

DigitUS

Digitalisierung von Unterricht in der Schule

DigitUS Begleitmaterial

Handreichung für
Mathematiklehrkräfte

Gefördert vom



Bundesministerium
für Bildung
und Forschung



LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN



Das dieser Handreichung zugrundeliegende Projekt DigitUS wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF) unter dem Förderkennzeichen 01JD1830A gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Autoren.

Autoren:

[Timo Kosiol](#)

[Matthias Mohr](#)

[Christian Lindermayer](#)

[Prof. Dr. Stefan Ufer](#)

Didaktik der Mathematik
Ludwig-Maximilians-Universität München

Die „Handreichung für Mathematik-Lehrkräfte“ wurde von [Timo Kosiol](#), [Matthias Mohr](#), [Christian Lindermayer](#) und [Stefan Ufer](#) im Projekt [DigitUS](#) erstellt und lizenziert als [CC BY-SA 4.0](#).

Hinweis: Die Logos von DigitUS und seiner Projektpartner sind urheberrechtlich geschützt. Sie sind im Fall einer Bearbeitung des Materials zu entfernen.

Stand: April 2023

Vorwort

Diese Handreichung ist im Rahmen des Projektes [DigitUS](#) entstanden. DigitUS steht für Digitalisierung von Unterricht in der Schule. Ziel des Projektes war es, mehr über Gelingensbedingungen für (Biologie- und) Mathematikunterricht mit digitalen Werkzeugen herauszufinden und Schulen dabei zu unterstützen, lernwirksamen Unterricht mit digitalen Werkzeugen zu gestalten.

Um den Unterricht mit digitalen Werkzeugen weiterzuentwickeln, wurden an den teilnehmenden Schulen sogenannte professionelle Lerngemeinschaft etabliert (genauer zur Arbeit in einer Lerngemeinschaft siehe Seite 8). Die gemeinsame Arbeit an der Entwicklung, Adaptation und Umsetzung von Unterricht mit digitalen Medien ist die zentrale Aufgabe der Lerngemeinschaften. Für den Mathematikunterricht wurden dabei insbesondere folgende Themen bearbeitet:

1. Digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht auswählen und nutzen
2. Konzeptorientierung mit digitalen Werkzeugen im Mathematikunterricht umsetzen
3. Kognitive Aktivierung mit digitalen Werkzeugen im Mathematikunterricht umsetzen

Zur Unterstützung der fachspezifischen Arbeit der Mathematiklehrkräfte in den Lerngemeinschaften wurden verschiedenen Materialien ausgearbeitet, die im Rahmen dieser Handreichung vorgestellt werden. Die Materialien unterteilen sich in:

- Foliensätze zur inhaltlichen Auseinandersetzung mit mathematikdidaktischen Themen
- Lernaktivitäten mit und ohne digitale Werkzeuge zur Illustration der Inhalte
- Arbeitsaufträge zur Reflexion der Inhalte anhand von exemplarischen Beispielen
- Arbeitsaufträge zur Gestaltung eigener Unterrichtsentwürfe mit digitalen Werkzeugen

Diese Handreichung fokussiert die mathematikspezifischen Inhalte der Fortbildung. Sie lässt sich dabei auf zwei verschiedene Arten nutzen:

1. Wenn Sie daran interessiert sind, mehr über das Konzept und die mathematikspezifische Umsetzung der professionellen Lerngemeinschaften zu erfahren, empfiehlt es sich, zuerst das Kapitel „Die Arbeit in den Lerngemeinschaften im Überblick“ zu lesen. Anschließend zeigt das Kapitel „Mathematikspezifische Arbeit in den Lerngemeinschaften“ für die drei genannten Themen jeweils einen möglichen „Fahrplan“ für die konkrete Umsetzung einer Fortbildungsmaßnahme auf. Zudem sind die jeweiligen Inhalte dort ausführlich dargestellt.
2. Wenn Sie sich inhaltlich mit einzelnen Themen der Fortbildung auseinandersetzen wollen, finden Sie auf [Seite 5](#) einen Überblick über die mathematikspezifischen Phasen der Fortbildung. Dort können Sie direkt zu einzelnen Themen springen. Innerhalb eines Themas sind zudem auch alle zugehörigen Materialien und Arbeitsaufträge verlinkt.

Wir wünschen Ihnen viel Freude mit der Handreichung und hoffen, dass Sie Ihnen hilft, einzelne Themen des Unterrichtens mit digitalen Werkzeugen zu vertiefen oder sogar professionelle Lerngemeinschaft zu etablieren, um Ihren Mathematikunterricht weiterzuentwickeln.

Ihre Autoren

Inhalt

Die Arbeit in den Lerngemeinschaften im Überblick..... 6

Überblick über alle Fortbildungstage	7
Arbeit in einer Lerngemeinschaft.....	8
Einsatz digitaler Medien im DigitUS-Projekt.....	8
Priorität der Inhalte	9
Arten von Materialien	10
Ablaufschema zur Arbeit an den Unterrichtsstunden.....	11

Mathematikspezifische Arbeit in den Lerngemeinschaften 12

Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht.....	13
Konzeptorientierung mit digitalen Werkzeugen	43
Kognitive Aktivierung mit digitalen Werkzeugen	82

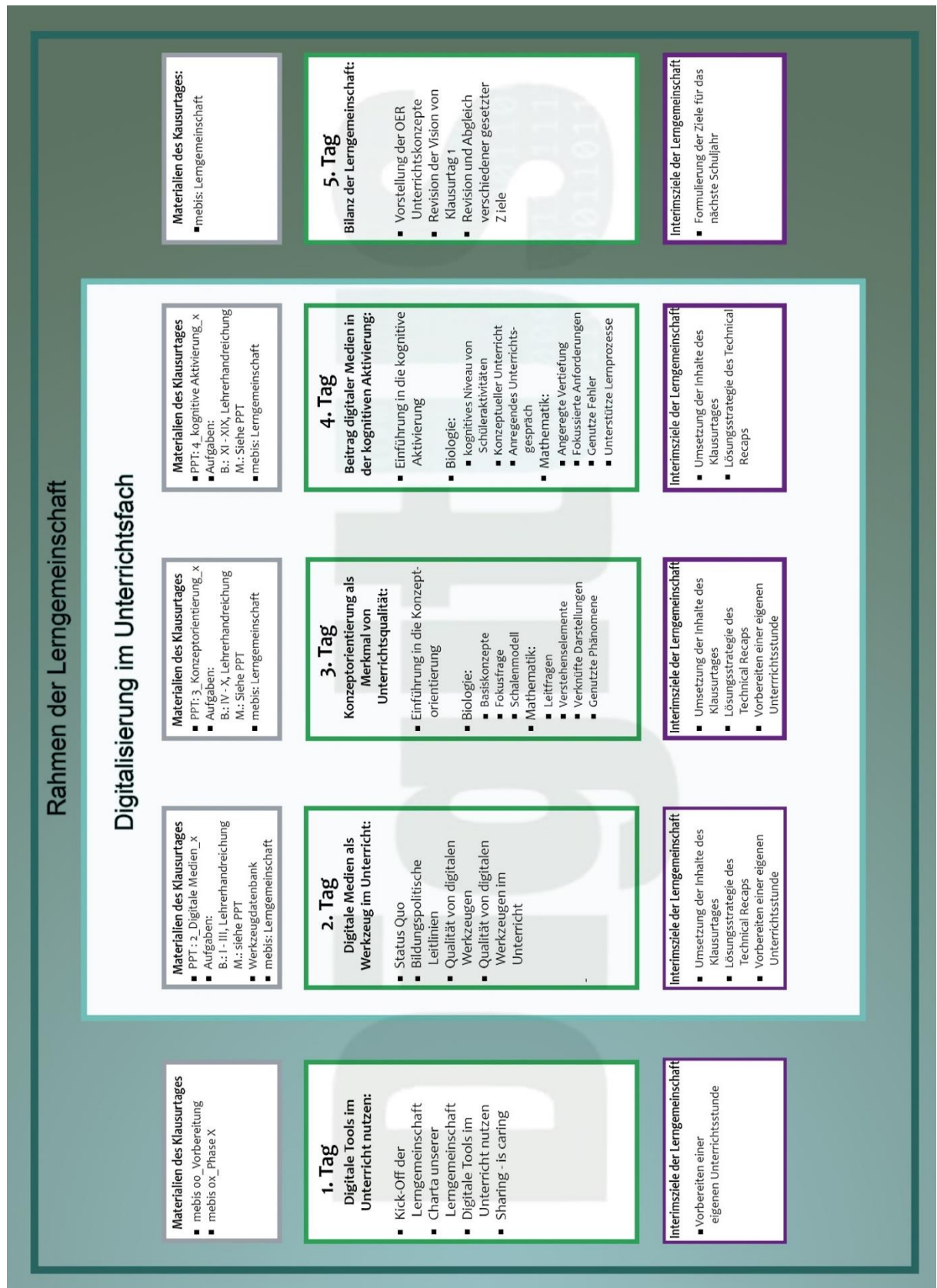
Literatur..... 137

Themenübersicht

Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht	13
Phase 4: Potenziale digitaler Werkzeuge	17
Phase 5: Digitale Werkzeuge auswählen	29
Phase 6: Digitale Werkzeuge nutzen	33
Konzeptorientierung mit digitalen Werkzeugen	43
Phase 3: Einführung in die Konzeptorientierung	45
Phase 4: Studien zur Wirksamkeit der Konzeptorientierung.....	46
Phase 5: Ergänzende Aspekte der Konzeptorientierung	47
Phase 6: Leitfragen nutzen.....	51
Phase 7a: Verstehenselemente einbinden (Option 1).....	62
Phase 7b: Darstellungen verknüpfen (Option 2).....	67
Phase 7c: Phänomene nutzen (Option 3).....	73
Kognitive Aktivierung mit digitalen Werkzeugen	82
Phase 2: Allgemeine Einführung: Kognitive Aktivierung.....	84
Phase 3: Bedeutung der kognitiven Aktivierung im Mathematikunterricht	94
Phase 4: Tiefe Verarbeitung anregen	101
Phase 5a: Anforderungen fokussieren (Option 1).....	111
Phase 5b: Fehler nutzen (Option 2)	120
Phase 5c: Lernprozesse unterstützen (Option 3).....	125

Die Arbeit in den Lerngemeinschaften im Überblick

Überblick über alle Fortbildungstage



Die Arbeit in den Lerngemeinschaften umfasst 5 Einheiten bzw. Fortbildungstage, wobei die erste und letzte Einheit („Fortbildungstag 1“ bzw. „Fortbildungstag 5“) die Etablierung bzw.

Aufrechterhaltung der Lerngemeinschaft im Blick haben und damit eher fachunspezifische Aspekte behandeln. Für die mathematikspezifische Arbeit, die den Schwerpunkt dieser Handreichung darstellt, sind drei Einheiten („Fortbildungstage 2 bis 4“) vorgesehen. Der zeitliche Rahmen jedes Fortbildungstages ist variabel und sowohl die Inhalte als auch die zeitliche Planung sollten an den jeweiligen Bedarf angepasst werden. Auch eine Aufteilung eines Fortbildungstages in mehrere Einheiten ist denkbar. Werden die Fortbildungstage vollumfänglich durchgeführt, sind ca. 6 Zeitstunden je Fortbildungstag ein guter Rahmen.

Arbeit in einer Lerngemeinschaft

Professionelle Lerngemeinschaften sind „[...] Gruppen von Spezialisten mit Expertise in ihrer Profession und der Notwendigkeit, diese ständig zu aktualisieren und zu erweitern. Ihre systematische Kooperation führt zur Entwicklung von neuem Wissen, das geteilt und in die Ausübung der Profession eingebracht wird.“ (Huber & Hader-Popp 2008, S. 33)

Das Ziel der professionellen Lerngemeinschaft im DigitUS-Projekt ist es, dass Sie sich als Gruppe mit dem lernförderlichen Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht auseinandersetzen. Der Fokus soll auf das fachliche Lernen Ihrer Schüler:innen ausgerichtet sein und durch die Zusammenarbeit mit Ihren Kolleginnen und Kollegen sollen neue inhaltliche Impulse für den Unterricht mit digitalen Medien sowie die Reflexion der eigenen Praxis angeregt werden. Hilfreich ist dafür die Bereitschaft, Ihre Planung und Durchführung von Unterricht für die Lerngemeinschaft zu öffnen.

Um diese Ziele zu erreichen, wird an jedem Fortbildungstag ein Thema fokussiert. Innerhalb dieses Themas kann jede Lerngemeinschaft eigene Schwerpunkte setzen. Hierfür wurden eigens Phasen entwickelt, welche eine größere Flexibilität erlauben. Diese sind im Fahrplan farblich markiert (siehe Seite 9). Die Arbeit in den Lerngemeinschaften kann so passgenau an Ihre Bedürfnisse ausgerichtet werden.

Einsatz digitaler Medien im DigitUS-Projekt

Bisherige Studien haben bereits gezeigt, dass sich der sinnvolle Einsatz digitaler Medien positiv auf Schulleistungen und Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler auswirken kann (Hillmayr et al. 2020). Die Art und Weise wie diese Werkzeuge eingesetzt werden (können), ist natürlich von den Gegebenheiten an Ihrer Schule abhängig. Die im DigitUS-Projekt untersuchte Arbeit in Lerngemeinschaften kann dabei eine Chance sein, das eigene Wissen über Mathematikunterricht mit digitalen Medien und – im Rahmen der Möglichkeiten an Ihrer Schule – auch die Ausstattung weiterzuentwickeln. Die Verwendung von digitalen Werkzeugen ist dabei kein Selbstzweck, sondern verfolgt stets das Ziel, das Lernen von mathematischen Inhalten und Konzepten (noch besser) zu unterstützen.

Für den Mathematikunterricht ist eine Vielzahl an Apps und Programmen verfügbar. Die in dieser Handreichung aufgeführten Software-Tools stellen lediglich exemplarische Möglichkeiten dar, die vor ihrem Einsatz auf die Passung für Ihren Unterricht und hinsichtlich der rechtlichen Rahmenbedingungen geprüft werden sollten. DigitUS übernimmt keine Haftung für mögliche rechtliche Konsequenzen, welche sich aus der Nutzung von digitalen Werkzeugen in den Lerngemeinschaften ergeben.

Priorität der Inhalte

Die fachspezifische Arbeit in den drei Einheiten („Fortbildungstage“ 2 bis 4) wird jeweils in Phasen gestaltet. Dabei lassen sich verschiedene Prioritäten der einzelnen Phasen für die Erarbeitung der Inhalte unterscheiden:

Zentrale Phasen

Die Inhalte dieser Phase erachten wir als grundlegend für das Thema einer Einheit und insbesondere auch für die weiteren Phasen einer Einheit. Es wird daher geraten, sich in einem angemessenen Umfang mit den Inhalten der Phase auseinander zu setzen.

Auswahl-Phasen

Die Inhalte dieser Phase dienen dazu, grundlegende Inhalte zentraler Phasen zu vertiefen. Inhalte dieser Auswahlphasen sind in der Regel verschiedene Strategien, um das zentrale Ziel einer Einheit im Unterricht umzusetzen. Daher können eine (oder mehrere) dieser Phasen ausgewählt werden, die den Bedürfnissen und Interessen der Lerngemeinschaften am meisten entspricht und die für die eigene Arbeit am gewinnbringendsten erscheint.

Optionale Phasen

Die optionalen Phasen sind für weiterführende Inhalte und Materialien für die Arbeit in den Lerngemeinschaften vorgesehen. Diese Phasen können genutzt werden, um Schwerpunkte zu setzen, aber auch um eigene Inhalte zu integrieren.

Arten von Materialien

Für die Erarbeitung der Inhalte in den einzelnen Phasen stehen verschiedene Materialien zur Verfügung:



Präsentationen

In mehreren Präsentationen haben wir die Konzepte und Inhalte der Fortbildung dargestellt. Diese Präsentationen enthalten zudem Anregungen für Arbeitsaufträge zur Vertiefung der Inhalte. Die Folien sind jeweils in dieser Handreichung verlinkt. Sie finden zudem alle Materialien des DigitUS-Projekts [hier](#).



Beispielhafte Lernaktivitäten

Sie finden zu den einzelnen Phasen bzw. Präsentationen jeweils beispielhafte Lernaktivitäten, die die Inhalte der Phase illustrieren oder die in den Arbeitsaufträgen in den Präsentationen genutzt werden, um die Inhalte der Phase anhand der Lernaktivität anzuwenden und zu vertiefen. Diese Lernaktivitäten sind nicht dazu gedacht, dass sie für jede Klasse in jeder Schulartexakt so im Unterricht eingesetzt werden. Sie können die Lernaktivitäten gerne nach Ihren Bedürfnissen anpassen oder als Anregung für eigene Materialien nutzen.



Datenbank digitaler Werkzeuge

Damit Sie und Ihre Lerngemeinschaft digitale Medien schneller und gezielter im Unterricht einsetzen können, haben wir für Sie eine [Datenbank](#) angelegt, in denen Sie eine Sammlung digitaler Werkzeuge finden. Die Einträge für die Datenbank liegen als [csv-Datei](#) vor. Sie können jedoch auch mit der verlinkten [Sicherheit](#) in einen moodle- oder mebis-Kurs integriert werden. Diese Datenbank kann natürlich immer nur eine unvollständige Sammlung und Kategorisierung der verfügbaren Medien und Werkzeuge sein. Daher kann sie individualisiert, ergänzt und kommentiert werden.

Ablaufschema zur Arbeit an den Unterrichtsstunden

Ein zentraler Aspekt der Arbeit in den Lerngemeinschaften soll die gemeinsame fachspezifische Arbeit an Unterricht mit digitalen Medien sein. Im Laufe der fünf Einheiten („Fortbildungstage“) sollen insgesamt drei verschiedene Unterrichtsstunden ("Stunde 1", "Stunde 2" und "Stunde 3") weiterentwickelt werden. Dabei sollen die Inhalte der Fortbildungstage 2 bis 4 jeweils an einer Unterrichtsstunde exemplarisch umgesetzt werden. Die Fortbildungstage bilden somit einen Rahmen, in dem der eigene Unterricht in der 8. Klasse gemeinsam weiterentwickelt werden kann. Dieser Prozess erfolgt für alle drei Stunden in jeweils in fünf Schritten. Die Arbeit an den drei Stunden überlappt sich teilweise und gestaltet sich im Einzelnen wie folgt:

	1. Tag	Zwischenzeit	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag	Zwischenzeit	5. Tag
Stunde 1	Einigung auf ein Thema ¹⁾	Erste Planung fixieren ²⁾	Gemeinsame Arbeit an der Stunde ³⁾	Stunde wird im Unterricht gehalten ⁴⁾	Gemeinsame Reflexion der Stunde ⁵⁾				
Stunde 2			Einigung auf ein Thema ¹⁾	Erste Planung fixieren ²⁾	Gemeinsame Arbeit an der Stunde ³⁾	Stunde wird im Unterricht gehalten ⁴⁾	Gemeinsame Reflexion der Stunde ⁵⁾		
Stunde 3					Einigung auf ein Thema ¹⁾	Erste Planung fixieren ²⁾	Gemeinsame Arbeit an der Stunde ³⁾	Stunde wird im Unterricht gehalten ⁴⁾	Gemeinsame Reflexion der Stunde ⁵⁾

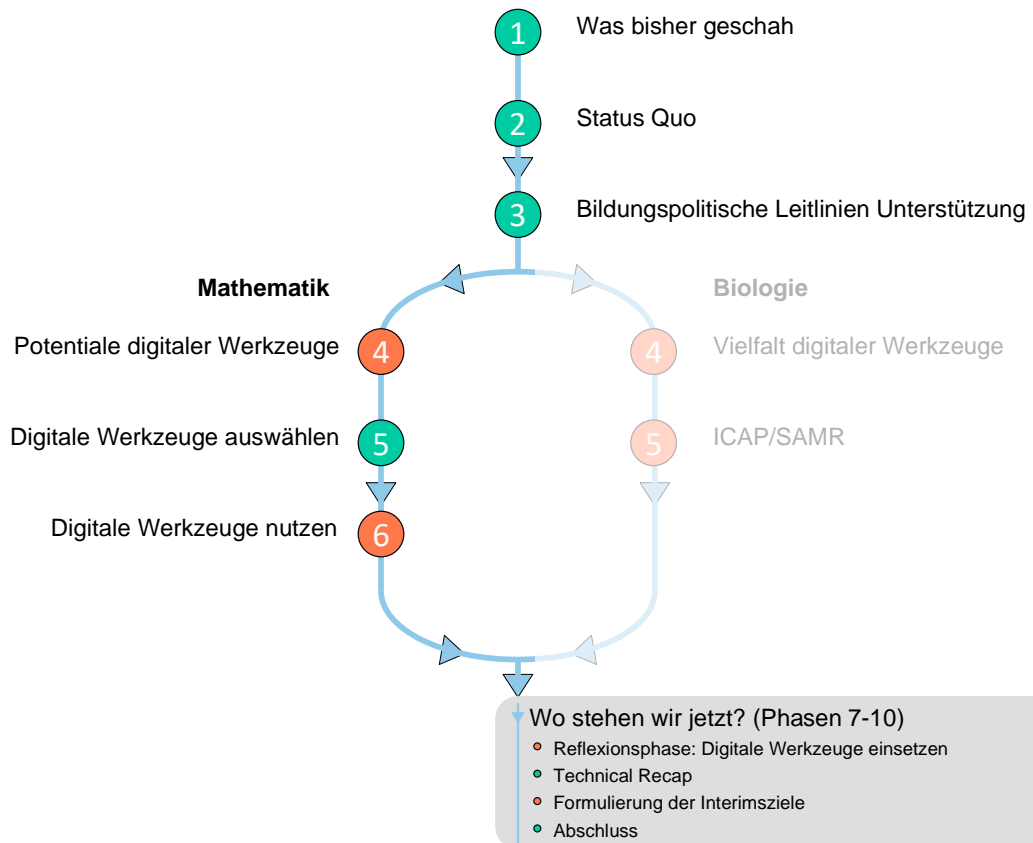
- 1) Das Thema der Stunde wird gemeinsam in der Lerngemeinschaft abgestimmt und möglichst so gewählt, dass die Stunde nach dem darauffolgenden Fortbildungstag im jeweiligen Unterricht der Lehrkraft in der 8. Klasse gehalten werden kann.
- 2) Erste Unterrichtsplanungen, die seitens der Lehrkräfte bereits vorhanden sind, werden in der möglichst in mebis hochgeladen, damit sie für die Arbeit in der Lerngemeinschaft am Fortbildungstag zur Verfügung stehen. Digitale Elemente können darin enthalten sein, sie müssen aber nicht.
- 3) Auf Grundlage der im Vorfeld hochgeladenen Planungen arbeitet die Lerngemeinschaft gemeinsam an der Unterrichtsstunde (vgl. Arbeitsaufträge an den jeweiligen Fortbildungstagen). Dabei sollen die Inhalte des jeweiligen Fortbildungstags besonders berücksichtigt werden. Je nach Größe der Lerngemeinschaft kann dabei auch in Teilgruppen (ggf. auch mit verschiedenen Stundenthemen) gearbeitet werden.
- 4) Jede Lehrkraft hält nach Möglichkeit in ihrem Unterricht die gemeinsam vorbereitete Stunde. Kollegiale Hospitationen können für eine erste Reflexion hilfreich sein.
- 5) Zu Beginn des Fortbildungstags wird in der Phase "Was bisher geschah" gemeinsam reflektiert, was bzgl. Planung und Durchführung der Stunde gut oder weniger gut gelungen ist. Auf dieser Basis wird der am vorherigen Fortbildungstag erstellte Entwurf bei Bedarf nochmals angepasst und eine finale Planung in mebis hochgeladen (für Informationen zu den Datenbanken für Unterrichtsmaterialien siehe Seite 10).

Mathematikspezifische Arbeit in den Lerngemeinschaften

Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht

Fortbildungstag 2: Erster mathematikspezifischer Fortbildungstag

Übersicht über die Phasen des 2. Fortbildungstages



Vorbereitung im Vorfeld

Vorbereitung auf Fortbildungstag 2

Im Laufe des zweiten Fortbildungstages ist es geplant, den eigenen Mathematikunterricht vertieft zu reflektieren. Um gezielt von der Arbeit in den Lerngemeinschaften für den eigenen Unterricht profitieren zu können, sollten Sie als Lerngemeinschaft sich bereits am ersten Fortbildungstag auf ein Thema (zur Not mehrere Themen) einigen, welches zwischen dem zweiten und dritten Fortbildungstag im Mathematikunterricht der 8. Klassen behandelt wird (Thema der Stunde 1, vgl. Ablaufschemas auf Seite 11). Vor dem zweiten Fortbildungstag fixieren Sie die Planung, indem Sie diese z. B. mit der folgenden [Vorlage](#) in mebis hochladen. Greifen Sie hier gerne auf eine vorhandene Planung aus vorangegangenen Jahren zurück (es ist kein Problem, wenn der Einsatz digitaler Medien darin nicht vorgesehen ist).

	1. Tag	Zwischenzeit	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag
Stunde 1	Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion

Phase 1: Was bisher geschah

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Austausch über die bisherigen Inhalte und die Arbeit nach dem 1. Fortbildungstag.

Zusammenfassung Diese Phase dient dazu, gemeinsam zu reflektieren, was bisher passiert ist und wie der Plan für den heutigen Fortbildungstag aussieht. Damit ist dies eine Phase, die auf die Eigenverantwortlichkeit der Lerngemeinschaft abzielt und deren Inhalte individuell auf die Lerngemeinschaft abgestimmt werden müssen.

Zum einen wurden am ersten Fortbildungstag unterschiedliche Aktivierungspotenziale (ICAP) und das selbstregulierte Lernen besprochen. Diese Inhalte können nun bei Bedarf nochmals kurz wiederholt werden. Hat sich das neu erlernte Wissen bzw. der neue Blickwinkel in der Unterrichtsplanung und -umsetzung bewährt? Sind hierzu noch Fragen offen?

Darüber hinaus gab es am ersten Fortbildungstag eine Phase, in der sich die Lerngemeinschaft eigene Ziele stecken konnte. Je nach Inhalt und Art des Ziels besteht in dieser Phase die Möglichkeit, zu diskutieren, welche Ziele umgesetzt wurden und ob es gegebenenfalls Änderungen in den Zielen gibt.

Phase 2: Status Quo**Gesamte Lerngemeinschaft**

Ziele Die Lehrkräfte kennen wichtige empirische Forschungsergebnisse zur Nutzung digitaler Medien.

Take-Home-Message:

Es lohnt sich, für die Digitalisierung von Schulen Zeit und finanzielle Mittel zu investieren, sei es in der Anschaffung der Medien oder in der Schulung der Lehrkräfte im Umgang mit digitalen Medien im Unterricht.

Arbeitsaufträge

1. Stimmung zu digitalen Medien im Fach abfragen: Themenvorschläge, um die Stimmung abzufragen:
 - Digitale Medien als Chance für meinen Mathematikunterricht?
 - Schwierigkeiten beim Mathematikunterricht mit digitalen Medien?
 - Lernförderlicher Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht?
 - Ausstattung der Schule, um im Fach digitale Medien einzusetzen?
2. Erwartungen hinsichtlich des Fortbildungstags formulieren.

Material [Folien](#)**Zusammenfassung**

In dieser Phase soll eine Ausgangsposition für die fachspezifische Arbeit innerhalb des DigitUS-Projektes definiert werden. Um dies zu erreichen, sind in den Folien die Ergebnisse mehrerer Studien zur Verwendung von digitalen Medien im Schulunterricht dargestellt. Es zeigt sich, dass beim Einsatz digitaler Medien keine signifikanten Effekte bezüglich der Sozialform sowie bezüglich der Wahl des digitalen Werkzeuges gemessen werden, wohl aber die Schulung der Lehrkräfte im Umgang mit digitalen Medien als signifikant für deren effektiven Einsatz im Unterricht zu erachten ist. Auch wenn durch den Distanzunterricht aufgrund der COVID-19-Pandemie die Ausstattung verbessert und der Einsatz digitaler Werkzeuge im MINT-Unterricht deutlich ausgeweitet wurde, bestehen bei vielen Lehrkräften weiterhin Unsicherheiten darüber, welche Chancen der Einsatz digitaler Medien in den MINT-Fächern bieten kann. Hier möchte das DigitUS-Projekt in den Fortbildungstagen 2 bis 4 ansetzen. Diskutieren Sie deshalb gerne als Lerngemeinschaft über die Chancen und Schwierigkeiten, einen lernförderlichen Mathematikunterricht mit digitalen Medien vor Ort zu gestalten.

Phase 3: Bildungspolitische Leitlinien & Unterstützung

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Die Lehrkräfte kennen die durch den bildungspolitischen Rahmen vorgegebenen Kompetenzen, welche entweder von Lernenden oder Lehrkräften erworben werden sollen.

Take-Home-Message:

Digitale Medien sind sowohl Hilfsmittel als auch Ziel des Mathematik-Unterrichts: Einerseits sollen Lernende digitale Kompetenzen erwerben, andererseits können digitale Medien dabei unterstützen, Fachinhalte zu vermitteln. Beides setzt verschiedene digitale Kompetenzen von Lehrkräften voraus.

Arbeitsaufträge Diskussion über die bisherige Rolle von digitalen Medien im eigenen Mathematikunterricht oder selbst eingeschätzte Kompetenz der Lehrkräfte in Bezug auf den Unterricht mit digitalen Medien.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Die KMK gibt mit dem „Kompetenzrahmen zur Medienbildung an bayerischen Schulen“ (KM Bayern, 2020) Kompetenzdimensionen vor, welche bei bayerischen Schüler:innen aufgebaut werden sollen. Hieraus ergibt sich die Notwendigkeit, Lehrende in bestimmten, auf digitale Medien bezogene Kompetenzen auszubilden. Dabei wird zwischen fachübergreifenden und fachspezifischen Kompetenzen unterschieden. Die erforderlichen digitalen Kompetenzen für die Naturwissenschaften werden u. a. im Kompetenzrahmen digitaler Kompetenzen für das Lehramt in den Naturwissenschaften *DiKoLAN* (AG Digitale Basiskompetenzen, 2020) festgehalten. Anhand einer Gegenüberstellung werden die wichtigsten Vorgaben für Lernende und Lehrkräfte verglichen. Aus den Leitlinien lässt sich ein zweifacher Aspekt von digitalen Medien ableiten: Digitale Medien sind gleichermaßen Lerninhalt und Werkzeug. Diskutieren Sie auch gerne in Ihrer Lerngemeinschaft die bisherige Rolle von digitalen Medien im eigenen Mathematikunterricht.

Phase 4: Potenziale digitaler Werkzeuge

Ziele Die Lehrkräfte können verschiedene Potenziale digitaler Werkzeuge für den Mathematikunterricht benennen und fachspezifische Lernaktivitäten mit digitalen Werkzeugen im Hinblick auf das Potenzial der genutzten Werkzeuge analysieren.

Take-Home-Message:

Digitale Werkzeuge können fachspezifisch genutzt werden, um mathematisches Lernen zu unterstützen. Digitale Werkzeuge unterscheiden sich darin, welche mathematischen Lernprozesse sie unterstützen können und welche Potenziale sie für das Lernen besitzen.

Material [Folien](#)
[Überblick über Beispielmateriale \(mit Links zu erläuternden Kommentaren\)](#)
[bearbeitbare Vorlage des Überblicks \(ohne Links zu den Kommentaren\)](#)
[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Arbeitsaufträge Analyse von Potenzialen digitaler Werkzeuge anhand von Beispielen

Zusammenfassung In den kommenden Phasen soll der Blick darauf gerichtet werden, wie digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht sinnvoll eingesetzt werden können. Nach einem kurzen Überblick über die Vielfalt digitaler Medien soll der Blick auf Lernaktivitäten im Mathematikunterricht gelenkt werden. Um später zielgerichtet digitale Werkzeuge auswählen zu können, wird zunächst ein Analyseschema für Lernaktivitäten im Mathematikunterricht vorgestellt, welches im Rahmen der Fortbildungstage immer wieder aufgegriffen wird. Digitale Werkzeuge werden nicht als Selbstzweck eingesetzt, sondern sollten mit ihren Potenzialen zum angestrebten Lernprozess passen. Um die Grundlage für die Auswahl des digitalen Werkzeuges zu legen, muss also zuerst überlegt werden, welche mathematischen Lernprozesse durch das Werkzeug unterstützt werden sollen. Daran anschließend werden beispielhaft einige prototypische Potenziale digitaler Werkzeuge für das mathematische Lernen vorgestellt. Die vorgeschlagene Aktivität im Foliensatz dient dazu, die vorgestellten Potenziale anhand von Beispielen zu analysieren bzw. nachzuvollziehen.

Ausführliche Darstellung der 4. Phase: Potenziale digitaler Werkzeuge

Digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht



Folie 1

In diesem Abschnitt soll es darum gehen, wie digitale Werkzeuge mathematische Lernprozesse sinnvoll unterstützen können.



Folie 3

In einer Umfrage mit 168 Mathematiklehrkräften haben Ostermann et al. (2021) untersucht, wie es mit dem Einsatz fachspezifischer digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht aussieht.

Die Studie weist zunächst darauf hin, dass hohe Hürden beim Zugang zu den Systemen ein wesentliches Problem beim Einsatz digitaler Werkzeuge sind.

Hilfreich scheint zu sein, wenn es Vereinbarungen an der Schule gibt, welche konkreten Systeme und Programme jeweils einheitlich von einem großen Anteil der Lehrkräfte eingesetzt werden. Diese gemeinsame Basis ermöglicht es Lehrkräften die Software zumindest gelegentlich einzusetzen. Für eine durchgängige Nutzung ist dies aber nicht auszureichend. Hierfür erscheint vor allem relevant, ob die Systeme für die Lehrkräfte leicht und niederschwellig zugänglich sind. Eine Lerngemeinschaft an der Schule könnte hilfreich sein, um Vorschläge für diese grundlegenden Fragen zu erarbeiten.

Über diese organisatorischen Regelungen hinaus ist es aber eine wesentliche Frage *wie* und *wofür* digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht konkret eingesetzt werden. Am häufigsten werden der Studie zufolge dynamische Geometriesysteme eingesetzt, um Zusammenhänge zu visualisieren oder von den Lernenden erkunden zu lassen. Computer-Algebra-Systeme werden dagegen deutlich seltener verwendet, zum Beispiel um komplexere Berechnungen schnell durchzuführen oder zu prüfen.

Potenziale digitaler Werkzeuge



Folien 4-5

Um zu überlegen, wie digitale Werkzeuge in einer bestimmten Mathematikstunde lernwirksam eingesetzt werden können, schlagen wir drei Leitfragen vor:

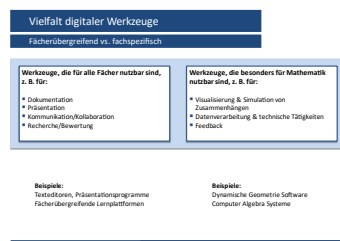
- 1) **Wofür?** - Welche Potenziale soll das Werkzeug für das Mathematiklernen entfalten? Auf welche Art und Weise soll das mathematische Lernen der Schüler:innen unterstützen werden?

- 2) **Was?** - Welches digitale Werkzeug ist geeignet, dieses Ziel zu erreichen und was kann die Auswahl eines Werkzeugs leiten?
- 3) **Wie?** - Wie kann das angestrebte Potenzial mit dem gewählten Werkzeug im Unterricht nutzbar gemacht werden?

Wofür? - Potenziale kennen



Folie 6



Folie 7

Die Bandbreite digitaler Werkzeuge, die im Mathematikunterricht eingesetzt werden können, ist sehr groß und erst einmal unübersichtlich. In einem ersten Schritt möchten wir zwei Unterscheidungen vorschlagen, die zunächst einmal die langfristige Planung des Werkzeugeinsatzes betreffen.

Zunächst einmal gibt es digitale Werkzeuge, die über eine ganz Bandbreite von Fächern hinweg eingesetzt werden können, beispielsweise um Informationen zu dokumentieren oder zu präsentieren, zur Kommunikation oder zur Recherche. Dazu gehören übliche Office-Systeme wie Textverarbeitungs-, Tabellenkalkulations- und Präsentationsprogramme, aber auch Software zur Produktion und Bearbeitung von Bild- und Tonmedien oder fachübergreifende Lernportale. Fachübergreifend nutzbare Software hat den Vorteil, dass die Schüler:innen den Umgang mit diesen Werkzeugen nicht in jedem Fach von Grund auf neu erlernen müssen. Außerdem sind viele dieser Systeme auch über die Schule hinaus verbreitet, sodass mit ihnen auch an der Entwicklung breiter nutzbarer digitalen Kompetenzen gearbeitet werden kann. Auf der anderen Seite stellt sich aber für jedes Werkzeug natürlich die Frage, welche Potenziale sie dann für das mathematische Lernen – z. B. mit Bezug zu einem bestimmten Thema – haben können.

Auf der anderen Seite gibt es eine ganz Bandbreite digitaler Werkzeuge, die gezielt für den Mathematikunterricht erstellt wurden und primär in diesem Kontext zum Einsatz kommen: Beispielsweise, um Zusammenhänge zu visualisieren, um technische Tätigkeiten wie algebraische Umformungen oder Rechenarbeit zu entlasten oder um Lernenden einfach Feedback zu ihren Lösungen für eine Bandbreite von Aufgaben zu geben. Auch hier stellt sich jeweils die Frage, welche mathematische Lernprozesse sich mit welchem Werkzeug gestalten lassen. Dabei ist jeweils zu beachten, wie hoch der Aufwand für die Einarbeitung in Systeme ist, die den Schüler:innen noch nicht oder nur kaum bekannt sind. Manche dieser Werkzeuge, wie Computer-Algebra-Systeme oder auch ein einfacher Taschenrechner, sind ja durchaus auch im Leben außerhalb des Mathematikunterrichts einsetzbar. Andere, wie beispielsweise dynamische Geometriesoftware, werden eben für den Mathematikunterricht genutzt und finden außerhalb des Mathematikunterrichts kaum Verwendung.

Vielfalt digitaler Werkzeuge
Übergreifend einsetzbar vs. inhaltsspezifisch

<p>Werkzeuge, die für verschiedene Inhalte und Zwecke angepasst werden können, z. B.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabellenkalkulation • Dynamische Geometriesysteme • Computer-Algebra-Systeme • Mathematik • Bild-/Ton-/Textverarbeitung 	<p>Werkzeuge, die nur für bestimmte Inhalte oder Zwecke nutzbar sind, z. B.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Shapes-App (Körperformen) • PhotoMath (Gleichungen) • Simulationen (z. B. Würfelwurf) • ...
---	---

Folie 8

Mathematische Werkzeuge lassen sich außerdem danach unterscheiden, wie breit sie im Mathematikunterricht eingesetzt werden können. So gibt es Werkzeuge, die man innerhalb des Mathematikunterrichts immer wieder in neuen Kontexten verwenden kann. Beispiele hierfür sind Tabellenkalkulationssoftware oder multifunktionale Programme wie GeoGebra, das neben einer dynamischen Geometriesoftware auch eine einfache Tabellenkalkulation beinhaltet.

Ganz besonderes Potenzial haben aber eben manchmal auch Werkzeuge, die nur für ganz bestimmte Situationen relevant sind, beispielsweise um Körperformen zu analysieren, um spezifische Konzepte darzustellen, bestimmte mathematische Phänomene zu illustrieren oder um Gleichungen zu lösen. Eine Vielzahl solcher Tools findet sich auf einschlägigen Materialplattformen. Hier „gute“ Werkzeuge von weniger gut für das Lernen nutzbaren Werkzeugen zu unterscheiden, erfordert immer wieder eine Detailanalyse von Seiten der Lehrkraft. Zudem müssen auch die Schüler:innen mit der jeweiligen Funktionsweise vertraut gemacht werden.

Vielfalt digitaler Werkzeuge
Mögliche Ziele beim Einsatz digitaler Werkzeuge

- Digitale Werkzeuge unterstützen das Lernen. Digitale Werkzeuge können die gute und wirksame Bildung noch weiter verbessern. Sie sollen durch Einsatz können, wobei einen Erkenntnis bieten.
 - Sie können Inhalte - abstrakter - vereinfachen.
 - Sie sind ein Mittel zum Zweck.
 - Sie sollen die ...
- Digitale Werkzeuge fachspezifisch nutzen zu können als Ziel des Fachunterrichts.
 - Hauptziel des Fachunterrichts ist es, dass die Schüler:innen die ...
 - Bei komplexen Aufgaben und bei ...

Folie 9

Mindestens genauso wichtig wie die Breite der Einsatzmöglichkeiten eines digitalen Werkzeugs ist aber die Frage, *wofür* es im Unterricht eingesetzt werden kann. Dies beeinflusst sowohl die Auswahl als auch die Art des Einsatzes und die Einschätzung, ob sich z. B. eine langwierige Einarbeitung lohnt. Sehr grob können zwei Zielbereiche unterschieden werden – die sich für eine konkrete Lernsituation allerdings nicht gegenseitig ausschließen.

Einer der Hauptgründe digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht einzusetzen, ist sicher die Erwartung, dass digitale Werkzeuge das Lernen – auf welche Weise auch immer – unterstützen. Wir erwarten, dass sie uns helfen Inhalte klarer aufzubereiten, besser auf die Bedürfnisse der Lernenden eingehen zu können oder auf andere Art das Lernen zu unterstützen. Dass dies nicht von selbst geschieht, sondern eine gezielte Auswahl digitaler Werkzeuge und einen planvollen Einsatz erfordert, ist plausibel und wird durch Studien gestützt (z. B. Hillmayr et. al, 2020; Li & Ma, 2010).

Gerade im Fach Mathematik ist es jedoch ein weiteres Ziel, dass die Schüler:innen lernen digitale Werkzeuge selbst zu nutzen, um mathematisch zu arbeiten. Es geht also darum, auch solche Werkzeuge kennenzulernen, die das mathematische Arbeiten im persönlichen oder beruflichen Alltagsleben einfacher machen können. Ein typisches Beispiel sind Tabellenkalkulationssysteme, mit denen sich komplexere Berechnungen, aber auch einfache Analysen funktionaler Zusammenhänge vergleichsweise einfach umsetzen lassen. Die Verwendung dieser Systeme erfordert jedoch zum Teil spezifisches Wissen, wie beispielsweise das Wissen über die Darstellung von Termen in Tabellenkalkulationen (u. a. durch absolute und relative Zellbezüge).

Beispiel: Digitale Werkzeuge fachspezifisch nutzen

Vielfalt digitaler Werkzeuge
 Beispiele: Digitale Werkzeuge fachspezifisch nutzen

Zentrale Frage
 Wo und wie werden digitale Werkzeuge mathematisch- fachspezifisch genutzt?

Beispiel mathematische Tätigkeiten
 Welche können, die in der Gesellschaft verbreitet sind:
 - Tabellenkalkulationen
 - Computeralgebra-Systeme
 - Funktionenplottter, ODS
 - Chemische, statistische Darstellungen und Datenbanken

Beispiel technischer/rechnerischer Tätigkeiten
 - Adaptive Nutzung, im Kopf, schriftlich, mit einem Werkzeug
 - Problemlösende Formulierungen
 - Ausgaben und Ergebnisse interpretieren

Beispiel Darstellungsformen
 - Computervisuelle, nicht-mathematische Konzepte anders dar-
 - Formelschreibweise in Tabellenkalkulationsprogrammen,
 - räumlich und abstrakt Zeichnen
 - Strukturierte Konstruktoren in Geogebra
 - Text Darstellungen in Modell-Systemen



Folie 10

Welche digitalen Werkzeuge könnten oder sollten Schüler:innen nun im Laufe ihrer Schullaufbahn kennenlernen? Eine definitive Antwort darauf ist erwartungsgemäß schwierig, weil es sehr viele verschiedene Werkzeuge gibt. Der Medienkompetenznavigator für den bayerischen LehrplanPLUS (<https://mk-navi.mebis.bayern.de>) gibt beispielsweise Hinweise dazu, bei welchen (fachbezogenen) Inhalten medienbezogene Kompetenzen im Unterricht thematisiert werden können, und deckt dabei verschiedene Gegenstandsbereiche (z. B. Prozesse und Algorithmen) digitaler Kompetenzen, sowie verschiedene Prozesse (z. B. Suchen und Verarbeiten) ab.

Unabhängig davon ist jedoch die fachliche Reflexion der Lehrkraft wichtig, um fach- und medienbezogene Ziele von Unterricht zu konkretisieren. Gerade im Bereich technisch-rechnerischer Tätigkeiten ist beispielsweise ein Ziel, dass Schüler:innen technische Systeme adaptiv nutzen können und Situationen identifizieren können, in denen es z. B. vorteilhaft sein kann, eine Gleichung mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms zu lösen statt mit Äquivalenzumformungen.

Letztlich gehen auch neue Perspektiven auf mathematische Konzepte mit diesen Werkzeugen einher. Tabellenkalkulationsprogramme nutzen eine ganz andere Schreibweise für Terme und Formeln als wir es sonst in der Mathematik gewohnt sind. Wenn wir geometrische Formen in GeoGebra konstruieren, dann zwingt uns das dazu, sehr strukturiert vorzugehen und die Konstruktionen Schritt für Schritt zu durchdenken. Und letztlich: Überhaupt mathematische Ausdrücke mit dem Computer zu schreiben ist – zumindest zu Beginn – durchaus eine Herausforderung.

Viele Systeme erfordern entweder die Verwendung von Formeleditoren oder sie nutzen eine Schreibweise, die sich an das mathematische Textsatzsystem *TeX* anlehnt. Alles dies sind zusätzliche mehr oder weniger drängende mathematische Lernbereiche, die mit der Nutzung digitaler Werkzeuge auf die Schule zukommen.

Vielfalt digitaler Werkzeuge
 Beispiele: Digitale Werkzeuge fachspezifisch nutzen

Beispiele aus dem LehrplanPLUS

Mittelschule MS: 6 Zufallsexperimente
 Die Schüler:innen und Lehrer:innen beschreiben und analysieren die Wahrscheinlichkeit, die eine bestimmte Farbe bei einem Würfeln (z. B. mit einem 12-farbigem Glücksrad) auftritt.

Realschule MS: 2 Vierecke
 Die Schüler:innen und Lehrer:innen konstruieren Vierecke sich in einem dynamischen Geometriesystem.

Gymnasium MS: 2 Funktionen und Terme
 Die Schüler:innen und Lehrer:innen erkennen Funktionen in sozialen und unternehmerischen Kontexten und beschreiben sie mit mathematischen Formeln und Diagrammen.

Gymnasium MS: 5 Laplace-Experimente
 Die Schüler:innen und Lehrer:innen beschreiben die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Ereignis bei einem Zufallsexperiment eintritt, und beschreiben die Ergebnisse in einem Tabellenkalkulationsprogramm, um die Wahrscheinlichkeit zu berechnen.

Folie 11

Einige Beispiele aus dem bayerischen Lehrplan illustrieren, dass die Schüler:innen in allen Schularten gezielt lernen sollen, mathematische Werkzeuge produktiv einzusetzen ...

- ...um mathematische Zusammenhänge zu explorieren (hier z. B. anhand einer Simulation der stochastischen Konvergenz der relativen Häufigkeit, mit dem Ziel einen tragfähigen Wahrscheinlichkeitsbegriff zu erarbeiten).
- ...um geometrische Objekte zu konstruieren, die dann dynamisch verändert und auf ihre Eigenschaften hin untersucht werden können.
- ...um algebraische Zusammenhänge zu visualisieren, hier beispielsweise, um den Funktionsbegriff zu fundieren.

- ...oder auch zur Auswertung von Daten, hier anhand eines Experiments zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten.



Folie 12

Zusammenfassend sehen wir, dass die Vielfalt digitaler Werkzeuge nicht nur unseren Blick verändert, *wie* die Schüler:innen Mathematik **lernen** sollen, sondern auch *was* sie lernen sollen und *in welcher Weise* sie mathematische Probleme angehen. Es geht darum, welche mathematischen Tätigkeiten Lernenden mit einem digitalen Werkzeug selbst durchführen – sowohl um daran zu **lernen** als auch um diese Tätigkeiten selbst immer wieder zum Lösen von Problemen anzuwenden.

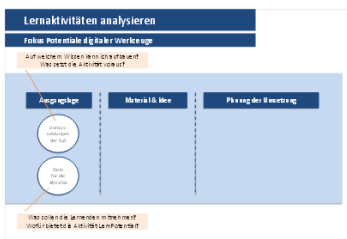
Lernaktivitäten analysieren



Folie 13

Die Vielfalt digitaler Werkzeuge und die damit erreichbaren bzw. verbundenen Ziele sollten unseren Blick darauf lenken, wie die Schüler:innen im Unterricht (mit oder ohne digitale Werkzeuge) lernen. Was ist wichtig, wenn wir über den Nutzen digitaler Werkzeuge für das Mathematiklernen nachdenken wollen?

In den DigitUS-Materialien werden wir den Fokus dabei häufig auf einzelne Aktivitäten legen, also Aufträge, die Lernende mehr oder weniger selbständig für eine begrenzte Zeit im Unterricht bearbeiten und deren Ergebnisse dann bestenfalls in einer gemeinsamen Diskussion weiter genutzt werden.



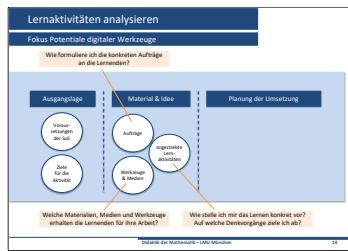
Folie 14

Dafür möchten wir Ihnen ein kleines Analyseschema an die Hand geben, das uns während der Fortbildungstage 2 bis 4 begleiten wird. Das Schema soll nur eine Hilfestellung sein, um nichts Wichtiges zu vergessen. Es ist weder ein umfassendes Planungsmodell für Unterricht noch müssen immer alle Teile berücksichtigt werden.

Zuerst sollte uns natürlich die Ausgangslage für eine Lernaktivität im Unterricht klar sein:

Was ist der fachliche Ausgangspunkt, wenn ich mit meinen Schüler:innen an dieser Aktivität arbeite? Welche Voraussetzungen, welches Vorwissen, aber auch welche medienbezogenen Kompetenzen – allgemeiner oder fachbezogener Art – bringen die Lernenden mit?

Wohin will ich mit dieser Aktivität? Welche *Ziele* sollen hier erreicht werden? Welche Einsichten sollen die Schüler:innen sich mit dieser spezifischen Aktivität erarbeiten? Wie ordnet sich das in die ganze Unterrichtsstunde oder den größeren Kontext einer längeren Lernsequenz ein? Welche Lernziele (fachlich und/oder medienbezogen) stehen im Vordergrund?



Folie 15

In einem zweiten Schritt geht es um das konkrete Material und die grundlegende Idee, wie das Arbeiten und Lernen der Schüler:innen in der Lernaktivität aussehen sollte.

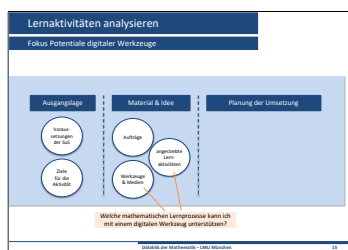
Zentral für die Frage, wie man die Aktivität konzipiert, sind dabei die angestrebten Lernaktivitäten: Wie sollen die Schüler:innen mit den Materialien arbeiten? Wie sollen sie lernen, beispielsweise indem Sie anhand der Aktivität selbst zu neuen Einsichten gelangen oder indem sie etwas nachvollziehen? Welche Gedankengänge sollten sich bestenfalls abspielen?

Werkzeuge und Medien spielen dabei eine zentrale Rolle: Welche Werkzeuge und Medien nutze ich für die Aktivität? Wie können diese die Lernprozesse, die ich mir vorstelle, unterstützen?

Was ist an deren Gestaltung besonders wichtig?

Um die Arbeit mit diesen Materialien zu fokussieren sind gute Arbeitsaufträge notwendig: Wie werden die Lernenden informiert und instruiert, damit sie wissen, was zu tun ist, wie das zu tun ist und warum sie das tun. Damit soll der konkrete (Mehr-)Wert der Aktivität für das eigene Lernen herausgestellt und darauf basierend die intensive Auseinandersetzung mit der Aktivität motiviert werden.

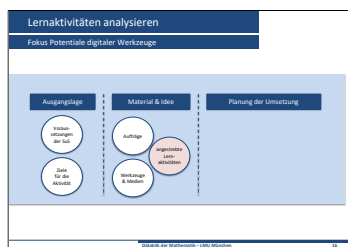
Später im Material werden wir uns noch ansehen, was wir für die Planung der Umsetzung beachten sollten. Jetzt geht es aber erst einmal um die Aufträge und Materialien.



Folie 16

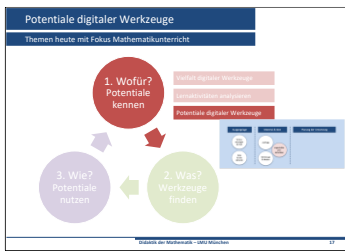
Besonders werden wir uns die Frage stellen, welche mathematischen Lernprozesse digitale Werkzeuge eigentlich unterstützen sollen bzw. können.

Potenziale digitaler Werkzeuge für das Mathematiklernen



Folie 17

Digitale Werkzeuge werden idealerweise vor allem dann für ein bestimmtes Ziel im Unterricht genutzt, wenn sie einen Mehrwert für das angestrebte fachliche Lernen mathematischer Konzepte und Arbeitsweisen aufweisen. Ein Mehrwert bedeutet dabei, dass das digitale Werkzeug eine fachliche Auseinandersetzung mit einem mathematischen Konzept oder einer Arbeitsweise ermöglicht, die potenziell zu Einsichten über das Konzept oder die Arbeitsweise führt, die ohne digitales Werkzeug nicht oder nur schwer erreichbar wären.



Folie 18

Das meinen wir mit den „Potenzialen“ digitaler Werkzeuge für das Mathematiklernen. Dabei ist der Inhalt der Lernaktivitäten im Unterricht zentral: Mit welchen fachlichen Fragen beschäftigen sich die Lernenden? Auf welche Weise soll ein digitales Werkzeug das Lernen der Schüler:innen unterstützen?

Sich Antworten auf diese Fragen zu überlegen, ist ein wichtiger Ausgangspunkt für die Nutzung digitaler Werkzeuge im Unterricht - auch wenn man dabei natürlich meist mitdenkt, welches Werkzeug man konkret einsetzen könnte. Zentral für die Planung ist, dass das intendierte digitale Werkzeug Potenziale bietet, die dem intendierten Ziel der Lernaktivität entsprechen.



Folie 19

Es gibt in der Literatur keine erschöpfende Zusammenstellung aller Potenziale digitaler Werkzeuge. Im Rahmen des DigitUS-Projekts haben wir aber eine Übersicht erstellt, die aus unserer Sicht zumindest die Bandbreite der verschiedenen Potenziale gut aufzeigt: Diese Übersicht erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, man könnte jeden Punkt auch noch weiter ausdifferenzieren und nicht alle Potenziale sind zwingend gleich zu gewichten.

- Digitale Werkzeuge können uns helfen mit den Lernenden *Phänomene zu erkunden*, die dann mit mathematischen Konzepten beschrieben werden - also zu verstehen, was mathematische Konzepte eigentlich bedeuten, welche realen Zusammenhänge sie beschreiben.
- Wir können sie nutzen, um *Zusammenhänge zu visualisieren* - zwischen verschiedenen Größen, aber z. B. auch zwischen verschiedenen Darstellungen eines Konzepts.
- Wir können digitale Werkzeuge nutzen, um die Lernenden zum *Argumentieren, Kommunizieren oder zum Zusammenarbeiten anzuregen* - sowohl indem wir digitale Werkzeuge als Diskussionsmedien nutzen, aber auch indem wir Diskussionsanlässe nutzen, die sie liefern.
- Digitale Werkzeuge können Lernenden helfen *Informationen zu recherchieren* und diese dann für eigene Problemlöseprozesse zu nutzen bzw. für das eigene Lernen aufzubereiten.
- Sie können besonders bei komplexen Anforderungen von *technischen Tätigkeiten entlasten*, wenn beispielsweise nicht jede Rechnung per Hand gelöst werden muss.
- Sie können dazu dienen, die *Ideen* der Lernenden bzw. die Ergebnisse einer Gruppendiskussion *effizient und strukturiert zu sammeln und zu präsentieren*.
- Und nicht zuletzt können digitale Werkzeuge dazu genutzt werden, um *Übungsaktivitäten* anzuregen und Lernenden insbesondere *Feedback* zu ihrem Lernfortschritt zu geben.

