

Konzeptorientierung – Option 3

Phänomene und Konzepte verbinden

...um informelles Vorwissen der Lernenden zu nutzen



Dieser Foliensatz „*Konzeptorientierung – Option 3: Phänomene und Konzepte verbinden um informelles Vorwissen der Lernenden zu nutzen*“ wurde im Rahmen des Projekts [DigitUS](#) von [Stefan Ufer](#), [Timo Kosiol](#), [Matthias Mohr](#) und [Christian Lindermayer](#) und erstellt und ist als [CC-BY-SA4.0](#) lizenziert.

Einen Überblick über alle Materialien im DigitUS-Projekt findet sich im [Einführungskapitel](#).

Eine ausführliche Darstellung der Inhalte der Präsentation findet sich in der [Handreichung für Mathematik-Lehrkräfte](#).

Phänomene nutzen

Grundidee

■ Was ist das?

- Mathematische Konzepte beschreiben Phänomene in der (mehr oder weniger realen) Welt.
- Fast alle mathematischen Konzepte können sehr unterschiedliche Phänomene bzw. Situationstypen beschreiben.

■ Warum ist das wichtig?

Informelles Wissen über solche Phänomene kann genutzt werden,...

- ...um Konzepte einzuführen oder zu erweitern.
z.B. Was kann die Subtraktion einer negativen Zahl bedeuten?
- ...um Konzepten neue Bedeutungen zu geben.
z.B. Subtraktion ganzer Zahlen als Veränderung, Subtraktion als (gerichteter) Abstand zweier Zahlen.

■ Wie kann man damit im Unterricht umgehen?

- Phänomene zu nutzen, setzt voraus, dass die Lernenden eigene Erfahrungen mit entsprechenden Situationen gemacht haben oder machen können.
- Phänomene erlauben es, das informelle Vorwissen von Lernenden gezielt zu nutzen.
- Ziel ist, dass die Erfahrungen mit dem Phänomen mit den Lernenden zu einem zu Konzept systematisieren.

Phänomene nutzen

Beispiele Strategien anhand von Phänomenen erarbeiten

■ Zielsetzung

Mögliches Vorgehen zur Subtraktion negativer Zahlen erarbeiten.

■ Genutztes Phänomen

Didaktisches Modell: Kontospiel

– *Phänomen aufgreifen:*

Kontospiel als Darstellung für direkt zugängliche Fälle.

– *Phänomen analysieren:*

Direkt nicht zugängliche Fälle konkret lösen.

– *Phänomene nutzen:*

...um konkret prüfbare Regeln abzuleiten.

„Eine negative Zahl zu subtrahieren bewirkt dasselbe wie ihren Betrag/ihre Gegenzahl zu addieren.“

$$5 - 7 = \dots$$



$$3 - (-5) = \dots$$



$$3 + 5 = \dots$$



Phänomene nutzen

Beispiel Konzepte erweitern (negative Exponenten)

■ Zielsetzung

Bedeutung negativer (ganzzahliger) Exponenten einführen.

■ Genutztes Phänomen

Diskrete, exponentielle Wachstumsprozesse, z.B. Bewuchs eines Sees mit Seerosen (o.ä.).

– *Phänomen aufgreifen:*

Exponentiellen Wachstumsprozess analysieren.







– *Phänomen analysieren:*

Wachstumsprozess mit Termen in Potenzschreibweise beschreiben.

– *Phänomen nutzen:*

Wachstumsprozess in die Vergangenheit fortführen, Termdarstellung übertragen.

Vereinbarung über eine sinnvolle Definition negativer Potenzen.

Nach ... Jahren	-3	-2	-1	0	1	2	3
Bewachsene Fläche (m ²)	289,4	347,2	416,7	500	600	720	864
Entwicklung							
Als Term	$500 \cdot 1,2^{-3}$	$500 \cdot 1,2^{-2}$	$500 \cdot 1,2^{-1}$	$500 \cdot 1,2^0$	$500 \cdot 1,2^1$	$500 \cdot 1,2^2$	$500 \cdot 1,2^3$

■ Zielsetzung

Erarbeitung der Formel für den Kreisumfang.

■ Genutztes Phänomen

Radius und Umfang von Kreisen sind proportional.

