabellen. | **Medien/Material**AB mit jeweils zwei Kontexten inklusive der Wertetabellen und den Aussagen ***(s. Materialien S. 7)***. |
|  |
| **Sicherung** | **Unterrichtssituation & Inhalt**Aussagen werden an der Tafel in zwei Kategorien gesammelt.* Trifft nur für Beispiele zu, für die der Dreisatz gilt. (Aussage 2 + 4 + 5)
* Trifft nicht nur für Beispiele zu, für die der Dreisatz gilt. (Aussage 1 + 3)

Hieraus wird abgeleitet welche Aussagen für Kontexte charakteristisch sind, für die der Dreisatz gilt.* Aussagen 2 + 4 +5 sind hinreichende Bedingungen
* Aussage 3 ist eine notwendige Bedingung.
* Aussage 1 ist im Allgemeinen falsch (negativer Proportionalitätsfaktor).

Zusammenfassen der Ergebnisse im ***Hefteintrag (siehe S. 8)*** | **Lehreraktivität**Zusammentragen und Sortieren der Schülerantworten. | **Sozialform**LSG |
| **Schüleraktivität*** Präsentieren ihre Ergebnisse und sortieren die Aussagen an den entsprechenden Stellen an der Tafel.
* Leiten aus den Aussagen, die nur für Beispiele, für die der Dreisatz gilt, eine Charakterisierung für proportionale Zusammenhänge ab.
* Vervollständigen den Hefteintrag in Abhängigkeit ihrer Beispiele, indem sie Faktoren angeben und die Quotienten bestimmen.
 | **Medien/Material**AB ***(s. Materialien S. 7)***Die 5 Aussagen vom AB in groß zum Anheften an der Tafel. |
|  |
| **Rückbezug zur Leitfrage** | **Gilt für Zusammenhänge:*** Multipliziert man einen Wert mit einer Zahl und ergibt sich der andere Wert ebenfalls durch Multiplikation mit der gleichen Zahl,
* Dividiert man Wertepaare miteinander und erhält immer das gleiche Ergebnis,
* Stellen die Wertepaare eine Ursprungsgerade dar,

so spricht man von einem proportionalen Zusammenhang. |
|  |
| **Vertiefung/ Transfer** | **Unterrichtssituation & Inhalt**Anwendung des Gelernten:* Untersuchung auf prop. Zusammenhang.
* Vielfältig überprüfen an unterschiedlichen Darstellungsformen (Wertetabelle, Kontext, Zuordnungsvorschrift, Term).
 | **Lehreraktivität**Unterstützt Schüleraktivität. | **Sozialform** |
| **Schüleraktivität**Bestimmen bei Beispielen in unterschiedlichen Darstellungsformen, ob es sich um proportionale Zusammenhänge handelt. | **Medien/Material**Übungsaufgaben *(nicht ausgearbeitet)* |

## Die Materialien – Hinführung (Aufgabenkärtchen)

Doppelseitig ausdrucken

Papa Walter hat sich einen neuen schnelleren Drucker gekauft. Zum Test hat er 10 Seiten in 8 Sekunden gedruckt. Wie viele Seiten schafft der Drucker in einer Minute?

Oma Anna kocht Marmelade ein. Für 500 g Obst werden 250 g Gelierzucker benötigt. Sie hat insgesamt 800g Obst gesammelt. Wie viel Gelierzucker braucht Oma Anna?

Die ISS braucht für zwei Umrundungen 3 Stunden. Wie oft umrundet sie die Erde an einem Tag?

Max bezahlt für drei Kugeln Eis 4,80€. Franzi möchte bloß zwei Kugeln. Wie viel muss sie bezahlen?

Eine quadratische Schokolade hat 9 Stückchen bei 3 Reihen. Die große Version hat 5 Reihen. Wie viele Schokoladenstückchen hat die große Version?

Der Zauberwürfel hat jeweils 3 Reihen pro Farbe und somit 54 farbige Flächen. Wie viele Flächen hat der größere Zauberwürfel mit 9 Reihen.

In der Baufirma Huber benötigen drei Bauarbeiter 7,5 Stunden, um eine Mauer hochzuziehen. Wie viel Zeit benötigen 5 Arbeiter für diese Tätigkeit?

Elektroroller verlangen eine Entsperrgebühr von 1 € und haben dann eine Benutzungsgebühr von 20 ct pro Minute. Nach einer Dauer von 5 Minuten habe ich eine Rechnung von 2€ erhalten. Sebastian ist eine längere Strecke gefahren und war 8 Minuten unterwegs. Wie viel hat er bezahlt?