Überblick über die illustrierenden Lernaktivitäten

Material Zu den Potenzialen gibt es illustrierende Lernaktivitäten, die in einem [Überblick](#) zusammengefasst sind.

Beispiel zum Potential: Phänomene erkunden

Potentiale digitaler Werkzeuge
Welches Werkzeug? Wofür?

Zum Merken

- Mathematische Konzepte beschreiben konkrete Phänomene.
- Diese können innerhalb des Mathematiklages oder außerhalb der Mathematik.
- Sie sollten für die Schüler:innen und Schüler zugänglich und erfahrbar sein.
- Die Phänomene selbst, was ein mathematisches Konzept beinhaltet.
- Digitale Werkzeuge können es Schüler:innen und Schülern erlauben Phänomene selbst zu erkunden.
- Das kann zusätzliche Arbeitsaufgabendarstellung für die Erarbeitung mathematischer Konzepte zu helfen.

Überlegen Sie anhand des Beispiels, wie das Potential „Phänomene erkunden“ in dieser Aktivität umgesetzt wird. Inwiefern unterstützt das digitale Medium?

BRUNNEN

Folie 20

Mathematische Konzepte sind i. d. R. dazu gedacht, Phänomene – im ganzen Spannungsfeld zwischen „realer Welt“ und „innerhalb der Mathematik“ – systematisch zu beschreiben und greifbar zu machen. Neue mathematische Begriffe einzuführen, setzt also voraus, dass Schüler:innen gewisse Erfahrungen mit mindestens einem Phänomen haben, das zu einem Konzept gehört – und später ggf. weitere Erfahrungen mit anderen Phänomenen, um das Konzept in seiner ganzen Breite kennen zu lernen.

Digitale Werkzeuge können genutzt werden, um Lernenden die Interaktion mit mathemathhaltigen Phänomenen zu ermöglichen. Beispielsweise kann eine Simulation es ermöglichen, Zufallsphänomene zu beobachten, mit einem digitalen Arbeitsmittel zu arbeiten (z. B. eine digitale Stellenwerttafel, ein digitales Prozentband, oder eine digitale Darstellung ganzer Zahlen als Guthaben und Schulden) oder mathematische Netze zusammenzustellen und zu prüfen, ob sie sich zu einem Körper zusammenfallen lassen.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel zum Potential: Zusammenhänge visualisieren

Potentiale digitaler Werkzeuge
Welches Werkzeug? Wofür?

Zum Merken

- Mathematisches Verständnis besteht oft darin Zusammenhänge zu erkennen und zu nutzen, z. B. wie sich die Größe einer Funktion ändert, wenn man einen Wert im Funktionskennwert ändert oder wie sich der Flächeninhalt eines Quadrats ändert, wenn man die Seitenlänge verdoppelt.
- Solche Zusammenhänge lassen sich oft anhand von geeigneten Visualisierungen untersuchen, erkennen und beschreiben.

Überlegen Sie anhand des Beispiels, wie das Potential „Zusammenhänge visualisieren“ in dieser Aktivität umgesetzt wird. Inwiefern unterstützt das digitale Medium?

BRUNNEN

Folie 21

Die vollständige Bedeutung mathematischer Konzepte und Verfahren erschließt sich oft erst, wenn sie in verschiedenen Darstellungen „gesehen“ oder aufgezeigt werden können und auch die Zusammenhänge zwischen diesen Darstellungen bekannt sind. Beispielsweise ist die Steigung einer linearen (bzw. proportionalen Funktion) im Funktionsterm erkennbar (die Zahl vor der Variable x in der symbolischen Normalform), im Graphen (als Verhältnis von Längen im Steigungsdreieck), in der Wertetabelle (als Zunahme der Funktionswerte, zwischen Stellen mit Abstand Eins bzw. Quotient der Wertepaare) oder in realen funktionalen Zusammenhängen, die mit der Funktion beschrieben werden können (z. B. Preis pro Liter o.ä.). Solche Zusammenhänge lassen sich besonders gut mit „verknüpften“ Darstellungen analysieren, bei denen eine Änderung der einen Darstellung direkt die entsprechende Veränderung der anderen Darstellungen bewirkt.

Aber auch sogenannte „operative Zusammenhänge“ zwischen verschiedenen Größen (z. B. wie verändert sich der Oberflächeninhalt einer Kugel, wenn man den Radius verdoppelt, verdreifacht, ...) lassen sich anhand von Graphen, Tabellen und anderen Darstellungen mit digitalen Werkzeugen untersuchen.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel zum Potential: Argumentation, Kommunikation und Kooperation anregen

Folie 22

Argumentieren und kommunizieren sind als prozessbezogene Kompetenzen ein Ziel von Mathematikunterricht. Beide Aktivitäten können aber auch die vertiefte Verarbeitung von Informationen anregen und insbesondere den Aufbau von konzeptuellem Wissen unterstützen. Kooperation – richtig eingesetzt und angeregt – wiederum hat das Potenzial diese Argumentations- und Kommunikationsprozesse noch reichhaltiger zu gestalten. Argumentieren umfasst auch das Prüfen von Vermutungen oder das Nachvollziehen und Prüfen von Begründungen. Kommunizieren kann das Beschreiben von Lösungstechniken umfassen, aber auch das präzise Formulieren von Eigenschaften oder Definitionen eines Begriffs oder einer mathematischen Aussage.

Digitale Werkzeuge können zunächst Medium dieser Argumentations- und Kommunikationsprozesse sein und in diesem Zusammenhang auch die Möglichkeit zum effizienten kooperativen Austausch bieten. Weiterhin können Beobachtungen an digitalen Werkzeugen auch Argumentationsanlass sein, z. B. warum eine Formel (mit relativen Bezügen) in einer Tabellenkalkulation manchmal das falsche Ergebnis liefert, wenn sie an eine andere Stelle kopiert wird oder warum das Ergebnis des Taschenrechners bei der Division $1:6$, wenn man es wieder neu eingibt und mit 6 multipliziert, eben nicht 1 ergibt, sondern etwas mehr (und warum sich die Abweichung zwischen Taschenrechnern unterscheidet).

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel zum Potential: Informationen suchen und verarbeiten

Folie 23

Nicht alle Inhalte des Mathematikunterrichts können bzw. müssen von den Lernenden selbst und eigenaktiv nach-entdeckt werden. An bestimmten Stellen bietet es sich allerdings an, dass Lernende sich eigenaktiv mit vorgegebenen Informationen beschäftigen. Dies bietet sich beispielsweise an, wenn verschiedene Perspektiven auf einen Inhalt verglichen werden sollen (z. B. verschiedene Definitionsmöglichkeiten für eine bestimmte Vierecksform oder verschiedene Strategien zum Lösen eines Problemtyps wie z. B. eines linearen Gleichungssystems). In solchen Fällen können Informationen von den Lernenden in einem ersten Schritt auch selbst gesucht und verarbeitet werden. Ein wesentlicher Schritt dabei ist das Bewerten der gefundenen Informationen auf ihre Verlässlichkeit. Aber auch darüber hinaus ist es wichtig, dass die Lernenden zur aktiven Verarbeitung (konstruktiv oder interaktiv im Sinne des ICAP-Modells) der Informationen angeregt werden – z. B. durch selbst geschriebene (oder eingesprochene) Erklärungen oder Vergleiche verschiedener Perspektiven. Hier können digitale Werkzeuge auch dazu dienen die Originalinformation und die eigenen

Erklärungen zu kombinieren, z. B. durch die Kommentarfunktionen in Textverarbeitungssystemen.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel zum Potential: Technische Tätigkeiten entlasten

Potentiale digitaler Werkzeuge
Welches Werkzeug? Wofür?

Technische Tätigkeiten entlasten

- Mathematische Rechenregeln und Verfahren zu beherrschen ist ein wichtiges Ziel des Unterrichts.
- Bei schwierigen Themen können aufwendige Rechenwege und Probleme bei Verfahren jedoch auch sportlicheren Themen abstrahieren.
- Technische Tätigkeiten an digitale Systeme auszulagern.
 - erlaubt es parallel auch Probleme zu lösen, die über den aktuellen Stoff hinausgehen.
 - kann bei der Anwendung von neuen Inhalten entlasten.
 - kann den Fokus auf die Analyse von Strukturen (z. B. Verändern von Aufgaben und Ergebnissen) richten.
 - kann den Fokus auf die Analyse und den Vergleich von Rechenverfahren lenken.

Überlegen Sie anhand des Beispiels, wie das Potential „Technische Tätigkeiten entlasten“ in dieser Aktivität umgesetzt wird. Inwiefern unterstützt das digitale Medium?

Folie 24

Technische Fertigkeiten zum Lösen bestimmter Problemtypen (z. B. Gleichungen lösen, Schrägbilder zeichnen, oder Berechnungen) sind ein wesentliches Ziel von Mathematikunterricht. Allerdings können diese Tätigkeiten, wenn sie noch nicht ausreichend automatisiert sind, sehr aufwändige Denkprozesse erfordern und komplexere Problemlöseprozesse behindern. Beispielsweise können rechenintensive Verfahren bei Modellierungsaufgaben kognitive Kapazitäten binden, die die Lernenden eigentlich für eine gezielte Reflexion ihres Modells und der darin enthaltenen Annahmen bräuchten. Außerdem können diese technischen Tätigkeiten in Lernsituationen genau die konstruktiven und interaktiven Verarbeitungsprozesse überdecken und einschränken, die eigentlich lernwirksam wären.

Hier können digitale Werkzeuge genutzt werden, um den Lernenden diese technischen Tätigkeiten (temporär) abzunehmen. So bleiben bestenfalls ausreichende Kapazitäten für die eigentlich im Zentrum stehenden mathematischen Lern- und Problemlöseprozesse.

Selbstverständlich sollten Lernende stets in der Lage sein, derartige technische Anforderungen eigenständig bewältigen zu können. Je nach Lernsituation bzw. Lernziel sollte aber reflektiert werden, welche Vorgehensweise (z. B. „Kopfrechnen“, schriftliches Rechnen oder der Einsatz technischer Werkzeuge) am effizientesten ist.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel zum Potential: Präsentieren, Strukturieren, Produzieren

Potentiale digitaler Werkzeuge
Welches Werkzeug? Wofür?

Präsentieren, Strukturieren, Produzieren

- Digitale Werkzeuge können helfen Mathematische Inhalte übersichtlich aufzubereiten.
- Anwendungen zur Darstellung mathematischer Strukturen und Inhalte zu nutzen ist ein Ziel von Mathematikunterricht im Bereich der digitalen Werkzeuge.
- Digitale Werkzeuge können helfen mathematische Strukturen darzustellen... und die Darstellung selbst ein Arbeit immer wieder neu anzupassen.
- Sie erlauben es, Produkte zu entwerfen und immer weiter bis zu einem „korrekten“ Ergebnis zu optimieren.
- Mit diesen Entwürfen lassen sich Fehler sowohl als Lerngelegenheit nutzen, als auch (anschließend) „arbeiten“ korrigieren.

Überlegen Sie anhand des Beispiels, wie das Potential „Präsentieren, Strukturieren, Produzieren“ in dieser Aktivität umgesetzt wird. Inwiefern unterstützt das digitale Medium?

Folie 25

Kommunikation über die Unterrichtsinhalte ist ein wesentlicher Teil des Unterrichtsprozesses, da verschiedene Perspektiven der Lernenden auf den Inhalt abgeglichen, systematisiert und ggf. auch korrigiert werden können. Die Teilhabe an einer solchen Kommunikation – im Unterricht und darüber hinaus – erfordert von den Lernenden ihre Gedanken so klar und präzise wie möglich zu kommunizieren. Anwendungen, mit denen mathematische Inhalte strukturiert und übersichtlich dargestellt werden können, können dabei eine Hilfe sein (z. B. Formeleditoren, MindMapping-Programme, 3D-Software, ...).

Auf der anderen Seite kann aber genau dies zu einer tieferen Verarbeitung der Inhalte führen, da die Lernenden eben ihr eigenes Verständnis der Inhalte „auf den Punkt“ bringen müssen. Digitale

Werkzeuge können hier ein Hilfsmittel sein, um mathematische Inhalte zu strukturieren und übersichtlich darzustellen. Sie erlauben es Darstellungen als „Produkte“ zu entwerfen und immer weiter zu optimieren, bis sie die wesentlichen Aspekte des Inhalts korrekt aufzeigen. Damit eröffnen sie insbesondere auch die Möglichkeit, Fehler als Lerngelegenheit zu nutzen, bevor sie dann „spurlos“ korrigiert werden können.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel zum Potential: Übung anregen, Feedback geben

Potenziale digitaler Werkzeuge
 Welches Werkzeug? Wofür?

Übung anregen, Feedback geben

Übung, aber Wissen zu festzulegen („Lesen“) und Fertigkeiten erlangen ist ein wesentliches Ziel von Mathematikunterricht.

- Digitale Lernangebote können bei bestimmten Inhalten die Anzahl der Übungsgelegenheiten substantiell erhöhen.
- Nach oder weniger reichhaltige Feedback kann die Lernprozesse beim Üben substantiell verbessern.
- (Nach und nach) adaptive Systeme können Übungsgelegenheiten auf das individuelle Niveau des Lernenden anpassen.

Überlegen Sie anhand des Beispiels, wie das Potential „Übung anregen, Feedback geben“ in dieser Aktivität umgesetzt wird. Inwiefern unterstützt das digitale Medium?

Materialien des Mathematikunterrichts – UFM München

Folie 26

Wissen zu konsolidieren ist ein zentraler Teil jedes Mathematikunterrichts. Dazu gehört das Vertiefen und Vernetzen von Wissen und das (weitere) Verknüpfen verschiedener Darstellungen genauso wie das Automatisieren von Fertigkeiten und die Arbeit an der Allgemeinheit der Wissensbausteine. Herausforderungen dabei sind unter anderem, eine ausreichende Menge an Übungsgelegenheiten anzubieten, diese auf den aktuellen Stand der Lernenden zuzuschneiden sowie lernförderliche Rückmeldungen zu geben. Digitale Übungssysteme können Übungsaufgaben teilweise sehr effizient automatisch generieren, diese ggf. sogar auf die Lernenden individuell zuschneiden, im Fall von Fehlern weitere Hilfestellungen (mehr oder weniger adaptiv) anbieten oder sogar Lernende bei der Vertiefung oder Korrektur ihres Wissens begleiten (sog. kognitive Tutoren).

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Arbeitsauftrag „Potenziale digitaler Werkzeuge“

Potenziale digitaler Werkzeuge
 Welches Werkzeug? Wofür?

Thema	Fachspezifische Potenziale digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht kennen lernen.
Aufgabe	<ul style="list-style-type: none"> • Betrachten Sie eines der vorher genannten „Potenziale“ digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht. Erarbeiten Sie sich anhand der Kurzbeschreibung, was mit diesem Potential gemeint ist. • Machen Sie sich mit dem Beispiel vertraut, das zu diesem Potential unter dem QR-Code verlinkt ist. • Können Sie fest, wie das jeweilige Potential im Beispiel umgesetzt wird. Inwiefern unterstützt das digitale Medium? • Wo könnte man die Aktivität verändern, das das Potential noch besser umgesetzt wird?
	Nutzen Sie gerne die verlinkte Vorlage .

Materialien des Mathematikunterrichts – UFM München

Folie 27

Dieser Arbeitsauftrag zielt darauf ab, dass teilnehmende Lehrkräfte sich mit einzelnen Potenzialen anhand von Beispielen auseinandersetzen.

Möglicher Ablauf:

1. Ein Potenzial z. B. in einer Zweiergruppe anhand des Beispiels bearbeiten lassen.
2. Vorstellung und Diskussion der Potenziale (allgemein und am Beispiel) in der Gesamtgruppe.
3. Nicht bearbeitete Potenziale ggf. in restlicher Zeit oder in Eigenarbeit bearbeiten.

Material [Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Phase 5: Digitale Werkzeuge auswählen

Ziele Die Lehrkräfte tauschen sich über verschiedene Möglichkeiten aus, wie geeignete digitale Werkzeuge für den Unterricht gefunden werden können. Sie beschreiben unterschiedliche digitale Werkzeuge, die für eine Unterrichtsaktivität genutzt werden können und analysieren sie unter Berücksichtigung der Passung von Werkzeug und Lernziel.

Take-Home-Message:

Es gibt eine Fülle an digitalen Werkzeugen für das Lernen im Mathematikunterricht. Eine gemeinsame Datenbank als Lerngemeinschaft kann helfen, passende Werkzeuge für die jeweilige Schulsituation auszutauschen. Ein Basis-Check kann helfen, aus der Fülle von Werkzeugen, geeignete Kandidaten auszuwählen.

Material [Folien](#)
[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)
[Datenbank digitaler Werkzeuge: moodle-Sicherung](#) und [csv-Datei](#)

Mögliche Aufgaben Einarbeiten in ein (neues) digitales Werkzeug für die gemeinsam zu planende Lernaktivität; gegenseitiges Vorstellen der Werkzeuge

Zusammenfassung In dieser Phase soll es um die Auswahl digitaler Werkzeuge gehen. Gerade in dieser Phase ist es wichtig, auf den individuellen Stand der Lerngemeinschaft einzugehen. Der erste Schritt ist einen Austausch darüber zu initiieren, wo digitale Werkzeuge zu finden sind. Je nach Vorerfahrung verfügt ein Teil der Lehrkräften womöglich über eigene Sammlungen, welche natürlich gerne aufgegriffen werden dürfen.

Um die große Fülle digitaler Werkzeuge zu reduzieren, gibt es im mebis-Kurs der Lerngemeinschaft eine Datenbank digitaler Werkzeuge. Diese ist nicht als vollständig zu verstehen, sondern soll eine Basis bieten, sie darf und soll aber auch gerne im Laufe der Lerngemeinschaft erweitert und angepasst werden.

Für die Auswahl der digitalen Werkzeuge werden zwei Aspekte vorgestellt: ein Basis-Check und die Passung des Werkzeugs zum Lernziel und den geplanten Lernaktivitäten. Der Fokus sollte für die Lerngemeinschaft zunächst stark auf der Passung liegen. Dazu soll das gemeinsame Thema für eine kommende Unterrichtseinheit (an Fortbildungstag 1 festgelegt, siehe Seite 12) genutzt werden, um für diese ein Werkzeug auszuwählen (aus der Datenbank oder ein eigenes) und damit gemeinsam (je nach Größe der Gruppe auch in Teilgruppen), ausgehend von den mitgebrachten Stundenentwürfen eine Lernaktivität zu konzipieren. Dabei soll sowohl die Passung des Werkzeugs zu dieser Lernaktivität als auch sein Potenzial (vgl. Phase 4, s. o.) bedacht werden.

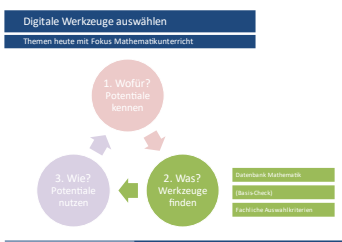
Ausführliche Darstellung der Phase 5: Digitale Werkzeuge auswählen

Digitale Werkzeuge für mathematische Lernprozesse auswählen



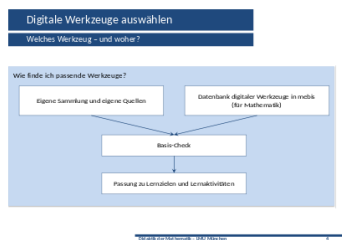
Folie 1

Im letzten Abschnitt haben wir uns damit beschäftigt *wofür* oder auch *warum* man ein bestimmtes digitales Werkzeug im Mathematikunterricht eigentlich einsetzen könnte und welchen Zweck es für das Lernen der Schüler:innen entfalten kann. Nun soll es dann darum gehen, was uns bei der *Auswahl* digitaler Werkzeuge aus fachdidaktischer Sicht leiten kann. Im darauffolgenden dritten Teilabschnitt fokussieren wir dann darauf, **wie** das Potential eines digitalen Werkzeugs im Unterricht unterschiedlich genutzt wird.



Folien 3-4

Wie kommt man nun an „gute digitale Werkzeuge“ für den Mathematikunterricht? Es gibt natürlich unzählige Quellen im Internet, aus denen man digitale Werkzeuge für seinen Unterricht herausuchen kann. Aber genau diese Fülle ist oft auch ein Problem. Wie soll man sich zurechtfinden? Und dann sind die Gegebenheiten ja auch an jeder Schule etwas anders.



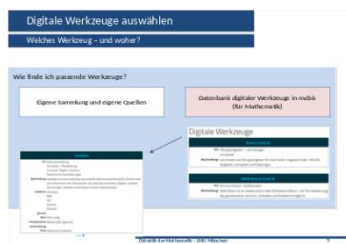
Folie 5

In DigitUS möchten wir die Lerngemeinschaften dazu ermuntern einerseits ihre eigenen „Lieblingswerkzeuge“ zu nutzen und in die Lerngemeinschaft einzubringen. Darüber hinaus stellen wir Ihnen eine kleine Datenbank zur Verfügung, in der bereits eine erste Auswahl von Werkzeugen für den Mathematikunterricht hinterlegt ist. Wichtiger als die Frage nach dem konkreten Werkzeug ist in DigitUS aber die Frage nach dem *Wofür* und dem *Wie*. Deshalb haben wir diesen Abschnitt bewusst etwas knapper gehalten.

Hat man ein Werkzeug als „Kandidaten“ für die generelle Nutzung an einer Schule oder für eine bestimmte Unterrichtseinheit identifiziert, so gibt es erst einmal einige (eher fächerübergreifende) Basiskriterien, die man prüfen wird. Von zentraler Bedeutung ist aus unserer Sicht *genau* darauf zu schauen was die digitalen Werkzeuge für das Lernen an der jeweiligen Schule im Allgemeinen und dann für eine bestimmte Unterrichtssituation im Mathematikunterricht beitragen können.

Wir möchten die Lerngemeinschaften einladen, diese Aspekte für ausgewählte Unterrichtsstunden zu diskutieren, z. B. für eine Stunde, die zwischen dem 2. und 3. Fortbildungstag stattfinden wird.

Datenbank digitaler Werkzeuge als Tool für eine schulinterne Lerngemeinschaft



Folie 6

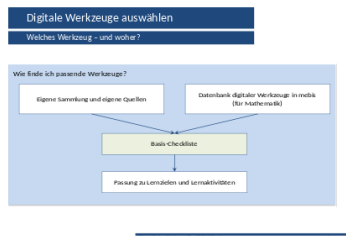
Teil des DigitUS-Materials ist eine Datenbank, die man in gängige Moodle-Systeme (in Bayern z. B. mebis) importieren kann. Dazu muss zuerst die Datenbank als Aktivität importiert werden, und dann die initialen Daten in diese Datenbank.

In die Datenbank haben wir Anfangs absichtlich sowohl Werkzeuge aufgenommen, die fast nur für den Mathematikunterricht genutzt werden, als auch solche, die man breiter einsetzen kann. Stöbern Sie zunächst gerne ein wenig in der Datenbank. Sie können darin Werkzeuge nach verschiedenen Merkmalen suchen, aber auch eigene Werkzeuge selbst neu aufnehmen. Diese Datenbank hat weder den Anspruch alles Wichtige abzudecken, noch kann sie am Anfang der Arbeit eine optimale Auswahl für die spezifischen Bedingungen der jeweiligen Schule darstellen.

Die Datenbank ist eher als Tool für die Arbeit in der Lerngemeinschaft gedacht. Sie soll ein Werkzeug sein, um eine eigene Sammlung an Werkzeugen anzulegen, die auf die besonderen Gegebenheiten Ihrer Schule zugeschnitten sind.

Diese Sammlung kann die Lerngemeinschaft dann natürlich auch weiteren Kolleg:innen Ihrer Schule zur Verfügung stellen. Gerade der Austausch über diejenigen Werkzeuge, die an Ihrer der jeweiligen Schule besonders intensiv eingesetzt werden, soll auch im fachlichen Teil der Lerngemeinschaften angeregt werden.

Basis-Checkliste für digitale Werkzeuge



Folie 7

Nun aber sehr kurz zu einigen Punkten mit denen man ein bestimmtes Werkzeug im Rahmen eines Basis-Checks prüfen kann.

Digitale Werkzeuge auswählen	
Basis-Checkliste zur Analyse digitaler Werkzeuge	
Attraktivität	<ul style="list-style-type: none"> ▶ einfache Nutzbarkeit ▶ motivational wirksame Elemente ▶ klare Anweisungen und Zielsetzung
Inhalt	<ul style="list-style-type: none"> ▶ relevant? ▶ umfassend? ▶ korrekt?
Methodik	<ul style="list-style-type: none"> ▶ flexibel einsetzbar ▶ basiert auf Zielgruppe ▶ stabile Umsetzung ▶ klar dokumentiert
Rechtliches	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Copyright ▶ Datenschutz ▶ Kosten

Folie 8

Natürlich wird man darauf achten, dass das Werkzeug niederschwellig nutzbar und auch für die Lernenden auch in irgendeiner Weise attraktiv ist. Klare Anweisungen und Zielsetzungen sind dabei hilfreich, ggf. müssen diese aber im Unterricht durch gute Arbeitsaufträge noch nachgeliefert werden. Inwiefern der Inhalt wirklich umfassend dargestellt ist, wird je nach Einsatz mehr oder weniger wichtig sein. Zentral ist natürlich, dass das, was mit dem Werkzeug gemacht werden kann, für das Lernen relevant ist, und dass die fachlichen Zusammenhänge auf dem Niveau der Lernenden korrekt, möglichst präzise und kohärent dargestellt werden.

Methodische Kriterien sind oft ein grundlegender Punkt: Kann ich das Werkzeug flexibel und schnell einsetzen, läuft es stabil und auf

Phase 5: Digitale Werkzeuge auswählen

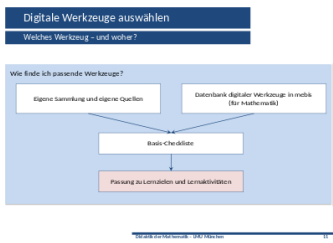


Folien 9-11

allen Geräten der Schüler:innen? Weiß jede:r wie damit umzugehen ist? Außerdem sind auch die rechtlichen und finanziellen Bedingungen zu beachten, die an anderen Stellen der DigitUS-Materialien diskutiert werden: Copyright, Datenschutz, Kosten.

Viele dieser Kriterien hängen stark von den Gegebenheiten der jeweiligen Schule ab, und deshalb ist eine Lerngemeinschaft der richtige Ort, um zu diskutieren welche Werkzeuge für Sie nach diesen eher übergreifenden Kriterien besonders geeignet sind. Hier ist es sicher gut, wenn die Lerngemeinschaft sich (ggf. für die ganze Schule) auf eine gewisse Bandbreite von Werkzeugen einigt, die über die Fächer hinweg bzw. spezifisch im Mathematikunterricht eingesetzt werden. Dieser Fundus kann am Anfang durchaus klein sein, und dann basierend auf Ihren Erfahrungen mit Hilfe der Datenbank kontinuierlich ausgebaut werden.

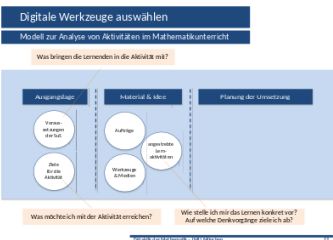
Digitale Werkzeuge passend zu den Lernzielen wählen



Folie 12

Auch wenn klar ist, welche Werkzeuge sich prinzipiell für den Einsatz an einer Schule eignen, stellt sich dennoch für jede Lernaktivität die Frage, ob bzw. wie sie zu den Lernzielen und geplanten Lernaktivitäten passen. Kurz: Welches Potential hat ein bestimmtes Werkzeug für das Mathematiklernen Ihrer Schüler:innen in der jeweiligen Lernaktivität? Wie so ein Potential aussehen kann, wurde in Phase 4 anhand von Beispielen thematisiert.

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 13

Um diese Passung zu analysieren haben wir bereits dieses Analysemodell vorgestellt. Dabei stehen z. B. die folgenden Fragen im Vordergrund: Was bringen die Lernenden in Ihre Aktivität mit? Welcher Lernzuwachs bzw. welche Einsicht soll mit der Aktivität erreicht werden? Wie stellen Sie sich das Lernen konkret vor? Auf welche Denkvorgänge soll die Aktivität abzielen?

Werkzeug	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GeoGebra	5	4	3	2	1					
Desmos	4	3	2	1						
...

Aufgabe: Arbeiten Sie (in Einzel- oder Partnerarbeit) auf Grundlage ihrer im Vorfeld hochgradigen Planung in der Planung der „Stunde 1“ weiter, indem Sie eines der Werkzeuge aus der Datenbank weiterfolgt ausprobieren: ...

Folie 14

Optimal wäre es, wenn die Lerngemeinschaft nun gemeinsam ein oder mehrere digitale Werkzeuge für eine demnächst anstehende Unterrichtseinheit aussuchen würden. Der exemplarische Arbeitsauftrag auf der Folie zielt genau darauf ab.

Material [Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Phase 6: Digitale Werkzeuge nutzen

Ziele Die Lehrkräfte können das ICAP- und SAMR-Modells anhand von fachspezifischen Beispielen beschreiben und die eigene Unterrichtsplanung mithilfe dieser Modelle reflektieren.

Take-Home-Message:

Der Beitrag eines digitalen Mediums zum Lernprozess hängt entscheidend von seiner Implementation ab. Besonders vielversprechend ist dabei der Einsatz zur individuellen Konstruktion von Lerninhalten und zur Interaktion mit anderen Lernenden. Der Einsatz von digitalen Medien unterscheidet sich zudem darin, ob das Medium als Ersatz eines analogen Mediums verwendet wird oder ob durch den Einsatz des Mediums der Lernprozess verändert bzw. neue Lernprozesse ermöglicht werden.

Material [Folien](#)
[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Mögliche Aufgaben (Fortführung der) Planung einer Unterrichtsaktivität mit digitalen Medien und Reflexion der Planung auf Basis der behandelten Modelle

Zusammenfassung In dieser Phase sollen zwei Modelle erarbeitet werden, anhand derer der Einsatz digitaler Medien im Unterricht beurteilt werden kann. Das ICAP-Modell (Chi & Wylie, 2014) ist in seinen Grundzügen schon aus dem ersten Fortbildungstag bekannt. Mit diesem Modell können die Lernaktivitäten der Lernenden bezüglich des Aktivierungsniveaus – auch bei der Nutzung digitaler Werkzeuge – eingeschätzt werden. Dabei werden vier Stufen (passiv, aktiv, konstruktiv und interaktiv) unterschieden, wobei zumindest den zwei letztgenannten ein höherer Lernerfolg durch eine tiefere Verarbeitung der Inhalte zugesprochen wird. Mit Hilfe des SAMR-Modells (Puentedura, 2006) kann der mögliche Mehrwert eines digitalen Medieneinsatzes charakterisiert werden. Das digitale Medium kann zum einen den Ersatz für ein analoges Medium darstellen. Zum anderen kann das digitale Medium (im Vergleich zu einem analogen Medium) den Lernprozess funktional verbessern, verändern oder sogar komplett neue Lernprozesse ermöglichen.

Zentral für diese Phase ist, die in der Phase zuvor angefangene Planung einer Lernaktivität fortzusetzen und die beiden Modelle zur Reflexion der eigenen Planung zu nutzen. Wenn die Phase 5 ausgelassen wurde, müssen die ersten Schritte des Planungsmodells zur Ausgangslage und Material zusätzlich bearbeitet werden (vgl. Arbeitsauftrag Phase 5).

Ausführliche Darstellung der Phase 6: Digitale Werkzeuge nutzen

Potenziale digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht nutzen



Folie 1

Potenziale digitaler Werkzeuge
Themen heute mit Fokus Mathematikunterricht



Folie 3

Nicht jedes digitale Werkzeug, das im Mathematikunterricht eingesetzt wird, trägt dazu bei wirksamen Mathematikunterricht zu gestalten. In den vorherigen Abschnitten ging es darum welches Potenzial digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht haben kann, und was bei der Auswahl eines digitalen Werkzeugs beachtet werden sollte. Ein Werkzeug mit noch so großem Potenzial nutzt jedoch nichts, wenn dieses Potenzial nicht genutzt wird. In diesem Abschnitt soll es nun konkret darum gehen, wie ein digitales Werkzeug im Mathematikunterricht eingesetzt wird.

Dass dies sehr unterschiedlich aussehen kann, möchten wir anhand zweier Modelle für das Fach Mathematik illustrieren und konkretisieren: Dem SAMR-Modell und dem ICAP-Modell, die in früheren Abschnitten der DigitUS-Materialien bereits vorgestellt wurden.

SAMR-Modell: Digitale Werkzeuge mit Mehrwert für das fachliche Lernen

Folie 4

Zunächst einmal geht es darum, wie groß der Mehrwert des digitalen Werkzeugs für fachliche Lernprozesse ist. Ein digitales Werkzeug kann einen mehr oder weniger großen Beitrag dazu leisten die Lernprozesse der SchülerInnen wirklich zu unterstützen. Das SAMR-Modell soll genau das leisten.

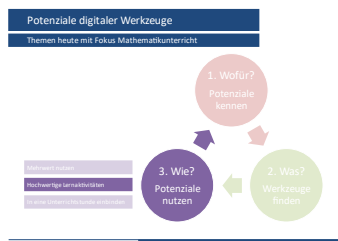
Angenommen es geht darum, den Funktionsterm einer proportionalen Funktion aus ihrem Graphen ablesen zu können. Dann wäre das digitale Medium nur ein *Ersatz* für eine analoge Lernaktivität, wenn Sie den Lernenden Aufgaben, die man auch ohne digitales Medium bearbeiten kann, weitgehend unverändert über eine digitale Plattform zur Verfügung stellen.

Eine *Verbesserung* läge beispielsweise vor, wenn die digitale Plattform Lösungen als richtig oder falsch bewertet und ggf. sogar die Möglichkeit bietet Tipps einzublenden. Dieses Feedback könnte man auch ohne digitale Werkzeuge umsetzen. Für die Lernenden einfacher und schneller geht es wahrscheinlich mit einer digitalen Plattform.

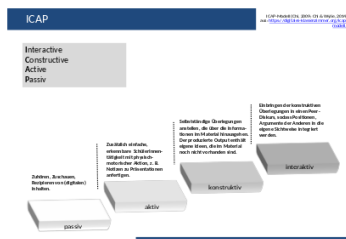
Von einer *Modifikation* könnte man beispielsweise sprechen, wenn Sie ein digitales Arbeitsblatt einsetzen, anhand dessen die Lernenden den Zusammenhang zwischen Steigung und Lage des Graphen zunächst selbst explorieren können. Sie formulieren Regeln dazu, wie man anhand der Lage des Graphen den Faktor möglichst genau beschreiben kann und gleichen die Vorschläge verschiedener Gruppen miteinander ab.

Eine *Neubelegung* könnte beispielsweise so aussehen, dass die Lernenden auch Tabellenkalkulationsblätter erstellen, mit denen die Steigung berechnet werden kann. Bestenfalls erlauben diese eine Berechnung mit verschiedenen Angaben, die aus dem Graphen abgelesen werden können (z. B. vollständige oder teilweise Koordinatenangaben von Punkten auf dem Graphen, horizontale oder vertikale Abstände der Punkte).

ICAP-Modell: Hochwertige Lernaktivitäten für das fachliche Lernen



Folie 5



Folie 6

Auf digitale Werkzeuge greifen Sie entweder zurück, weil sie einen spezifischen Beitrag für das Lernen der SchülerInnen leisten, oder weil sie die Organisation des Lernens erleichtern. Beides sind sinnvolle Gründe. Wenn es Ihnen um den Beitrag digitaler Medien für das *Lernen* geht, dann geht es ganz klar um die Lernaktivitäten, zu denen sie diesen Beitrag leisten.

Diese kann man beispielsweise anhand des ICAP-Modells beschreiben, das bereits an anderer Stelle der DigitUS-Materialien eingeführt wurde. ICAP steht für Interactive, Constructive, Active und Passive und beschreibt unterschiedlich reichhaltige Lernaktivitäten.

Passive Lernaktivitäten zeichnen sich dadurch aus, dass Lernende im Wesentlichen Informationen aufnehmen, ohne dass die Lernaktivität dazu auffordert diese (aktiv) zu nutzen oder (konstruktiv) weiter zu verarbeiten. Ein Beispiel wäre, einer anderen Person zuzuhören, die etwas vorträgt oder erklärt.

Aktive Lernaktivitäten gehen darüber hinaus, indem sie Lernende auffordern wenigstens aktiv zu handeln (z. B. Notizen zu machen oder vorgegebenen Anweisungen zu folgen). Sie beschränken sich aber darauf, die vorgegebenen Informationen so zu verarbeiten, wie sie sind, ohne sie in irgendeiner Form selbst anzureichern.

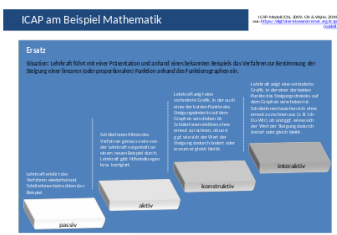
Selbst weitere Informationen zu generieren, z. B. durch eigene Überlegungen, Perspektiven, Formulierungen oder Darstellungen, die (substanziell) über die in der Lernaktivität enthaltenen Informationen hinausgehen, zeichnet *konstruktive Lernaktivitäten* aus. Zentral ist, dass die Lernenden mit Hilfe ihres Vorwissens eigene Ideen, Lösungsvorschläge oder Erklärungen ergänzen, die nicht bereits im Material angelegt sind.

Interaktive Lernaktivitäten enthalten alle enthalten Merkmale konstruktiver Lernaktivitäten und regen darüber hinaus dazu an, sich mit den Ideen, Lösungsvorschlägen oder Erklärungen anderer kritisch auseinanderzusetzen und bestenfalls ein gemeinsames Ergebnis zu finden.

Mit dem ICAP-Modell geht die Annahme einher, dass vor allem konstruktive und interaktive Lernaktivitäten Potenzial für kognitive

Aktivierung und damit verständnisvolle Lernprozesse haben. Natürlich ist die Idee hinter dem Modell *nicht*, dass *nur* noch konstruktive oder interaktive Lernaktivitäten im Unterricht vorkommen. Wichtig ist aber, dass solche „höheren“ Lernaktivitäten (konstruktiv und interaktiv) immer wieder und in substantiellen Anteilen eingebaut werden. Im Folgenden werden wir uns anhand von unterschiedlichen Beispielen ansehen, wie hochwertige Lernaktivitäten im Fach Mathematik aussehen könnten – jeweils mit einem mehr oder weniger starken Beitrag digitaler Werkzeuge.

ICAP & SAMR: Mehrwert digitaler Werkzeuge und Niveau der Lernaktivitäten anhand von Beispielen



Folie 7

Stellen Sie sich vor, es geht in Ihrem Mathematikunterricht im Moment um lineare oder proportionale Funktionen. Die folgenden vier Folien verdeutlichen anhand von Beispielen das Zusammenspiel von ICAP- und SAMR-Modell im Rahmen dieses Themengebiets.

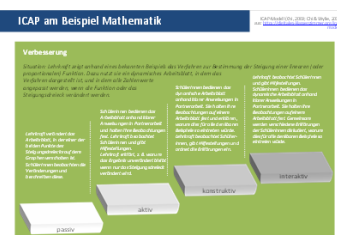
Sehen wir uns zunächst eine exemplarische Situation an, in der digitale Werkzeuge lediglich einen *Ersatz* für analoge Medien darstellen: Eine Lehrkraft nutzt eine Präsentation mit einem Präsentationsprogramm, um anhand eines Beispiels, das den Lernenden vertraut ist – z. B. ein einfacher Einkaufskontext – zu zeigen, wie man die Steigung einer linearen oder proportionalen Funktion aus dem Funktionsgraphen bestimmen kann.

Als *passiv* wäre eine Lernaktivität einzustufen, wenn die Schüler:innen beispielsweise einem Vortrag der Lehrkraft einfach nur folgen würden.

Eine *aktive Lernaktivität* könnte die Lernenden etwa dazu auffordern, das Verfahren genauso wie von der Lehrkraft vorgestellt für ein weiteres Beispiel selbst durchzuführen.

Eine *konstruktive* Lernaktivität läge beispielsweise vor, wenn die Schüler:innen selbst analysieren würden: Verändert das die Steigung, wenn ich den Graphen oder das Steigungsdreieck verändere? Wenn ja, wie und warum? Wenn nein, warum nicht?

Interaktiv würde diese Lernaktivität werden, wenn ein reichhaltiger Austausch über die Antworten und Begründungen der Schüler:innen angeregt werden würde, z. B. durch Methodiken wie Ich-Du-Wir.



Folie 8

Eine *Verbesserung* von Lernprozessen könnte in diesem Beispiel so aussehen, dass die Lehrkraft das Verfahren zeigt und dabei ein dynamisches Arbeitsblatt einsetzt – beispielsweise in GeoGebra oder einer anderen DGS-Software. Dieses Arbeitsblatt stellt das Verfahren zunächst an dem Beispiel dar, an dem die Erklärung erfolgt. Graph und Steigungsdreieck können jedoch verändert

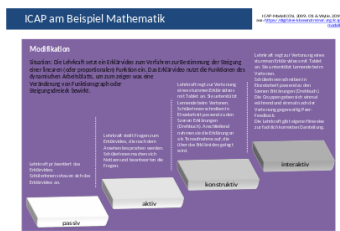
werden und die Werte im Rechenverfahren passen sich dann entsprechend an.

Als *passiv* wäre eine Lernaktivität einzustufen, wenn die Lernenden die Lehrkraft dabei beobachten, wie sich die Lage von Funktionsgraph und Steigungsdreieck auf dem Arbeitsblatt verändert und wie sich dies auf die berechneten Werte auswirkt. Auch wenn die Lernenden diese Veränderungen selbst beschreiben, würde man noch von einer weitgehend passiven Lernaktivität sprechen.

Eine *aktive Lernaktivität* könnte die Lernenden beispielsweise dazu auffordern selbst mit dem Arbeitsblatt zu arbeiten, Funktionsgraph und/oder Steigungsdreieck anhand klarer Anweisungen zu verändern, und ihre Beobachtungen in einem stark vorstrukturierten Format wie einem Lückentext festzuhalten. Die Lehrkraft würde bei einer solchen aktiven Lernaktivität Hilfestellungen geben und dann selbst erklären, warum z. B. das Ergebnis unverändert bleibt, wenn man lediglich die Lage des Steigungsdreiecks verändert.

Eine *konstruktive* Lernaktivität wäre es, wenn die Lernenden nicht nur ihre Beobachtungen festhalten würden, sondern selbst versuchen würden zu erklären, warum das beobachtete Verhalten auch bei anderen Beispielen genauso eintreten müsste. Die Lehrkraft würde hier ebenfalls Hilfestellungen geben und die Erklärungen der Lernenden einordnen und ggf. korrigieren.

Interaktiv könnte man die Aktivität gestalten, indem man die entstandenen Erklärungen in der Klasse diskutiert, zusammen auf richtige und falsche Überlegungen hin überprüft und schließlich eine gemeinsame Erklärung erarbeitet.



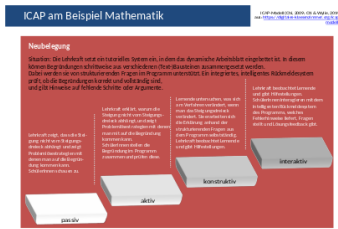
Folie 9

Als *passiv* wäre eine Lernaktivität einzustufen, wenn die Schüler:innen das Erklärvideo lediglich ansehen würden.

Eine *aktive* Lernaktivität läge vor, wenn sie das Video ansehen, sich Notizen dazu machen und Fragen zu einzelnen Teilen beantworten, deren Antworten mehr oder weniger direkt aus dem Lernvideo entnommen werden könnten.

Als *konstruktiv* könnte die Lernaktivität eingestuft werden, wenn die Lernenden beispielsweise das Video ohne Ton ansehen würden, und selbst eine Tonspur dazu erstellen und aufnehmen würden. Die Lehrkraft würde einerseits das Aufnehmen technisch unterstützen, andererseits die Erklärungen einordnen und ggf. korrigieren.

Eine *interaktive* Lernaktivität könnte im ersten Schritt auch ohne diese Korrektur und Einordnung auskommen. Man könnte die Lernenden auffordern sich auf einer Lernplattform zunächst gegenseitig Feedback zu den Vertonungen zu geben. Dabei müsste natürlich besonders darauf geachtet werden, ob die Erklärungen fachlich korrekt sind. Die Lehrkraft kann hier ergänzende Hinweise zur korrekten fachlichen Darstellung geben.



Folie 10

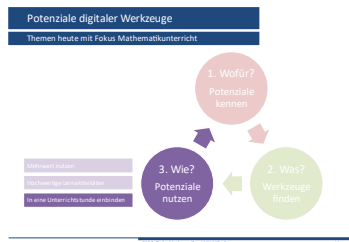
Eine *Neubelegung* könnte z. B. stattfinden, indem die Lernenden ein tutorielles System nutzen, in dem das dynamische Arbeitsblatt eingebettet ist. Das tutorielle System könnte es den Schüler:innen beispielsweise ermöglichen, ihre Begründungen schrittweise aus Textbausteinen zusammensetzen. Im besten Fall würde das System automatisch prüfen, ob die Begründungen korrekt und vollständig sind und Hinweise auf fehlende Schritte oder Argumente geben.

Eine *passive* Lernaktivität läge vor, wenn beispielsweise die Lehrkraft das Arbeitsblatt nutzen würde, um zu zeigen, dass die Steigung nicht von der Lage des Steigungsdreiecks abhängt. Dabei stellt sie dann die Begründung mit dem Programm zusammen und erklärt vielleicht noch, wie man auf diese Begründung kommen könnte. Abschließend lässt sie die Begründung dann vom Programm prüfen. Diese Aktivität ist nicht ganz so schlecht, wie sie vielleicht auf den ersten Blick erscheinen mag - vor allem, wenn die Lehrkraft die SchülerInnen erstmals mit den Funktionen eines Programms vertraut machen möchte, das später immer wieder eingesetzt werden soll.

Eine *aktive* Lernaktivität wäre es beispielsweise, wenn die Lehrkraft zwar zeigt, wie man auf die Begründung kommt, jedoch die SchülerInnen diese Begründung im Programm zusammenstellen und begründen. Dies setzt natürlich voraus, dass sie bereits mit der Bedienung des Programms etwas vertraut sind.

Als *konstruktiv* könnte die Lernaktivität eingestuft werden, wenn die Lernenden aufgefordert werden, selbst zu untersuchen, wie sich das Verfahren verändert, wenn sie das Steigungsdreieck verschieben oder vergrößern. Sie würden dann selbstständig Begründungen erstellen. Je nach verwendetem Programm wäre auch der unterstützende Einsatz strukturierender Leitfragen denkbar.

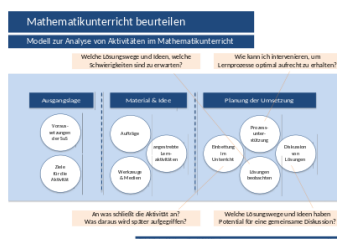
Eine Art von *Interaktion* wäre es in diesem Fall auch, wenn die Lernenden mit der Rückmeldefunktion des Programms interagieren, indem sie ihre Begründungen prüfen lassen und diese ggf. weiter optimieren.



Folie 11

Welchen Mehrwert digitale Werkzeuge für das Lernen haben ist also eine Frage, die in gewisser Hinsicht unabhängig vom Niveau der Lernaktivitäten zu betrachten ist. Für die Planung von Unterricht ist zunächst von größerem Interesse, wo und wie sich hochwertige Lernaktivitäten (egal ob mit oder ohne digitale Werkzeuge) am besten einbinden lassen. Erst danach gewinnt die Frage an Relevanz, wie digitale Werkzeuge diese Lernaktivitäten – dann egal wo auf dem Kontinuum zwischen passiv und interaktiv – am wirksamsten unterstützen können. Das kann man beispielsweise mit den Potentialen digitaler Werkzeuge beschreiben, die im vorletzten Abschnitt thematisiert wurden.

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 12

Denken wir aber noch einen Schritt weiter. Eine Lernaktivität wird man ja nicht losgelöst von einer konkreten Unterrichtsstunde planen, und mit dem Finden einer Aktivität ist es ja oft nicht getan. Um dies zu beschreiben haben wurde in einem der vorherigen Abschnitte ein Analyseschema für Aktivitäten im Mathematikunterricht eingeführt.

Der dritte Teil unseres Analyseschemas beschäftigt sich damit, wie die Aktivität in die Unterrichtsstunde eingebunden wird, und was bei der Vorbereitung der Stunde dabei zu bedenken ist. Es geht es also darum, was für eine gute Umsetzung einer Aktivität oder einer Aufgabe im Unterricht bestenfalls hilfreich sein kann. Dabei stehen die folgenden Fragen im Vordergrund:

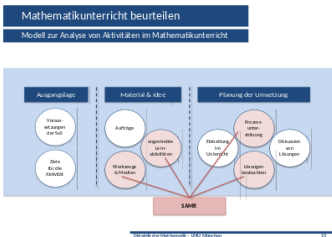
An welches Vorwissen, und an welche in der Unterrichtseinheit vorher erarbeiteten Erkenntnisse schließt die Aktivität an? Was davon ist besonders wichtig für den weiteren Verlauf?

Welche Erwartungen habe ich daran, wie die Lernenden die Aktivität bearbeiten? Welche Bandbreite an Vorgehensweisen und mehr oder weniger gehaltvollen Lösungen erwarte ich? Wie verschaffe ich mir als Lehrkraft einen Überblick darüber, was die Lernenden eigentlich wirklich während der Aktivität tun?

Wenn die Lernenden nicht so arbeiten, wie ich es erwartet habe - sei es, weil ihnen die nötige Motivation fehlt, oder weil sie einfach nicht weiterkommen - wie reagiere ich? Welche Tipps, Anschlussfragen oder weitere Materialien habe ich dabei?

Und letztlich: Welche Ergebnisse und Vorgehensweisen halte ich für so zentral, dass ich sie auf jeden Fall gemeinsam diskutieren möchte? Und: Wie organisiere ich eine gemeinsame Diskussion, in der wirklich die Ansätze der Lernenden vorkommen, die Lernpotential für alle haben? Welche Strategien oder typischen Fehler will ich als Lehrkraft zusätzlich einbringen?

All diese Fragen können helfen, besser vorbereitet eine Aktivität im Unterricht durchzuführen und dafür zu sorgen, dass möglichst viele Lernende sie auch wirklich nutzen.



Folie 13

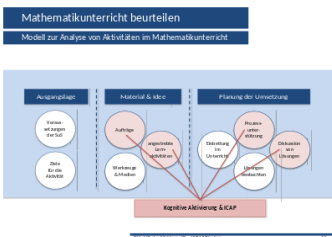
Das SAMR-Modell betrifft ganz bestimmte Fragen in unserem Analysemodell, beispielsweise:

Wo liegt das Potential eines bestimmten digitalen Werkzeugs?

Welche Lernprozesse soll bzw. kann es (mit passenden Arbeitsaufträgen) anregen?

Bietet es Ansatzpunkte für bestimmte Lösungswege und Strategien?

Erfordert ein Werkzeug eine besondere Prozessunterstützung während des Lernens? Oder ermöglicht es erst eine besondere Art der Unterstützung?



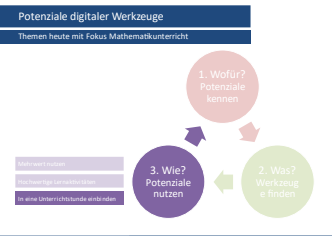
Folie 14

Auch das ICAP-Modell, das im Abschnitt zur kognitiven Aktivierung noch weiter konkretisiert und vertieft wird, ist in unserem Modell von Bedeutung. Dabei geht es z. B. um folgende Fragen:

Welche Aufträge regen eine tiefe Verarbeitung, eine eigene Wissenskonstruktion und ein interaktives Arbeiten an?

Wie kann ich diese Verarbeitungsprozesse unterstützen und ihre Ergebnisse geschickt für eine gemeinsame (fachlich reichhaltige) Diskussion nutzen?

Digitale Werkzeuge lernförderlich in den eigenen Unterricht einbinden



Folie 15

An dieser Stelle des DigitUS-Konzepts wäre es gut, wenn die beteiligten Lehrkräfte die behandelten Inhalte auf eine Aktivität in einer eigenen Unterrichtsstunde anwenden würden, die in der nächsten Zeit ansteht. Dafür haben wir einen Arbeitsauftrag in die Fortbildungsmaterialien integriert.

Mathematikunterricht beurteilen

„Stunde 1“ – gemeinsam an der Stunde arbeiten (Teil 2/2)

Thema	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												

Auftrag:

Bestimmen Sie sich ein Thema (z.B. 1. bis 12.) und analysieren Sie die Aktivität in der Stunde 1. (siehe Folie 13 und 14) und beschreiben Sie die Analyse, die Aufgaben, die Materialien und die Werkzeuge, die im Unterricht genutzt wurden. (siehe Folie 13 und 14)

- Analysieren Sie den von Ihnen beschriebenen Prozess des Werkzeugnutzens nach Hinsichtlich des Aspekts „Anpassung der Umsetzung“ mithilfe des Modells zur Analyse von Aktivitäten im Mathematikunterricht (vgl. vorherige Folie).
- Reflektieren Sie über die Nutzung digitaler Werkzeuge im Unterricht. Überprüfen Sie Ihre Arbeit gegebenenfalls basierend auf Ihren Beobachtungen.
- Reflektieren Sie über die Nutzung digitaler Werkzeuge im Unterricht. Überprüfen Sie Ihre Arbeit gegebenenfalls basierend auf Ihren Beobachtungen.
- Stellen Sie Ihre Methode dar und beschreiben Sie, wie Sie die zum Beobachtungsgegenstand die mit dem Werkzeug verbundenen Aktivitäten im Unterricht ausprobieren und die „Stunde 1“ haben können.

Nutzen Sie dieselbe Vorlage wie im vorherigen Arbeitsauftrag aus dem Modulkurs.

Folie 16

Ziel dieses Arbeitsauftrags ist die vorgestellten Modelle (SAMR, ICAP, Analysemodell für Aktivitäten) zu nutzen, um eine Lernaktivität aus der eigenen Unterrichtsstunde im Detail zu analysieren und ggf. weiterzuentwickeln. Idealerweise handelt es sich um diejenige Unterrichtsstunde, die für die gemeinsame Arbeit am dritten Fortbildungstag ausgewählt wurde.

Wichtig: Gemeint ist hier die Lernaktivität, welche schon bearbeitet wurde, vgl. Foliensatz: 2_M05_Digitale-Werkzeuge-auswählen.pptx (Folie 14)

Phase 7: Reflexionsphase - Digitale Werkzeuge einsetzen**Gesamte Lerngemeinschaft**

Ziele Die Mitglieder der Lerngemeinschaft tauschen sich über die vorgestellten Modelle und deren Beitrag zur Planung und Anpassung von Unterricht aus.

Material [Folien](#)

Mögliche Aufgaben Austausch über die vorgestellten Modelle und ihren Beitrag zur Planung und Anpassung von Unterricht.

Zusammenfassung Nachdem die Lerngemeinschaften in den fachspezifischen Kleingruppen gearbeitet haben, bietet sich hier eine Möglichkeit an, die Gruppen wieder zusammenzuführen. In beiden Fachgruppen wurden verschiedene Beispiele digitaler Medien kennengelernt und die Modelle ICAP und SAMR genutzt, um den Einsatz im Unterricht zu reflektieren. In der folgenden Phase können Unterschiede und Gemeinsamkeiten für den Biologie- und Mathematikunterricht beim Einsatz digitaler Medien herausgearbeitet werden.

Phase 8: Technical Recap**Gesamte Lerngemeinschaft**

Ziele Reflexion der technischen Hürden des Fortbildungstags.

Aufgaben Berichten Sie von technischen Problemen, ...

- ... die im Laufe des Kurstages aufgekommen sind.
- ... die Sie bei der Umsetzung im Unterricht erwarten.
- ... die Sie in Ihrer Unterrichtsvorbereitung erwarten.

Entwickeln Sie in Ihrer Lerngemeinschaft Lösungsstrategien.