– *Phänomen aufgreifen:*

Messen von Radius und Umfang, Darstellung in einem Diagramm

– *Phänomen analysieren:*

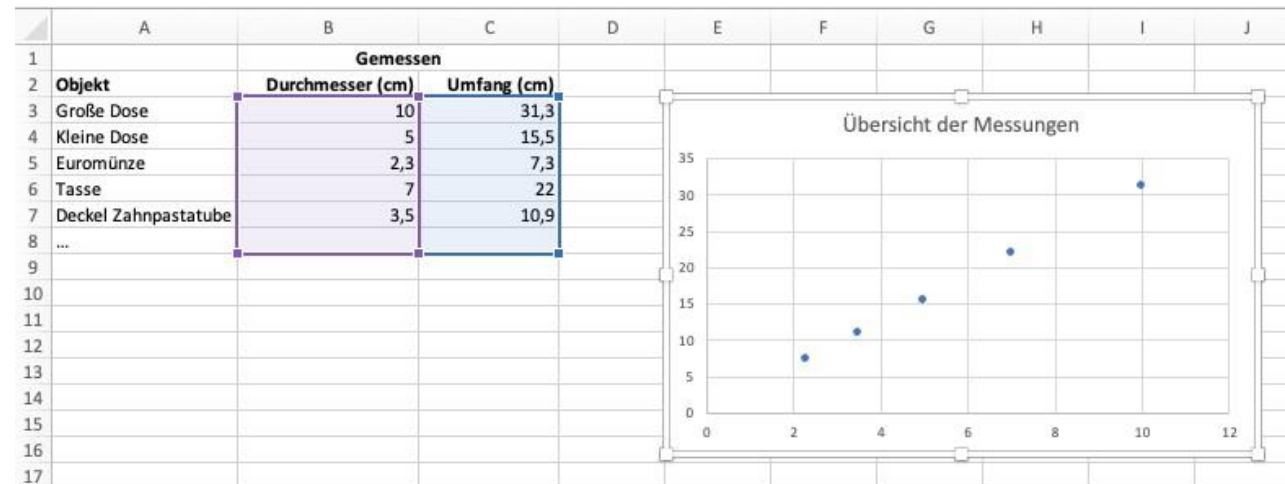
Proportionalität als Hypothese, ggf. Prüfung anhand der Quotienten.

– *Phänomen nutzen:*

Proportionalität als Grundlage für eine Formel.

Definition von π als

Proportionalitätsfaktor.



■ **Effekte konkreter Arbeitsmittel**

Arbeitsmittel in diesem Sinne bieten die Möglichkeit mit Phänomenen in idealisierten Situationen Erfahrungen zu sammeln (z.B. Kontospiel).

- Positive Effekt des Einsatzes von konkreten und virtuellen Arbeitsmitteln...
- ...auch in der Sekundarstufe I.
- Jedoch große Unterschiede je nach Einsatz und Arbeitsmittel.

Es kommt also nicht alleine darauf an, dass Arbeitsmittel genutzt werden, sondern wie sie genutzt werden.

■ **Nutzung von Phänomenen als Ausgangspunkt für Lernprozesse**

Ansatz der „Realistic Mathematics Education“ (RME; Niederlande).

- Grundidee:
Entwickeln von Konzepten ausgehend von informellem Vorwissen zu zugänglichen Phänomenen.
- Ergebnisse:
Erfolgreiche Entwicklung und Beforschung von Unterrichtskonzepten über seit über 40 Jahren.

- **Phänomene werden adäquat genutzt, wenn...**
 - ...die genutzten Phänomene den Lernenden vertraut sind, oder es ausreichend Möglichkeit gibt mit Ihnen Erfahrungen zu machen bevor ein Konzept eingeführt wird.
 - ...neue mathematische Konzepte anhand eines klar erkennbaren, passenden Phänomens eingeführt, analysiert und erklärt werden.
 - ...erst danach, nach und nach, weitere Phänomene und Situationstypen für das Konzept ergänzt werden.
 - ...die Lernenden angeregt werden, die Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Situationen zu analysieren, die zu einem Konzept passen bzw. nicht passen.

- **Phänomene aufgreifen**
 - Neue Anwendungskontexte sollten mit bereits behandelten, ähnlichen Phänomenen verknüpft werden.
 - Lernende sollten angeregt werden, ihre Ideen anhand von konkreten Situationen zu prüfen, bzw. selbst Anwendungskontext für Konzepte zu generieren (Problem Posing).