## Die Materialien – Hinführung (Aufgabenkärtchen)

Doppelseitig ausdrucken

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3 h | $$≙$$ | 2 Umrundung |
|  | $$≙$$ |  |
| 24 h | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3 Kugeln | $$≙$$ | 4,80€ |
|  | $$≙$$ |  |
| 2 Kugeln | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 8 Sek. | $$≙$$ | 10 Seiten |
|  | $$≙$$ |  |
| 60 Sek. | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 500 g Obst | $$≙$$ | 250 g Zucker |
|  | $$≙$$ |  |
| 800 g Obst | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3 Reihen | $$≙$$ | 9 Stücke |
|  | $$≙$$ |  |
| 5 Reihen | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 5 Minuten | $$≙$$ | 2€ |
|  | $$≙$$ |  |
| 8 Minuten | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3 Arbeiter | $$≙$$ | 7,5 h |
|  | $$≙$$ |  |
| 5 Arbeiter | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 3 Reihen | $$≙$$ | 54 Flächen |
|  | $$≙$$ |  |
| 9 Reihen | $$≙$$ |  |

Der Dreisatz ist sinnvoll / nicht sinnvoll, weil

## Die Materialien – Erarbeitung (Arbeitsblatt)

Exemplarische Version. Arbeitsblatt für die anderen Beispiele auf analoge Weise anpassen.

**Zusammenhänge auf Proportionalität überprüfen**

Max bezahlt für drei Kugeln Eis 4,80€. Franzi möchte bloß zwei Kugeln. Wie viel muss sie bezahlen?

Elektroroller verlangen eine Entsperrgebühr und haben dann eine Benutzungsgebühr pro Minute. Nach einer Dauer von 5 Minuten habe ich eine Rechnung von 2€ erhalten. Sebastian ist eine längere Strecke gefahren und war 8 Minuten unterwegs. Wie viel hat er bezahlt?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Kugeln** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **Preis in €** | 0 | 1,6 | 3,2 | 4,8 | 6,4 | 8,0 | 9,6 | 11,2 | 12,8 | 14,4 | 16,0 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Dauer in Min.** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **Preis in €** | 1 | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2,0 | 2,2 | 2,4 | 2,6 | 2,8 | 3,0 |

**Aufgabe:**

Überprüft an den beiden Beispielen mithilfe der Wertetabellen, welche der Aussagen auf die beiden Kontexte zutreffen.

1. Wenn der eine Wert (Anzahl der Kugeln / Dauer in Min.) größer wird, dann steigt der andere Wert (Preis in € / Preis in €) ebenfalls an.
2. Multipliziere ich den einen Wert mit einer Zahl, dann wird der andere Wert ebenfalls mit der gleichen Zahl multipliziert.
3. Der Wert bei 0 ist ebenfalls 0.
4. Dividiere ich die Werte innerhalb einer Spalte, dann erhält man immer den gleichen Wert.
5. Wenn ich die Werte in ein Koordinatensystem eintrage und verbinde, entsteht eine Gerade, die durch den Ursprung geht. Der Hefteintrag

## Der Hefteintrag

**Zusammenhänge untersuchen**

*Frage:* Wann liefert der Dreisatz eine richtige Lösung?

**Definition: Zusammenhänge, bei denen der Dreisatz gilt, werden als proportional bezeichnet.**

*[Anm.: Hier beispielhaft ausgewählt. Die SchülerInnen kleben ihre jeweiligen Beispiele ein.]*

Eine quadratische Schokolade hat 9 Stückchen bei 3 Reihen. Die große Version hat 5 Reihen. Wie viele Schokoladenstückchen hat die große Version?

Oma Anna kocht Marmelade ein. Für 500 g Obst werden 250 g Gelierzucker benötigt. Sie hat insgesamt 800g Obst gesammelt. Wie viel Gelierzucker braucht Oma Anna?

|  |  |
| --- | --- |
| Der Dreisatz ist anwendbar! | Der Dreisatz ist **nicht** anwendbar! |

**Merke:**

Zusammenhänge sind proportional, wenn…

* man die Zahlen eines Wertepaars multipliziert und damit ein „richtiges“ Wertepaar erhält.
* man Wertepaare dividiert und man stets das gleiche Ergebnisse erhält.
* die Wertepaare eine Ursprungsgerade darstellen.

Ist ein Zusammenhang proportional, dann ist der Wert bei 0 immer 0.

*[Anm: SchülerInnen vervollständigen die Tabelle in Abhängigkeit ihres eigenen Beispiels.]*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | $$⋅4$$ | $$⋅2$$ |
| Obst | 0 g | 200 g | 400 g | 800 g | 1000 g | 2000 g |
| Gelierzucker | 0 g | 100 g | 200 g | 400 g | 500 g | 1000 g |
| Verhältnis |  | $$\frac{1}{2}$$ | $$\frac{1}{2}$$ | $$\frac{1}{2}$$ | $$\frac{1}{2}$$ | $$\frac{1}{2}$$ |