Zusammenfassung In dieser Phase geht es darum, technische Schwierigkeiten zur Sprache zu bringen. Der inhaltliche Hauptfokus des Tages lag auf fachdidaktischen Aspekten. Trotzdem ist funktionierende Technik eine notwendige Voraussetzung, um lernförderlichen Unterricht mit digitalen Medien gestalten zu können. In dieser Phase sollen sowohl technische Probleme im Laufe des Fortbildungstags als auch antizipierte oder erlebte technische Probleme im Unterricht thematisiert und gemeinsame Lösungsstrategien erarbeitet werden. Dabei kann es ggf. notwendig sein, bestimmte Themen in einem längerfristigen Prozess gemeinsam anzugehen. Dies kann im Rahmen von Interimszielen in der Zeit bis zum nächsten Fortbildungstag oder auch als Programmpunkt für den nächsten Fortbildungstag geschehen.

Phase 9: Formulierung der Interimsziele

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Interimsziele für die Zeit bis zum nächsten Fortbildungstag werden definiert; wenn nötig werden individuelle Aufgaben zur Nachbereitung dieses Fortbildungstags und Vorbereitung des nächsten Fortbildungstages verteilt.

Material [Folien](#)

Mögliche Aufgaben Die an diesem Fortbildungstag erarbeiteten Lernaktivitäten der „Stunde 1“ (vgl. Ablaufschema auf Seite 11), sollen zeitnah im Unterricht umgesetzt werden. Falls noch weitere Planung dafür nötig ist oder kollegiale Hospitationen angedacht sind, kann dies hier organisiert werden.

Für die „Stunde 2“ wird nun bereits ein Thema festgelegt. Diese Stunde soll nach Möglichkeit zwischen dem dritten und dem vierten Fortbildungstag im Mathematikunterricht der 8. Klasse gehalten werden. Vor dem dritten Fortbildungstag fixieren Sie die Planung für dieses Thema. Greifen Sie hier gerne auf eine vorhandene Planung aus vorangegangenen Jahren zurück (es ist kein Problem, wenn der Einsatz digitaler Medien darin nicht vorgesehen ist).

	1. Tag	Zwischenzeit	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag
Stunde 1	Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion		
Stunde 2			Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion

Phase 10: Abschluss des Tages

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Präsentation und Austausch über die Arbeit des heutigen Tages („Fortbildungstag 2“). Organisation des nächsten Tags („Fortbildungstag 3“).

Material [Folien](#)

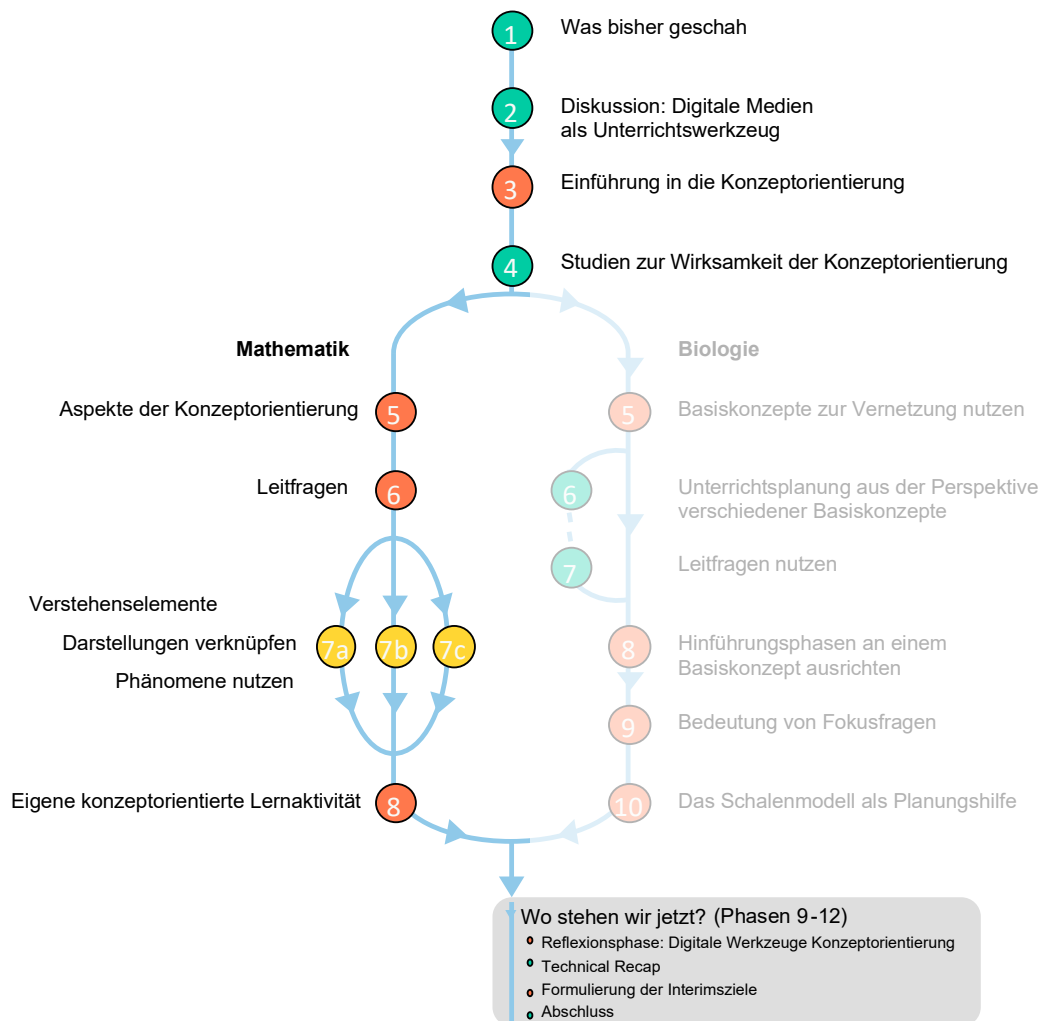
Mögliche Aufgaben Austausch: Was habe ich heute mitgenommen? Welche Fragen sind offen geblieben? Wie geht es jetzt weiter?

Zusammenfassung In dieser Phase solle noch einmal ein kurzer abschließender Blick auf diesen Fortbildungstag geworfen werden. Dabei können insbesondere die obenstehenden Fragen thematisiert werden. Zudem können organisatorische Aspekte besprochen werden, z. B. zur Planung des nächsten Fortbildungstags.

Konzeptorientierung mit digitalen Werkzeugen

Fortbildungstag 3: Zweiter mathematikspezifischer Fortbildungstag

Übersicht über die Phasen des 3. Fortbildungstags



Phase 1: Was bisher geschah...

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Austausch über die bisherige Arbeit nach dem zweiten Fortbildungstag.

Zusammenfassung Diese Phase dient dazu, gemeinsam zu reflektieren, was bisher passiert ist und wie der Plan für diesen Fortbildungstag aussieht. Damit ist dies eine Phase, die auf die Eigenverantwortlichkeit der Lerngemeinschaft abzielt und deren Inhalte individuell auf die Lerngemeinschaft abgestimmt werden müssen.

Am zweiten Fortbildungstag wurden fachspezifische digitale Werkzeuge vorgestellt und Potenziale digitaler Werkzeuge für den Mathematikunterricht sowie Modelle zur Beurteilung des Einsatzes digitaler Werkzeuge (ICAP & SAMR) besprochen. Diese Inhalte können bei Bedarf nochmals kurz wiederholt werden. Hat sich das neu erlernte Wissen bzw. der neue Blickwinkel in der Unterrichtsplanung und -umsetzung bewährt? Sind hierzu noch Fragen offen?

Zwischen dem zweiten und dritten Fortbildungstag sollten die Lehrkräfte eine Unterrichtsstunde halten mit den erarbeiteten Inhalten des zweiten Fortbildungstags („Stunde 1“; vgl. Ablaufschema auf Seite 11).

	1. Tag	Zwischenzeit	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag
Stunde 1	Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion		

Reflektieren Sie gemeinsam innerhalb der Lerngemeinschaft die Erfahrungen, die die Lehrkräfte beim Einsatz digitaler Medien im Unterricht gemacht haben. Gab es kollegiale Hospitationen? Welche Schwierigkeiten sind aufgetreten? Je nach Inhalt und Art der weiteren Interimsziele des zweiten Fortbildungstags besteht in dieser Phase die Möglichkeit, zu diskutieren, welche Ziele umgesetzt wurden und ob es gegebenenfalls Änderungen in den Zielen gibt.

Phase 2: Diskussionsphase – Digitale Medien als Unterrichtswerkzeug

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Diskussion über die Verbesserung der Unterrichtsqualität mittels digitaler Medien.

Take-Home-Message:

Digitale Werkzeuge können dabei helfen, Unterrichtsqualitätsmerkmale umzusetzen und einen verständnisfördernden Unterricht zu gestalten. Sie bieten aber in Hinblick auf das fachliche Lernen per se keinen Mehrwert.

Arbeitsaufträge Diskussion der Frage: „Wie tragen digitale Medien dazu bei, dass Schüler:innen besser Mathematik lernen können?“

Zusammenfassung Diese Phase ist als Einstieg in die Thematik des Fortbildungstags 3 gedacht. Sie als Lehrkräfte können eigene Gedanken und Erfahrungen darüber austauschen, wie digitale Medien das fachliche Lernen im Unterricht unterstützen können. Damit wird eine zentrale Frage des Fortbildungstags aufgeworfen und ein gemeinsamer Ausgangspunkt in Bezug auf diese Frage geschaffen. Anknüpfend an die Diskussion soll dazu übergeleitet werden, dass auch im Unterricht mit digitalen Medien allgemeine Merkmale von Unterrichtsqualität beachtet werden sollten, um möglichst lernwirksam mit digitalen Medien zu unterrichten.

Phase 3: Einführung in die Konzeptorientierung

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Die Lehrkräfte nehmen Konzeptorientierung als ein Merkmal von Unterrichtsqualität wahr und erklären seine Bedeutung sowie die Notwendigkeit Konzeptorientierung im Unterricht anzuwenden.

Take-Home-Message:

Lehrkräfte müssen zentrale Fakten und Zusammenhänge der Unterrichtsinhalte herausarbeiten. Über Anknüpfungspunkte zum Vorwissen können sie zu Konzepten verknüpft werden.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Nachdem in der vorherigen Phase der Gedanke diskutiert wurde, was guter Unterricht mit digitalen Medien ist, soll Konzeptorientierung als ein Merkmal von Unterrichtsqualität eingeführt werden.

Phase 4: Studien zur Wirksamkeit der Konzeptorientierung

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Die Lehrkräfte erklären die Bedeutsamkeit der Konzeptorientierung für ein nachhaltigeres Lernen der Schüler:innen.

Take-Home-Message:

Es zeigt sich empirisch, dass Unterricht, der stärker auf die Zusammenhänge der Inhalte abzielt, einen positiven Einfluss auf die Vernetzung von Wissen bei Lernenden sowie auf das fachliche Interesse der Lernenden hat. Ein solcher, konzeptionierter Unterricht benötigt ein hohes fachdidaktisches Wissen der Lehrkräfte.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Empirische Studien, welche in Form von Videostudien in den Fächern Biologie und Mathematik durchgeführt wurden, zeigen deutlich positive Effekte eines konzeptorientierten Unterrichts auf den Unterrichtserfolg und legitimieren damit die in der vorherigen Phase aufgestellten Thesen.

Überblick über die folgenden Phasen Die nachfolgenden Phasen thematisieren die Konzeptorientierung aus mathematikdidaktischer Sicht. Nach einer Phase mit ergänzenden Aspekten werden in vier Phasen verschiedene Aspekte thematisiert, die dabei helfen können, Konzeptorientierung im Mathematikunterricht umzusetzen. Dabei wird auf das Modell zur Planung von Lernaktivitäten zurückgegriffen (vgl. Fortbildungstag 2), um die neuen Ideen einzuordnen und zusammenzufassen. Dies soll helfen, die zu lernenden Inhalte zu strukturieren und in einen größeren Kontext einzubetten. Außerdem soll so eine direkte Verknüpfung zur Unterrichtsplanung der Lehrkräfte hergestellt werden. Die Arbeitsaufträge in den einzelnen Phasen regen zum einen dazu an, Beispiele im Hinblick auf den jeweiligen Aspekt der Konzeptorientierung hin zu analysieren. Zum anderen soll jeweils die Verbindung zu digitalen Medien hergestellt werden. In Phase 8, die den fachspezifischen Teil abschließt, sollen die behandelten Aspekte der Konzeptorientierung dann wiederum auf die eigene Unterrichtsplanung angewendet werden.

Phase 5: Ergänzende Aspekte der Konzeptorientierung

Ziele Die Lehrkräfte erklären, welche Bedeutung die Konzeptorientierung im Mathematikunterricht hat, damit Schüler:innen abstrakte Konzepte lernen.

Take-Home-Message:

Damit Schüler:innen abstrakte Konzepte in der Mathematik lernen, ist es wichtig, dass sie die Eigenschaften eines Konzepts in verschiedenen Kontexten und Darstellungen erkennen und anwenden können.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Diese Phase dient der Überleitung zum fachspezifischen Blick auf die Konzeptorientierung. Sie dient der Vorbereitung, um ein grundlegendes Verständnis der Konzeptorientierung als Merkmal von Unterrichtsqualität für den Mathematikunterricht aufzubauen. Dieses wird in den nachfolgenden Phasen vertieft werden.

Ausführliche Darstellung der Phase 5: Ergänzende Aspekte der Konzeptorientierung

Mathematikdidaktische Konkretisierung von Konzeptorientierung



Ergänzende Aspekte zur Konzeptorientierung
...für einen Mathematikunterricht mit digitalen Medien

Folie 1

In diesem Abschnitt soll es aus der Perspektive des Mathematikunterrichts noch einmal genauer um die Konzeptorientierung gehen. Dabei werden wir uns ansehen, wie man im Unterricht „abstrakte“ mathematische Konzepte anhand ganz konkreter Situationen weiterentwickeln kann - und welche Rolle digitale Medien bzw. Werkzeuge dabei spielen können.

Bedeutung der Konzeptorientierung	
Theorie - Zusammenfassung	
Konzeptorientierung im Unterricht bedeutet z.B. ...	
...für die Lehrkraft...	...für die Lernenden...
...die anderen Fakten und Zusammenhänge von einzelnen Lerninhalten	...eine zentrale Fakten zu verifizieren
...Anforderungsgrenzen an die Vermittlung der Lernenden zu schärfen	...eine Information mit den Vorkenntnissen zu verbinden
...verschiedene Darstellungen zu einem Inhalt zu entwickeln und zu vertiefen	...Verbindungen zwischen den Informationen in einem Überbauungen zu verdeutlichen
...Eigenschaften anhand von Phänomenen in verschiedenen Kontexten zu erschließen	...Beziehungen zwischen ihrem Wissen über die Kontexte und den neuen Inhalten herzustellen
...Fakten aus dem Blickfeld der Basisinhalte herausheben	...wiederholbare Muster und Konzepte identifizieren zu definieren und diese gegen Konzepte auszuordnen können
...achten auf eine fachlich korrekte Darstellung und möglichst präzise Ausdrucksweise	

Folie 3

Im einem der [vorherigen Abschnitte](#) ging es darum, was Konzeptorientierung im Unterricht für die Lehrkraft und die Lernenden heißt. Jetzt soll ein wenig klarer werden, wie das im Mathematikunterricht konkret aussehen kann.

Bedeutung von Konzeptorientierung für den Mathematikunterricht

Bedeutung der Konzeptorientierung

Theorie - Fachliche Sichtweise für die Mathematik

Beispiel „Parkgebühr pro Stunde“

Eigenes Können

Proportionalität

- Konstant „Preis pro Stunde“
- Eigenes Können entdecken
- Eigenes Können erklären
- Zusammenhänge erkennen
- Zusammenhänge vertiefen

Preis	2	4	6	8	10
Zeit	1	2	3	4	5

Folie 4

Eine Stärke mathematischer Konzepte liegt gerade darin, dass sie eine ganze Bandbreite von Phänomenen beschreiben können, die in realen Kontexten und Situationen auftreten. Im Folgenden werden wir uns exemplarisch das Konzept der Steigung bzw. der Proportionalitätskonstante einer proportionalen Funktion ansehen. Was die Sache etwas kompliziert macht, ist, dass dasselbe Konzept in verschiedenen Kontexten auf sehr unterschiedliche Art und

Weise dargestellt werden bzw. auftreten kann. Wenn Lernende einen solchen Kontext schon ein wenig kennen, oder auch im Unterricht erste Erfahrungen damit gemacht haben, dann können wir anhand des Kontexts verschiedene Eigenschaften erkennen:

- Wenn der Preis pro Stunde 2 Euro beträgt, dann kann ich den Gesamtpreis für jede Parkdauer sehr einfach ausrechnen, indem ich die Zahl der Stunden mit 2 multipliziere (links).
- Ich kann sehen, dass ich mit jeder Stunde, die ich länger parke, genau diese 2 Euro mehr bezahlen muss (rechts).
- Ich kann sehen, dass es viermal so teuer wird, wenn ich viermal so lange parke (links unten).
- Als Grund dafür kann ich vielleicht sogar schon erkennen, dass der Quotient aus Zeit und Preis immer gleich ist - nämlich die 2 Euro (links oben).
- Ich kann lernen, dass man diese Vorschrift kann man auch als Funktion schreiben kann (oben)...
- ...und dann feststellen, dass der zugehörige Graph eine ganz bestimmte Ursprungsgerade ist (rechts unten).
- Genauso kann man auch feststellen, dass das Verhältnis aus zwei Parkdauern immer genau dasselbe ist wie das Verhältnis der dazugehörigen Gesamtpreise (rechts oben).

Diese verschiedenen Eigenschaften desselben mathematischen Konzepts können zunächst anhand von konkreten Kontexten wie der Parkuhr analysiert, diskutiert und erlernt werden. Notwendig ist dabei, dass die Lernenden ausreichend Wissen über den Kontext (Parkuhr) haben, um die darin erkennbaren Eigenschaften zu erkennen. Wir nennen einen solchen Kontext, der verwendet wird, um Eigenschaften eines Konzepts zu analysieren, auch „Phänomen“. Mathematische Konzepte sind (Freudenthal, 1973) dazu da, Phänomene in der realen Welt oder in der Mathematik zu beschreiben und greifbar zu machen.

Über einzelne Eigenschaften hinaus können aber auch Zusammenhänge zwischen diesen Eigenschaften analysiert, beschrieben und erklärt werden:

- Wenn ich weiß, dass die Zuordnung einfach die Multiplikation mit 2 ist (links), dann kann ich das nutzen, um die Vervielfachungseigenschaft zu begründen (links unten). Wenn ich beim Produkt $2 \cdot 3$ die drei vervierfache, dann vervierfacht sich auch das Ergebnis.
- Wenn ich die Vervielfachungseigenschaft (links unten) kenne, dann kann ich recht gut begründen, warum der Quotient aus Preis und Zeit immer derselbe ist.

Wenn wir immer wieder erklären oder anders ausdrücken, warum sich eine bestimmte Eigenschaft ergibt, entsteht ein zunehmend dichter verknüpftes Netz von Eigenschaften und Zusammenhängen.

Bedeutung der Konzeptorientierung
 Theorie – Fachliche Sichtweise für die Mathematik

Beispiel „Parkgebühr pro Stunde“

Darstellungsfornen

- in verschiedenen
- Darstellungen erörtern
- zwischen Darstellungen übertragen

Folie 5

Einzelne Eigenschaften eines Konzepts, wie z. B. der Proportionalitätskonstante, können dabei auf sehr unterschiedliche Weise bzw. in verschiedenen Darstellungsformen auftreten.

Die Proportionalitätskonstante ist...

- ...der Faktor in der Zuordnungsvorschrift.
- ...der Quotient, der immer gleich ist.
- ...die Zahl vor der Variable (x) im Funktionsterm.
- ...die Steigung der Ursprungsgerade im Graphen.
- ... der Wert, um den der Preis in der Wertetabelle zunimmt, wenn die Zeit um eine Einheit zunimmt.

Man kann also dasselbe in verschiedenen Darstellungen erkennen und in der Folge eine Darstellung in eine andere übertragen. Je besser das gelingt, um so flexibler kann man mit einem Konzept umgehen.

Bedeutung der Konzeptorientierung
 Theorie – Fachliche Sichtweise für die Mathematik

Beispiel „Parkgebühr pro Stunde“

Konstante Proportionalität

- Zusammenhang in anderen Kontexten analysieren
- Gemeinsamkeiten zwischen Kontexten erkennen

Folie 6

Letztlich lernt man ein abstraktes Konzept aber nicht anhand eines einzigen Kontexts. Natürlich ist es wichtig, Eigenschaften anhand von Phänomenen in bestimmten Kontexten zu erarbeiten – sei es die Parkuhr oder ein anderer geeigneter Kontext.

Anschließend ist es aber wichtig, diese Eigenschaften auch in anderen Kontexten, hier durch die verschiedenen Ebenen angedeutet – zu suchen und auch zu finden. Für die Proportionalität bieten sich Zusammenhänge an wie beispielsweise:

- Anzahl – Preis
- Weg – Zeit (Geschwindigkeit)
- Masse – Volumen (Dichte)
- Kreisdurchmesser – Kreisumfang
- ...

Erst die Gemeinsamkeiten zwischen diesen Kontexten zu erkennen hilft, ein übergreifendes, allgemeines Konzept herauszubilden. Die übereinandergelegten Grafiken sollen andeuten, dass sich das, was wir am Beispiel der Parkgebühr gesehen haben, in ähnlicher (analoger) Weise in anderen Kontexten zeigt. Wichtig sind dabei natürlich auch Kontexte, die *nicht* zum Konzept passen, also z. B. *nicht* proportional sind, um zu erkennen, wie weit die beobachteten Eigenschaften tragen bzw. nicht tragen.

Bedeutung der Konzeptorientierung
 Theorie – Fachliche Sichtweise für die Mathematik

Mathematische Konzepte heißen abstrakt, weil...

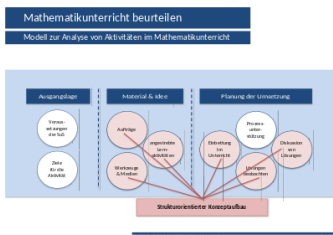
...sie sich in verschiedenen Darstellungsfornen auf verschiedene Art und Weise zeigen.	...sie verschiedene Kontexte in der realen Welt oder in der Mathematik beschreiben können.
...und sich ihre wirkliche Bedeutung erst in der Verknüpfung der Darstellungen erschließt.	...und sich ihre Eigenschaften damit auf sehr unterschiedlichen Wegen als Phänomene in den verschiedenen Kontexten zeigen.
Darstellungsfornen	Phänomene und Kontexte

Folie 7

Was ein mathematisches Konzept ausmacht, erschließt sich also nur, wenn man weiß, wie das Konzept genutzt wird, um Phänomene zu beschreiben, und wenn man das Konzept in verschiedenen Darstellungen „sehen“ kann. Die volle Bedeutung mathematischer Konzepte erschließt sich also nicht in einem einzigen Kontext (z. B. Parkuhrbeispiel) oder Phänomen (z. B. Einkaufskontexte) oder in einer einzigen Darstellungsform (z. B. dem Graphen oder dem Funktionsterm). Aufgrund dieser Vielfältigkeit werden mathematische Konzepte auch als *abstrakt* beschrieben. Es liegt auf der

Hand, dass dieser Umstand eine besondere Berücksichtigung im Unterricht erfordert.

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten

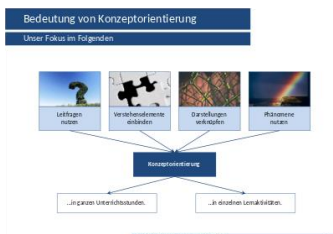


Folie 8

Um eine Lernaktivität mithilfe des vorgestellten Analysemodell zu planen, lassen sich im Hinblick auf die Konzeptorientierung z. B. folgende Fragen stellen:

- Wie stelle ich meine Fragen und Aufträge so, dass für die Lernenden klar ist, welche Erkenntnisse gesammelt und welche Frage beantwortet werden soll?
- Wie kann ich dies mit Werkzeugen und Medien so lenken, dass auf das fachlich Relevante fokussiert wird?
- Inwiefern zielen die von mir geplanten Lernprozesse wirklich auf die zentralen fachlichen Ideen ab?
- Wie bereite ich dies im Unterricht vor? Schafft die Aktivität genau diejenigen fachlichen Einsichten, die die Schüler:innen erlangen sollen?
- Wie kann ich evtl. Probleme beim fachlich tragfähigen Verständnis schon während der Bearbeitung der Aufträge erkennen?
- Welche Lösungswege haben besonderes Potential den fachlichen Kern der Sache für die Lernenden erkennbar zu machen?

Teilaspekte von Konzeptorientierung in der Fortbildung



Folie 9

Wie man im Unterricht dem Anspruch, abstrakte Konzepte im Sinne der Konzeptorientierung zugänglich zu machen, gerecht wird, werden wir anhand von vier exemplarischen Unterrichtspraktiken im Folgenden genauer betrachten:

- Im Unterricht kann man nicht alles gleichzeitig machen. Leitfragen dienen dazu für die Lernenden erkennbar herauszuheben, worum es gerade wirklich geht.
- Die sogenannten „Verstehenselemente“ für ein mathematisches Konzept müssen gezielt ausgewählt und zugänglich aufbereitet werden.
- Wie wichtig es ist, verschiedene Darstellungen zu verknüpfen, wurde bereits mehrfach angesprochen.
- Zu verstehen, was ein „abstraktes“ mathematisches Konzept alles bedeuten kann, erfordert eine Begegnung mit Kontexten, die für die Phänomene stehen, die das Konzept beschreiben. Diese Kontexte können dazu dienen Konzepte oder ihre Eigenschaften zu erarbeiten – aber auch dazu sie zu vertiefen, zu verallgemeinern, und zunehmend von der Bindung an konkrete Situationen zu lösen.

Phase 6: Leitfragen nutzen

Ziele Die Lehrkräfte beschreiben Leitfragen als eine Möglichkeit der Konzeptorientierung, um Wichtiges von Unwichtigem zu trennen.

Take-Home-Message:

Leitfragen dienen dazu die Aufmerksamkeit auf das konzeptuelle Wissen zu lenken, das in der Stunde erworben werden soll. Leitfragen sollten daher auf dem Vorwissen der Lernenden aufbauen, aber ihre Beantwortung sollte über das Vorwissen hinausgehen.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung

Zu Beginn werden die unterschiedlichen Aspekte der Konzeptorientierung erwähnt und diejenigen ausgewählt bzw. benannt, die im Folgenden thematisiert werden sollen. Dazu soll auf jeden Fall die Phase „Leitfragen nutzen“ gehören. Außerdem ist mindestens eine weitere der drei optionalen Phase zu wählen. In der Phase „Leitfragen nutzen“ werden Leitfragen als Möglichkeit der Konzeptorientierung thematisiert, Wichtiges von Unwichtigem zu trennen. Nach einem theoretischen Überblick wird die Nutzung von Leitfragen anhand eines Unterrichtsbeispiels verdeutlicht.

Als Arbeitsauftrag soll die Nutzung von Leitfragen mit digitalen Medien verknüpft werden. Dabei sollen primär die Ideen der Lerngemeinschaft diskutiert werden. Als Hilfe sind ein paar mögliche Beispiele aufbereitet, Ziel ist es jedoch, dass die Lerngemeinschaft eigene Ideen entwickelt und diskutiert.

Ausführliche Darstellung der Phase 6: Leitfragen nutzen

Leitfragen nutzen - um Wichtiges von Unwichtigem zu trennen



Folie 1

In diesem Abschnitt geht es um eine Technik, mit der man einen Aspekt von Konzeptorientierung im Mathematikunterricht umsetzen kann: Das Nutzen von Leitfragen.

Grundidee

Leitfragen nutzen
Grundidee
<ul style="list-style-type: none"> Lernen im Unterricht bedeutet Wichtiges von Unwichtigem zu trennen. <ul style="list-style-type: none"> Was ist das, was ich wirklich lernen soll? Was dient zur Illustration, Erklärung, ...? Ein erster Schritt ist zu wissen, was (in der jeweiligen Situations) eigentlich gelernt werden soll. Beispiele „Lineare Gleichungen“ <ul style="list-style-type: none"> „Gib mir, wenn du eine Gleichung hast! Möglichst schnell, möglichst geradlinig, möglichst genau so wie von dir erklärt!“ Erkläre mir, warum das Verfahren, mit dem man Gleichungen löst, funktioniert? Sachaufgaben und Hilfe von Gleichungen lösen? Leitfragen <ul style="list-style-type: none"> Eine klare Leitfrage lenkt die Aufmerksamkeit der Lernenden auf ein fachliches Problem, das mit dem Thema gelöst werden kann, das in der Stunde gelernt werden soll. Leitfragen im Unterricht <ul style="list-style-type: none"> „Ich bin nicht wach!“ ist ein einfacher Fragestil“ aufgeschrieben oder formuliert werden, sollte jedoch nach einer kurzen Hinführung für die Lernenden klar erkennbar im Raum stehen.“

Folie 3

Leitfragen sind eine Technik, dem Unterricht ein klares fachliches Ziel zu geben. Was steckt hinter der Idee von Leitfragen?

Lernen bedeutet zunächst einmal das zu identifizieren, was im Moment gelernt werden soll. Gerade in der Mathematik geht das ja oft über einzelne Fakten hinaus, die sich auf ein einzelnes Beispiel oder einen bestimmten exemplarischen Kontext beziehen. Wichtig ist also für die Lernenden eine klare Vorstellung zu bekommen,

welche Fragestellung, welcher Typ von Problemen mit den neuen Inhalten gelöst werden kann und soll.

Wenn Sie zum Beispiel in einer Unterrichtsstunde ein Lösungsverfahren für lineare Gleichungen erarbeiten möchten: Worum geht es Ihnen, worum soll es Ihren Lernenden gehen?

- Sollen sie das konkrete Vorgehen bei diesem Verfahren erlernen? Sollen die Lernenden möglichst schnell oder möglichst geschickt vorgehen? Oder möglichst genau so wie Sie es als Lehrkraft gezeigt haben?
- Oder sollen sie auch erklären können, was bei diesem Verfahren passiert und warum es mathematisch korrekt ist? Warum ist die Zahl hinter dem „ $x=...$ “ in der letzten Zeile die Lösung der Gleichung? Was bedeutet es, wenn dort „ $2=2$ “ oder „ $5=0$ “ steht?
- Oder sollen die Schüler:innen vornehmlich lernen, Sachprobleme mit Hilfe von Gleichungen zu beschreiben und zu lösen?

All das kann im Unterricht alles eine Rolle spielen, aber eben nicht gleichzeitig, wenn die Schüler:innen sich auf ein Ziel fokussieren sollen.

Eine Leitfrage verfolgt daher das Ziel, den Lernenden zu kommunizieren, welche fachlichen Probleme mit dem Wissen gelöst werden können (und sollen), also das fachliche Ziel der Stunde. Solche Leitfragen müssen nicht zwingend als „Fragesatz“ aufgeschrieben oder ausgesprochen werden. Oft reicht jedoch das Stellen einer Frage alleine auch nicht aus. Besonders wichtig ist es in jedem Fall, dass eine problemhaltige Situation im Raum steht.

Beispiel: Sie haben Lösungstechniken für lineare Gleichungen behandelt, aber bisher nur Fälle, in denen sich nur genau eine Lösung ergibt. Wenn es nun darum geht die anderen Fälle zu behandeln, lässt sich diese Frage sehr leicht aufwerfen: Man kann – beispielsweise im Rahmen einer kurzen Wiederholungs- oder Übungsphase zu Beginn einer Unterrichtsstunde – Gleichungen einbringen werden, in denen eben am Ende des Lösungsverfahrens so etwas wie „ $2=2$ “ oder „ $5=0$ “ herauskommt.

Kriterien

Leitfragen nutzen
Kriterien: Leitfragen im Unterricht!
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Leitfragen sind adäquat, wenn sie... <ul style="list-style-type: none"> - ...auf den fachlichen Kern des Inhalts und die Ziele der Stunde ausgerichtet sind. - ...in der Sprache der Schüler:innen so einfach oder komplexen Phänomene verständlich ankommen - ...eindeutig so herausfindend sind, dass die Schüler sie zu Beginn der Unterrichtsstunde nicht beantworten können - ...auf konzentriertes Wissen zu Zusammenhängen beziehen, das die Anreicherung des erlernten Wissens ermöglicht, nicht aber auf Wissen zu isolierten Fakten. ▪ Rückbezug zur Leitfrage schließt die Erarbeitung ab. Die Leitfrage sollte nach der Bearbeitung wieder aufgegeben und (Leitfragen) beantwortet werden. ▪ Transferfragen eignen sich zur Vertiefung und Vernetzung des neuen Wissens. <ul style="list-style-type: none"> - Fragen sind in der Unterrichtsstunde, in der das erlernte Wissen - ...in anderem Wissen in Beziehung gesetzt werden muss, um die Frage zu beantworten, oder - ...in einem neuen Kontext angewendet werden muss, der nicht mit dem Wissen verknüpft war, oder - ...in einer neuen, bisher unbekanntem Art angeordnet werden muss.

Folie 4

Was macht nun gute Leitfragen aus, die diesem Ziel dienen?

Eine Leitfrage sollte wirklich das herausarbeiten, was der zentrale fachliche Kern der Stunde ist. Das muss nicht zwingend etwas sehr Komplexes oder Kompliziertes sein. Es kann auch in einer Übungseinheit darum gehen, verschiedene Vorgehensweisen beim Lösen linearer Gleichungen zu vergleichen: auf Einfachheit, Schnelligkeit, Allgemeinheit - von „geschickten Rechentricks“ bis hin zu einem ggf. etwas umständlichen „Standardvorgehen“.

Eine Leitfrage sollte an die Erfahrungen und das Vorwissen der Lernenden anknüpfen. Sie sollte sich also auf ein Problem beziehen,

dass für die Lernenden zugänglich ist, und dass sie selbst auch – wenigstens kurz – als nicht sofort lösbares Problem erleben können. Wenn es darum geht, wie man lineare Gleichungen löst, dann könnte zumindest der Begriff der „Lösung“ bereits thematisiert worden sein und Lösungen durch Raten oder Probieren gesucht werden. Die Frage ist dann, ob das Bestimmen eine Lösung irgendwie auch systematischer und ggf. einfacher geht.

Eine Leitfrage sollte so herausfordernd sein, dass sie nicht durch eine einfache – ggf. oberflächliche Antwort – gelöst werden können. Die Leitfrage sollte also nicht befriedigend beantwortet werden können, ohne dass der (neue) zentrale fachliche Kern der Stunde erarbeitet wurde.

Letztlich sollte sich eine Leitfrage nicht nur auf ein bestimmtes Vorgehen oder isolierte Fakten beziehen, sondern auf die dahinter liegenden Zusammenhänge und Konzepte, die die Lernenden schon kennen.

Bei der Bearbeitung der Leitfrage ist es zunächst nicht so wichtig, ob die Lernenden vollständig alleine oder als Gruppe in eigener Arbeit zu der Einsicht kommen, mit der die Leitfrage beantwortet kann. Dies kann z. B. gemeinsam in einem Unterrichtsgespräch erfolgen oder die Lernenden durchdenken die wesentlichen Ideen anhand gezielter Arbeitsaufträge.

Damit das erarbeitete Wissen dann wirklich mit der Leitfrage verknüpft wird, sollte diese nach der Erarbeitungsphase nochmal aufgegriffen werden. Dabei soll diejenigen Zusammenhänge und Inhalte thematisiert werden, die die Schüler:innen – über die spezifischen Beispiele in der Stunde hinaus – neu dazugelernt haben.

Wie stelle ich fest, ob diese Inhalte wirklich gelernt wurden, und wie steuere ich ggf. nach?

Am besten eignen sich dafür Transferfragen, in denen das Wissen vertieft oder auf neue Fragestellungen angewendet werden muss. Dabei reicht es manchmal auch aus, das Wissen in einer Situation anzuwenden, in der man einfach noch ein weiteres Wissensselement braucht, das schon bekannt ist, z. B., statt eine gegebene Gleichung zu lösen, soll eine Gleichung eine Gleichung aufgestellt und dann gelöst werden. Oder es werden einfache Oberflächenmerkmale der Problemstellungen verändert, z. B. indem andere Kontexte zur Einbettung verwendet werden und dann Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu den vorher behandelten Kontexten diskutiert werden. Oder die Fragestellungen wird leicht verändert. Oder das Wissen wird in einer neuen Art genutzt, z. B. indem die Schüler:innen sich Gleichungen ausdenken, die besonders einfach oder besonders schwer zu lösen sein sollen.

Beispiel: Flächeninhalt von Kreissektoren

Leitfragen nutzen

Beispiel – Flächeninhalt von Kreissektoren, „Problemorientiert“

Mögliche Leitfrage
 Wie kann man den Flächeninhalt von Kreissektoren berechnen? (Mittelpunktswinkel α , Radius r , Kreisbogenlänge s , Kreisbogenhöhe h , Kreisbogenbreite b , Kreisbogenhöhe h , Kreisbogenbreite b)

Mögliche Stundenverlauf
 - Beginn mit einer Leitfrage, die einen kleinen Problem für Radius und zentralen Winkel α enthält.
 - Die Schüler versuchen, die Fläche zu berechnen.
 - Diskussion der verschiedenen Lösungsansätze.
 - Auf andere Ableitungen der Formel.
 - Vertiefung der Diskussion über die Formel.
 - Vertiefung der Diskussion über die Formel.

Näherung zur Leitfrage
 Wie kann man den Flächeninhalt von Kreissektoren berechnen? (Mittelpunktswinkel α , Radius r , Kreisbogenlänge s , Kreisbogenhöhe h , Kreisbogenbreite b)

Mögliche Transferfragen
 - Wie kann man den Flächeninhalt von Kreissektoren berechnen, wenn man den Radius und den Winkel kennt?
 - Wie kann man den Flächeninhalt von Kreissektoren berechnen, wenn man den Radius und den Winkel kennt?
 - Wie kann man den Flächeninhalt von Kreissektoren berechnen, wenn man den Radius und den Winkel kennt?



Folie 5

Sehen wir uns ein weiteres Beispiel an – die Berechnung des Flächeninhalts für Kreissektoren. Es gibt zwei mögliche Formeln, die man erarbeiten und nutzen könnte. Natürlich sollten die Lernenden die wesentlichen Begriffe wie „Kreissektor“, „Kreisbogen“ und „Mittelpunktswinkel“ schon kennen gelernt haben – z. B. in der Unterrichtsstunde zur Länge von Kreisbögen.

Eine mögliche – aber sicher nicht die einzige – Leitfrage könnte nun darauf abzielen, wie man informelle Strategien für die Berechnung des Flächeninhalts in einfachen Fällen (Viertelkreise, Halbkreise, Dreiviertelkreise) auf schwierigere Fälle übertragen kann.

Ein Stundenverlauf könnte so aussehen, dass diese Leitfrage anhand der einfachen Fälle aufgeworfen wird. Dazu könnte ein geeigneter Kontext gewählt werden, in dem verschiedene Mittelpunktswinkel sinnvoll sind, wobei zunächst aber nur die genannten einfachen Fälle diskutiert werden. Man könnte sich z. B. fragen, wie groß der Wasserverbrauch eine Bewässerungsanlage ist, abhängig vom Radius und Mittelpunktswinkel der bewässerten Fläche. Bekannt sein müsste z. B. der Wasserverbrauch pro Quadratmeter und Stunde.

In einer problemorientierten Version dieser Stunde könnte man die Lernenden diejenigen Fälle betrachten lassen, die schrittweise auf eine mögliche Strategien hinführen: Ein Mittelpunktswinkel von 90° ist einer der bekannten Fälle. Mittelpunktswinkel 45° und 30° sind davon ausgehend leicht zugängliche Verallgemeinerungen, anhand derer man erkennen kann, dass hier die Vervielfachungseigenschaft von Proportionalitäten verwendet werden kann (ohne sie so notwendigerweise so zu benennen). [NB: Man könnte hier auch noch 15° nutzen, weil man das aus den Ergebnissen für 45° und 30° erschließen kann. Das passt hier aber nicht so gut zu den Lösungsstrategien auf Basis der Vervielfachungseigenschaft, an die man später anknüpfen möchte.]. Ein Mittelpunktswinkel 1° ist ein wesentlicher Schritt, der genau mit dieser Idee gelöst werden kann, um sich dann „weiterzuhangeln“ zu einem schwierigeren Fall, z. B. 17° .

Darauf aufbauend kann man die Lösungsstrategien der Lernenden diskutieren und erkennen, dass sie etwas Gemeinsames haben. Durch Teilen und Vervielfachen kommt man auf den Flächeninhalt für den jeweiligen Winkel. Je nach Leistungsniveau der Klasse kann daraus mehr oder weniger gelenkt eine Strategie zur Berechnung des Flächeninhalts für einen beliebigen Mittelpunktswinkel aus dem Flächeninhalt der Gesamtfläche abgeleitet werden. Ein Impuls dafür könnte sein zu überlegen, wie man den Flächeninhalt für den Mittelpunktswinkel von 17° direkt aus dem Flächeninhalt des Gesamtkreises berechnen könnte. Ein solches Vorgehen vom Vollkreis über einen Winkel von 1° zu beliebigen Winkeln ist

eigentlich schon genau das, was die Erste der beiden Formeln beschreibt.

Je nach Zeit und Leistungsniveau der Klasse würde man dies nun noch einmal mit einem anderen Radius oder auch einem anderen Kontext (anstelle des Bewässerungsbeispiels) wiederholen und Gemeinsamkeiten analysieren. Übungsmöglichkeiten dafür, wie die Formel anzuwenden ist, sind sicher ein wichtiger Teil der Unterrichtseinheit.

Der Rückbezug zur Leitfrage könnte darin bestehen zu sehen, wie sich anhand der Formel die bereits bekannten Vorgehensweisen für die „einfachen Winkel“ ergeben.

Mögliche Transferfragen könnten den funktionalen Zusammenhang zwischen Mittelpunktswinkel und Flächeninhalt betreffen, der im Bereich von 0° bis 360° proportional ist, aber auch andere Anwendungsaufgaben, in denen teilweise die Formel genutzt werden kann, teilweise aber auch die eingangs aufgegriffenen, einfacheren und informellen Strategien für Viertel-, Halb- und Dreiviertelkreise. Andere Übungsaktivitäten könnten an einem speziellen Beispiel oder im Allgemeinen auf die Beziehung zur Bogenlänge hinführen, die den rechten Teil der Formel oben ausmacht. Man könnte aber auch den Mittelpunktswinkel aus dem Flächeninhalt und dem Radius berechnen lassen, oder eben den Radius, oder man könnte unterschiedliche Kreissektoren zu einem gegebenen Flächeninhalt suchen lassen.

Die auf der Folie vorgeschlagene, eingekleidete Transferaufgabe ist natürlich eingeschränkt authentisch, erlaubt aber sehr unterschiedliche Lösungswege (gezieltes Nutzen der Formel, Nutzen operativer Beziehungen, systematisches Probieren).

Leitfragen nutzen
 Beispiel – Flächeninhalt von Kreissektoren, „Lösungsbeispiel“

Mögliche Leitfrage
 Wie verändert sich der Flächeninhalt von z.B. Halbkreisen (Winkel 180°), Viertelkreisen (Winkel 90°), wenn man einen Winkel (z.B. 30°) festlegt und die Größe des Radius variiert? Wie können wir das auf Kreissektoren mit anderen Winkeln übertragen?

Möglicher Stundenverlauf
 • Die Lernenden erörtern, wann die informelle Strategie auf einen unvollständigen Fall (z. B. 30°) übertragen werden kann.
 • Die Formel wird verwendet, um zu bestätigen, dass die informelle Strategie auf einen vollständigen Fall angewendet werden kann.
 • Die Formel wird verwendet, um zu bestätigen, dass die informelle Strategie auf einen unvollständigen Fall angewendet werden kann.
 • Die Formel wird verwendet, um zu bestätigen, dass die informelle Strategie auf einen unvollständigen Fall angewendet werden kann.

Rückbezug zur Leitfrage
 Anhand welcher Beziehung wird diskutiert, wann sich eine informelle Strategie anbietet, und wann die Notwendigkeit der Formel?

Mögliche Transferfragen
 • Wie verändert sich die Flächeninhalt, wenn man den Radius verdoppelt/dreifacht/vierfacht? (Winkel festhalten)
 • Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn man den Winkel verdoppelt/dreifacht/vierfacht? (Radius festhalten)
 • Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn man den Radius verdoppelt und den Winkel verdoppelt?
 • Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn man den Radius verdoppelt und den Winkel verdoppelt?
 • Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn man den Radius verdoppelt und den Winkel verdoppelt?

Folie 6

Ein anderer Stundenverlauf zur gleichen Leitfrage könnte so aussehen, dass nur einer der weniger komplexen unbekannteren Fälle von den Lernenden durchgeführt wird, und die Lehrkraft die Formel (zumindest den linken Teil) anhand eines typischen Falls (z. B. 15°) selbst in den Unterricht einbringt. Um aktive Verarbeitung sicherzustellen könnten die Lernenden aufgefordert werden, die Formel auf die „einfachen Fälle“ (z. B. Viertelkreis) und den Fall 30° anzuwenden und das Vorgehen mit dem eigenen Vorgehen ohne Formel zu vergleichen. Dies dient dazu, herauszuarbeiten, dass hinter der Formel nichts anderes steht als die informelle Strategie, die die Lernenden in einfachen Fällen ohnehin anwenden. Auch hier sind Übungsmöglichkeiten dazu, wie man die Formel anwendet, natürlich hilfreich. Als Rückbezug könnte man Beispiele dahingehend sortieren, welche man sich „einfach im Kopf überlegen kann“ (wie es die Lernenden in den einfachen Fällen gemacht hatten) und in welchen Fällen die Formel die geschicktere Wahl ist. Transferfragen wären ähnlich möglich wie im Ablauf davor.

Digitale Medien nutzen, um Leitfragen einzubinden

Leitfragen nutzen

Beispiel – Flächeninhalt von Kreissektoren, digitale Medien

Wie kann man digitale Medien nutzen, um an dieser Leitfrage zu arbeiten?

- Erarbeitung**
 - Erstellen einer übersichtlichen Erklärung, die die Gemeinsamkeiten der beiden Lösungswege erklärt.
 - Nutzen einer dynamischen Darstellung, die beide Strategien parallel erhebt, ein veränderbares Radius und Mittelpunktswinkel, mit Variablen.
- Rückbezug**
 - Zurückverknüpfen von Aufgaben zu den Strategien „InKopf“ und „mit der Formel“ in einem Onlinepost, gemeinsame Diskussion.
- Transferfragen**
 - „Vervollständigen“: Nutzen eines Tabellenblatts, um die Zusammenhänge zu untersuchen.
 - „Pizzabäcker“: Erklären eines „Pizzabäckers“ für verschiedene Angaben in einem Tabellenblatt.
 - Erstellen eines „Kreissektorenrechners“, in dem für verschiedene Kombinationen von Angaben jeweils die fehlende Größe berechnet wird.



Folie 7

Wie könnte man in einer solchen Unterrichtseinheit – und besonders in der Arbeit mit der Leitfrage – digitale Medien lernförderlich einsetzen? Als Ergebnis der Erarbeitung könnte eine übersichtliche Darstellung der beiden Rechenwege (Formel, Dreisatz) und der Beziehungen zwischen den beiden Wegen hergestellt werden. Alternativ könnte eine dynamischen Darstellung beider Strategien mit veränderbarem Radius und Mittelpunktswinkel genutzt werden, um die Formel sowie deren Begründung für die Lernenden aufzubereiten. Auch hier wären zusätzliche Impulse wie beispielsweise Selbsterklärungsfragen nötig, um sicherzustellen, dass die Lernenden die Inhalte ausreichend tief verarbeiten.

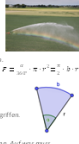
In Bezug auf die erste vorgeschlagene Transferfrage könnte ein Tabellenkalkulationsblatt genutzt werden, um Vermutungen für die Zusammenhänge zu überprüfen. Dies hat den Nachteil, dass der Anteil technischer Übungen mit der Formel in der Aufgabenbearbeitung reduziert wird, jedoch den Vorteil, dass für das Begründen der Zusammenhänge Kapazitäten entlastet werden. Die jeweils letzte Transferfrage legt bereits eine weitere Option nahe: Die Formel in ein Tabellenkalkulationsblatt zur Berechnung von Flächeninhalten von Kreissektoren umzusetzen. Diese kann in einem ersten Schritt (Lösen durch systematisches Probieren) auch für die Sachaufgabe mit dem Pizzabäcker angewendet werden.

Was ist keine gute Leitfrage?

Leitfragen nutzen

Probleme bei Leitfragen – Flächeninhalt von Kreissektoren

- Keine Leitfrage**
 - Nicht gelöst zu werden, aber man die Fläche eines Kreissektors bestimmen kann.
 - Es wird zwar das Thema benannt (z.B. es geht um eine spezielle Flächenformel), aber die Leitfrage formuliert keine Frage.
- Zu offene Leitfrage, wenig Anbindung an Vorwissen**
 - Viel typischerweise: Flächeninhalt eines Kreissektors bestimmen?
 - Vorhandene Strategien der Lernenden werden nicht angesprochen.
- Zu wenig auf konzeptuelles Wissen bezogen**
 - Es gibt eine Formel, mit der man die Fläche eines Kreissektors bestimmen kann. Auf was muss man achten, damit man die Formel immer richtig anwendet?
 - Zusammenhang der Formel zum Vorwissen der Lernenden wird nicht angesprochen.
- Zu enge, zu wenig anspruchsvolle Leitfrage**
 - Es sind ein Kreisbogen mit Radius r und Mittelpunktswinkel α gegeben. Finde den Flächeninhalt des Kreissektors heraus.
 - Die Leitfrage führt zu wenig auf verallgemeinerbare Strukturen und Ideen hin.



Folie 8

Leitfragen können – wenn sie gut gestellt sind – wesentlich dazu beitragen, dass die Lernenden dem Unterricht folgen und sich konstruktiv in Bezug auf die jeweiligen Lernziele einbringen können. Dennoch eignet sich nicht jede Frage als Leitfrage.

- Manchmal (1. Beispiel auf der Folie) wird einfach gar keine Leitfrage gestellt, sondern nur das Thema beschrieben. Dann bleibt aber unklar, welchen Zweck es für die Lernenden hat, sich mit diesem Thema jetzt auseinanderzusetzen.
- Leitfragen, die zu offen formuliert sind (2. Beispiel), machen es Lernenden schwer zu identifizieren welches Vorwissen sie anwenden könnten. Dies kann sehr schnell überfordernd wirken. Hier ist es oft hilfreich explizit in der Leitfrage auf das relevante Vorwissen der Lernenden hinzuweisen.
- Manche Leitfragen zielen rein auf das Vorgehen oder einzelne Fakten, aber nicht auf die Hintergründe und Zusammenhänge ab (3. Beispiel). Dies wiederum birgt die Gefahr, dass eben isoliertes Wissen erworben wird (siehe Einführung zur Konzeptorientierung).
- Letztlich können Leitfragen aber auch zu eng formuliert sein, um wirklich allgemeine Konzepte zu erwerben. Wenn wie hier im 4. Beispiel nur ein einzelner Fall – ggf. in einem einzelnen Kontext – betrachtet wird, dann ist der Schritt hin zu allgemein

anwendbarem Wissen für die Lernenden nicht als Ziel erkennbar, und für die Lehrkraft auch viel schwieriger umzusetzen.

Planung einer Unterrichtseinheit mit Leitfrage

Leitfragen nutzen
 Wie bause ich eine Erarbeitung mit Leitfrage unterrichtlich auf?

- 1. Welche Leitfrage ist das Thema?
- 2. Welche Grundfragen können sich daraus ableiten?
- 3. Welche Kompetenzen (Fachkompetenz, Sozialkompetenz, Methodenkompetenz, Persönlichkeitskompetenz) werden angesprochen?
- 4. Welche Kompetenzen (Fachkompetenz, Sozialkompetenz, Methodenkompetenz, Persönlichkeitskompetenz) werden angesprochen?
- 5. Welche Kompetenzen (Fachkompetenz, Sozialkompetenz, Methodenkompetenz, Persönlichkeitskompetenz) werden angesprochen?
- 6. Welche Kompetenzen (Fachkompetenz, Sozialkompetenz, Methodenkompetenz, Persönlichkeitskompetenz) werden angesprochen?
- 7. Welche Kompetenzen (Fachkompetenz, Sozialkompetenz, Methodenkompetenz, Persönlichkeitskompetenz) werden angesprochen?
- 8. Welche Kompetenzen (Fachkompetenz, Sozialkompetenz, Methodenkompetenz, Persönlichkeitskompetenz) werden angesprochen?

Folie 9

Wie kann man nun vorgehen, um eine Stunde zu planen, die sich an einer klaren Leitfrage orientiert?

Das geht zunächst einmal beim Verständnis des Themas selbst los: Was ist der „fachliche Kern“ des Themas? Was ist das „mathematisch wirklich Neue“, das Lernende daraus mitnehmen können? Dafür müssen Sie als Lehrkraft wissen, an welches Vorwissen der Lernenden Sie anknüpfen können und möchten. Ggf. ist es hilfreich dieses Vorwissen am Anfang der Stunde oder in den Vorstunden noch einmal in einer Art „Vorwissensaktivierung“ oder „Vor-entlastung“ aufzufrischen.

Zentral für eine Leitfrage ist aber eine problemhaltige Ausgangssituation, die auf die Leitfrage hinführt. Diese Ausgangssituation beeinflusst damit auch, wie Sie die Leitfrage bearbeiten sowie einen Rückbezug und Transferfragen gestalten könnten.

Im Unterricht bringen Sie als Lehrkraft eine Situation ein, die von den Lernenden als fachlich problemhaltig erkannt werden kann. Nachdem die Lernenden sich damit befasst haben und das Problem beschrieben ist, können Sie die Leitfrage auch explizit formulieren.

Nun geht es darum, dass die Lernenden sich aktiv mit möglichen Lösungen auseinandersetzen. Das kann problemorientiert geschehen, dass die Lernenden eigene Ideen entwickeln, oder eher analysierend anhand von vorgegebenen Strategien und Informationen. Gemeinsam ist es nun die Aufgabe der Lehrkraft und der Lernenden, diese Strategien zusammenzufassen und eine fachlich sinnvollen (allgemeinen) Antwort auf die Leitfrage zu finden und ggf. festzuhalten.

Der Rückbezug dient dazu, die gefundene Antwort noch einmal auf das Eingangsproblem, besonders aber die Leitfrage und damit auch auf das Vorwissen der Lernenden zu beziehen.

Im weiteren Verlauf werden Transferfragen bearbeitet und diskutiert und Verständnislücken thematisiert.

Beispiel: Einführung Proportionalitäten

Leitfragen nutzen
 Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel: Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen einführen

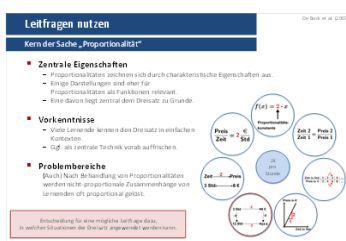
Phase	Inhalt
Begriffung	Proportionalität
Herleitung	Herleitung des Proportionalitätsbegriffs aus dem Zusammenhang von zwei Größen
Erklärung	Erklärung des Proportionalitätsbegriffs
Vertiefung	Vertiefung des Proportionalitätsbegriffs
Veranschaulichung	Veranschaulichung des Proportionalitätsbegriffs

Folie 10

Anhand eines Beispiels soll dieser Planungsprozess, also insbesondere der erste Schritt, noch einmal illustriert werden. Wir betrachten eine Unterrichtseinheit, in der der Begriff „Proportionalität“ als bestimmte Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen eingeführt werden soll. Hier geht es noch nicht darum, eine Funktionsschreibweise oder Funktionsgraphen zu thematisieren.

Wie könnte das vielleicht „traditionell und solide“ aussehen? Man könnte zu Beginn mit einer typischen Textaufgabe zur Proportionalität vom Typ „Menge - Preis“ einsteigen. Diese Aufgabe könnte man in einer Arbeitsphase lösen lassen, und ggf. dabei schon einen Term dafür aufstellen [Hinweis: Hier einen Term aufzustellen ist ein Arbeitsauftrag, dessen Sinn sich für die Lernenden nicht wirklich erschließen kann – es geht ja nur um einen konkreten Fall]. In einer gemeinsamen Diskussionsphase könnte die Lehrkraft die Lösungen der Schüler:innen zusammentragen, ggf. korrigieren und dann Proportionalitäten als besondere Zuordnungen mit einem Term des Typen $T(x) = „\text{konstanter Wert}“ * x$ einführen. Darauf würden variantenreiche Anwendungsaufgaben zu Proportionalitäten folgen, die bestenfalls über die Kontexte hinausgehen, in denen Lernende ohnehin schon hinreichend Erfahrung mit Proportionalitäten haben (also nicht nur Menge-Preis-Zusammenhänge). Abschließend gäbe es weitere ähnliche Aufgaben als Hausaufgabe zur Sicherung.