Anwendung „Fehlvorstellungen herausfordern“

■ Zielsetzung

Fehlvorstellung bearbeiten: „Wenn beim Werfen einer fairen Münze zweimal Wappen kam, dann ist Wappen beim nächsten Wurf weniger wahrscheinlich als Zahl.“

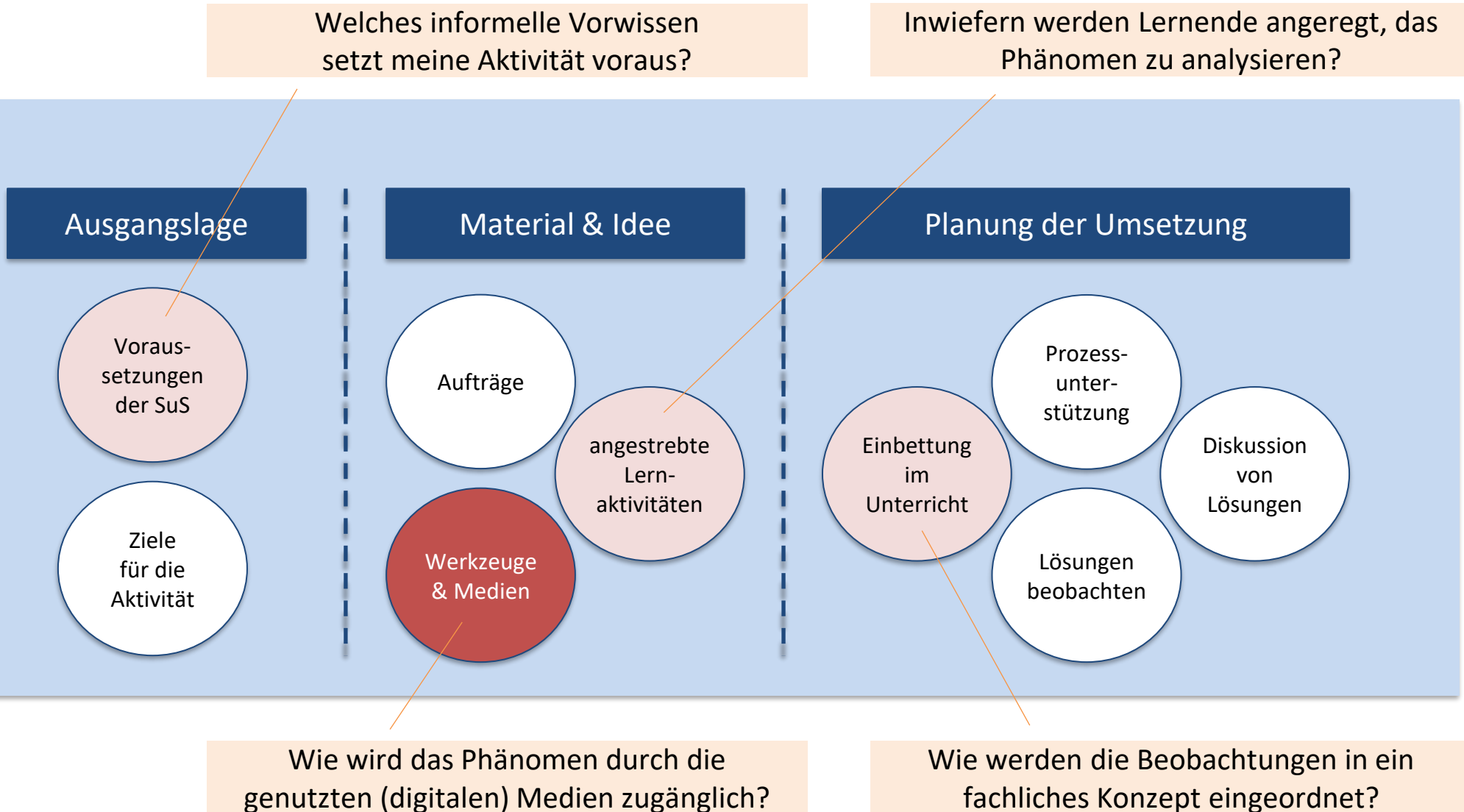
■ Simulationen zur systematischen Analyse des Phänomens