Wir sehen, dass die hier genutzte Eingangsfrage („Wie viel muss Herr Müller für 45l Diesel bezahlen?“) zu eng auf ein bestimmtes Problem bezogen ist, um wirklich eine Leitfrage für das zugrunde liegende Thema zu sein. Wie könnte also eine sinnvolle Leitfrage aussehen? Worauf sollte unsere Hinführung bei diesem Thema eigentlich hinführen?



Folie 11

Wir sehen uns den Kern der Sache noch einmal an. Das haben wir im Abschnitt „Ergänzende Aspekte zur Konzeptorientierung für einen Mathematikunterricht mit digitalen Medien“ schon einmal genauer betrachtet, und zwar genau am Beispiel Proportionalitäten. Der Kern der Sache sollte zunächst eine Eigenschaft sein, die einerseits alle Proportionalitäten auszeichnet, andererseits den Lernenden aber auch bereits zu einem gewissen Grade relevant erscheint. Zwei der im vorherigen Abschnitt erarbeiteten Eigenschaften (Form des Funktionsterms, Form des Graphen) sind primär für Proportionalitäten als Funktionen relevant, werden also ggf. erst später thematisiert.

Eine dieser Eigenschaften liegt aber einer Strategie zugrunde, die viele Lernende kennen bzw. informell schon anwenden: der Dreisatz. Das sind die Vorkenntnisse, auf die man sehr gut aufbauen kann: Rechenstrategien, die dem Dreisatz ähneln, sind meist in einfachen und gut vertrauten Kontexten (Menge-Preis, ...) bekannt. Ggf. kann man dies auch gut vorentlasten und zu Beginn der Stunde reaktivieren. Insofern könnte man Proportionalitäten als die Zusammenhänge einführen, bei denen der Dreisatz für die Berechnung von (fehlenden/unbekannten) Werten verwendet werden kann.

Natürlich gibt es auch hier potenzielle Probleme: Situationen mit quadratischen Zusammenhängen oder solche, in denen Addition oder Subtraktion relevant sind, werden oft unzulässigerweise mit

dem Dreisatz gelöst, also fälschlicherweise als proportional betrachtet. Eine sinnvolle Leitfrage könnte also darauf abzielen, in welchen Situationen man den Dreisatz eigentlich valide anwenden kann. Sobald diese grob umrissen sind, können sie als „proportional“ bezeichnet werden.

Bemerkung: In dieser Unterrichtseinheit werden fast alle Darstellungen verwendet, außer Funktionsterm und Funktionsgraph. Diese werden i. d. R. erst bei der Einführung des Funktionstyps „Proportionale Funktion“ thematisiert. Ein Grund für diese Entscheidung ist, dass mit der Einführung des Funktionstyps oft eher formale Fragen im Fokus stehen, aber weniger das, was Proportionalitäten ausmacht und welche Phänomene sie beschreiben. Später können anhand dieser Phänomene (s. a. Abschnitt „Phänomene nutzen“) Eigenschaften von proportionalen Zusammenhängen (z. B. Quotientengleichheit) und später der Begriff der proportionalen Funktion eingeführt werden (was dann nicht mehr viel Arbeit ist und im Wesentlichen auf die Darstellungsformen, die Form des Funktionsterms und den Begriff der Steigung hinausläuft).

Leitfragen nutzen
Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel: Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmter Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen einführen

	„Zurückbau“	„Vorwärtsbau“
Begriffung	Erklärung	Erklärung
Hilflichung	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Entdeckung	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Verifikation	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Veranschaulichung	Veranschaulichung	Veranschaulichung

Folie 12

Auch hier würde man die Stunde mit einem Einstieg bzw. einer Hinführung auf die Leitfrage beginnen. Dazu könnte man Lernende in verschiedenen Kontexten prüfen lassen, ob der Dreisatz zum korrekten Ergebnis führt. Davon ausgehend könnte man diskutieren, wie man erkennt, wann der Dreisatz geeignet ist und wann nicht. Genau das führt auf den Begriff der „Proportionalität“. Diesen kann man eigentlich bereits direkt an dieser Stelle einbinden. Aber wie geht es danach weiter?

Leitfragen nutzen
Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel: Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmter Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen einführen

	„Zurückbau“	„Vorwärtsbau“
Begriffung	Erklärung	Erklärung
Hilflichung	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Entdeckung	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Verifikation	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Veranschaulichung	Veranschaulichung	Veranschaulichung

Folie 13

Man könnte die Lernenden Eigenschaften sammeln lassen, die proportionale bzw. nicht-proportionale Kontexte möglichst gut beschreiben. Um die Diskussion etwas zu fokussieren könnte man zusätzlich auch gezielt Eigenschaften vorgeben, die analysiert werden sollen. Dazu gehören die oben genannten Eigenschaften (z. B. Vervielfachungseigenschaft), aber auch andere, elementarere Eigenschaften wie z. B. „wenn die eine Größe größer wird, dann wird auch die andere Größe größer“, die auch für andere Zusammenhänge gelten.

Leitfragen nutzen
Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfrage?

Ziel: Den Begriff „Proportionalität“ als bestimmter Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen einführen

	„Zurückbau“	„Vorwärtsbau“
Begriffung	Erklärung	Erklärung
Hilflichung	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Entdeckung	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Verifikation	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100% 	<ul style="list-style-type: none"> Proportionalität ist ein bestimmter Zusammenhang zwischen zwei Größen z. B. Preis/Menge bei 20% Steuer Wichtig: „Steuer“ ist hier nicht die 20%, sondern die 100%
Veranschaulichung	Veranschaulichung	Veranschaulichung

Folie 14

Diese Eigenschaften kann man nun systematisch anhand von bekannten Kontexten und Wertetabellen prüfen: Gelten die Eigenschaften für alle Kontexte, in denen man den Dreisatz anwenden kann (Proportionalitäten)? Sind sie für Kontexte, in denen der Dreisatz nicht zum richtigen Ergebnis führt, falsch? Das führt dazu, dass man Eigenschaften festhalten kann, die proportionale Kontexte charakterisieren.

Leitfragen nutzen		
Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfragen?		
Ziel	Das Begriff „Proportionalität“ als besondere Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen erklären.	
Begrifflich	„Leitfrage“	„Leitfrage“
Wirkung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext
Erweiterung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext
Veranschaulichung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext

Folie 15

In einem Rückbezug auf die Leitfrage kann man die Eigenschaften auf neue Kontexte anwenden, die vielleicht noch nicht so vertraut sind: Verschiedene Kontexte werden nun nicht anhand konkreter Werte und der Anwendung des Dreisatzes auf Proportionalität geprüft, sondern anhand der erarbeiteten Eigenschaften.

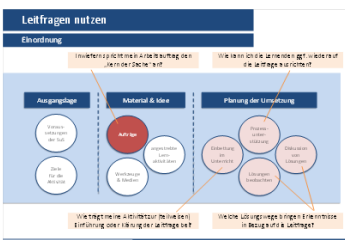
Leitfragen nutzen		
Wie plane ich eine Erarbeitung mit Leitfragen?		
Ziel	Das Begriff „Proportionalität“ als besondere Form eines Zusammenhangs zwischen zwei Größen erklären.	
Begrifflich	„Leitfrage“	„Leitfrage“
Wirkung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext
Erweiterung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext
Vertiefung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext
Veranschaulichung	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext 	<ul style="list-style-type: none"> • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext • Einbezug in einen Kontext

Folie 16

Eine möglich Transferfrage wäre dann, diese Eigenschaften anhand eines Terms zu einem konkreten Zusammenhang zu analysieren oder zu prüfen: Wie kann man die Eigenschaften nutzen, um zu untersuchen, ob ein Term zu einem proportionalem Zusammenhang gehört? Diese Vertiefung führt dann auf die Einführung und genauere Analyse der Klasse der proportionalen Funktionen hin.

Weitere vertiefende bzw. wiederholende Aufgaben würden den Abschluss bilden.

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 17

Auch der Bereich „Leitfragen nutzen“ lässt sich in unser Rahmenmodell zur Planung von Unterrichtsaktivitäten einordnen. Zentral ist: Für unsere Arbeitsaufträge stellt sich zunächst die Frage, was der „fachliche Kern“ des Themas ist, der in dieser Aktivität bearbeitet bzw. von den Lernenden untersucht werden soll – und wie wir die *Aufträge* so fokussieren, dass dieser Kern im Zentrum der Überlegungen steht.

Außerdem müssen sich die Aktivitäten im Unterricht daran messen lassen, inwiefern sie dazu beitragen auf eine Leitfrage hinzuführen oder zu sie klären (Einbettung in den Unterricht). Dazu gehört auch, wie wir Lernende ggf. immer wieder auf die Leitfrage ausrichten können, wenn sie auf weniger relevante Aspekte des Themas fokussieren (Prozessunterstützung). Letztlich ist es wichtig darauf vorbereitet zu sein, um die verschiedenen Ideen und Lösungswege von Lernenden spontan im Unterricht einzuordnen (Beobachten von Lösungen) und daraufhin abzuklopfen, inwiefern sie für das weitere Bearbeiten der Leitfrage hilfreich sein könnte (Diskussion im Unterricht).

Arbeitsauftrag „Leitfragen nutzen - Anwendung“

Leitfragen nutzen	
Anwenden der Erkenntnisse	
Thema	Betrachten Sie die von uns mitgebrachte Unterrichtsstunde zum Thema „Proportionalität“.
Aufgabe	<ul style="list-style-type: none"> • Integrieren Sie ein digitales Medium an an einer der folgenden Stellen der Unterrichtsstunde, dass einen möglichen großen Mehrwert bringt: • Helfen auf die Leitfrage. • Prüfen der Normungen. • Rückbezug auf die Leitfrage. • Transferfrage.
Nutzen Sie gerne die vorliegende Vorlage .	

Folie 18

Dieser Arbeitsauftrag zielt darauf ab, dass teilnehmende Lehrkräfte die Umsetzung von Leitfragen in einer vorbereiteten, exemplarischen Unterrichtsstunde analysieren. Ziel ist, dass digitale Medien so in die Planung eingebunden werden, dass sie für das Nutzen von Leitfragen möglichst großen Mehrwert erzeugen.

Möglicher Ablauf:

- Lesen der Planung der Unterrichtsstunde

- Analysieren wie sich die Inhalte zum Nutzen von Leitfragen in der Unterrichtsstunde zeigen
- Generierung mehrerer Vorschläge für das Einbinden digitaler Medien, z. B. in Kleingruppen
- Vorstellung und Diskussion der Vorschläge in der Gesamtgruppe
- Abwägung von Mehrwert und Aufwand im Vergleich der verschiedenen Vorschläge.

Auf Folie 19 sind einige mögliche, exemplarische Lösungsvorschläge für den auf Folie 18 enthaltenen Arbeitsauftrag aufgelistet.

Leitfragen nutzen
Integration digitaler Medien - Lösungsvorschläge

- **Hinführung zur Leitfrage**
 - Nutzen eines Tabellenkalkulationsblatts, das für jeden Kontext die Berechnung der Lernenden prüft und insbesondere Feedback gibt, wenn nicht der Dreisatz angewendet, sondern die Aufgabe auf anderem Weg bereits gelöst wurde.
- **Prüfen der Vermutungen**
 - Nutzen eines Tabellenkalkulationsblatts, mit dem die Lernenden gezielt Werte generieren können um ihre Vermutungen zu prüfen, anstelle einer vorgefertigten Wertetabelle.
- **Transferfrage**
 - Einsetzen von (summiert) Animationen als Lösungsbeispiel, in der ein Funktionsdiagramm bzw. eine Zuordnungschrift auf eine der Eigenschaften geprüft wird.
 - Entdecken von Erklärungen (z.B. durch Verschieben).
 - Übertragen auf ein neues Beispiel.



© 2015 der Mathematik - Lehrplan

Folie 19

Phase 7a: Verstehenselemente einbinden (Option 1)

Ziele Die Lehrkräfte beschreiben das Einbinden von Verstehenselementen als eine Möglichkeit, den Unterricht auf den fachlichen Kern auszurichten. Sie reflektieren Unterrichtsaktivitäten im Hinblick auf die vorhandenen Verstehenselemente.

Take-Home-Message:

Verstehenselemente sind die zentralen neuen Einsichten, die Lernende zu einem Thema lernen sollen. Diese sollten der fachliche Kern einer Unterrichtsstunde sein. Sie müssen für die Lernenden klar zugänglich sein und mit dem Vorwissen in Beziehung gesetzt werden.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Zunächst wird der Begriff Verstehenselemente vorgestellt und ihre Rolle im Unterricht thematisiert. Als Aufgabe sollen die Teilnehmenden eine Beispielstunde im Hinblick auf die vorhandenen Verstehenselemente analysieren.

Ausführliche Darstellung der Phase 7a: Verstehenselemente einbinden

Verstehenselemente einbinden



Folie 1

In diesem Abschnitt geht es darum, wie man das, was wirklich das Zentrale an einem mathematischen Konzept ist, strukturell möglichst klar und inhaltlich treffend in den Unterricht einbindet. Das zentrale Konzept dabei nennt man „Verstehenselemente“, und es geht in dieser Form auf Barbara Drollinger-Vetter zurück, die es anhand von Videos aus der Pythagoras-Studie entwickelt hat. Es gibt eine Bandbreite ähnlicher Konzepte in der Literatur, die auf der gleichen Grundidee basieren.

Grundidee



Folie 3

Diese Grundidee ist, dass sich alle mathematischen Objekte, Verfahren und Konzepte jeweils durch eine ganze Bandbreite von Eigenschaften und Zusammenhänge auszeichnen. Einige davon werden als so wesentlich erachtet, dass wirklich alle Lernenden sie mitnehmen und untereinander verknüpfen sollen. Andere werden ggf. eher als anzustrebende, aber (noch) nicht zwingende Erweiterung verstanden. Verstehenselemente bezeichnen also die zentralen neuen Einsichten, die die Lernenden zu einem Thema mitnehmen sollen. Zentral für eine gut umgesetzte Konzeptorientierung ist nun, ob und in welcher Qualität diese Verstehenselemente im Unterricht von der Lehrkraft aufbereitet werden, für die Lernenden klar erkennbar sind und von ihnen aktiv, konstruktiv oder interaktiv bearbeitet werden.

Folgende Fragen können Ihnen als Lehrkraft helfen, die zentralen Verstehenselemente zu einem Thema zu identifizieren:

- Was sind die wesentlichen (neuen bzw. bereits bekannten) Einzelfakten und Zusammenhänge, die zu einem guten Verständnis des Themas dazugehören?
- Welche Zusammenhänge gibt es zwischen diesen neuen Wissensbausteinen und dem Vorwissen der Lernenden?
- Welche dieser Zusammenhänge sind so wichtig, dass die Lernenden sie nicht nur nutzen, sondern auch selbst erklären können sollen?

Beispiele aus der Forschung (Satz von Pythagoras)

Verstehen sielemente einbinden

Beispiel aus der Forschung – Satz von Pythagoras

Zentrale Verstehenselemente für die Einführung
Nur ganz zentrale Verstehenselemente in dieser Studie berücksichtigt.

- Der Satz bezieht sich ganz zentral auf Dreiecke.
- Es geht um zwei Typen von Sätzen.
- Wichtig ist, ob es ein rechtwinkliges Dreieck ist.
- Es geht um die Längen der Seiten.
- Die Voraussetzung (rechtwinkliges Dreieck) und die Behauptung des Satzes (Beziehung zwischen den Seitenlängen/Flächen) sind zuerst einmal anscheinend unabhängige Aussagen.
- Der Satz sagt ... über die Seitenlängen.
- Der Satz sagt ... über die Fläche von Quadraten über den Dreiecksseiten.
- Die Bedeutungen als Flächen- und als Längensatz sind verknüpft.

Folie 4

Barbara Drollinger-Vetter hat für ihre Analysen von Unterricht exemplarisch Verstehenselemente für den Unterricht zum Satz von Pythagoras an Gymnasien und Realschulen zusammengefasst. Ihre Auflistung beschränkt sich auf einige ganz basale Konzeptbereiche. Wie sie sehen, beziehen sich die hier genannten Beispiele zunächst auf den Satz selbst und seine Anwendung. Für weitere Inhalte, z. B. einen Beweis des Satzes wären weitere Elemente zu nennen.

Verstehen sielemente einbinden

Beispiel – Flächeninhalt von Kreissektoren

Exemplarische zentrale Verstehenselemente für das Einführen der Formel

- Es geht darum den Flächeninhalt von Kreissektoren im Allgemeinen bestimmen zu können.
- z.B. wie ist in diesem Fall die Fläche eines Kreissektors mit gegebenem Radius, Mittelpunktswinkel und Bögenlänge?
- Die Formel für den Flächeninhalt lautet $F = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi \cdot r^2$.
- z.B. woher ist diese Beziehung in diese Formel zu bekommen?
- Die Formel sagt nichts anderes als:
Der Anteil der Sektorfäche an der Kreisfläche ist derselbe wie der Anteil des Mittelpunktswinkels an einem Vollkreis.
z.B. ein Viertel des Kreises entspricht einem Viertel der Fläche.
- Wenn der Radius unverändert bleibt, ist der Mittelpunktswinkel (im Bereich von 0° bis einschließlich 360°) proportional zum Flächeninhalt des Kreissektors.
z.B. wenn ich ein Mittel punktswinkel verdopple, dann verdopple ich die gesamte Fläche des Kreissektors?

Folie 5

Ähnlich könnte man Verstehenselemente zum Thema „Flächeninhalt von Kreissektoren“ auswählen. Zunächst einmal ist wichtig worum es eigentlich geht und welche Zusammenhänge (qualitativ) beschrieben werden. Die Formel selbst zu kennen und zu wissen, wie man sie anwendet ist natürlich ein weiteres wesentliches Verstehenselement. Aber auch die Idee, die hinter der Formel steckt, ist ein wesentlicher Inhalt der ggf. vermittelt werden soll. Dies ist hier in einer vereinfachten Form formuliert. Auch weiterführende Elemente, wie die Proportionalität von Mittelpunktswinkel und Flächeninhalt könnten zentrale Verstehenselemente sein.

Wichtig ist nun nicht nur, dass diese Verstehenselemente vorkommen, sondern auch wie sie eingebunden werden. Barbara Drollinger-Vetter hat dies für den Satz von Pythagoras exemplarisch beschrieben:

Verstehen sielemente einbinden

Beispiel aus der Forschung – Satz von Pythagoras

Qualität der Einbindung von Verstehenselementen
In dieser Studie über alle Verstehenselemente hinweg bewertet.

- Wie deutlich treten die Verstehenselemente im Unterrichtsvorlauf heraus? – präzise und korrekt herausgearbeitet?
- Können nicht zu spät gegen Ende des Unterrichts vor?
- Werden sie, soweit nötig, wiederholt thematisiert?
- Können sie in einer sachlogisch sinnvollen Abfolge nacheinander vor?
- Werden sie variantenreich, aber fachlich eindeutige dargestellt?
- Wie deutlich werden Zusammenhänge zwischen den Verstehenselementen angesprochen?

Folie 6

In ihrer empirischen Untersuchung bewertet sie die Umsetzung der einzelnen Verstehenselemente anhand von Unterrichtsvideos dahingehend, inwiefern sie überhaupt thematisiert werden, präzise und korrekt an einer passenden Stelle des Unterrichts (und nicht z. B. nur ganz am Ende) von der Lehrkraft (ggf. unter Einbindung der Lernenden) herausgearbeitet werden. Weiterhin wird darauf geachtet, dass die Verstehenselemente i.d.R. mehrfach thematisiert werden – soweit sie nicht sehr einfach zugänglich sind und in einer fachlich sinnvollen Abfolge nacheinander erarbeitet werden. Dabei sollen möglichst unterschiedliche Perspektiven auf diese Verstehenselemente aufgezeigt und auch die fachlichen Zusammenhänge zwischen ihnen angesprochen werden.

Kriterien

Verstehenselemente einbinden

Kriterien: Verstehenselemente im Unterricht

- Herausarbeiten von Verstehenselementen**
 - Inwiefern kommt der fachliche Kern dieser Verstehenselemente im Unterricht vor?
 - Was wird für die Lernenden erkennbar, was die wesentlichen Verstehenselemente in der Unterrichtsstunde sind?
 - Werden sie im Unterrichtsstunde fachlich korrekt und präzise herausgearbeitet?
- Einbinden und Bearbeiten von Verstehenselementen**
 - Inwiefern werden sie an die Vorwissen der Lernenden angeknüpft?
 - Inwiefern sind sie als neue Einsichten über das Vorwissen erkennbar oder herbar?
 - Inwiefern werden sie aus dem richtigen, verschiedenen Perspektiven betrachtet?
 - Inwiefern werden die Zusammenhänge zwischen den Verstehenselementen erkennbar?
- Zusammenfassen der Verstehenselemente**
 - Wesentliche Verstehenselemente sollten gegen Ende der Stunde prägnant zusammengefasst werden.
 - Inwiefern wird dabei Bezug genommen auf ihre Bedeutung in der Erarbeitung bzw. bei der Anwendung der Inhalte?

Folie 7

Was macht aber nun im Allgemeinen ein wirksames Einbinden von Verstehenselementen im Sinne der Konzeptorientierung aus?

Wie gerade angemerkt, ist es zunächst einmal wichtig, dass die Verstehenselemente überhaupt vorkommen, dass sie für die Lernenden klar als wesentliche Inhalte des Unterrichts identifizierbar sind und dass sie fachlich präzise und natürlich korrekt thematisiert werden.

Weiterhin stellt sich die Frage wie diese Verstehenselemente bearbeitet werden. Das betrifft die Verknüpfung mit dem Vorwissen der Lernenden, da die neuen Verstehenselemente auch als neue Einsichten erkennbar werden sollten, aber auch das Abdecken verschiedener Sichtweisen auf ein Verstehenselement, z. B. anhand verschiedener Formulierungen oder Darstellungen, sowie die Zusammenhänge zu geeigneten anderen Verstehenselementen.

Letztlich erscheint es sinnvoll, die wesentlichen Verstehenselemente gegen Ende der Stunde prägnant zusammenzufassen, und sie dabei noch einmal in einen Gesamtzusammenhang einzuordnen. Wichtig ist auch, dass sie bei der Anwendung und Vertiefung der Inhalte immer wieder aufgegriffen und ihre Nutzung auch von den Lernenden eingefordert wird.

Beispiel: Flächeninhalt von Kreissektoren

Verstehenselemente einbinden

Mehr oder weniger gute Umsetzung – Beispiel Kreissektor

$A = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \alpha$

- Kein Einbinden von Verstehenselementen**
 - Anhand einer Beispielaufgabe wird die Formel vorgelegt und anschließend angewendet.
- (Kein) Adäquates Einbinden von Verstehenselementen**
 - z.B. „Diese Formel sagt nichts anderes als: Der Anteil der Sechseckfläche an der Kreisfläche ist derselbe wie der Anteil des Kreissektors an einem Vollkreis.“
 - Es wird sofort ein Beispiel bearbeitet, das mit informellen Strategien kaum lösbar ist.
 - Der Zusammenhang wird von der Lehrkraft und einer leistungsfähigen Schülerin (die im Unterricht regelmäßig arbeitet) hergestellt.
 - Spezialfälle (z. B. 90°) werden zunächst mit informellen Strategien gelöst.
 - Vorwissen ist diese informellen Strategien werden auf allgemeine Fälle übertragen.
 - Hinweis auf Anhand derer herleitbare Fälle wird angedeutet, wie und warum die Formel zum richtigen Ergebnis führt.

Folie 8

Am Beispiel des Kreissektors könnte das so aussehen:

Wenn die Formel lediglich anhand einer Beispielaufgabe vorgestellt und anschließend angewendet wird, dann würden viele wesentliche Verstehenselemente nicht thematisiert.

Wenn sofort ein Beispiel bearbeitet würde, das mit informellen Strategien – wie Lernende sie oft für einfache Fälle wie Viertelkreise, Halbkreise und Dreiviertelkreise haben – kaum lösbar ist, dann würde zwar thematisiert werden, was die Formel eigentlich aussagt, aber in weniger tragfähiger Form. Da in einer solchen Situation nur wenige Lernende erkennen, an welches Vorwissen sie die neuen Inhalte anbinden können, würde die Erarbeitung wahrscheinlich in einem typischen „Zweiergespräch“ zwischen der Lehrkraft und einer leistungsfähigen Schülerin erarbeitet. Damit wäre das Verstehenselement zwar für alle erkennbar thematisiert, jedoch wahrscheinlich von vielen Lernenden nicht wirklich aktiv und vertieft verarbeitet.

Besser wäre es, von den Spezialfällen auszugehen, die mit informellen Strategien gelöst werden können. Im Abschnitt zu Leitfragen haben wir gesehen wie ausgehend davon die Formel erarbeitet werden kann, oder wie eine von der Lehrkraft vorgegebene

Formel analysiert und damit erarbeitet werden kann, wie die Formel konkret im Einzelfall funktioniert.

Beispiel: Proportionale Funktionen

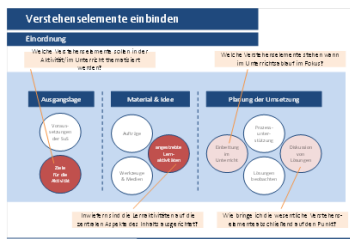
Verstehen elemente einbinden
Beispiel – Proportionale Funktionen (Funktionstyp einführen)

- Kein Einbinden von Verstehensselementen
 Eine Definition des Begriffs und Beispiele. Da sich um den typischen Fall (prozentuale) handelt, ist dies nicht notwendig.
- (Kein) Adäquates Einbinden von Verstehensselementen
 = Verstehensselemente, die nur die Zusammenhänge erklären, die über den Konzepten vorliegen.
 z.B. Einführung über die Funktionsformeln und „Wahrheit“ der Dreierbeziehung
 = Verstehensselemente, die nur die Zusammenhänge erklären, die über den Konzepten vorliegen.
 z.B. Umrechnung zwischen Prozentangaben und anderen Einheiten
 z.B. Rechnen mit „Umsatzsteuer“ (Umsatzsteuererhöhung)
- Kein Einbinden von Verstehensselementen, die nur die Zusammenhänge erklären, die über den Konzepten vorliegen.
 z.B. Umrechnung zwischen Prozentangaben und anderen Einheiten
 z.B. Rechnen mit „Umsatzsteuer“ (Umsatzsteuererhöhung)

Folie 9

Im Foliensatz finden Sie weitere Beispiele für mehr oder weniger tragfähiges Thematisieren von Verstehensselementen für das Konzept der Proportionalität.

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 10

Auch die Rolle von Verstehensselementen für einen konzeptorientierten Unterricht soll noch einmal in unser Rahmenmodell zur Planung von Unterrichtsaktivitäten eingeordnet werden.

Den Anfang macht natürlich die Frage, welche der für ein Konzept identifizierten Verstehensselemente in einer konkreten Aktivität oder Unterrichtsstunde thematisiert werden sollen. Damit müssen sich unsere Aktivitäten daran messen lassen, inwiefern sie die Lernenden zur aktiven, konstruktiven oder interaktiven Auseinandersetzung mit diesen Verstehensselementen anregen. Für die Umsetzung selbst sollten wir uns überlegen an welchen Stellen wir die Verstehensselemente im Unterricht ggf. mehrfach aus verschiedenen Perspektiven und im Zusammenhang mit dem Vorwissen bzw. anderen Verstehensselementen aufgreifen können. Für die Diskussion von Lösungen und für die Zusammenfassung einer Lernaktivität sollten wir darauf vorbereitet sein, die wesentlichen Verstehensselemente prägnant und präzise auf den Punkt zu bringen.

Anwendung

Verstehensselemente einbinden
Anwendung

Folie 11

Material

[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)
[Fachdidaktische Informationen zur Unterrichtseinheit](#)

Verstehenselemente einbinden
Anwendung – mögliche Lösung

▪ **Verstehenselemente sinnvoll ausgewählt?**

Verstehenselemente einbinden
Anwendung – mögliche Lösung

▪ **Verstehenselemente adäquat eingebunden?**

Verstehenselemente einbinden
Anwendung – mögliche Lösung

▪ **Zentrale Verstehenselemente zusammengefasst?**

- Falls ja: Überlegen Sie, ob und wie Zusammenfassung, die Lernende eine Orientierung zu ihrem eigenen Lernaktivitäten geben kann.
- Die Zusammenfassungen aus Schüler*innen der Lernphase der Lernschritte sind die optimalen Ausgangspunkte, die in der Lernphasephase gesammelt werden, können durch die Schüler*innen und Schüler*innen im Unterricht an eigenen Beispielen gemacht werden.
- Falls nein: Überlegen Sie, welche Verstehenselemente man auswählen würde und wie man eine Zusammenfassung gestalten könnte.
- Wie zentrale Eigenschaften prozessualer Zusammenhänge sich in den Darstellungformen (Text, Diagramm, Tabelle, usw.) darstellen, sie auch erkennen lassen, sollte in der nächsten Lernphase nach festgehalten werden.

© 2014 by Springer-Verlag GmbH

Diese und die folgenden Folien sind als Ideensammlung für eine Diskussion auf Basis des Arbeitsauftrags gedacht. Es geht primär darum, die Ideen aus der Lerngemeinschaft zu diskutieren.

Folien 12-14

Phase 7b: Darstellungen verknüpfen (Option 2)

Ziele Die Lehrkräfte beschreiben das Verknüpfen von Darstellungen als eine Möglichkeit, ein Konzept zu vermitteln. Sie erarbeiten exemplarisch das Verknüpfen von Darstellung für das Konzept Ungleichungen.

Take-Home-Message:

Lernende sollen neue Konzepte in verschiedenen Darstellungen darstellen und diese ineinander übersetzen können sowie Zusammenhänge zwischen Darstellungen analysieren können. Digitale Medien bieten vielfältige Möglichkeiten, um Darstellungen miteinander zu verknüpfen.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Mathematische Konzepte können in verschiedenen Darstellungen betrachtet werden. Eine adäquate und produktive Nutzung verschiedener Darstellungen ist notwendig, damit ein mathematisches Konzept verstanden wird. Am Beispiel linearer Ungleichungen soll die Anwendung im Unterricht geübt werden.

Ausführliche Darstellung der Phase 7b: Darstellungen verknüpfen

Darstellungen verknüpfen



Folie 1

In diesem Abschnitt soll es darum gehen, was es bedeuten kann, verschiedene Darstellungsformen eines mathematische Konzepts miteinander zu verknüpfen. Wir hatten im einführenden Teil zur Konzeptorientierung ja schon festgestellt, dass erst die Beziehungen zwischen diesen Darstellungen einen Zugang zu dem ermöglichen, was man als „abstrakte“ Konzepte bezeichnet. Jetzt soll es darum gehen, was das für den Unterricht konkret bedeuten kann.

Grundidee



Folie 3

Im einführenden Teil wurde auch bereits thematisiert, dass mathematische Konzepte in ganz verschiedenen Darstellungen auftreten können:

- Funktionen können als Graph, als Term, als Wertetabelle, oder auch in einer realen oder verbal beschriebenen Situation als funktionaler Zusammenhang zwischen zwei Größen auftreten.
- Rationale Zahlen beispielsweise können symbolisch als Brüche, gemischte Zahlen, am Zahlenstrahl oder in Dezimaldarstellung auftreten, aber auch in Form von Arbeitsmitteln wie dem Rechteck oder dem Kreismodell. In Situationen können Brüche Anteile beschreiben, aber auch Verhältnisse, Veränderungen von Anteilen, Maßzahlen oder Skalenwerte.

- Geometrische Figuren sind noch am ehesten als „Ganzes“ zugänglich, können aber auch verbal und symbolisch beschrieben werden.

Jede dieser Darstellungen hebt nun bestimmte Eigenschaften besonders heraus. Ob beispielsweise ein Bruch gekürzt ist oder nicht sieht man gut in der symbolischen Darstellung. Auch bestimmte Operationen mit Konzepten sind in verschiedenen Darstellungen mehr oder weniger leicht durchzuführen. Welche von zwei rationalen Zahlen größer ist, ist in der Bruchdarstellung oft nur schwer direkt erkennbar. Am Zahlenstrahl oder auch in der Dezimalschreibweise sieht man das besser. Um zwei Brüche zu vergleichen, eignen sich aber auch Arbeitsmittel wie das Rechteckmodell.

Entsprechend ist es eine zentrale Annahme, dass man mit mathematischen Konzepten besser umgehen kann, wenn man möglichst flexibel – im Kopf, auf Papier oder anders – zwischen diesen Darstellungen wechseln kann. Man kann sich dies an einfachen Fragen selbst illustrieren, beispielsweise „Wie erkenne ich die Steigung einer linearen Funktion anhand des Terms, anhand des Graphen oder anhand der Wertetabelle?“.

Ein abstraktes Konzept zu „verstehen“, bedeutet also auch, diese Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungen zu kennen und flexibel nutzen zu können – eben, weil sich in einer einzigen Darstellung so gut wie nie alle Eigenschaften oder Operationen eines Konzepts verdeutlichen lassen.

Was heißt das nun für den Unterricht? Es reicht sicher nicht aus, dass verschiedene Darstellungen im Unterricht vorkommen. Ein erster Schritt könnte sein, dass Lernende zwischen Darstellungen selbst übersetzen, also Funktionsgraphen zu gegebenen Termen zeichnen oder den Funktionsterm aus dem Graphen bestimmen. Wichtig ist natürlich auch, dass Lernende Konzepte und Eigenschaften – wie z. B. die Proportionalitätskonstante eines proportionalen Zusammenhangs – in verschiedenen Darstellungen lesen und auch selbst darstellen können. Ganz zentral ist darüber hinaus aber, dass Lernende Zusammenhänge zwischen Darstellungen analysieren, beschreiben und nutzen, um Probleme zu lösen oder Aussagen zu begründen: Was passiert beispielsweise mit dem Graphen einer linearen Funktion, wenn man den Achsenabschnitt um 1 erhöht (oder die Steigung)? Das Analysieren dieser Beziehungen muss im Unterricht besprochen und eingefordert werden, damit diese für späteres eigenes Problemlösen genutzt werden können.

Beispiel: Ein Konzept, verschiedenen Darstellungen (Proportionalitäten)

Darstellungen verknüpfen

Beispiel: Ein Konzept, verschiedene Darstellungen

Beispiel: Proportionalitäten

- Verschiedene Darstellungen haben unterschiedliche Eigenschaften:
 - Eigenschaftsbereiche
 - Eigenschaftswahl
 - Darstellungswahl
 - Darstellungswahl
 - Formwahl
- Dies geschieht auf unterschiedliche Art:
 - z. B. symbolisch
 - z. B. sprachlich
 - z. B. bildlich
 - z. B. anhand von Beispielen

Folie 4

Für Proportionalitäten beispielsweise hatten wir uns diese Darstellungsformen schon genauer angeschaut. Man sieht die Proportionalitätskonstante in fast allen dieser Darstellungen. Die Form des Graphen ist natürlich nur an einer Darstellung direkt erkennbar. Die Eigenschaft der Quotientengleichheit kann man beispielsweise am Graphen, aber auch anhand des Funktionsterms gut erkennen. Diese Eigenschaften kann man im Allgemeinen mit Variablen darstellen (wie z. B. rechts oben) oder anhand konkreter Werte (wie im Dreisatzschema links unten oder in der Wertetabelle). Es ist plausibel, dass es leichter ist die Darstellung mit den Variablen zu interpretieren, wenn man sie mit mehreren Beispielen mit konkreten Werten in Verbindung bringt.

Beispiel: Ein Konzept, verschiedene Darstellungen (Prisma)

Darstellungen verknüpfen

Beispiel: Ein Konzept, verschiedene Darstellungen

Beispiel: Prisma

- Verschiedene Darstellungen haben unterschiedliche Eigenschaften:
 - z. B. Darstellungsform
 - z. B. Darstellungsform
 - z. B. Darstellungsform
 - z. B. Darstellungsform
- Dies geschieht auf unterschiedliche Art:
 - z. B. sprachlich
 - z. B. bildlich
 - z. B. anhand von Beispielen

Folie 5

Welche Darstellungen jeweils relevant sind hängt vom jeweiligen Konzept ab. Einfache Regeln wie „einmal enaktiv, einmal ikonisch, einmal symbolisch, einmal verbal“ greifen hier oft zu kurz. Ein weiteres Beispiel sind Geometrische Körperformen. Es gibt eine ganze Bandbreite von Darstellungen: Vollmodelle, Flächenmodelle, Kantenmodelle, deren Projektionen in die Ebene (die hier abgebildet sind), Netze, sprachliche Beschreibungen wie die hier genannte, aber auch solche wie „Ein gerades Prisma, dessen Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck mit den Kathetenlängen 3cm und 4cm ist, und das 6 cm hoch ist“. Auch hier treten bestimmte Eigenschaften in bestimmten Darstellungen besonders hervor. Anhand von Projektionen kann man nur bestimmte Winkel und Seitenlängen direkt ablesen, Netze bieten hier mehr Ansatzpunkte. Wenn aber beispielsweise festgestellt werden soll, wie und wo sich Diagonalen schneiden, sind Modelle oft hilfreicher als Projektionen. Je nach Problemstellung sind die Darstellungen deshalb unterschiedlich hilfreich (und notwendig), um an Aufgaben oder Lernzielen zu arbeiten. Zwischen diesen Darstellungen wechseln zu können, ist eine wesentliche Anforderung. Es erfordert jedoch nicht nur Wissen über den jeweiligen Körper, sondern auch räumliches Vorstellungsvermögen.

Kriterien

Darstellungen verknüpfen

Kriterien: Darstellungen im Unterricht

Darstellungen werden adäquat verwendet, wenn...

- die Darstellung ein Problem (z. B. eine Situation) darstellt, die für den Lernenden relevant ist
- die Darstellung ein Problem (z. B. eine Situation) darstellt, die für den Lernenden relevant ist
- die Darstellung ein Problem (z. B. eine Situation) darstellt, die für den Lernenden relevant ist

Darstellungen werden von Lernenden produktiv genutzt, wenn...

- die Darstellung ein Problem (z. B. eine Situation) darstellt, die für den Lernenden relevant ist
- die Darstellung ein Problem (z. B. eine Situation) darstellt, die für den Lernenden relevant ist
- die Darstellung ein Problem (z. B. eine Situation) darstellt, die für den Lernenden relevant ist

Folie 6

Was bedeutet das jetzt konkret für den Unterricht?

Darstellungen für Konzepte müssen im Unterricht eingeführt werden. Dazu gehört Darstellungen zu lesen, sie herzustellen, und damit eben auch zwischen verschiedenen Darstellungen zu übersetzen. Für eine bestimmte Unterrichtseinheit müssen aber nicht zwingend alle Darstellungen genutzt werden. Wichtig ist, dass die Lernenden Darstellungen vorfinden, an denen sie gut erkennen können, was neu erlernt werden soll (z. B. die Steigung im

Funktionsterm für Proportionalitäten) – und ggf. damit verknüpft Darstellungen zum Konzept, die sie bereits sehr gut kennen und häufig dafür nutzen (z. B. Dreisatzdarstellung). Wichtig ist, dass die Arbeit mit der neuen Eigenschaft, dem neuen Konzept über eine Darstellung hinaus geht. Sonst ist es einfach nur ein Wort. Verständnis bedeutet eben auch, dass man dasselbe in mehreren Darstellungen sehen kann. Dafür ist es hilfreich, wenn die Lernenden vorhersagen, analysieren, erklären oder begründen wie sich eine Darstellung verändert (z. B. die Wertetabelle oder der Graph), wenn man etwas in einer anderen Darstellung verändert (z. B. die Steigung im Funktionsterm).

Wenn Schüler:innen dann später mit einem erlernten Konzept arbeiten, ist ein wesentlicher Schritt sich das Konzept in einer geeigneten Darstellung vorzustellen, sodass man gut damit am vorliegenden Problem arbeiten kann. Man nennt das adaptive Wahl von Darstellungen. Das ist für Lernende zunächst gewöhnungsbedürftig. Angenommen, man möchte sich einen Überblick über den Vergleich von zwei (z. B. Handy-, Strom-, ...) Tarifen mit Basiskosten und nutzungsabhängigen Kosten verschaffen. Ist es sinnvoll sich die Funktion dann als Graph vorzustellen? Oder eine Wertetabelle zu erstellen? Oder mit dem Funktionsterm und Gleichungen zu arbeiten? Das kann auch individuell verschieden sein – deshalb „adaptiv“. Was eine geeignete Darstellung ist, hängt von der Aufgabe ab, aber auch von der Person (welche Darstellungen sind gut bekannt, zwischen welchen kann gut gewechselt werden?) und der Situation (sollen exakte Angaben ermittelt werden oder genügt ein Überblick?).

Wie sehe ich als Lehrkraft, ob mein Unterricht hier wirksam ist? Dies erkennt man z. B. daran, dass Lernende selbst darauf achten, welche Darstellungsform für ein Problem gut geeignet ist, und wenn sie diese bei Bedarf zielgerichtet wechseln. Und wenn Lernende dann auch tatsächlich zu unterschiedlichen Lösungswegen kommen, die man wieder gut für eine Diskussion aus verschiedenen Perspektiven im Unterricht nutzen kann.

Forschungsstand

Darstellungen verknüpfen

Forschungsstand

- Perspektive: Unterrichtsqualität**
 - Ausgewählter Maße für Unterrichtsqualität berücksichtigen wie Darstellungen im Unterricht verwendet werden.
 - Die meisten Mathematikaufgaben im Unterricht berücksichtigen höchstens eine Darstellung. Das Wechseln über den Vergleich von Darstellungen ist sehr selten.
- Perspektive: Nutzung von Darstellungen durch Lernende**
 - Welche Darstellungen werden gut genutzt? In, wie oft und wie?
 - In der Art der Aufgabe
 - In der Art der Aufgabenstellung (z. B. Genesung, Sachverknüpfung, ...)
 - In der Art der Darstellung (z. B. Nutzung einer oder mehr Darstellungen)
 - In der individuellen Situation der Lernenden für Darstellung und deren Nutzung
 - In dem Wissen über Vor- und Nachteile einzelner Darstellungen für verschiedene Aufgabensituationen

Folie 7

Was weiß man aus der Forschung darüber, was dieses Arbeiten mit Repräsentationen im Unterricht bewirkt?

Zunächst einmal: Es gibt hier durchaus Evidenz, die sich auf alle Schulformen, von der Mittelschule bis zum Gymnasium bezieht. In der Tat wird die Nutzung von Repräsentationen oft als ein Merkmal für Unterrichtsqualität herangezogen – und diese Maße sind prädictiv für den Lernerfolg z. B. im Verlauf eines Jahres. Dass dabei im Unterricht meist noch Luft nach oben ist, zeigt sich daran, dass sehr oft nur eine einzige Darstellung eines Konzepts thematisiert wird. Einige Lernende nutzen zwar Darstellungen adaptiv, sowohl bezogen auf die Art der Aufgabe als auch auf die jeweilige

Situation. Allerdings gibt es daneben oft auch generelle Präferenzen für eine bestimmte Darstellung, die natürlich nicht immer hilfreich ist. Je besser Lernende zwischen Darstellungen wechseln können, desto eher können Sie diese auch adaptiv nutzen. Mit zunehmender Reflexion der Wahl erwerben Sie dann bestenfalls auch Erfahrungen dazu, wann sie welche Darstellung am besten einsetzen. Natürlich wird man nicht unendlich viele Darstellungen für ein Konzept in den Unterricht einbinden. Eine angemessene Anzahl sinnvoll ausgewählter Repräsentationen, die unterschiedliche Perspektiven auf ein Konzept eröffnen, erscheint daher zielführender als nur eine Repräsentation oder zu viele.

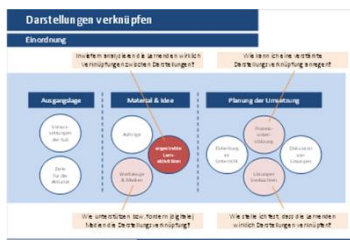
Beispiel: Proportionale Funktionen



Folie 8

Wie kann nun eine mehr oder weniger wirksame Nutzung von Repräsentationen aussehen? Die auf dieser Folie rot gefärbten Möglichkeiten und Aufgabenstellungen sind nicht an sich schlecht. Sie sind eben nur nicht geeignet, Darstellungen zu vernetzen. Dass man mit ihnen z. B. bestimmte Verfahren einüben kann, ist natürlich trotzdem richtig. Es ist im Sinne der Darstellungsvernetzung aber natürlich wenig hilfreich, wenn nur mit der symbolischen Darstellung gearbeitet wird, ohne die Bedeutung der Umformungen und Tätigkeiten in anderen Darstellungen zu illustrieren. Nicht alles, was hier rot eingefärbt ist, ist zwingend „schlechter“ oder unwirksamer Unterricht. Allerdings wird das eigentlich vorhandene Potential zur Darstellungsvernetzung nicht vollständig genutzt. Die Beispiele auf dieser Folie zeigen exemplarisch, wie kleine Änderungen diese Potenziale heben können.

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 9

Die Verknüpfung von Darstellungen spielt also eine wesentliche Rolle in einem konzeptorientierten Unterricht. Auch dies soll noch einmal in unser Rahmenmodell zur Planung von Unterrichtsaktivitäten eingeordnet werden.


In Bezug auf die Lernaktivitäten stellt sich also die Frage, ob die Lernenden einfach nur eine oder mehrere Darstellungen „ansehen“, oder ob sie sich wirklich mit den Beziehungen zwischen den Darstellungen beschäftigen bzw. angeregt werden diese zu nutzen. Unsere Materialien sollten natürlich so gestaltet sein, dass Lernenden diese Zusammenhänge zwischen verschiedenen Darstellungen erkennen können. Digitale Medien wie z. B. dynamische Geometriesysteme können hier besonderes Potential entfalten. Für den Unterricht sollten wir uns überlegen, wie wir z. B. anhand vorbereiteter Nachfragen im Gruppen- oder Einzelsetting feststellen könnten, ob die Lernenden wirklich die Zusammenhänge zwischen den Darstellungen erkannt haben. Die Beispiele auf der Folie zuvor illustrieren das. Und letztlich sollten wir uns überlegen, wie wir eine verstärkte Darstellungsverknüpfung anregen können.

Zwei Beispiele haben wir gesehen: Wir können Lernende auffordern vorherzusagen, wie sich eine Darstellung ändert, wenn man die andere variiert. Oder wir können Lernende auffordern nachzudenken mit welcher Darstellung sie am besten an eine Aufgabe herangehen.

Anwendung

Darstellungen verknüpfen

Anwendung



Anwendung

Sie möchten im Unterricht lineare Ungleichungen behandeln?

$2x + 5 < 3 + 3x$

- Stellen Sie diese Ungleichung auf möglichst viele unterschiedliche Arten dar.
- Lassen Sie auch die folgende Ungleichung in den verschiedenen Darstellungen verknüpfen?
- $2x + 5 < 2(2 + x)$
- Formulieren Sie einen Arbeitsauftrag, anhand dessen Lernende die Bedeutung des Begriffs „Lösung einer Ungleichung“ in verschiedenen Darstellungen verknüpfen können.
- Wie können digitale Medien genutzt werden, um verschiedene Darstellungen miteinander zu verknüpfen?

Nutzen Sie gerne die verlinkte [Vorlage](#).

Quelle: von Krumholz - über Wolfram

Für diesen Arbeitsauftrag könnten alternativ auch lineare Gleichungen verwendet werden (z. B. in der Mittelschule).

Material

[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Folie 10

Darstellungen verknüpfen

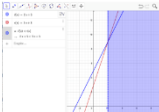
Anwendung – mögliche Lösung

- **Mögliche Darstellungen**
 - Text (möglicherweise schon zu beiden Seiten)

Darstellungen verknüpfen

Anwendung – mögliche Lösung

- **Digitale Medien zur Darstellungsverknüpfung**
 - z.B. Darstellung beider Seiten der Ungleichung als Tabelle und Graph in GeoGebra/Sheets/Kalkulationsprogramm
 - Wie kann man die Fälle „keine Lösungsmenge“ und „alle Zahlen sind Lösungen“ anhand der verschiedenen Darstellungen erkennen?
 - Wie kann man schnell erkennen, ob die Lösungsmenge sehr große positive (oder sehr kleine negative) Zahlen enthält?



Quelle: von Krumholz - über Wolfram

Diese und die folgenden Folien sind als Ideensammlung für eine Diskussion auf Basis des Arbeitsauftrags gedacht. Es geht primär darum, die Ideen aus der Lerngemeinschaft zu diskutieren.

Folien 11-12

Phase 7c: Phänomene nutzen (Option 3)

Ziele Die Lehrkräfte beschreiben die Nutzung von Phänomene zu bestimmten Konzepten als Möglichkeit der Konzeptorientierung, um das informelle Vorwissen der Lernenden zu nutzen.

Take-Home-Message:

Mathematische Konzepte sind meist Abstraktionen von Phänomenen in der realen Welt. Phänomene können genutzt werden, um aufbauend auf dem informellen Vorwissen der Lernenden Konzepte einzuführen, zu erweitern oder ihnen neue Bedeutungen zu geben.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Phänomene aus der realen Welt können genutzt werden, um das informelle Vorwissen von Lernenden für ein bestimmtes Konzept gezielt zu nutzen. Nach einigen Beispielen wird dieser Aspekt anhand einer vorbereiteten Aktivität angewendet.

Ausführliche Darstellung der Phase 7c: Phänomene nutzen

Phänomene und Konzepte verbinden



Folie 1

In den vorherigen Abschnitten wurde bereits mehrfach darüber gesprochen, dass man konkrete Situationen nutzen kann, um mathematische Konzepte zu vermitteln bzw. mit Sinn zu füllen. In diesem Abschnitt möchten wir darauf eingehen, wie man solche Situationen – wir nennen sie auch „Phänomene“ – nutzen kann, um informelles Vorwissen der Lernenden im Sinne der Konzeptorientierung zu aktivieren und für das Lernen nutzbar zu machen.

Grundidee



Folie 3

Worum geht es dabei? Mathematische Konzepte werden zwar oft als abstrakt wahrgenommen, sie sind aber im Prinzip eigentlich dazu gemacht, um unsere Erfahrungen zu realen Situationen oder innerhalb der Mathematik systematisch zu beschreiben und zu analysieren. Die gefühlte „Abstraktheit“ ist dann ja gerade eine Stärke dieser Konzepte. Nur so können diese eine ganze Bandbreite von unterschiedlichen Situationstypen beschreiben. Situationen, die sich eignen solche Erfahrungen zu den in ihnen angelegten mathematischen Konzepten zu sammeln, nennen wir – anschließend an Arbeiten des Mathematikdidaktikers Hans Freudenthal – Phänomene.

Im Unterricht können diese Phänomene eine große Hilfe sein, einerseits um Konzepte einzuführen oder bereits teilweise erarbeitete Konzepte zu erweitern. Man kann in konkreten Situationen

(z. B. anhand eines Guthaben-Schulden-Spiels, s. u.) erfahren und analysieren, was es bedeutet eine negative Zahl zu subtrahieren, und warum das denselben Effekt hat wie das Addieren einer positiven Zahl. Man kann – wie wir es bei der Proportionalität schon angesprochen haben – Eigenschaften mathematischer Konzepte anhand konkreter Situationen kennen lernen, in denen sie sichtbar werden. Man kann dann weitere Situationen auf diese Eigenschaften hin analysieren und sie schließlich als allgemeine Strukturen erkennen.

Phänomene im Unterricht können aber auch genutzt werden, um Situationen mit einem mathematischen Konzept zu beschreiben, für die es vorher nicht verwendet wurde. Beispielsweise kann man ganze Zahlen eben nicht nur nutzen, um Skalenwerte wie Temperaturen zu beschreiben, sondern auch um Veränderungen in positive und negative Richtungen oder (gerichtete) Abstände zwischen zwei Zahlen zu beschreiben. Oder man kann das, was man über Potenzen mit natürlichen Exponenten weiß, nutzen, um eine Wachstumssituation ab einem bestimmten Beobachtungsbeginn zu beschreiben – und dann Zeiten vor dem Beginn der Beobachtungen analysieren, um die Bedeutung negativer Exponenten zu erschließen.

Was bedeutet das jetzt konkret? Wenn man mathematische Konzepte anhand von Phänomenen entwickeln will, dann ist es zunächst einmal zentral, dass die Lernenden in beispielhaften Situationen eigene Erfahrungen mit den Phänomenen machen können – oder über entsprechende Vorerfahrungen verfügen. Indem man auf Phänomene zurückgreift, die den Lernenden vertraut sind, und die sie wenigstens teilweise bereits mathematisch erschließen können, erleichtert man ihnen das neu Gelernte in ihr Vorwissen einzuordnen. Ziel ist dabei immer in einer konkreten Situation etwas zu beobachten, eine Struktur zu identifizieren, diese dann auch in anderen Situationen zu untersuchen, und sie dann als allgemeine Struktur mit dem mathematischen Konzept (ggf. in symbolischer Notation) zu verbinden.

Die folgenden Beispiele sollen das illustrieren.

Beispiel: Strategien anhand von Phänomenen erarbeiten – Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

Phänomene nutzen

Beispielsweise Strategien anhand von Phänomenen erarbeiten

- Zielsetzung**
Mögliches Vorgehen zur Subtraktion negativer Zahlen erarbeiten.
- Genutztes Phänomen**
Didaktisches Modell: Kontospiegel
– Kontospiegel als Darstellung für direkt zugängliche Fälle
– Phänomene analysieren
– Direkt nicht zugängliche Fälle konkret lösen
– Phänomene nutzen
– um konkret große negative Resultate abzulesen
– Eine negative Zahl zu subtrahieren ist wie es dazu sein ihren Betrag/ihre Gegenzahl zu addieren.

5 - 7 = ...
3 - (-5) = ...
3 + 5 = ...

Folie 4

Für das Beispiel mit der Subtraktion negativer Zahlen ist es schwer, ein wirklich gut geeignetes Phänomen in der Realität zu finden, das besonders den Unterschied (und darauf aufbauend den Zusammenhang) zwischen dem Abziehen einer negativen Zahl (z. B. -5 abziehen) und dem Addieren ihrer Gegenzahl (5 addieren) erkennbar macht. Hier kann man ein didaktisches Modell nutzen, um ein solches Phänomen künstlich zu generieren. Dieses sogenannte Kontospiegel verwendet Guthabenscheine (Wert +1) und Schuldschein (Wert -1) um Kontostände und -veränderungen

darzustellen. Man kann zu jedem „Konto“ ein Paar aus einem Guthaben- und einem Schuldschein dazulegen (oder wegnehmen), ohne den Wert zu verändern. Addieren von „Kontoständen“ entspricht dem Dazulegen von Scheinen. Subtrahieren entspricht dem Wegnehmen.

Phänomen aufgreifen: Im Unterricht würde man darin zunächst Strukturen aufgreifen, die den Lernenden bereits gut bekannt sind. $5-7 = -2$ können beispielsweise viele Lernende schon sehr früh mit informellen Strategien lösen. Mit dem Kontospiel erhält man dasselbe Ergebnis: Man hat 5 Guthabenscheine. Um 7 Guthabenscheine abzugeben, muss ich zu den bereits vorhandenen 5 Guthabenscheinen noch 2 Guthabenscheine und 2 Schuldscheine (wertneutral) aufnehmen. Gibt man dann 7 Guthabenscheine ab, bleiben noch die 2 Schuldscheine übrig. Man kann natürlich auch mit Rechnungen mit natürlichen Zahlen anfangen.

Phänomen analysieren: Man kann anhand des Phänomens plausible Lösungen für Fälle erarbeiten, die man noch nicht mit den vorhandenen Vorstellungen lösen kann. z. B. $3 - (-5)$: 5 Schuldscheine wegnehmen geht hier zunächst nicht, da nur 3 Guthabenscheine vorhanden sind. Aber wenn man 5 Paare von Guthaben- und Schuldscheinen dazugelegt hat, dann kann man 5 Schuldscheine abgeben und erhält im Ergebnis 8 Guthabenscheine.

Phänomene nutzen: Wirklichen Nutzen für neue Einsichten entfaltet das Phänomen, wenn man diesen Vorgang mit einem anderen Vorgang vergleicht. Was passiert bei $3+5=?$... dann sieht man eine Ähnlichkeit: Bei $3-(-5)$ werden einfach 5 Schuldscheine zusammen mit 5 Guthabenscheinen (wertneutral) aufgenommen. Da die 5 Schuldscheine direkt wieder weggenommen werden, geschieht genau dasselbe wie bei der Rechnung $3+5$ – es kommen 5 Guthabenscheine hinzu. Wenn man mehrere solche Beispiele betrachtet, lässt sich erkennen, dass dahinter ein allgemeiner Zusammenhang steckt, der unabhängig von den konkreten Zahlen ist.

Beispiel: Konzepte erweitern - negative Exponenten

Phänomene nutzen

Beispiel: Konzepte erweitern (negative Exponenten)

- Zielsetzung**
Einführung negativer (ganzzahliger) Exponenten einführen.
- Genutztes Phänomen**
Diskrete, exponentielle Wachstumsprozesse, z. B. Bewuchs eines Sees mit Seerosen (s. B.).
– Phänomen aufgreifen:
Exponentiellen Wachstumsprozess analysieren.
– Phänomen analysieren:
Wachstumsprozess mit Termen in Potenzschreibweise beschreiben.
– Phänomene nutzen:
Wachstumsprozess in die Vergangenheit fortführen, Termdarstellung übertragen.
Vereinbarung über eine sinnvolle Definition negativer Potenzen.

Jahr - Jahr	-3	-2	-1	0	1	2
Bewachsene Fläche (m ²)	289,6	345,2	424,7	500	620	764
Exponenten	$1,2^{-3}$	$1,2^{-2}$	$1,2^{-1}$	$1,2^0$	$1,2^1$	$1,2^2$
Zeit-Term	$500 \cdot 1,2^{-3}$	$500 \cdot 1,2^{-2}$	$500 \cdot 1,2^{-1}$	$500 \cdot 1,2^0$	$500 \cdot 1,2^1$	$500 \cdot 1,2^2$

Quelle: die Mathematik - 10. Jahrgangsstufe

Folie 5

Am Beispiel negativer Exponenten soll illustriert werden, wie man Konzepte anhand von Phänomenen erweitern kann. Man schaut sich diskrete, schrittweise Wachstumsprozesse an, die exponentiell sind und bei denen die Beobachtung zu einem bestimmten Zeitpunkt (Jahr 0) beginnt. Als Beispiel nehmen wir einen Teil mit Seerosen. Im Jahr 0 sind 500m² bewachsen, pro Jahr wächst der Bestand um den Faktor 1,2. Dies ist nicht sonderlich authentisch, aber ausreichend vereinfacht, um die wesentlichen Zusammenhänge analysieren zu können.

Phänomen aufgreifen: Man kann zunächst die Bestände für „positive Zeiten“, also für Zeitpunkte, die nach dem Jahr 0 liegen, konkret ausrechnen.

Phänomene analysieren: Man kann daran erkennen (und das ist im Wesentlichen eine Wiederholung von Vorwissen), dass der Bestand pro Jahr um den Faktor 1,2 zunimmt. Außerdem kann man diesen Verlauf mit Hilfe der Potenzschreibweise beschreiben.

Phänomene nutzen: Unter beiden Perspektiven – relative Veränderung pro Jahr und symbolische Potenzschreibweise – kann man dann den Prozess nun in die Vergangenheit vor der ersten Beobachtung (also vor dem Jahr 0) „fortsetzen“. Ein Abgleich der beiden Perspektiven legt eine mögliche Definition für Potenzen mit negativen Exponenten nahe.

Beispiel: Phänomene analysieren – Formel für den Kreisumfang

Phänomene nutzen
Beispiel Phänomene analysieren

- Zielsetzung**
 - Herleitung der Formel für den Kreisumfang
- Genutztes Phänomen**
 - Radius und Umfang von Kreisen sind proportional
 - Phänomene aufgreifen
 - Maße von Radius und Umfang, Darstellung in einem Diagramm
 - Phänomene analysieren
 - Proportionalität als Rechenweg, ggf. Prüfung anhand der Quotienten
 - Phänomene nutzen
 - Proportionalität als Rechenweg
 - Für eine Formel
 - Herleitung von π als
 - Proportionalitätsfaktor

Folie 6

Im dritten Beispiel geht es um den Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser. Hier werden empirische Messwerte genutzt, um die Art des Zusammenhangs zu erschließen. Darauf aufbauend kann sowohl die Umfangsformel erarbeitet als auch die Kreiszahl π eingeführt werden.

Phänomen aufgreifen: Ausgehend von der Frage nach der Beziehung zwischen dem Durchmesser und dem Umfang von Kreisen kann man das Phänomen erschließen, indem zunächst verschiedene kreisförmige Flächen nach Umfang und Durchmesser vermessen werden.

Phänomene analysieren: Es stellt sich relativ schnell die Vermutung ein, dass es sich beim Zusammenhang zwischen den beiden Größen um eine Proportionalität handelt: Entweder indem man die Visualisierung der Messwerte im Koordinatensystem analysiert oder indem man anhand geschickt gewählter Radien erkennt, dass offenbar die Vervielfachungseigenschaft gilt.

Phänomene nutzen: Dann kann man sehen, dass man nur den Umfang eines einzigen Kreises (z. B. dem mit Radius 1) zu wissen braucht, um beliebige Kreisumfänge aus dem Durchmesser zu bestimmen. Dieser Wert ist dann entweder die Proportionalitätskonstante (wenn man Proportionalitäten als Funktionen thematisiert hat) oder eben der Zwischenschritt über den Durchmesser 1 bei der Anwendung des Dreisatzes.

Forschungsstand

Phänomene nutzen
Forschungsstand

- Effekte konkreter Arbeitsmittel**
 - Arbeitsmittel in diesem Sinne bieten die Möglichkeit, Phänomene in situationalen Situationen (Befähigen zu erkennen) zu entdecken
 - Fruchtbarer Erfolg des Einsatzes von konkreten und verteilten Arbeitsmitteln
 - Wach in der Überarbeitbarkeit
 - Individuelle Unterschiede in nach Einsatz und Arbeitsmittel
 - Es kommt aber nicht alleine darauf an, dass Arbeitsmittel genutzt werden, sondern wie sie genutzt werden
- Nutzung von Phänomenen als Ausgangspunkt für Lernprozesse**
 - Ansatz der 'Realistic Mathematics Education' (RME, Niederlande)
 - Grundidee
 - Entwicklung von Konzepten ausgehend von informellen Vorwissen zu zugänglichen Phänomenen
 - Ergebnisse
 - Entsprechende Entwicklung und Befähigung von Unterrichtskonzepten über weit über 40 Jahren

Folie 7

Was weiß man aus der Forschung über die Nutzung solcher Phänomene im Unterricht? Es gibt wenig wirklich direkt darauf fokussierte Untersuchungen. Trotzdem existieren zwei Forschungsrichtungen, die auf das Potential hinweisen.

Einerseits gibt es Forschung zu konkreten Arbeitsmitteln wie z. B. dem Kontospiele, aber auch Kreis- und Rechteckmodellen für die Bruchrechnung oder Visualisierungen zu Prozentstreifen. Hier zeigt sich in Meta-Analysen ein positiver Einfluss von konkreten

und virtuellen Arbeitsmitteln, die jedoch je nach Einsatz und Arbeitsmittel variieren. Das Arbeitsmittel alleine macht also nicht den Unterschied. Wichtig scheint eher zu sein, inwiefern es zentrale fachliche Zusammenhänge für eine Analyse zugänglich macht, und inwiefern diese wirklich zum Aufbau von Konzepten genutzt werden – etwas so wie in den Beispielen oben beschrieben.

Im niederländischen Ansatz der „Realistic Mathematics Education“ (RME) wurden ähnliche Ansätze für den Konzeptaufbau wie die beschriebene Nutzung von Phänomenen entwickelt, beispielsweise Prozentstreifen, aber auch Arbeitsmittel zur Bruchrechnung. Die Grundidee ist genau die, die wir gerade für das Nutzen von Phänomenen kennen gelernt haben. Es gibt zwar wenige Evaluationsstudien dazu, allerdings jedoch langjährige Erfahrungen bei der Entwicklung und Beforschung von Unterrichtskonzepten zur RME.

Kriterien

Phänomene nutzen
Kriterien
<ul style="list-style-type: none"> Phänomene werden adäquat genutzt, wenn... <ul style="list-style-type: none"> die gewählten Phänomene den Lernenden vertraut sind, oder es zumindest Möglichkeit gibt, mit ihnen Erfahrungen zu machen bevor ein Konzept eingeführt wird. es mit mathematischen Konzepten anhand eines klar erkennbaren, passenden Phänomens eingeführt, analysiert und erklärt werden. es danach, nach und nach, weitere Phänomene und Situationspaare für das Konzept ergänzt werden. die Lernenden angelegt werden, die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Situationen zu analysieren, die zu einem Konzept passen bzw. nicht passen. Phänomene aufgreifen <ul style="list-style-type: none"> Neue Anwendungssituationen sollten mit bereits behandelten, ähnlichen Phänomenen verknüpft werden. Lernende sollten angelegt werden, ihre Ideen anhand von konkreten Situationen zu prüfen, bzw. sich die Anwendungsmöglichkeit für Konzepte zu generieren (Prozess-Heuristik).

Folie 8

Was bedeutet es nun, Phänomene tragfähig im Unterricht zu nutzen? Zunächst einmal sollten den Lernenden diejenigen Situationen vertraut sein, die als Grundlage für die Phänomene genutzt werden. Wo dies nicht möglich ist, sollte den Lernenden die Möglichkeit gegeben werden erst einmal eigene Erfahrungen mit der Situation zu sammeln, bevor das Phänomen analysiert oder genutzt wird, um ein Konzept einzuführen (z. B. Kontospiegel).

Wenn im Unterricht neue Konzepte durch ein passendes und klar erkennbares Phänomen eingeführt werden, geht es zunächst darum das Phänomen aufzugreifen, zu analysieren und die Aspekte besonders zu fokussieren, die als neue Idee verallgemeinert werden sollen. Weitere Bedeutungen und Perspektiven auf das Konzept können ggf. anschließend eingeführt werden, wenn eine Vorstellung zum Konzept tragfähig aufgebaut ist. Ggf. ist es auch hilfreich – wie wir es bei der Proportionalität bei den Leitfragen gesehen haben – verschiedene Phänomene daraufhin zu analysieren, welche zum Konzept passen und welche nicht – also z. B. proportionale und nicht-proportionale Zusammenhänge zu analysieren und zu vergleichen.

Im weiteren Verlauf kann die Bandbreite der Anwendungssituationen und -kontexte erweitert werden. Bestenfalls werden dabei Gemeinsamkeiten zum Einführungsphänomen immer wieder herausgearbeitet. Eine Möglichkeit kann auch sein – und das ist diagnostisch für Sie als Lehrkraft sehr informativ – wenn Lernende sich selbst Aufgaben (Sachaufgaben) zu einem bestimmten Konzept, z. B. zu einer proportionalen Funktion, oder zu einer Rechnung mit ganzen Zahlen ausdenken und diese gemeinsam auf ihre Passung diskutiert werden.

Beispiel: Fehlvorstellungen herausfordern

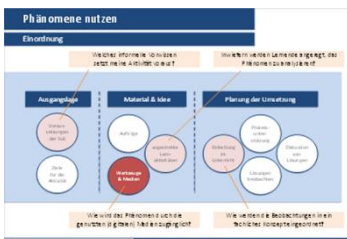
Folien 9-10

Ein letztes Beispiel dazu soll illustrieren, wie man Phänomene nutzen kann, um Fehlvorstellungen zu adressieren. Eine verbreitete Fehlvorstellung zum Zufallsbegriff sind sogenannte Recency-Effekte. Beim mehrfachen Werfen einer fairen Münze wird beispielsweise angenommen, dass nach „2x Wappen“ die Wahrscheinlichkeit für „Wappen“ im nächsten Wurf geringer ist als die für Zahl. Hier ist es sehr aufwändig, entsprechende reale Situationen zu schaffen, um Erfahrungen mit dem Phänomen zu sammeln. Simulationen z. B. in Tabellenkalkulationssystemen können hier Abhilfe schaffen. Hilfreich kann sein, hier zunächst einige ähnliche Experimente in real durchzuführen, und diese in einer ähnlichen Tabelle zu dokumentieren.

Im verlinkten Tabellenkalkulationsblatts werden links 10.000-mal zwei Münzwürfe simuliert. Sofern dabei zwei Mal Wappen kam, wird ein dritter Münzwurf simuliert. Außerdem werden (Mitte) genauso viele einzelne Münzwürfe simuliert wie „zwei Mal Wappen“ vorkam. In der Tabelle rechts sind die Ergebnisse gegeneinander gestellt. Bei mehrfachen Simulationen kann man beobachten, dass die Werte schwanken, aber in beiden Varianten etwa die Hälfte der Würfe (mal mehr, mal weniger, mit in etwa gleicher Streuung) Zahl und Wappen ergeben.

Material [Simulation zweier Münzwürfe](#)

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 11

Auch dieser Bereich soll noch einmal in unser Rahmenmodell zur Planung von Unterrichtsaktivitäten eingeordnet werden.

Gerade hier spielen die Vorkenntnisse und informellen Vorerfahrungen der Lernenden eine große Rolle. Zu welchen Situationen und Kontexten bringen die Lernenden Wissen mit, das wirklich tragfähig nutzbar ist, das es ihnen erlaubt die mathematischen Strukturen in der Situation zu erkennen? Oder ist es besser, gezielt ein eigenes Phänomen (z. B. an einem Arbeitsmittel) einzubringen? Wenn man sich dafür entscheidet ein Phänomen zu nutzen, dann ist darauf zu achten, dass die Materialien und ggf. digitalen Werkzeuge die Möglichkeit bieten, eigene Erfahrungen mit dem Phänomen zu sammeln und das Phänomen damit auch gezielt zu analysieren. Die Lernaktivitäten müssen sich entsprechend daran messen lassen, inwiefern sie die Lernenden dazu anregen das Phänomen zu analysieren und dabei Regelmäßigkeiten zu erkennen, die auf das Konzept hinführen. Nicht zuletzt ist es wichtig, diese Beobachtungen dann in ein fachliches Konzept einzuordnen. Dazu gehört Verknüpfungen mit dem mathematischen Vorwissen zu aktivieren genauso wie die wesentlichen mathematischen Begriffe und Notationen anzubinden und die allgemeine Struktur hinter den betrachteten Beispielen herauszuarbeiten.

Anwendung

Phänomene nutzen
Anwendung

Analytische divergenztauglichkeit
Welcher Phänomen lässt sich analysieren?
Formuliere die zentralen Beobachtungen hinsichtlich der Akzeptanz der Technologie um die Arbeitsleistung zu steigern.
Mögliche Umsetzung
Beschreibe die Arbeitsanforderungen und die Simulationen, um das Phänomen zu untersuchen.
Zentraler Beobachtungen
Wie könnte man die Simulation gestalten, um das Phänomen noch leichter zugänglich zu machen?
Wie könnten insbesondere digitale Medien noch produktiver eingesetzt werden?
Nutzen Sie gerne die verlinkte [Vorlage](#).

Material
[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Folie 12

Phänomene nutzen
Anwendung „Fehlervorstellungen herausfordern“

Zielsetzung
Fehlervorstellung bearbeiten: „Wenn bei einem Münzwurf zweimal Wappen kam, dann ist Wappen beim nächsten Wurf weniger wahrscheinlich als Zahl.“

Phänomene nutzen
Anwendung „Fehlervorstellungen herausfordern“

Zielsetzung
Fehlervorstellung bearbeiten: „Wenn bei einem Münzwurf zweimal Wappen kam, dann ist Wappen beim nächsten Wurf weniger wahrscheinlich als Zahl.“

Simulationen zur systematischen Analyse des Phänomens
[falsch] Hypothese klar formulieren und Untersuchung motivieren.
Phänomen analysieren.
Durchführen einer großen Anzahl (10.000) von jeweils 3 Würfen, z.B. durch Simulation in einer Tabellenkalkulation.
Wie häufig kommen die einzelnen Ergebnisse nach „zweimal Wappen“ vor?
Wie stark schwankt das, wenn man wiederholt simuliert?
Phänomen erklären.
Wie häufig kommen „zwei Mal Wappen“ bei 1000 Versuchen vor? (ca. 250 Mal)
Wie häufig kommt im dritten Wurf in zwei gerade Wappen und Zahl vor?
Wie sieht das im Vergleich aus, wenn man eine Münze 250 Mal wirft?
Sprechen „typische Beobachtungen“ für oder gegen unsere Hypothese?

Diese und die folgenden Folien sind als Ideensammlung für eine Diskussion auf Basis des Arbeitsauftrags gedacht. Es geht primär darum, die Ideen aus der Lerngemeinschaft zu diskutieren.

Folien 13-14

Phase 8: Eigene Aktivität - Konzeptorientierung im Unterricht umsetzen

Ziele Die Lehrkräfte wenden die erarbeiteten Inhalte der vorherigen Phasen auf den eigenen Unterricht mit digitalen Werkzeugen an.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung In dieser Phase wird für die „Stunde 2“, welche zwischen dem dritten und vierten Fortbildungstag im Unterricht gehalten wird (vgl. Interimsziele Tag 2), eine eigene Lernaktivität (oder die gesamte Stunde) geplant. Dabei ist es möglich sich auf bestimmte Aspekte der Konzeptorientierung zu fokussieren.

	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag
Stunde 2	Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion

Je nach Zeitplanung ist es sinnvoll, dass die Kleingruppen die Ergebnisse des Arbeitsauftrages noch kurz vorstellen und diskutieren können. Spätestens am folgenden Fortbildungstag sollte jedoch die Erfahrungen der Lehrkräfte mit den geplanten Lernaktivitäten aufgegriffen werden.

Phase 11: Reflexion – Potenziale digitaler Werkzeuge im konzeptorientierten Unterricht

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Die Mitglieder der Lerngemeinschaft tauschen sich über die Vorteile von digitalem Medieneinsatz bei der Konzeptorientierung in Hinblick auf verschiedene Unterrichtsphasen aus.

Material [Folien](#)

Mögliche Diskussion: Konzeptorientierung und digitale Medien:

- Aufgaben**
- „Inwiefern kann Konzeptorientierung helfen, um lernförderlichen Unterricht mit digitalen Medien zu gestalten?“
 - „In welchen Phasen des Unterrichts können digitale Medien die Konzeptorientierung besonders gut unterstützen?“
 - „Worin besteht für mich die größte Herausforderung, digitale Medien im konzeptorientierten Unterricht einzusetzen?“

Zusammenfassung Nachdem die Lerngemeinschaften in den fachspezifischen Kleingruppen gearbeitet haben, bietet sich hier eine Möglichkeit an, die Gruppen wieder zusammenzuführen. Wenn sich dabei die Fachgruppen über die zuvor erarbeiteten Inhalte austauschen, werden sie zwischen den Fächern Unterschiede in der Umsetzung der Konzeptorientierung bemerken. Es könnte sich als spannend erweisen, diese herauszuarbeiten. Wichtig wäre es dabei, auf die teilweise unterschiedliche Verwendung von didaktischen Fachbegriffen aufmerksam zu machen. Diskutieren Sie anschließend mit Ihrer Lerngemeinschaft die oben gestellten Fragen, in Hinblick auf deren (zukünftigen) Unterricht.

Phase 12: Technical Recap

Gesamte Lerngemeinschaft

Inhalte Reflexion der technischen Hürden des Fortbildungstags.

- Aufgaben** Berichten Sie von technischen Problemen, ...
- ... die im Laufe des Fortbildungstages aufgetreten sind.
 - ... die Sie bei der Umsetzung im Unterricht erwarten.
 - ... die Sie in Ihrer Unterrichtsvorbereitung erwarten.
- Entwickeln Sie in Ihrer Lerngemeinschaft Lösungsstrategien.

Zusammenfassung In dieser Phase geht es darum, technische Schwierigkeiten zur Sprache zu bringen. Der inhaltliche Hauptfokus des Tages lag auf fachdidaktischen Aspekten. Trotzdem ist funktionierende Technik eine notwendige Voraussetzung, um lernförderlichen Unterricht mit digitalen Medien zu gestalten. In dieser Phase können und sollen sowohl technische Probleme im Laufe des Fortbildungstags als auch antizipierte oder erlebte technische Probleme im Unterricht thematisiert und gemeinsame Lösungsstrategien erarbeitet werden. Schwierigkeiten, bei denen Lösungen direkt diskutiert werden können, sollten direkt adressiert werden. Es kann jedoch auch notwendig sein, bestimmte Themen in einem längerfristigen Prozess gemeinsam anzugehen. Dies kann im Rahmen von Interimszielen in der Zeit bis zum nächsten Fortbildungstag oder auch als Programmpunkt für den nächsten Fortbildungstag geschehen.

Phase 13: Formulierung der Interimsziele

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Interimsziele für die Zeit bis zum nächsten Fortbildungstag werden definiert; wenn nötig werden individuelle Aufgaben zur Nachbereitung dieses Fortbildungstags und Vorbereitung des nächsten Fortbildungstages verteilt.

Material [Folien](#)

Arbeit an den Unterrichtsstunden Die an diesem Fortbildungstag erarbeiteten Lernaktivitäten der „Stunde 2“ (vgl. Ablaufschema auf Seite 11), sollen zwischen dem 3. und 4. Fortbildungstag im Unterricht umgesetzt werden. Falls noch weitere Planung dafür nötig ist oder kollegiale Hospitationen angedacht sind, kann dies hier organisiert werden. Für die „Stunde 3“ wird nun ein Thema festgelegt. Dieses soll nach Möglichkeit zwischen dem vierten und dem fünften Fortbildungstag im Mathematikunterricht der 8. Klasse gehalten werden. Vor dem vierten Fortbildungstag fixieren Sie die Planung für dieses Thema. Dazu können Sie z. B. die folgende [Vorlage](#) nutzen. Greifen Sie hier gerne auf eine vorhandene Planung aus vorangegangenen Jahren zurück (es ist kein Problem, wenn der Einsatz digitaler Medien darin nicht vorgesehen ist).

	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag	Zwischenzeit	5. Tag
Stunde 2	Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion		
Stunde 3			Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion

Phase 14: Abschluss des Tages

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Präsentation und Austausch über die Arbeit am dritten Fortbildungstag. Organisation des vierten Fortbildungstags.

Material [Folien](#)

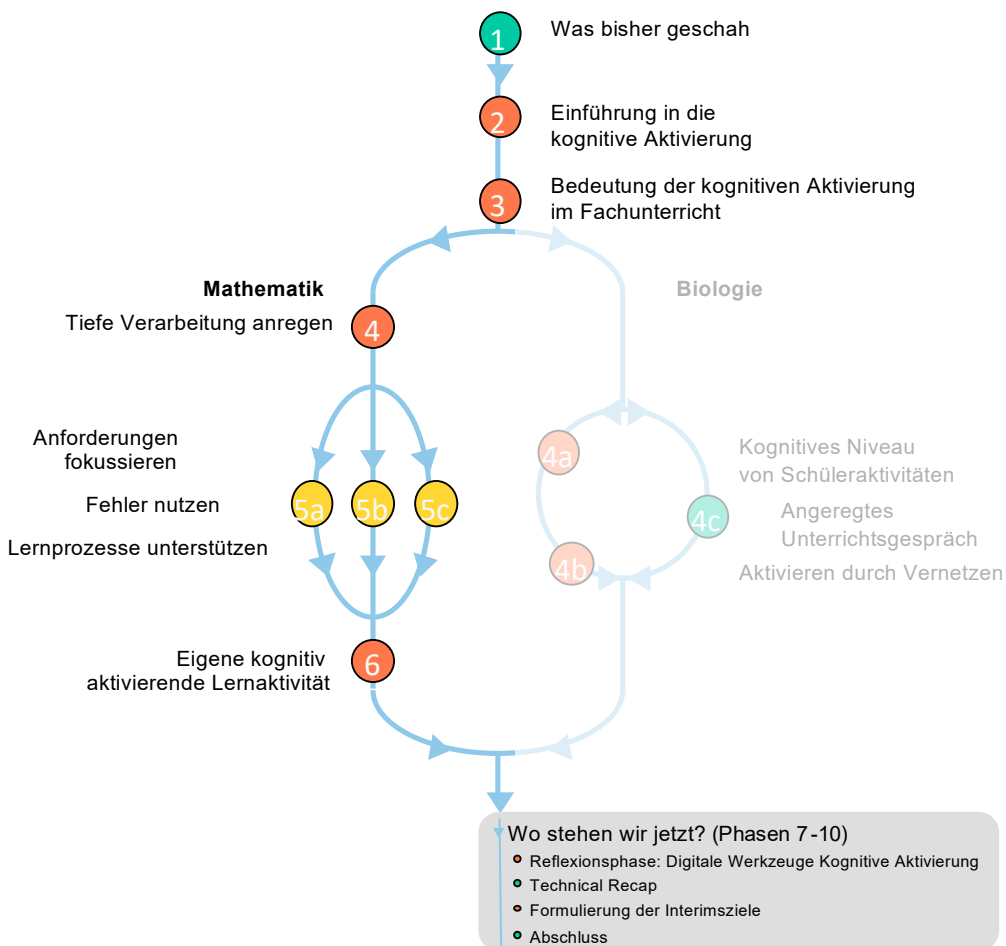
Mögliche Aufgaben Austausch: Was habe ich heute mitgenommen? Welche Fragen sind offen geblieben? Wie geht es jetzt weiter?

Zusammenfassung In dieser Phase solle noch einmal ein kurzer abschließender Blick auf diesen Fortbildungstag geworfen werden. Dabei können insbesondere die obenstehenden Fragen thematisiert werden. Zudem können organisatorische Aspekte besprochen werden, z. B. zur Planung des nächsten Fortbildungstags.

Kognitive Aktivierung mit digitalen Werkzeugen

Fortbildungstag 4: Dritter mathematikspezifischer Fortbildungstag

Übersicht über die Phasen des 4. Fortbildungstags



Phase 1: Was bisher geschah...

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Austausch über die bisherige Arbeit nach dem dritten Fortbildungstag.

Zusammenfassung Diese Phase dient dazu, gemeinsam zu reflektieren, was bisher passiert ist und wie der Plan für diesen Fortbildungstag aussieht. Damit ist dies eine Phase, die auf die Eigenverantwortlichkeit der Lerngemeinschaft abzielt und deren Inhalte individuell auf die Lerngemeinschaft abgestimmt werden müssen.

Am dritten Fortbildungstag wurde besonders die Konzeptorientierung als Merkmal von Unterrichtsqualität besprochen. Diese Inhalte können nun bei Bedarf nochmals kurz wiederholt werden. Hat sich das neu erlernte Wissen bzw. der neue Blickwinkel in der Unterrichtsplanung und -umsetzung bewährt? Sind hierzu noch Fragen offen?

Zwischen dem dritten und vierten Fortbildungstag sollten die Lehrkräfte eine Unterrichtsstunde halten („Stunde 2“, vgl. Ablaufschema auf Seite 11).

	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag	Zwischenzeit	5. Tag
Stunde 2	Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion		

Reflektieren Sie gemeinsam innerhalb der Lerngemeinschaft die Erfahrungen, die die Lehrkräfte beim Einsatz digitaler Medien im Unterricht gemacht haben. Gab es kollegiale Hospitationen? Welche Schwierigkeiten sind aufgetreten? Je nach Inhalt und Art der weiteren Interimsziele des dritten Fortbildungstags besteht in dieser Phase die Möglichkeit, zu diskutieren, welche Ziele umgesetzt wurden und ob es gegebenenfalls Änderungen in den Zielen gibt.

Phase 2: Allgemeine Einführung: Kognitive Aktivierung

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Die Lehrkräfte nehmen kognitive Aktivierung als ein Merkmal von Unterrichtsqualität wahr und erklären seine Bedeutung im Hinblick auf das fachliche Lernen der Schüler:innen.

Take-Home-Message:

Lernende müssen sich mit Inhalten kognitiv aktiv auseinandersetzen, d. h. sie müssen die Bedeutung der Inhalte selbst konstruieren und in ihr bestehendes Wissen integrieren. Kognitive Aktivierung ist ein Merkmal von Unterrichtsqualität, das diese kognitive Aktivität anregt.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Kognitive Aktivierung wird als weiteres Merkmal von Unterrichtsqualität eingeführt, das eine zentrale Bedeutung für das Unterrichten mit digitalen Medien im Fach Mathematik hat. In dieser Phase werden die Aspekte der kognitiven Aktivierung als ein Merkmal der Unterrichtsqualität sowie der kognitiven Aktivität als Merkmal der Lernenden eingeführt. Die kognitive Aktivität der Lernenden gilt dabei als zentrale Voraussetzung für Lernen und diese muss durch einen kognitiv aktivierenden Unterricht angeregt werden.

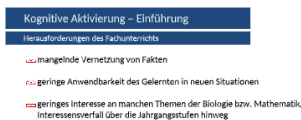
Ausführliche Darstellung der Phase 2: Allgemeine Einführung: Kognitive Aktivierung

Allgemeine Einführung: Kognitive Aktivierung



Folie 1

In diesem fächerübergreifenden Abschnitt soll es um kognitive Aktivierung als Qualitätsmerkmal von Unterricht gehen. Kognitive Aktivierung wird schon seit einiger Zeit diskutiert und auch beforscht. Gerade deshalb soll dieser Teil von DigitUS dazu dienen den eigenen Unterricht noch einmal unter diesem Fokus zu betrachten.



Folie 3

In einem der bisherigen Abschnitte haben wir bereits thematisiert, dass der Fachunterricht, besonders in den Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern vor einigen Herausforderungen steht. Es wird häufig kritisiert – und viele Studien zeigen das eindrücklich – dass Lernende im Unterricht lediglich isolierte Fakten erlernen, die zu wenig vernetzt und außerdem auch nicht tief genug durchdrungen werden. Das ist auch einer der wesentlichen Gründe, warum es vielen Lernenden schwerfällt, dieses Wissen dann auch wirklich für ihr eigenes Leben nutzbar zu machen; Sei es, weil sie in den jeweiligen Situationen nicht erkennen, dass Wissen aus der Mathematik hier wichtig sein kann, oder weil sie nicht gelernt haben

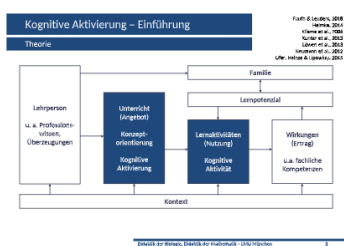
verschiedene Einzelfakten oder Zusammenhänge auch einmal auf eine neue Art und Weise anzuwenden oder zu kombinieren.

Wenn beispielsweise der Satz von Pythagoras als Technik zur Berechnung der Länge von Dreiecksseiten vermittelt wird, und vielleicht sogar ein paar schöne Anwendungsaufgaben dazu bearbeitet werden, dann bedeutet das noch nicht, dass die Schüler:innen ihn auch nutzen können, um einen rechten Winkel mit einem Seil auch herzustellen – was eine sehr elegante Methode darstellt, wenn man keine professionellen Vermessungsinstrumente zur Verfügung hat. Ähnlich lässt sich dies auch in der Biologie wiederfinden. Schüler:innen können zwar die Fachinhalte wie z. B. den Aufbau des Ohres gelernt haben und auch die Abläufe beim Hörvorgang verinnerlicht haben. Allerdings heißt das dann nicht automatisch, dass sie das auch auf ihren Alltag übertragen können, wenn es zum Beispiel um den Schutz des Gehörs beim Hören von lauter Musik geht.

Es geht also darum, Wissen so zu verarbeiten, dass es auf neue Situationen angewendet und dabei auf möglichst verschiedene Arten kombiniert werden kann. Mit dieser Herausforderung geht einher, dass bei vielen Lernenden im Laufe der Sekundarstufe die Begeisterung für die einzelnen Schulfächer abnimmt. Dies kann natürlich auch gerade daran liegen, dass das Gelernte nicht als nützlich für das eigene Leben wahrgenommen wird. Andererseits ist aber intensiveres Interesse auch ein wesentlicher Hebel, um verständnisvolles Lernen anzuregen. Letztlich ist der konkrete Nutzen ja auch nicht die einzige mögliche Quelle von Interesse. Interesse kann man auch entwickeln, während man sich mit einer Sache beschäftigt.

Wenn man diese Herausforderungen angehen möchte, dann reicht es nicht anzusehen, wie ein bestimmter Lerngegenstand im Unterricht aufbereitet wird – das war ja ein ganz wesentlicher Punkt bei der Konzeptorientierung. Mindestens genauso wichtig ist, was im Kopf der Lernenden passiert, wie sie die Informationen und Aufträge verarbeiten, mit denen sie sich neues Wissen erarbeiten sollen. Genau darum geht es bei der kognitiven Aktivierung.

Theorie



Folie 4

Wie kann man sich diese Unterscheidung vorstellen? Im sogenannten „Angebots-Nutzungs-Modell“ haben verschiedenen Autoren beschrieben, wie Wirkung von Unterricht (fachliche Kompetenzen, Wissen, fachspezifische Interessen, Leistungsüberzeugungen etc.) entsteht. In diesem Modell sind viele, aber natürlich nicht alle relevanten Variablen herausgehoben. Neben Kontextmerkmalen (unten) bzw. der Familie (oben) sind natürlich auch Sie als Lehrkräfte mit Ihrem Professionswissen, Ihren Handlungskompetenzen aber auch Ihren Überzeugungen dazu, was guten Fachunterricht ausmacht, ganz wesentlich. Wichtig ist zuerst einmal, wie Sie den

Unterricht gestalten. Sie bereiten die Inhalte auf (Konzeptorientierung) und strukturieren den Unterricht so, dass die Inhalte klar erkennbar werden. Sie bringen Aufträge mit, anhand derer die Lernenden sich mit mitgebrachten Informationen auseinandersetzen oder sich selbst zugängliches Wissen erarbeiten sollen und bestenfalls auch können.

Wie eben schon gesagt ist aber ganz zentral, was die Schüler:innen dann mit diesen Informationen und Arbeitsaufträgen machen. Angenommen, Sie verwenden im Fach Mathematik ein schönes, interaktives Arbeitsblatt (oder eine nicht-digitale Alternative), in dem die Lernenden Gleichungen präsentiert bekommen, und sich die Lösung anzeigen lassen können, um ihr Ergebnis zu prüfen. Bestenfalls versuchen viele Lernende die Gleichungen möglichst geschickt zu lösen und dabei überlegen, warum die Schritte, die sie machen, wirklich funktionieren. Diese Lernenden prüfen am Ende ihre Ergebnisse mit dem Arbeitsblatt und versuchen im Fall eines Fehlers diesen zu finden und daraus zu lernen. Es kann aber auch Lernende geben, die versuchen das gelernte Verfahren möglichst genau so wie gelernt „abzuspulen“ und dabei ihre Ergebnisse möglichst schnell prüfen. Fraglich ist, ob sie bei einem falschen Ergebnis einfach noch einmal neu ansetzen, oder ob sie ihre Lösung auf Fehler hin analysieren und versuchen zu verstehen was schief gegangen ist. Es ist relativ klar, dass die zuerst genannte Gruppe an Lernenden besser verstehen werden, wie das Lösen von Gleichungen funktioniert.

In der Biologie könnten Sie zum Beispiel eine Simulation nutzen, die die Zusammenhänge und Einflüsse auf das Bakterienwachstum zeigt. Innerhalb der Simulation lassen sich verschiedene Faktoren (wie Temperatur) ein- und ausblenden bzw. auch verändern und im Anschluss wird die Wachstumskurve und die Gesamtzahl an Bakterien nach einer bestimmten Zeit angezeigt. Hier wird es Lernende geben die diese Simulation bearbeiten und sich dabei vertieft mit den Einflussfaktoren beschäftigen, indem sie systematisch einzelne Faktoren ein/ausblenden bzw. verändern und sich dadurch deren Auswirkungen auf das Bakterienwachstum erarbeiten. Aber genauso wird es auch Lernende geben, die unsystematisch in der Simulation herumklicken und damit keine Zusammenhänge zwischen dem Verändern der Faktoren und der Bakterienanzahl herausarbeiten. Lernende im ersten Beispiel dürften auch hier die Einflüsse dieser Faktoren besser verstehen als diese im zweiten Beispiel.

Wie Lernende vorhandene Materialien in einer konkreten Lernsituation nutzen (können), hängt natürlich auch von ihren individuellen Voraussetzungen ab – hier mit „Lernpotential“ bezeichnet. Lernende mit höherem Lernpotential – sei es nun besseres Vorwissen, mehr Interesse oder andere Eigenschaften – werden häufig hochwertigere Lernprozesse zeigen. Auf der anderen Seite ist es aber Ihre Aufgabe als Lehrkraft, alle Lernenden zu möglichst

verständnisvollem Lernen anzuregen. Sie stellen sicher, dass es möglichst keine Schüler:innen gibt, die sich nicht mit dem Inhalt auseinandergesetzt haben. Wenn die Lehrkraft die Voraussetzungen dafür schafft, dass alle Lernenden auf ihrem Niveau kognitiv aktiv an den Inhalten arbeiten können, und sie auch Maßnahmen ergreift, damit das wirklich passiert – dann spricht man von kognitiver Aktivierung.

Wie auch andere Merkmale von Unterricht unterscheidet sich auch die Umsetzung von kognitiver Aktivierung stark zwischen verschiedenen Lehrkräften. Eine wesentliche Ressource, auf die Lehrkräfte bei der Gestaltung kognitiv aktivierender Unterrichts zurückgreifen, ist ihr professionelles Wissen. Aber was macht diese „kognitive Aktivierung“ im Einzelnen aus?

Kognitive Aktivierung – Einführung

Professur für Mathematik
Fachbereich 09
Universität
Lüneburg

Theorie

Worum geht es?

- ↳ Unterricht, der Schülerinnen und Schüler anregt, auf einer höheren Ebene zu denken
- ↳ Anspruchsvolle Aufgaben stellen, Vorwissen aktivieren und inhaltspezifische Unterrichtsgespräche führen
- ↳ Passung des kognitiven Niveaus zwischen den von der Lehrkraft gestellten Aufgaben und den von den Schülerinnen und Schülern gegebenen Antworten
- ↳ Lernsituationen, die das Potential besitzen, Schülerinnen und Schüler anzuregen sich inhaltlich intensiv mit Lernaufgaben auseinanderzusetzen

Folie 5

Kognitive Aktivierung bedeutet Unterricht so zu gestalten, dass die Schüler:innen die Inhalte auf einer höheren Ebene durchdenken. Höher im Vergleich wozu? Denken Sie an das Modell zur Konzeptorientierung, das am Fortbildungstag 3 vorgestellt wurde. Häufig wird im Unterrichtsgespräch über einzelne Fakten und Beobachtungen gesprochen. Worum es aber eigentlich geht, sind die Zusammenhänge zwischen diesen Fakten. Es geht also um Unterricht, der Lernende anregt, Zusammenhänge zwischen einzelnen Fakten neu zu entdecken, immer wieder zu nutzen und sie auch zu benennen, also auch in das Gespräch mit anderen Lernenden oder in der ganze Klasse einzubringen. Aktivitäten, die dazu besonders geeignet sind, nennt man „höhere kognitive Tätigkeiten“. Dazu gehört in der Mathematik das Argumentieren (wie das Begründen von Ideen, Aussagen und Lösungswegen) genauso wie das Suchen und Beschreiben von Zusammenhängen zwischen verschiedenen Darstellungen für ein mathematisches Konzept, aber auch das Analysieren von Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen zwei mathematischen Aufgaben oder zwei Lösungsstrategien für eine proportionale Situation. In der Biologie fällt darunter beispielsweise das Vergleichen von Situationen, in denen das Basiskonzept „Information und Kommunikation“ eine Rolle spielt, wie beim Balzverhalten von Vögeln oder beim Reiz-Reaktions-Schema bzgl. optischer Reize und daraus dann ein allgemeines Schema wie das Sender-Empfänger-Modell abzuleiten.

Kognitiv aktivierende Aufgaben stellen oft besondere Anforderungen an das Vorwissen und die Motivation der Lernenden. Das heißt einerseits jedoch nicht, dass jede schwierige Aufgabe kognitiv aktivierend sein muss – es ist leicht sich Aufgaben auszudenken, bei denen man nur ein Schema abspulen muss, bei denen aber ziemlich sicher viele Fehler passieren – z. B., weil in der Mathematik besonders komplizierte Zahlen vorkommen oder in der Biologie besonders komplexe Fachbegriffe genutzt werden. Andererseits darf eine kognitiv aktivierende Aufgabe auch nicht so schwierig sein,

dass die Lernenden sie nicht mehr bewältigen können. Dann ist sie zudem gerade nicht mehr aktivierend.

Wie erreicht man nun eine geeignete Balance? Notwendiges Vorwissen sollte vorher gezielt aktiviert werden, damit Lernende einerseits nicht daran scheitern, dass ihnen das relevante Wissen gerade einfach nicht einfällt. Andererseits ist das Verknüpfen mit dem Vorwissen ja ein ganz wesentlicher Schritt, der von den Lernenden gemacht werden muss. Deshalb ist es noch wichtiger, das, was die Lernenden zum Thema schon wissen und können im Unterricht immer wieder aufzugreifen. Im Endeffekt findet beides ganz natürlich statt, wenn man das Unterrichtsgespräch und den Unterricht überhaupt als einen ernsthaften Austausch mit den Lernenden versteht. Wichtig ist also ein gemeinsames (und auch korrektes) Verständnis von Inhalten zu entwickeln, die uns helfen bestimmte Probleme zu lösen oder Fragen zu klären. Es geht darum, wie wir uns (individuell oder als Gruppe) das Thema gerade erschließen, was daran richtig und hilfreich ist, um die im Raum stehenden Fragen anzugehen, und wo wir noch mehr nachdenken müssen. Ein inhaltspezifisches Gespräch gibt sich nicht mit Antworten zufrieden die über wesentliche Teile des Themas hinwegbügeln, die erarbeitet werden sollen.

Beim Thema Vorwissen ist es schon angekommen: Das Niveau muss passen. Wenn Aufgaben zu anspruchsvoll sind, dann können die Lernenden sich damit auch nicht produktiv und lernförderlich auseinandersetzen. Wenn Aufgaben zu schwierig sind, dann muss etwas wegfallen. Hier ist ihr guter Blick als Lehrkraft gefragt: Was ist das wirklich Wichtige an diesem Auftrag? Womit sollen sich die Lernenden wirklich auseinandersetzen? Das sollte bleiben. Andererseits: Was ist eigentlich eher ein Randschauplatz, worum geht es mir jetzt gerade gar nicht so stark? Das kann man ggf. entlasten, indem man den Lernenden Informationen oder Hilfen zur Verfügung stellt – und sei es, dass man erstmal einen fertigen Lösungsweg für eine Gleichung analysiert und überlegt, warum man so vorgehen kann, bevor man Lernende selbst einen Weg zu einer ähnlichen Gleichung finden lässt.

Insgesamt handelt es sich immer um zwei Fragen: Inwiefern sind die Lernsituationen so angelegt, dass sie es den Lernenden *ermöglichen* sich kognitiv aktiv, auf höherer Ebene, damit auseinanderzusetzen, was der wirklich zentrale fachliche Kern des Themas ist? Und, vielleicht noch wichtiger, inwiefern *stellen Sie als Lehrkraft auch so gut wie möglich sicher*, dass dies wirklich geschieht. Dabei sollen die Lernenden auch merken, wenn sie einen Auftrag oder eine Frage nicht ausreichend tief bearbeitet haben.

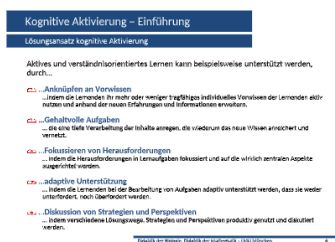


Folie 6

Wie lässt sich begründen, warum die kognitive Aktivierung – und noch mehr die kognitive Aktivität der Lernenden – so wichtig ist? Dies lässt sich anhand des Modells zu den verschiedenen Qualitäten von Wissen aufzeigen. Eine diese Qualitäten besteht darin, dass Wissen tief verarbeitet wird. Eine nur oberflächliche Verarbeitung erkennt man z. B. daran, dass (wenn überhaupt) nur die offensichtlichen Teile des Themas bekannt sind, wie etwa Fachbegriffe (Proportionalität), mentale Bilder (die Ursprungsgerade im Graphen) oder auch typische Beispiele (der Preis beim Einkaufen, wenn ich mehrere gleiche Artikel kaufe).

Tiefe Verarbeitung bedeutet dagegen, dass Dinge in ihrem Zusammenhang gesehen werden; dass Lernende in der Lage sind zu nutzen, dass in all den einzelnen Teilen ein gemeinsamer Kern steckt, der eben sehr unterschiedlich sichtbar wird. Wenn z. B. das Gemeinsame zwischen dem Einkaufskontext und dem Geschwindigkeitskontext erkannt wird – da gibt es immer einen Faktor, der eigentlich die ganze Information enthält – dann wurde ein Teil des Konzepts der Proportionalität erschlossen. Wenn ich Gemeinsamkeiten zwischen dem Balzverhalten von Vögeln und dem Reiz-Reaktions-Schema bzgl. optischer Reize erkenne, dann habe ich besser verstanden, was ein allgemeines Sender-Empfänger-Modell ausmacht. Dieses Gemeinsame zu erkennen, bedeutet eben, sehr viele Zusammenhänge immer wieder durchdacht zu haben und die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den verschiedenen Erscheinungsformen zu erkennen, zu beschreiben und zu begründen. So wird Wissen mit der Zeit immer tiefer verarbeitet.

Was kognitive Aktivierung (nicht) ist



Folie 7

Wie kann diese kognitive Aktivität nun im Unterricht herausgefordert werden? Beispielsweise ist es hilfreich, wenn die Lernenden neue Inhalte direkt an ihr Vorwissen integrieren können, indem z. B. das wesentliche Vorwissen vorher kurz aktiviert wird und ggf. auch noch einmal die wirklich zentralen Zusammenhänge auf den Punkt gebracht werden, die jetzt erweitert werden sollen. Was Sie als Lehrkraft immer mit bedenken müssen ist, dass Wissen immer an Vorwissen anknüpft. Damit das aber korrekt und vor allem auch mit bedeutsamen Verknüpfungen geschieht ist es hilfreich, wenn die Lernenden selbst analysieren, wie das neue erworbene Wissen mit dem zusammenhängt, was sie schon wissen (sollten). Das bedeutet nicht, dass die Lernenden sich alle Inhalte ausgehend von ihrem Wissen neu erarbeiten müssen, sondern nur, dass sie diese Zusammenhänge analysieren.

Wie schon angesprochen sind gehaltvolle Aufgaben, die höhere kognitive Prozesse anregen wie Begründen, Strukturieren oder analysieren, besonders geeignet dies zu erreichen. Wir haben auch schon kurz angesprochen, dass es dabei wichtig sein kann, sich zu entscheiden welche Anforderungen wirklich wesentlich

sind, um die neuen Lerninhalte tief zu verarbeiten – und welche Herausforderungen zur tiefen Verarbeitung der neuen Lerninhalte eher nebensächlich oder vielleicht sogar hinderlich sind. Letztere sollten von der Lehrkraft möglichst entlastet werden. Es ist also nicht das Ziel, dass überhaupt Herausforderungen fokussiert werden, sondern, dass die *richtigen, zentralen, relevanten* Herausforderungen beibehalten werden, während nebensächlichen Aspekte entlastet werden. Wenn es beispielsweise um Strategien zum Lösen von Gleichungen geht, dann ist das *Aufstellen* einer Gleichung für eine Sachsituation *in dieser Stunde* wahrscheinlich eher nebensächlich. In einer anderen Stunde, wo es um das Modellieren mit Gleichungen geht, kann genau dies der zentrale Punkt sein – und das selbständige Lösen der Gleichung vielleicht eher ein Nebenschauplatz.

Herausforderungen zu fokussieren ist etwas, was für die gesamte Klasse relevant ist und daher in der Unterrichtsvorbereitung passieren sollte. Unterricht ist aber ein dynamisches Geschehen. So gibt es oft eine erste Gruppe an Lernenden, die sich fortwährend Fragen zu einem Nebenschauplatz stellen. Da gibt es eine zweite Gruppe, die schon fertig ist und auch alle Aufgaben wirklich sehr ausführlich bearbeitet hat, und dann noch eine dritte, die wirklich schon (bzw. noch) mit dem Kern der Sache kämpft. Kognitive Aktivierung bedeutet hier: Die erste Gruppe braucht Fokussierung, und Hilfe, die den Nebenschauplatz schnell erledigt. Die zweite Gruppe braucht vielleicht noch einen weiteren guten Auftrag, um noch eine weitere Perspektive auf das Thema zu bearbeiten. Und die dritte Gruppe braucht vielleicht doch noch eine Hilfe zur Aktivierung von Vorwissen oder einen genauer spezifizierten Auftrag, um in der verbleibenden Zeit trotzdem noch möglichst tief an der Aufgabe zu arbeiten.

Letztlich ist es eine wesentliche Möglichkeit für kognitive Aktivierung, unterschiedliche Sichtweisen auf das Thema zu nutzen, um vertiefte Verarbeitung anzuregen. Verschiedene Schüler:innen entwickeln unterschiedliche Lösungswege für Aufgaben. Diese zu diskutieren macht Gemeinsamkeiten und Unterschiede klar. Unterschiede, die zu verschiedenen (ggf. auch falschen) Lösungen führen können. Gemeinsamkeiten, die auf Zusammenhänge verschiedener Herangehensweisen verweisen.

Das ist so noch alles recht abstrakt. Ein Thema des 4. Fortbildungstages wird sein, in Ihrem Unterricht zu erkennen, wo kognitive Aktivierung bereits umgesetzt wird bzw. noch mehr Raum finden könnte.

Kognitive Aktivierung – Einführung

Kognitive Aktivierung bedeutet **zwingend**:

- ... dass Lernende möglichst viel „lichtbare Aktivität“ entfalten.
z.B. Handeln mit laparvischem Material, Heuristika...
Kognitive Aktivität ist NICHT zwingende Geistes- oder „physische Aktivität“.
Es geht darum, sich eigene erhellende Gedanken zu machen.
- ... dass Lernende die wesentlichen Inhalte des Unterrichts selbst entdecken müssen.
Wichtig ist, dass die Lernenden sich mit den neuen Ideen aktiv auseinandersetzen. Sie dafür erst selbst zu finden muss nicht immer der effizienteste Weg sein.
- ... dass ausschließlich sehr schwierige Aufgabenstellungen gestellt werden, und die Lernenden diese dann ohne weitere Hilfe bearbeiten sollen.
Es geht nicht um die Schwierigkeit, sondern um die Art der Auseinandersetzung, auch oder besonders zu Aufgabenstellungen, die normalerweise bewältigt werden können, kann man sich verteilte Gedanken machen.
- ... dass keine Fähigkeiten mehr automatisiert werden dürfen.
Rechenfähigkeiten, effizient, bestmögliches Handeln und Handeln zu können und Beweisen schnell verfügbare Fähigkeiten sind jedoch nie ein Ersatz für das Unterrichten.
z.B. wenn die Schüler nach einem möglichst effizienten Lösungsweg zum nächsten Aktivierungsbogen...

Quelle: von Kempf, Daniels, Kretschmer, Ullrich, 2010

Folie 8

Es aber auch einige Indikatoren, die eben *nicht* auf kognitive Aktivierung hinweisen: Zunächst einmal: „Kognitive Aktivität“ bezieht sich darauf, dass sich die Lernenden ernsthafte Gedanken zum Thema machen, und nicht darauf, dass „irgendetwas passiert“. Kognitive Aktivität ist eben nicht automatisch dasselbe wie „physische Aktivität“. In Analogie hat Bernd Wollring einmal gesagt: Entdeckendes Lernen besteht nicht aus dem Suchen und Finden von Arbeitsaufträgen im Klassenraum.

Kognitive Aktivität kann sich auch darauf beziehen, dass gegebene Informationen wie eine Erklärung, ein Beispiel, eine korrekte oder falsche Aufgabenlösung etc. analysiert werden oder ein klar ersichtlicher Zusammenhang erklärt wird. Das heißt insbesondere **nicht**, dass die Lernenden alle neuen Einsichten selbst herausfinden müssen. Das kann sogar ziemlich ineffizient sein, wenn das für die Lernenden zu komplex ist.

Dass kognitive Aktivierung nicht unbedingt bedeuten muss schwere Aufgaben zu stellen, haben wir schon diskutiert. Kognitive Aktivierung heißt aber auch nicht, dass die Lehrkraft nicht unterstützen darf. Ganz im Gegenteil: Jede Unterstützung, die irrelevante Herausforderungen aus dem Weg räumt, ist ja hilfreich.

Oft hört man, dass im kognitiv aktivierendem Unterricht Basiswissen und Basisfertigkeiten, die einfach „parat“ sein müssen, nicht mehr aufgebaut werden. Dabei ist es ja eine wesentliche Voraussetzung von „höheren kognitiven Tätigkeiten“, dass solche Basisfertigkeiten eben unaufwändig routinemäßig erledigt werden können, damit der Blick frei wird für das Wesentliche. Das ist also weiterhin wichtig. Und auch die damit einhergehenden Automatisierungsphasen kann man wenigstens teilweise kognitiv aktivierend gestalten, z. B. indem eben weiterführend auch nach Lösungswegen gefragt wird, die ggf. effizienter sind als ein Standardverfahren (wie z. B. die Lösungsformel für quadratische Gleichungen) oder ein ganz bestimmtes strukturiertes Vorgehen (beim Experimentieren).

Kognitive Aktivierung im Unterricht

Kognitive Aktivierung – Einführung

Theorie – ICAP-Modell

Das Diagramm zeigt das ICAP-Modell mit vier Stufen: Interaktive, Noninteraktive, Aktiv, Passiv. Rechts daneben ein Dreieck, das die kognitive Aktivierung darstellt.

Folie 9

Insgesamt geht es bei der kognitiven Aktivierung, darum wie Sie als Lehrkraft den Unterricht gestalten. Dies tun Sie über Lernaktivitäten, die Sie für die Schüler:innen vorbereiten und womit Sie kognitive Aktivität anregen möchten. Sie haben das ICAP-Modell kennen gelernt, das eigentlich zumindest bei den ersten drei Stufen nichts anderes sagt, als dass intensivere Auseinandersetzung – im Sinne einer höheren kognitiven Aktivität - lernförderlich ist. Gerade konstruktive und Interaktive Lernaktivitäten (also die beiden höchsten Stufen) sind dabei auf hohes Potential zur kognitiven Aktivität der Lernenden ausgelegt. Bei passiven und aktiven Lernaktivitäten stellt sich eher die Frage, wie die Lernenden dennoch im nächsten Schritt kognitiv aktiviert werden können, um die verarbeiteten

Kognitive Aktivierung – Einführung
Herausforderungen im Unterricht

- ☐ **Wenig Anregung**
...zur vertieften Verarbeitung von Konzepten, Zusammenhängen und Strategien im Unterricht.
- ☐ **Bearbeitung von Lernaktivitäten mit Oberflächenstrategien**
...oft ohne inhaltliches Durchdringen der Inhalte.
- ☐ **Oberflächliches Verständnis**
...als unzureichende Basis für weiteres Lernen und Nutzung von Wissen in neuen Situationen.
- ☐ **Ungünstige Überzeugungen**
...dass, was gutes Lernen und factives Arbeiten ausmacht und welchen Sinn die Inhalte haben.
- ☐ **Überforderung**
...durch viele gleichzeitige Anforderungen.
– Überforderung kann tiefe und aktive Verarbeitung einschränken.
– Unterforderung ebenfalls.

Quelle: Er. Breyer, Statistik der Individuen, Uni Würzburg

Folie 10

Informationen wirklich an das Vorwissen anzubinden und tief zu verarbeiten.

Was sind nun die Dinge, die es in kognitiv aktivierendem Unterricht zu vermeiden gilt?

Häufig findet man im Unterricht Lernaktivitäten, die man lösen kann, ohne über den konkreten Inhalt nachzudenken. Vorgegebene Wörter in einen Lückentext einzutragen, erfordert nicht zwingend den Inhalt des Textes zu verstehen. Zu entscheiden, dass man für eine gegebene Aufgabe eine Gleichung aufstellen soll, kann eben auch ohne Verständnis der Aufgabe gelingen, wenn im Unterricht sowieso immer nur Aufgaben zum aktuellen Stoff bearbeitet werden – und eben gerade Gleichungen “dran sind”.