- Simulation von 10.000 Abfolgen von drei Münzwürfen.
- Sammeln der Ergebnisse des “3. Wurfs“, wenn vorher zweimal „Wappen“ aufgetreten ist.
- Auszählen der Häufigkeiten für jeden Augenzahl.
- Vergleich mit einer Reihe vergleichbar vieler einzelner Münzwürfe.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Simulation: 10000 Mal ein dreifacher Münzwurf												
	Mit F9 wird 10000 Mal ein dreifacher Münzwurf (Spalten A bis F) simuliert. Wenn in den ersten zwei Würfeln zweimal Wappen geworfen wurde, wird betrachtet, ob im 3. Wurf erneut Wappen oder nun Zahl geworfen wird. Außerdem wird ein einfacher Münzwurf (Spalten H und I) simuliert, beim dem die Münze so oft geworfen wird, wie zwei Wappen nacheinander in den 10000 Würfeln aufgetreten sind. In den Spalten L und M wird gezählt, wie oft Wappen und Zahl jeweils nach zweimal Wappen gekommen ist (Spalte L) bzw. wie häufig im einfachen Wurf (Spalte N).												
2													
3	Simulation: "Wurf nach zwei Wappen in Folge"						Simulation: "ein Wurf"		Häufigkeit der Ergebnisse im Überblick				
4	Anzahl	1. Wurf	2. Wurf	zwei Wappen?	Nächster Wurf	Ergebnis danach	Anzahl	Münzwurf	Ergebnis	Häufigkeit nach zweimal Wappen	Häufigkeit im 1. Wurf		
5	1	Zahl	Wappen		Zahl		1	Zahl	Wappen	1209	1216		
6	2	Zahl	Zahl		Zahl		2	Wappen	Zahl	1204	1197		
7	3	Wappen	Zahl		Wappen		3	Wappen	Wappen	2413	2413		
8	4	Wappen	Zahl		Wappen		4	Wappen					
9	5	Zahl	Zahl		Zahl		5	Zahl					
10	6	Zahl	Wappen		Zahl		6	Zahl					
11	7	Wappen	Zahl		Wappen		7	Zahl					
12	8	Zahl	Zahl		Zahl		8	Zahl					
13	9	Wappen	Zahl		Wappen		9	Wappen					
14	10	Zahl	Zahl		Zahl		10	Wappen					
15	11	Wappen	Wappen	zwei Wappen!	Wappen	Wappen	11	Wappen					
16	12	Zahl	Zahl		Wappen		12	Zahl					
17	13	Wappen	Wappen	zwei Wappen!	Wappen	Wappen	13	Zahl					
18	14	Zahl	Zahl		Zahl		14	Wappen					
19	15	Wappen	Wappen	zwei Wappen!	Zahl	Zahl	15	Wappen					
20	16	Wappen	Wappen	zwei Wappen!	Zahl	Zahl	16	Wappen					

Phänomene nutzen

Einordnung





Anwendung

Analysieren Sie die vorgestellte Aktivität!

Welches Phänomen kann beobachtet werden?

- Formulieren Sie die zentralen Beobachtungen, die man anhand der Aktivität erarbeiten könnte, um die Fehlvorstellung zu widerlegen.

Mögliche Umsetzung

- Beschreiben Sie, wie Unterricht ablaufen könnte, in dem die Simulation eingesetzt wird, um die Fehlvorstellung zu bearbeiten.

Optimierungsmöglichkeiten

- Wie könnte man die Simulation gestalten, um das Phänomen noch leichter zugänglich zu machen?
- Wie könnten insbesondere digitale Medien noch produktiver eingesetzt werden?

Nutzen Sie gerne die verlinkte [Vorlage](#).

- Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400.
- Freudenthal, H. (1977). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Bde. 1 und 2. – Stuttgart.
- Moyer-Packenham, P. S. & Westenskow, A. (2013). Effects of Virtual Manipulatives on Student Achievement and Mathematics Learning. *International Journal of Virtual and Personal Learning Environments*, 4(3), 35-50.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). Reform Under Attack--Forty Years of Working on Better Mathematics Education Thrown on the Scrapheap? No Way!. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Hrsg.). *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Fremantle: MERGA.

Bilder

- Titelfolie: Bild von 12019 auf Pixabay: <https://pixabay.com/images/id-1789697/>
- Arbeitsauftrag: Bild von Free-Photos auf Pixabay: <https://pixabay.com/images/id-918449/>

Alle Bilder lizenziert unter [CC-BY-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)