Manchmal behindern aber auch “Altlasten” die tiefe Verarbeitung. Wenn zuvor erlernte Inhalte nur oberflächlich gelernt wurden, können neue Inhalte daran nur sehr viel schwerer angeknüpft und gelernt werden. Elemente kognitiver Aktivierung in den Unterricht zu integrieren, kann deshalb nicht von heute auf morgen geschehen.

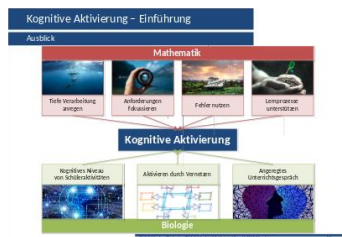
Auch die Überzeugungen der Lernenden spielen eine Rolle: Manche Schüler:innen haben im Unterricht „gelernt“, dass gutes Lernen problemlos und ohne Anstrengung erfolgt. Auch wenn das manchmal zutrifft, stimmt es eben nicht immer. Manches muss man sich selbst erschließen, anstatt es gesagt zu bekommen. Nicht jede Aufgabe muss auf den ersten Blick lösbar sein. Denken Sie auch an die Erkenntnisgewinnung in der Biologie: Auch da ist es nicht immer hilfreich, wenn z. B. die Durchführung des Experiments immer genau vorgegeben wird. Dies zu erkennen und sich darauf einzulassen, erfordert von den Lernenden einen Eingewöhnungsprozess.

Letztlich ist natürlich bei aller wünschenswerter kognitiver Aktivierung eine Überforderung der Lernenden eine Gefahr. Wer aufgrund von fehlenden Voraussetzungen keinen Zugang zu einer Lernaktivität findet, der wird die Inhalte auch nicht vertieft verarbeiten. Deshalb braucht es Fokussierung auf das Wesentliche und adaptive Unterstützung.

Auf der anderen Seite ist aber Unterforderung, zu wenig Aktivierung und zu wenig tiefe Verarbeitung ein mindestens ebenso großes Problem – vor allem, weil dies erst einmal kaum auffällt, sondern der leicht Eindruck entstehen kann, dass ja doch alles gut läuft.

Kognitive Aktivierung im Unterricht umzusetzen ist trotz dieser Herausforderungen machbar. Dass dies gelingen kann und dass das positive Auswirkungen hat, werden wir in einem nächsten Abschnitt anhand einiger Studien aufzeigen.

Teilaspekte von kognitiver Aktivierung in der Fortbildung



Folie 11

Wie kognitive Aktivierung im Fachunterricht konkret umgesetzt werden kann, wird in den weiteren Abschnitten, Präsentationen und Beispielen dargestellt, soll aber auch anhand der eigenen Arbeit am eigenen Unterricht weiter vertieft werden.

Wie kognitive Aktivierung im Biologieunterricht erreichen können, wird anhand von drei unterschiedlichen Teilaspekten besprechen. Dabei wird vor allem auf das kognitive Niveau von Schüleraktivitäten und Aufgabenstellungen fokussiert, und wie und an welchen Stellen kognitive aktivierende Aufgaben in den Unterrichtsverlauf integriert werden können. Außerdem bildet das Aktivieren durch Vernetzen einen weiteren Ansatzpunkt für die Steigerung der kognitiven Aktivierung im Biologieunterricht. Hier spielt vor allem das Anknüpfen an das Vorwissen der Lernenden und das Aufgreifen und Arbeiten mit den Vorstellungen der Lernenden im Verlauf der Unterrichtsstunde eine entscheidende Rolle. Und zum Dritten spielt ein angeregtes Unterrichtsgespräch eine wesentliche Rolle, bei dem die Lernenden mittels bestimmter Frage- und Hilfestellungen kognitiv aktiviert werden.

Für den Mathematikunterricht wird es zunächst um Strategien gehen, mit denen im Mathematikunterricht ein tiefe Verarbeitung der Unterrichtsinhalte angeregt werden kann. Als Gegenpol dazu wird gefragt, welche Techniken es gibt, um Anforderungen zu fokussieren, um die Lernenden nicht zu überfordern. Fehler bilden häufig einen guten Anlass, um Lernende im Unterricht zu aktivieren. Wie man Lernprozesse unterstützt, ohne den Lernenden die kognitive Arbeit so weit abzunehmen, dass keine oder nur noch wenig kognitive Aktivierung übrigbleibt, wird einen letzten Schwerpunkt bilden.

Phase 3: Bedeutung der kognitiven Aktivierung im Mathematikunterricht

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Die Lehrkräfte verstehen die Bedeutung des Konzeptes der kognitiven Aktivierung für das Lernen anhand empirischer Studien und lernen mögliche Optimierung von konkreten Unterrichtssituationen mithilfe der Studienergebnisse kennen.

Take-Home-Message: Kognitive Aktivierung im Unterricht hat einen positiven Einfluss auf die Leistung und das Interesse der Lernenden. Zur Umsetzung ist besonders fachdidaktisches Wissen relevant.

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Nach der kurzen Vorstellung der kognitiven Aktivierung in der vorangegangenen Phase werden in dieser Phase anhand von verschiedenen empirischen Studien die Bedeutung und Wirksamkeit der kognitiven Aktivierung im Unterricht vertieft. Dabei wird auch der Bezug zu dem schon bekannten ICAP-Modell (Chi & Wylie, 2014) hergestellt, welches stark auf die kognitive Aktivität der Lernenden abzielt. Gerade die Stufen „konstruktiv“ und „interaktiv“ im ICAP-Modell stehen für Lernaktivitäten mit hohem kognitiven Niveau. Anschließend werden die Bedeutung und Wirksamkeit der kognitiven Aktivierung anhand verschiedener Studien aus der Biologie und Mathematik weiter vertieft.

Ausführliche Darstellung der Phase 3: Bedeutung der kognitiven Aktivierung

Bedeutung der kognitiven Aktivierung im Fachunterricht



Folie 1

In diesem kurzen fächerübergreifenden Abschnitt möchten wir einen kurzen Überblick über empirische Studien zur kognitiven Aktivierung geben.

Empirische Belege für die Wirksamkeit von kognitiver Aktivierung

Bedeutung von kognitiver Aktivierung		
empirische Belege		
Studie	Fächer	Erkenntnisse
TIMSS video study 1995	Mathematik	Länderpezifische „Lesson script“ (z. B. kognitiv aktivierend)
Slavin & Hattie, 1999	Mathematik	Komplexität von Aufgaben
TIMSS video study 1999	Mathematik	IP-KW/hohe Komplexität
Frederick et al., 2002	Mathematik	Leistungsvorteile Länder: hohe inhaltliche Standards
TIMSS video study 1999 (NCTM, 2000)	Naturwissenschaften	CT: viele herausfordernde Inhalte IP: Audio-Vorleser von Texten
IPN Videostudie	Physik	Hohe Engführung des Unterrichtsgesprächs wirkt negativ auf Fachinteresse und Motivation der Schüler
Brode et al., 2002	Mathematik	Kognitiv aktivierender Unterricht fördert Schülerleistung
Pedagogos	Mathematik	Zusammenhang zwischen PCK und kognitiver Aktivierung
COACTIV	Mathematik	Zusammenhang zwischen kognitiver Aktivierung und Schülerleistung
Krüger et al., 2012	Physik	Zusammenhang zwischen PCK und kognitiver Aktivierung
OSIP	Physik	Zusammenhang zwischen PCK und Schülerleistung
Engelmeier et al., 2014	Physik	Zusammenhang zwischen PCK und Schülerleistung
Vegetariang & Reinold, 2012	Physik	Zusammenhang zwischen PCK und kognitiver Aktivierung

Folie 3

Studien zur kognitiven Aktivierung gibt es schon seit längerer Zeit. Dies beginnt mit Studien, die den Mathematikunterricht international vergleichend beschrieben haben. Die erste TIMS-Videostudie 1995 hat beispielsweise den Mathematikunterricht in Japan als besonders kognitiv aktivierend herausgestellt. In der zweiten TIMS-Videostudie 1999 wurde dieses Ergebnis konkretisiert, und es wurde auch Unterricht in den Naturwissenschaften untersucht. Hier zeigte sich besonders in Japan und Australien, dass Inhalte

besonders gut miteinander verknüpft wurden. Eine erste Videostudie, die den Unterricht mit der Entwicklung der Lernenden zusammenbrachte, war die IPN-Videostudie für den Physikunterricht. Hier zeigte sich, dass ein eng geführtes, wenig aktivierendes Unterrichtsgespräch vor allem mit einer ungünstigen motivationalen Entwicklung der Schüler:innen einherging. Die COACTIV-Studie für den Mathematikunterricht hat als erste die Bedeutung des fachdidaktischen Wissens der Lehrkräfte für einen kognitiv aktivierenden Mathematikunterricht und für den Lernfortschritt der Schüler:innen herausgearbeitet. Ähnliche Ergebnisse zeigten sich später für die Naturwissenschaften in weiteren Studien.

Allgemeine Einführung: Kognitive Aktivierung

Wirksamkeitsstudien

Studientyp	Korrelative Videostudien				Längsschnittstudie
	LeNT	ProwiN	Pythagoras	COACTIV	
Studie	LeNT	ProwiN	Pythagoras	COACTIV	
Thema	Blut- und Blutkreislauf	Botanik	Neurobiologie	Satz von Pythagoras	Mathematik
Jahrgangsstufe	9	6	9	9	9
Schulform	Gym	Gym	Gym	Gym	Gym, RS
Bundesland	NRW	Bayern	Bayern	Deutschland & Schweiz	Deutschland
Lehrkräfte	49	28	35	36	381
Unterricht	1 Stunde/Lehrkraft (49 Stunden)	3 Stunden/Lehrkraft (84 Stunden)	2 Stunden/Lehrkraft (70 Stunden)	3 Stunden/Lehrkraft (108 Stunden)	1 Schuljahr (ca. 4000 Unterrichtsstunden)
Schüler	1271	640	827	755	4353
Einführungsjahr	2005	2012	2013-2015	2002-2003	2000-2021

Baumert et al. (2008), Pöschel et al. (2014), 2015, Lehmann et al. (2008)
Daten für Biologie, Physik im Trademark: © 2015 Pearson

Folie 4

Wir möchten einige der Studien etwas genauer vorstellen, um aufzuzeigen, wie die Erkenntnisse zur Wirksamkeit von kognitiver Aktivierung gewonnen wurden. Alle Studien, die hier aufgelistet sind, untersuchten die Frage, ob ein kognitiv aktivierender Unterricht wirklich das Lernen bzw. das Interesse von Schüler:innen fördert. Im ersten Schritt werden wir Ihnen dazu 3 quantitative korrelative Videostudien aus der Biologie und eine Längsschnittstudie aus der Mathematik vorstellen.

Die Studien aus der Biologie wurden in den Jahrgangsstufen 6 und 9 - allerdings alle am Gymnasium - durchgeführt. Pro Lehrkraft wurde dann eine unterschiedliche Anzahl von Unterrichtsstunden videografiert, die dann im Hinblick auf kognitive Aktivierung ausgewertet wurden. In der NWU-Studie (die älteste der Studien aus dem Jahr 2005) wurde nur eine Unterrichtsstunde aufgezeichnet in den darauffolgenden - aus den Jahren 2012 bis 2015 - wurden dann die Anzahl der Unterrichtsstunden pro Lehrkraft erhöht auf 3 (in der LeNT Studie) bzw. 2 (in der ProwiN Studie).

Die COACTIV Studie aus der Mathematik wurde ebenfalls in der 9. Jahrgangsstufe am Gymnasium durchgeführt. Zu beachten ist, dass die erhobenen Daten bereits aus den Jahren 2000 bzw. 2001 stammen. Im Unterschied zu den Studien aus der Biologie wurden hier allerdings keine Unterrichtsstunden aufgezeichnet und ausgewertet. In dieser Studie wurden die eingesetzten Unterrichtsaufgaben, also das Unterrichtsmaterial der Lehrkräfte zur Einschätzung der kognitiven Aktivierung herangezogen.

In der Pythagoras-Studie wurden auch für den Mathematikunterricht Unterrichtsvideos analysiert und es zeigten sich zur kognitiven Aktivierung ähnliche Resultate wie in den anderen beschriebenen Studien.

Ergebnisse zum Biologieunterricht



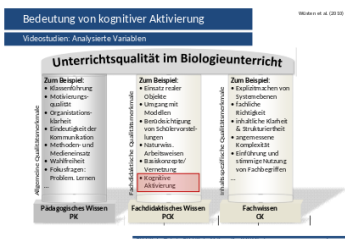
Folie 5

Den Anfang für eine detailliertere Vorstellung machen die Videostudien aus der Biologie.



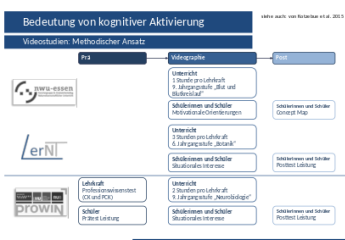
Folie 6

Den Ablauf einer solchen Videostudie haben Sie bereits im Abschnitt zur Konzeptorientierung kennengelernt. Das Zentrum der Studie bildet die Aufzeichnung von Unterrichtsstunden, die thematisch gleich innerhalb einer bestimmten Unterrichtsreihe aufgenommen werden. Die Themen unserer Videostudien waren zum einen Blut- und Blutkreislauf, zum anderen Botanik und Neurobiologie. Bevor die Unterrichtsstunden videografiert werden, füllen die Schüler:innen verschiedenen Fragebögen sowie Leistungstests aus, die dann auch wieder nach der Unterrichtsvideografie ausgefüllt werden. In einer der Studien zum Thema Neurobiologie wurden zusätzlich Lehrkräfte ebenfalls vor und nach der Videografie befragt.



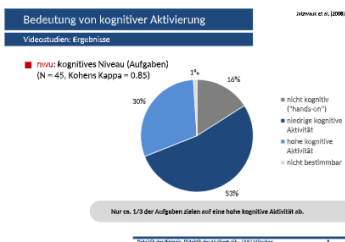
Folie 7

Der videografierte Unterricht wird dann anschließend hinsichtlich unterschiedlicher Qualitätsmerkmale ausgewertet. Diese Abbildung zur Systematisierung von Qualitätsmerkmalen kennen Sie auch schon aus dem Abschnitt zur Konzeptorientierung. In diesem Fall wollen wir uns auf das Merkmal der kognitiven Aktivierung konzentrieren, das in dem Modell als fachdidaktisches Qualitätsmerkmal eingeordnet ist. Was so viel bedeutet, dass eine Lehrkraft fachdidaktisches Wissen benötigt, um kognitive Aktivierung im Fachunterricht umzusetzen.



Folie 8

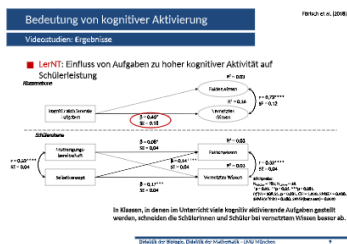
Bevor wir zu den Ergebnissen der Studien kommen, möchte wir auch noch einmal kurz diese Studien etwas konkreter vorstellen. Die drei Studien unterscheiden sich direkt im Thema der videografierten Unterrichtsstunden. In der NWU Studie Blut- und Blutkreislauf, in der LerNT Studie Botanik und in ProwiN Neurobiologie. Alle der drei Videostudien hatten einen Nachtest, bei dem man die Leistung der Schüler:innen auf unterschiedliche Weise erhoben hat. In ProwiN wurde zudem noch eine Befragung zum Professionswissen der teilnehmenden Lehrkräfte durchgeführt.



Kommen wir nun zu den Ergebnissen der Videostudien aus der Biologie. In der nwu Studie wurden die eingesetzten Aufgaben hinsichtlich der kognitiven Aktivität, die sie bei den Schüler:innen anregen analysiert. Das Ziel dabei war erst einmal einen Überblick über die kognitive Aktivierung im Unterricht zu bekommen, ohne

Folie 9 noch Aussagen zu machen, wie sie kognitive Aktivierung auf die Leistung der Schüler:innen auswirkt.

Etwa 16% der Aufgaben wurden als nicht kognitiv aktivierend kategorisiert. Wenn Sie an das ICAP-Modell denken, dann lassen sich diese Aufgaben in die Ebene aktiv einordnen. Den Schüler:innen wurde als eine Aufgabe gegeben, bei denen sie lediglich körperlich aktiv werden mussten. Bei 53 % der Aufgaben wurde lediglich auf eine niedrige kognitive Aktivität, bei 30 % der Aufgaben auf eine hohe kognitive Aktivität abgezielt. Zusammenfassend konnte in dieser Studie also beobachtet werden, dass lediglich 1/3 der eingesetzten Aufgaben auf höhere kognitive Aktivitäten abgezielt haben.



In den Ergebnissen aus der LerNT Studie wurde dann der Anteil an kognitiv aktivierenden Aufgaben ebenfalls analysiert und dann im Zusammenhang mit der Leistung der Schüler:innen gebracht. Die Leistung wurde mit einem Wissenstest erhoben, der neben Faktenwissen auch vernetztes Wissen erhoben hat. In dieser Auswertung wurde dann getrennt der Einfluss der kognitiv aktivierenden Aufgaben auf Faktenwissen und vernetztes Wissen analysiert. Auf Klassenebene konnten wir hier zeigen, dass wenn der Anteil an kognitiv aktivierenden Aufgaben höher ist, Schüler:innen eine bessere Leistung im Bereich des vernetzten Wissens zeigen. Diesen Einfluss konnten wir aber nicht auf das Faktenwissen feststellen. Was darauf hindeutet, dass kognitive aktivierende Aufgaben nicht nötig sind, um reines Faktenwissen zu fördern. Zusammenfassend heißt das hier, dass der vermehrte Einsatz von kognitiv aktivierenden Aufgaben sich positiv auf die Aneignung von vernetztem Wissen bei Schüler:innen auswirkt.

Folie 10

Bedeutung von kognitiver Aktivierung
 Videostudien: Ergebnisse
 ■ **LerNT:** Zusammenhang zwischen kognitiver Aktivierung im Unterricht und Leistung der Schülerinnen und Schüler

Prädiktor	Modell 1		Modell 2		Modell 3	
	β	SE	β	SE	β	SE
Klassenstufe			0,21*	0,11	<0,22*	0,11
Kognitive Aktivierung					-0,06	0,05
Schülerleistung	-0,05	0,05			-0,05	0,05
Intrinsische Motivation	-0,06	0,05			-0,05	0,05
Antriebsbereitschaft	0,01	0,05			0,01	0,05
Selbstkonzept	0,22***	0,05			0,22***	0,05
R ²	0,05		0,10		0,15	
Deviance	1638,85		1654,27		1679,68	

In Klassen, in denen im Unterricht viel kognitiv aktiviert wird, zeigen die Schülerinnen und Schüler eine bessere Leistung im Posttest.

In der LerNT Studie wurde dann zusätzlich zu den Aufgaben noch die gesamte Unterrichtsstunde hinsichtlich kognitiver Aktivierung analysiert. Dabei wurden dann eben nicht nur die Aufgaben betrachtet, sondern die gesamte Unterrichtsgestaltung der Lehrkraft. Z. B. wird hier dann auch berücksichtigt, ob das Vorwissen und die Vorstellungen der Schüler:innen erhoben wird und ob an das Vorwissen angeknüpft und ob die Vorstellungen im Unterricht aufgegriffen werden. Auch wenn man Kognitive Aktivierung etwas ganzheitlicher analysiert, konnten wir einen positiven Effekt auf Klassenebene auf die Leistung der Schüler:innen feststellen. Das bedeutet, dass Schüler:innen, die einen kognitiv aktivierenderen Unterricht genießen, auch im Leistungstest eine bessere Leistung erzielen konnten.

Folie 11

Bedeutung von kognitiver Aktivierung
 Videostudien: Ergebnisse

■ **LerNT:** Zusammenhang zwischen kognitiver Aktivierung im Unterricht und situationalem Interesse der Schülerinnen und Schüler

Prädiktor	Modell 1		Modell 2		Modell 3	
	β	SE	β	SE	β	SE
Klassenstufe						
Kognitive Aktivierung			0,23*	0,08	0,18**	0,06
Schülerinteresse						
Fachinteresse	0,26***	0,05			0,26***	0,05
Intrinsische Motivation	0,23***	0,04			0,23***	0,04
Anforderungsbereitschaft	0,12**	0,04			0,11**	0,04
Selbstkonzept	0,01	0,04			0,01	0,04
R ²		0,04		0,23		0,47
Deviance		1560,16		1730,41		1558,11

β: Standardkoeffizienten, SE: Standardfehler von β, ***p < .001, **p < .01, *p < .05

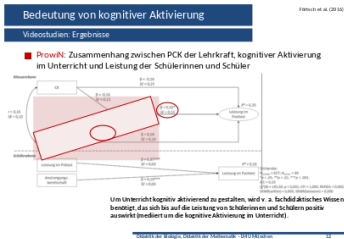
β: Standardkoeffizienten, SE: Standardfehler von β, ***p < .001, **p < .01, *p < .05

In Klassen, in denen im Unterricht viel kognitiv aktiviert wird, zeigen die Schülerinnen und Schüler ein höheres situationales Interesse.

Quelle: von Baum, Qualität im Mathematik-Unterricht

Folie 12

Einen ähnlicher Effekt wurde auch für das Interesse der Schüler:innen gefunden. Auch hier haben wir einen positiven Effekt von kognitiv aktivierenden Unterricht auf das Interesse der Schüler:innen gefunden. Zusammenfassend kann man also auch hier festhalten, dass in Klassen, in denen im Unterricht viel kognitiv aktiviert wird, zeigen die Schüler:innen ein höheres situationales Interesse.



Folie 13

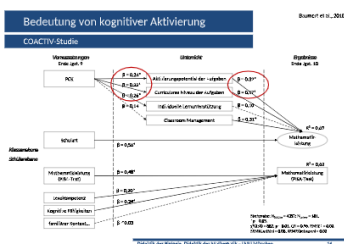
Kommen wir noch zur dritten Videostudie, zu ProwiN. Wie schon beschrieben, wurde in ProwiN auch die teilnehmenden Lehrkräfte befragt. Unter anderem wurde dabei das Fachwissen und das fachdidaktische Wissen dieser Lehrkräfte erhoben. Erst einmal konnten wir hier auch einen Zusammenhang zwischen kognitiver Aktivierung im Unterricht und der Leistung der Schüler:innen, genauso wie in LerNT finden. Zusätzlich dazu konnten wir aber auch noch zeigen, dass das fachdidaktische Wissen der unterrichtenden Lehrkraft einen positiven Einfluss auf die kognitive Aktivierung hat. Also so wie wir es in dem ursprünglichen Modell zu den Qualitätsmerkmalen auch angenommen hatten. Wir können also sagen, dass v.a. fachdidaktisches Wissen benötigt wird, um einen Unterricht kognitiv aktivierend zu gestalten, und dass sich das fachdidaktische Wissen - mediiert über die kognitive Aktivierung im Unterricht - bis auf die Leistung der Schüler:innen auswirkt.

Ergebnisse zum Mathematikunterricht



Folie 14

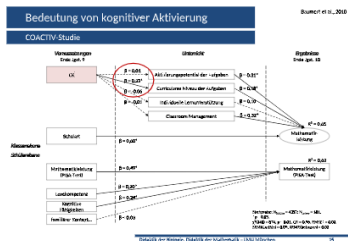
Nun detaillierter zu der COACTIV-Studie aus der Mathematik.



Folie 15

In der COACTIV-Studie wurden keine Videoaufnahmen zur Einschätzung der Unterrichtsqualität herangezogen, sondern das kognitive Aktivierungspotential der eingesetzten Unterrichtsaufgaben und die Passung dieser Aufgaben zum Lehrplan der Jahrgangsstufe 10 (curriculares Niveau). Dazu wurden tausende Unterrichtsaufgaben analysiert, die von den Lehrkräften der teilnehmenden Klassen eingereicht wurden. Außerdem wurde noch die individuelle Lernerunterstützung (durch Befragungen der SchülerInnen) und das Classroom Management (durch Befragung der SchülerInnen und Lehrkräfte) erfasst. Die Befunde zeigen, dass vor allem das Aktivierungspotential und das curriculare Niveau der Aufgaben (neben Classroom Management) den Lernerfolg vorhersagen. Fachdidaktisches Wissen scheint relevant zu sein für die drei fachbezogenen Aspekte der Unterrichtsqualität: Individuelle

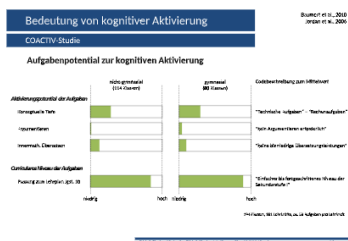
Lernunterstützung, aber auch das Aktivierungspotential der Aufgaben und das curriculare Niveau der Aufgaben.



Das fachliche Wissen (CK) der Lehrkräfte sagt nur das curriculare Niveau der Aufgaben vorher, also wie gut die Aufgaben zum Lehrplan der Jahrgangsstufe 10 passen. Fachliches Wissen scheint etwas weniger relevant für das Aktivierungspotential zu sein.

Folie 16

Aufgabenpotenzial im Unterricht



Interessant ist auch eine genauere Analyse des Aktivierungspotentials der Aufgaben.

Die untersuchten Aufgaben wurden zunächst nach ihrem Potential zur kognitiven Aktivierung eingeordnet. Eine hohe Einstufung hätten dabei z. B. Aufgaben erhalten, die begriffliches Wissen erfordern, eigenständiges Entwickeln oder Beurteilen von Argumentationen anregen oder eigenständige innermathematische Übersetzungsleistung (also z. B. einen Sachverhalt aus einer anderen mathematischen Perspektive betrachten, z. B. Formalisieren) erfordern. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass die eingesetzten Aufgaben typischerweise technische Tätigkeiten oder einfache Rechnungen erforderten, jedoch kaum begriffliches Wissen. Dabei zeigten sich nur geringe Unterschiede zwischen gymnasialen und nicht-gymnasialen Klassen.

Folie 17

In Bezug auf den Anspruch für eigenständiges Argumentieren zeigte sich, dass der Schwerpunkt der Aufgaben nicht einmal einschrittige Argumentationen abdeckte. Auch innermathematische Übersetzungsleistungen, also beispielsweise das Beschreiben einer geometrischen Figur mit Hilfe von Zahlen- oder Variablentermen, gingen kaum über einfache Standardtechniken hinaus.

Dennoch trafen die Aufgaben im Mittel die Inhalte der Jahrgangsstufe. Die Befunde deuten also an, dass zwar die relevanten Lehrplaninhalte behandelt, jedoch wenig tief verarbeitet wurden. Insgesamt weist dies darauf hin, dass das kognitive Aktivierungspotential ausbaufähig ist und zudem prädiktiv für den Lernerfolg ist. In allen Schularten gab es substantielle Unterschiede im Aktivierungspotential zwischen den Klassen, es scheint also nicht so zu sein, dass reichhaltige aktivierende Aufgaben in einer der Schularten prinzipiell nicht umsetzbar sind.

Zusammenfassung

Bedeutung von kognitiver Aktivierung

Zusammenfassung der empirischen Ergebnisse

- ☞ Der Anteil der Aufgaben im Biologie- und Mathematikunterricht mit niedrigem kognitiven Niveau ist teilweise noch sehr hoch.
- ☞ In Klassen, in denen im Unterricht viel auf kognitive Aktivierung geachtet wird, schneiden die Schülerinnen und Schüler in Leistungstests besser ab.
- ☞ In Klassen, in denen im Unterricht viel auf kognitive Aktivierung geachtet wird, haben die Schülerinnen und Schüler ein höheres Interesse.
- ☞ Um Unterricht kognitiv aktivierend zu gestalten, wird v. a. fachdidaktisches Wissen benötigt, dass sich bis auf die Schülerleistung positiv auswirkt (mediert durch die kognitive Aktivierung im Unterricht).

Quelle: Er. Klemm, Dittler et. Kuhnert, 1991, S. 107

Folie 18

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass es noch einen sehr hohen Anteil an Aufgaben gibt, die auf ein niedriges kognitives Niveau von Schüler:innen abzielen. Um die Leistung von Schüler:innen zu fördern, empfiehlt es sich, mehr Aufgaben in den Unterricht zu integrieren, die auf ein höheres kognitives Niveau abzielen.

Man kann zusätzlich auch noch fachübergreifend festhalten, dass Unterricht, der mehr Elemente von kognitiver Aktivierung enthält, zum einen wirksamer in Bezug auf die Schülerleistung in Leistungstests ist, zum anderen aber auch wirksamer in Bezug auf das Interesse an Fachinhalten. Außerdem scheint auch das fachdidaktische Wissen – sowohl in der Biologie als auch in der Mathematik – wichtig für die Gestaltung eines kognitiv aktivierenden Unterrichts zu sein, der dann wiederum positive Auswirkungen auf die Leistung und das Interesse der Schüler:innen hat.

Überblick über die folgenden Phasen Die nachfolgenden Phasen beleuchten das Konzept der kognitiven Aktivierung aus einer mathematikdidaktischen Perspektive. In einer verbindlichen Phase (Tiefe Verarbeitung anregen, Phase 4) und drei optionalen Phasen (5a, 5b, 5c) werden exemplarisch verschiedene Aspekte der kognitiven Aktivierung vertieft. Dabei wird auf das Modell zur Planung von Lernaktivitäten zurückgegriffen (vgl. Fortbildungstag 2), um die neuen Ideen einzuordnen und zusammenzufassen. Dies soll helfen, die zu lernenden Inhalte zu strukturieren und in einen größeren Kontext einzubetten. Außerdem soll so eine direkte Verknüpfung zur Unterrichtsplanung der Lehrkräfte hergestellt werden.

Die Arbeitsaufträge in den einzelnen Phasen regen zum einen dazu an, Beispiele im Hinblick auf den jeweiligen Aspekt der kognitiven Aktivierung hin zu analysieren. Zum anderen soll jeweils die Verbindung zu digitalen Medien hergestellt werden. In Phase 6, die den fachspezifischen Teil abschließt, sollen die behandelten Aspekte der kognitiven Aktivierung dann wiederum auf die eigene Unterrichtsplanung angewendet werden.

Phase 4: Tiefe Verarbeitung anregen

Ziele Die Lehrkräfte beschreiben anhand von Beispielen, wie im Mathematikunterricht die tiefe Verarbeitung fachlicher Inhalte angeregt werden kann. Dabei unterscheiden sie zwischen Aufgaben mit höherem und geringerem Potenzial zur kognitiven Aktivierung der Lernenden.

Take-Home-Message:

Tief verarbeitete Lerninhalte zeichnen sich durch eine starke Vernetzung untereinander und zu Vorwissen aus. Die tiefe Verarbeitung muss explizit angeregt werden, indem z. B. verschiedene Vorstellungen zu einem Inhalt verknüpft werden, Beziehungen zwischen Darstellungen hergestellt werden oder neue Informationen aktiv aus bestehenden Informationen konstruiert werden.

Arbeitsauftrag Analyse eines Beispiels im Hinblick auf die kognitive Aktivierung
Umsetzung der kognitiven Aktivierung mit digitalen Werkzeugen

Material [Folien](#)

Zusammenfassung In dieser Phase wird die Idee der tiefen Verarbeitung von Inhalten als zentrales Merkmal kognitiver Aktivierung vorgestellt. Wie tiefe Verarbeitung im Unterricht angeregt werden kann, wird an verschiedenen Beispielen für Aufgaben exemplarisch dargestellt. Einige der ausführlichen Beispiele nutzen Potenziale digitaler Medien, um die tiefe Verarbeitung der Inhalte anzuregen. Zum Abschluss der Phase werden die Inhalte wiederum in das Modell zur Planung von Lernaktivitäten eingeordnet und genutzt, um ein Beispiel mit digitalen Medien zu analysieren.

Ausführliche Darstellung der Phase 4: Tiefe Verarbeitung anregen

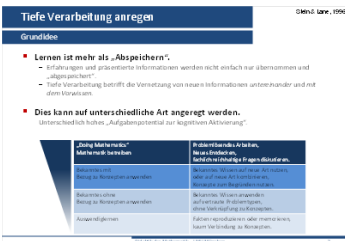
Tiefe Verarbeitung anregen durch aktive Auseinandersetzung



Folie 1

In diesem Abschnitt möchten wir zunächst an einigen Beispielen diskutieren, wie man Lernende im Mathematikunterricht zu einer aktiven Auseinandersetzung mit den Inhalten, also zu konstruktiven und interaktiven Lernaktivitäten, anregen kann.

Grundidee



Folie 3

Dass Lernen mehr ist als das Aufnehmen und Abspeichern von Informationen haben wir in den Einführungsvideos schon ausführlich diskutiert. Es geht darum, dass die Lernenden neue Informationen, denen sie im Unterricht begegnen, oder die sie sich selbst erarbeiten, sowohl untereinander vernetzen als auch mit ihrem eigenen Vorwissen. Konzeptorientierung, das Thema des vorherigen Abschnitts, zielt darauf ab, die Inhalte so aufzubereiten, dass Lernende überhaupt eine Chance haben, diese Vernetzungen herzustellen. Bei der kognitiven Aktivierung geht es nun darum, dass diese Chance dann auch genutzt wird.

Dieses aktive Auseinandersetzen mit Inhalte kann man in unterschiedlicher Weise anregen. Basierend auf Unterrichtsbeobachtungen haben Mary K. Stein und Suzanne Lane schon vor über 25 Jahren unterschieden, inwiefern Aufgaben im Mathematikunterricht Potential zur kognitiven Aktivierung der Lernenden haben. Ihr Ideal ist das „doing mathematics“ (höchste Stufe). Damit ist natürlich nicht gemeint, dass Lernende „neue Mathematik“ entdecken. Allerdings sehr wohl, dass sie sich mit Fragen beschäftigen, die sowohl mathematisch gehaltvoll als auch vor dem Vorwissen der Lernenden problemhaltig sind. Dabei kann es z. B. auch nur darum gehen, wie man zwei Brüche addieren kann. Das zu beschreiben kann eine kognitive Aktivität der Lernenden sein. Etwas weniger Aktivierungspotential sehen Stein und Lane darin, dass bekanntes Wissen auf eine neue Art kombiniert wird (zweithöchste Stufe). Dabei kann es darum gehen, zwei Ideen hintereinander anzuwenden - beispielsweise zwei verschiedene Sätze aus der Geometrie oder eine Eigenschaft proportionaler Funktionen und dann noch eine Addition, um z. B. einen Basisbetrag in einem Tarif zu berücksichtigen. Wichtig dabei ist, dass die genutzten Konzepte auch explizit benannt werden, z. B. als Begründung für den eigenen Lösungsweg. Alternativ kann auch begründet werden, warum sich eine bestimmte Lösungsstrategie für die vorliegende Aufgabe besonders gut eignet. Auf der dritthöchsten Stufe - welche z. B. der

Automatisierung von Fertigkeiten dient – wird bekanntes Wissen wiederholt auf vertraute Problemstellungen angewendet. Die unterste Stufe, die somit nur geringes verständnisorientiertes Lernpotential beinhaltet, besteht nach Stein und Lane in einem reinen Auswendiglernen von Inhalten oder Fakten, ohne diese weiter zu verknüpfen. Das kann natürlich einen ersten Schritt und eine Basis für weiteres Arbeiten mit den Inhalten darstellen – wenn beispielsweise Definitionen, die korrekte Formulierung eines Satzes, oder der Ablauf eines bestimmten Lösungsverfahrens auswendig gelernt wird. Dennoch sollte das Lernen nicht auf dieser Ebene verharren.

Die Ideen des Modells von Stein und Lane weisen zahlreiche Ähnlichkeiten zu den Ideen des ICAP-Modells auf. Allerdings werden bei Stein und Lane die „interaktiven“ Lernaktivitäten nicht explizit erwähnt. Diese sind jedoch durchaus mitgedacht – und zwar auch auf der höchsten und der zweithöchsten Stufe. Sowohl Lösungsstrategien für neuartige Aufgaben als auch eigene Lösungsansätze für reichhaltige Fragen können und sollen natürlich nicht nur individuell, sondern auch in Kleingruppen erarbeitet, geprüft und abgeglichen werden. Noch zentraler ist in späteren Arbeiten von Stein, wie die Lösungsansätze aus den einzelnen Gruppen genutzt werden, um eine reichhaltige und produktive Diskussion in der ganzen Klasse anzuregen.

Tiefe Verarbeitung anregen
Beispiele für Aufgabepotential zur kognitiven Aktivierung

- **Verschiedene Vorstellungen und Perspektiven zu einem Inhalt zu verknüpfen.**
z.B. Wie kann ich unterschiedlich beschreiben, was ein Parallelogramm ist?
z.B. Welche unterschiedlichen Situationen kann man mit proportionale Funktionen beschreiben?
- **Beziehungen zwischen Darstellungen untersuchen, beschreiben und begründen.**
z.B. Worin erkenne ich, dass der Proportionalitätsfaktor 2 ist, wenn ich den Graphen, eine Wertetabelle, den Funktionsstern, ... sehe?
z.B. Was passiert mit Graphen, wenn ich den Funktionswert/den Wert großer/kleiner mache?
- **Auf der Basis des eigenen Vorwissens neue Informationen konstruieren oder ergänzen.**
z.B. Aussagen auf Gültigkeit prüfen, eigene Vermutungen formulieren und prüfen.
z.B. Zusammenhänge und Beobachtungen in eigenen Worten beschreiben.
z.B. Begründungen für beobachtete Phänomene, Lösungsweg(e) ... formulieren.

Folie 4

Wie kann so etwas nun konkret im Unterricht aussehen? Dazu sollen einige erste Beispiele diskutiert werden.

Beispielsweise kann man unterschiedliche Vorstellungen und Perspektiven zu einem Inhalt diskutieren und miteinander in Beziehung setzen. Ein Parallelogramm kann beispielsweise auf verschiedene Arten charakterisiert werden, nämlich als Viereck, bei dem...

- ... die gegenüberliegenden Seiten parallel sind.
- die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind.
- die gegenüberliegenden Innenwinkel gleich groß sind.

Stets wird dabei dasselbe Konzept beschrieben. Diese Charakterisierungen als gleichwertig zu erkennen ist schon ein wesentlicher Schritt. Das kann auch, z. B. mit Kongruenzsätzen, begründet werden, was eine weiterführende Lernaktivität sein, die höhere Prozesse anregt. Unterschiedliche Perspektiven auf proportionale Situationen haben wir im Video zum letzten Klausurtag diskutiert. Auch hier kann man zunächst einmal feststellen – und hier sogar einfacher begründen – dass Zusammenhänge zwischen zwei Größen, bei denen jeweils alle Wertepaare denselben Quotienten haben, eben genau die sind, bei denen man den Dreisatz anwenden kann.

Eine weitere wesentliche Möglichkeit, Lernende zur vertieften Verarbeitung anzuregen, bieten Zusammenhänge zwischen Darstellungen. Wir hatten ja schon besprochen, dass unterschiedliche Darstellungen ebenfalls verschiedene Perspektiven auf ein

mathematisches Konzept aufzeigen und damit seine Bedeutung vielfältiger und klarer wird. Wenn nun Lernende solche Zusammenhänge selbst untersuchen, beschreiben und mehr oder weniger informell oder systematisch begründen, lassen sich leicht Situationen schaffen, die eine Auseinandersetzung mit dem „Kern der Sache“ erfordern und anregen. Beispielsweise könnten dies Fragen zu Eigenschaften von Konzepten sein, wie der exakte Wert des Proportionalitätsfaktors oder auch Fragen zu Operationen: Wie verändert sich der Graph, wenn man im Funktionsterm dieses oder jenes verändert?

Wie auch im ICAP-Modell schon angedeutet, geht es darum, dass Lernende mit den im Unterricht zugänglichen Informationen selbst konstruktiv arbeiten. Dazu müssen sie nicht unbedingt ein vollständiges Verfahren selbst entwickeln – es reicht oft aus, wenn Lernende vorgegebene Aussagen auf Gültigkeit prüfen oder eigene Vermutungen generieren und prüfen. Auch wenn durchaus naheliegende Zusammenhänge und Beobachtungen in eigenen Worten beschrieben werden müssen, setzt das eine gewisse Eigenleistung und Aktivierung voraus. Und letztlich bietet natürlich das Begründen von vorgegebenen Aussagen, eigenen Beobachtungen oder auch eigenen Lösungswegen großes Potential. Hier muss es zwingend immer gleich um Beweise gehen. Stattdessen ist es bereits ein wesentlicher Schritt, das Konzept, den Satz, die Definition, die Eigenschaft zu benennen, die man zur Begründung in einer Aufgaben heranzieht.

Aus der Forschung

Tiefe Verarbeitung anregen

Aus der Forschung

- Studien zu dem im Unterricht eingesetzten Aufgaben.
 - Formale Aufgaben zur logischen Aktivierung im Mathematikunterricht.
 - Weniger ausgeprägte Aufgaben zur logischen Aktivierung im Mathematikunterricht.
- Videoanalysen und Fallanalysen zum Mathematikunterricht.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
- Studien zu Fragen von Lehrkräften im Unterrichtsgespräch.
 - Die meisten Fragen sind in der Regel von der Lehrkraft gestellt.
 - Die meisten Fragen sind in der Regel von der Lehrkraft gestellt.
 - Die meisten Fragen sind in der Regel von der Lehrkraft gestellt.
 - Die meisten Fragen sind in der Regel von der Lehrkraft gestellt.
 - Die meisten Fragen sind in der Regel von der Lehrkraft gestellt.
- Mögliche Voraussetzungen für eine formale logische Aktivierung.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.
 - Wenig formale Aufgaben im Mathematikunterricht sind im Mathematikunterricht eingesetzt.

Folie 5

Was sagt nun die mathematikdidaktische Forschung zum Thema kognitiven Aktivierung? Lässt sie sich überhaupt umsetzen? Und wenn ja: Was erreicht man damit?

Wie schon im Einführungsabschnitt zur kognitiven Aktivierung angesprochen, geht ein höheres Aufgabenpotential mit höherem Lernerfolg in den entsprechenden Klassen einher.

Videoanalysen zeigen jedoch, dass es mit reichhaltigen Aufgaben im Mathematikunterricht allein nicht getan ist. Zahlreiche Studien zeigen, dass dieses Potential von der Lehrkraft im Unterricht auch realisiert werden muss. Dazu gehört eben auch, den Lernenden die aktive, eigenständige Arbeit zuzumuten, sie dazu zu motivieren, und dafür auch immer wieder die Zeit einzuplanen. Werden Aufgaben trivialisiert, indem die Klasse von der Lehrkraft mit einer Reihe relativ einfacher, eng gelenkter und kleinschrittiger Fragen durch die Aufgabe „gelotst“ wird, bleibt die Aktivierung der einzelnen Lernenden häufig deutlich hinter dem zurück was eigentlich als Potential in der Aufgaben angelegt wäre. Ein solches „Trichtermuster“ ist leider weit verbreitet und wird seit langem immer wieder dokumentiert.

Sichtbar wird dies in Studien, bei denen die Wartezeit von Lehrkräften, die zwischen dem Stellen einer Frage im Klassengespräch und dem Aufrufen eines Lernenden vergeht, untersucht wird. Im Mittel sind dies im Mathematikunterricht 3 Sekunden. Das ist natürlich zu kurz, um allen Lernenden die Möglichkeit zu geben aktiv über die Frage nachzudenken. Im Endeffekt werden nur diejenigen aktiviert, die aufgrund günstiger Lernvoraussetzungen die Frage antizipieren konnten. Man weiß aber auch, dass Lehrkräfte anspruchsvollere Fragen stellen, wenn man sie explizit auffordert nach einer Frage länger zu warten (z. B. 10 Sekunden). Und das wiederum kann zu höherem Lernerfolg beitragen.

Natürlich sind mit der Umsetzung von kognitiver Aktivierung auch bestimmte Herausforderungen verbunden. So liegt es zunächst nahe, dass kognitiv aktivierende Aufgaben für Lernende anspruchsvoll und schwierig sein könnten. Das muss jedoch nicht zwingend so sein, das wird in der [Phase 5a](#) explizit thematisiert. Wichtiger ist, dass die Lehrkraft die unterschiedlichen Voraussetzungen der Lernenden im Blick hat und dafür sorgt, dass diese vor allem für die Auseinandersetzung mit dem Kern der Sache verwendet werden, und nicht für weniger relevante Aspekte der Unterrichtsinhalte. Wichtig ist auch, dass sowohl Sie als Lehrkraft als auch Ihre Schüler:innen Lernen als aktiven und konstruktiven Prozess begreifen, der durchaus auch anstrengend sein kann, wenn man um ein gemeinsames Verständnis der Inhalte ringt. Und letztlich weiß man, dass vor allem diejenigen Lehrkräfte erfolgreich darin sind, kognitiv aktivierend zu unterrichten, die das Gefühl haben mit ihrem Unterricht wirklich etwas für den fachlichen Lernerfolg ihrer Schüler:innen bewirken zu können.

Kriterien

Tiefe Verarbeitung anregen
Kriterien – Mögliche Merkmale aktivierender Aufgaben
Tiefe Verarbeitung können Aufgaben auslösen z.B. durch...
<ul style="list-style-type: none"> ■ Ausgangspunkt <ul style="list-style-type: none"> • Anforderungen an Vorwissen und vorhandene Vorstellungen der Lernenden zu den Inhalten • Auslösen von kognitiven Konflikten, überraschenden Beobachtungen, Irritationen ■ Lösungsweg <ul style="list-style-type: none"> • Nicht allein durch Routineverfahren lösbar • Mehrere verschiedene Lösungswege sind möglich • Bekanntes auf neue Situationen anwenden; Bekanntes in neuen Kontexten anwenden • Problemfelder, die logisches oder heuristisches Vorgehen erfordern • Problemlösung des Vorgehens, Hypothesen aufstellen und prüfen • Bekannte Informationen sind nicht offensichtlich, sondern müssen selbst aktiviert oder rekonstruiert werden ■ Lösung <ul style="list-style-type: none"> • Mehrere verschiedene Lösungen sind möglich • Art und Anzahl der Lösungen ist unbekannt oder begründungslos

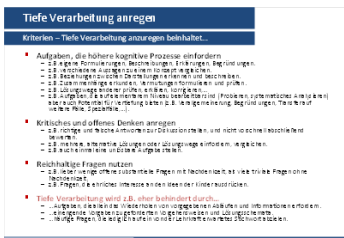
Folie 6

Woran kann man sich nun orientieren, wenn man kognitiv aktivierende Aufgaben auswählen möchte? Zunächst einmal sollten Aufgaben von Fragen ausgehen, die angesichts des Vorwissens bzw. der gerade gelernten neuen Information sinnvoll erscheinen, aber von den Lernenden noch nicht völlig klar zu beantworten sind. Eine Möglichkeit dafür sind kognitive Konflikte. Wenn man zwei Brüche multipliziert, dann ist das Ergebnis manchmal kleiner als jeder der beiden Brüche. Das ist anders als bei natürlichen Zahlen. Warum ist das so? Und wann ist das so?

Auch ein Blick auf die möglichen Lösungswege kann helfen. Wenn Aufgaben allein mit direkt erkennbaren, erlernten Routineverfahren lösbar sind, dann sind sie wenig aktivierend und ggf. eher für Automatisierungsphasen geeignet und weniger für vertieftes Lernen. Ein erster Schritt besteht oft darin, Aufgaben auszuwählen, bei denen mehrere Lösungswege möglich sind und diese von den Lernenden auch einzufordern. Darüber hinaus bietet auch das Vergleichen dieser Lösungswege Aktivierungspotential. Gerade

Aufgaben, die bekanntes Wissen in neuer Art anwenden – sei es in neuen Kontexten oder auf eine etwas andere Art als sonst – erfordern zunächst problemlösendes und heuristisches Vorgehen und damit ein Arbeiten mit den für die Aufgabe notwendigen Konzepten. Hilfreich kann auch sein, wenn nicht genau die Informationen in der Aufgabe angegeben sind, die man für ihre Bearbeitung braucht. Überflüssige Informationen als solche zu identifizieren oder zu erkennen, wo noch etwas recherchiert werden muss, erfordert eine tiefere Verarbeitung der Aufgabe als lediglich die vorhandenen Angaben mit einer passenden Formel zu verknüpfen.

Letztlich kann die Anzahl der Lösungen ein wesentlicher Hebel sein, um Lernende erneut zu aktivieren. Bei vielen Aufgaben, die man mit Mathematik lösen kann, sind mehrere unterschiedliche Lösungen möglich. Manchmal gibt es aber auch gar keine. Dies zu untersuchen und zu erkennen ist ein wichtiger Schritt. Im weiteren Verlauf sollte die Lehrkraft von ihrer Schüler:innen eine Begründung einfordern, warum bei der vorliegenden Aufgabe bereits alle Lösungen gefunden wurden.



Folie 7

Was folgt nun daraus für den Unterricht mit diesen Aufgaben? Zunächst einmal, dass es im ersten Schritt auf reichhaltige Aufgaben ankommt, die die Lernenden wirklich dazu anregen sich mit dem Kern der Sache auseinanderzusetzen. Einige Beispiele haben wir schon auf den Folien zuvor diskutiert. Weitere finden Sie hier:

Wichtig ist, dass die Aufgaben über Reproduktion von Fakten und Zusammenhängen hinausgehen und die Lernenden – auf ihrem Niveau – dazu anregen kritisch und offen zu denken und auch weniger vertraute Wege einzuschlagen, statt sich durch sachfremde Routinen selbst einzuschränken. Hilfreich ist es z. B. strittige Fragen und Aussagen explizit zu diskutieren, bevor sie als richtig oder falsch gekennzeichnet werden. Lernenden sollen merken, dass nicht jede Aufgabe genau eine eindeutige Lösung haben muss.

Zentral ist, dass Sie als Lehrkraft im Unterricht diese Aufgaben dann auch für reichhaltige Fragen nutzen. Wenn Sie den Lernenden Zeit geben sich selbst Gedanken zu machen und diese auch einzubringen, trägt das nicht nur zum Lernerfolg bei. Sie als Lehrkraft bekommen auch wertvolle Rückmeldungen zum aktuellen Verständnis der Lernenden, wenn Sie ehrliches Interesse an deren Beiträgen – seien sie nun korrekt oder (teilweise) falsch – ausdrücken.

Was kognitive Aktivierung eher verhindert ist, wenn Aufgaben über einen langen Zeitraum hinweg allein auf Reproduktion abzielen, wenn das Denken der Lernenden immer wieder durch sachfremde Einschränkungen der Lehrkraft eingeeengt wird („Das machst Du bitte immer genau so...“), oder wenn die Lehrkraft – wie bereits erwähnt – nur sehr eng geführte, kleinschrittige Unterrichtsgespräche führt.

Beispiel: Zusammenhänge erkunden - Flächeninhalt Kreissektor

Folie 8

Einige Beispiele sollen dies illustrieren. Wir hatten ja schon Beispiele zur Flächeninhaltsformel für Kreissektoren diskutiert. Hier geht es um die Analyse von funktionalen Zusammenhängen zwischen Öffnungswinkel, Radius und Flächeninhalt.

Relativ wenig Aktivierungspotential würde eine Aufgabe beinhalten, bei der die Lernenden aufgefordert werden, einfache Lückentexte auszufüllen. Problematisch ist hier, dass ein einfaches Aktivieren des allgemeine Schemas „Je größer das eine, desto größer das andere“ ausreicht, und die Aufgabe dann keine weiteren Vertiefungsmöglichkeiten bietet.

Zielführender wäre, die Lernenden aufzufordern selbst Zusammenhänge zu formulieren. Die zusätzliche Leistung der Lernenden ist dabei, selbst Größen und Zusammenhangstypen zu identifizieren, die sinnvollerweise untersucht werden könnten. Eine Hilfe könnte dabei sein spezifische Werte selbst zu berechnen oder mit einem dynamischen Arbeitsblatt zu untersuchen. Wesentliches Problem ist hier natürlich der sprachliche Anspruch an die Lernenden. Deshalb ist ein Beispiel mit angegeben.

Hier kann es außerdem hilfreich sein die für diese Aufgabenstellung weniger relevante sprachliche Herausforderung zu reduzieren, indem Wortkarten zur Verfügung gestellt werden, aus denen die Lernenden sinnvolle (korrekte und falsche) Sätze zusammensetzen können. Eine andere Hilfe könnte sein, dass Vielfache und Anteile des eingestellten Winkel bzw. des eingestellten Radius direkt im dynamischen Arbeitsblatt eingestellt werden können.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel: Berechnungsaufgaben - Volumen von Zylindern

Folie 9

In diesem zweiten Beispiel geht es darum, Volumenformeln für Zylinder flexibel gemeinsam mit anderen Konzepten anzuwenden.

Eine typische Aufgabe, die nicht unbedingt zu tiefer Verarbeitung anregt, wäre diese Aufgabe zum Gewicht eines Rohes. Zunächst soll das Gewicht des Rohres berechnet werden, und dann soll festgestellt werden, ob das Rohr mit einem bestimmten LKW transportiert werden kann. Ein erster Schritt diese Aufgabe etwas reichhaltiger und auch authentischer zu gestalten wäre, die erste Teilaufgabe einfach zu streichen, da sie ohnehin in der zweiten Teilaufgabe recht leicht zugänglich enthalten ist.

Eine Möglichkeit die Aufgabe weiter zu optimieren wäre, multiple Lösungswege einzufordern. Dies kann zu tieferer Verarbeitung führen, da mehrere unterschiedliche Arten das Wissen anzuwenden von den Lernenden untersucht werden müssen. Der Vergleich der Lösungswege bietet Potential zur vertieften Diskussion: Welche

Ideen werden hier genutzt? Was ist einfacher, genauer, schneller, ...? Hier könnte z. B. zuerst die Wandoberfläche berechnet und diese dann mit der Rohrlänge multipliziert werden. Dies ist als Lösungsweg genauso tragfähig wie vom Gesamtvolumen das Innenvolumen zu subtrahieren. Eine Begründung könnte mit dem Distributivgesetz erfolgen: Es ist egal, ob zuerst subtrahiert wird und das Ergebnis mit der Länge multipliziert, oder ob zuerst beide Flächen multipliziert und dann die Ergebnisse subtrahiert werden. Aber auch mit einer Verallgemeinerung der Volumenformel für Zylinder und Prismen (Grundfläche mal Höhe) könnte die Aufgabe gelöst werden.

Eine andere Möglichkeit die Aufgabe sowohl differenzierender als auch mit höheren Aktivierungspotenzial zu gestalten wäre eine sogenannte zielfreie Aufgabe. Anstatt eine zu berechnende Größe explizit oder implizit vorzugeben, fordert man die Lernenden auf so viele Angaben zum Rohr wie möglich zu berechnen. Dies bietet zunächst eine niedrigere Einstiegsschwelle in die Aufgabe: Es sind jeweils erst einmal nur einschrittige Aufgaben zu lösen. Dennoch fordert die Aufgabe aber vielfältigere Anwendungen der erlernten Zusammenhänge in verschiedenen Kombinationen ein. So wird eine reichhaltigere Anwendung zunächst für jede Schüler:in einzeln möglich. Aber auch die Diskussion lässt sich reichhaltiger gestalten: Was habt ihr ausgerechnet? Wie hat Ihr das (auf unterschiedliche Arten) gemacht?

Man könnte die Ausgangsaufgabe natürlich auch noch anders gehaltvoller gestalten, z. B. indem überflüssige Angaben eingefügt oder notwendige Angaben weggelassen werden. So wird es den Lernenden überlassen, sie zu identifizieren und zu recherchieren.

Beispiel: Lösungswege vergleichen - Steigung linearer Funktionen

Tiefe Verarbeitung anregen

Beispiel Lösungswege vergleichen - Steigung linearer Funktionen

Ziel: Strategien zur Bestimmung der Steigung vergleichen

Wenig viele Voraussetzungen

Hier läufst Du über Graphen einer linearen Funktion

- Bestimme die Steigung!

Tiefere Verarbeitung

Petra und Clara schlagen unterschiedliche Wege vor um die Steigung einer linearen Funktion zu bestimmen.

- Begründe, warum beide Wege immer zum selben Ergebnis führen!
- Erstelle eine Vor-/Nachteil Liste für beide Wege!

Folie 10

Das dritte Beispiel geht von einer wenig aktivierenden Fragestellung aus, bei der die Schüler:innen die Steigung einer linearen oder proportionalen Funktion anhand des Graphen bestimmen sollen. Auch hier bieten multiple Lösungswege Potential zur Aktivierung. Beispielsweise können Lösungswege von der Lehrkraft eingebracht und von den Lernenden diskutiert werden. Dabei kann man nach Vor- und Nachteilen der beiden Lösungswege fragen. Ggf. könnte man sie auch für verschiedene Graphen einmal ausprobieren (z. B. auch besonders flache oder steile Graphen).

Eine andere Möglichkeit zur Aktivierung besteht hier darin zu erkennen, dass beide Lösungswege zwingend zur gleichen Lösung führen müssen. Vor- und Nachteile zu identifizieren, erfordert aber weiterhin, genau zu beobachten, welche Möglichkeiten die zwei Strategien bieten und wo ihre Einschränkungen sind.

Beispiel: Strategie diskutieren - Pyramidennetze

Tiefe Verarbeitung anregen
Beispiel: Strategien diskutieren - Pyramidennetze

Ziel: Netze einer quadratischen Pyramide finden (finden).

Mögliche Vorgehensweise:

- Die Figuren neben der Aufgabe sind das Netz einer quadratischen Pyramide aus:
 - Prüfe, ob es sich wirklich um ein Netz handelt.
 - Wie man es beschreiben, wenn man ein Netz zeichnet?

Mögliche Überlegungen:

- Wie oft man Netze einer Pyramide:
 - finde möglichst viele weitere Netze!
 - Wie kommt es sicherstellen, dass Du kein Netz zwei Mal gefunden hast?
 - Sortiere Deine Netze dazu möglichst übersichtlich!
 - Welche sind alle möglichen Netze?
 - Welche Netze sind keine weiteren möglich?

Mögliche Anschlussfragen:

- Was macht eigentlich ein richtiges Netz aus?
- Gibt es mehrere Netze eines? / Anordnungsplan?
- Wie bei Ordnungssystemen sind möglich, um die Übersicht zu behalten?



Folie 11

Das letzte Beispiel geht von einer typischen Aktivität zu Pyramidennetzen aus, bei der die Schüler:innen prüfen sollen, ob sich ein Netz zu einer Pyramide zusammensetzen lässt. Dies stellt zunächst eine gute Anforderung für das räumliche Vorstellungsvermögen dar. Die weiterführende Frage beinhaltet in der Tat etwas Potential relevante Eigenschaften von Netzen – z. B. gleich lange Seiten – zu thematisieren.

Dennoch gibt es auch hier Optimierungsmöglichkeiten. Beispielsweise könnte man diese Aufgaben relativ einfach in eine Explorationsaktivität einbetten, in der möglichst viele Netze für diese Pyramide konstruiert und geprüft werden sollen. Diese Aufgabenstellung umfasst die ursprüngliche Aufgabenstellung. Sie regt aber Lernende auch an – im Rahmen ihrer Möglichkeiten – darüber hinaus zu gehen. Beispielsweise könnten Lernende überlegen, wann zwei Netze „gleich“ sind, oder wie man die Netze so übersichtlich anordnen kann, dass sie nicht doppelt vorkommen – und bestenfalls erkennbar wird, dass es keine weiteren geben kann. Auch die Eigenschaften von Netzen sind wesentlich notwendig, um sich neue Kandidaten für Netze zu überlegen und diese zu prüfen.

Mit solchen vertiefenden Fragen kann man genau darauf abzielen, aber auch auf andere Fragestellungen, die weiteres Potential bieten.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Tiefe Verarbeitung anregen
Pyramidennetze – mögliche Lösung

Folie 12

Diese Folie zeigt eine Lösung der vollständigen Aufgabe (alle nicht-kongruenten Netze einer geraden quadratischen Pyramide), inklusive eines möglichen Ordnungsschemas (es sind auch andere Ordnungen denkbar!).

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten

Tiefe Verarbeitung anregen
Einordnung

Wie ordnet sich die „tiefe Verarbeitung“ in unser Modell ein? Wie ordnet sich die „tiefe Verarbeitung“ in unser Modell ein?

Wie ordnet sich die „tiefe Verarbeitung“ in unser Modell ein? Wie ordnet sich die „tiefe Verarbeitung“ in unser Modell ein?

Wie ordnet sich die „tiefe Verarbeitung“ in unser Modell ein? Wie ordnet sich die „tiefe Verarbeitung“ in unser Modell ein?

Folie 13

Wie ordnet sich das Anregen tiefer Verarbeitung nun in unser Modell für Lernaktivitäten ein? Dies betrifft in unserem Modell insbesondere die Materialien und Grundideen, und dort besonders die angestrebten Lernaktivitäten. Dafür sind natürlich die Aufträge und eingesetzten Medien relevant, weil sie dies unterstützen können. Auf der anderen Seite geht es dann später darum, dass dann im Unterricht auch „aufs Parkett“ zu bringen. Deshalb sind Aspekte der Umsetzung ebenfalls markiert. Dabei ist besonders die Prozessunterstützung (s. a. Lernprozesse unterstützen) wichtig: Wie halte ich die aktive Verarbeitung am Laufen? Aber auch die Diskussion von Lösungen verschiedener Lernender haben wir häufiger

angesprochen, die ebenfalls noch einmal aktivierendes Potential verstärken kann.

Anwendung



Folien 14-15

Für die vorangegangenen Inhalte finden sich auf dieser und der folgenden Folie zwei verschiedene Arbeitsaufträge, aus denen je nach Bedarf ausgewählt werden kann. Der erste Arbeitsauftrag hat zum Ziel, eine beispielhafte Lernaktivität zu analysieren, inwieweit tiefe Verarbeitung schon angeregt wird und wie dies ggf. noch optimiert werden kann. Der zweite Arbeitsauftrag fokussiert anhand derselben Beispiele die Nutzung digitaler Werkzeuge, um tiefe Verarbeitung anzuregen.

Lösungshinweise finden sich in den Materialien zu den Aktivitäten.

Material

[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Phase 5a: Anforderungen fokussieren (Option 1)

Ziele Die Lehrkräfte unterscheiden zwischen kognitiver Herausforderung und Überforderung und beschreiben die Fokussierung auf die relevanten Anforderungen und Denkprozesse als ein wichtiges Merkmal kognitiver Aktivierung, die dem Leistungsstand der Lernenden entspricht.

Take-Home-Message:

Kognitiv aktivierender Unterricht ist nicht immer (zu) schwerer Unterricht. Vielmehr muss der Unterricht, die für das Lernziel irrelevanten Anforderungen reduzieren und die Anforderungen auf die zentralen Inhalte fokussieren, ohne zu überfordern.

Arbeitsauftrag Analyse eines Beispiels im Hinblick auf Fokussierung von Anforderungen
Fokussierung von Anforderungen mit digitalen Werkzeugen

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Diese Phase behandelt die Problematik von kognitiver Aktivierung und zu hohen Anforderungen im Unterricht. Die Lernenden werden durch tiefe Verarbeitung von Inhalten gefordert, Ziel dieser Phase ist es reflektieren zu können, welche Anforderungen wichtig sind, um das Lernziel kognitiv aktiv zu bearbeiten und welche Anforderungen (in Bezug auf das Lernziel) weniger relevant sind. Letztere stellen eine unnötige Herausforderung für die Lernenden dar, ohne zur Erreichung des Lernzieles beizutragen. Dies wird an verschiedenen Beispielen mit und ohne digitale Medien exemplarisch dargestellt.
Zum Abschluss der Phase werden die Inhalte wiederum in das Modell zur Planung von Lernaktivitäten eingeordnet und genutzt, um ein Beispiel mit digitalen Medien zu analysieren.

Ausführliche Darstellung der Phase 5a: Anforderungen fokussieren

Anforderungen fokussieren, um sich auf Wesentliches zu beschränken



Folie 1

In diesem Abschnitt möchten wir zunächst an einigen Beispielen diskutieren, wie man damit umgehen kann, dass kognitiv aktivierende Arbeitsaufträge durchaus auch Herausforderungen für Lernende mit weniger günstigen Lernvoraussetzungen darstellen können. Dafür erscheint es hilfreich und notwendig diejenigen Anforderungen besonders zu betonen, die wirklich wichtig für das Lernen sind, und andere eher aus dem Weg zu räumen.

Hintergrund und Grundidee

Anforderungen fokussieren

Hintergrund

- Aufgaben, die tiefe Verarbeitung anregen sollen, sind häufig anspruchsvoll.**
Besonders für Lernende mit weniger günstigen Lernvoraussetzungen (z.B. Vorwissen, Selbstkonzept).
- Anforderungen in der realen Unterrichtspraxis**
 - Insgesamt geringe Intensität „über Verarbeitung“, häufig Vereinfachung von Anforderungen im Unterrichtsgeschehen
 - Mögliche Ursache:
 - Lernende oder/und Überforderung der Lernenden bei komplexeren Anforderungen? (Oder ist es eine Sache der Dosierung?)
- Aus der Instruktionsforschung**
 - Forschungsstand legt eine U-förmige Verbindung zwischen Lernung bei lernförderlichen Anforderungen und dem Lernzuwachs nahe
 - Irrelevante Anforderungen reduzieren den Lernzuwachs zusätzlich

Folie 3

Es erscheint plausibel, dass mit dem Anspruch an tiefe Verarbeitung die wahrgenommene und ggf. auch tatsächliche Schwierigkeit der Lernaufgaben zunächst einmal steigen kann, wenn das einfach „on top“ zum „üblichen Programm“ passiert. Das gilt natürlich gerade für die Lernenden, die weniger günstige Voraussetzungen mitbringen – seien dies ihr Vorwissen oder auch ihre Überzeugungen zur eigenen Leistungsfähigkeit.

Da es deutliche Hinweise dafür gibt, dass kognitiv aktivierende Aufgaben im Mathematikunterricht prinzipiell einsetzbar sind, stellt sich die Frage, woran es liegt, dass das diesbezügliche Potential der tatsächlich eingesetzten Aufgaben im Mittel recht niedrig ist. Gibt es seitens der Lehrkräfte vielleicht die Befürchtung, dass alle oder bestimmte Lernende überfordert werden könnten? Oder liegt es einfach an einer „falschen Dosierung“ der Anforderungen?

Die Instruktionsforschung liefert gute Hinweise dafür, dass der Zusammenhang zwischen den Anforderungen in der Lernsituation und dem Lernzuwachs umgekehrt U-förmig ist. Sowohl zu hohe als auch zu niedrige lernförderliche Anforderungen können dabei natürlich den Lernzuwachs reduzieren. Der optimale Grad an Anforderung ist entsprechend irgendwo im „mittleren“ Bereich. Wenn nun zu den lernförderlichen Anforderungen in unseren Lernaufgaben noch weitere Anforderungen für die Lernenden kommen, die nicht direkt dem beitragen, was gerade gelernt werden soll, dann reduziert das natürlich den Lernzuwachs weiter.

Anforderungen fokussieren

Grundidee

- Notwendige Balance:**
 - Zu hohe Anforderungen führen zu Überforderung und behindern Lernprozesse
 - Zu niedrige Anforderungen sind nicht wirksam für verstandesstütztes Lernen
 - Welche Anforderungen der Aufgaben sind wirklich für das Lernen notwendig?

Lernrelevante Anforderungen	Nicht lernrelevante Anforderungen
Welche Details und Problemlöseprozesse sind notwendig, damit die Lernenden in Bezug auf das Lernziel (Schritt für Schritt) machen?	Welche Details und Problemlöseprozesse erfordert die Aufgabe, die nicht zwingend für den Lernfortschritt nötig sind – und diesen ggf. sogar behindern?
z.B. Begründen, Explorieren, Beschreiben, Zusammenhänge erkennen, (ab)strichzeichnen...	z.B. ein komplexes, zu lernendes Verfahren selbst (er)finden

Folie 4

Damit wird klar, dass eine gute Balance notwendig ist, die sowohl Über- als auch Unterforderung vermeidet. Unser wesentlicher Hebel ist hier zu unterscheiden, welche kognitiven Anforderungen für das Lernen wirklich notwendig sind und welche ggf. entfallen können, ohne vom jeweiligen Lernziel Abstriche machen zu müssen.

Lernrelevante Anforderungen sind solche, die wirklich notwendig sind, damit die Lernenden die Inhalte des Unterrichts lernförderlich und in adäquater Tiefe verarbeiten. Was das bedeutet, ist in Phase 4 – Tiefe Verarbeitung anregen ausführlich thematisiert, insbesondere gehören das eigenständige Konstruieren, aber auch das aktive Nachvollziehen und Anwenden von Informationen und Wissen dazu.

Nicht direkt lernrelevante Anforderungen sind solche, die zwar in einer Lernsituation auftreten und von den Lernenden auch (zusätzlich) bewältigt werden müssen, jedoch eigentlich nicht notwendig sind, um das Lernziel zu erreichen. Ein Beispiel wäre, wenn die Lernenden ohne weitere Unterstützung aufgefordert werden, ein komplexes mathematisches Verfahren, z. B. zum Lösen von

quadratischen Gleichungen oder zur Bestimmung einer Quadratwurzel, selbst erfinden müssen.

Wie man lernförderliche von irrelevanten Anforderungen unterscheidet (und wie man letztere vermeidet), lässt sich leider nicht pauschal für alle Lernsituationen sagen – vielmehr kommt es auf die Ziele an, die man in der jeweiligen Stunde erreichen möchte.

Bei Unterrichtseinheiten zum Thema „Lösen linearer Gleichungen“ sind etwa je nach beabsichtigtem Ziel ganz unterschiedliche Anforderungen lernförderlich:

Anforderungen fokussieren		
Grundidee		
Was lernrelevant ist, hängt vom Lernziel ab. z.B. "Lineare Gleichungen lösen"		
Lernziel	lernförderlich	nicht direkt relevant
Das Verfahren effizient durchführen können.	Schritt oder Verfahren logisch/eigen begründet, eigene Begründung schreiben und prüfen.	Schritte selbst entdecken, Schritte nicht begründen.
Erklären können, warum das Verfahren funktioniert.	Schritt oder Verfahren logisch/eigen begründet, eigene Begründung schreiben und prüfen.	Schritte selbst entdecken, Schritte selbst durchführen.
Erklären/Erklären können, wie das Verfahren funktioniert.	Eigene Beschreibung erläutern, fremde Beschreibungen bewerten.	Schritte nicht begründen.
Unbekannte Probleme lösen allgemein mathematisch selbständig bearbeiten und lösen.	Ein mögliches Vorgehen selbst entdecken.	Schritte nicht begründen.
Vertiefte Wissen über Anwendungsfragen oder andere grundlegende Konzepte.	Ein mögliches Vorgehen selbst entdecken, Schritte nicht begründen.	Schritte nicht begründen.

Folie 5

- Wenn das Ziel ist, dass die Lernenden ein Verfahren zum Lösen von linearen Gleichungen möglichst effizient durchführen können, dann ist es natürlich lernförderlich diese Verfahren selbst auszuprobieren, Ergebnisse zu kontrollieren, verschiedene Vorgehensweisen zu vergleichen und vor allem verschiedene Fälle – z. B. leere, einelementige und unendliche Lösungsmenge – zu vergleichen. Wenig hilfreich für dieses Ziel ist es, wenn Lernende die wesentlichen Ideen des Verfahrens selbst entdecken müssen, oder wenn sie die Prinzipien, die hinter den einzelnen Schritten im Verfahren stecken, selbst begründen müssen.
- Wenn die Unterrichtsstunde aber (auch) darauf abzielen soll, dass Lernende erklären können, *warum* das Verfahren funktioniert, das ist es eben sehr wohl lernförderlich, wenn Lernende in dieser Stunde die einzelnen Schritte und die Prinzipien dahinter selbst und ggf. auch wiederholt begründen, und die Begründungen anderer prüfen. Auch hierfür ist es aber nicht zwingend lernrelevant das Verfahren selbst zu entdecken. Es ist nicht einmal zwingend notwendig, dass die Lernenden das Verfahren selbst durchführen – es würde ggf. auch ausreichen fertige Lösungswege zu erklären, zu begründen oder ggf. auch zu korrigieren.
- Wenn das Ziel ist erklären zu können, *wie* das Verfahren funktioniert, wie man also bei einer neuen Gleichung vorgeht, dann ist es natürlich hilfreich eine solche Beschreibung – ggf. anhand eines oder mehrerer geeigneter Beispiele – selbst zu verfassen bzw. die Beschreibungen anderer zu prüfen. Ein Begründen der Schritte im Verfahren ist dafür nicht zwingend notwendig. Ein eigenständiges Durchführen des Verfahrens braucht es vielleicht auch nicht unbedingt – es kann aber helfen, die Beschreibung zu verfassen.
- Wenn in der Unterrichtsstunde anhand dieses Inhalts allgemeine Problemlösekompetenzen aufgebaut werden sollen, die über den Kontext „lineare Gleichungen“ hinausgehen, dann ist das selbständige Entdecken des Verfahrens bzw. der wesentlichen Ideen und Prinzipien dahinter vielleicht sogar ein guter Kontext, um genau dies zu leisten. Dabei können Problemlösestrategien diskutiert, selbstregulative Fähigkeiten

eingübt und für das Problemlösen hilfreiche Überzeugungen (z. B., dass mathematische Probleme überhaupt ab und an kreatives, heuristisches Arbeiten erfordern, bei dem nicht direkt ein Verfahren angewendet werden kann) aufgebaut werden. Dafür ist es dann aber wiederum nicht zwingend notwendig das Verfahren sehr häufig durchzuführen bzw. Schritte oder die dahinter liegenden Prinzipien zu begründen.

- Ein anderes Ziel der Unterrichtseinheit könnte sein anhand der Erarbeitung des Verfahrens Wissen zu Äquivalenzumformungen zu vertiefen und zu vernetzen. Auch dafür kann es hilfreich sein selbst daran zu arbeiten das Verfahren oder die dahintersteckenden Ideen zu entdecken. So wird das Wissen über Äquivalenzumformungen in einem problemhaltigen Kontext angewendet und bestenfalls vertieft und vernetzt. Auch ein Begründen der Schritte bzw. der dahinter liegenden Prinzipien mit dem Wissen über Äquivalenzumformungen dient diesem Zweck. Das gleiche Verfahren für mehrere ähnliche Fälle durchzuführen ist dafür wiederum weniger zielführend.

Wir sehen also: Was lernförderlich ist und was nicht, muss für jede Unterrichtseinheit selbst eingeschätzt werden – sobald klar ist was erreicht werden soll.

Exemplarische wirksame Ansätze

nach: BfL, Lern- und Leistungsdiagnostik, S. 102
© Prof. Dr. Ingrid Isenhardt

Anforderungen fokussieren

Exemplarische wirksame Ansätze

- **Verfahren lernen: Lösungsbeispiele statt selbst lösen**
 - Lernende analysieren Musterlösungen anhand geordneter Fragen.
 - „anstatt ohne ausreichendes Vorwissen zu versuchen „das Rad selbst zu erfinden““
- **Sprachunterstützung: Lernen mit eigenen und fremden Texten**
 - Unterstützung beim selbständigen Formulieren durch sprachliche Hilfen.
 - Schwere Fachterme (Bspw. „Substitutionskriterium“) in Texten vermeiden oder übersetzen.
- **Wünschenswerte Erschwernisse: Herausforderungen gezielt einsetzen**
 - Aufgaben, die problemorientiert arbeiten und dabei zentrale Ideen hervorheben.
 - z. B. „Aufmerksamkeit auf zentrale Probleme lenken durch „produktive Fehler““.
 - Nicht-perfekte Analoge der Lernenden in Bezug auf eine Leitfrage als Ausgangspunkt für systematische Bearbeitung.

Folie 6

Und wie kann man diese nicht direkt relevanten Anforderungen “ausblenden”? In der Forschung gibt es dazu eine ganze Reihe von Ansätzen, von denen wir uns drei exemplarisch ansehen werden.

1. Gerade wenn es darum geht Verfahren zu lernen, die stark normiert sind, wenig adaptive Strategiewahl erfordern oder “einfach nur” automatisiert werden sollen, bietet es sich an Lösungsbeispiele einzusetzen. Hier werden die Lernenden aufgefordert, gelöste Aufgaben zu analysieren und zu erklären, wie und warum der beschriebene Lösungsweg funktioniert. Reduziert wird hier die Anforderung einen Lösungsweg selbst finden zu müssen. Stattdessen wird der Fokus darauf gelegt einen Lösungsweg zu analysieren, ihn durch Selbst-Erklärungen mit dem eigenen Vorwissen zu verknüpfen und seine Funktionsweise zu verstehen.

2. In einem der früheren Beispiele hatten wir schon Sprachunterstützung als Technik kennen gelernt. Gerade wenn es darum geht eigene Gedanken und Ideen zu reichhaltigen Aufgaben zu formulieren, kann das für Lernende besondere Herausforderungen bieten. Im Unterricht wird es Stellen geben, wo man genau diesem Kommunizieren einen eigenen Raum als Lernziel gibt. An anderen Stellen wird man aber versuchen diesen Anspruch zu reduzieren, indem man entsprechende sprachliche Hilfen zur Verfügung stellt wie Wortspeicher oder Satzbausteine. Genauso wird man sich gezielt entscheiden, ob man seltene Begriffe, schwierige Fachwörter oder schwierigere grammatikalische Konstruktionen gezielt in Text

einbaut, um sie zu thematisieren. Alternativ kann es sinnvoll sein, Texte in einer bestimmten Situationen zu vereinfachen, um den Lernenden bei der Arbeit an den Inhalten keine Steine in den Weg zu legen.

3. Des Weiteren gibt es Forschungsarbeiten, die sogenannte „wünschenswerte Erschwernisse beim Lernen“ thematisieren. Gemeint ist damit in der Tat, dass Lernende zunächst einmal selbständig problemlösend an einer komplexen Frage arbeiten und dabei ggf. nur eingeschränkt tragfähige oder sogar falsche erste Lösungen entwickeln. Man spricht auch von „productive Failure“. Damit das aber wirklich „productive“ wird, ist es eben wichtig, die Frage so zu stellen, dass die Lernenden wenigstens Teile der Problemlösung, oder zumindest den Kern der Fragestellung anhand ihrer Lösungsversuche erkennen können. Nur so können diese später für eine gemeinsame Diskussion zur gestellten Frage produktiv genutzt und in ein tragfähiges fachliches Konzept eingebaut werden.

Kriterien

Anforderungen fokussieren

Kriterien – Anforderungen zu fokussieren behilflich.

- **Nicht direkt relevante Anforderungen zu reduzieren**
 - Welche Informationen sollen die SchülerInnen selbst generieren? Inwiefern ist es wichtiger ggf. vorgegebene Informationen zu analysieren (z.B. Erklärungen, Lösungsbeispiele)?
 - Ist es z.B. sinnvoll technische Tätigkeiten (konkretes Rechnen) zu entlasten?
- **Anforderungen auf die zentralen Inhalte ausrichten**
 - Aktivitäten der Lernenden auf das Fokussieren, was genau gemeint oder verfaßt, werden soll.
 - z.B. Schlüsselbegriffe und Vertriebsfragen zu vorgegebenen Informationen.
 - z.B. Explizieren und Analysieren von Zusammenhängen.
- **Anforderungen fokussieren bedeutet z.B. nicht**
 - Tiefe Verankerung durch identifisch lösbar Aufgaben zu verhindern.
 - Überhaupt keine technischen Fertigkeiten mehr zu automatisieren.
 - Den Lernenden „die Arbeit abzunehmen“.

Folie 7

Was sind nun die Kernpunkte, auf die man beim Fokussieren von Anforderungen achten sollte? Fassen wir noch einmal zusammen:

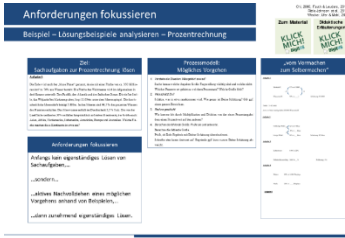
Zunächst einmal ist es zentral, dass die nicht direkt relevanten Anforderungen irgendwie aus dem Weg geräumt werden können. Die Frage ist dabei, was die Lernenden zwingend selbst machen müssen, um zu profitieren, und was entfallen kann. Wenn es beispielsweise darum geht, wie man an komplexe Modellierungsaufgaben herangeht, ist das Hantieren mit komplizierten Zahlenwerten nicht wirklich eine relevante Anforderung. Man könnte also die Zahlenwerte vereinfachen, oder einen Taschenrechner nutzen, um die Rechenanforderungen zu reduzieren.

Mindestens genauso wichtig ist aber natürlich, dass die relevanten Anforderungen im Blick bleiben und ggf. sogar intensiviert werden. Wenn beispielsweise Informationen von der Lehrkraft eingebracht werden – seien es Erklärtexthe, Lösungsbeispiele oder Videos – dann geht es darum, dass die Lernenden diese Informationen auch wirklich verarbeiten und anwenden – beispielsweise durch Selbsterklärungsprompts (kurze Impulse einen bestimmten Schritt oder Aspekt zu erklären), Verständnisfragen oder ersten Anwendungsaufgaben.

Letztlich muss klar sein, was das Fokussieren von Anforderungen nicht heißt. Es geht *nicht* darum, Aufgaben zu stellen, die man ohne tiefere Auseinandersetzung mit dem Inhalt einfach nur „leicht“ lösen kann. Es geht auch *nicht* darum, einfach nur Aufgabe zu stellen die keine sicheren technischen Fertigkeiten (z. B. zum Rechnen) mehr erfordern. Und es geht auch *nicht* darum, den Lernenden einfach die Arbeit abzunehmen. Im Gegenteil: Es geht darum dafür zu sorgen, dass die Lernenden ihre Lernarbeit machen

können – das Durchdenken der Inhalte – ohne von anderen Themen abgelenkt zu werden.

Beispiel: Prozessmodelle zum Modellieren in der Prozentrechnung



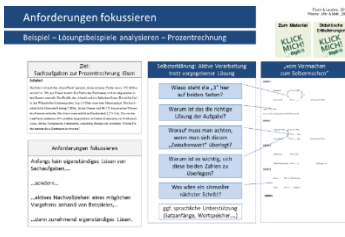
Folie 8

Wie kann das nun konkret aussehen? In diesem Beispiel geht es darum, Anwendungsaufgaben zur Prozentrechnung mit dem Dreisatz zu lösen. Das fällt vielen Lernenden zunächst einmal schwer. Deshalb haben wir in einer Studie zunächst nicht die Lernenden Aufgaben lösen lassen, sondern sie gelöste Beispielaufgaben analysieren lassen. Mit jeder weiteren Aufgabe haben wir einen Lösungsschritt weggelassen, um einen Übergang zum eigenständigen Problemlösen anzuregen. Die Lösungsbeispiele haben den Lernenden dabei ein Prozessmodell, ein mögliches Vorgehen für solche Aufgaben anhand von Leitfragen nahegebracht, die in den Lösungsbeispielaufgaben gemeinsam mit ihnen diskutiert wurden.

In der hier zitierten Studie zeigte sich ein bekannter Effekt beim Lernen mit Lösungsbeispielen: Der Lernerfolg war höher, wenn die Schüler:innen am Ende jeder Aufgabe dazu aufgefordert wurden, zunehmend mehr Schritte selbst zu lösen. Die erste Aufgabe wurde also vollständig als Lösungsbeispiel besprochen, bei der zweiten alles bis auf den letzten Schritt, dann alles bis auf die letzten beiden Schritte und so weiter. Man nennt das „Fading“. In der Vergleichsbedingung wurden immer alle Schritte anhand eines Lösungsbeispiels durchgesprochen.

Interessant ist dabei allerdings eine kleine Einschränkung: Nur wenn die Lernenden beim Fading die zugewiesenen Schritte auch wirklich selbst bearbeiteten – und nicht einfach darauf warteten, die Lösung in der anschließenden Besprechung mitzuschreiben – war der Lerneffekt höher als in der Vergleichsbedingung.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)



Folie 9

Soweit zum Reduzieren von Anforderungen. Das Problem in einem solchen Setting ist aber: Wie stellt man eine aktive Verarbeitung der Lösungsbeispiele sicher? Durch eigenständige Arbeit der Lernenden oder im Unterrichtsgespräch durch die Besprechung des Lösungsbeispiels? Eine Möglichkeit ist das gerade angesprochene Fading.

Als weitere Lösung bieten sich sogenannte Selbsterklärungsprompts an. Sie sollen die Lernenden dazu anregen, sich vertiefte Gedanken zu der ausgearbeiteten Lösung zu machen. Möglichkeiten dazu sind (in der Reihenfolge auf der Folie nach von oben nach unten):

- Fragen nach zugrunde liegenden Prinzipien: Hier geht es um einen proportionalen Zusammenhang. Wenn sich die eine

Größe (Prozentsätze) verdreifacht, dann auch die andere (hier ein Volumen).

- Fragen nach Begründungen für den Gesamtweg: Warum funktioniert das insgesamt?
- Frage nach wesentliche Ideen des Lösungswegs: Man muss den Zwischenwert so wählen, dass man beim Übergang zwischen den Zeilen nur möglichst einfache Multiplikationen braucht.
- Fragen nach der Funktion einzelner Lösungsschritte im Lösungsweg: Man braucht die beiden Zahlen, weil man diese Rechnungen von den Prozentsätzen auf die Volumina (rechts) übertragen kann.
- Antizipieren von Lösungsschritten (die dann im Lösungsbeispiel danach präsentiert werden): Ein guter nächster Schritt wäre sich einen geeigneten Zwischenwert zu überlegen.

Diese Fragen können von den Lernenden allein oder in Gruppen bearbeitet und im Unterrichtsgespräch diskutiert werden, um eine aktive Verarbeitung der Inhalte sicherzustellen. Wenn die Lernenden ihre Antworten selbst schriftlich formulieren sollen, dann bietet sich wieder sprachliche Unterstützung an.

Beispiel: Analyse von Strategien

Anforderungen fokussieren	Aufgabe	Lösungsschritte
<p>Ziel: Strategien für Schüler Möge diese verstehen zusätzlich die Vorgehensweise lösen über von linearen Gleichungen diskutieren</p> <p>Beobachtungen/Überlegen: Nutzen von Strategien aus einer App... ...um eigenständiges Lösen (hier) zunächst zu vermeiden... ...welche Ideen auf die Analyse der Lösungsweg zu legen? ...und eine Sachanalyse von Strategien entwickeln zu können</p>	<p>Aufgabe: Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit der App PhotoMath (hier):</p> $2 \cdot 3x + 6 \cdot 3 = 13 \cdot 3 + 5$ $2 \cdot 2 - 10 \cdot 1 + 1 = 12 - 13 + 5$ $2 \cdot 3 - 10 \cdot 1 + 1 = 3 \cdot 3 - 13 + 5$ <p>Strategie für selbstständige Lösung: bestimmen selbst Lösungsweg, schreiben für Schritte: • Was wird hier gemacht? • Warum ist das richtig? • In wie werden die Variablen? • Wie ist die Lösung anders dargestellt einfacher?</p>	<p>Lösungsschritte: $6x - 10 + 1 = 39 - 13 + 5$ Subtrahiere von $6x - 9 = 31 - 13 + 5$ Subtrahiere $7 - 2x = 8 - 8$ Beide Seiten Lösungsschritte: $2 \cdot 3 - 10 + 1 = 3 \cdot 3 - 13 + 5$ Beide Seiten $6 - 10 + 1 = 9 - 13 + 5$ Subtrahiere $2 - 10 + 1 = 3 - 13 + 5$ Beide Seiten</p>

Folie 10

Dieses Beispiel zielt darauf ab, möglichst effiziente Strategien für das Lösen linearer Gleichungen zu wählen. Ziel könnte sein, Lösungswege kritisch zu analysieren, um Lernende zur Nutzung geschickter und effizienter Lösungswege anzuhalten. Vorausgesetzt wird hier, dass die wesentlichen Ideen des Lösungsverfahrens bekannt sind (zielgerichtetes Nutzen von Äquivalenzumformungen).

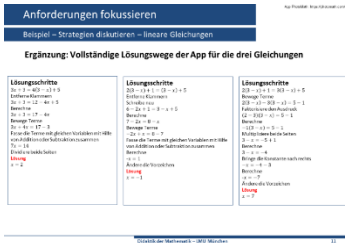
Reduziert wird auch hier zunächst die Anforderung die Aufgaben selbst zu lösen. Stattdessen könnte man eine der Apps verwenden, mit denen man sich derartige Lösungswege direkt anzeigen lassen kann. In diesem Beispiel ist das PhotoMath.

Zentral ist, dass Aufgaben gewählt werden, in denen die App Lösungswege ausgibt, die mal mehr und mal weniger geschickt sind. Der Lösungsweg der App zur ersten Gleichung (hier nicht gezeigt) entspricht dem „Standard“. Der Lösungsweg zur zweiten Gleichung (oben) ist auch typisch, könnte aber vereinfacht werden: „Man kann $(3-x)$ auf beiden Seiten ohne Ausklammern subtrahieren.“ Bei der dritten Gleichung (unten) sieht man, dass die App das in gewissen Fällen ähnlich macht – aber wieder recht umständlich: Man könnte wieder auf beiden Seiten $(3-x)$ subtrahieren.

Aber wie regt man in diesem Kontext eine aktive Verarbeitung an? Auch hier kann man sogenannte Prompts, also kurze Erklärungsfragen, einbinden, um tiefe Verarbeitung anzuregen: Der erste Prompt fordert prinzipienorientierte Selbsterklärungen ein. Der zweite Prompt zielt auf eine strategische Ebene ab: Warum ist dieses Vorgehen hier eine gute Idee? Der dritte Prompt zielt auf

eigenes Problemlösen ab, in Bezug auf eine Optimierung des Lösungsweges (und darum geht es uns ja eigentlich).

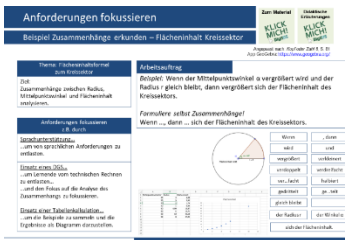
Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur App](#)



Auf dieser Folie sind die vollständigen Lösungswege der App dargestellt.

Folie 11

Beispiel: Zusammenhänge Erkunden beim Flächeninhalt von Kreissektoren



Diese letzte exemplarische Aktivität kann unter verschiedenen Voraussetzungen/Zielen eingesetzt werden.

- Vor der Erarbeitung der Formel für den Flächeninhalt des Kreissektors: Dann könnten die erarbeiteten Zusammenhänge sogar genutzt werden, um die Formel zu erarbeiten.
- Nach der Erarbeitung der Formel: Dann kann die Formel ggf. genutzt werden, um die Zusammenhänge (algebraisch oder anhand eines Zahlenbeispiels, sog. „generisches Beispiel“) zu begründen.

Folie 12

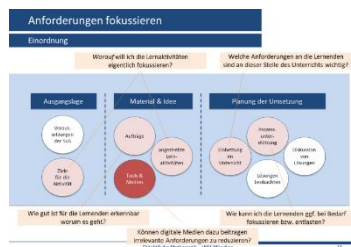
Ziel ist in jedem Fall, funktionale Zusammenhänge zwischen Radius, Öffnungswinkel und Flächeninhalt von Kreissektoren zu erarbeiten. Das ist eigentlich genau der Arbeitsauftrag, der bereits in der Phase 4 zur tiefen Verarbeitung diskutiert wurde. Dass hier sprachliche Hilfen sinnvoll sein können, wurde dort auch bereits angesprochen.

Darüber hinaus kann man Lernenden hier besonders das eigenständige Berechnen von Werten abnehmen - ganz basal mit einem Taschenrechner, mit Hilfe von dynamischen Geometriesystemen wie GeoGebra oder auch mit Hilfe einer Tabellenkalkulation. Wenn die Lehrkraft eine eigene Tabelle mit Werten zur Analyse zur Verfügung stellt, muss sehr darauf geachtet werden, dass Zusammenhänge zwar erkennbar, aber auch nicht zu offensichtlich sind.

Eine weitere sinnvolle Fokussierung könnte darin bestehen, die Arbeit der Lernenden auf eine Veränderung einer der beiden Variablen (Radius, Mittelpunktswinkel) zu beschränken, da viele Lernende Schwierigkeiten damit haben, mehrere Variablen systematisch zu variieren (also jeweils eine Variable konstant zu lassen und nur die andere zu variieren). Auf der anderen Seite kann auch genau dies an anderer Stelle eine wünschenswerte Erschwernis sein.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 13

Wie ordnet sich dies Fokussierung von Anforderungen in unser Modell zur Analyse von Lernaktivitäten ein?

Natürlich ist ein erster zentraler Gedanke, *worauf* man die Lernaktivitäten eigentlich fokussieren will, was also die Ziele der Aktivität sind. Um eine aktive Verarbeitung der verbleibenden Anforderungen zu gewährleisten, gewinnen die Arbeitsaufträge enorm an Bedeutung. Auf der anderen Seite geht damit die Frage einher, wie ein bestimmter Inhalt bzw. eine bestimmte Aktivität in den Unterricht eingebettet wird. Was sollen sich die Lernenden selbst erarbeiten, was ist an der jeweiligen Stelle eher nicht im Fokus und kann deshalb „entlastet“ werden?

Auch in der Prozessunterstützung ist dieser Aspekt wichtig, weil eben Anforderungen z. T. noch einmal gezielt nachgesteuert werden müssen, wenn Lernende über- oder unterfordert sind.

Anwendung



Folien 14-15

Für die vorangegangenen Inhalte finden sich auf dieser und der folgenden Folie zwei verschiedene Arbeitsaufträge, aus denen je nach Bedarf ausgewählt werden kann. Der erste Arbeitsauftrag hat zum Ziel, eine beispielhafte Lernaktivität zu analysieren, inwieweit Anforderungen fokussiert werden und wie dies ggf. noch optimiert werden kann. Der zweite Arbeitsauftrag bezieht sich auf die Nutzung digitaler Werkzeuge, um Anforderungen zu fokussieren.

Lösungshinweise finden sich in den Materialien zu den Aktivitäten.

Material

[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Phase 5b: Fehler nutzen (Option 2)

Ziele Die Lehrkräfte verstehen Fehler als natürlichen Teil des Lernens und beschreiben Möglichkeiten, um Fehler im Unterricht konstruktive zu nutzen.

Take-Home-Message:

Fehler sind ein integraler Bestandteil des Unterrichtes und sollten als Lerngelegenheit aufgegriffen werden. Die Nutzung als Lerngelegenheit erfolgt jedoch nicht automatisch durch den Lernenden, sondern muss explizit angeregt werden.

Arbeitsauftrag Analyse eines Beispiels im Hinblick auf die Nutzung von Fehlern
Produktive Nutzung von Fehlern mit digitalen Werkzeugen

Material [Folien](#)

Zusammenfassung Fehler sind ein natürlicher und wichtiger Bestandteil von Mathematikunterricht. Anhand von Beispielen werden Strategien thematisiert, wie Fehler genutzt werden können, um einen Inhalt nochmals aktiv zu verarbeiten. Zum Abschluss der Phase werden die Inhalte wiederum in das Modell zur Planung von Lernaktivitäten eingeordnet und genutzt, um ein Beispiel mit digitalen Medien zu analysieren.

Ausführliche Darstellung der Phase 5b: Fehler nutzen

Fehler nutzen, um Fehlvorstellungen zu bearbeiten



Folie 1

In diesem Abschnitt möchten wir an einigen Beispielen diskutieren, wie man Fehler nutzen kann, um vertiefte Verarbeitung anzuregen und Fehlvorstellungen zu bearbeiten.

Grundidee

Fehler nutzen

Grundidee

- **Es ist ein natürlicher Teil von Lernprozessen...**
...denn Fehler gemacht werden und Inhalte zunächst teilweise falsch verstanden werden.
- **Zentral ist mit Fehlern produktiv umzugehen und sie zu nutzen...**
...statt Fehler beim Lernen zu vermeiden.
- **Fehler bieten Chancen für Lernprozesse.**
Diese Chancen werden aber von Lernenden nicht spontan genutzt.
- **Fehler haben diagnostisches Potential.**
Sie verraten dem Lehrkraft, was etwas noch nicht verstanden ist, wo und für wen ggf. etwas noch etwas thematisiert werden muss.
- **Fehler öffnen Lernanlässe.**
Sie verraten den Lernenden, wo das bisher Gelernte noch nicht tragfähig ist und Lücken aufweist.

© Cornelia Krumm, 2017

Folie 3

Die Hauptidee dabei ist, dass Fehler im Lernprozess ganz natürlich auftreten. Dementsprechend kommt es dann, wenn es um das Lernen neuer Inhalte geht, eher darauf an mit Fehlern produktiv umzugehen – und weniger darauf Fehler auf „Teufel komm raus“ zu vermeiden.

Das ist aus verschiedenen Gründen plausibel. Fehler deuten auf Stellen hin, wo etwas noch nicht vollständig durchdrungen oder verstanden worden ist. Damit eröffnen sie Chancen für das Lernen, die nicht vertan werden sollten, indem über gehaltvolle Fehler zum aktuellen Inhalt (zu) schnell hinweggegangen wird. In diesem

Sinne sind Fehler ein wichtiger Indikator für Sie als Lehrkraft: Wo ist etwas noch nicht klar, wo muss ich nochmal nachsteuern?

Und letztlich öffnen Fehler für einzelne Lernende, aber auch für die Diskussion in einer größeren Lerngruppe Lernanlässe, in denen bei guter Begleitung durch die Lehrkraft grundsätzliche Verständnisprobleme angegangen und bearbeitet werden können. Dabei ist es erstmal weniger relevant, ob die Fehler direkt von den Lernenden aus der Klasse kommen, also spontan auftreten, oder ob sie von der Lehrkraft gezielt eingebracht werden.

Aus der Forschung

Fehler nutzen

Quelle: Krieger, 2013, S. 104

Aus der Forschung

- Perspektive der Lernenden**
 - Lernende sind ihnen wenig Angst vor Fehlern im Mathematikunterricht
 - Sie empfinden ihre Lehrkräfte als sehr unterstützend, wenn Fehler auftreten
 - Fehler werden im Unterricht und von den Schülern selten als Lerngelegenheit wahrgenommen
- Unterrichtsebene**
 - Lehrkräfte scheinen die Behandlung von Fehlern im Unterricht zu vermeiden
 - Vorkommende Fehler werden häufig übergangen
 - Unklar ist, inwiefern Lehrkräfte typische Fehler gezielt in den Unterricht einbringen
- Veränderungsmöglichkeiten**
 - Ein konstruktiver Umgang mit Fehlern wirkt sich positiv auf die Emotionen und die wahrgenommene Unterstützung durch die Lehrkraft aus
 - Dies reicht aber nicht aus, um Fehler als Lerngelegenheiten nutzbar zu machen. Es reicht nicht aus, einfach nur Fehler zu diskutieren
 - Um das Lernen aus eigenen Fehlern anzugehen, ist ein Training fehlerbasierter Lernstrategien wirksam

Quelle: de Witt, 2013, S. 104

Folie 4

Was wissen wir aus der Forschung über den Umgang mit Fehlern im Unterricht? Aus der Perspektive der Lernenden wissen wir, dass sie relativ wenig Angst vor den Fehlern berichten, die ihnen im Unterricht selbst passieren. Das liegt wohl auch daran, dass sie sich bei ihren Lehrkräften mit ihren Fehlern gut aufgehoben fühlen. Allerdings scheint dies nur bedingt dazu zu führen, dass Fehler als Lerngelegenheiten genutzt werden. Vielmehr scheint es eher so zu sein, dass Fehler von den Lernenden ignoriert oder übergangen, bestenfalls noch schnell korrigiert und dann nicht weiter beachtet werden.

Auf Basis der Befunde lässt sich festhalten, dass viele Lehrkräfte es vermeiden Fehler im Unterricht explizit zu thematisieren oder aufzugreifen. Das gilt besonders für Fehler, die spontan auftreten. Inwieweit Lehrkräfte Fehler als Lerngelegenheit gezielt in den Unterricht einbringen ist wenig bekannt.

Wir wissen aber auch, dass dieses Bild nicht völlig unveränderbar ist. Alleine wenn die Lehrkraft mit Fehlern wertschätzend umgeht, wirkt sich dies schon positiv auf die Emotionen aus, die Lernende mit Fehlern im Unterricht verbinden. Aber auch hier reicht dies nicht aus, um Fehler als Lerngelegenheit nutzbar zu machen. Damit Lernende aus eigenen Fehlern lernen, bedarf es gezielter Trainings zu fehlerbasierten Lernstrategien. Dann hat das Lernen aus Fehlern aber insbesondere das Potential zum konzeptuellen Verständnis der Inhalte beizutragen.

Kriterien

Fehler nutzen

Quelle: Krieger, 2013, S. 104

Kriterien – Lernförderliches Umgang mit Fehlern beinhaltet

- diagnostische Aufgaben zu nutzen**
 - „typische Fehler“ und Fehlervorstellungen gezielt naheliegen und sichtbar machen
- typische Fehlwege explizit zu diskutieren**
 - z.B. indem sie in die Aufgabenstellungen integriert werden
- aufgetretene Fehler aufgreifen**
 - „Kannst du „rechnerisch“ oder „logisch“ helfen?“
 - „Wie geht es weiter? Was ist die Lösung?“
 - „Wolltest du (bisherlich) vielleicht schon etwas vermeiden?“
- Fehlervermeidungsstrategien aufbauen**
 - „Was hast du aufbewahrt, das dir dieser Fehler nicht passiert?“
 - „Wie kann es immer gelöst werden (Schritte, Pfeile, ...)?“
- Anforderungen klar zu trennen**
 - Leistungsanforderungen (und Sachverhalte) und Sachverhalte (und Leistungsanforderungen) trennen
 - Leistungsanforderungen (für die Lösung) trennen
- Kein konstruktiver Umgang mit Fehlervorstellungen ist z.B.**
 - Fehler zu ignorieren und grundsätzlich korrege Antworten zu diskutieren
 - „Rechenfehler“/„Spezialfälle“ zu vernachlässigen
 - aus ethischer Anreizkompatibilität Fehler als Lernprozess wie ein Versagen zu behandeln

Quelle: de Witt, 2013, S. 104

Folie 5

Wie kann es nun aussehen, wenn man Fehler als Lerngelegenheiten in den Unterricht integrieren möchte? Zunächst einmal ist es wichtig, dass Fehler überhaupt sichtbar werden. Dafür müssen Aufgaben genutzt werden, die von Lernenden mit typischen Fehlervorstellungen auch wirklich falsch gelöst werden. Problematisch ist es, wenn im Unterricht primär Aufgaben auftreten, die auch mit falschen Vorstellungen korrekt gelöst werden können.

Egal ob nun Fehler spontan auftreten oder von der Lehrkraft eingebracht werden – hilfreich ist es auf jeden Fall, wenn Fehler

explizit diskutiert werden. Minsky spricht hier von sogenanntem „negativen Wissen“, also Wissen über Vorgehensweisen, die vermieden werden sollten, weil sie falsch sind. Dafür bietet es sich vor allem an, auch auftretende Fehler gezielt aufzugreifen, sofern sie wirklich Lernpotential für das aktuelle Thema bieten. Gut ist hier, diese Fehler wirklich zu analysieren: Was stimmt? Was passt nicht? Was sollte man vermeiden?

Einen Schritt weiter geht man, wenn man Fehlervermeidungsstrategien aufbaut, also die Lernenden dafür sensibilisiert, in welchen anderen Situationen ähnliche Fehler erneut auftreten könnten. Letztlich setzt ein produktiver Umgang mit Fehlern voraus, dass Anforderungen an die Leistungen der Lernenden klar kommuniziert werden: Geht es gerade darum etwas zu *lernen*, also seine Fehler und Unsicherheiten mitzudiskutieren? Oder geht es gerade darum *Leistungen* zu zeigen, also Fehler so weit wie möglich zu vermeiden?

Wir haben schon gehört, dass ein Ignorieren von Fehlern oder potentiellen Fehlern im Unterricht wesentliche Lernchancen ungenutzt lässt. Besonders problematisch ist dies, wenn „fehleranfällige Fälle“ für Verfahren und Aufgaben einfach vermieden werden. Auch die Wortwahl und die Einstellung der Lehrkraft sind enorm wichtig: Wenn Fehler von der Lehrkraft als Versagen dargestellt werden, werden Lernende tunlichst vermeiden ihre Fehler einzubringen. Besser ist es, wenn die Lehrkraft Fehler in Lernsituationen als natürlichen Teil des Lernprozesses akzeptiert und die Lernenden dabei unterstützt daraus zu lernen.

Beispiel: Fehler analysieren

Fehler nutzen
 Beispiel – Fehler analysieren – Absoluter und relativer Zellbezug

Hier Müller möchte ein Tabellenkalkül erstellen, das neue Preise für Südkaffolien in seinem Elektronikmarkt zuwarchnet. Da Ergebnisse stimmen aber nicht, fragt er, welche Art der Probenkungen er gibt. Erkläre ihm Müller, wie er das Blatt ändern muss, und warum er beim nächsten Mal achten soll!

	A	B	C	D	E	F
1	Artikel	Preis	Umsatz	Umsatz		
2	Elektronik	100,00 €	10000,00 €	10000,00 €		
3	Handwerkzeuge	200,00 €	4000,00 €	2000,00 €		
4	...	100,00 €	1000,00 €	1000,00 €		
5	...	100,00 €	1000,00 €	1000,00 €		
6	...	100,00 €	1000,00 €	1000,00 €		
7	...	100,00 €	1000,00 €	1000,00 €		
8	...	100,00 €	1000,00 €	1000,00 €		

Folie 6

Wie kann eine zielführende Nutzung von Fehlern nun konkret aussehen? Dieses Beispiel beschäftigt sich mit einem Ziel zu digitalen Kompetenzen der Lernenden – dem Unterschied zwischen absoluten und relativen Zellbezügen in Tabellenkalkulationsprogrammen. Hier wird ein Fehler direkt von der Lehrkraft eingebracht – das Vorgehen führt zu einer unerwünschten Ausgabe. Die Lernenden werden zur Analyse und zur Korrektur des Fehlers aufgefordert, aber eben auch dazu zu überlegen, wie man den Fehler vermeiden kann, in welchen Situationen man besonders vorsichtig sein muss.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel: Fehler aufgreifen

Ziel	Arbeitsauftrag (vgl. 6)				
Ungewöhnliche Lösungsansätze Zusammenfassen: erstellen. (Wie die Erklärung des Handlungsm. (Proportionalität)?)	Die SchülerInnen brauchen jeden Tag fünf Blätter. Im Jahr sind Raupen zu fressen. Wie viele Blätter werden ungefähr Tag für 12 Raupen brauchen?				
Fehler aufgreifen	Typische Fehler (siehe Diskussion und mit richtigen Lösungen vergleichen)				
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Darnell und Marcus</th> <th>Missy und Kate</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> Aufgabe: 5 Blätter 12 Raupen 60 Blätter pro Raupe </td> <td> Aufgabe: 55 Blätter 12 Raupen 60 Blätter pro Raupe </td> </tr> </tbody> </table>	Darnell und Marcus	Missy und Kate	Aufgabe: 5 Blätter 12 Raupen 60 Blätter pro Raupe	Aufgabe: 55 Blätter 12 Raupen 60 Blätter pro Raupe
Darnell und Marcus	Missy und Kate				
Aufgabe: 5 Blätter 12 Raupen 60 Blätter pro Raupe	Aufgabe: 55 Blätter 12 Raupen 60 Blätter pro Raupe				

Folie 7

Mary K. Stein, die wir eingangs schon einmal erwähnt hatten, schlägt ebenfalls vor, Strategien der Lernenden gemeinsam auf die korrekten und Fehlerhaften Anteile hin zu untersuchen. Hier geht es konkret um Lösungsstrategien zur Berechnung unbekannter Werte in proportionalen Zusammenhängen. In der betrachteten Aufgabe geht es um Raupen, die täglich eine bestimmte Anzahl an Blättern fressen.

Die Idee ist hier, gezielt mit den auftretenden Strategien der Lernenden zu arbeiten. Der Lösungsweg von Darnell und Marcus zeigt, dass sie die Struktur der Situation nicht korrekt verstanden oder nicht korrekt umgesetzt haben: 5 Blätter bezieht sich auf 2 Raupen, nicht auf eine. Hier liegt das Lernpotential bei Strategien zur Analyse von Sachsituationen. Missy und Kate haben eine additive Struktur genutzt statt einer multiplikativen. Das ist zu Beginn der Sekundarstufe I eine sehr häufige Lösungsstrategie. Hier könnte man additive Situationen, die zur gewählten Rechnung passen, mit der hier behandelten Situation vergleichen.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)

Beispiel: Fehler reflektieren

Fehler nutzen
Beispiele – Eigene Fehler reflektieren – BEBA-Strategie

- Ziel:** Lernende reflektieren ihre eigenen Fehler und nutzen sie um daraus zu lernen.
- Schritte der BEBA-Strategie:**
 - Fehler beschreiben.
 - Wie hat Du deine Lösung der Aufgabe vorgangs?
 - Fehler Erklären.
 - Warum ist das falsch? Was bedeutet das (falsche) Ergebnis, das Du herausbekommen hast?
 - Fehler Berichtiges.
 - Was geht es richtig? Was musst Du an Deiner Lösungsweg ändern, damit er richtig wird?
 - Ändere Aufgaben Frasen.
 - Denk Dir eine andere Aufgabe aus, bei der Du aufpassen müsstest, weil Dir derselbe Fehler passieren könnte.
- Möglichkeit zum Einführen der BEBA-Strategie:**
 - Einzelne Schritte an einem Beispiel (Vorhanden) vorstellen und an weiteren Beispielen üben.
 - Schritte als Hilfe für die Korrektur eigener Fehler anbieten (z.B. Arbeitsblätter, digitale Aufgaben).
 - Anfangs Rückmeldung zur Umsetzung der Strategie geben.

Folie 8

Tim Heemsoth hat in seinem Promotionsprojekt Lernenden erfolgreich eine fehlerbasierte Lernstrategie vermittelt, die sogenannte BEBA-Strategie. Ziel war es dabei Lernenden zu ermöglichen aus ihren eigenen Fehlern in Klassenarbeiten oder auf Basis von Rückmeldungen der Lehrkraft selbst zu lernen.

In dieser vierschrittigen Strategie geht es zunächst darum, das falsche Vorgehen zu beschreiben, und dann zu erklären, warum das falsch ist. Interessanterweise ist die Strategie kaum zu vermitteln, wenn die Fehler nicht korrigiert werden. Zentral an der Strategie ist aber vor allem der letzte Schritt, dass am Ende Vermeidungsstrategien aufgebaut werden: Bei welchen Aufgaben muss ich vorsichtig sein, damit mir dieser Fehler nicht noch einmal passiert?

Um die Strategie einzuführen hat Tim Heemsoth sie den Lernenden an einem mitgebrachten Fehler vorgestellt, und sie dann an weiteren mitgebrachten Fehlern eingeübt und die Bearbeitungen der Lernenden diskutiert. In weitere Übungsphasen wurden die vier Schritte den Lernenden als Hilfe an die Hand gegeben, um das Lernen aus eigenen Fehlern anzuregen. Als hilfreich hat es sich dabei anfangs erwiesen, den Lernenden Rückmeldungen zu geben, inwiefern Sie die Strategie sinnvoll umsetzen.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Beispiel: Fehler widerlegen

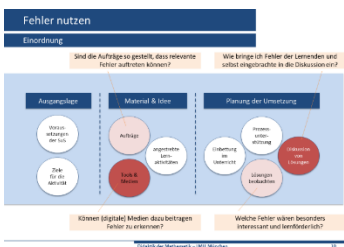
Fehler nutzen	
Beispiel - Fehlvorstellungen widerlegen - Steigung	
Widerlegende Texte	
Bestimme die Steigung der linearen Funktion f!	
Ohne die beiden Aufgaben „2“ beantwortet. Diese Antwort ist falsch.	Was ist der Fehler?
Auf diese Antwort kommt man, wenn man die Differenz der x-Werte durch die Differenz der y-Werte teilt.	Wie führt die falsche Lösungsweg diese zustande?
Das bedeutet kein: Wenn man sich nach oben geht, dann muss man 2 nach rechts gehen, um wieder auf dem Graphen zu landen.	Was liefert der falsche Weg?
Somit ist aber nicht die Steigung. Die Steigung sagt, wie weit man sich nach oben gehen muss, wenn man sich nach rechts geht.	Warum ist das etwas anderes als die richtige Lösung?
Aufgabe und widerlegender Text	Leitfragen für widerlegende Texte

Folie 9

Eine dritte Option ist das Nutzen von Texten, die bestimmte Fehlvorstellungen oder Strategien gezielt widerlegen. Als Beispiel schauen wir uns eine falsche Strategie zur Bestimmung der Steigung einer Funktion an. Solche Texte orientieren sich an einer Folge von Leitfragen, die der BEBA-Strategie nicht unähnlich sind. Zunächst wird der spezifische Fehler dargestellt und der falsche Lösungsweg beschrieben. Darauf aufbauend wird geklärt, welches Ergebnis der falsche Lösungsweg liefert, und warum das etwas anderes ist als das gewünschte Ergebnis. Bei solchen Texten bietet es sich an, Lernende mit gezielten Fragen dazu anzuregen, den Text vertieft zu lesen und auf neue Beispiele zu beziehen. Dies wird ausführlicher in der [Phase 5a](#) thematisiert.

Material [Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 10

Wie ordnet sich die Nutzung von Fehlern in unser Modell zur Analyse von Lernaktivitäten ein?

Die erste Herausforderung ist es, Aufträge zu stellen, die interessante Fehler und Fehlstrategien herausfordern und zulassen. Zudem muss geplant werden, wie Lernenden erkennen, dass sie etwas falsch gemacht haben. Gerade hier können digitale Tools mit einer Funktion zur Selbstkontrolle helfen. Letztlich ist es für Sie als Lehrkraft besonders interessant ihre Lernenden zu beobachten: Machen sie Fehler, die Sie später - ggf. anonymisiert - mit der Klasse diskutieren wollen? Dafür müssen Sie entscheiden: Was an dem, was Lernende sagen, ist richtig, was falsch? Wie viel Lernpotential liegt in dem Fehler? Lohnt es sich diesen Fehler vertieft anzusehen und mit der ganzen Klasse zu diskutieren? Wenn es ein typischer Fehler ist, der häufig auftritt, dann ziemlich sicher!

Anwendung

Fehler nutzen	
Anwendung	
Fehler nutzen	
Potential digitaler Medien	
	<p>Auftrag</p> <p>Analysieren Sie eines der Beispiele.</p> <p>Digitaler Medien und Fehler nutzen</p> <ul style="list-style-type: none"> Wie tragen digitale Medien hier dazu bei, Fehler als Lerngelegenheiten zu nutzen? Wohin ist der Fehler zu gehen? Wie können diese digitale Medien genutzt werden? „Fehler“ für die Lehrkraft sichtbar zu machen? „Fehler“ in der Gruppe aufzufassen? „Fehler“ durch die Lernenden zu reflektieren zu lassen? „Fehler“ weiterzugeben zu vermeiden? <p>Welche Fehler sind für dieses Lernfeld abgesehen der Umgang mit digitaler Medien besonders?</p> <ul style="list-style-type: none"> Welche davon haben Lernpotenzial für den Aufbau digitaler Kompetenzen der Lernenden? Welche davon können in der Aktivität optimal genutzt werden? Welche sollten eher vermieden werden? Wie wäre das möglich? <p>Nutzen Sie gerne die verteilte Vorlage.</p>

Folien 11-12

Für die vorangegangenen Inhalte finden sich auf dieser und der folgenden Folie zwei verschiedene Arbeitsaufträge, aus denen je nach Bedarf ausgewählt werden kann. Der erste Arbeitsauftrag hat zum Ziel, zu analysieren, welche Rolle Fehler in einer beispielhaften Lernaktivität spielen und wie das Potential von Fehlern in dieser Lernaktivität noch optimiert werden kann. Der zweite Arbeitsauftrag bezieht sich auf die Nutzung digitaler Werkzeuge, um das Lernpotential von Fehlern zu nutzen. Lösungshinweise finden sich in den Materialien zu den Aktivitäten.

Material [Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Phase 5c: Lernprozesse unterstützen (Option 3)

Ziele Die Lehrkräfte erklären, wie aktive Verarbeitung aufrechterhalten werden kann, indem Selbstregulation angeregt und unterstützt wird sowie die fachlichen Arbeitsergebnisse angemessen diskutiert und eingeordnet werden.

Take-Home-Message:

Damit Inhalte von Lernenden tief verarbeitet werden, reicht es nicht aus, diese nur anzuregen, die Lernenden müssen sowohl während des Lernprozesses als auch beim Besprechen der Ergebnisse angemessen unterstützt werden. Dazu ist es langfristig wichtig, die Selbstregulation der Lernenden anzuregen und zu unterstützen.

Arbeitsauftrag Analyse eines Beispiels im Hinblick auf die Unterstützung von Lernprozessen zur Aufrechterhaltung von kognitiver Aktivität
Unterstützung von Lernprozessen mit digitalen Werkzeugen

Material [Folien](#)

Zusammenfassung In dieser Phase werden verschiedene Herausforderungen thematisiert, die in einem kognitiv aktivierenden Unterricht auftreten können. Zu den Herausforderungen werden mögliche kurzfristige (ad hoc im Unterricht) und langfristige (Aufbau von Strategien) Handlungsoptionen besprochen.
Zum Abschluss der Phase werden die Inhalte wiederum in das Modell zur Planung von Lernaktivitäten eingeordnet und genutzt, um ein Beispiel mit digitalen Medien zu analysieren.

Ausführliche Darstellung der Phase 5c: Lernprozesse unterstützen

Lernprozesse unterstützen, um aktive Verarbeitung aufrecht zu erhalten



Folie 1

In diesem Abschnitt möchten wir diskutieren, wie man Lernprozesse im Unterricht in der gesamten Gruppe so unterstützen kann, dass eine aktive Verarbeitung der Inhalte möglichst gut aufrechterhalten wird. Hier liegt der Fokus stark auf Ihrem Handeln als Lehrkraft. Dabei soll es nicht allein um digitale Tools gehen, die dies besonders gut ermöglichen, sondern eher darum wie man gute Lernbegleitung umsetzen kann, wenn man mit Hilfe digitaler Tools und Werkzeuge unterrichtet.

Grundidee

Lernprozesse unterstützen

Grundidee

- **Herausforderung: Tiefe Verarbeitung aufrecht erhalten.**
In einer Balance zwischen Unter- und Überforderung.
- **Grundidee 1**
Raum für selbstreguliertes Arbeiten schaffen.
– Wahlmöglichkeiten für die Lernenden, auf einem für sie sinnvollen Niveau zu arbeiten.
– Herausforderung für die Lehrkraft: Geeignete Aufgabe stellen.
- **Grundidee 2**
Selbstregulation anregen und unterstützen.
– Anregen: Allgemeine Strategien selbstregulierten Lernens aktivieren.
– Unterstützen: Spezifische Nachfragen des individuellen Arbeitsniveaus durch Impulse.
– Herausforderung für die Lehrkraft: Balance zwischen Unterstützung und Aktivierung.

© 2016 der Bertelsmann – IKT Service

Wenn Sie Aufgaben ausgewählt haben, die hohes Potential zur kognitiven Aktivierung haben, ist die Frage von zentraler Bedeutung, wie Sie als Lehrkraft sicherstellen können, dass das Potential zur kognitiven Aktivierung der ausgewählten Aufgaben auch bei möglichst vielen Lernenden realisiert wird?

Die große Herausforderung ist hier wieder die Balance. Natürlich ist es wichtig, dass die Lernenden aktiv und konstruktiv arbeiten,

Folie 3 die Inhalte vertieft durchdenken. Wenn dies nicht geschieht, kann man das am besten als eine Unterforderung beschreiben. Wenn die Anforderungen an die kognitiven Aktivitäten, die eigenständigen Konstruktionsleistungen, zu hoch werden, dann kann es aber auf der anderen Seite auch sein, dass ein mehr oder weniger großer Anteil der Lernenden überfordert wird. Diese Balance bezieht sich dabei natürlich nicht nur auf die Klasse als Ganzes, sondern vor allem auch auf die einzelnen Lernenden und auf relativ homogene Untergruppen von Lernenden in Ihrer Klasse.

Natürlich ist es relativ unrealistisch, dass Sie diese Balance jederzeit für alle Lernenden Ihrer Klasse im Detail begleiten und nachjustieren können. Sie sind also auf die Mithilfe Ihrer Lernenden angewiesen – auf deren selbstreguliertes Arbeiten mit Ihren Materialien. Deshalb ist es besonders wichtig, dass überhaupt Raum für selbstreguliertes Arbeiten geschaffen wird.

Dazu gehören Arbeitsaufträge, an denen auf unterschiedlichen Niveaus lernförderlich gearbeitet werden kann. Damit sind Arbeitsaufträge gemeint, die sowohl eine relativ niedrige Einstiegshürde haben, um überhaupt mit einem Thema, einem Problem oder einer Fragestellung vertraut zu werden – z. B. indem einfache Strategien oder informelles Vorwissen in wenig zielgerichteter Weise angewendet werden, die aber *auch* das Potential haben, die Lernenden zur weiteren Vertiefung anzuregen, zu einer zunehmend systematischeren Bearbeitung der Fragestellung. Hier liegt die Herausforderung bei Ihnen als Lehrkraft, passgenaue Aufträge zu stellen. Viele der Arbeitsaufträge aus den DigitUS-Materialien zur Mathematik sind Beispiele für solche Aufträge.

Das reicht aber natürlich nicht aus. Dass die Lernenden die Möglichkeit haben, immer weiter und vertiefter an den Inhalten zu arbeiten stellt ja nicht sicher, dass das auch geschieht. Als Lehrkraft haben Sie hier verschiedene Möglichkeiten: Sie können Lernende – gerade, wenn sie ihre Möglichkeiten für die Arbeit am Thema nicht ausschöpfen – immer wieder anregen und zum eigenständigen Arbeiten animieren, zum Beispiel indem Sie gezielt vertiefende Fragen stellen. Auf der anderen Seite gibt es aber auch Lernende, die für eine weitere Vertiefung des Themas doch noch Unterstützung brauchen. Auch hier können Impulse und Nachfragen hilfreich sein, um Lernende auf die relevanten Anteile der Aufgabenstellung hinzuweisen. In dieser Balance zwischen Unterstützung und Aktivierung ist die Aktivierung im Zweifelsfall natürlich die nachhaltigere Alternative – wenn sie von den Lernenden genutzt werden kann. Oft sind Zumuten und Zutrauen ein guter erster Schritt. Nachsteuern kann man später im Unterricht meist immer noch.

Aus der Forschung

Lernprozesse unterstützen

Quelle: V&V, Kroll, 1992, S. 107-108

Aus der Forschung

- **Potential für tiefe Verarbeitung bleibt im Unterricht ungenutzt.**
 - Komplexe Aufgaben werden in kleine Schritte „zerhackt“ (z.B. Treppenmodell)
 - Rolle der SchülerInnen reduziert sich auf „Schwächerchen“ für organisierte Fragen
- **Selbstreguliertes Arbeiten ist für Lernende anspruchsvoll.**
 - Realistische Ziele setzen, eigene Arbeitsmethoden trotz Schwierigkeiten aufrechterhalten
 - Planung, Überwachen und Bewerten des eigenen Vorgehens
 - Auswahl geeigneter Handlungsweisen, Strategien, Darstellungsformen,...
- **Plenumsphasen verharren oft in einem „show and tell“.**
 - Einschränkung auf vollständig korrekte Lösungen
 - Geringe Bandbreite von diskutierten Lösungsansätzen
 - Wenig Diskussion der fachlichen Prinzipien und Strategien hinter den Lösungen

Folie 4

Was wissen wir aus der Forschung über die Unterstützung von Lernprozessen im Unterricht? Selbst wenn Aufgaben mit hohem Potential zur kognitiven Aktivierung im Unterricht genutzt werden, bleibt dieses Potential in der Realität bekanntlich oft ungenutzt. Reichhaltige Aufgaben werden in kleine, eng geführte und recht triviale Kleinstteile zerlegt, sodass die SchülerInnen im Extremfall nur noch Stichworte in Lücken von Sätzen einfügen, die die Lehrkraft vorformuliert. Sie werden damit bevormundet und der Möglichkeit zum Durchdenken ihrer eigenen Ideen beraubt. Bauersfeld nennt das „Handlungsverengung durch Antworterwartung“.

Selbst wenn Lehrkräfte aber versuchen dies zu vermeiden und das Potential der Aufgaben wirklich an die Lernenden weiterzugeben, gibt es natürlich weitere Hürden. Selbstreguliertes Arbeiten ist anspruchsvoll, auch weil Lernende oft nicht damit rechnen, dass sie selbst an Fragestellungen arbeiten sollen oder etwas ausprobieren müssen, ohne von vorneherein zu wissen, ob das der eindeutige richtige, von der Lehrkraft beabsichtigte Lösungsweg ist. Dies erfordert eine gewisse Gewöhnung und auch Vertrauen, dass man sich darauf einlassen kann. Vor allem aber ist es wichtig, dass Lernende dabei unterstützt werden sich realistische Ziele zu setzen, ihr Vorgehen zu planen, den eigenen Fortschritt zu überwachen und das Vorgehen ggf. auch anzupassen. Besonders hilfreich ist es hier, Lernende bei der Wahl potenziell hilfreicher Problemlöse- und Lernstrategien oder auch bei der Wahl hilfreicher Darstellungsformen zu unterstützen.

Es ist ein ganz zentraler Schritt, die Ergebnisse der selbstregulierten Arbeitsphasen wieder zu einem Ganzen zusammenzufügen, falsche Ideen und Strategien zu diskutieren und als solche zu kennzeichnen, günstige Vorgehensweisen hervorzuheben und relevante Zusammenhänge herauszuarbeiten. In der Regel geschieht dies in Plenumsphasen. Studien zeigen jedoch, dass diese Phasen die Ideen der Lernenden oft nicht oder nur oberflächlich aufgreifen und dann möglichst schnell zu einem einzigen Vorgehen, das die Lehrkraft vielleicht auch im Hinterkopf hatte, übergehen. Dies zeigt sich darin, dass häufig zunächst zufällig ausgewählte Lösungen diskutiert werden („Wer möchte denn gerne seine Lösung vorstellen?“), und die inhaltliche Bandbreite dieser Lösungsansätze oft entsprechend gering ist. Ob diese Lösungsansätze dann wirklich das Potential, haben, die fachlichen Prinzipien und Strategien hinter den Lösungswegen noch einmal explizit zu diskutieren ist damit eher dem Zufall überlassen und kommt entsprechend oft zu kurz.

Kriterien

Lernprozesse unterstützen

Kriterien – Lernprozesse unterstützen beinhalten...

- **Raum für selbstreguliertes Arbeiten schaffen...**
...durch Aufgaben, die jedem Lernenden ein fachliches Herausgehen auf einem für ihn kognitiver Niveau ermöglichen
- **Selbstregulation anregen...**
...durch Hilfen bei der Planung, Überwachung, Anpassung und Reflexion des eigenen Arbeitens
- **Selbstregulation unterstützen...**
...soweit nötig durch gezielte, minimale, lebende Impulse, die kognitiver Aktivitäten anregen
- **Arbeitsergebnisse fachlich fruchtbar machen...**
...durch gezielte Auswahl, Diskussion und fachliche Einordnung von Arbeitsergebnissen

Folie 5

Individuelle Lernprozesse zu unterstützen, lässt sich durch folgende Kriterien beschreiben

- Anhand von Aufgaben und Aufträge sorgt die Lehrkraft, dass die Lernenden die Möglichkeit haben, auf der Basis ihres Vorwissens auf ihrem jeweiligen Niveau eigene Ideen zu einer Fragestellung zu entwickeln.
- Die Lernenden werden angeregt, dieses Potential zu nutzen. Viele Lernende brauchen besonders am Anfang eine Start- und Motivationshilfe, um sich auf diese neue Situation einzulassen. Es geht nicht nur darum etwas abzuspielen was vorgegeben ist, sondern darum – ggf. im Kleinen – eigene Ideen zu entwickeln.
- Wenn Lernende mit selbstreguliertem Arbeiten Schwierigkeiten haben, ist es Aufgabe der Lehrkraft Impulse und Fragen zu finden, die den Lernenden helfen weiter selbst an der Fragestellung zu arbeiten, *ohne* ihnen die wesentliche Arbeit abzunehmen.
- Eine erfolgreiche Begleitung von Lernprozessen erkennt man auch daran, dass die Ergebnisse – mit ihren korrekten und fehlerhaften Anteilen – dann auch gezielt ausgewählt werden, um eine fachliche Einordnung der Ergebnisse und eine reichhaltige gemeinsame Diskussion über die Inhalte zu gestalten.

Herausforderungen im Unterricht

Lernprozesse unterstützen

Herausforderungen im Unterricht bewältigen

- Selbstregulierte Lernprozesse unterstützen birgt Herausforderungen für die Lehrkraft:
- **Heterogenität der Lernenden**
Raum für selbstreguliertes Arbeiten schaffen
 - **Balance zwischen Unter- und Überforderung justieren**
Selbstregulation anregen und unterstützen
 - **Ergebnisse produktiv nutzen**
Arbeitsergebnisse fachlich fruchtbar machen

Folie 6

Wir sehen, dass das für Sie als Lehrkraft verschiedene Herausforderungen beinhaltet: Für eine heterogene Gruppe von Lernenden gilt es in der Unterrichtsplanung die Voraussetzungen für individuell anspruchsvolles aber auch realistisch leistbares selbstreguliertes Arbeiten zu schaffen. Im Unterricht selbst muss die Balance zwischen Über- und Unterforderung immer wieder neu justiert werden. Die Ergebnisse der selbstregulierten Arbeitsphasen sind dann im Unterricht auch produktiv zu nutzen.

Material

[Didaktische Erläuterungen zur Aktivität](#)
[Link zur Aktivität](#)

Kriterien – Raum für selbstreguliertes Arbeiten schaffen

Lernprozesse unterstützen

Kriterien – Raum für selbstreguliertes Arbeiten schaffen

- **Herausforderung: Heterogenität der Lernenden.**
Lernende haben verschiedene Voraussetzungen...
...müssen daher denselben Arbeitsauftrag auf unterschiedliche Art und Weise
- **Lösungsansatz: "Natürliche Differenzierung"**
„Man betrachtet die [die Heterogenität] als eine Not, und aus dieser Not will ich eine Tugend machen, jedoch mit dem Unterschied, daß die Schüler nicht weinern, sondern miteinander an gleichem Gegenstand auf verschiedenen Stufen tätig sind.“ (Freudenthal)
- **Ziel: Arbeitsaufträge...**
die ermöglichen, dass Lernende mit unterschiedlichen Lernvoraussetzungen...
...ein selbstreguliertes...
...aber auf unterschiedlichen Niveaus arbeiten...
...die ihnen jeweils Lerngegenstände basierend auf ihrem Niveau eröffnen...
...und einen Austausch über verschiedene Vorgehensweisen anregen

Folie 7

Zur ersten Herausforderung: Lernende bringen unterschiedliche Lernvoraussetzungen mit, und deshalb werden Sie mit ihren Aufträgen auch sehr unterschiedlich umgehen. Das ist nicht zu vermeiden. Die Frage ist, wie Sie sicherstellen, dass trotzdem für alle Lernenden eine tiefe Verarbeitung der Inhalte stattfindet.

Hans Freudenthal, ein bekannter Mathematikdidaktiker der 70er und 80er Jahre, hat als Lösungsansatz eine sogenannte „natürliche Differenzierung“ vorgeschlagen. „Man betrachtet das [die Heterogenität] als eine Not, und aus dieser Not will ich eine Tugend

machen, jedoch mit dem Unterschied, daß die Schüler nicht neben-, sondern miteinander am gleichen Gegenstand auf verschiedenen Stufen tätig sind.“ (Freudenthal 1978, S. 166f) Wichtig ist hier: am gleichen Gegenstand. Es geht nicht darum, für jeden Lernenden ein eigenes Unterrichtsangebot zu machen. Das ist (noch) nicht realistisch. Es geht darum, die Arbeit am Gegenstand so zu organisieren, dass alle Lernenden auf ihrem Niveau lernförderlich arbeiten können.

Entsprechend fordert Freudenthal, dass gute Arbeitsaufträge eben Lerngelegenheiten auf unterschiedlichen Niveaus ermöglichen sollen, und so auch einen Austausch über verschiedene, mehr oder weniger komplexe, elegante, naheliegende Vorgehensweisen anregen sollen.

Beispiel: Raum für selbstreguliertes Arbeiten schaffen

The screenshot shows a digital workspace for a math problem. On the left, there are navigation buttons: 'Lernprozess unterstützen', 'Raum für selbstreguliertes Arbeiten schaffen - Beispiel', 'Zurück', 'Weiter', and 'Hilfe'. The main area contains the task text: 'Eine Schulkasse braucht jeden Tag fünf Blätter um hier zwei Raupen zu füttern. Wie viele Blätter werden ungefähr Tag für 12 Raupen brauchen?'. Below the task, three student solutions are displayed: 'Janine' (calculating 5 leaves for 2 caterpillars, then 10 for 4, 15 for 6, etc.), 'Jason' (multiplying 5 by 12 to get 60), and 'Melissa' (a table showing 5 leaves for 2 caterpillars, 10 for 4, 15 for 6, 20 for 8, 25 for 10, and 30 for 12).

Folie 8

Diese Aufgabe zu Proportionalitäten aus einer Studie von Mary K. Stein ist beispielsweise für die Jahrgangsstufe 4 und auch noch am Anfang der Jahrgangsstufe 5 durchaus anspruchsvoll. Es geht darum, dass eine Schulklasse jeden Tag fünf Blätter braucht um zwei Raupen zu füttern. Die die Frage ist nun, wie viele Blätter 12 Raupen bräuchten.

Das ist keine wirklich anspruchsvolle Modellierungsaufgabe, aber gut geeignet, um einen Einstieg in Strategien zu proportionalen Zusammenhängen zu bekommen. Die Aufgabe zeichnet sich dadurch aus, dass Lernende zu diesem Zeitpunkt - je nach dem welches Vorwissen sie haben und aktivieren und wie sie sich die Situation strukturieren - durchaus sehr verschiedene Lösungswege generieren können.

- Janine rechnet beispielsweise über eine Einheit: Wie viel braucht eine Raupe am Tag?
- Jason löst die Aufgabe durch geschicktes Vervielfachen in Zwischenschritten.
- Melissa zeigt eine Vorform der Strategie von Jason. Es ist die gleiche Idee, aber hier durch wiederholtes Addieren in einer Tabelle umgesetzt, statt mit einer Multiplikation.

Auf Basis dieser Wege kann in einer Diskussion der Weg von einfachen, additiven Strategien hin zu Strategien mit Hilfe der Vervielfachungseigenschaft thematisiert werden.

Kriterien - Selbstregulation anregen und unterstützen

Lernprozesse unterstützen

10/17/18 4.8.2018

Kriterien - Selbstregulation anregen und unterstützen

- **Herausforderung: Die Balance...**
...zwischen Überforderung und Unterforderung der Lernenden.
- **Lösungsansatz: Prozessunterstützung (Scaffolding)**
Unterstützung durch die Lehrkraft, die die Lernenden ermöglichen einen Auftrag zu bearbeiten...
...aber dennoch ausreichend tiefe Verarbeitung für Lernprozesse sicherzustellen.
- **Lernförderliche Prozessunterstützung ist...**
...entlich beschränkt und so gering wie nötig.
...denn! Ausgerechnet, dass Lernenden möglichst viel Verantwortung für den Arbeitsfortschritt zu übertragen.
...in das Können der Lernenden angepasst.

Folie 9

Die zweite Herausforderung mit der Balance ist anderer Natur. Hier geht es darum, wie Sie als Lehrkraft im Unterricht in Interaktion mit den Lernenden agieren, während die Lernenden möglichst selbstständig an einem Auftrag arbeiten. Als Lösung wird hier das sogenannte „Scaffolding“ diskutiert. Es geht darum, dass die Lehrkraft eine Art „Gerüst“ schafft, mit dem die Lernenden Aufgaben so selbstständig wie möglich bearbeiten können, die sie ohne Hilfe nicht bewältigen würden. Wichtig ist, dass das Scaffolding ein aktives Arbeiten an der Aufgabe ermöglicht und anregt - und es eben nicht überflüssig macht.

Eine solche Förderung von Lernprozessen sollte so gering wie möglich und zeitlich beschränkt sein, um die Lernenden nicht aus ihrer Verantwortung für das eigene Lernen zu entlassen. Außerdem sollte sie angepasst sein an das, was die Lernenden nicht selbst leisten können bzw. eben schon selbst leisten sollten.

Beispiel: Selbstregulation anregen und unterstützen

Lernprozesse unterstützen

Selbstregulation anregen und unterstützen - Beispiel

Vertikale Ebene	schwer, problematisch	Mäßig, aber orientiert	Wenig, stagnierend
Aufgabenanforderungen	[zu] einfach	entsprechend, aber realistisch	[zu] schwer
Externe Steuerung	[zu] hoch	passend	[zu] gering
Reaktion der Lehrkraft	Weniger Steuerung Zusätzlicher Anspruch	Optimale Anforderungen, tiefe Verarbeitung	Vertikalem Lernenden zusätzliche Steuerung
Inhalts Ebene	Kannst Du das noch machen? Welche Lösung hast Du? Denn eine Woche am Tag?	Lösungsweg , realistisches Wissen...	Wohin werden denn die vier Pfeiler am Tag stehen...?
Strategische Ebene Selbstregulation unterstützen	Ist das der einzige Lösungsweg?	Strategisches Vorgehen	Kannst Du erklären, was erwartete Aufgaben mean- de Du bist?
Regulatorische Ebene Selbstregulation anregen	Wie hast dich an diesem Vorgehen bewehrt? Wie- wofür man besser machen?	Selbstregulation , Motivation	Was wäre ein guter nächster Schritt, um mit der Aufgabe zu arbeiten?

10/17/18 4.8.2018

Folie 10

Wie lässt sich ein solches Scaffolding nun gestalten? Im ersten Schritt ist es wichtig, dass Sie sich als Lehrkraft bei einem gegebenen Arbeitsauftrag einen groben Eindruck vom Fortschritt einzelner Lerngruppen oder Lernender verschaffen. Der Hebel, an dem Sie steuern können, sind die Anforderungen der Aufgabe, aber auch dadurch wie stark Sie die Lernenden durch Ihre Impulse extern steuern.

Wenn die Lernenden über längere Zeit kaum Fortschritte in Bezug auf das Ziel des Auftrages machen, und ggf. auch drohen die Motivation zu verlieren, dann spricht das für zu hohe Aufgabenanforderungen und zu geringe externe Steuerung. Wenn die Lernenden schnell und problemlos durch die Aufgabe eilen, dann spricht das für zu niedrige Anforderungen und ggf. zu hohe externe Steuerung. Hier ist Potential für mehr Aktivierung. Optimal erscheint ein langsamer, durchaus angestrebter, aber für die Lernenden erkennbarer Fortschritt, der für herausfordernde, aber realistische Anforderungen und eine passende externe Steuerung spricht.

Es ist klar, wie Sie als Lehrkraft reagieren können: Bei Unterforderung würde man die externe Steuerung zurücknehmen und ggf. den Anspruch der Aufgabe erhöhen. Bei Überforderung ist es zunächst einmal gut den Lernenden ihre Fortschritte zurückzumelden: Was läuft gut und sollte weiterverfolgt werden? Wenn Sie als Lehrkraft ein wenig externe Steuerung übernehmen, ohne die Aufgabe gleich selbst zu lösen, kann auch dies aktives Arbeiten am Thema wieder möglich machen. Die letzte Option ist natürlich den Arbeitsauftrag zu vereinfachen - bestenfalls ohne den Kern der Sache aus dem Blick zu verlieren.

Diese Reaktion kann nun auf verschiedenen Ebenen erfolgen:

- Auf der *Inhaltsebene* geben Sie Hinweise zu möglichen Lösungswegen oder relevantem Wissen, das genutzt werden sollte. Den Anspruch erhöhen könnte man durch das Einfordern bestimmter alternativer Lösungswege, hier über die Multiplikation - wenn schon ein Lösungsweg gefunden ist. Ist noch kein Lösungsweg gefunden, würde ein ähnlicher Impuls den Anspruch eher reduzieren und einen expliziten Hinweis auf eine mögliche Lösungsstrategie geben.
- Auf der *strategischen Ebene* geht es darum, den Lernenden Problemlösestrategien an die Hand zu geben, die zunächst keine Hinweise auf den konkreten Lösungsweg oder das anzuwendende Wissen geben. Hier könnte die Frage nach weiteren Lösungswegen auch ohne Hinweis gestellt werden, um aktive Verarbeitung wieder zu initiieren. Auf der anderen Seite wäre ein Hinweis auf das Nutzen von Analogien zu anderen Aufgaben eine externe Steuerung, um stagnierende Problemlöseprozesse etwas anzuschieben.
- Auf der *Ebene der Regulation* geht es gar nicht mehr um das konkrete Vorgehen, sondern darum die Lernenden dazu anzuregen über ihr eigenes Lernen und Arbeiten nachzudenken. Wenn der Fortschritt sehr schnell erfolgt, kann beispielsweise eine Reflexion der Ursachen für den Erfolg hilfreich sein. Wenn die Arbeit stagniert, kann es ggf. gut sein, eine kurze Phase zur Planung des eigenen Vorgehens anzuregen.

Es ist klar, dass Reaktionen auf der strategischen Ebene und der Ebene der Regulation mehr Verantwortung bei den Lernenden lassen und mehr Raum für eigenständiges, aktives Arbeiten an den Inhalten lassen, als Reaktionen auf der inhaltlichen Ebene. Aber sie setzen ein gewisses inhaltliches Wissen sowie Erfahrungen im selbstregulierten Arbeiten voraus. Deshalb gilt auch hier: Impulse sollten den Lernenden weiterhelfen, lernförderlich an der Aufgabe zu arbeiten, jedoch so wenig inhaltliche Unterstützung beinhalten wie dafür nötig ist. Dieses Modell sieht komplexer aus, als es ist. Die Frage ist eher, wann man das im Unterricht auch wirklich umsetzt.

Kriterien - Arbeitsergebnisse fachlich nutzbar machen

Lernprozesse unterstützen			
Kriterien - Arbeitsergebnisse fachlich nutzbar machen			
<ul style="list-style-type: none"> • Herausforderung: Ergebnisse produktiv nutzen... ...indem nicht nur „die eine korrekte Lösung“ (desem freiwillig) vorgestellt wird, ...sondern Lösungswege der Lernenden gezielt zur Vertiefung fachlicher Ideen genutzt werden. • Lösungsansatz: Lösungswege gezielt nutzen 			
vorher	während der Bearbeitung in Gruppen/Erstarbeiten	anordnen	verknüpfen
antizipieren Was könnte kommen? Welche Strategien und Lösungswege? Welche Fehler? Wie denn hat sich das kompetent?	beobachten Wie kann die Fall dazu? Welche Funktionen stecken darin? Was hat Potenzial für einen vertikalisierten Austausch? ...	auswählen Wofür diskutiert? Wie hat Potenzial für einen vertikalisierten Austausch? ...	anordnen Was zusammen? Was einzeln? Wie kann ich einen Austausch über diese Lösungswege auf? ...
	nachdiskutieren Bilanz ziehen über- und -übertragung		verknüpfen Verknüpfung und -diskussion Welche Idee durch dieses? Was sind die strategische und Gedankens-Bezüge?

Folie 11

Das ist auch eng mit der dritten Herausforderung verknüpft. Sehen wir uns diese näher an. Es geht dabei darum, im Unterricht Arbeitsergebnisse aus selbstregulierten Arbeitsphasen gezielt für das Unterrichtsgespräch nutzbar zu machen. Dafür reicht es nicht aus, wenn eine „Freiwillige“ ihre Lösung vorstellt - hoffentlich die beabsichtigte, bestenfalls aber eine korrekte. Wichtig ist, dass eine Bandbreite von Lösungswegen diskutiert wird, um einerseits die Gedanken möglichst vieler Lernender auch fachlich einzuordnen, andererseits auch um ein inhaltlich reichhaltiges Gespräch

gestalten zu können. Nun kann man natürlich nicht alle Lösungswege im Detail vorstellen, das ist klar.

Stein et al. schlagen deshalb ein anderes Vorgehen vor, um solche Diskussionsphasen vorzubereiten.

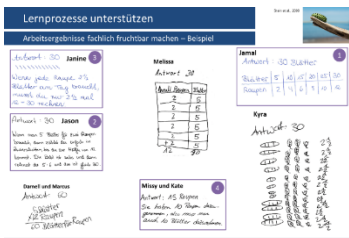
In der Vorbereitung geht es darum, Lösungswege der Lernenden zu antizipieren. Welche Ideen werden die Lernenden haben? Welche Wege würde ich gerne diskutieren? Welche Fehler sind zu erwarten? Worauf muss ich achten?

Wichtig ist, dass Lösungswege der Lernenden bereits während der Arbeitsphase beobachtet werden: Wie gehen die Lernenden vor? Was steckt da fachlich drin? Was kann man daran illustrieren? Richtiges? Falsches?

Parallel dazu sollte die Lehrkraft aber auch schon entscheiden: Welche Lösungswege sollen später vorgestellt werden? Welche haben Potential für einen reichhaltigen Austausch? Das kann ein einfacher Zettel sein, auf dem Sie sich Namen notieren, oder sie fotografieren die aktuellen Lösungen der Lernenden schonmal mit dem Handy ab und projizieren diese dann später.

Letztlich macht es Sinn, sich Gedanken darüber zu machen in welcher Reihenfolge die Lösungswege im Plenum diskutiert werden sollen. Wie kann ich eine gute Diskussion aufbauen, z. B. von einfachen zu komplexeren Strategien? So ist man in der anschließenden Plenumsphase vorbereitet, um die Diskussion sinnvoll zu gestalten. Sie können Lösungswege gezielt präsentieren lassen (oder selbst präsentieren), diese von den Lernenden erklären und analysieren lassen. So schaffen Sie Potential für eine reichhaltige Diskussion.

Jetzt sehen Sie vielleicht auch, wo Platz für das Nachsteuern bleibt. Wenn Sie die Lösungswege Ihrer Lernenden ohnehin beobachten, dann können Sie auch im Prozess entsprechende Hinweise geben, um die Balance zwischen Über- und Unterforderung wieder herzustellen. Hier findet das seinen ganz natürlichen Platz.



Folie 12

Wie könnte das bei unserer Blattaufgabe aussehen? Die Lösungen von Jason, Melissa und Janine haben wir ja schon gesehen.

Sie beobachten zum Beispiel, dass Kyra die Aufgabe durch eine Zeichnung gelöst hat. Man sieht die Raupen und jeweils zwei Blätter und ein halbes. Aber sie hat auch schon die 2 ½ Blätter pro Raupe als Zahl aufgeschrieben, und dann irgendwie die Anzahl der Blätter bestimmt. Das ist sicher eine Strategie, die man diskutieren könnte: Wie ist Kyra auf die 2 ½ Blätter pro Raupe gekommen? Aber beobachten Sie erst einmal weiter.

Missy und Kate haben gesehen, dass es 10 Raupen mehr sind und gefolgert, dass es dann auch 10 Blätter mehr sind. Das ist ein typischer Fehler bei Proportionalitäten, anstelle der multiplikativen Struktur wird eine additive gewählt. Ach ja, und dann ist da noch

ein Schreibfehler in der Antwort: Es müssten wohl 15 Blätter sein, nicht Raupen.

Darnell und Marcus haben einen anderen Fehler gemacht, sie haben anscheinend 5 Blätter für eine Raupe angenommen. Jamal nutzt eine Tabelle, um die Lösung schrittweise durch „immer zwei Raupen mehr“ zu bekommen.

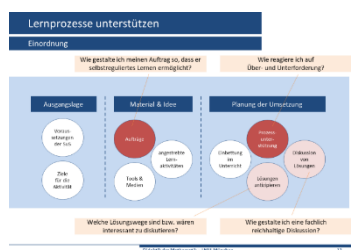
Welche Lösungen könnte man jetzt für eine Diskussion auswählen? Jasons Strategie, weil es eine wirklich sehr schöne, exemplarische Lösung ist. Die von Missy and Kate, weil es einfach eine ganz typische Fehlstrategie ist. Jamals Lösung, weil es eigentlich eine Vorform von Jasons Lösung ist. Und Janines Vorgehen, weil es eine Standardstrategie ist, die man weit anwenden kann.

Und in welcher Reihenfolge könnte man das diskutieren? Eine Möglichkeit wäre so: Zuerst die Lösung von Jamal, weil es die elementarste Strategie und somit am einfachsten zugänglich ist. Als nächstes die von Jason, weil es eigentlich dasselbe ist, nur eleganter. Danach beispielsweise die von Janine, weil es noch einmal eine etwas komplexere Variante von Jason ist, aber eben verallgemeinerbar. Dann könnte man nach einem Strategievergleich fragen: Wo sind Gemeinsamkeiten zu erkennen, wo Unterschiede?

Am Ende könnte die Lösung von Missy und Kate diskutiert, ggf. von der Lehrkraft eingebracht werden. Hier könnte man nach Unterschieden zwischen diesem Vorgehen und dem Vorgehen bei den Strategien zuvor fragen. Woran sieht man hier, dass das Addieren nicht richtig sein kann (z. B., weil Raupenanzahlen und Blätteranzahlen zusammengerechnet werden, was für die Frage wenig Sinn macht)?

So könnte das gehen. Es geht sicher auch anders. Es ist nicht zielführend, *alle* Strategien zu diskutieren oder gar im Detail zu analysieren. Das geht umso leichter, je besser man vorbereitet ist. **Wichtig ist**, dass man am Ende eine reichhaltige Diskussion mit und auch zwischen den Lernenden gestalten kann.

Einordnung in das Modell zur Analyse von Lernaktivitäten



Folie 13

Wir ordnen diese Inhalte zum Unterstützen von Lernprozessen wieder in unser Modell zu Lernaktivitäten ein. Wieder haben wir gesehen, wie wichtig es ist, Aufträge zu gestalten, die von allen Lernenden auf ihrem jeweiligen Niveau lernförderlich bearbeitet werden können. In den DigitUS-Materialien finden Sie weitere Beispiele dafür. Ganz zentral ist zum einen, wie Sie Ihre Lernenden im Prozess unterstützen, zum anderen aber auch, wie Sie sie beobachten. Dafür ist es in jedem Fall enorm hilfreich, wenn Sie sich bereits bei der Unterrichtsvorbereitung überlegen, welche Lösungswege, Strategien und Gedanken von den Lernenden kommen könnten – sowohl richtige als auch fehlerhafte. Je besser Sie darauf

vorbereitet sind, desto besser können sie eine reichhaltige Diskussion anhand der gesammelten Ideen der Lernenden gestalten.

Anwendung

Folien 14-16

Auf der Folie 14 findet sich eine Lernaktivität, die mit den Arbeitsaufträgen auf den beiden darauffolgenden Folien analysiert werden kann. Zwischen den beiden Analyseaufträgen kann je nach Bedarf ausgewählt werden. Die Aufträge auf Folie 15 haben zum Ziel, zu analysieren, wie im Rahmen der dargestellten Lernaktivität selbstreguliertes Lernen angeregt und unterstützt werden kann. Die Arbeitsaufträge auf Folie 16 beziehen sich auf die Nutzung digitaler Werkzeuge, um selbstreguliertes Arbeiten in diesem Kontext anzuregen und zu unterstützen.

Lösungshinweise finden sich in den Materialien zu den Aktivitäten.

Material

[Vorlage zur Bearbeitung des Arbeitsauftrags](#)

Phase 6: Eigene Aktivität - Kognitive Aktivierung im Unterricht umsetzen

Ziele Die Lehrkräfte wenden die erarbeiteten Inhalte der vorherigen Phasen auf den eigenen Unterricht mit digitalen Werkzeugen an.

Material Folien

Zusammenfassung In dieser Phase wird für die „Stunde 3“, welche zwischen dem vierten und fünften Fortbildungstag im Unterricht gehalten wird (vgl. Interimsziele Tag 3), eine eigene Lernaktivität (oder die gesamte Stunde) geplant. Dabei ist es möglich sich auf bestimmte Aspekte der kognitiven Aktivierung zu fokussieren.

	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag	Zwischenzeit	5. Tag
Stunde 3	Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion

Je nach Zeitplanung ist es sinnvoll, dass sich die Kleingruppen die Ergebnisse des Arbeitsauftrages gegenseitig kurz vorstellen und diskutieren können. Zudem sollten am fünften Fortbildungstag die bei der gehaltenen Stunde gesammelten Erfahrungen der Lehrkräfte aufgegriffen werden.

7. Phase: Reflexion – Potenziale digitaler Werkzeuge für die kognitive Aktivierung

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Die Mitglieder der Lerngemeinschaft tauschen sich über die Vorteile von digitalem Medieneinsatz bei der Umsetzung der kognitiven Aktivierung aus.

Material [Folien](#)

Mögliche Aufgaben Diskussion: Kognitive Aktivierung und digitale Medien:
 - „Welche Rolle können digitale Medien bei der kognitiven Aktivierung spielen?“
 „Worin besteht für mich die größte Herausforderung, digitale Medien kognitiv aktivierend einzusetzen?“

Zusammenfassung Nachdem die Lerngemeinschaften in den fachspezifischen Kleingruppen gearbeitet haben, bietet sich hier eine Möglichkeit an, die Gruppen wieder zusammenzuführen. Wenn sich dabei die Fachgruppen über die zuvor erarbeiteten Inhalte austauschen, werden sie zwischen den Fächern Unterschiede in der Umsetzung der kognitiven Aktivierung bemerken. Es könnte sich als spannend erweisen, diese herauszuarbeiten. Wichtig wäre es dabei, auf die teilweise unterschiedliche Verwendung von didaktischen Fachbegriffen aufmerksam zu machen. Diskutieren Sie anschließend mit Ihrer Lerngemeinschaft die oben gestellten Fragen im Hinblick auf den (zukünftigen) Unterricht.

8. Phase: Technical Recap

Gesamte Lerngemeinschaft

Inhalte Reflexion der technischen Hürden des Fortbildungstags.

Arbeitsaufträge Berichten Sie von technischen Problemen, ...
 - ... die im Laufe des Kurstages aufgekommen sind.
 - ... die Sie bei der Umsetzung im Unterricht erwarten.
 - ... die Sie in Ihrer Unterrichtsvorbereitung erwarten.
 Entwickeln Sie in Ihrer Lerngemeinschaft Lösungsstrategien.

Zusammenfassung In dieser Phase geht es darum, technische Schwierigkeiten zur Sprache zu bringen. Der inhaltliche Hauptfokus des Tages lag auf fachdidaktischen Aspekten. Trotzdem ist funktionierende Technik eine notwendige Voraussetzung, um lernförderlichen Unterricht mit digitalen Medien zu gestalten. In dieser Phase können und sollen sowohl technische Probleme im Laufe des Fortbildungstags als auch antizipierte oder erlebte technische Probleme im Unterricht thematisiert und gemeinsame Lösungsstrategien erarbeitet werden. Schwierigkeiten, bei denen Lösungen direkt diskutiert werden können, sollten direkt adressiert werden. Es kann jedoch auch notwendig sein, bestimmte Themen in einem längerfristigen Prozess gemeinsam anzugehen. Dies kann im Rahmen von Interimszielen in der Zeit bis zum nächsten Fortbildungstag oder auch als Programmpunkt für den nächsten Fortbildungstag geschehen.

Phase 9: Formulierung der Interimsziele

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Interimsziele für die Zeit bis zum nächsten Fortbildungstag werden definiert; wenn nötig werden individuelle Aufgaben zur Nachbereitung dieses Fortbildungstags und Vorbereitung des nächsten Fortbildungstages verteilt.

Material [Folien](#)

Arbeit an den Unterrichtsstunden Die an diesem Fortbildungstag erarbeiteten Lernaktivitäten der „Stunde 3“ (vgl. auch Ablaufschema auf Seite 11), sollen zwischen den vierten und fünften Fortbildungstag im Unterricht umgesetzt werden. Falls noch weitere Planung dafür nötig ist oder kollegiale Hospitationen angedacht sind, kann dies hier organisiert werden.

	2. Tag	Zwischenzeit	3. Tag	Zwischenzeit	4. Tag	Zwischenzeit	5. Tag
Stunde 3			Thema festlegen	Planung fixieren	gemeinsame Arbeit	Stunde halten	gemeinsame Reflexion

Phase 10: Abschluss des Tages

Gesamte Lerngemeinschaft

Ziele Präsentation und Austausch über die Arbeit am vierten Fortbildungstag. Organisation des fünften Fortbildungstags.

Material [Folien](#)

Mögliche Aufgaben Austausch: Was habe ich heute mitgenommen? Welche Fragen sind offen geblieben? Wie geht es jetzt weiter?

Zusammenfassung In dieser Phase solle noch einmal ein kurzer abschließender Blick auf diesen Fortbildungstag geworfen werden. Dabei können insbesondere die obenstehenden Fragen thematisiert werden. Zudem können organisatorische Aspekte besprochen werden, z. B. zur Planung des nächsten Fortbildungstags.

Literatur

- Acevedo Nistal, A., Van Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J. & Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: a critical review. *ZDM*, 41(5), 627-636.
- AG Digitale Basiskompetenzen: Becker, S., Bruckermann, T., Finger, A., Huwer, J., Kremser, E., Meier, M., Thoms, L. T., Thyssen, C. & von Kotzebue, L. (2020). Orientierungsrahmen Digitale Kompetenzen Lehramtsstudierender der Naturwissenschaften DiKoLAN. In S. Becker, J. Meßinger Koppelt & C. Thyssen (Hrsg.). *Digitale Basiskompetenzen eine Orientierungshilfe und Praxisbeispiele für die naturwissenschaftliche Lehramtsausbildung*. Joachim Herz Stiftung, 14 43.
- Bauersfeld, H. (1978). Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antwortervartung. In: H. Bauersfeld (Hg.): Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Festschrift für Walter Breidenbach zum 85. Geburtstag. Schroedel, S. 158-180.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. & Tsai, Y.M. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180.
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380-400.
- Chi, M. T. H. (2009). Active-Constructive-Interactive: A conceptual framework for differentiating learning activities. *Topics in Cognitive Science*, 1, 73-105.
- Chi, M. T., & Wylie, R. (2014). The ICAP framework: Linking cognitive engagement to active learning outcomes. *Educational Psychologist*, 49 (4), 219 243.
- de Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement*. Springer.
- de Jong, T., & Ferguson-Hessler, M.G.M. (1996). Types and qualities of knowledge. *Educational Psychologist*, 31(2), 105-113.
- Dębowska, E., Girwidz, R., Greczyło, T., Kohnle, A., Mason, B., Mathelitsch, L., Melder, T., Michelini, M., Ruddock, I. & Silva, J. (2013). Report and recommendations on multimedia materials for teaching and learning electricity and magnetism. *European Journal of Physics*, 34(3), 47-54.
- Drollinger-Vetter, B. (2011). Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht. Waxmann.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103- 131.
- Ergönenc, J., Neumann, K., & Fischer, H.E. (2014). The impact of pedagogical content knowledge on cognitive activation and students learning. In H.E. Fischer, P. Labudde, K. Neumann, & J. Viiri (Hrsg.), *Quality of instruction in physics* (S. 145-160). Waxmann.

- Fauth, B., & Leuders, T. (2018). *Kognitive Aktivierung im Unterricht*. Landesinstitut für Schulentwicklung (LS).
- Förtsch, C., Werner, S., Dorfner, T., von Kotzebue, L., & Neuhaus, B.J. (2017). Effects of cognitive activation in biology lessons on students' situational interest and achievement. *Research in Science Education*, 47(3), 559-578.
- Förtsch, C., Werner, S., von Kotzebue, L., & Neuhaus, B.J. (2018). Effects of high-complexity and high-cognitive-level instructional tasks in biology lessons on students' factual and conceptual knowledge. *Research in Science & Technological Education*, 36(3), 353-374.
- Freudenthal, H. (1977). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Bde. 1 und 2.
- Freudenthal, H. (1978). Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht.
- Gagatsis, A., & Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology*, 24, 645-657.
- Girwidz, R. (2012). Vortrag zum Multimediaeinsatz im Physikunterricht. http://www.didaktikon-line.physik.uni-muenchen.de/physik_multimedia/vortr/6_muenchen_LFB_2012_out.pdf (Aufgerufen am 18.02.2021).
- Heemsoth, T. (2015). Ein Fall für die BEBA-Strategie. Fehlern auf den Grund gehen und Verständnis stärken. *Mathematik lehren*, 191, 20-24.
- Heemsoth, T., & Heinze, A. (2016). Secondary school students learning from reflections on the rationale behind self-made errors: A field experiment. *The Journal of Experimental Education*, 84(1), 98-118.
- Heinze, A., Star, J., & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 41, 535-540.
- Heinze, A., Ufer, S., Rach, S., Reiss, K. (2011). The Student Perspective on Dealing with Errors in Mathematics Class. In: E. Wuttke, J. Seifried (Hrsg.), *Learning from errors at School and Work* (S. 65-79). Barbara Budrich.
- Helmke, A. (2014). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Klett.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Bogard Givvin, K., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Miu-Ying Chui, A., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P., Stigler, J. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*. US Department of Education. National Center for Education Statistics.
- Hillmayr, D., Ziernwald, L., Reinhold, F., Hofer, S. I., & Reiss, K. M. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 153, 103897.
- Jatzwauk, P., Rumann, S., & Sandmann, A. (2008). Der Einfluss des Aufgabeneinsatzes im Biologieunterricht auf die Lernleistung der Schüler - Ergebnisse einer Videostudie. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 14, 263-283.
- Jordan, A., Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M. & Kunter, M. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(2), 83-107.

- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., Löwen, K., Brunner, M. & Kunter, M. (2006). *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben*. Materialien aus der Bildungsforschung. Berlin: Max-Planck-Institut.
- Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Hrsg.), *Research agenda for mathematics education: Vol. 4. Research issues in the learning and teaching of algebra* (S. 167-194). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kleine, M., Jordan, A., & Harvey, E. (2005). With a focus on 'Grundvorstellungen' Part 1: a theoretical integration into current concepts. *ZDM*, 37(3), 226-233.
- Klieme, E., Lipowsky, F., Rakoczy, K., & Ratzka, N. (2006). Qualitätsdimensionen und Wirksamkeit von Mathematikunterricht: Theoretische Grundlagen und ausgewählte Ergebnisse des Projekts „Pythagoras“. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule: Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (S. 127-146). Waxmann.
- Klossek, J. (2019). Das ICAP-Modell. <https://digitales-klassenzimmer.org/icap-modell/> (Aufgerufen am 18.02.2021).
- KM Bayern (2016). Digitale Bildung in Schule, Hochschule und Kultur. Die Zukunftsstrategie der Bayerischen Staatsregierung. http://www.km.bayern.de/download/13284_stmbw_digitalebildung_2016.pdf (Aufgerufen am 15.02.2021).
- KM Bayern (2020). Kompetenzrahmen zur Medienbildung an bayerischen Schulen. <https://www.me-bis.bayern.de/infportal/konzepte/kompetenzrahmen/> (Aufgerufen am 29.09.2021)
- Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S., & Neubrand, M. (Hrsg.) (2013). *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers: Results from the COACTIV project*. Springer.
- Kunter, M., Klusmann, U., Dubberke, T., Baumert, J., Blum, W., Brunner, M., et al. (2007). Linking aspects of teacher competence to their instruction: Results from the COACTIV project. In M. Prenzel (Hrsg.), *Studies on the educational quality of schools: The final report on the DFG priority programme* (S. 39-59). Waxmann.
- Lem, S., Onghena, P., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2017). Using refutational text in mathematics education. *ZDM*, 49(4), 509-518.
- Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review*, 22, 215-243.
- Lipowsky, F., Rakoczy, K., Pauli, C., Drollinger-Vetter, B., Klieme, E., & Reusser, K. (2009). Quality of geometry instruction and its short-term impact on students' understanding of the Pythagorean Theorem. *Learning and Instruction*, 19(6), 527-537.
- Löwen, K., Baumert, J., Kunter, M., Krauss, S., & Brunner, M. (2013). The COACTIV research program: Methodological Framework. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss, & M. Neubrand (Hrsg.), *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers: Results from the COACTIV project* (S. 79-96). Springer.
- Moyer-Packenham, P. S. & Westenskow, A. (2013). Effects of Virtual Manipulatives on Student Achievement and Mathematics Learning. *International Journal of Virtual and Personal Learning Environments*, 4(3), 35-50.

- National Center for Education Statistics (2006). *Teaching Science in Five Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*. <http://timssvideo.com/sites/default/files/TIMSS%201999%20Science%20Report.pdf>. (Aufgerufen am 19.05.2015).
- Neuhaus (in Druck). Auswahl und Verknüpfung der Lerninhalte. In H. Gropengießer, U. Harms, U. Kattmann (Hrsg.), *Fachdidaktik Biologie*, 13. Auflage. Aulis Verlag.
- Nistal, A. A., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2014). Improving students' representational flexibility in linear-function problems: an intervention. *Educational Psychology*, 34(6), 763-786.
- Oser, F., & Spychinger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft. Zur Theorie der Fehlerkultur und zur Praxis des Negativen Wissens. Weinheim: Beltz.
- Ostermann, A., Lindmeier, A., Härtig, H., Kampschulte, L., Ropohl, M., & Schwanewedel, J. (2021). Mathematikspezifische Medien nutzen. Was macht den Unterschied-Lehrkraft, Schulkultur oder Technik?. *Die Deutsche Schule*, 113(2), 199-217.
- Puentedura, R. (2006). Transformation, technology, and education. <http://hippasus.com/resources/tte/> (Aufgerufen am 29.09.2021)
- Rach, S., Heinze, A., & Ufer, S. (2012). *Wahrgenommene Fehlerkultur und individueller Umgang mit Fehlern: eine Interventionsstudie*. Universitätsbibliothek Dortmund.
- Santagata, R. (2005). Practices and beliefs in mistake-handling activities: A video study of Italian and US mathematics lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21(5), 491-508.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-making in Mathematics Teaching and Learning. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of Research on Mathematics* (S. 334-370). Simon & Schuster.
- Seidel, T., Rimmel, R., & Prenzel, M. (2003). Gelegenheitsstrukturen beim Klassengespräch und ihre Bedeutung für die Lernmotivation. *Unterrichtswissenschaft*, 31(2), 142-165.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.
- Stein, M.K. & Lane, S. (1996). Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. *Educational Research and Evaluation*, 2, 50-80.
- Stigler, J.W., & Hiebert, J. (1997). Understanding and improving classroom mathematics instruction: An overview of the TIMSS Video Study. *Phi-Delta-Kappan*, 79(1), 14-21.
- Tippett, C. D. (2010). Refutation text in science education: A review of two decades of research. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(6), 951-970.
- Ufer, S., Heinze, A. & Lipowsky, F. (2015). Unterrichtsmethoden und Instruktionsstrategien. In R. Bruder, Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B., Weigand, H.-G. (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 411-434). Berlin Heidelberg: Springer.
- Van de Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher-student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review*, 22(3), 271-296.

- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). Reform Under Attack--Forty Years of Working on Better Mathematics Education Thrown on the Scrapheap? No Way!. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Hrsg.). *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.
- Vogelsang, C., & Reinhold, P. (2013). Gemessene Kompetenz und Unterrichtsqualität: Überprüfung der Validität eines Kompetenztests mit Hilfe der Unterrichtsvideografie. In U. Riegel & K. Macha (Hrsg.), *Videobasierte Kompetenzforschung in den Fachdidaktiken* (S. 319-334). Waxmann.
- Vom Hofe, R., & Blum, W. (2016). "Grundvorstellungen" as a category of subject-matter didactics. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(1), 225-254.
- von Kotzebue, L., Förtsch, C., Reinhold, P., Werner, S., Sczudlek, M., & Neuhaus, B.J. (2015). Quantitative Videostudien zum gymnasialen Biologieunterricht in Deutschland - Aktuelle Tendenzen und Entwicklungen. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 21(1), 231-237.
- Wadouh, J., Liu, N., Sandmann, A., & Neuhaus, B.J. (2014). The effect of knowledge linking levels in biology lessons upon students' knowledge structure. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(1), 25-47.
- Wüsten, S., Schmelzing, S., Sandmann, A., & Neuhaus, B.J. (2010). Fachspezifische Qualitätsmerkmale von Biologieunterricht. In U. Harms & I. Mackensen-Friedrichs (Hrsg.), *Lehr- und Lernforschung in der Biologiedidaktik: Band 4* (S. 119-134). Studienverlag.

Vielen Dank!

Wir möchten uns bei
Ihnen für Ihr Interesse
am DigitUS-Projekt
bedanken!